

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Тихоокеанский государственный университет

На правах рукописи

Мазур Игорь Александрович

**Исследование резонансных ядерных процессов в
микроскопических подходах с использованием
осцилляторного базиса**

Специальность: 01.04.16 – Физика атомного ядра и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Хабаровск – 2017

Работа выполнена на кафедре «Физика» Тихоокеанского государственного университета.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук,
доцент

*Широков Андрей Михайлович,
Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова*

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор

*Виницкий Сергей Ильич,
Объединенный институт ядерных исследований*

доктор физико-математических наук,
профессор

*Эфрос Виктор Данилович,
Национальный исследовательский центр
«Курчатовский институт»*

Ведущая организация:

Санкт-Петербургский государственный университет

Защита состоится __ _____ 2017 г. в __⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований (Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова) по адресу: 141980, г. Дубна Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан __ _____ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

Быстрицкий Юрий Михайлович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. В настоящее время активно развиваются подходы *ab initio* — безмодельные подходы к описанию ядер и ядерных реакций, где в качестве входной информации берётся только реалистическое взаимодействие между нуклонами, включающее в себя нуклон-нуклонные (NN) и трёхнуклонные ($3N$) силы.

За последние 20 лет были созданы эффективные методы *ab initio* описания структуры ядра. С нашей точки зрения одним из наиболее перспективных таких методов является модель оболочек без инертного кора (англ. No-Core Shell Model, NCSM) [1]. NCSM использует многочастичный осцилляторный базис, включающий все возможные состояния A -частичной ядерной системы с полным числом осцилляторных квантов, не превышающим некоторое значения \mathbb{N} , которое является параметром метода. В NCSM существует возможность полного отделения движения центра масс ядра. Однако, как и в случае любого другого подхода *ab initio*, размер базиса быстро растёт с числом нуклонов A , и надёжность предсказаний NCSM в случае достаточно тяжёлых ядер падает из-за необходимости введения все более сильного обрезания многочастичного базиса за счёт уменьшения параметра \mathbb{N} . В настоящее время возможности современных суперкомпьютеров позволяют рассчитывать в NCSM с разумной точностью ядра с массой $A \lesssim 20$. Расчёт энергий основных и возбуждённых состояний ядра в NCSM (равно как и в других версиях модели оболочек) начинается с нахождения зависимости $E_\nu(\hbar\Omega)$ связанного состояния ν в некотором модельном пространстве. Минимум такой зависимости ассоциируется с энергией этого состояния. Сходимость расчётов и их точность предсказания энергии оценивается при сопоставлении результатов, полученных в соседних модельных пространствах.

Методы описания связанных состояний ядерных систем развиты несравненно лучше методов описания состояний континуума ядерных систем. За последнее десятилетие был достигнут значительный прогресс в описании реакций в трёх- и четырёхнуклонных системах (см. обзор [2]). Для описания рассеяния в системах, состоящих более чем из четырёх нуклонов, в настоящее время также предложены методы *ab initio*, способные описать наблюдаемые на основе реалистического взаимодействия. В методе Монте–Карло для функции Грина [3] были рассчитаны [4] характеристики низколежащих резонансных состояний $n\alpha$ -рассеяния с $J^\pi = \frac{3}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^-$, а также нерезонансного состояния $\frac{1}{2}^+$ с энергией ниже 5 МэВ в системе центра масс. Однако, расчёты состояний непрерывного спектра в этом методе фактически ограничились $n\alpha$ -рассеянием и существенного продвижения пока не произошло.

Свойства ядерных резонансов могут быть исследованы с помощью модели

оболочек, учитывающей Гамовские состояния, в частности версией *ab initio* такой модели, не использующей понятия инертного кора (No-Core Gamov Shell Model, NCGSM) [5]. Так же существует подход, который заключается в комбинировании NCSM и метода резонирующих групп (англ. Resonant Group Method, RGM). Такой подход известен под названиями NCSM/RGM или NCSMC (No-Core Shell Model with Continuum) [6]. Этот метод в настоящее время используется для ряда процессов, включающих в себя вплоть до $A = 11$ нуклонов.

Подходы NCGSM и NCSMC основаны на модели оболочек и существенно усложняют расчёты. Возможно ли без усложнения расчётов выделить информацию о состояниях непрерывного спектра непосредственно из результатов, полученных в модели оболочек? Обычно полагается, что энергии состояний в континууме ассоциируются с резонансными энергиями. Однако, как было показано в работах [7,8] состояния модели оболочек могут оказываться выше области резонанса, особенно в случае широких резонансов. Более того, анализ в работах [7,8] демонстрирует, что модель оболочек должна также генерировать некоторые состояния в нерезонансном континууме.

В настоящей работе предлагается метод SS-HORSE (Single State Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations) описания состояний непрерывного спектра, в том числе резонансных, на основе реалистического NN -взаимодействия. В качестве первого этапа в рамках этого метода нужно получить зависимость собственных значений E_ν гамильтониана NCSM от модельных параметров — параметра обрезания базиса N и параметра осцилляторного базиса $\hbar\Omega$. Второй этап заключается в расчёте зависимости сдвига фаз от энергии и резонансных параметров (если они есть). Второй этап не предполагает сложных вычислений, следовательно, в принципе с помощью метода SS-HORSE можно рассчитывать характеристики процессов рассеяния с участием $A \lesssim 20$ нуклонов.

Вызывает интерес возможность применения метода SS-HORSE к описанию состояний непрерывного спектра и особенно резонансных состояний экзотических ядер. В частности, это касается системы четырёх нейтронов, интерес к которой возник вновь после недавнего эксперимента [9], который дал указание на существование резонансной структуры в системе $4n$ с энергией $0.83 \pm 0.65(\text{статист.}) \pm 1.25(\text{сист.})$ МэВ и с верхней оценкой ширины в 2.6 МэВ. Данный эксперимент набрал достаточно малую статистику, однако вскоре планируется осуществить новые эксперименты по исследованию данной системы.

Вопрос об изучении экзотической структуры $4n$ был поднят около полувека назад. За этот период в рамках теоретических исследований было показано, что согласно современным представлениям о ядерном взаимодействии, связанного состояния в такой системе быть не может [10]. С другой стороны, вопрос о существовании и характеристиках резонансного состояния остаётся открытым.

Отметим, что до сих пор не удавалось получить сравнительно узкий резонанс тетранейтрона при низких энергиях (история изучения тетранейтрона кратко изложена в работе [11]).

Цели и задачи диссертационной работы. Цель настоящей работы заключается в развитии подходов *ab initio* к описанию состояний непрерывного спектра (в том числе резонансов) ядерных систем.

Задачами являются:

- Разработка метода SS-HORSE для описания упругого рассеяния и резонансов на основе вариационных расчётов с осцилляторным базисом и его верификация в модельной задаче.
- Использование метода SS-HORSE для описания упругого рассеяния $n\alpha$ и анализа резонансов $\frac{3}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^-$ на основе расчётов *ab initio* в модели оболочек без инертного кора с реалистическим NN -взаимодействием ядер ${}^5\text{He}$ и ${}^4\text{He}$.
- Обобщение метода SS-HORSE на случай истинно многочастичного рассеяния $4 \rightarrow 4$, анализ резонансных свойств системы четырёх нейтронов на основе расчетов в модели оболочек без инертного кора с реалистическим NN -взаимодействием.
- Разработка последовательного метода описания рассеяния нуклона на ядре в рамках модели оболочек без инертного кора на основе алгоритма Ланцоша и формализма осцилляторного представления уравнений теории рассеяния и его верификация в модельной задаче.

Научная новизна.

- Предложен метод SS-HORSE описания состояний рассеяния в ядерных процессах на основе расчётов в NCSM с реалистическим NN -взаимодействием. Метод апробирован на двухчастичной задаче, моделирующей рассеяние нейтрона на α -частице.
- Метод SS-HORSE применён к описанию рассеяния нейтрона на α -частице с использованием расчётов ядер ${}^5\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ в NCSM с реалистическим NN -взаимодействием JISP16. Полученные сдвиги фаз и резонансные характеристики находятся в согласии с результатами анализа экспериментальных данных.
- Метод SS-HORSE обобщён на случай многочастичного рассеяния в приближении демократического распада. Рассмотрена система четырёх нейтронов в NCSM с реалистическим взаимодействием JISP16. Впервые в теоретических расчётах получено, что в такой системе существует резонансное состояние в низкоэнергетической области, определены его энергия и ширина, а также поведение сдвига фаз в низкоэнергетической области.

- Предложен последовательный подход анализа состояний рассеяния в NCSM, основанный на свойствах осцилляторного базиса и алгоритма Ланцоша. Метод апробирован на модельной задаче.

Теоретическая и практическая значимость. В диссертационной работе предложены новые теоретические подходы к описанию состояний непрерывного спектра ядерных систем. Задача описания процессов рассеяния *ab initio* является актуальной задачей ядерной физики. Кроме общетеоретического значения, разработанные методы могут быть использованы для оценки характеристик рассеяния экспериментально неизученных или слабо изученных процессов. Такая информация необходима для постановки экспериментов в области ядерной физики. В частности, в данной работе получено, что в системе четырёх нейтронов существует резонансное состояние.

Результаты, представленные в данной работе, могут найти применение в теоретических и экспериментальных исследованиях в области ядерной физики, которые проводятся в российских и зарубежных научных центрах, в частности в ТОГУ (г. Хабаровск), МГУ имени М. В. Ломоносова (г. Москва), ОИЯИ (г. Дубна), НИЦ “Курчатовский институт” (г. Москва), МИФИ (г. Москва), СПбГУ (г. Санкт-Петербург), ВГУ (г. Воронеж), Rare Isotope Science Project (Республика Корея), Iowa State University (США), RIKEN (Япония), Texas A&M University (США), University of Notre Dame (США), Michigan State University (США), Grand Accélérateur National d’Ions Lourds (Франция), University of Washington (США).

Методология и методы исследования. В работе используются методы квантовой теории рассеяния и структуры ядра.

Степень достоверности. Разработанный метод SS-HORSE для микроскопического описания упругого рассеяния основан на надёжных и апробированных подходах в квантовой теории рассеяния и структуры атомного ядра.

Предложенный в работе метод анализа состояний рассеяния с высокой точностью воспроизводит результаты модельной двухчастичной задачи, тем самым демонстрируя возможность применения и в многочастичных задачах.

При описании резонансного рассеяния на основе многочастичных расчётов использовалось реалистическое межнуклонное взаимодействие JISP16, достаточно успешно описывающее многие ядра с числом нуклонов вплоть до $A = 16$.

В диссертации показано, что метод SS-HORSE в случае использования состояний NCSM, полученных только в относительно небольших базисах, позволяет получить описание наблюдаемых в рассеянии практически с той же точностью, что и при использовании существенно более больших наборов базисных состояний.

Положения, выносимые на защиту:

- Предложен метод SS-HORSE описания состояний непрерывного спектра в ядерных системах на основе расчётов в модели оболочек без инертного кора.
- Метод SS-HORSE успешно применён для описания рассеяния нейтрона на α -частице на основе расчётов в модели оболочек без инертного кора ядер ${}^5\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ с реалистическим NN -взаимодействием JISP16. Полученные характеристики резонансного и нерезонансного рассеяния находятся в разумном согласии с экспериментальными данными.
- Метод SS-HORSE обобщён и использован для описания многочастичного рассеяния в приближении демократического распада. Обобщённый метод применён для поиска резонансного состояния системы четырёх нейтронов на основе расчётов в модели оболочек без инертного кора с NN -взаимодействием JISP16. Получено, что в такой системе существует резонансное состояние с энергией около 0.8 МэВ и шириной около 1.4 МэВ. Этот результат согласуется с недавно проведённым экспериментом.
- На основе свойств осцилляторного базиса и алгоритма Ланцоша предложен последовательный метод описания состояний континуума в ядерных системах в рамках модели оболочек без инертного кора.

Апробация результатов. Основные результаты диссертационной работы докладывались автором на следующих конференциях:

- XII региональная научная конференция “Физика: Фундаментальные и Прикладные Исследования, Образование” (г. Хабаровск, 28–31 октября 2013 года);
- Международная конференция “Nuclear Theory in the Supercomputing Era – 2014” (г. Хабаровск, 23–27 июня 2014 года);
- Всероссийская молодежная научная конференция “Физика: Фундаментальные и Прикладные Исследования, Образование” (г. Благовещенск, 23–27 сентября 2014 года);
- XIY международный семинар “Electromagnetic Interactions of Nuclei – 2015” (г. Москва, 5–8 октября 2015 года);
- Международная конференция “Nuclear Theory in the Supercomputing Era – 2016” (г. Хабаровск, 19–23 сентября 2016 года).

Публикации. Результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в 4 статьях [A1–A4] в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК, которые индексируются в международных базах Web of Science или Scopus; а также в 5 статьях в сборниках трудов конференций [A5–A9], которые индексируются в РИНЦ.

Личный вклад автора. Содержание диссертационной работы и положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Автор диссертационной работы принимал непосредственное участие, как на этапах постановки задач, так и на этапах вывода формул, проведения численных расчётов, а также обсуждения полученных результатов и подготовки публикаций. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объём диссертации составляет 119 страниц, из них 110 страниц текста, включая 74 рисунка. Библиография включает 105 наименований на 9 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследований, аргументирована их научная новизна, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе разработан метод SS-HORSE описания состояний рассеяния. Во введении (*параграф 1.1*) обсуждается мотивация создания данного метода.

В параграфе 1.2 рассматривается формализм HORSE (осцилляторное представление теории рассеяния) для описания одноканального рассеяния нейтральных частиц (подробно формализм изложен, например, в работе [12]). В таком формализме волновая функция системы двух частиц с приведённой массой $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, взаимодействующих посредством короткодействующего потенциала V , в парциальной волне с орбитальным моментом ℓ раскладывается в ряд по осцилляторным функциям. Базисные функции характеризуются осцилляторным параметром $\hbar\Omega$, числом осцилляторных квантов N и орбитальным моментом ℓ .

В осцилляторном базисе матрица кинетической энергии трёхдиагональна, её ненулевые элементы T_{NN} и $T_{N,N\pm 2}$ увеличиваются по абсолютной величине с ростом числа N . Вместе с тем, матричные элементы потенциала $V_{NN'}$ достаточно быстро убывают по абсолютной величине, поэтому начиная с некоторого полного числа осцилляторных квантов N матричными элементами $V_{NN'}$ можно пренебречь. В результате пространство состояний делится на внутреннюю

область с базисными функциями $N \leq \mathbb{N}$ (P -пространство), в которой взаимодействие учитывается полностью, и внешнюю область $N > \mathbb{N}$ (Q -пространство), где в гамильтониане присутствует лишь кинетическая энергия относительного движения.

В таком подходе сдвиг фазы рассеяния может быть найден при помощи формулы

$$\operatorname{tg} \delta_\ell(E) = -\frac{S_{N\ell}(E) - G_{\mathbb{N}\mathbb{N}}(E)T_{\mathbb{N},\mathbb{N}+2}^\ell S_{\mathbb{N}+2,\ell}(E)}{C_{N\ell}(E) - G_{\mathbb{N}\mathbb{N}}(E)T_{\mathbb{N},\mathbb{N}+2}^\ell C_{\mathbb{N}+2,\ell}(E)}, \quad (1)$$

где $S_{N\ell}(E)$ и $C_{N\ell}(E)$ — регулярные и нерегулярные осцилляторные решения для свободного гамильтониана, явный вид которых известен [12]; $G_{\mathbb{N}\mathbb{N}}$ определяется формулой

$$G_{NN'}(E) = -\sum_{\nu=0}^{\mathcal{N}-1} \frac{\langle \nu | N\ell \rangle \langle N'\ell | \nu \rangle}{E_\nu - E}, \quad (2)$$

где E_ν и $\langle N\ell | \nu \rangle$ — собственные значения и векторы ($\nu = 0, 1, \dots, \mathcal{N} - 1$; здесь \mathcal{N} — размерность базиса), которые могут быть получены как решение задачи

$$\sum_{N'=N_0, N_0+2, \dots, \mathbb{N}} H_{NN'} \langle N'\ell | \nu \rangle = E_\nu \langle N\ell | \nu \rangle, \quad N = N_0, N_0 + 2, \dots, \mathbb{N}, \quad (3)$$

где $H_{NN'} = T_{NN'} + V_{NN'}$ — матричные элементы гамильтониана, N_0 — минимально возможное число осцилляторных квантов. Размерность базиса \mathcal{N} в двухчастичной задаче связана с \mathbb{N} формулой $\mathbb{N} = 2\mathcal{N} + \ell$.

Непосредственное применение формализма HORSE для описания состояний рассеяния в современных расчётах *ab initio* в модели оболочек невозможно. Отметим, что уравнение (1) включает в себя сумму по всем собственным энергиям с данными значениями спина и чётности, число \mathcal{N} которых в многочастичной задаче резко растёт с ростом \mathbb{N} , таким образом, что сумма (2) включает в себя миллионы или миллиарды состояний в современных расчётах в NCSM. Эти состояния необходимо аккуратно отделить от возбуждения в движении центра масс. К сожалению, невозможно ограничиться в (1) небольшим набором состояний. На примере модельной двухчастичной задачи, описывающей $n\alpha$ -рассеяние, показано, что даже если энергия E будет достаточно близка к низколежащей собственной энергии E_ν , сумма вкладов некоторых высоколежащих состояний в (1) может оказаться существенной. В расчётах в NCSM ядра ${}^5\text{He}$ многочастичные состояния концентрируются вокруг собственных состояний модельного двухчастичного гамильтониана, и хотя вклад каждого конкретного собственного состояния в NCSM мал, сумма таких вкладов велика и близка к вкладу соответствующего состояния модельного гамильтониана. Вычисление большого числа многочастичных состояний требует больших вычислительных ресурсов. Отметим, что в многочастичных задачах также необходимо

вычислять компоненты $\langle \nu | \mathbb{N} \ell \rangle$ волновой функции, которые должны быть спроектированы на интересующий канал рассеяния. Такое проектирование требует численного применения трансформаций Тальми–Мошинского, которые усложняют задачу и приводят к потере точности в численных расчётах.

Для преодоления этих трудностей в параграфе 1.3 формулируется метод SS-HORSE, который требует вычисления сдвига фаз только при значениях энергий $E = E_\nu$, т. е. при энергиях, равных энергиям собственных состояний, лежащих выше порога реакции. Тогда уравнение (1) принимает вид:

$$\operatorname{tg} \delta_\ell(E_\nu) = -\frac{S_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu)}{C_{\mathbb{N}+2,\ell}(E_\nu)}. \quad (4)$$

Варьируя параметры \mathbb{N} и $\hbar\Omega$, можно получить собственные энергии E_ν и соответствующие сдвиги фаз в некотором интервале энергий. Параметризация $\delta_\ell(E)$ в этом энергетическом интервале даёт возможность экстраполировать их значения в бóльший интервал энергий и определить значения резонансной энергии и ширины.

В пункте 1.3.1 показано, что для низких энергий (т. е. $E \ll \frac{1}{8}\hbar\Omega (\mathbb{N} + 2 - \ell)^2$) выполняется условие скейлинга: параметры осцилляторного базиса \mathbb{N} и $\hbar\Omega$ не являются независимыми, а входят в уравнения для сдвига фаз только в комбинации

$$s = \frac{\hbar\Omega}{\mathbb{N} + 7/2}. \quad (5)$$

Сдвиг фазы в таком случае может быть рассчитан по формуле

$$\operatorname{tg} \delta_\ell(E_\nu) = \frac{j_\ell(2\sqrt{E_\nu/s})}{n_\ell(2\sqrt{E_\nu/s})}, \quad (6)$$

где $j_\ell(x)$ и $n_\ell(x)$ — сферические функции Бесселя и Неймана [13]. Кроме общетеоретического значения, наличие скейлинга позволяет ввести критерии выборки состояний NCSM, в которых достигнута сходимость фаз.

В пункте 1.3.2 обсуждаются способы параметризации сдвига фазы на основе аналитических свойств S -матрицы, в частности для резонансных состояний $\frac{3}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^-$ $n\alpha$ -рассеяния фаза может быть параметризована выражением

$$\delta_1(E) = -\operatorname{arctg} \frac{a\sqrt{E}}{E - b^2} - \frac{a}{b^2}\sqrt{E} + d(\sqrt{E})^3. \quad (7)$$

Первый член имеет смысл резонансной фазы, остальные члены относятся к фоновой фазе. Параметры a , b и d являются подгоночными, a и b связаны с энергией и шириной резонанса посредством соотношений

$$E_r = b^2 - a^2/2, \quad \Gamma = a\sqrt{4b^2 - a^2}. \quad (8)$$

Фаза состояния нерезонансного рассеяния $\frac{1}{2}^+$ может быть параметризована выражением

$$\delta_0(E) = \pi - \arctg \sqrt{\frac{E}{|E_b|}} + c\sqrt{E} + d(\sqrt{E})^3 + f(\sqrt{E})^5. \quad (9)$$

Выражение $\pi - \arctg \sqrt{E/|E_b|}$ имеет смысл вклада в фазу запрещённого принципом Паули связанного состояния с энергией E_b , остальные члены составляют фоновую фазу. Параметры E_b , c , d и f являются подгоночными.

В параграфе 1.4 метод SS-HORSE применяется к двухчастичной задаче, моделирующей $n\alpha$ -рассеяние. С помощью этого метода были получены фазы состояний рассеяния $\frac{3}{2}^-$, $\frac{1}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^+$ и энергии и ширины резонансов состояний $\frac{3}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^-$. Результаты с высокой степенью точности совпадают с точными значениями, полученными прямым численным интегрированием уравнения Шрёдингера.

В параграфе 1.5 метод SS-HORSE применяется для описания состояний рассеяния $\frac{3}{2}^-$, $\frac{1}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^+$ $n\alpha$ -рассеяния на основе расчётов *ab initio* в NCSM с реалистическим межнуклонным взаимодействием JISP16 [14]. Для этого в NCSM были рассчитаны энергии основного состояния ${}^4\text{He}$ в базисах с полным числом осцилляторных квантов $\mathbb{N} \leq 18$, нижайших энергий состояний ядра ${}^5\text{He}$ со спин-чётностью $\frac{3}{2}^-$, $\frac{1}{2}^-$ в базисах с $\mathbb{N} \leq 19$ и энергий состояний $\frac{1}{2}^+$ в базисах с $\mathbb{N} \leq 20$. Во всех случаях параметр базиса $\hbar\Omega$ варьировался от 10 до 40 МэВ.

Для анализа методом SS-HORSE необходимо отсчитывать энергию ядра ${}^5\text{He}$ относительно порога реакции $n + \alpha$. Следовательно, для каждой энергии ${}^5\text{He}$ нечётного (чётного) собственного состояния, полученного в базисе с параметрами \mathbb{N} и $\hbar\Omega$, необходимо вычесть энергию основного состояния ядра ${}^4\text{He}$, полученного с таким же значением $\hbar\Omega$ и полным числом осцилляторных квантов $\mathbb{N} - 1$ ($\mathbb{N} - 2$).

Отметим, что NCSM использует обрезание базиса по числу осцилляторных квантов, в то время как SS-HORSE требует обрезания по числу квантов относительного движения в системе нейтрона и α -частицы. Мы используем \mathbb{N} для анализа методом SS-HORSE, что было бы совершенно обоснованно, если волновая функция α -частицы описывалась бы нижайшей многочастичной осцилляторной функцией с нулём осцилляторных квантов, $\mathbb{N}^\alpha = 0$. Физически ясно, что такое приближение должно работать хорошо и в более общем случае, когда волновая функция α -частицы включает состояния с $\mathbb{N}^\alpha > 0$, в силу того, что состояние с $\mathbb{N}^\alpha = 0$ имеет большой вес. Вместо того, чтобы строго обосновать использование \mathbb{N} как числа квантов относительного движения в методе SS-HORSE, в работе предлагается обосновать это *a posteriori*: в работе продемонстрировано, что полученные сдвиги фаз $n\alpha$ -рассеяния согласуются с расчётами в NCSM, полученными в широком диапазоне \mathbb{N} и $\hbar\Omega$; более того, существует возможность предсказывать результаты NCSM в базисах с больши-

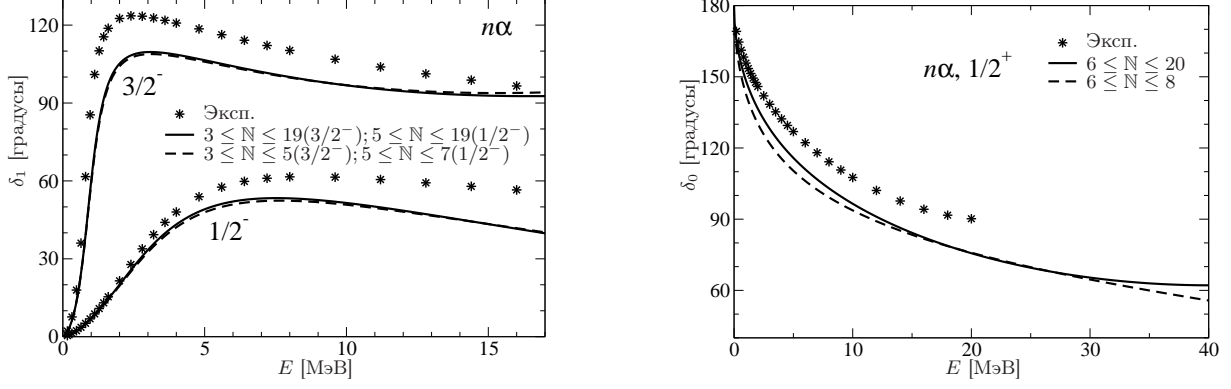


Рис. 1. Фазы $n\alpha$ -рассеяния, полученные в методе SS-HORSE на основе расчётов в NCSM ядра ${}^5\text{He}$ с NN -взаимодействием JISP16. Слева изображены фазы рассеяния $\frac{3}{2}^-$, рассчитанные на основе состояний NCSM, полученных в базисах с $3 \leq N \leq 19$ (сплошная кривая) и $3 \leq N \leq 5$ (штриховая кривая), а также фазы рассеяния $\frac{1}{2}^-$, рассчитанные на основе состояний NCSM, полученных в базисах с $5 \leq N \leq 19$ (сплошная кривая) и $5 \leq N \leq 7$ (штриховая кривая). Справа изображены фазы состояния $\frac{1}{2}^+$, рассчитанные на основе состояний NCSM, полученных в базисах $6 \leq N \leq 20$ (сплошная кривая) и $6 \leq N \leq 8$ (штриховая кривая). Звёздочками отмечены фазы, полученные на основе фазового анализа экспериментальных данных.

ми N на основе результатов с относительно небольшим значением N . Ясно, что эта предсказательная сила и согласованность результатов для фаз рассеяния, полученных в широком диапазоне значений N и $\hbar\Omega$, демонстрирует разумность всего предлагаемого подхода NCSM-SS-HORSE.

Полученные фазы состояний $\frac{3}{2}^-$, $\frac{1}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^+$ $n\alpha$ -рассеяния представлены на рис. 1. Видно, что все кривые находятся в разумном согласии с фазами, полученными при помощи фазового анализа экспериментальных данных. Так же на рис. 1 представлены фазы, полученные на основе состояний NCSM с небольшим числом квантов. Видно, что они близки с фазами, полученными на основе состояний NCSM с $3 \leq N \leq 19$ для состояния $\frac{3}{2}^-$, $5 \leq N \leq 19$ для состояния $\frac{1}{2}^-$ и $6 \leq N \leq 20$ для состояния $\frac{1}{2}^+$.

В таблице 1 приведены рассчитанные в методе SS-HORSE энергии и ширины резонансов ядра ${}^5\text{He}$, полученные на основе состояний NCSM в базисах с $3 \leq N \leq 19$ и $3 \leq N \leq 5$ для рассеяния $\frac{3}{2}^-$ и в базисах с $5 \leq N \leq 19$ и $5 \leq N \leq 7$ для рассеяния $\frac{1}{2}^-$. Для сравнения приведены энергии и ширины резонансов, полученные в R -матричном подходе на основе экспериментальных данных.

Результаты, полученные в сравнительно небольших базисах NCSM, хорошо воспроизводят результаты, полученные в больших базисах, что демонстрирует достигнутую сходимость расчётов.

Результаты первой главы опубликованы в работах [A3, A4, A6, A7, A9].

Во второй главе метод SS-HORSE обобщается на случай демократического распада, а затем применяется для исследования резонансных характеристик системы четырёх нейтронов. Во введении (*параграф 2.1*) даётся краткий обзор

Таблица 1. Резонансные параметры состояний $\frac{3}{2}^-$ и $\frac{1}{2}^-$ ядра ${}^5\text{He}$, полученные в методе SS-HORSE на основе расчётов NCSM ядра ${}^5\text{He}$. Нижняя строка — резонансные параметры, полученные на основе анализа экспериментальных данных.

$\frac{3}{2}^-$	E_r , МэВ	Γ , МэВ	$\frac{1}{2}^-$	E_r , МэВ	Γ , МэВ
$3 \leq \mathbb{N} \leq 19$	0.891	0.989	$5 \leq \mathbb{N} \leq 19$	1.856	5.456
$3 \leq \mathbb{N} \leq 5$	0.892	1.008	$5 \leq \mathbb{N} \leq 7$	1.834	5.511
R -матрица	0.80	0.65	R -матрица	2.07	5.57

текущего состояния исследования системы четырёх нейтронов.

В параграфе 2.2 производится обобщение метода SS-HORSE для процессов истинного многочастичного рассеяния A частиц. Показано, что сдвиги фаз рассеяния одноканального процесса $A \rightarrow A$ в таком методе могут быть рассчитаны по формуле

$$\text{tg } \delta(E_\nu) = -\frac{S_{\mathbb{N}+2, \mathcal{L}}(E_\nu)}{C_{\mathbb{N}+2, \mathcal{L}}(E_\nu)}, \quad (10)$$

здесь E_ν — энергии собственных состояний, полученные в модели оболочек в базисе, учитывающего полное число \mathbb{N} осцилляторных квантов, \mathcal{L} — эффективный угловой момент, связанный с гипермоментом K формулой

$$\mathcal{L} = K + \frac{3A - 6}{2}. \quad (11)$$

В параграфе 2.3 обобщённый метод применяется к системе четырёх нейтронов для исследования возможности существования резонансного состояния в такой системе — тетранейтрона. Для этого в NCSM были рассчитаны энергии основных состояний системы четырёх нейтронов в базисах с полным числом осцилляторных квантов $2 \leq \mathbb{N} \leq 20$ и параметром $\hbar\Omega$ в пределах от 1 до 40 МэВ. В качестве NN -взаимодействия было взято взаимодействие JISP16. Отметим, в данном случае применяется минимальное приближение: учитывается гиперсферическая гармоника с минимальным гипермоментом $K = 2$, остальные гиперсферические гармоники считаются подавленными сильным центробежным барьером.

В пункте 2.3.1 предполагается, что S -матрица системы четырёх нейтронов в низкоэнергетической области имеет один полюс, соответствующий резонансному состоянию. В таком случае сдвиг фазы параметризуется формулой

$$\delta(E) = -\arctg \frac{a\sqrt{E}}{E - b^2} - \frac{w_1\sqrt{E} + w_3(\sqrt{E})^3 + c(\sqrt{E})^5}{1 + w_2E + w_4E^2 + w_6E^3 + dE^4}, \quad (12)$$

где первое слагаемое имеет смысл резонансной фазы, а второе — фоновой фазы. a , b , c и d являются подгоночными параметрами, коэффициенты w_i ($i = 1, 2, 3, 4, 6$) определяются через них таким образом, чтобы обеспечить правильное поведение фазы $\delta \sim (\sqrt{E})^{11}$ при $E \rightarrow 0$. Параметры a и b связаны с энергией и шириной резонанса посредством формулы (8).

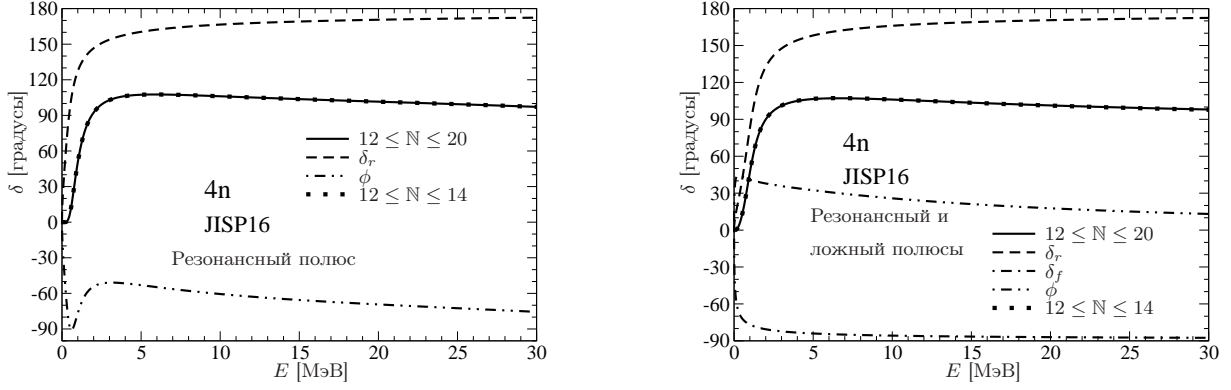


Рис. 2. Фазы рассеяния $4 \rightarrow 4$ нейтрона, полученные в методе SS-HORSE на основе расчётов в NCSM системы $4n$ с NN -взаимодействием JISP16. Слева изображены фазы, рассчитанные в предположении существования одного полюса S -матрицы, соответствующего резонансу. Справа изображены фазы, рассчитанные в предположении существования резонансного и ложного полюсов S -матрицы. На обоих графиках показаны вклады резонансной фазы (штриховая кривая), вклад в фазу, обусловленный наличием ложного полюса (штрих-пунктирная кривая, только справа), фоновой фазы (штрих-пунктирная кривая с двумя точками). Точечными кривыми изображены фазы, полученные на основе состояний NCSM с $12 \leq N \leq 14$.

Фазы с такой параметризацией, полученные на основе состояний NCSM с $12 \leq N \leq 20$, показаны на рис. 2 слева сплошной кривой. Резонансные энергия и ширина представлены в таблице 2. Для того, чтобы продемонстрировать сходимость расчётов, подгоним параметры параметризации (12) только с состояниями, полученными в NCSM в базисах с $12 \leq N \leq 14$. На рис. 2 точечной кривой показаны фазы, полученные в таком случае. Видно, что такие фазы практически неотличимы от фаз, полученных на основе состояний с $12 \leq N \leq 20$ (см. также таблицу 2). Это означает, что в расчётах сдвига фаз и резонансных параметров E_r и Γ достигнута сходимость.

Отметим, что полученные резонансные характеристики очень сильно отличаются от значений, которых можно было бы ожидать для такой зависимости сдвига фаз. Данные значения E_r и Γ отвечают положению полюса S -матрицы в комплексной плоскости энергий, в то время как обычно резонансную энергию ассоциируют с перегибом графика $\delta(E)$, который в данном случае находится при энергии $E = 0.8$ МэВ. Это различие показано на рис. 2, где точка перегиба кривой сдвига фаз δ находится существенно правее точки перегиба кривой δ_r , соответствующей сдвигу фаз от резонансного полюса S -матрицы (штриховая линия), которая близка к полученному значению резонансной энергии.

Штрих-пунктирной кривой на рис. 2 приведён вклад фоновой фазы ϕ в полный сдвиг фазы. Он, как видно, во-первых достаточно большой в сравнении с δ_r в широком диапазоне энергий, а во-вторых — достаточно резко изменяется в области низких энергий. Такие особенности указывают на существование дополнительных полюсов S -матрицы в системе $4n$.

В связи с этим были исследованы другие варианты параметризации фа-

Таблица 2. Резонансные параметры тетранейтрона, полученные в методе SS-HORSE на основе расчётов в NCSM с NN -взаимодействием JISP16.

Рез. полюс	E_r , МэВ	Γ , МэВ	Рез. и ложн. полюсы	E_r , МэВ	Γ , МэВ
$12 \leq \mathbb{N} \leq 20$	0.186	0.815	$12 \leq \mathbb{N} \leq 20$	0.844	1.378
$12 \leq \mathbb{N} \leq 14$	0.186	0.815	$12 \leq \mathbb{N} \leq 14$	0.844	1.378

зовых сдвигов с учётом дополнительных особенностей S -матрицы. Наиболее удачным оказался вариант, рассмотренный в пункте 2.3.2. диссертации, в котором предполагается одновременное существование ложного и резонансного полюса. В таком случае фаза параметризуется выражением

$$\delta = -\operatorname{arctg} \frac{a\sqrt{E_0}}{E_0 - b^2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{E}{|E_f|}} - \frac{w_1\sqrt{E_0} + w_3(\sqrt{E_0})^3 + c(\sqrt{E_0})^5}{1 + w_2E_0 + w_4E_0^2 + w_6E_0^3 + dE_0^4}, \quad (13)$$

где вводится член $\left(-\operatorname{arctg} \sqrt{E/|E_f|}\right)$, имеющий смысл вклада в фазу, обусловленный наличием ложного полюса S -матрицы, при этом E_f является подгоночным параметром наряду с a , b , c и d . На рис. 2 справа сплошной кривой изображены фазы, полученные с параметризацией (13) на основе состояний NCSM для четырёх нейтронов в базисах с $12 \leq \mathbb{N} \leq 20$. Из сравнения сплошных кривых на рис. 2 слева и справа видно, что фазы описываются практически одинаково двумя типами параметризации. Однако, положение полюса резонансного состояния в параметризации (13) согласуется с общепринятым определением резонанса. Более того, на рис. 2 справа штрих-пунктирной кривой изображён также фоновый сдвиг фазы ϕ , который, как видно, ведёт себя достаточно плавно в области низких энергий и имеет небольшую величину относительно фаз резонансного полюса δ_r и ложного полюса δ_f . Свойства сходимости параметров сдвига фазы при параметризации (13) аналогичны свойствам сходимости при параметризации (12): параметры и зависимость сдвига фазы практически не меняются, если оставить в анализе состояния только с $12 \leq \mathbb{N} \leq 14$ (см. таблицу 2 и рис. 2).

Таким образом, можно сделать вывод, что в системе четырёх нейтронов есть резонансное состояние с энергией $E_r = 0.8$ МэВ и шириной $\Gamma = 1.4$ МэВ.

Результаты второй главы опубликованы в работах [A2, A8].

В третьей главе приведён метод описания состояний рассеяния, в основе которого лежит алгоритм Ланцоша [15]. В первой главе отмечалось, что, вообще говоря, при описании рассеяния сопоставление полного числа осцилляторных квантов в NCSM и числа квантов относительного движения в SS-HORSE не имеет строгого обоснования. При описании $n\alpha$ -рассеяния мы лишь *a posteriori* обосновали возможность применения этого метода. В данной главе приведён последовательный метод описания рассеяния, в котором мишень описывается осцилляторными состояниями с произвольным числом квантов.

В параграфе 3.2 описан алгоритм Ланцоша, позволяющий построить базис, в котором любой эрмитовый оператор представлен трёхдиагональной матрицей.

Параграф 3.3 начинается с демонстрации того, что итерации Ланцоша позволяют генерировать осцилляторный базис. Построение базиса можно осуществлять, начиная с нижайшего осцилляторного состояния и вести его в сторону увеличения числа осцилляторных квантов.

Итерации Ланцоша можно применять также к паре осцилляторных состояний с N и $(N + 2)$ квантами для того, чтобы получить осцилляторное состояние с $(N - 2)$ квантами и так далее вплоть до минимально возможного числа осцилляторных квантов. Такое применение итераций Ланцоша возможно в задаче двухчастичного рассеяния с потенциалом, матрица в осцилляторном базисе которого полагается конечной и учитывающей \mathbb{N} осцилляторных квантов (приближение, используемое в формализме HORSE). Начиная процедуру Ланцоша с осцилляторными состояниями в области, где взаимодействие отсутствует, можно построить ланцошевский базис, в котором матрица гамильтониана трёхдиагональна. Можно показать, что в таком подходе сдвиг фазы рассеяния в парциальной волне с орбитальным моментом ℓ рассчитывается по формуле

$$\operatorname{tg} \delta_\ell(E) = \frac{S_{N\ell}(E) - S_{N'\ell}(E)a_{N\ell}(E)/a_{N'\ell}(E)}{C_{N\ell}(E) - C_{N'\ell}(E)a_{N\ell}(E)/a_{N'\ell}(E)} \quad (14)$$

для любых $N \neq N'$, $N > \mathbb{N}$, $N' > \mathbb{N}$. В этой формуле $a_{N\ell}$ — коэффициенты разложения радиальной части волновой функции по ланцошевскому базису.

В параграфе 3.4 данный метод обобщается для описания состояний рассеяния нейтрона на ядре. Пусть P -пространство содержит все осцилляторные состояния $(A + 1)$ -частичной системы с числом осцилляторных квантов $N \leq \mathbb{N}^{A+1}$. Гамильтониан H^{A+1} содержит кинетическую энергию относительного движения всех $(A + 1)$ частиц и потенциальную энергию их взаимодействия,

$$H^{A+1} = T^{A+1} + V^{A+1}. \quad (15)$$

Такой гамильтониан действует в P -пространстве, т. е. $PH^{ch}Q = QH^{ch}P = QH^{ch}Q = 0$ (P и Q — проекторы на P - и Q -пространства соответственно).

Определим гамильтониан канала как

$$H^{ch} = T^{n-A} + H^A, \quad (16)$$

который включает в себя кинетическую энергию движения нейтрона T^{n-A} относительно ядра и гамильтониан A -частичной подсистемы H^A :

$$H^A = T^A + V^A, \quad (17)$$

при этом T^A — кинетическая энергия относительного движения A нуклонов в ядре, V^A — потенциальная энергия их взаимодействия. Оператор H^A определён

в базисе A -частичных осцилляторных функций с числом осцилляторных квантов $N \leq \mathbb{N}^A$. Волновая функция, описывающая состояние ядра удовлетворяет уравнению Шрёдингера

$$H^A \Psi^A = E^A \Psi^A. \quad (18)$$

Канальный гамильтониан действует в Q -пространстве, однако, он имеет ненулевые матричные элементы между некоторыми состояниями в пространствах Q и P , обеспечивая связь между P - и Q -пространствами. Другими словами, $PH^{ch}P = 0$, но $PH^{ch}Q \neq 0$ и $QH^{ch}P \neq 0$.

Определим гамильтониан, описывающий нашу систему как

$$H = H^{A+1} + H^{ch}. \quad (19)$$

Для такого гамильтониана можно построить ланцошевский базис сверху, начиная с канальных состояний $\phi_{N\ell} \Psi^A$ и $\phi_{N+2,\ell} \Psi^A$, где $\phi_{N\ell}$ и $\phi_{N+2,\ell}$ — осцилляторные функции движения нейтрона относительно ядра с достаточно большим числом квантов N и $(N+2)$ соответственно.

В параграфе 3.5 применение ланцошевского метода демонстрируется на модельной задаче состояния $\frac{3}{2}^-$ рассеяния нейтрона на α -частице.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [A1, A5].

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Список публикаций по теме диссертации

- A1. Shirokov A. M., Mazur A. I., Vary J. P., Mazur I. A. Oscillator basis, scattering and nuclear structure // J. Phys. Conf. Ser. 2012. Vol. 403. P. 012021-1–012021-7.
- A2. Shirokov A. M., Papadimitriou G., Mazur A. I., Mazur I. A., Roth R., Vary J. P. Prediction for a Four-Neutron Resonance // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 117. P. 182502-1–1802502-6.
- A3. Shirokov A. M., Mazur A. I., Mazur I. A., Vary J. P. Shell model states in the continuum // Phys. Rev. C. 2016. Vol. 94. P. 064320-1–064320-24.
- A4. Mazur I. A., Shirokov A. M., Mazur A. I., Vary J. P. Description of Resonant States in the Shell Model // Phys. Part. Nucl. 2017. Vol. 48, no. 1, P. 84–89.
- A5. Широков А. М., Мазур А. И., Вэри Дж. П., Мазур И. А., И А. П. Построение осцилляторного базиса на основе алгоритма Ланцоша // Физика: фундаментальные и прикладные исследования, образование: Материалы XII региональной науч. конф., г. Хабаровск, 28–31 октября 2013 г. Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та. 2013. С. 75–79.

- A6. Mazur A. I., Shirokov A. M., Vary J. P., Maris P., Mazur I. A. *J*-Matrix Analysis of Resonant States in the Shell Model // Proc. Int. Workshop on Nuclear Theory in the Supercomputing Era NTSE-2012, Khabarovsk, Russia, June 18–22, 2012 / Ed. A. I. Mazur, A. M. Shirokov. 2013. P. 146–162.
- A7. Мазур А. И., Мазур И. А., Широков А. М., Вэри Дж. П., Марис П., Проскуряков Е. А. *J*-матричный анализ резонансных состояний в модели оболочек // Физика: фундаментальные и прикладные исследования, образование: Материалы Всероссийской молодежной научной конференции, г. Благовещенск, 23–27 сентября 2014 г. Амурский гос. ун-т. 2014. С. 22–26.
- A8. Shirokov A. M., Papadimitriou G., Mazur A. I., Mazur I. A., Roth R., Vary J. P. Tetra-neutron resonance from JISP16 *NN* interaction // Proc. Int. Conf. on Nuclear Theory in the Supercomputing Era NTSE-2014, Khabarovsk, Russia, June 23–27, 2014 / Ed. A. I. Mazur, A. M. Shirokov. 2016. P. 174–182.
- A9. Mazur A. I., Shirokov A. M., Mazur I. A., Vary J. P. Resonant states in the shell model // Proc. Int. Conf. on Nuclear Theory in the Supercomputing Era NTSE-2014, Khabarovsk, Russia, June 23–27, 2014 / Ed. A. I. Mazur, A. M. Shirokov. 2016. P. 183–229.

Список цитируемой литературы

1. Barrett B. R., Navrátil P., Vary J. P. *Ab initio* no core shell model. 2013. Vol. 69. P. 131–181.
2. Leidemann W., Orlandini G. Modern *ab initio* approaches and applications in few-nucleon physics with $A \geq 4$ // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. Vol. 68. P. 158–214.
3. Pieper S. C., Wiringa R. B. Quantum Monte Carlo Calculations of Light Nuclei // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2001. Vol. 51. P. 53–90.
4. Nollett K. M., Pieper S. C., Wiringa R. B. et al. Quantum Monte Carlo calculations of neutron-alpha scattering // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99. P. 022502–1–022502–4.
5. Papadimitriou G., Rotureau J., Michel N. et al. *Ab initio* no-core Gamow shell model calculations with realistic interactions // Phys. Rev. C. 2013. Vol. 88. P. 044318–1–044318–15.
6. Navrátil P., Quaglioni S., Stetcu I., Barrett B. R. Recent developments in no-core shell-model calculations // J. Phys. G. 2009. Vol. 36. P. 083101–1–083101–8.
7. Shirokov A. M., Mazur A. I., Vary J. P., Mazur E. A. Inverse scattering *J*-matrix approach to nucleon-nucleus scattering and the shell model // Phys. Rev. C. 2009. Vol. 79. P. 014610–1–014610–20.

8. Shirokov A. M., Mazur A. I., Mazur E. A., Vary J. P. No-Core Shell Model and Continuum Spectrum States of Light Nuclei // Appl. Math. Inf. Sci. 2009. Vol. 3(3). P. 245–271.
9. Kisamori K., Shimoura S., Miya H. et al. Candidate Resonant Tetraneutron State Populated by the $^4\text{He}(^8\text{He}, ^8\text{Be})$ Reaction // Phys. Rev. Lett. 2016. Vol. 116. P. 052501–1–052501–5.
10. Pieper S. C. Can Modern Nuclear Hamiltonians Tolerate a Bound Tetraneutron? // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. P. 252501–1–252501–4.
11. Kezerashvili R. A short summary on the search of trineutron and tetraneutron // arXiv:1608.00169. 2016. P. 1–6.
12. Bang J. M., Mazur A. I., Shirokov A. M. et al. *P*-Matrix and *J*-Matrix Approaches: Coulomb Asymptotics in the Harmonic Oscillator Representation of Scattering Theory // Ann. Phys. (NY). 2000. Vol. 280. P. 299–335.
13. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с. Пер. с англ.
14. Shirokov A. M., Mazur A. I., Zaytsev S. A. et al. Nucleon-nucleon interaction in the *J*-matrix inverse scattering approach and few-nucleon systems // Phys. Rev. C. 2004. Vol. 70, no. 4. P. 044005–1–044005–24.
15. Lanczos C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators // J. Res. Nat. Bur. Std. 1950. Vol. 45. P. 255–282.

Мазур Игорь Александрович

**Исследование резонансных ядерных процессов в микроскопических
подходах с использованием осцилляторного базиса**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать _____. Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. _____. Тираж 70 экз. Заказ 16.

Отпечатано в отделе оперативной полиграфии издательства ТОГУ
с готового оригинал-макета
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.