на правах рукописи

АХМЕДОВ Эмиль Тофик оглы

КВАНТОВАНИЕ БРАН ИЛИ К ГЕОМЕТРИЗАЦИИ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2009

УДК 530-145

Работа выполнена в ФГУП ГНЦ РФ
"Институт теоретической и экспериментальной физики"им. А.И. Алиханова

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат.наук,
чл.-корр. РАН Л.Н.Липатов,
ПИЯФ им. П.Б. Константинова РАН,
г. Санкт-Петербург;

доктор физ.-мат.наук,
академик РАН А.А. Славнов
МИРАН им. В.А. Стеклова, г. Москва;

доктор физ.-мат.наук,
А.П. Исаев,
ОИЯИ, г.Дубна.

Ведущая организация: ФИРАН им. П.Н. Лебедева, г. Москва.

Защита состоится **3 июня 2009г.** в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований, г. Дубна

С диссертацией можно ознакомится в библиотеке Объединенного института ядерных исследований (141980, Московская обл., г. Дубна, ул. Жолио-Кюри, д.6).

Автореферат разослан "   "______________________ 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук - А.Б.Арбузов

1 Общая характеристика работы

Перед современной фундаментальной физикой стоят, на наш взгляд, две основных задачи — проблема инфракрасного заточения цвета в квантовой хромодинамике и квантование гравитации. В рамках некоторых подходов к решению этих проблем возникают квантовые струны, мембраны и/или многомерные динамические гиперповерхности (или просто браны). Мы считаем, что углубление нашего понимания обсуждаемых явлений упирается в отсутствие адекватного формализма для работы с такими неточечными объектами. Хотя очевидно, что описание природы в терминах теорий частиц определяется уровнем наших знаний на данный момент, а не свойством природы, мы начнем наше изложение с того, что уже достоверно известно в локальной теории поля, а не с академического рассмотрения бран. Объясним здесь то, как мы понимаем постановку вышеупомянутых проблем и пути возможного их решения с использованием нелокальных (неточечных) объектов — струн и бран.

Начнем с проблемы невылетания/заточения цвета. В математическом описании любого явления необходимо найти какую–нибудь приближенную модель, допускающую точное решение, и малую величину, по степеням которой можно провести разложение, чтобы приблизить аналитически вычисляемые величины к экспериментально наблюдаемым. В случае сильных взаимодействий хорошим приближением при высоких энергиях является описание в терминах свободных векторных и фермионных частиц — глюонов и кварков, соответственно. Они несут три квантовых числа, которые называются цветами и принимают значения в различных представлениях неабелевой калибровочной группы SU(3).

Основу такого описания природы сильных взаимодействий составляет SU(3) теория Янга–Миллса. Именно в такой ситуации возникает необходимая малая величина — константа связи g^2. Это отлично согласуется с экспериментом, где на малых расстояниях видны асимптотически свободные цветные кварки и глюоны. Однако на больших расстояниях экспериментально мы наблюдаем бесцветные мезоны и барионы в качестве асимптотических состояний. Это называется явлением невылетания или инфракрасного заточения цвета.

Считается, что основные свойства этого явления сохраняются, если исключить кварки из рассмотрения, т.е. иметь дело только с чистой калибровочной теорией Янга–Миллса, описывающей при высоких энергиях свободные векторные частицы — глюоны. Тогда на больших расстояниях в качестве асимптотических состояний ожидаются бесцветные глюболы — коллективные возбуждения, составленные из глюонов. Проблема невылетания в этом случае проявляется следующим образом. Из-за квантовых эффектов константа связи g^2 растет при удалении на большие расстояния или при переходе к малым энергиям, и глюоны уже нельзя считать свободными. Это проявляется в том, что на некотором масштабе энергий описание сильных взаимодействий в терминах глюонов становится несостоятельным из-за сингулярностей, возникающих в теории возмущений. В результате неизвестно как перейти к низким энергиям в теории Янга–Миллса. Поэтому возникает вопрос: какое приближение к сильным взаимодействиям может быть применимо при любых энергиях?

На наш взгляд, наиболее многообещающий подход к задаче состоит в рассмотрении SU(N) теории Янга–Миллса, при $N \to \infty$, когда теория возмущений существенно упрощается, и единственные диаграммы, которые остаются, выглядят как "триангуляции" сферы. Диаграммы, дающие вклад в эти "триангуляции", представляют собой разложение в ряд по степеням параметра g^2N, который полагается конечным в пределе $N \to \infty$. При этом вклады от диаграмм с топологией тора и сферы с несколькими ручками подавлены по степеням величины $1/N^2$, играющей роль малого параметра, при разложении по которому мы могли бы приблизиться к реальной ситуации ($N = 3$). Эти факты показывают, что в пределе $N \to \infty$ теория Янга–Миллса может быть эквивалентна теории струн, описывающей суммирование по рассматриваемым "триангуляциям". Основным достоинством этой теории является то, что она может быть применима при любых энергиях. Однако к сожалению, на данный момент имеется крайне мало прямых подтверждений такому соответствию между теорией Янга–Миллса и теорией струн. Наиболее достоверные наблюдения сделаны в очень специальных ситуациях, которые обсуждаются в диссертации. В любом случае мы полагаем, что теория струн может помочь в понимании динамики сильных взаимодействий.

Теперь объясним какого сорта проблемы возникают в гравитации. Классическая гравитация описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, которые имеют второй порядок по производным. Это есть уравнения Эйнштейна–Гильберта. Их решения как в задаче с начальными, так и с граничными условиями имеют сингулярности, по крайней мере, если они становятся стационарными в итоге эволюции. Это — сингулярности кривизны в решениях, отвечающих разного сорта черным дырам и космологическим моделям. Нередко, чтобы исключить подобного сорта особенности из задачи, рассматривают пространства с нетривиальными топологиями, выкидывая те их части, на которых расположены сингулярности. Но таким образом не поменять сути проблемы, т.к. у дифференциального уравнения второго порядка по производным необходимо фиксировать либо источник и граничное условие на переменную уравнения (метрику), либо же — граничные условия на метрику как на асимптотической бесконечности, так и вблизи устраненной части пространства, т.е. там, где должна быть сингулярность. Или же необходимо фиксировать граничные условия как на саму метрику, так и на ее первую производную.

Итак, первая сложность в гравитации возникает еще в классической теории и заключается в том, что приходится иметь дело с разного сорта сингулярностями, которые, как известно, природа не терпит. Во всяком случае неизвестно какие из сингулярных решений имеют отношение к природе, а какие — просто артефакты рассматриваемого нами приближенного описания природы. В результате в гравитации неизвестно правильное фазовое пространство (его топология и геометрия), т.к. оно находится во взаимно однозначном соответствии с решениями классических уравнений движения. А это уже создает первые сложности и для квантования теории, т.к. неизвестно, какие метрики надо учитывать в "функциональном интеграле" квантовой гравитации, а какие — нет. По сути дела, это все та же проблема классической теории поля, связанная с наличием гармоник полей с бесконечными частотами — проблема, встающая во весь рост только после квантования теории поля. Действительно, в теории гравитации естественно, что возбуждение с достаточно большой частотой приводит к такому искривлению метрики, что образуется черная дыра. Т.е. проблема обрезания больших частот в данном случае связана с разрешением проблемы сингулярностей в кривизне классических решений гравитации. При квантовании гравитации она усугубляется (по сравнению с обычной теорией поля) еще и тем, что нет хорошего способа регуляризации, не нарушающего либо общей ковариантности, либо унитарности. Итак, в полной теории, описывающей гравитацию при любых энергиях, должен быть заложен естественный способ обрезания рассматриваемых расходимостей и, соответственно, бесконечных частот.

Хотя сейчас уже практически ни у кого нет сомнений, что для описания природы гравитацию необходимо квантовать, давайте объясним нашу точку зрения на то, зачем это нужно делать. (Дело в том, что в случае гравитации, в отличие от других взаимодействий, нет прямых экспериментальных наблюдений, подтверждающих необходимость ее квантования.) Сначала мы дадим достаточно наивное объяснение, используя параллели между различными теориями. Классическая нерелятивистская или релятивистская частица полностью описывается соответствующим уравнением Гамильтона–Якоби (или же уравнением эйконала, в случае света). Эти уравнения являются классическими пределами уравнений Шредингера, Клейна–Гордона (Дирака, если вспомнить о спине) и Максвелла, соответственно. Т.е. первичное квантование — это, по сути дела, есть переход от уравнений Гамильтона–Якоби для частиц к уравнениям, описывающим волны. В этом смысле уравнения Эйнштейна–Гильберта, будучи волновыми уравнениями, представляют собой уже первичное квантование. Поэтому вторичное квантование — переход от квантования отдельных частиц к квантованию полей ("наборов частиц") — является естественным следующим шагом как для электромагнитных (и слабых с сильными) взаимодействий, так и для гравитации.

Другой, менее наивный аргумент заключается в следующем. Если гравитацию рассматривать как классический фон для других квантованных полей, то возникают разного сорта проблемы. Наиболее известный пример — это нарушение унитарности в присутствии черных дыр.

Черная дыра является стабильным стационарным решением уравнений Эйнштейна–Гильберта. Она задает некоторое подмногообразие меры ноль фазового пространства теории, определяемое несколькими параметрами решения — массой, моментом вращения и зарядом относительно калибровочной группы. Поясним в чем заключается это явление.

Излучение из под горизонта черной дыры претерпевает бесконечно большое инфракрасное смещение. При этом для возникновения гравитационного излучения необходимо наличие квадрупольного момента, т.е. моменты до квадрупольного создают стационарные гравитационные поля. В силу этих фактов решение типа черной дыры (стационарное решение с сингулярностью и горизонтом) не может зависеть от мультипольных моментов. В результате черная дыра, с точки зрения стороннего наблюдателя, выглядит как стационарный объект с однородным распределением массы, момента вращения и заряда по ее горизонту. Эти факты составляют основу так называемой теоремы об "отсутствии волос" у черной дыры.

Учет квантовых полей на фоне черной дыры приводит к рождению частиц в ее сильном гравитационном поле. Мы обсуждаем подробно это явление в последней главе диссертации. Сильным стационарным гравитационным полем является как раз такое, которое имеет так называемый apparent горизонт[1]. Дело в том, что в процессе коллапса (образования apparent горизонта) происходит изменение вакуума для квантовой теории поля на фоне гравитирующего объекта. В результате вакуумные флуктуации по отношению к исходному вакууму становится физическими возбуждениями по отношению к новому вакууму. Это связано с тем, что наличие горизонта приводит к отсутствию гло-

[1] Apparent горизонт — это граница такой области пространства–времени, внутри которой, из–за ее кривизны, световые конусы направлены внутрь ее же самой.

бально определенного времени–подобного вектора Киллинга, а он необходим для определения того, что мы называем положительной энергией — возбуждением над вакуумом. Последнее и определяет наш вакуум.

В силу этого черная дыра теряет энергию, излучая ее на пространственную бесконечность. В рассматриваемом приближении такое излучение имеет тепловой спектр, т.е. кванты излучения с равной вероятностью могут нести любое квантовое число, помимо энергии. Это означает, что если черная дыра поглотила какую–то частицу, несущую информацию, скажем, о CPT квантовых числах участников какой–то реакции, то потом она может полностью испариться, и мы потеряем информацию о рассматриваемом числе. Это и ведет к нарушению унитарности, т.к. сохранение CPT числа следует однозначно из унитарности S–матрицы теории. Однако подчеркнем, что вышесказанное верно в приближении, в котором гравитация рассматривается как классический фон, т.е. когда амплитуда отклика гравитационного фона на квантовые флуктуации полей мала по сравнению с собственными размерами черной дыры. Иными словами, мы предполагаем, что черная дыра теряет энергию адиабатически, что ведет к медленному изменению фона.

По сути дела, утверждается, что мы должны выкинуть из рассмотрения любое квантовое число, если оно попало (со своим носителем) в черную дыру, а сама черная дыра не может его нести[2]. Квантование гравитации приводит к детальному учету ее отклика на квантовые флуктуации других полей. На наш взгляд, нет никаких причин думать, что после квантования черная дыра будет нести только те квантовые числа, которые позволяет теорема об "отсутствии волос". Действительно, после квантования необходимо будет работать не с подмножеством меры ноль в фазовом пространстве гравитации — стационарной классической черной дырой, а с существенной частью всего фазового объема: с дырой и всевозможными флуктуациями вокруг нее. Помимо этого, там, где удается проверить все эти факты явно (в теории струн), получается совершенно унитарное поведение излучения черной дыры.

Итак, ясно, что гравитация Эйнштейна–Гильберта — это некоторая эффективная низкоэнергетическая теория, которая должна быть квантована и модифицирована при достаточно больших энергиях или малых расстояниях. В качестве дополнительного аргумента заметим, что теория неперенормируема вне массовой поверхности, если при квантовании наивно использовать действие Эйнштейна–Гильберта. Какая же теория перенормируема, несингулярна и квантует гравитацию? Наиболее изученный кандидат на данный момент — это теория струн. Таким образом, теория струн может оказаться также полезной и в случае решения проблем гравитации.

Теория струн описывает динамику двумерных поверхностей, заметаемых струнами (одномерными объектами) во время их эволюции. Известно несколько самосогласованных теорий струн, обладающих суперсимметрией в объемлющем пространстве (target space) — пространстве, в котором распространяются струны. Последнее обычно выбирается десятимерным, поскольку в другом случае не существует хорошо разработанных методов вычисления суперструнных амплитуд. Не смотря на то, что при этом получается конечная согласованная теория, все это выглядит не очень привлекательно с феноменологической точки зрения, т.к. приводит к огромному количеству лишних (не наблюдае-

---

[2] Т.е. любое квантовое число кроме энергии, момента вращения и заряда относительно калибровочной группы.

мых в природе) возбуждений. Однако нас пока интересует вопрос о способе квантования гравитации в принципе.

В теории на мировой поверхности струн существует бесконечно много возбуждений, которые соответствуют разным квантовым их состояниям. Струна в некотором квантовом состоянии выглядит как частица, если смотреть на нее с достаточно больших расстояний в объемлющем пространстве. Среди возбуждений струны существует конечное число безмассовых, тогда как остальные имеют массы по порядку величины пропорциональные квадратному корню из струнного натяжения. Натяжение обычно считается величиной порядка квадрата планковской энергии. Следовательно, на расстояниях, больших по сравнению со струнным масштабом длин (как раз тогда, когда струны можно считать точечными объектами), выживают только безмассовые частицы. Последние можно описывать теорией поля в объемлющем пространстве, а не теорией струн.

Среди безмассовых возбуждений замкнутых струн есть частица, соответствующая симметричному тензорному полю. В силу свойств симметрии струнной теории эта частица имеет в точности такое же число физических степеней свободы, как и гравитон. Единственной теорией на больших расстояниях, которая может описывать гравитон, является теория гравитации Эйнштейна–Гильберта. Она–то, взаимодействующая с остальными безмассовыми струнными возмущениями, и возникает в объемлющем пространстве в классическом приближении к теории суперструн.

Теорию, описывающую взаимодействие полей суперсимметричной теории Янга–Миллса с полями супергравитации, можно получить, если наряду с замкнутыми струнами включить в рассмотрение открытые, поскольку в теории открытых струн легчайшее возбуждение является векторной частицей с числом физических степеней свободы, как у калибровочного векторного бозона. Мы объясняем в приложении к диссертации, что открытые струны не могут существовать без замкнутых, иначе будет нарушена унитарность.

Концы открытых струн могут лежать на многомерных гиперповерхностях в объемлющем десятимерном пространстве — на так называемых D–бранах. В приложении к диссертации мы показываем, что динамика этих гиперповерхностей описывается возбуждениями открытых струн. Как мы уже заметили, при низких энергиях теория для легчайших возбуждений открытых струн — это теория Янга–Миллса, содержащая как векторные бозоны, так и скалярные поля (и фермионы в суперсимметричном случае). Таким образом, квантовая теория Янга–Миллса, взаимодействующая со скалярными полями, приобретает ясный геометрический смысл как теория, описывающая первично–квантованную теорию бран, содержащую суммирование по вложениям (скалярным полям) многомерных гиперповерхностей в объемлющее пространство.

В силу всего вышесказанного теория струн выглядит очень привлекательно, т.к. помимо квантования гравитации, в рамках этой теории мы имеем единый подход к гравитационным и калибровочным теориям, что является важным шагом на пути объединения всех экспериментально открытых взаимодействий. Помимо этого, с этой точки зрения теория струн также помогает при решении задачи квантования многомерных бран, т.к. просто описывает их квантовые флуктуации. Задача квантования бран возникает, во–первых, по той причине, что не следует ограничиваться рассмотрением только линейных объектов (струн), раз уж мы пошли дальше частиц. Во–вторых, в последнее время стало популярным феноменологически рассматривать наш мир как четырехмерный мировой объем некоторой браны, вложенной в многомерное объемлющее пространство, что, на наш взгляд, выглядит естественным со многих точек зрения. В частности, общая ковариантность нашего мира в этом случае приобретает совершенно ясный смысл — физические процессы не должны зависеть от координатной сетки, выбранной на мировом объеме браны.

Однако в отличие от струн, теории на бранах достаточно больших размерностей являются настолько сложными, что с ними неизвестно как работать[3], за исключением простейших ситуаций. Поэтому описание таких теорий в терминах теории струн выглядит очень привлекательно. Струны выглядят привлекательнее, во–первых, по той причине, что двумерная теория на их мировой поверхности значительно проще многомерных теорий на мировых объемах бран. Во–вторых, на массовой поверхности (с точки зрения объемлющего пространства) струнная теория инвариантна относительно группы конформных преобразований, которая имеет бесконечную размерность как раз в двух измерениях. Другим существенным фактом, который отличает браны от струн, является то, что неизвестна четкая градуировка, по которой одни возбуждения бран отщеплялись бы от других (как безмассовые возбуждения струн от массивных). И в конце концов именно в случае критической размерности объемлющего пространства можно полностью избавиться от метрики на мировой поверхности струн, чего обычно нельзя достичь в случае бран достаточно большой размерности. Соответственно, рассмотрение открытых струн некоторым образом улучшает ситуацию с квантованием бран, т.к. в таком случае можно иметь дело с двумерной конформной теорией с границей, а не с многомерной теорией на бране.

Однако теория струн страдает от ряда недостатков. В сущности, струны в той формулировке, в которой они рассматривались на данный момент, используются как пробники для фоновых полей, составленных из их же собственных возбуждений. В случае, если фоновые поля находятся на массовой поверхности, т.е. если они решают уравнения гравитации и/или Янга–Миллса, теория на мировой поверхности струн является конформно–инвариантной. Практически только в таком случае удается посчитать корреляционные функции в теории струн. Существенную роль также играет присутствие суперсимметрии на мировой поверхности струны и в объемлющем пространстве, иначе приходится иметь дело с тахионом. Более того, меняя фон в теории струн, необходимо заново пересчитывать спектр и корреляционные функции в ней. Это называется фоновой зависимостью в теории струн.

Проблемы, перечисленные в предыдущем обзаце, составляют основной интерес для первой части диссертации. Сначала мы постарались ясно сформулировать, в чем они заключаются, а затем предложили возможные их решения в простейших ситуациях. Попутно нам удалось увидеть ряд интересных явлений в теории струн. Вторая часть диссертации (главы семь и восемь) посвящена формулировке альтернативного подхода к квантованию гравитации. Нередко бывает полезным возвращаться к обсуждению простых и фундаментальных вопросов. Поэтому в третьей части диссертации (последней главе) мы обсуждаем стабильность различных гравитационных фонов в контексте эффектов Хокинга и Унру. Понимание этих явлений является первым шагом на пути квантования гравитации. Мы устанавливаем связь между эффектами Унру и Соколова–Тернова. Т.к. последний подтвержден экспериментально, то мы надеемся, что эта связь прольет свет на физическую природу эффекта Унру и излучения Хокинга.

---

[3] В сущности, эта проблема эквивалентна квантованию многомерной общековариантной теории, либо с нелинейным действием, либо же содержащей динамическую гравитацию.

1.1 Актуальность темы

Квантование многомерных объектов (бран) и установление связи между калибровочными и общековариантными (гравитационными или струнными) теориями, а так же понимание поведения квантовых полей на различных гравитационных фонах несомненно являются принципиально важными научными задачами. Их решение позволит продвинуться как в квантовании гравитации, так и в понимании физики сильных взаимодействий при любых энергиях.

Достигнутый за последние годы прогресс в понимании рассматриваемых явлений показывает, что квантовые браны и струны играют существенную роль в динамике сильных взаимодействий и в гравитации, а глубокое понимание физической природы эффектов Унру и Хокинга является первым шагом на пути квантования гравитации.

Таким образом, тема предлагаемой диссертации является весьма актуальной, и решение поставленных в диссертации задач несомненно представляет интерес для специалистов в области квантовой теории поля и теории элементарных частиц.

1.2 Цель работы

Целью работы является углубленное изучение проблем, стоящих на пути квантования гравитации, а так же изучение динамики струн и бран во внешних фоновых полях. Более конкретно в диссертации ставятся следующие задачи:

1. Изучение возможности использования D–бран (теорий Янга–Миллса на их мировых объемах) в качестве пробников фоновых полей.

2. Изучение возможности выхода за рамки массовой поверхности в теории струн. Более глубокое изучение природы взаимодействий D–бран с RR–полями.

3. Нахождение геометрической формулировки ренормализационной группы, при которой будет ясно видна природа голографии в квантовой теории поля.

4. Изучение эффектов некоммутативности пространства–времени в рамках точно решаемых моделей.

5. Поиск обобщаемой формулировки симплициальной теории бран. Установление точной связи последней с континуальной теорией для объектов соответствующей размерности.

6. Формулировка теории неабелевых тензорных полей и нахожение адекватного формализма квантования объектов, чья пространственная размерность больше, чем ноль.

7. Понимание природы и физического смысла эффектов Унру и Хокинга.

1.3 Основные результаты, выносимые на защиту

1. Вычислен ряд супергравитационных эффектов при помощи теорий Янга–Миллса на мировых объемах D–бран.

2. Дано единое описание взаимодействий всевозможных D–бранных систем с RR–полями.

3. Сформулированы принципы голографической ренормализационной группы.

4. Точно решены некоторые некоммутативные модели.

5. Сформулирована симплициальная теория для частиц (0–бран) и для струн (1–бран). Показана связь последней с взаимодействующей теорией поля. А также показано, что симплициальные теории дают выражения, эквивалентные их аналогам в континуальных теориях.

6. Сформулирована поверхностная экспонента в форме, обобщаемой на большее число измерений. Показана связь таких экспонент с топологиями пространств соответствующей размерности. С использованием поверхностной экспоненты сделана попытка проквантовать одномерные объекты, а также сформулирована теория неабелевых тензорных полей.

7. Изучены физические основы нестабильности решений уравнений гравитации. Дано квазиклассическое микроскопическое описание излучения черной дыры. Установлена связь между эффектами Унру и Соколова–Тернова.

1.4 Научная новизна и достоверность, вопросы публикаций

Все результаты, представленные в диссертации, являются актуальными и новыми на момент их публикации. Результаты опубликованы в ведущих российских и зарубежных журналах, неоднократно докладывались на семинарах и конференциях. Они широко известны в научном сообществе и цитируются в работах других авторов в близких областях теоретической физики. Результаты, лежащие в основе диссертации, опубликованы в 1998–2008 годах в работах [1] – [21]. Около половины работ, на которых основана диссертация, выполнена без соавторов. А одна из работ была отмечена (honorable mention) американским гравитационным обществом (Gravity Research Foundation) на конкурсе эссе.

1.5 Апробация результатов

Результаты, полученные в диссертации, неоднократно докладывались на научных семинарах ИТЭФ, ФИАН им.Лебедева, ИЯИ, МИРАН им. Стеклова, С.Петербургском отделении института Стеклова, ПИЯФ, МГУ, Независимого Университета в Москве, а также на международных научных конференциях Кварки–1998, Ванкувер (Канада, 1999), Лорьен (Франция, 2000), Миннеаполис (США, 2000), Ванкувер (2000), Кварки–2000, Фукуока (Япония, 2001), Москва (2001), Сеул (2001), Плимут (Англия, 2002), Ченнай (Индия, 2003), Баку (2003), Тбилиси (2003), Кварки–2004, Тбилиси (2004), Тбилиси (2005), Кварки–2006, Кварки–2008, Аареншупской общеевропейской конференции по теории струн в Германии, 2006.

Результаты диссертации были изложены на научных семинарах в Университете Миннесоты (США), Университете Британской Колумбии (Канада), Университете Саймона–Фрейзера (Канада), Уппсалы (Швеция), Институте Нильса Бора (Дания), Международном Центе им. Салама (Триест, Италия), Университете Рима, Научных центрах им. М. Планка в Берлине и Бонне, университетах Токио (Комаба, Хонго), Киото, Каназавы, научных центрах РИКЕН (Токио) и КЕК (Тсукуба), Институте Хариш–Чандры (Индия), IHES (Париж), Университете Ратгерс (США), Калифорнийском Государственном Университете (США).

1.6 Структура и объем работы

Диссертация состоит из 7 глав, Введения, Заключения, краткого обзора о современном состоянии теории струн в Приложении и списка литературы. Общий объем основного текста диссертации — 181 страница, а Приложения — 41 страница. Список литературы содержит 201 наименование.

Главы разбиты на параграфы. Содержание диссертации по главам имеет вид:

1. Введение

2. D–браны как пробники

<u>2.1 Гравитационные солитоны и D–браны</u>

2.1.1 D–инстантон на фоне D3–браны

2.1.2 Эффективное действие для D–инстантонов

2.1.3 Выводы

<u>2.2 Солитоны в теории Янга–Миллса и D–браны</u>

2.2.1 Твисторная формулировка действия для пробы и κ–симметрия

2.2.2 Решение условий κ–инвариантности

2.2.3 Выводы

<u>2.3 Связь между перенормировками в теориях в разных размерностях</u>

2.3.1 Ультрафиолетовое отрубание и β–функция

2.3.2 Теоремы о неперенормируемости

2.3.3 Эффективное действие в размерности (1+1)

3. Попытки выйти за пределы массовой поверхности и неабелевы структуры в теории струн

<u>3.1 Попытки выйти за пределы массовой поверхности в формализме граничного состояния</u>

3.1.1 Вычисление в формализме граничного состояния

3.1.2 Объяснение и устранение разногласия

3.1.3 Модификация граничного состояния вне массовой поверхности

3.1.4 Выводы

<u>3.2 Струны вне массовой поверхности в ультрафиолетовом пределе</u>

3.2.1 Струны и алгебра дифференциальных операторов

3.2.2 Аннигиляция D–бран и неабелевы структуры

<u>3.3 К объединению RR–взаимодействий на бранах разной размерности</u>

3.3.1 D–инстантоны из D9–$\overline{\text{D9}}$–бран

3.3.2 Dp–браны из D9–$\overline{\text{D9}}$–системы

3.3.3 Общая конфигурация D–бран разных размерностей

3.3.4 D5–браны внутри D9–бран

<u>3.4 Неабелевы структуры и взаимодействия D–бран с RR–полями</u>

2 Содержание диссертации

Введение содержит обзор состояния науки в данной области на настоящий момент и общую характеристику работы с описанием ее структуры по главам.

Вторая глава посвящена изучению следующих явлений. В пункте 2.1 показано, что вместо конформных теорий на мировой поверхности струн в качестве проб можно использовать теории Янга–Миллса на мировых объемах D–бран. Это открывает новые возможности в исследовании связи между гравитацией и теорией Янга–Миллса. Действительно, D–браны могут "чувствовать" искривление внешнего пространства через метрику на собственном вакуумном пространстве модулей. Мы показываем, как эта метрика связана с решениями уравнений гравитации. Однако ситуация этим не ограничивается, т.к. D–браны могут пробовать также и солитоны в теории Янга–Миллса и фоны не инвариантные относительно суперсимметрии, что позволяет выйти за пределы массовой поверхности в теории струн.

D–инстантон (D(-1)–брана) наиболее удобен в качестве пробы, т.к. в его случае мы проделываем все вычисления с использованием матричного, а не функционального интеграла: "поля" на D–инстантоне вообще не зависят от координат, а потому просто являются матрицами. При этом конфигурация "D–инстантон на фоне D3–браны" удобна еще и по той причине, что сохраняет часть суперсимметрии, что существенно упрощает вычисление и облегчает трактовку результата. В статье [1] мы рассмотрели именно такую ситуацию и полностью воспроизвели метрику D3–браны на вакуумном пространстве модулей D–инстантона.

В части 2.2 мы показываем как D–брана пробует фон, не уважающий суперсимметрию, а именно аннигиляцию D–$\bar{\text{D}}$–системы. Вакуумное состояние струн, перетянутых между D– и $\bar{\text{D}}$–бранами является тахионом, когда последние совмещены. Основной проблемой, стоящей на пути понимания этой ситуации, является то, что в присутствии тахиона высшие струнные возбуждения не отщепляются от безмассовых. В результате неизвестен полный функционал энергии для тахиона в рамках приближения теории струн теорией поля.

Вместо того, чтобы искать тахионный функционал энергии, мы применили другой подход [2] и нашли способ независимого определения вакуумного среднего тахиона. Известно, что во многих ситуациях D–браны дают хорошее микроскопическое описание различных низкоэнергетических явлений.

Мы хотим рассмотреть в теории струн типа I, как будет меняться действие для D1–браны, помещенной на фоне D9–$\overline{\text{D9}}$–системы, если последняя начнет аннигилировать. В этом случае D1–брана является пробой. Процесс аннигиляции D9–$\overline{\text{D9}}$–системы выглядит, с точки зрения теории для D1–браны, как поток ренормализационной группы. Действительно, как мы показываем, после аннигиляции некоторые из струн, перетянутых между D1–браной и D9–$\overline{\text{D9}}$–системой, становятся массивными и выпадают из спектра низкоэнергетической теории на пробе. Эта теория описывает D1–брану на фоне уже только 32 D9–бран и, возможно, с некоторой нетривиальной калибровочной связанностью на них, что является вакуумом в теории струн типа I.

Мы стартуем с теории на пробнике, которая сама уже является низкоэнергетическим промежуточным состоянием в ренормализационно–групповой эволюции. Она является приближением к пока еще неизвестной микроскопической теории. Поэтому мы не ожидаем, что в этой картине нам удастся восстановить явный вид того, как тахионное поле эволюционирует в минимум собственного функционала энергии. Однако мы можем надеяться, что нам удастся восстановить явные значения тахионного поля, которые уважают суперсимметрию и являются значениями, минимизирующими соответствующий функционал энергии.

В частности, можно надеяться, что существует некоторая симметрия у теории на пробнике, которая ограничивает возможные значения тахионного поля после аннигиляции. Действительно, перед аннигиляцией теория на пробнике не инвариантна относительно какой–либо суперсимметрии. Однако по ренормализационной группе эта теория эволюционирует в суперконформно инвариантную точку — некоторый вакуум в теории суперструн типа I. Мы думаем, что должна существовать некоторая скрытая (возможно, нелинейно реализованная) симметрия, которая вынуждает эволюционировать теорию таким специальным образом. В параграфе 2.2 мы показываем, как κ–симметрия выполняет эту роль.

В качестве бонуса за вычисления в частях 2.1 и 2.2 мы получаем связь между перенормировками в теориях в разных размерностях [3]. Это явление изложено в части 2.3. Используя его, мы приводим новое доказательство теорем о неперенормируемости $\mathcal{N} = 2$ и $\mathcal{N} = 4$ супер–симметричных теорий.

Третья глава диссертации посвящена проблеме выхода за массовую поверхность в рамках теории струн. В этой главе мы показываем суть проблемы на основе сравнения вычислений вне массовой поверхности в формализмах функционального интеграла и граничного состояния [4], а заодно находим возможный выход из сложившейся ситуации. Дело в том, что вне массовой поверхности нарушается инвариантность теории струн относительно конформных преобразований. Поэтому, чтобы иметь согласие между вычислениями в разных формализмах, необходимо аккуратно следить за тем, каким конформным преобразованием связываются метрики на мировом листе струны, используемые при вычислениях в этих формализмах. В результате мы показываем, что усреднение по группе PSL(2,R) преобразованного граничного состояния будет иметь правильные матричные элементы с любым состоянием замкнутой струны на массовой поверхности. В нашей работе мы явно проверили это для случая тахиона и гравитона в замкнутой струне. Легко обобщить это на случай антисимметричного тензорного поля, которое имеет ненулевое вакуумное значение, когда включено фоновое калибровочное поле. Интересно проверить эту гипотезу в случае корреляционных функций более высокого порядка. Наши результаты можно легко обобщить на случай граничных состояний в теории суперструн с линейным тахионным фоном.

Далее мы продолжаем изучение ситуации вне массовой поверхности в некотором простейшем приближении, рассмотренном в статьях [5] и [6]. В этом приближении мы приводим общий взгляд на природу матричных координат D–бран. Поняв ее, мы объединяем взаимодействия RR–полей со всеми возможными конфигурациями D–бран.

В части 3.2 мы объясняем, как можно описать некоммутативные структуры в граничной струнной теории поля при помощи алгебры дифференциальных операторов на пространстве–времени в классическом приближении и при некоторой ультрафиолетовой регуляризации. В этом формализме очень естественно описывается аннигиляция D–анти–D–систем, и видно, что безмассовые возбуждения a и ϕ на D–бранах (а также легчайшие возбуждения, отвечающие струнам, перетянутым между D–бранами разных размерностей) возникают как голдстоуновские возбуждения из–за нарушения симметрии порожденной алгеброй симплектоморфизмов, до симметрии, порожденной $U(k)$.

В параграфе 3.3 мы используем наблюдения части 3.2 для формулировки единого подхода к взаимодействиям D–бран с RR–полями замкнутой струны. Эти взаимодействия имеют аномальную природу, поэтому мы ожидаем, что рассматриваемое нами ультрафиолетовое приближение будет давать точные ответы для них.

Общее взаимодействие D–бранных возбуждений с RR–полями определено следующим образом. Любая конфигурация D–бран в теории струн типа IIB определяет некоторый элемент группы K^0 в пространстве–времени, который может быть представлен как формальная разница векторных расслоений с точностью до некоторой эквивалентности. Последние естественно интерпретируются как калибровочные расслоения на D9– и $\overline{\mathrm{D9}}$–бранах, заполняющих все пространство–время. Существует каноническое отображение группы K^0 в когомологии многообразия, которое определяется посредством характеров Черна. Для того, чтобы получить явное представление для этого отображения в терминах (замкнутых) дифференциальных форм, следует оснастить разность расслоений некоторым аналогом связности — суперсвязности. Эту суперсвязность, отвечающую конфигурации D9–$\overline{\mathrm{D9}}$–бран, можно построить в терминах полей открытой струны. Используя такой формализм, мы исследуем аннигиляцию D–бран и получаем общий подход к взаимодействию всех D–бран с RR–полями.

Четвертая глава посвящена АдС/КТП–соответствию. D–браны удивительным образом дают геометрическое описание различных явлений в суперсимметричной теории Янга–Миллса. Имея это в виду, в главе 4 мы даем геометрическую интерпретацию потока ренормализационной группы в такой теории. Наша идея основывается на дуальности, предложенной в работе Малдацены, которая связывает четырехмерную суперсимметричную теорию Янга–Миллса при большом ранге калибровочной группы N и теорию суперструн типа IIB на фоне пространства $\mathrm{AdS}_5 \times \mathrm{S}_5$. Такая дуальность называется АдС/КТП–соответствием. В частях 4.1 и 4.2 мы показываем [7], [8], что классические уравнения движения полей в теории супергравитации (низкоэнергетическом приближении к теории струн) являются уравнениями ренормализационной группы для источников в суперсимметричной теории Янга–Миллса.

Четвертая глава заканчивается рассмотрением некоторого предела АдС/КТП–соответствия, который устанавливает связь между суперсимметричной теорией Янга–Миллса, в некотором двойном скейлинговом пределе, и теорией струн на фоне метрики pp–волны. Есть надежда, что рассмотрение этого предела АдС/КТП–соответствия позволит точно решить как саму суперсимметричную теорию Янга–Миллса в пределе большого числа цветов, так и дуальную ей нелинейную сигма модель на фоне пространства Анти–Де–Ситтера. Мы же приводим формулу, которая устанавливает явную связь между корреляционными функциями на обеих сторонах соответствия в рассматриваемом двойном скейлинговом пределе [9].

В пятой главе мы исследуем вопрос перенормируемости разложения по большим значениям N в некоммутативной $O(N)$ модели Гросса–Неве в двух и трех измерениях [10], [11]. В обоих случаях мы находим, что ультрафиолетовое обрезание не выпадает из теории. Если мы устремим его к бесконечности, то четырехфермионное взаимодействие становится тривиальным.

Широкое внимание к некоммутативным теориям мотивировано тем, что они появляются в низкоэнергетическом пределе теорий струн на фоне антисимметричных тензорных полей. Они сохраняют некоторые из интересных свойств теории струн, такие как нелокальность, которая поэтому может быть изучена в более простом контексте некоммутативной теории поля. Так как теории струн являются согласованными квантовыми теориями, некоммутативные теории, которые являются их пределом, тоже должны быть внутренне согласованными. Действительно, для некоторых теорий была явно показана унитарность на уровне одной петли. Проблема перенормируемости этих теорий поднимает следующий вопрос: возникает ли в пределе маленькой струнной шкалы расстояний $\sqrt{\alpha'}$ теория поля с нетривиальными взаимодействиями?

В общей ситуации и особенно в системах, где эффективная константа связи велика в инфракрасном пределе, динамика при сильной константе связи ведет к возникновению массовой щели. В коммутативной теории этот факт помогает при решении таких проблем, как инфракрасный полюс Ландау, который возникает в теориях без инфракрасно стабильной точки. В главе 6 мы видим явные примеры некоммутативных теорий, в которых тот же механизм — динамическое возникновение энергетической щели — не решает проблем, связанных с сильной константой связи.

Следует заметить, что нам известны некоммутативные теории, которые перенормируемы из–за того, что θ не входит в расходящиеся графы, т.е. некоммутативность не модифицирует ультрафиолетовые свойства теорий. Список таких теорий включает модель Гросса–Неве с фермионами Дирака и некоммутативную $N = 4$ суперсимметричную теорию Янга–Миллса, которая описывает при низких энергиях D3–брану в теории струн типа IIB на фоне постоянного поля B. В этих случаях, т.к. ультрафиолетовые расходимости не затрагиваются некоммутативностью, инфракрасные сингулярности, которые возникали бы наряду с ними, тоже отсутствуют.

Важным аспектом наших аргументов для асимптотически свободных некоммутативных теорий с параметром θ, входящим в расходящиеся диаграммы, является предположение, что вакуум трансляционно инвариантен. Это действительно является разумным предположением, т.к. эффективное действие имеет глубокий минимум в случае трансляционно инвариантных состояний: в спектре не видны тахионные возбуждения вокруг такого вакуума.

Шестая глава посвящена симплициальным гравитационным теориям. Пытаясь понять общее соотношение между калибровочными и струнными теориями, мы рассматриваем в этой главе (основанной на статьях [12], [13]) явную связь функционального интеграла матричной теории поля и статистической суммы симплициальной теории струн — теории, описывающей вложения двумерных симплициальных многообразий в пространство–время исходной теории поля. Наши выкладки достаточно общи и могут быть обобщены на случай теории Янга–Миллса. Однако мы рассматриваем игрушечный пример матричной теории ϕ^3, струнный образ которой легче всего интерпретируется.

Чтобы установить связь между двумя теориями, мы проделываем преобразование дуальности: до некоторой степени рассматриваемое преобразование — это решеточный аналог T–дуальности, хотя у пространства–времени нашей теории поля нет компактных направлений. Используя это преобразование, мы показываем, что суммирование по диаграммам Фейнмана и интегрирование по параметрам Швингера эквивалентно сумме по триангуляциям двумерных поверхностей и интегрированию по физическим двумерным расстояниям между вершинами симплициальных многообразий. Последнее должно быть суммированием по всем двумерным геометриям и всем вложениям симплициальных многообразий в пространство–время. Это будет верно, если суммировать по симплициальным (кусочно постоянным) метрикам с правильным весом, следующим из нормы, относительно которой они плотны в пространстве произвольных двумерных метрик.

Для того, чтобы понять этот факт, мы рассматриваем игрушечный пример свободной релятивистской частицы. В последнем случае мы приводим аналог симплициальной статистической суммы, которая решает уравнение Клейна–Гордона. В ней "интеграл" по всем одномерным геометриям дается суммированием по всем ломаным и интегрированием по расстояниям между вершинами в ломаных. Интегрирование по всем положениям вершин в объемлющем пространстве дает полную сумму по вложениям. Результирующее симплициальное выражение в точности равно интегралу по путям для релятивистской частицы, т.е. в таком симплициальном интеграле не надо брать непрерывный предел! Действительно, оба выражения решают одно и то же неоднородное уравнение Клейна–Гордона с δ–функциональным источником в правой части.

Однако мы пока еще не имеем полного понимания свойств полученной двумерной симплициальной теории струн. В частности, действительно ли мы получаем сумму по всем двумерным геометриям с правильной нормой, если рассматривается произвольная точка пространства параметров исходной теории поля? В любом случае, мы предлагаем уравнение, которое решает статистическая сумма симплициальной теории открытых струн. Это петлевое уравнение в матричной теории поля для нестандартных петлевых операторов, которые зависят как от петель, так и от внутренней одномерной метрики. Рассматриваемое петлевое уравнение имеет естественную интерпретацию, как нелинейное обобщение уравнения Уиллера–ДеВитта в двумерной теории, содержащей гравитацию. Т.е. оно должно иметь решение в виде функционального интеграла поляковского типа в непрерывной теории струн. Поэтому, если такая интерпретация верна, то в симплициальной теории струн не нужно брать непрерывный предел.

В седьмой главе мы делаем попытку дать ответ на два взаимосвязанных вопроса [14], [15], [16]:

1) Какая теория описывает динамику неабелевых тензорных полей?

2) Как определить гамильтонов формализм для неточечных объектов так, чтобы "временная" эволюция проходила одновременно в нескольких направлениях? Т.е. так, чтобы из точки возникала, скажем, струна (в случае эволюции в двух направлениях).

Последний вопрос нам наиболее интересен и связан с рассмотрениями главы 6. Однако мы начинаем изложение в более общей форме — в форме ответа на первый вопрос для случая 2–тензорных полей.

Для определения теории 2–тензорного поля следует понять его природу. Мы полагаем, что будет правильным рассматривать тензорное поле как связность на некотором необычном расслоении. Или, лучше сказать, мы предлагаем несколько иной взгляд на известные типы расслоений, в рамки которого естественным образом укладывается 2–тензорное поле. Базой этого расслоения является пространство петель $\mathcal{LX}$ конечномерного пространства X. Точкой пространства $\mathcal{LX}$ является петля γ (или даже набор петель) на пространстве X. Путь, связывающий две точки γ_1 и γ_2 на базе $\mathcal{LX}$, является поверхностью $\Sigma(\gamma_1, \gamma_2)$ внутри пространства X. Например, поверхность $\Sigma(\gamma_1, \gamma_2)$ может иметь цилиндрическую топологию с двумя петлями на краях γ_1 и γ_2.

Таким образом, связность $\widehat{B}$ на данном расслоении является 2–формой, которую следует интегрировать по поверхности Σ. Это похоже на стандартную ситуацию со струнным 2–тензорным B-полем, но в отличие от нее, мы хотели бы рассматривать такие слои V (над каждой из точек петель γ_1 и γ_2), которые имеют размерность выше единицы. Поэтому поле $\widehat{B}$ в этом случае несет "цветовые" индексы. Соответственно "матрица голономии" для связности $\widehat{B}$ (над путем/ поверхностью Σ) имеет непрерывное число индексов, распределенных по петлям γ на краях. Поэтому, для определения голономии поля $\widehat{B}$ следует ввести определение упорядочения по поверхности.

Не пытаясь формализовать эти концепции, мы представляем явную конструкцию перечисленных выше объектов. Для определения упорядочения по поверхности мы рассматриваем триангуляцию $\widetilde{\Sigma}$ римановой поверхности Σ. Тогда упорядочение по поверхности получается посредством склейки по всей симплициальной поверхности экспонент от $\widehat{B}$, приписанных каждому симплексу. Но при этом очевидно, что экспоненты должны нести три индекса в соответствии в тремя ребрами каждого симплекса — треугольника. Вопрос состоит в том, чтó является *экспонентой, которая имеет три индекса*? Чтобы двигаться дальше, предположим, что это новый объект — функция от матрицы $\widehat{B}$, которая также имеет три индекса. Мы определяем эту функцию в главе 8. Для этого мы требуем, чтобы выполнялись основные свойства, необходимые для придания конструкции смысла. Конструкция осмысленна, если определение упорядочения по поверхности не зависит от способа взятия континуального предела (от $\widetilde{\Sigma}$ к Σ): об этом факте мы говорим как о независимости определения упорядочения по поверхности от триангуляциии.

Таким образом, основная трудность в определении состоит в отсутствии понимания того, как экспоненциировать матрицы с тремя индексами. В главе 8 мы объясняем, как преодолеть эту трудность.

Экспонента матрицы B_{ijk} с тремя индексами может иметь *любое* число внешних индексов (не только ноль или два, как экспонента матрицы с двумя индексами): как мы показываем, индексы рассматриваемой *экспоненты* классифицируются в соответствии с двумерными топологиями. В результате она подчиняется большому числу различных тождеств, вытекающих из условий независимости от триангуляции. Более того, функция от рассматриваемой трилинейной формы B на самом деле не является экспонентой в общепринятом смысле, но мы будем ее называть так по той причине, что она подчиняется условиям независимости от триангуляции и решает линейное дифференциальное уравнение. Как мы надеемся, такое дифференциальное уравнение определит квантовую гамильтонову эволюцию линейного объекта — струны, если слоем рассматриваемого расслоения будет стандартное гильбертово пространство.

Идея заключается в том, что квантовомеханическую амплитуду

$$\left\langle y \left| e^{\mathrm{i}\,\hat{H}\,T} \right| x \right\rangle$$

можно рассматривать как голономию для связности $\hat{H} : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ в расслоении, базой которого является множество значений T, а слоем — гильбертово пространство $\mathcal{H}$, т.е. пространство векторов $\langle x|$. Тогда, как мы показываем, струнную амплитуду следует рассматривать, как голономию вдоль поверхности для некоторой связности $\hat{B} : \mathcal{H}^3 \to C$ на расслоении нового типа. В этом расслоении базой является пространство петель на мировом листе струны Σ (множестве всех значений σ и τ). Точкой такого пространства является набор замкнутых кривых, вложенных в Σ. Слоем рассматриваемого расслоения является континуальное произведение квантовомеханических гильбертовых пространств $\mathcal{H}$ вдоль петель, $\prod_s \mathcal{H}_s$, где s — это параметризация вдоль соответствующего набора путей. Т.е. элементом такого слоя является вектор $\langle x(s)| = \prod_s \langle x|_s$. Таким образом, мы надеемся представить струнную амплитуду в виде:

$$\left\langle y^{(1)}(t_1)\right| \left\langle y^{(2)}(t_2)\right| \dots \left\langle y^{(m)}(t_m)\right| AE_{g,I,\kappa}^{-\int\int_\Sigma d\sigma d\tau \hat{B}(\sigma,\tau)} \left|x^{(1)}(s_1)\right\rangle \left|x^{(2)}(s_2)\right\rangle \dots \left|x^{(n)}(s_n)\right\rangle,$$

где AE — это упорядоченная вдоль поверхности Σ экспонента от кубического оператора $\hat{B} : \mathcal{H}^3 \to C$ — "матрицы" с тремя индексами. В восьмой главе мы определяем такую экспоненту и находим ее связь с топологиями двумерных поверхностей. Как мы надеемся, такой подход поможет нам сформулировать струнную теорию поля, не зависящую от фона.

Восьмая глава. Нередко бывает полезным возвращаться к обсуждению простых и фундаментальных вопросов. Поэтому в последней главе мы обсуждаем стабильность различных гравитационных фонов в контексте эффектов Хокинга и Унру [17] — [21]. Понимание этих явлений является первым шагом на пути квантования гравитации. Мы устанавливаем связь между эффектами Унру и Соколова–Тернова. Т.к. последний подтвержден экспериментально, то мы надеемся, что эта связь прольет свет на физическую природу эффекта Унру и излучения Хокинга.

В заключении мы перечисляем основные результаты диссертации.

Приложение. Чтобы сделать текст диссертации как можно более самодостаточным и нашу мотивацию более предметной, мы приводим в приложении к диссертации краткий обзор теории струн и АдС/КТП–соответствия.

3 Основные результаты

I. Показано как гравитационные эффекты можно увидеть в рамках теорий Янга–Миллса на мировых объемах D–бран.

1. Определено каким образом необходимо модифицировать граничное состояние в теории струн (отвечающее D–бране), чтобы оно правильно воспроизводило амплитуды взаимодействия D–бран с замкнутыми струнами вне массовой поверхности в простейшей ситуации.

2. Определено каким образом можно полностью воспроизвести метрику, отвечающую D3–бране из редуцированной в ноль измерений суперсимметричной теории Янга–Миллса (описывающей низкоэнергетическую динамику D–инстантона), взаимодействующей с гипермультиплетами. Это является первым примером полного согласия между вычислениями в (редуцированной) теории Янга–Миллса и в теории гравитации.

3. Определено каким образом D–браны могут пробовать аннигиляцию D–$\bar{\text{D}}$–систем. Также показано, как можно зафиксировать значение поля тахиона после аннигиляции из условия инвариантности действия на пробе относительно κ–симметрии. Если последнее условие выполнено, то аннигиляция D–$\bar{\text{D}}$–системы видна на пробе как ренормализационно–груповой поток из несуперсимметричной теории в суперконформно стабильную точку.

4. Показано, что перенормировка заряда в четырехмерной теории поля может быть воспроизведена из перенормировки метрики в редуцированной из нее матричной квантовой механике. С использованием этого факта приведено новое доказательство теорем о неперенормируемости в суперсимметричных теориях Янга–Миллса.

5. Установлена связь между дважды суперсимметричной матричной квантовой ме-

ханикой, полученной редукцией из четырехмерной теории Янга–Миллса, с трехмерным объемлющим пространством и келлеровой квантовой механикой, а также с келлеровой двумерной σ–моделью.

II. Дано единое описание взаимодействий всевозможных D–бранных систем с RR–полями.

6. Сформулировано приближение, в котором открытые струны хорошо описываются дифференциальными операторами. В этом приближении можно работать с теорией струн вне массовой поверхности и понять, каким образом координаты D–бран становятся матрицами.

7. Выведена общая формула, описывающая взаимодействие всевозможных конфигураций D–бран с RR–полями. В этом контексте легчайшие моды открытых струн со всеми возможными вариантами граничных условий (включая неабелевы степени свободы) возникают как голдстоуновские бозоны при некотором нарушении симметрии.

III. Сформулированы принципы голографической ренормализационной группы.

8. Показано, что в рамках АдС/КТП–соответствия имеется геометрический взгляд на ренормализационно–групповые уравнения в теории поля на границе пространства АдС.

9. В пределе больших значений N уравнения вильсоновской ренормализационной группы для любой матричной (калибровочной) d–мерной теории поля переписаны в виде уравнений Гамильтона в некоторой $d+1$–мерной теории.

10. Установлена явная связь между корреляционными функциями $\mathcal{N}=4$ суперсимметричной теории Янга–Миллса на пространстве $S^3 \times R$ в некотором двойном скейлинговом пределе и амплитудами рассеяния теории струн на фоне pp–волны. Связь явно представлена для двух– и трехточечных корреляционных функций в этих теориях. Установлено какие возбуждения струны отвечают модам Калуцы–Клейна теории Янга–Миллса на S^3.

IV. Точно решены некоторые некоммутативные модели.

11. Точно решена некоммутативная модель Гросса-Неве в двух и трех измерениях. Показано, что в обоих случаях модель имеет патологии и не может быть перенормирована.

12. В двумерной и трехмерной модели Гросса–Неве найден двойной скейлинговый предел. В этом пределе, несмотря на то, что модель становится некоммутативной на шкале регуляризации, некоммутативность проявляет себя на всех шкалах энергии.

V. Сформулирована симплициальная теория для частиц (0–бран) и для струн (1–бран). Показана связь последней с взаимодействующей теорией поля. А также показано, что симплициальные теории дают выражения, эквивалентные их аналогам в континуальных теориях.

13. Функциональный интеграл для релятивистской частицы переписан в форме суммы по кусочно постоянным одномерным метрикам и вложениям.

14. Разложение по константе взаимодействия в теории поля переписано в виде симплициальной теории струн — теории, описывающей вложения двумерных симплициальных многообразий в пространство–время соответствующей теории поля.

15. Показано, что браны и гравитацию можно квантовать, суммируя по всевозможным кусочно–постоянным метрикам, а не только по гладким.

16. Выведены петлевые уравнения в матричной теории поля. Обсуждается их связь с уравнениями Уиллера–ДеВитта и их возможное решение в форме континуальной теории струн.

VI. Сформулирована поверхностная экспонента в форме обобщаемой на большее число измерений. Показана связь таких экспонент с топологиями пространств соответствующей размерности. С использованием поверхностной экспоненты сделана попытка проквантовать одномерные объекты, а также сформулирована теория неабелевых тензорных полей.

17. Найден способ экспоненциирования кубических массивов чисел (матриц с тремя индексами) — поверхностная экспонента. Показана связь поверхностной экспоненты с двумерными топологиями и ассоциативными алгебрами.

18. Показано, как можно сформулировать голономии вдоль двумерных поверхностей с использованием поверхностной экспоненты. На основе этого сформулирована теория неабелевых 2–тензорных полей. Найдена форма калибровочных преобразований и тензор кривизны для неабелевых тензорных полей.

VII. Изучены физические основы нестабильности решений уравнений гравитации.

19. Дано квазиклассическое микроскопическое описание излучения черной дыры.

20. Найдена связь между эффектами Унру и Соколова–Тернова. Последний экспериментально подтвержден.

Публикации по теме диссертации

[1] E.Akhmedov, "D–instantons probing D3–branes and the AdS/CFT–correspondence" , Phys. Rev. D **59**, 101901 (1999), hep-th/9812038.

[2] E. Akhmedov, "D-brane Annihilation, Renormalization Group Flow And Non-linear σ-model For The ADHM Construction," hep-th/0005105, Nucl. Phys. **B592** (2001) 234.

[3] E. T. Akhmedov and A. V. Smilga, “On the relation between effective supersymmetric actions in different dimensions,” arXiv:hep-th/0202027; Yad. Fiz. 66 (2003) 2290.

[4] E.Akhmedov, M.Laidlaw and G.Semenoff, “On modification of the boundary state formalism in off–shell string theory”, JETP Lett. 77 (2003) 1; hep–th/0106033.

[5] E. T. Akhmedov, A. A. Gerasimov and S. L. Shatashvili, “On unification of RR couplings,” hep-th/0105228; JHEP, 0107:040, 2001.

[6] E.Akhmedov, “Non–Abelian structures in BSFT and RR couplings”, hep-th/0110002; Published in “Fukuoka 2001, String Theory” 3-16.

[7] E. T. Akhmedov, “A remark on the AdS/CFT correspondence and the renormalization group flow,” Phys. Lett. B **442**, 152 (1998) [arXiv:hep-th/9806217].

[8] E. T. Akhmedov, “Notes on multi-trace operators and holographic renormalization group,” arXiv:hep-th/0202055; Talk given at 30 years of SUSY, Minnesota, 2000.

[9] E.Akhmedov, “On the relations netween correlation functions in SYM/pp–wave correspondence”, hep-th/0212297, preprint ITEP–25–06.

[10] E. T. Akhmedov, P. DeBoer and G. W. Semenoff, “Running couplings and triviality of field theories on non-commutative spaces,” hep-th/0010003; Phys. Rev. D64 (2001) 065005.

[11] E.Akhmedov, P.DeBoer and G.Semenoff, “Noncommutative Gross–Neveu model at large N”, hep-th/0103199, JHEP 0106:009, 2001.

[12] E. T. Akhmedov, “Expansion in Feynman graphs as simplicial string theory,” JETP Lett. **80**, 218 (2004) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **80**, 247 (2004)] [arXiv:hep-th/0407018].

[13] E. T. Akhmedov, “Simplicial vs. continuum string theory and loop equations,” arXiv:hep-th/0502174, Письма в ЖЭТФ 2005, т. 81, ст. 445.

[14] E. T. Akhmedov, “Towards the theory of non-Abelian tensor fields. I,” arXiv:hep-th/0503234, Teor. Math. Fiz. Vol. 145, No. 3 (2005) 322.

[15] E. T. Akhmedov, V. Dolotin and A. Morozov, “Comment on the surface exponential for tensor fields,” arXiv:hep-th/0504160; JETP Lett. 81 (2005) 639.

[16] E. T. Akhmedov, “Towards the theory of non-Abelian tensor fields. II”, Accepted for publication in Theor. Math. Phys., hep-th/0506032.

[17] E. T. Akhmedov, V. Akhmedova, T. Pilling and D. Singleton, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 1705 (2007) [arXiv:hep-th/0605137].

[18] E. T. Akhmedov, V. Akhmedova and D. Singleton, Phys. Lett. B **642**, 124 (2006) [arXiv:hep-th/0608098].

[19] E. T. Akhmedov, T. Pilling and D. Singleton, ‘Subtleties in the quasi-classical calculation of Hawking radiation”, Essay with Honorable mention at GRF contest, to appear in special eddition of IJMP D.

[20] E. T. Akhmedov and D. Singleton, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 4797 (2007) [arXiv:hep-ph/0610391].

[21] E. T. Akhmedov and D. Singleton, arXiv:0705.2525 [hep-th], Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.86:702-706,2007.