

На правах рукописи

**Калиновская Лидия Владимировна**

**Однопетлевые КЭД и электрослабые поправки для  
процессов физики частиц при высоких энергиях**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Дубна — 2010

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В.П. Джелепова  
Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук  
Александр Николаевич Валл

доктор физико-математических наук  
Дмитрий Игоревич Казаков

доктор физико-математических наук  
Владимир Александрович Смирнов

Ведущая организация — Петербургский институт ядерной физики имени  
Б.П. Константинова

Защита состоится «    »                    2011 г. в            час. на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований, (141980, г. Дубна Московской области)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2010 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

А.Б. Арбузов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы исследований.

Стандартная модель (СМ) фундаментальных взаимодействий элементарных частиц, несмотря на хорошо известную критику и первые свидетельства выхода за ее пределы, обнаруженные в нейтринных экспериментах, продолжает оставаться единственным фундаментом прецизионных теоретических расчетов, необходимых для корректной интерпретации экспериментальных данных.

Важная роль высокоточных теоретических предсказаний в физике высоких энергий известна со времен экспериментов на LEP1 и LEP2, где точность измерений значительно превысила 0.1% и 1% соответственно. Во времена LEP прецизионные расчеты, в основном, проводились для проверки СМ. Еще большая точность потребуется на будущих электронных линейных ускорителях (ISCLC, CLIC) и мюонных фабриках. На недавно введенном в эксплуатацию адронном коллайдере LHC ожидается точность измерений  $\sim 1\%$  (по-видимому, ограниченная систематикой для процессов с высокой статистикой). Это потребует соответствующих теоретических предсказаний, по крайней мере, на уровне однопетлевых (NLO) расчетов в электрослабом секторе (ЭС) СМ, а в КХД секторе СМ — двухпетлевых (NNLO) поправок.

Процедура вычисления ЭС радиационных поправок (РП) должна учитывать специфику эксперимента. Строго говоря, эта процедура возможна только с помощью методов Монте Карло. Её можно реализовать лишь в тесном сотрудничестве теоретиков и экспериментаторов, поэтому возникло понятие “теоретическая поддержка” эксперимента. Диссертация основана на работах по теоретической поддержке экспериментов физики высоких энергий за последние 15 лет.

Первая группа экспериментов — глубоконеупругое  $ep$  рассеяние (ГНР) на ускорителях HERA (эксперименты H1 и ZEUS), ГНР нейтрино (эксперименты NOMAD и NuTeV) и упругое  $\mu e$  рассеяние (эксперимент SMC).

Для уже закончившихся экспериментов на ускорителе HERA вычисление КЭД РП для ГНР  $ep$  рассеяния было важным при измерении структурных функций протона (кварковых распределений PDF). В этих экспериментах РП были велики и зависели от кинематических переменных, в терминах которых описывались экспериментальные данные. Был необходим учет поправок второго порядка, хотя бы в приближении ведущих логарифмов. Созданная на основе работ, вошедших в диссертацию, программа HECTOR аккумулировала все мировые результаты в этой области и была широко востребована и цитируема.

Главной целью эксперимента коллаборации SMC с поляризованным мюонным пучком было измерение спиновых структурных функций, а для этого требовалось точное знание поляризации мюонов. Для мониторинга поляризации измерялось упругое  $\mu e$  рассеяние, про которое было известно, что КЭД РП в полном фазовом объеме оказывались весьма значительными. Естественно необходимыми представлялись расчеты в реалистических экспериментальных условиях. На базе работ, вошедших в диссертацию, создана программа  $\mu e la$ . С помощью программы  $\mu e la$ , основанной на “детерминистическом” подходе, было показано, что в этом случае КЭД поправки оказываются малыми.

Вычисление полных ЭС радиационных поправок является несравненно более сложной задачей, чем КЭД РП, из-за присутствия большого числа диаграмм и энергетических масштабов (массы бозонов, топ-кварка).

В силу этих причин в последние годы стала актуальной проблема автоматизации вычислений ЭС РП. Известными примерами таких компьютерных систем являются `FeynArts` и `GRACE-loop`. В течение ряда последних лет в ЛЯП ОИЯИ была создана и продолжает развиваться компьютерная система `SANC`. Большая часть работ, вошедших в диссертацию, связана с проектом `SANC`.

Недавние эксперименты, такие как `NOMAD`, `NuTeV`, `CHORUS`, достигли значительного прогресса в изучении ГНР нейтрино. Их прецизионные измерения сделали необходимым улучшение уровня точности теоретического описания процессов. Одним из первых примеров использования системы `SANC` было новое вычисление ЭС РП, дополненное учетом лидирующих КЭД РП в приближении ведущих логарифмов. В расчетах были приняты во внимание экспериментальные условия регистрации частиц и отбора событий присущие требованиям эксперимента `NOMAD`.

Вторая группа экспериментов — эксперименты на адронных коллайдерах `Tevatron` и `LHC`. Как уже было сказано выше, прецизионные расчеты процессов взаимодействия элементарных частиц важны для физики адронных коллайдеров. Одними из основных процессов, представляющих большой интерес для реализации физической программы экспериментов `ATLAS` и `CMS` на `LHC` и для экспериментов `D0` и `CDF` на `Tevatron`, являются процессы типа Дрелла–Яна для заряженного и нейтрального токов (называемые также процессами одиночного рождения  $W$  и  $Z$ , соответственно). Эти процессы легко регистрируются в детекторах и имеют большое сечение ( $\approx 30$  нб и 3 нб, соответственно, при 14TeV). Измерения процессов типа Дрелла–Яна используются для определения партонных функций распределения, уточнения значений параметров  $M_W$ ,  $\sin^2 \theta^{eff}$ ,  $\Gamma_W$ , мониторинга светимости ускорителя и калибровки детекторов. Для достижения требуемой точности необходимо учесть электрослабые и КХД поправки и их взаимное влияние. Актуальность прецизионных расчетов для этих процессов подтверждается проведением нескольких международных совещаний по согласованному сравнению результатов, в которых принимала участие и группа `SANC`.

В диссертацию также входят работы по изучению ряда процессов, представляющих большой интерес для физики `LHC`, таких как рождение бозонных пар и одиночное рождение топ-кварка.

Представленные результаты аналитических вычислений и соответствующие фортранные коды имеют модульную структуру (стандартные `SANC` фортранные модули, `SSFm`). Модульность — очень важное свойство, позволяющее легко отделять вклады различной физической природы: КХД, КЭД, чисто слабые и т.п. Вычисления КХД и ЭС РП продвинуты до уровня создания модулей для многих процессов. На использовании `SSFm` основаны Монте Карло интеграторы и генераторы `SANC`. Результаты, полученные с помощью Монте Карло интеграторов и генераторов `SANC` для процессов типа Дрелла–Яна, уже находят свое применение при анализе первых данных эксперимента `ATLAS` на `LHC`. В основном в диссер-

тацию вошли работы, посвященные созданию ЭС сектора системы SANC.

**Цель диссертационной работы:** Цель настоящей работы состоит в теоретической поддержке экспериментов на ускорителях HERA, SPS (эксперименты SMC, NOMAD), LEP и LHC (эксперимент ATLAS). Эта цель достигнута путём создания программных продуктов с удобными интерфейсами, в которых реализованы расчеты соответствующих наблюдаемых на однопетлевом уровне точности в Стандартной Модели (СМ) с теоретической неопределенностью желательнее лучшей, чем ошибки эксперимента.

Диссертация посвящена прецизионным расчетам физических наблюдаемых в процессах: глубоконеупругого  $ep$  рассеяния, упругого  $\mu e$  рассеяния, глубоконеупругого нейтринного рассеяния, нарушения четности в атомных переходах, а также расчетам псевдо- и реалистических наблюдаемых для процессов типа  $f\bar{f}bb$  и  $f\bar{f}ff$  (где  $f, b$  — любой фермион, бозон СМ) на основе созданной процедурной платформы аналитических вычислений проекта SANC и внедрению этих расчетов в программы анализа данных ряда экспериментов.

**Научная новизна** результатов диссертации состоит в следующем:

- впервые предложен единый подход к расчету широкого круга процессов в СМ на однопетлевом уровне точности, основанный на полу-автоматических символьных вычислениях на языке FORM;
- впервые предложен и применен мультиканальный подход к вычислениям однопетлевых электрослабых поправок к ряду фермион-бозонных и 4-х фермионных процессов в каналах нейтрального и заряженного токов;
- предложен новый систематический подход для вычисления вспомогательных функций, типа  $D$ -функций Пассарино–Вельтмана (ПВ), удобных для анализа природы инфракрасных и массовых сингулярностей однопетлевых амплитуд;
- впервые ширина нестабильной частицы (топ-кварка) использована для регуляризации инфракрасных расходимостей как виртуальных, так и реальных амплитуд; проведено сравнение со стандартным подходом;
- реализована концепция “стандартных модулей”, как основного выходного программного продукта системы SANC, и продемонстрирована их применимость для приложений в анализе данных конкретных экспериментов и использования в Монте Карло генераторах других групп (WINHAC).

**Достоверность результатов** контролировалась посредством многочисленных внутренних тестов: аналитическое сокращение калибровочных параметров, выполнение тождеств Уорда и т.п., а в случаях, где это было возможно, путем сравнения с результатами вычислений других групп.

**Практическая и научная ценность** диссертации состоит в использовании созданных программных продуктов в процедурах анализа уже завершенных экспериментов на ускорителях HERA, SPS и LEP, что подтверждено высокой цитируемостью (в период с 1995 по 2005гг). Созданные программы востребованы

экспериментаторами ATLAS на LHC, что подтверждено участием диссертанта в работе коллектива авторов, подготавливающих процедуру анализа данных (см. ATL-COM-PHYS-2010-325).

### Результаты и положения, выносимые на защиту:

1. Рассчитаны КЭД поправки к глубоконеупругому электрон–протонному рассеянию в условиях экспериментов на ускорителе HERA в смешанных кинематических переменных. Создана и применена для анализа данных программа **NESTOR**, объединяющая собственные результаты и мировой опыт в этой области.
2. Рассчитаны КЭД поправки в условиях эксперимента SMC с целью мониторинга поляризации мюонного пучка. Создана и применена для анализа данных компьютерная программа *μela*.
3. Вычислены ЭС РП к процессам ГНР нейтрино в условиях эксперимента NOMAD. Создана компьютерная программа, которая применена для анализа данных.
4. Разработана концепция проекта **SANC**, предназначенного для полу-автоматического вычисления наблюдаемых в физике высоких энергий на однопетлевом уровне точности (физическая часть).
  - Создан основной набор внутренних процедур, предназначенных для аналитических однопетлевых вычислений.
  - Вычислены и внедрены в среду **SANC** однопетлевые электрослабые поправки к фермион-бозонным процессам типа  $2f2b \rightarrow 0$  в рамках предложенного в диссертации мультиканального подхода.
  - Введены и вычислены вспомогательные функции в классе функций Паскарино–Вельтмана с использованием предложенного в диссертации общего метода.
  - Реализованы и использованы при подготовке к анализу данных эксперимента ATLAS программные продукты **SANC** в виде Стандартных Модулей.

### Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории Теоретической Физики им. Н.Н. Боголюбова и Лаборатории Ядерных Проблем им В.П. Дзелепова ОИЯИ, на семинарах в Институте Физики Высоких Энергий в Цойтене (Германия), в CERN (Швейцария), в DESY (Гамбург, Германия), на Рабочем Совещании "Физика на HERA" (29–30 Октября 1991г., Гамбург, Германия), на Рабочем Совещании "Глубоконеупругое рассеяние" (6–10 Апреля 1992г., Тойпиц, Германия), на Рабочем Совещании ECFA-DESY (12–15

Апреля 2002, Сан Мало, Франция), на Рабочем Совещании ЕСФА (12–16 Октября 2003, Монпелье, Франция), на Рабочих Совещаниях по физической программе ATLAS в ОИЯИ (28 апреля и 25 ноября 2005 г., 14 апреля и 22 декабря 2006 г., 25 декабря 2007 г. и 21 апреля 2008 г.), на совещаниях рабочих групп (Монте Карло генераторов и Физики ЭС взаимодействий) эксперимента ATLAS в CERN (14 января 2006 г., 8 октября 2007 г. и 9 сентября 2008 г.), на международных конференциях CALS2006 и CALS2009 (Дубна, 15–25 июля 2006 г., Дубна, 10–20 июля 2009 г.), АСАТ2002 (Москва, 24–28 июня 2002 г.), АСАТ2007 (Амстердам, 23–27 апреля 2007 г.) и АСАТ2008 (Эриче, Сицилия, 3–7 ноября 2008 г.)

#### **Публикации.**

По результатам диссертации опубликовано 30 работ, в том числе 16 работ из перечня изданий, рекомендованных ВАК для докторских диссертаций.

#### **Личный вклад автора.**

Из всех работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию включены положения и результаты, полученные либо лично автором, либо при ее определяющем участии в постановке задач и разработке методов их решения.

#### **Объем и структура диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения и списка цитируемой литературы, содержащего 199 наименований. Общий объем диссертации — 241 страница. Диссертация содержит 61 таблицу и 67 рисунков.

По материалам диссертации опубликованы следующие работы:

#### **I. Статьи в рецензируемых журналах**

1. D. Bardin, P. Christova, L. Kalinovskaya, T. Riemann. Complete  $O(\alpha)$  QED corrections to the process  $ep \rightarrow eX$  in mixed variables. Phys. Lett. B357:456-463,1995.
2. A. Arbuzov, D. Bardin, J. Blumlein, L. Kalinovskaya, T. Riemann. Hector 1.00: A Program for the calculation of QED, QCD and electroweak corrections to  $ep$  and  $lepton^{+-}N$  deep inelastic neutral and charged current scattering. Comput. Phys. Commun. 94:128-184,1996.
3. D. Bardin, L. Kalinovskaya, T. Riemann. Deep inelastic scattering with tagged photons at HERA. Z. Phys. C76:487-497,1997.
4. D. Adams,..., L. Kalinovskaya,... et al. The Spin dependent structure function  $g_1(x)$  of the deuteron from polarized deep inelastic muon scattering. By Spin Muon Collaboration (SMC) Phys. Lett. B396:338-348,1997.
5. L.V. Kalinovskaya. About implementation of  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  processes into the framework of SANC system. Nucl. Instrum. Meth. A502:581-582,2003.
6. A. Andonov,..., L. Kalinovskaya,... et al. SANC press release. Nucl. Instrum. Meth. A502:576-577,2003.

7. D. Bardin, L. Kalinovskaya, G. Passarino. Atomic parity violation and precision physics. Eur. Phys. J. C22:99-104,2001.
8. A. Arbuzov, D. Bardin, L. Kalinovskaya. Radiative corrections to neutrino deep inelastic scattering revisited. JHEP 0506:078,2005.
9. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, W. von Schlippe. SANCscope - v.1.00. Comput. Phys. Commun. 174:481-517, 2006, Erratum-ibid.177:623-624,2007.
10. D. Bardin, S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, G. Nanava, L. Rumyantsev, W. von Schlippe. SANCnews: Sector fbb. Comput. Phys. Commun. 177:738-756,2007.
11. D. Bardin, S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, G. Nanava, L. Rumyantsev. Electroweak radiative correction to the three channels of the process  $f_1\bar{f}_1HA \rightarrow 0$ . Eur. Phys. J. C52:83-92,2007.
12. D. Bardin, S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, G. Nanava, L. Rumyantsev, W. von Schlippe. Electroweak radiative corrections to the three channels of the process  $f_1\bar{f}_1ZA \rightarrow 0$ . Eur. Phys. J. C54:187-197,2008.
13. Д.Ю. Бардин, Л.В. Калиновская, Л.А. Румянцев, Функции  $J(A)$  в редукции Пассарино–Вельтмана. Письма в ЭЧАЯ, Том 6, №1(150),54-71,2009
14. Д.Ю. Бардин, Л.В. Калиновская, В.А. Колесников, В. фон Шлиппе. Функции  $J_{AW,WA}$  в редукции Пассарино–Вельтмана. Ядерная физика, Том.73, №12,1-17,2010.
15. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, V. Kolesnikov, R. Sadykov. Standard SANC Modules. Comput. Phys. Commun. 181:305-312,2010.
16. D. Bardin, S. Bondarenko, S. Jadach, L. Kalinovskaya, W. Placzek. Implementation of SANC EW corrections in WINHAC Monte Carlo generator. Acta Phys. Polon. B40:75-92,2009.

## II. Материалы конференций и рабочих совещаний

17. D. Bardin, J. Blumlein, P. Christova, L. Kalinovskaya. Recent developments in radiative corrections at HERA. DESY-96-198, Sep 1996. 11pp. Contribution to the Proceedings of the 1996 HERA Physics Workshop. e-Print: hep-ph/9609399.
18. D. Bardin, J. Blumlein, P. Christova, L. Kalinovskaya.  $O(\alpha)$  QED corrections to polarized elastic  $\mu e$  and deep inelastic  $lN$  scattering. Oct 1997. 10pp. 2 Topical Workshop on Deep Inelastic Scattering off Polarized Targets: Theory Meets Experiment (SPIN 97), Zeuthen, Germany, 1-5 Sep 1997.
19. D.Yu. Bardin, L.V. Kalinovskaya, F.V. Tkachov. New algebraic numeric methods for loop integrals: Some one-loop experience. Tver 2000, High energy physics and quantum field theory\* 230-232, e-Print: hep-ph/0012209.



20. A. Andonov,..., L. Kalinovskaya,... et al. Project **SANC** (former CalcPHEP): Support of analytic and numeric calculations for experiments at colliders. 31 International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2002), Amsterdam, Netherlands, 24-31 July 2002. Published in \*Amsterdam 2002, ICHEP\* 825-827, hep-ph/0209297.
21. D. Bardin, P. Christova, L. Kalinovskaya. **SANC** status report. Nucl. Phys. Proc. Suppl. 116:48-52,2003.
22. D. Bardin, L. Kalinovskaya,... et al. **SANC**: precision calculations for the SM processes. ACAT2007 conference proceedings, PoS ACAT:077,2007.
23. C. Gerber,... L. Kalinovskaya,... et al. Tevatron-for-LHC Report: Top and Electroweak Physics. FERMILAB-CONF-07-052-E-T, May 2007. e-Print: arXiv:0705.3251 [hep-ph].
24. C. Buttar,... L. Kalinovskaya,... et al. Standard Model Handles and Candles Working Group: Tools and Jets Summary Report. Les Houches 2007, Physics at TeV colliders. e-Print: arXiv:0803.0678 [hep-ph].
25. A. Andonov,... L. Kalinovskaya,... et al. Standard **SANC** Modules. XII International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research, ACAT2008 conference proceedings, PoS ACAT:110,2008.

### III. Препринты

26. D. Bardin, L. Kalinovskaya. QED corrections for polarized elastic muon-electron scattering. DESY-97-230, Dec 1997. 54pp. e-Print: hep-ph/9712310.
27. D. Bardin, L. Kalinovskaya, G. Nanava. An Electroweak library for the calculation of EWRC to  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$  within the topfit project. JINR-E2-2000-292, Dec 2000. e-Print: hep-ph/0012080.
28. D. Bardin,..., L. Kalinovskaya,... et al. Project CalcPHEP: Calculus for precision high-energy physics. Feb 2002. 14pp e-Print: hep-ph/0202004.
29. D. Bardin, S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, V. Kolesnikov, W. von Schlippe. Electroweak Radiative Corrections to Single-top Production. Submitted to EPJC. e-Print: arXiv:1008.1859 [hep-ph].
30. M. Aharrouche,... L. Kalinovskaya,... et al. An Analysis of the  $Z, W$  Cross Section Determination in the Electron Channels with ATLAS. ATL-COM-PHYS-2010-325.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во Введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется основная цель и задачи, возникающие при ее достижении, рассматривается научная новизна проведенных исследований, а также представляется обзор литературы в данной области.

**Первая глава диссертации** посвящена описанию вычисления КЭД поправок к глубоконеупругому  $ep$  рассеянию в смешанных переменных и проекту НЕСТОР.

**В разделе 1.1** описано проведение аналитического (не основанного на методе Монте Карло и с малым числом остаточного численного интегрирования), полного (без использования приближения лидирующих логарифмов), модельно-независимого (не основанного на кварк-партоновой модели) вычисления КЭД лептонной радиационной поправки к нейтральному току в глубоконеупругом  $ep$  рассеянии в терминах смешанных переменных. Получены аналитические выражения для полных  $\mathcal{O}(\alpha)$  лептонных поправок к реакции

$$e(k_1) + p(p_1) \rightarrow e(k_2) + \gamma(k) + X(p_2) \quad (1)$$

при энергиях ускорителя HERA. Одно из четырех интегрирований фазового объема проделано аналитически. Все вычисления проведены с учетом обмена как фотоном, так и  $Z$  бозоном, работа [1].

В параграфе 1.1.1 описана кинематика процесса (1), характеризующегося шестью независимыми инвариантными переменными, которые выбраны следующими

$$\begin{aligned} S &= 2(p_1 k_1), \quad S_l = 2(p_1 Q_l) = S y_l, \quad Q_l^2, \\ S_h &= 2(p_1 Q_h) = S y_h, \quad Q_h^2, \quad z_2 = 2(k_2 k) , \end{aligned} \quad (2)$$

где  $Q_l = k_1 - k_2$ ,  $Q_h = p_2 - p_1$ .

Элемент фазового объема процесса (1) может быть представлен как:

$$d\Gamma = \frac{d\vec{k}_2}{2k_2^0} \frac{d\vec{k}}{2k^0} \frac{d\vec{p}_2}{2p_2^0} dM_h^2 \delta^{(4)}(k_2 + k + p_2 - k_1 - p_1) d\Gamma_h, \quad (3)$$

здесь  $d\Gamma_h = \prod_i \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0} \delta^{(4)}(p_2 - \sum_i p_i)$ , ( $M_h^2 = p_2^2$ ) является элементом фазового объема конечной системы адронов. Теперь подставим переменные (2) в (3):

$$\Gamma = \frac{\pi}{2\sqrt{\lambda_S}} \int dQ_l^2 dS_l dQ_h^2 dS_h d\Gamma_k d\Gamma_h, \quad (4)$$

где  $d\Gamma_k = \frac{d\vec{k}}{2k^0} \delta[(p_1 + Q_h)^2 + M_h^2] \delta[Q_h^4 - (p_2 - p_1)]$ .

В системе покоя протона ( $\vec{p}_1 = 0$ ):

$$d\Gamma_k = \frac{1}{8M|\vec{Q}_l|} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{1}{8M} \int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} \frac{dz_2}{|\vec{Q}_l \cdot (\vec{k}_2 \times \vec{p}_2)|}, \quad (5)$$

где  $\varphi$  — угол между плоскостями, определяемыми 3-импульсами  $(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  и  $(\vec{k}, \vec{p}_2)$ ,  $z_{1,2} = -2k_{1,2}k$  и пределы их изменения  $z_{1,2}^{\min, \max}$  будут определены ниже (см.(7)). В терминах переменных (2) фазовый объем процесса (1) имеет вид:

$$\Gamma = \frac{\pi}{4\sqrt{\lambda_S}} \int dQ_l^2 dS_l dQ_h^2 dS_h \frac{dz_2}{\sqrt{R_z}} d\Gamma_h. \quad (6)$$

Положительно-определенная функция  $R_z$  — это определитель Грамма 4-векторов  $k_1, p_1, k_2, p_2$ . Предельные значения  $z_{1,2}$  определяются с помощью корней  $R_z$ :

$$z_{1,2}^{\max, \min} = \frac{-B_{1,2} \mp \sqrt{D_z}}{A_{1,2}}. \quad (7)$$

Для вычисления дважды дифференциального сечения инклюзивного процесса (1) необходимо провести интегрирование квадрата матричного элемента по переменной  $z_2$  (или  $z_1$ ) и результат выразить через две другие переменные  $\mathcal{I}$ . Набор этих оставшихся инвариантов не будет использоваться для интегрирования в (6). Обозначим этот набор как  $\mathcal{E}$ . Существует три различных способа интегрирования:

$$\mathcal{I} = \{(S_h, Q_h^2), (Q_h^2, S_l), (Q_l^2, S_l)\}, \quad (8)$$

приводящих к сечениям, дифференциальным по переменным:

$$\mathcal{E} = \{(Q_l^2, S_l), (Q_l^2, S_h), (Q_h^2, S_h)\}. \quad (9)$$

В параграфе 1.1.2 описываются кинематика в смешанных переменных:  $\mathcal{E}_m = (Q_l^2, S_h), \mathcal{I}_m = (Q_h^2, S_l)$ . Найдена физическая область для переменных интегрирования  $\mathcal{I}_m = (Q_h^2, S_l)$  при фиксированных значениях  $Q_l^2$  и  $S_h$ . Область интегрирования разбивается на две части:

$$\begin{aligned} i) \quad & (Q_h^2)^{\min} \leq Q_h^2 \leq Q_l^2, & ii) \quad & Q_l^2 \leq Q_h^2 \leq S_h, \\ & (S_l^{\min})_{\text{I}} \leq S_l \leq S_l^{\max}, & & (S_l^{\min})_{\text{II}} \leq S_l \leq S_l^{\max}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $(Q_h^2)^{\min} = Q_l^2 + \frac{1}{2M^2} (S_l^{\max} - S_h) \left( S_l^{\max} - \sqrt{(S_l^{\max})^2 + 4M^2 Q_l^2} \right)$

и  $(S_l^{\min})_{\text{I,II}} = \frac{1}{2Q_h^2} \left[ S_h(Q_l^2 + Q_h^2) \pm (Q_l^2 - Q_h^2) \sqrt{\lambda_h} \right]$ .

В параграфе 1.1.3 описывается факторизующийся вклад (soft,hard) в сечение реального тормозного излучения в ультра-релятивистском приближении:

$$\frac{d^2 \sigma_{\text{R}}^{\text{IR}}}{dQ_l^2 dS_h} = \frac{d^2 \sigma^{\text{Born}}}{dQ_l^2 dS_h} \left[ \delta_{\text{soft}}^{\text{IR}}(Q_l^2, S_h, \epsilon) + \delta_{\text{hard}}^{\text{IR}}(Q_l^2, S_h, \epsilon) \right]. \quad (11)$$

В параграфе 1.1.4 получено выражение для конечной части сечения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{\text{R}}^{\text{F}}}{dQ_l^2 dS_h} &= \frac{2\alpha^3}{\lambda_S} \int \int dQ_h^2 dS_l \sum_{i=1}^3 \left[ \mathcal{A}_i(Q_h^2, S_h) \frac{1}{Q_h^4} \mathcal{S}_i(Q_l^2, S_h, Q_h^2, S_l) \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{A}_i(Q_l^2, S_h) \frac{1}{Q_l^4} \mathcal{S}_i^{\text{B}}(Q_l^2, S_h) \mathcal{L}^{\text{IR}}(Q_l^2, S_h, Q_h^2, S_l) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

не пренебрегается где  $\mathcal{A}_i(Q_h^2, S_h)$  — обобщенные структурные функции,  $\mathcal{S}_i^{\text{B}}(Q_l^2, S_h)$  и  $\mathcal{S}_i(Q_l^2, S_h, Q_h^2, S_l)$  — функции, описывающие сечение в Борновском приближении и процесса тормозного излучения соответственно;  $\mathcal{L}^{\text{IR}}(Q_l^2, S_h, Q_h^2, S_l)$  — инфракрасный предел последних. Приводится их явный вид.

В формуле (12) можно проделать одно аналитическое интегрирование по переменной  $S_l$ . В результате интегрирования по переменной  $S_l$  получены компактные выражение для функций  $\mathcal{S}_i(Q_l^2, S_h, Q_h^2)$  в ультра-релятивистском приближении. Приводится окончательная формула для  $d^2\sigma_{\text{R}}^{\text{F}}/dQ_l^2 dS_h$ .

В параграфе 1.1.5 вводится понятие безразмерного фактора для КЭД РП

$$\delta(\mathcal{E}) = \frac{d^2\sigma^{\text{theor}}/d\mathcal{E}}{d^2\sigma^{\text{B}}/d\mathcal{E}} - 1, \quad (13)$$

где  $d^2\sigma^{\text{theor}}/d\mathcal{E}$  — теоретическое приближение к измеряемому сечению, а  $d^2\sigma^{\text{B}}/d\mathcal{E}$  — Борновское сечение процесса (1).

В нашем представлении поправленное КЭД сечение порядка  $\alpha^3$  должно содержать еще вклад КЭД вершинной функции

$$\frac{d^2\sigma^{\text{theor}}}{d\mathcal{E}} = \frac{d^2\sigma^{\text{B}}}{d\mathcal{E}} \left( 1 + \frac{\alpha}{\pi} \delta_{\text{vert}} \right) + \frac{d^2\sigma_{\text{R}}}{d\mathcal{E}}, \quad (14)$$

и, следовательно,

$$\delta(\mathcal{E}) = \frac{\alpha}{\pi} \delta^{\text{VR}}(\mathcal{E}) + \frac{d^2\sigma_{\text{R}}^{\text{F}}}{d\mathcal{E}} / \frac{d^2\sigma^{\text{B}}}{d\mathcal{E}}, \quad (15)$$

$$\delta^{\text{VR}}(\mathcal{E}) = \delta_{\text{vert}}(\mathcal{E}) + \delta_{\text{soft}}^{\text{IR}}(\mathcal{E}, \epsilon) + \delta_{\text{hard}}^{\text{IR}}(\mathcal{E}, \epsilon). \quad (16)$$

В конце этого параграфа приводится явное компактное выражение для  $\delta^{\text{VR}}(\mathcal{E})$ .

**В разделе 1.2** описан результат объединения в единый программный продукт **NESTOR** вычислений радиационных КЭД, КХД и виртуальных ЭС поправок к дважды дифференциальному сечению в каналах **NC** и **CC** глубоконеупругого лептон-протонного рассеяния с учетом радиационных эффектов при излучении фотона из лептонного тока при энергиях **HERA**. Версия программного продукта **NESTOR** 1995 года базировалась на мировых результатах в этой области. **NESTOR** был основан на ранее существовавших кодах:

- КЭД и ЭС полные  $O(\alpha)$ ; (программные продукты **DISEP(NC/CC)**, **TERAD91**),
- КЭД, **LLA**  $O(\alpha) + O(\alpha^2)$ ; (программный продукт **HELIOS**).

Эти программы не вошли в диссертацию, но о них необходимо упомянуть, как о теоретическом фундаменте **NESTORa**.

Программы серии **DISEP** реализуют вычисления полных ЭС поправок  $O(\alpha)$  на основе работ группы авторов (Д. Бардин, Ч. Бурдик, Т. Риманн и П. Христова); работы выполнены в 1988–1989гг. Программа **TERAD91** аккумулирует многолетний опыт Дубна–Цойтен группы радиационных поправок (**Dubna-Zeuthen Radiative**

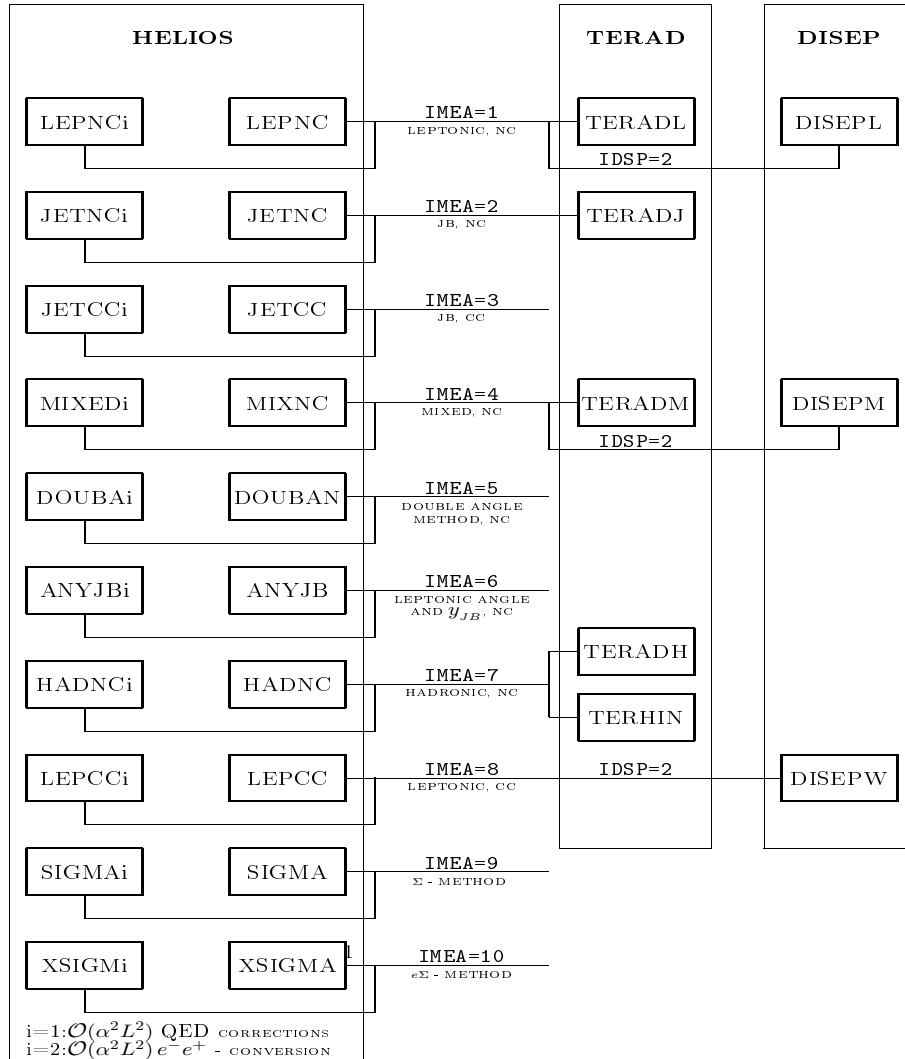


Рис. 1: Блок-схема HECTORa. Различные методы вычисления КЭД поправок выбираются с помощью ключей IMEA and IDSP.

Correction Group, DZRCG) (авторы А. Ахундов, Д. Бардин, Л. Калиновская и Т. Риманн) по вычислению КЭД поправок в различных кинематических переменных; цикл работ выполнен в 1987–1995гг. Программа HELIOS (автор Й. Блюмляйн) реализуют вычисления КЭД поправок  $O(\alpha) + O(\alpha^2)$  в технике ведущих логарифмов; работы выполнены в 1990–1995гг. КЭД поправки внедрены авторами программы HECTOR в NLO приближении.

В этом разделе обзорно представлены наборы кинематических переменных, для которых проведены численные расчеты: лептонные, адронные, Жаке-Блондела и смешанные переменные, переменные вычисленные  $\Sigma$  методом,  $e\Sigma$  методом, методом двойного угла, и переменные  $\theta_l, y_{JB}$ . Одна из вспомогательных блок-схем для управления ключами выбора переменных представлена на Рис. 1.

В качестве численного примера результатов на Рис. 2 показано поведение радиационного фактора  $\delta$  (определенного в Ур.(13)), как функции  $y$  с параметром  $x$

при энергиях ускорителя HERA  $S = 98400\text{ГэВ}^2$  в случае лептонных и смешанных переменных. Подтверждается хорошо известное свойство РП в различных переменных: наибольшая поправка соответствует лептонным переменным. РП с экспоненцированием мягких фотонов также представлены на этих рисунках (штриховая линия). Заметно, что в большей части кинематического диапазона знание поправок  $\mathcal{O}(\alpha)$  вполне достаточно.

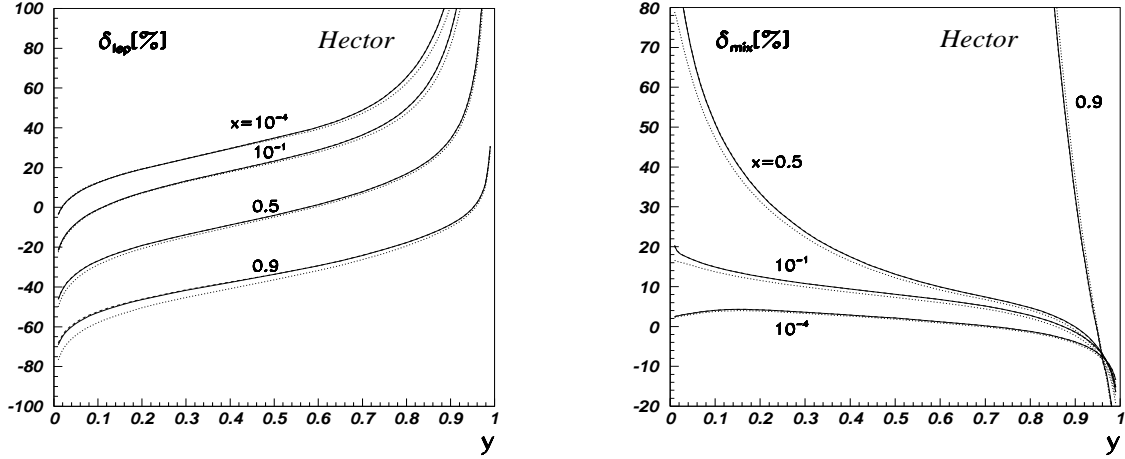


Рис. 2: КЭД поправки в лептонных (левый рисунок) и смешанных переменных (правый рисунок) в %. Точки:  $\mathcal{O}(\alpha)$ , пунктир:  $+\mathcal{O}(\alpha^2)$ , сплошные линии:  $+$  экспоненцирование мягких фотонов.

Востребованность программного пакета HECTOR существует до сих пор. В 2010 году поступили запросы со стороны экспериментаторов на внедрение в этот пакет программ новых кинематических переменных. Результаты первой главы опубликованы в работах [1]-[3],[17].

**Вторая глава диссертации** посвящена описанию вычисления поправок к поляризованному  $\mu e$  рассеянию. Поляризованное  $\mu e$  рассеяния измерялось в эксперименте SMC для мониторинга поляризации мюонного пучка. Исследование проводилось по запросу экспериментаторов SMC (CERN, SPS).

**В разделе 2.1** дается краткий теоретический обзор вычисления радиационных эффектов к поляризованному  $\mu e$  рассеянию.

В параграфе 2.1.1 рассматривается дифференциальное сечение низшего порядка:

$$\frac{d\sigma^{\text{BORN}}}{dy} = \frac{2\pi\alpha^2}{m_e E_\mu} \left[ \frac{(Y-y)}{y^2 Y} (1 - yP_e P_\mu) + \frac{1}{2} (1 - P_e P_\mu) \right],$$

где  $m_\mu$ ,  $m_e$  — массы мюона и электрона;  $P_\mu$ ,  $P_e$  — продольные поляризации мюонного пучка и электрона мишени;  $y = y_\mu = 1 - E'_\mu/E_\mu$  — измеряемая потеря энергии мюоном;  $Y = (1 + m_\mu/2E_\mu)^{-1}$  — ее кинематический максимум;  $E_\mu$ ,  $E'_\mu$ ,  $E'_e$  — энергии начального и конечного мюона и электрона в лабораторной системе.

Зависимость  $d\sigma$  от поляризации используется для вычисления измеряемой spin-flip асимметрии  $A_{\mu e}^{\text{exp}}$  как функции переменной  $y_\mu$

$$A_{\mu e}^{\text{exp}} = \left[ \frac{d\sigma(\uparrow\downarrow)}{dy} - \frac{d\sigma(\uparrow\uparrow)}{dy} \right] / \left[ \frac{d\sigma(\uparrow\downarrow)}{dy} + \frac{d\sigma(\uparrow\uparrow)}{dy} \right].$$

В предыдущих вычислениях использовалась переменная  $y_e = E'_e/E_\mu$ , причем в низшем порядке  $y_\mu = y_e = y$ . Это равенство нарушается при учете КЭД поправок из-за излучения ненаблюдаемых фотонов. Величина КЭД поправок может сильно зависеть от выбора переменной  $y_\mu$  или  $y_e$ . В эксперименте SMC использовалась переменная  $y_\mu$ , поэтому потребовались новые вычисления. Эти новые расчеты были реализованы в фортранной программе *muela* при следующих условиях:

- полные вычисления  $\mathcal{O}(\alpha^3)$ ;
- учет продольных поляризаций мюонов и электронов;
- учет массы мюона (и где необходимо — электрона);
- учет всех необходимых обрезаний в рамках полу-аналитического подхода;
- обрезание на энергию отдачи электрона,  $E'_e \geq E^{RC}$  ( $E^{RC} = 35$  ГэВ);
- обрезание на баланс энергий,  $|E - E'_\mu - E'_e| \geq E^{BC}$  ( $E^{BC} = 40$  ГэВ);
- угловые обрезания на  $\mu$  и  $e$ ,  $\theta_\mu$  и  $\theta_e$  в лабораторной системе:  $|\theta_e^{\text{meas}} - \theta_e^{\text{BORN}}| \leq \theta_{\text{min}}$ ,  $|\theta_\mu^{\text{meas}} - \theta_\mu^{\text{BORN}}| \leq \theta_{\text{min}}$  ( $\theta_{\text{min}} = 1$  мрад).

Здесь  $\theta_e^{\text{meas}}$  и  $\theta_\mu^{\text{meas}}$  — измеряемые углы, а  $\theta_\mu^{\text{BORN}}$  и  $\theta_e^{\text{BORN}}$  — углы, вычисленные в предположении Борновской кинематики.

В параграфе 2.1.2 рассматриваются полные однопетлевые КЭД поправки. В порядке  $\mathcal{O}(\alpha^3)$  имеется  $\mathbf{12=2 \times 6}$  по отдельности калибровочно-инвариантных вкладов:

$$\frac{d\sigma^{\text{QED}}}{dy_\mu} = \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^6 \frac{d\sigma_k^l}{dy_\mu},$$

$k$  и  $l$  обозначают:

- $l = 1$  — неполяризованные вклады,  $l = \text{unpol}$ ;
- $2$  — поляризованные вклады (пропорциональные  $P_e P_\mu$ ),  $l = \text{pol}$ ;
- $k = 1$  — Борновское сечение,  $k = b$ ;
- $2$  — КЭД поправки к мюонному току:  
вершины+тормозное излучение,  $k = \mu\mu$ ;
- $3$  — вклад в аномальный магнитный момент мюона,  $k = \text{am}\mu$ ;
- $4$  — поправки к электронному току:  
вершины+тормозное излучение  $k = ee$ ;
- $5$  —  $\mu e$  интерференция: двухфотонный обмен +  
интерференция тормозных излучений мюона и электрона,  $k = \mu e$ ;
- $6$  — поправка от поляризация вакуума, бегущая  $\alpha$ ,  $k = \text{vr}$ .

КЭД поправленное сечение дается суммой:

$$\frac{d\sigma^{\text{QED}}}{dy_\mu} = \sum_k \left( \frac{d\sigma_k^{\text{unpol}}}{dy_\mu} + P_e P_\mu \frac{d\sigma_k^{\text{pol}}}{dy_\mu} \right).$$

Сечения с  $k = \mu\mu, ee, \mu e$  имеют подобную структуру:  $\frac{d\sigma_k}{dy_\mu} = \frac{\alpha}{\pi} \delta_k^{\text{VR}} \frac{d\sigma^{\text{BORN}}}{dy_\mu} + \frac{d\sigma_k^{\text{BREM}}}{dy_\mu}$  с факторизирующей частью  $\delta_k^{\text{VR}}$ , возникающей от инфракрасно расходящихся вкладов виртуальных (V) и реальных (R) фотонов.

Расчеты проведены с однопетлевой точностью, так как при учете поправок могут существенно измениться кинематические распределения, необходимые для подавления фона.

**В разделе 2.2** представлены численные результаты исследования и выводы. Они наглядно проиллюстрированы двумя Рисунками, на которых приведены КЭД поправки к асимметрии в зависимости от переменной  $y_\mu$  для двух случаев: без каких-либо обрезаний и с обрезаниями эксперимента SMC.

Асимметрия  $A_{\mu e}^a$  и КЭД поправка к ней  $\delta_{y_\mu}^A$  определены следующими выражениями:

$$A_{\mu e}^a = \frac{\frac{d\sigma^a(\uparrow\downarrow)}{dy_\mu} - \frac{d\sigma^a(\uparrow\uparrow)}{dy_\mu}}{\frac{d\sigma^a(\uparrow\downarrow)}{dy_\mu} + \frac{d\sigma^a(\uparrow\uparrow)}{dy_\mu}}, \quad a = \text{BORN, QED}, \quad \delta_{y_\mu}^A = \frac{A_{\mu e}^{\text{QED}}}{A_{\mu e}^{\text{BORN}}} - 1.$$

Как видно из рисунков, КЭД поправка без обрезаний очень большая. Она достигает  $-20\%$ . Поправка  $\delta$  падает до величины меньше  $1\%$ , когда накладываются четыре экспериментальных обрезания.

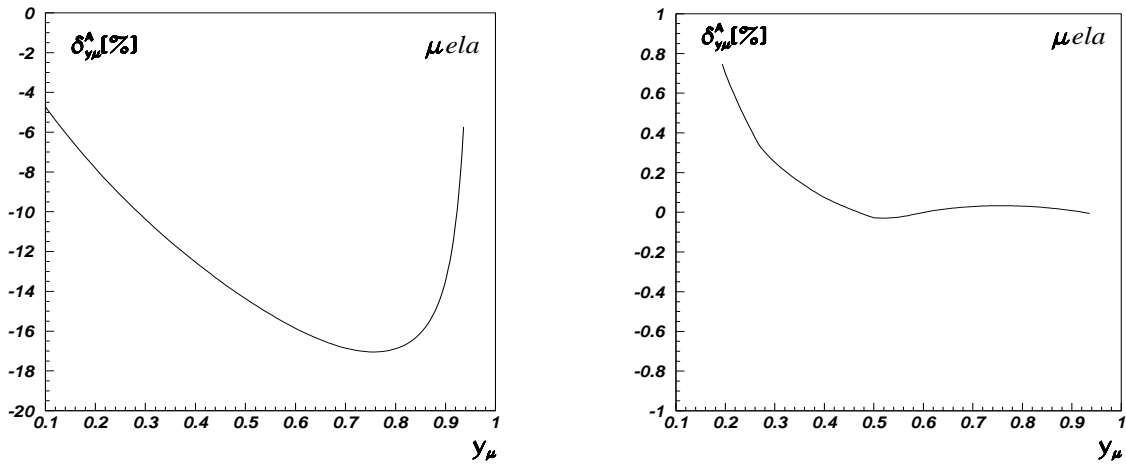


Рис. 3: КЭД поправки к поляризационной асимметрии без экспериментальных обрезаний (левый рисунок). КЭД поправки к поляризационной асимметрии с экспериментальными обрезаниями  $E^{RC} = 35$  ГэВ,  $E^{BC} = 40$  ГэВ,  $\theta_{e,\text{min}} = \theta_{\mu,\text{min}} = 1$  мрад (правый рисунок).

Итог исследования учета КЭД поправок к процессу поляризованного  $\mu e$  рассеяния — фортранный программный продукт проекта *mu e la*, Этот программный продукт применялся при анализе данных в работе [4]. Результаты второй главы представлены в работах [4],[18],[26].



**Третья глава диссертации** посвящена ранним работам по проекту **SANC**, когда еще только выработывалась концепция самого проекта. В этот период создавались и тестировались основные процедуры системы (см. Четвертую главу).

**В разделе 3.1** описан один из первых примеров проверки правильности расчетов **SANC** для физического процесса,  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ , (см. работу [5]), представляющего большой интерес для физики линейного электронного коллайдера. Значение этого исследования выходит далеко за рамки воспроизведения известных в мировой литературе результатов полученных, например, с помощью систем **FeynArts/FeynCalc** и **GRACE-loop**. В работах [6] и [27] была продемонстрирована оригинальность подхода **SANC**: использование  $R_\xi$  калибровки (явное сокращение калибровочных параметров в амплитудах физических процессов гарантирует высокую надежность вычислений); в свою очередь, аналитическое сокращение возможно только после полной “скаляризации” амплитуды, т.е. сведения выражения к скалярным функциям ПВ  $A_0, B_0, \dots$ . Здесь также впервые описано разложение ковариантной амплитуды процесса по базисным структурам, что впоследствии стало одним из первых стандартных шагов в реализации однопетлевых вычислений в **SANC**. Идея базисных структур и соответствующих скалярных формфакторов может быть легко пояснена путем сравнения общих выражений для Борновской и однопетлевой амплитуд процесса.

В параграфе 3.1.1 рассматривается Борновская амплитуда процесса:

$$A_\gamma^B = -i4\pi\alpha(0)\frac{Q_e Q_t}{Q^2}\gamma_\mu \otimes \gamma_\mu, \quad (17)$$

$$A_Z^B = -ie^2\frac{1}{4s_w^2 c_w^2(Q^2 + M_Z^2)}\left[ I_e^{(3)} I_t^{(3)} \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu \gamma_+ + \delta_e I_t^{(3)} \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \gamma_+ \right. \\ \left. + I_e^{(3)} \delta_t \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu + \delta_e \delta_t \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \right], \quad (18)$$

где  $\gamma_\pm = 1 \pm \gamma_5$  и символ  $\otimes$  используется для сокращения выражений

$$\gamma_\mu (L_1 \gamma_+ + Q_1) \otimes \gamma_\nu (L_2 \gamma_+ + Q_2) = \\ \bar{v}(p_+) \gamma_\mu (L_1 \gamma_+ + Q_1) u(p_-) \bar{u}(q_-) \gamma_\nu (L_2 \gamma_+ + Q_2) v(q_+); \quad (19)$$

далее  $\delta_f = v_f - a_f = -2Q_f s_w^2$ ,  $f = e, t$ . Введём  $LL, QL, LQ$ , и  $QQ$  структуры (см. Ур. (18)). Получается пять структур, к которым может быть сведена Борновская амплитуда: одна для  $\gamma$  обмена и четыре для  $Z$  обмена. Из них четыре структуры являются независимыми.

В параграфе 3.1.2 описана однопетлевая амплитуда процесса  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ . Однопетлевая амплитуда раскладывается по шести базисным структурам и параметризована шестью скалярными формфакторами, что равно числу независимых спиральных амплитуд этого процесса.

Удобно работать в  $LQD$  базисе, который естественно возникает в случае, когда не пренебрегают массами в конечном состоянии. Если бы массами начального состояния также не пренебрегали, то для описания потребовалось бы 10 базисных

структур, 10 формфакторов и 10 независимых спиральных амплитуд. Однопетлевая амплитуда схематически может быть записана в виде:

$$[i\gamma_\mu\gamma_+F_L^e(s) + i\gamma_\mu F_Q^e(s)] \otimes [i\gamma_\mu\gamma_+F_L^t(s) + i\gamma_\mu F_Q^t(s) + m_t ID_\mu F_D^t(s)], \quad (20)$$

где  $D_\mu = (q_+ - q_-)_\mu$ .

Каждый формфактор в  $R_\xi$  калибровке может быть представлен как сумма:

$$F_{L,Q,D}^\xi(s) = F_{L,Q,D}^{(1)}(s) + F_{L,Q,D}^{\text{add}}(s). \quad (21)$$

Первое слагаемое отвечает  $\xi = 1$  калибровке, а второе содержит все  $\xi$  зависимости и исчезает при  $\xi = 1$  по построению.

Было проверено сокращение всех  $\xi$ -зависимых членов в нескольких подгруппах диаграмм. Пример такой подгруппы —  $ZZ$  боксы. Нами найдено 7 таких подгрупп: 3 в КЭД секторе и 4 в электрослабом секторе.

“Одетая” амплитуда  $\gamma$  обмена,

$$A_\gamma^{\text{IBA}} = i \frac{4\pi Q_e Q_f}{s} \alpha(s) \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu, \quad (22)$$

идентична Борновской амплитуде Eq. (18) с точностью до замены  $\alpha(0)$  на бегущую электромагнитную константу  $\alpha(s)$ :  $\alpha(s) = \alpha / \left\{ 1 - \frac{\alpha}{4\pi} [\Pi_{\gamma\gamma}^{\text{fer}}(s) - \Pi_{\gamma\gamma}^{\text{fer}}(0)] \right\}$ . В  $LQD$  базисе амплитуда  $Z$  обмена имеет Борноподобную структуру в терминах шести ( $LL$ ,  $QL$ ,  $LQ$ ,  $QQ$ ,  $LD$  и  $QD$ ) формфакторов:

$$A_Z^{\text{IBA}} = i e^2 \frac{\chi_Z(s)}{s} \left\{ \begin{aligned} &\gamma_\mu\gamma_+ \otimes \gamma_\mu\gamma_+ F_{LL}(s, t) + \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu\gamma_+ F_{QL}(s, t) + \gamma_\mu\gamma_+ \otimes \gamma_\mu F_{LQ}(s, t) \\ &+ \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu F_{QQ}(s, t) + \gamma_\mu\gamma_+ \otimes (-im_t D_\mu) F_{LD}(s, t) + \gamma_\mu \otimes (-im_t D_\mu) F_{QD}(s, t) \end{aligned} \right\}. \quad (23)$$

В Ур. (23) использовано отношение пропагаторов  $Z/\gamma$  с  $s$ -зависимой (или постоянной)  $Z$  шириной:  $\chi_Z(s) = 1/(4s_w^2 c_w^2) s / [s - M_Z^2 + i(\Gamma_Z/M_Z)s]$ . Это типичный пример применения понятий ковариантной амплитуды, базисных структур и скалярных формфакторов в идеологии **SANC**.

В параграфе 3.1.3 даны численные результаты и выводы.

В разделе 3.2 приведен пример использования “ранней” **SANC**, основанный на работе [7]. Результаты этой работы были внедрены в программу **ZFITTER V. 6\_35** и в течение ряда лет использовались при глобальном фите мировых электрослабых данных.

Эта работа выполнена по запросу экспериментаторов LEP включить расчеты параметров нарушения четности в атомных переходах (здесь и далее APV) в список псевдо-наблюдаемых (здесь и далее PO) доступных в фортранных программах **TOPAZ0** и **ZFITTER**, для того чтобы учесть результаты APV в фитах выполняемых Леповской Электрослабой Рабочей Группой (LEP EWWG).

Причина такого запроса состоит в том, что имеются прецизионные экспериментальные измерения  $APV$  в парах цезия, на уровне 0.4%, таллия, свинца и висмута. Тем не менее нельзя не отметить, что имеется существенная разница между  $PO$  на  $Z$ -резонансе, например,  $\Gamma_Z$ ,  $\sigma_{had}^0$ ,  $A_{FB}^0$  и т.п., и параметрами  $APV$ , где типичная энергетическая шкала диктуется пределом нулевого переданного импульса в  $APV$  Гамильтониане. Уже этот факт является причиной относительно больших теоретических неопределенностей, которые обусловлены пренебрежением КХД поправками в этом режиме.

Изучение  $APV$  было предметом нескольких работ, выполненных в 80'е годы В. Марчиано и А. Сирлиным. Для программы `TOPAZ0`, которая основана на схеме минимального вычитания, оказалось относительно легко включить все вычисленные эффекты высших порядков в “старые”  $\overline{MS}$  вычисления. Для `ZFITTERa` выполнено новое вычисление параметров  $APV$  в схеме перенормировок на массовой поверхности (OMS).

Параграф 3.2.1 посвящен усовершенствованию  $\overline{MS}$  вычислений.

Электрон–кварковый, нарушающий четность Гамильтониан при нулевом переданном импульсе параметризован следующим образом:

$$H_{PV} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (C_{1u} \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e \bar{u} \gamma_\mu u + C_{2u} \bar{e} \gamma_\mu e \bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 u + C_{1d} \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e \bar{d} \gamma_\mu d + C_{2d} \bar{e} \gamma_\mu e \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 d) \dots, \quad (24)$$

где факторизована константа Ферми  $G_F$ , а многоточие отвечает вкладам тяжелых кварков. В тяжелых атомах доминирующая часть нарушения четности пропорциональна так называемому слабому заряду  $Q_W$ :

$$Q_W(Z, A) = 2 \left[ (Z + A) C_{1u} + (2A - Z) C_{1d} \right]. \quad (25)$$

Были использованы вычисления В. Марчиано и А. Сирлина, выполненные в модифицированной схеме минимального вычитания ( $\overline{MS}$ ). Они были дополнены посредством учета всех известных в настоящее время эффектов высших порядков, а именно: двухпетлевых вкладов в параметр  $\rho$  (Й. Фляйшер, 1993), точных поправок  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$  (Б. Ниль, 1990), поправок  $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$  к  $\rho$  (К. Четыркин, 1995), NLO двухпетлевых поправок в режиме тяжелого топ-кварка (Д. Деграсси, 2000). В то же время была сделана попытка оценить теоретические неопределенности на уровне электрослабых и КХД поправок.

В параграфе 3.2.2 описаны вычисления в OMS схеме.

Прежний результат (В. Марчиано, 1983) был полностью перевычислен в OMS схеме. Здесь техническую проблему представляет извлечение предела при нулевом переданном импульсе из выражений выведенных для процесса  $ee \rightarrow t\bar{t}$ , см. раздел 3.1 этой Главы. Рассматриваемый здесь процесс — рассеяние в  $t$ -канале  $ee \rightarrow uu$ . Это исследование содержится в результатах работы [5], так как оно было проведено с удержанием всех масс. Следовательно возможно взятие предела при нулевом переданном импульсе,  $Q^2 \ll m^2$  ( $m$  — любая масса).

Довольно легко взять предел  $Q^2 \rightarrow 0$  для вершинных и собственно-энергетических функций, поскольку они зависят только от этой переменной. Для боксов

процедура более сложная из-за их сложной зависимости от инвариантов  $s$  и  $t$ . Однако,  $ZZ$  и  $Z\gamma$  боксы формируют калибровочно инвариантные под-наборы полного результата, а для  $WW$  боксов необходимо найти в соответствующем пределе только часть результата при  $\xi = 1$ , которая хорошо определена и проста. Эти факты обусловили стратегию вычислений. Все вклады (кроме боксов) берутся в пределе  $Q^2 \rightarrow 0$  формфакторов процесса  $ee \rightarrow t\bar{t}$ , а боксовские диаграммы перевычисляются заново при  $Q^2 = 0$ . Все вычисления были проделаны с помощью прототипа компьютерной системы **SANC** (см. [6],[28]).

Для наших вычислений можно сравнить APV Гамильтониан Eq. (24) и его  $ee \rightarrow t\bar{t}$  аналог:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_Z(0) = & I_e^{(3)} I_f^{(3)} \frac{\pi\alpha}{s_W^2 c_W^2 (-M_Z^2)} \left\{ \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu \gamma_+ F_{LL}(0) + d_e \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \gamma_+ F_{QL}(0) \right. \\ & \left. + d_f \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu F_{LQ}(0) + d_e d_f \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu F_{QQ}(0) \right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

где (0) обозначает  $Q^2 = 0$ . Приводится только один аргумент, так как вклад боксов исключен. Далее,  $\gamma_+ = 1 + \gamma_5$ ,  $d_f = -4|Q_f|s_W^2$ . Из уравнений (24) и (26) можно получить соотношения между параметрами APV  $C_{1f}$  и  $C_{2f}$  и формфакторами  $ee \rightarrow t\bar{t}$  при нулевом переданном импульсе:

$$\begin{aligned} C_{1f} &= I_f^{(3)} \left[ f_{LL} + d_f f_{LQ} - \Delta r (1 + d_f) \right], \\ C_{2f} &= I_f^{(3)} \left[ f_{LL} + d_e f_{QL} - \Delta r (1 + d_e) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

где  $f = u, d$  и  $f_{LL,QL,LQ} = 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} F_{LL,QL,LQ}(0)$ . После громоздких вычислений получаем выражения для  $C_{1u}, C_{1d}, C_{2u}, C_{2d}$ .

В параграфе 3.2.3 этого раздела рассматривается настоящий уровень теоретической неопределенности в APV. Вывод таков, что теоретические неопределенности полностью доминируются КХД эффектами при нулевом переданном импульсе.

Эффективный APV слабый угол смешивания определяется следующим соотношением:

$$\sin^2 \theta_{\text{APV}} = \kappa'_{\text{PV}}(0) \sin^2 \hat{\theta}(M_W^2). \quad (28)$$

Для  $M_Z = 91.1875$  ГэВ,  $M_H = 150$  ГэВ и  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.119$  интервал значений имеет вид:  $\sin^2 \theta_{\text{APV}} = 0.231601 (0.232123)$ .

Современное значение для слабого заряда таково:

$$Q_W(\text{Cs}) = -72.06 \pm 0.28 (\text{exp.}) \pm 0.34 (\text{theo.}). \quad (29)$$

В этот переходный период (2000–2004гг) проект **SANC** докладывался на российских и международных конференциях [5],[6],[19]-[21],[28], в том числе на Рочестерской конференции в Амстердаме в 2002г, [20]. Эти работы сыграли важную роль в формировании концепции проекта и его апробации перед научным сообществом.

В разделе 3.3 описан первый пример использования SANC для физических приложений в конкретном эксперименте. Это эксперименты по глубоконеупругому рассеянию нейтрино, т.е. процессы

$$\text{CC} : \quad \nu(k_1) + q_i(p_1) \rightarrow l^-(k_2) + q_f(p_2) \quad \text{и} \quad \bar{\nu} + q_i \rightarrow l^+ + q_f, \quad (30)$$

$$\text{NC} : \quad \nu(k_1) + q_i(p_1) \rightarrow \nu(k_2) + q_f(p_2) \quad \text{и} \quad \bar{\nu} + q_i \rightarrow \bar{\nu} + q_f. \quad (31)$$

Радиационные эффекты к рассеянию нейтрино нуклонами: вычисление вклада жестких фотонов, вкладов виртуальных (однопетлевых) электрослабых поправок, сделанные с помощью автоматической системы SANC, были внедрены в общую Монте Карло схему анализа экспериментальных данных эксперимента NOMAD. Рассматриваются вклады с массовыми сингулярностями, включая поправки высших порядков в ведущих логарифмах. Исследуется схемная зависимость поправок, обусловленная слабыми взаимодействиями. Результаты расчета — ЭС поправки достигают нескольких % по абсолютной величине, и ими нельзя пренебречь. Чтобы обеспечить быструю работу соответствующих программ, описывающих поправки, были получены аналитические формулы (без численного интегрирования).

В параграфе 3.3.1 описано Борновское сечение ГНР нейтрино. Был рассмотрен процесс ГНР в рамках кварк-партонной модели, предполагая, что кинематическая область такова:  $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ .

Для процесса рассеяния с заряженным током, (30) борновский уровень сечений нейтрино–кваркового взаимодействия, свернутый с кварковыми функциями распределений (PDF) имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\sigma_{\nu CC}^{\text{Born}}}{dx dy} = \sigma_{CC}^0, \quad \frac{d^2\sigma_{\bar{\nu} CC}^{\text{Born}}}{dx dy} = \sigma_{CC}^0(1-y)^2, \quad \sigma_{CC}^0 = |V_{if}|^2 \frac{G_F^2}{\pi} \hat{s} \frac{M_W^4}{(M_W^2 + \hat{Q}^2)^2} f_i(x, \hat{Q}^2), \quad (32)$$

где  $M_W$  — масса  $W$  бозона;  $\hat{s}$  — квадрат энергии в системе центра масс нейтрино–кварковой системы;  $|V_{if}|$  — элемент кварковой матрицы смешивания Кабиббо–Кобаяши–Маскава;  $f_i(x, \hat{Q}^2)$  PDF начальных кварков в данном нуклоне.

Кинематика описывается Бьеркеновскими переменными:

$$y = \frac{\hat{Q}^2}{\hat{s}}, \quad \hat{Q}^2 = -(p_2 - p_1)^2, \quad x = \frac{\hat{Q}^2}{yS}, \quad \hat{s} = (k_1 + p_1)^2 \approx xS, \quad S = (k_1 + P)^2, \quad (33)$$

где  $P$  — импульс начального нуклона. Мы будем использовать обозначения  $m_{1,2,l}$  ( $Q_{1,2,l}$ ) для масс (зарядов) начального кварка, конечного кварка и мюона.

Для процесса рассеяния с нейтральным током, (31):

$$\frac{d^2\sigma_{\nu(\bar{\nu})NC}^{\text{Born}}}{dx dy} = \sigma_{NC}^0 \left( g_{L(R)}^2 + g_{R(L)}^2(1-y)^2 - \frac{2m_1^2 y}{\hat{s}} g_L g_R \right), \quad \sigma_{NC}^0 = \frac{G_F^2 \hat{s} M_Z^4}{\pi(M_Z^2 + \hat{Q}^2)^2} f_i(x, \hat{Q}^2), \quad (34)$$

где  $g_L = -\frac{1}{2} + |Q_i| \sin^2 \theta_w$ ,  $g_R = |Q_i| \sin^2 \theta_w$ ,  $M_Z$  — масса  $Z$ -бозона; и  $\theta_w$  — угол слабого смешивания.

Параграф 3.3.2 посвящен описанию вычисления ЭС РП. Радиационно-поправленное сечение ГНР нейтрино, т.е. результат вычисления РП порядка  $\mathcal{O}(\alpha)$ , можно

представить как сумму Борновского сечения и вкладов виртуальных петлевых диаграмм (Virt), мягкого излучения (Soft) и жесткого излучения фотонов (Hard):

$$\frac{d^2\sigma_i^{\text{Corr.}}}{dx dy} = \frac{d^2\sigma_i^{\text{Born}}}{dx dy} \left( 1 + \delta_i^{\text{Virt}} + \delta_i^{\text{Soft}} + \delta_i^{\text{Hard}} \right), \quad (35)$$

где индекс  $i$  обозначает тип рассматриваемого процесса ( $\nu q$   $CC$ ,  $\bar{\nu} q$   $NC$  и т.п.). Все расчеты сделаны в предположении, что квадрат переданного импульса мал по сравнению с массой  $W$  бозона, т.е. пренебрегается поправками порядка  $\alpha Q^2/M_W^2$ .

- получены аналитические выражения для виртуальных поправок  $CC$  и  $NC$  нейтрино–кваркового рассеяния  $\delta_{\nu CC, NC}^{\text{Virt}}$ , и антинейтрино–кваркового рассеяния  $\delta_{\bar{\nu} CC, NC}^{\text{Virt}}$ ; приведены явные, достаточно громоздкие, выражения для результатов.

Слабая часть виртуальной поправки к  $NC$  случаю включена в определение эффективных электрослабых констант связи:

$$g_{L(R)} \rightarrow \tilde{g}_{L(R)}, \quad \tilde{g}_L = \rho \left( -\frac{1}{2} + |Q_i| \kappa \sin^2 \theta_w \right), \quad \tilde{g}_R = \rho \kappa |Q_i| \sin^2 \theta_w, \quad (36)$$

где  $\rho$  и  $\kappa$  — электрослабые формфакторы.

- описывается излучение мягких фотонов в ГНР нейтрино стандартным образом — посредством факторов сопутствующего излучения. Аналитические выражения для соответствующих вкладов мягкофотонных поправок получены для заряженного и нейтрального токов:  $\delta_{\nu CC}^{\text{Soft}}$ ,  $\delta_{\bar{\nu} CC}^{\text{Soft}}$ .

- приведены вклады излучения жестких фотонов для заряженного и нейтрального  $\nu q$  рассеяния —  $\delta_{\nu CC}^{\text{Hard}}$ ,  $\delta_{\nu NC}^{\text{Hard}}$  и для  $\bar{\nu} q$  рассеяния —  $\delta_{\bar{\nu} CC}^{\text{Hard}}$  и  $\delta_{\bar{\nu} NC}^{\text{Hard}}$ .

В параграфе 3.3.3 рассматриваются кварковые массовые сингулярности.

Вспомогательный параметр  $\bar{\omega}$  (soft-hard разделитель) сокращается в сумме мягких и жестких фотонных поправок. Инфракрасно сингулярные члены (содержащие логарифм  $\lambda$ ) сокращаются в сумме виртуальных и мягких вкладов. Кроме того, в полной сумме большие логарифмы (массовые сингулярности) с массой кварка в конечном состоянии  $m_2$  исчезают в согласии с теоремой Киношита–Ли–Науенберга.

Для настоящей задачи можно ограничиться применением  $\overline{\text{MS}}$  схемы вычитания для КЭД части радиационных поправок рассматриваемых процессов. Это приведет к сдвигу логарифма с массовой сингулярностью начального кварка (и некоторой константы) из нашего результата в соответствующую функцию распределения кварков. Она также должна быть взята в  $\overline{\text{MS}}$  схеме. Мы получаем следующее выражение для членов, которые должны быть вычтены из полного результата вычислений с массивными кварками:

$$\delta_{\overline{\text{MS}}} = Q_1^2 \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dx x \left[ \frac{1+x^2}{1-x} \left( \ln \frac{\hat{Q}^2}{m_1^2} - 1 - 2 \ln(1-x) \right) \right]_+ = Q_1^2 \frac{\alpha}{2\pi} \left( -\frac{4}{3} \ln \frac{\hat{Q}^2}{m_1^2} - \frac{17}{9} \right). \quad (37)$$

Параграф 3.3.4 посвящен мюонным массовым сингулярностям. В случае  $CC$  рассеяния большие логарифмы, сингулярные в пределе  $m_l \rightarrow 0$ , остаются в окончательном ответе. Эти члены находятся в согласии с предсказанием метода ренормализационной группы.

Для наших целей достаточно рассмотреть приближение ведущих логарифмов в порядках  $\mathcal{O}(\alpha L)$  и  $\mathcal{O}(\alpha^2 L^2)$ , включая вклад рождения  $e^+e^-$  пар. Используя формализм функции фрагментации, можно получить поправку, следующую за ведущей, т.е. порядка  $\mathcal{O}(\alpha^2 L)$ . Поправка  $\delta_i^{(2)LL}$  отвечает сумме вкладов  $\mathcal{O}(\alpha^2 L^2)$  и  $\mathcal{O}(\alpha^2 L)$ .

В параграфе 3.3.5 анализируются численные результаты и суммируются выводы. Суммируя все вклады в РП рассмотренные выше, и применяя  $\overline{\text{MS}}$  вычитание массовых сингулярностей начального кварка, был получен результат для поправок к нейтрино–кварковому сечению:

$$\frac{d^2\sigma_i^{\text{Corr.}}}{dx dy} = \frac{d^2\sigma_i^{\text{Born}}}{dx dy} (1 + \delta_i + \delta_i^{(2)LL} - \delta_{\overline{\text{MS}}}), \quad (38)$$

где  $\delta_i^{(2)LL}$  исчезает в случае NC.

Вычисления проводились при следующих условиях: фиксированная энергия нейтрино  $E_\nu = 80$  ГэВ; изоскалярная ядерная мишень; обрезание на энергию адронной системы в конечном состоянии  $\hat{E}_{\text{hadr}} \geq 10$  ГэВ, использован набор PDF STEQ4L.

Были рассмотрены две электрослабые схемы:  $G_F$  и  $\alpha(0)$ , и найдено, что зависимость от выбора схемы заметна. На Рисунках 4,5 приведена относительная величина суммы радиационных поправок,  $\delta_i + \delta_i^{(2)LL} - \delta_{\overline{\text{MS}}}$ , для двух каналов (нейтрино–*u*-кварк NC рассеяние и нейтрино–*d*-кварк CC рассеяние) в зависимости от  $y$  для трех фиксированных значений  $x$ . Поведение поправок достаточно гладкое, и поправки достигают нескольких процентов, т.е. их необходимо учитывать при анализе данных.

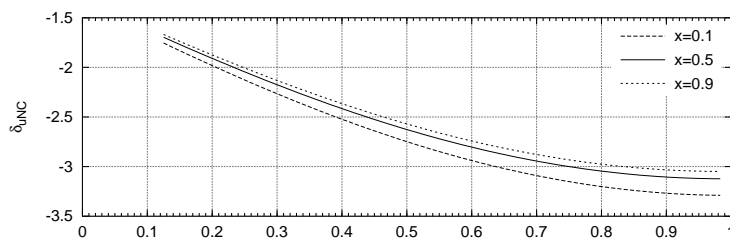


Рис. 4: Относительный эффект РП к  $\nu - u$  и NC рассеянию в зависимости от  $y$  для трех фиксированных значений  $x$ .

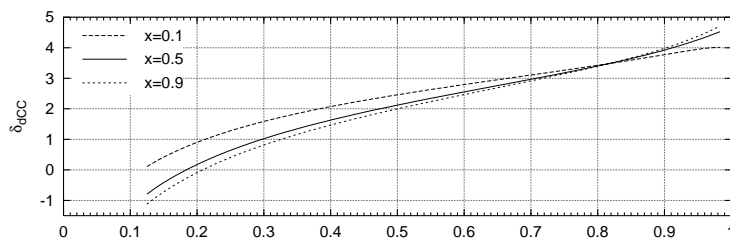


Рис. 5: Относительный эффект РП к  $\nu - d$  CC рассеянию в зависимости от  $y$  для трех фиксированных значений  $x$ .

Содержание данного раздела опубликовано в работе [8].

В главе 4 представлено описание вычислительной среды SANC, основные результаты внедрения в систему SANC  $2f2b$  процессов и некоторых  $4f$  процессов, введение и вычисление вспомогательных функций  $J$ . Рассмотрена успешная модульность однопетлевых расчетов, реализована идея экспорта модулей в существующий MC генератор WINHAC, описано применение модулей SANC при обработке данных в эксперименте ATLAS.

В разделе 4.1 детально рассматривается база вычислительной среды SANC, основанная на потоках вычислений внутри процедур.

В параграфе 4.1.1 представлены процедуры вычислительной среды. Процедуры подразделяются на три типа: *специфические*, *специальные* и *внутренние* (*intrinsic*). Текст внутренних процедур недоступен пользователю, они рассматриваются как черные ящики. Пользователю достаточно понимать их функции и смысл их аргументов. Внутренние процедуры представляют собой истинный фундамент системы SANC. В этом параграфе приводится описание основных внутренних процедур, которые можно встретить в каждой программе вычисления процессов внедренных в дерева SANC. Их перечень не является полным, процедуры представлены в алфавитном порядке и объяснены обращения к их аргументам и пояснения ключей.

В параграфе 4.1.2 представлена идея предвычислений (**Precomputation**) в рамках системы SANC. Однопетлевые вычисления требуют больших временных затрат, и идея предвычислений заключается в том, чтобы вычислить заранее все необходимые однопетлевые диаграммы и связанные величины (например, константы перенормировок и т.п.) и сохранить результаты в виде файлов. В этом параграфе приводится описание реализации предвычислений, дерева SANC, подробное описание предвычислительных модулей для собственных энергий, вершин и боксов. Результаты этого параграфа, а также краткое руководство для пользователя версии SANC v. 1.00 и процесс её инсталляции представлены в работе [9].

В параграфе 4.1.3 описаны аналитический и численный уровни внедрения процессов (**Processes**) в систему SANC.

Дерево SANC содержит три модели взаимодействий элементарных частиц: КЭД, ЭС и КХД.

На Рис. 6 показаны деревья внедренных процессов в ЭС модели.

Типичные автономные программные продукты экспорта SANC на выходе: фор-трантные модули и отдельные Монте Карло генераторы, (см. раздел Downloads на домашних страницах проекта <http://sanc.jinr.ru> и <http://pcphsanc.cern.ch>).

Одним из предметов диссертации является внедрение процессов ЭС сектора:  $f\bar{f}b\bar{b} \rightarrow 0$ , (или  $2f2b$ , см. деревья процессов на рис.6). Аннигиляция в вакуум  $f\bar{f}b\bar{b} \rightarrow 0$  означает, что все 4-импульсы — входящие; это стандартный (мультиканальный) подход SANC, который позволяет делать расчет однопетлевой ковариантной амплитуды (CA) и формфакторов только один раз и получать их для каждого конкретного канала путем кроссинг-преобразования.

Деревья внедренных в SANC процессов состоят из нескольких “каталогов”, которые заканчиваются “файлами”. Обычно имеется три файла: FF (Form Factors, формфакторы), HA (Helicity Amplitudes, спиральные амплитуды) и BR (Brems-



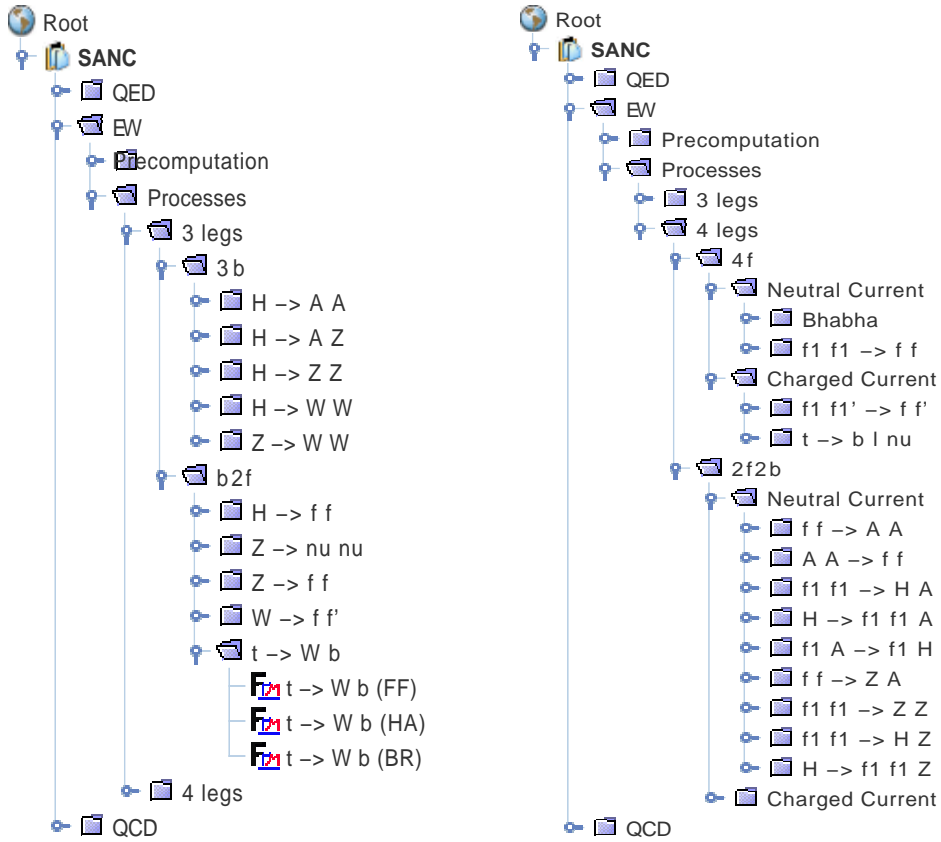


Рис. 6: 3-х и 4-х частичные ЭС процессы, доступные в версии SANC 1.10

strahlung, сопутствующее тормозное излучение). В названии каталогов используются обозначения:  $b$  — для любого бозона;  $f(f_1)$  — для любого фермиона ( $f_1$  — для безмассовых фермионов первого поколения, массы которых удерживаются только в аргументах логарифмических функций);  $A$  — для фотона,  $Z, W, H$  — для бозонов; в названии файлов — то же самое, но под  $t$  и  $b$  подразумеваются топ и боттом-кварки. Четвертый файл (MC) для некоторых процессов SANC — это вклад тормозного излучения в полностью дифференциальном виде (для использования в Монте Карло интеграторах и/или генераторах событий). Эти четыре типа файлов представляют собой аналитические модули SANC.

Согласно принятому в SANC подходу, все  $ffbb \rightarrow 0$  процессы могут быть посчитаны с бозонами не лежащими на массовой поверхности, что, в свою очередь, позволит использовать их в качестве строительных блоков для будущего внедрения  $5 \rightarrow 0$  процессов.

- **Аналитический уровень внедрения процесса SANC** — предполагает вычисление однопетлевых скалярных формфакторов, спиральных амплитуд и сопутствующего тормозного излучения.

Для выполнения аналитических вычислений используется язык FORM (версия 3.3). Все расчеты на однопетлевом уровне точности выполнены с использованием ренормализационной схемы на массовой поверхности (OMS) в  $R_\xi$  калибровке с

тремя калибровочными параметрами  $\xi_A$ ,  $\xi_Z$  и  $\xi \equiv \xi_W$ .

Для параметризации ультрафиолетовых расходимостей используется размерная регуляризация. Петлевые интегралы выражаются через стандартные скалярные функции ПВ:  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$  и вспомогательные функции  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $d_0$ .

Реальные поправки состоят из вкладов мягкого (“Soft”) и жесткого (“Hard”) тормозного излучения. Они вычисляются модулями BR и MC. Мягкое тормозное излучение обладает Борноподобной кинематикой, в то время как фазовое пространство жесткого тормозного излучения содержит дополнительную частицу (фотон или глюон).

Монте Карло интегрирование по фазовому пространству  $d\Phi^n$  осуществляется с использованием процедуры Vegas.

Специфика расчета состоит в том, что массами легких фермионов первого поколения пренебрегается повсюду, за исключением КЭД диаграмм с виртуальными и реальными фотонами.

На Рис. 6 открыты файлы для распада  $t \rightarrow Wb$ , которые вычисляют:

- Ковариантную амплитуду скалярные формфакторы. SA соответствует прямому расчету *всех* диаграмм, дающих вклад в данный процесс на однопетлевом уровне. Результат представлен в конечном *базисе структур*, составленном из строк матриц Дирака (иногда свернутых с внешними импульсами) и самих внешних импульсов, свернутых с поляризационными векторами векторных бозонов. Амплитуда параметризована некоторым числом формфакторов, которые обозначаются как  $\mathcal{F}$ . Индекс формфактора отвечает соответствующей структуре. Число формфакторов по построению равно числу структур. Однако для случаев, приведенных ниже, некоторые из формфакторов могут быть равны. Таким образом, число независимых формфакторов может быть меньше числа структур. Для существующих структур древесного уровня соответствующие формфакторы записываются в следующем виде:  $\mathcal{F} = 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \tilde{\mathcal{F}}$ , где “1” отвечает Борновскому приближению, а  $\tilde{\mathcal{F}}$  — однопетлевому приближению. Традиционно, используются различные константы:  $Q_f$ ,  $I_f^{(3)}$ ,  $\sigma_f = v_f + a_f$ ,  $\delta_f = v_f - a_f$ ,  $s_W = e/g$ ,  $c_W = M_W/M_Z$ . Описана эффективная идеология строительных блоков (Building Blocks, BB) SANC для вычислений формфакторов. Информация о главных предвычисленных BB сохраняется в базовых \*.sav файлах (BSF). Заметим, что для 4-частичных процессов  $fbb$  все BB — четырехногие по построению. Этот прием сильно упрощает процедуру проектирования SA на базис независимых структур.

Любой модуль, вычисляющий формфакторы, начинается с загрузки вычисленных BB из банка BSF. BSF содержат предвычисленные объекты: собственные энергии, вершины и боксы (иногда с бозонами вне массовой поверхности). Предвычислительные процедуры имеют несколько уровней. В модулях, вычисляющих формфакторы, используются результаты последнего уровня, который содержит уже перенормированные BB — пропагаторы и вершины. Например, принимаются во внимание *контрчлены* и *специальные вершины*. Однако, в них есть много остаточных UV полюсов и  $\xi$ -зависимых

слагаемых, которые сокращаются в сумме для однопетлевой СА физического процесса. Именно поэтому используется термин “переномировка” в связи с модулями, вычисляющими FF.

Загрузка BSF делается в несколько шагов:

шаг собственных энергий + шаг вершин + шаг боксов — это строительные блоки. Итог — это суммирование всех вкладов. Конструируются четыре выражения,  $\text{Sum}'i'$ , отвечающие калибровочным индексам  $i=1(\xi_A), 2(\xi_Z), 3(\xi), 4$  (не зависит от любого  $\xi$ ). Заключительный шаг — формирование BSF \*.sav с 'i' FF: FF'i' ( $i = 1 - 4$ ) для дальнейшего использования в программном продукте s2n.f.

Полученные формфакторы  $\mathcal{F}$  свободны от калибровочных параметров и от ультрафиолетовых сингулярностей. Аналитические выражения для формфакторов слишком громоздки для того, чтобы представить их в данной главе диссертации. Они могут быть воспроизведены в режиме реального времени с помощью системы SANC.

- Спиральные амплитуды (HA). Они зависят от скалярных формфакторов,  $\mathcal{H}(\mathcal{F}_i)_{\{\lambda_i\}}$ . Символ  $\{\lambda_i\}$  означает набор квантовых собственных значений спиральностей. Обычно это просто проекции спина на некоторые оси квантования (например, направления внешних импульсов).
- Сопутствующее реальное тормозное излучение (BR). Модуль BR вычисляет вклад реального тормозного излучения к рассматриваемым процессам в инклюзивной постановке.

В некоторых случаях имеется дополнительный MC модуль, предназначенный для расчета полностью дифференциальных распределений в Монте Карло кодах.

• **Численный уровень внедрения процесса SANC** Для численных расчетов используются фортранные модули, сгенерированные пакетом s2n.f — частью системы, написанной на языке PERL. Система SANC включает в себя собственную фортранную библиотеку для численных вычислений функций ПВ и использует пакет LoopTools. Для удобства вычислений введен класс вспомогательных функций  $J$  (см. раздел 4.4).

Были проведены сравнения наших численных результатов для всех внедренных процессов с другими независимыми однопетлевыми вычислениями существующими в литературе. Борновский уровень и вклады жесткого тормозного излучения для всех каналов всегда сравниваются с результатами пакета CompHEP. Результаты этих сравнений показаны в конце соответствующих параграфов следующего раздела.

**В разделе 4.2** по единой схеме описаны расчеты и внедрение ЭС РП в однопетлевом приближении в систему SANC нескольких  $fbb \rightarrow 0$  процессов.

Получены формфакторы, свободные от УФ расходимостей, и спиральные амплитуды. Для устранения инфракрасных расходимостей учтены вклады мягкого

тормозного излучения. Вычислены и внедрены вклады жесткого тормозного излучения. В конце каждого параграфа представлено сравнение полученных результатов с мировой литературой.

В параграфе 4.2.1 диссертации приведен расчет ЭС поправок в однопетлевом приближении для процесса  $f(p_2)\bar{f}(p_1) \rightarrow Z(p_3)Z(p_4)$ . Представлена ковариантная амплитуда процесса в канале аннигиляции, остальные каналы в данном случае нефизичны. Она содержит 10 левых ( $\gamma_+$ ) и 10 правых ( $\gamma_-$ ) структур:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{f\bar{f}ZZ} = & k_0 \left\{ \left[ \bar{v}(p_1) \left( \not{p}_3 \gamma_+(p_1)_\mu (p_1)_\nu \mathcal{F}_1^+(s, t) + \not{p}_3 \gamma_+(p_1)_\mu (p_2)_\nu \mathcal{F}_2^+(s, t) \right. \right. \right. \\ & + \not{p}_3 \gamma_+(p_1)_\nu (p_2)_\mu \mathcal{F}_3^+(s, t) + \not{p}_3 \gamma_+(p_2)_\mu (p_2)_\nu \mathcal{F}_4^+(s, t) + \not{p}_3 \gamma_+ \delta_{\mu\nu} \mathcal{F}_5^+(s, t) \\ & + \gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu \gamma_+ \mathcal{F}_6^+(s, t) + \gamma_\mu \gamma_+ (p_1)_\nu \mathcal{F}_7^+(s, t) + \gamma_\mu \gamma_+ (p_2)_\nu \mathcal{F}_8^+(s, t) \\ & \left. \left. \left. + \gamma_\nu \gamma_+ (p_1)_\mu \mathcal{F}_9^+(s, t) + \gamma_\nu \gamma_+ (p_2)_\mu \mathcal{F}_{10}^+(s, t) \right) u(p_2) \varepsilon_\nu^Z(p_3) \varepsilon_\mu^Z(p_4) \right] \right. \\ & \left. + \left[ \gamma_+ \rightarrow \gamma_-, \mathcal{F}_i^+ \rightarrow \mathcal{F}_i^- \right] \right\}, \end{aligned} \quad (39)$$

где  $k_0 = -\frac{ig^2}{8c_w^2}$ , и  $\gamma_\pm = I \pm \gamma_5$ ;  $\bar{v}(p_1)$ ,  $u(p_2)$  — биспиноры внешних фермионов;  $\varepsilon_{\nu(\mu)}^Z(p_{3(4)})$  —  $Z$  бозонные поляризационные вектора; обычные инварианты Мандельштама в метрике Паули ( $p^2 = -m^2$ ) определены следующим образом:

$$(p_1 + p_2)^2 = Q^2 = -s, \quad (p_2 + p_3)^2 = T^2 = -t, \quad (p_2 + p_4)^2 = U^2 = -u. \quad (40)$$

В параграфе 4.2.2 приведен расчет ЭС поправок в однопетлевом приближении для процесса  $f(p_1)\bar{f}(p_2)H(p_3)Z(p_4) \rightarrow 0$  в канале аннигиляции и канале распада.

• В канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow HZ$  имеются шесть структур в случае, когда пренебрегается фермионной массой:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{f\bar{f}HZ} = & k \left\{ \left[ \bar{v}(p_1) \left( \gamma_\nu \gamma_+ \sigma_f \mathcal{F}_0^+(s, t) + \not{p}_3 \gamma_+(p_1)_\nu \mathcal{F}_1^+(s, t) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \not{p}_3 \gamma_+(p_2)_\nu \mathcal{F}_2^+(s, t) \right) u(p_2) \varepsilon_\nu^Z(p_3) \right] + \left[ \sigma_f \rightarrow \delta_f, \gamma_+ \rightarrow \gamma_-, \mathcal{F}_i^+(s, t) \rightarrow \mathcal{F}_i^-(s, t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

где  $k = -\frac{ig^2}{4c_w^2} \frac{M_Z}{M_Z^2 - s}$ , а два слагаемых  $\gamma_\nu \gamma_+ \sigma_f \mathcal{F}_0^\pm(s, t)$  соответствуют Борновскому приближению. Число  $6=2 \times 3$  — произведение 2 начальных безмассовых спиральных состояний и 3 состояний конечного  $Z$  бозона.

• В канале распада  $H \rightarrow f_1\bar{f}_1 Z$  структуры могут быть получены следующей простой заменой 4-импульсов  $p_1 \rightarrow -p_3$ ,  $p_2 \rightarrow -p_4$ ,  $p_4 \rightarrow -p_1$ ,  $p_3 \rightarrow p_2$  в структурах выражения (41).

Содержание этого параграфа опубликовано в работе [10] и докладывалось на рабочих совещаниях группы ATLAS в ОИЯИ и международной конференции [22].

В параграфе 4.2.3 диссертации приведен расчет ЭС поправок в однопетлевом приближении для процесса  $f(p_1)\bar{f}(p_2)H(p_3)A(p_4) \rightarrow 0$  в трех каналах: аннигиляции, распада  $H$  бозона, а также рождения  $H$  бозона.

• В канале аннигиляции в вакуум  $\bar{f}_1 f_1 H \gamma \rightarrow 0$  все 4-импульсы входящие. В данном разделе используются обозначения  $Q^2, T^2, U^2$ , т.е. подчеркивается, что канал реакции еще не зафиксирован. СА имеет вид:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{\bar{f}_1 f_1 H \gamma} = & \bar{v}(p_1) \left\{ \left[ k_1(p_2)_\nu - k_2(p_1)_\nu + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \not{p}_3 \gamma_\nu \right] F_{v1}(Q^2, T^2, U^2) \right. \\
& + \left[ \frac{(p_2)_\nu}{k_2} - \frac{(p_1)_\nu}{k_1} \right] \gamma_5 F_{a1}(Q^2, T^2, U^2) + \not{p}_3 \gamma_\nu \left[ F_{v2}(Q^2, T^2, U^2) + \gamma_5 F_{a2}(Q^2, T^2, U^2) \right] \\
& + i \left[ \not{p}_3(p_1)_\nu - k_2 \gamma_\nu \right] \left[ F_{v3}(Q^2, T^2, U^2) + \gamma_5 F_{a3}(Q^2, T^2, U^2) \right] \\
& \left. + i \left[ \not{p}_3(p_2)_\nu - k_1 \gamma_\nu \right] \left[ F_{v4}(Q^2, T^2, U^2) + \gamma_5 F_{a4}(Q^2, T^2, U^2) \right] \right\} u(p_2) \varepsilon_\nu^\gamma(p_3),
\end{aligned} \tag{42}$$

где  $k_1 = \frac{1}{T^2 + m_f^2}$  и  $k_2 = \frac{1}{U^2 + m_f^2}$  и  $m_f$  — масса начальных фермионов.

Ковариантные амплитуды могут быть получены из Ур.(42), с помощью следующей перестановки 4-импульсов.

- в канале аннигиляции  $f_1 \bar{f}_1 \rightarrow H \gamma$ :  $p_1 \rightarrow p_1, p_2 \rightarrow p_2, p_3 \rightarrow -p_3, p_4 \rightarrow -p_4$ .
- в канале распада  $H \rightarrow f_1 \bar{f}_1 \gamma$ :  $p_1 \rightarrow -p_3, p_2 \rightarrow -p_4, p_3 \rightarrow -p_1, p_4 \rightarrow p_2$ .
- в канале рождения  $H$ -бозона  $\gamma e \rightarrow e H$ :  $p_1 \rightarrow -p_3, p_2 \rightarrow p_2, p_3 \rightarrow p_1, p_4 \rightarrow -p_4$ .

Содержание этой главы опубликовано в работе [11] и докладывалось на рабочих совещаниях групп ATLAS в ОИЯИ и CERN.

В параграфе 4.2.4 приведен расчет ЭС поправок в однопетлевом приближении для процесса  $f f Z A \rightarrow 0$  в трех каналах: аннигиляции, распада  $Z$  бозона, а также рождения  $Z$  бозона.

Однопетлевые ЭС поправки к этому процессу могут быть параметризованы в терминах 28 скалярных формфакторов  $\mathcal{F}$  и соответствующих базовых матричных элементов, 14 векторных и 14 аксиальных. Ковариантная амплитуда такова:

$$\mathcal{A}_{\bar{f}_1 f_1 Z \gamma} = \bar{v}(p_1) \left[ \text{Str}_{\mu\nu}^0 (v_f \mathcal{F}_v^0 + a_f \gamma_5 \mathcal{F}_a^0) + \sum_{j=1}^{13} \text{Str}_{\mu\nu}^j (\mathcal{F}_v^j + \gamma_5 \mathcal{F}_a^j) \right] u(p_2) \varepsilon_\nu^\gamma(p_3) \varepsilon_\mu^Z(p_4), \tag{43}$$

где

- $\text{Str}_{\mu\nu}^0 = i \left[ \frac{1}{2}(k_2 + k_1) \gamma_\mu \not{p}_3 \gamma_\nu + k_2 (\not{p}_3 \delta_{\mu\nu} - \gamma_\nu (p_3)_\mu) - (k_2(p_1)_\nu - k_1(p_2)_\nu) \gamma_\mu \right]$ ;
- $\varepsilon_\nu^\gamma(p_3)$  обозначает фотонный поляризационный вектор;
- $\varepsilon_\mu^Z(p_4)$  —  $Z$ -бозонный поляризационный вектор;
- $\mathcal{F}_{v,a}^j$  — скалярные формфакторы векторных и аксиальных токов;
- $\mathcal{F}_{v,a}^0$  и  $\text{Str}_{\mu\nu}^0$  соответствуют матричному элементу в низшем порядке теории возмущений; Мандельштамовские инварианты определены в Ур.(40).

В диссертации даны явные выражения для остальных структур  $\text{Str}_{\mu\nu}^{1-13}$ . В Ур.(43) фермионные массы удерживаются так, чтобы сохранялась фотонная поперечность. Кроме того, масса удерживается в содержащих массу знаменателях

$\text{Str}_{\mu\nu}^0$ . Они соответствуют пропагаторам фермионов, которые излучают внешние фотоны, что приводит к массовым сингулярностям.

Базовые структурные элементы,  $\text{Str}_{\mu\nu}^j$ , выбраны так, чтобы быть полностью поперечными 4-импульсу фотона, т.е. выполняются следующие соотношения:  $\text{Str}_{\mu\nu}^j(p_3)_\nu = 0$ .

Ковариантные амплитуды для различных каналов процесса  $f\bar{f}ZA \rightarrow 0$  могут быть получены из Ур.(43), используя следующую перестановку 4-импульсов.

- в канале аннигиляции  $f_1\bar{f}_1 \rightarrow Z\gamma$ :  $p_1 \rightarrow p_1, p_2 \rightarrow p_2, p_3 \rightarrow -p_3, p_4 \rightarrow -p_4$ .
- в канале распада  $Z$ -бозона  $Z \rightarrow f_1\bar{f}_1\gamma$ :  $p_1 \rightarrow -p_3, p_2 \rightarrow -p_4, p_3 \rightarrow -p_1, p_4 \rightarrow p_2$ .
- в канале рождения  $Z$ -бозона  $f_1\gamma \rightarrow f_1Z$ :  $p_1 \rightarrow -p_3, p_2 \rightarrow p_2, p_3 \rightarrow p_1, p_4 \rightarrow -p_4$ .

В параграфе 4.2.5 суммируются выводы.

Содержание этого раздела опубликовано в работе [12] и докладывалось на рабочих совещаниях групп ATLAS в ОИЯИ и CERN.

**В разделе 4.3** диссертации представлены результаты расчета ЭС поправок к процессам одиночного рождения  $t$ -кварка (на партонном уровне) и различным каналам его распадов.

Параграф 4.3.1 посвящён СА рассматриваемых процессов в рамках *мультиканального подхода* работы [11].

В параграфе 4.3.2 исследуется инфракрасная регуляризация комплексной массой  $t$  кварка, сначала для виртуальных КЭД поправок, а затем для жесткого излучения фотонов.

В параграфе 4.3.3 приводятся численные результаты сравнения этого подхода и стандартного подходов в системе SANC (регуляризация массой фотона). Из сравнения видно, что учет ширины  $t$ -кварка дает эффект в 1 % для распадов  $t$ -кварка и порядка 0.1 % для рассмотренных каналов одиночного рождения  $t$ -кварка.

В параграфе 4.3.4 формулируются выводы.

Содержание этого раздела представлено в препринте [29] и докладывалось на рабочих совещаниях групп ATLAS в ОИЯИ и CERN.

**В разделе 4.4** диссертации рассматривается подход к аналитическому сокращению массовых и инфракрасных сингулярностей в ЭС поправках. В этом разделе описаны введение и вычисление вспомогательных функций  $J$ , возникающих при отделении инфракрасных расходимостей из  $D_0$  функций в редукции ПВ. Было проведено сравнение с программным пакетом LoopTools, которое подтвердило правильность и быстроту счета по полученным коротким формулам.

В параграфах 4.4.1–4.4.3 приведен расчет вспомогательных функций  $J$  для процессов  $f\bar{f}b\bar{b}$ . Типичный пример таких диаграмм, возникающих в вычислениях однопетлевых ЭС поправок к процессам  $f\bar{f} \rightarrow ZZ(ZA, AA)$ , рассмотрен в работе [13]. В этой работе впервые был предложен универсальный подход к вычислению этих функций.

В параграфе 4.4.4–4.4.7 описано, как подход для расчета вспомогательных функций  $J$  работает для процессов с заряженным током (CC): в каналах распада

$t \rightarrow bf_1\bar{f}'_1$ ,  $s (f_1\bar{f}'_1 \rightarrow t\bar{b}$ ,  $f_1$  — безмассовый фермион) и  $t (bu \rightarrow td$  и т.п.) каналах одиночного рождения топ-кварка. Содержание этого параграфа опубликовано в работе [14].

В параграфе 4.4.8 сформулированы выводы.

**В разделе 4.5** представлены программные продукты и приложения системы SANC. Подробно описаны Стандартные SANC Форттранные Модули (SSFМ) и продемонстрированы примеры их применения.

В параграфе 4.5.1 рассматривается использование SSFМ в пакетах на партонном уровне для быстрого изучения различных свойств некоторых подпроцессов: оценок эффектов, связанных с зависимостью от входных параметров, различных электрослабых схем, взаимного влияния различных вкладов радиационных поправок (ЭС–КХД, КЭД излучения из начального и конечного состояний и их интерференции). Содержание этого параграфа изложено в работах [15],[23]–[25].

В параграфе 4.5.2 представлена реализация идеи экспорта модулей однопетлевых вычислений в Монте Карло генераторы родственных задач: они были внедрены в генератор WINHAC, улучшив таким образом его возможности. Содержание этого параграфа опубликовано в работе [16].

В параграфе 4.5.3 приводятся результаты внедрения модулей в интеграторы и генераторы событий, которые использовались для построения распределений в конечном состоянии с полной кинематикой. Генераторы событий SANC скоординированно связаны с кодами, генерирующими партонные ливни — PYTHIA и HERWIG. В дальнейшем события могут быть пропущены через полную программную среду, симулирующую экспериментальную ситуацию (детекторы). С помощью этих Монте Карло программных продуктов системы SANC были изучены ЭС РП, неучтенные ранее в программах общего пользования. А именно, чисто слабые (PW) поправки и поправки, обусловленные КЭД интерференцией излучений (виртуальных и реальных фотонов) из начального и конечного состояний (КЭД IFI) в NC(CC) процессах так называемого одиночного рождения  $Z(W)$  бозонов типа Дрелла–Яна:  $pp \rightarrow (Z, \gamma) \rightarrow e^+e^-X$  ( $pp \rightarrow (W) \rightarrow e^+\nu_e X$ ). На Рис. 7 приведены распределения  $\delta = (d\sigma^{\text{PW+INT}}/d\{x\})/(d\sigma^{\text{LO}}/d\{x\})$  для трех экспериментально наблюдаемых величин:  $\{x\} = p_T^e$  — верхняя пара рисунков;  $\{x\} = |\eta^e|$  — средняя пара рисунков;  $\{x\} = p_T^e|\eta^e|$  (двумерное распределение) — нижняя пара рисунков. Здесь  $p_T^e$  и  $|\eta^e|$  — поперечный импульс и псевдобыстрота электрона (позитрона). Монте Карло моделирование было выполнено с учетом реальных кинематических обрезаний эксперимента. Для получения распределений на адронном уровне использовались кварковые плотности (PDF) CTEQ6L1. Как видно из Рис. 7, неучтенные ЭС РП достигают нескольких процентов, т.е. не являются пренебрежимо малыми (особенно в двумерных распределениях).

Содержание этого параграфа опубликовано в работе [30], выполненной совместно с экспериментаторами группы ELAN (ATLAS).

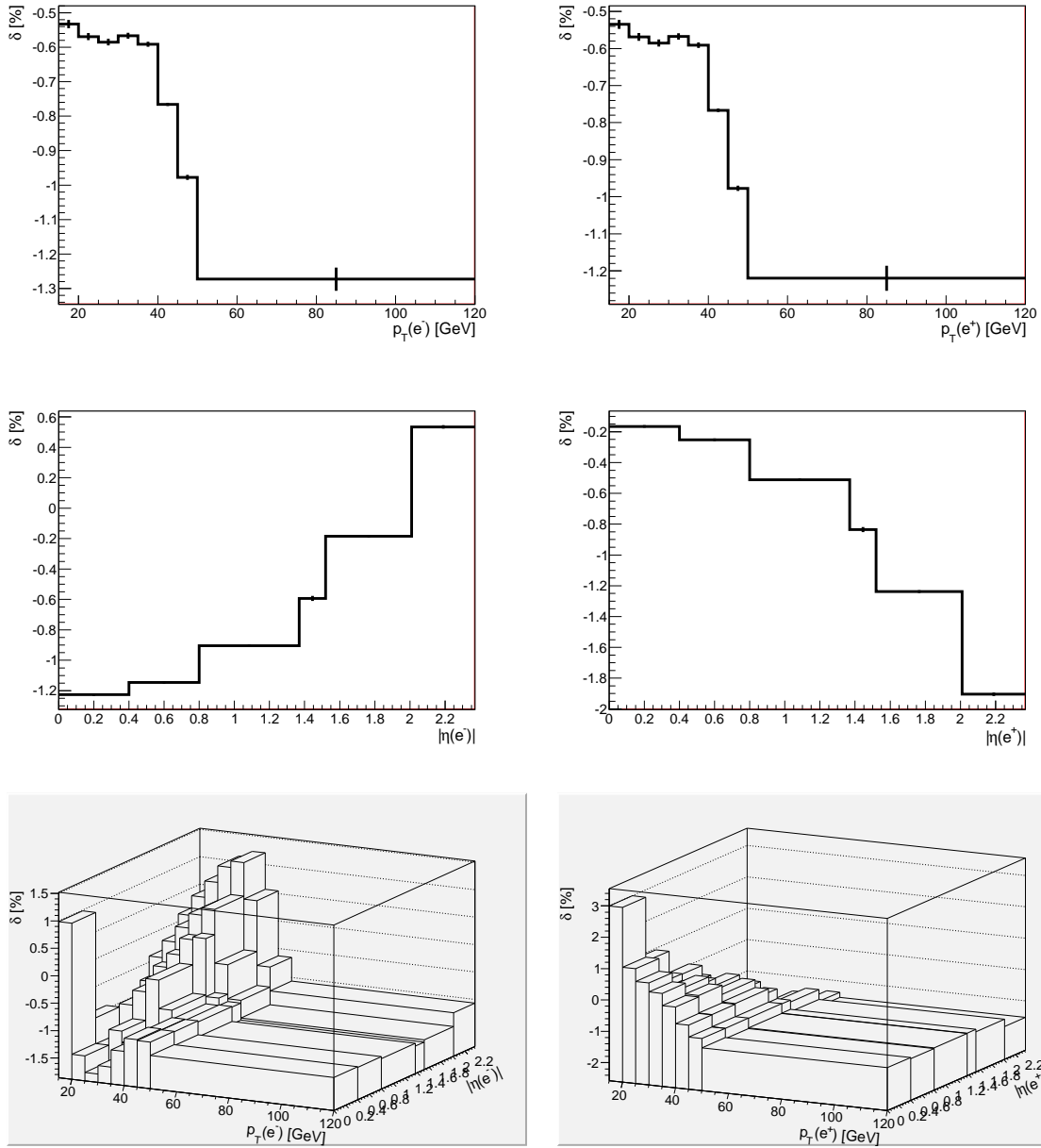


Рис. 7: Распределения для PW + КЭД INT составляющей  $\delta$  при с.ц.м. энергии ускорителя 7 TeV для процесса  $pp \rightarrow (Z, \gamma) \rightarrow e^+e^-X$ : для  $e^-$  — левый столбец; для  $e^+$  — правый столбец.

**В Заключение** кратко суммируются основные научные результаты, представленные в диссертации, формулируются положения, выносимые на защиту. Приводится список семинаров и научных конференций, где докладывались и обсуждались основные результаты диссертации. Выражаются благодарности коллегам по совместной работе.