



Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
**«Северный (Арктический) федеральный  
университет имени М.В. Ломоносова»**  
**(САФУ имени М.В. Ломоносова)**  
набережная Северной Двины, д. 17,  
г. Архангельск, Россия, 163002  
<http://www.narfu.ru>, e-mail: public@narfu.ru  
тел./факс: 8(8182) 28-76-14  
тел.: 8(8182) 21-89-20

*26.03.2012 № 01 - 596*

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Ректор ФГАОУ ВО «Северный  
(Арктический) федеральный университет  
имени М.В. Ломоносова»

профессор Е.В. Кудряшова



## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения  
высшего образования «Северный (Арктический) федеральный университет  
имени М. В. Ломоносова»  
на диссертацию **Коваля Евгения Александровича**  
**«Квантово-механический анализ двухчастичных систем с анизотропией  
взаимодействия во внешнем поле в двумерном пространстве»**, представленную на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности **01.04.02 — теоретическая физика.**

Диссертация посвящена теоретическому исследованию анизотропных свойств  
двухчастичных систем в двумерном (2D) пространстве, таких как ультрахолодные атомы  
и ультрахолодные полярные молекулы в оптических ловушках, 2D атом водорода и 2D  
экситон (в квантовой яме полупроводниковой гетероструктуры) в произвольно  
направленном магнитном поле. В последнее время исследование малоразмерных  
малочастичных систем представляет значительный интерес в связи с развитием  
экспериментальных методов создания и управления свойствами подобных систем и  
широкому кругу возникающих в них эффектов и явлений, что открывает перспективы их  
использования в различных областях фундаментальной науки и техники.

**Актуальность.** Теоретические исследования парных столкновений в двумерной (и  
квазидвумерной) геометрии магнитооптических ловушек актуальны для интерпретации и  
планирования экспериментов по исследованию квантовых газов в ограниченной  
геометрии. Развитие экспериментальной техники для получения ультрахолодных атомов и  
молекул (например, создание квази-2D Бозе и Ферми ультрахолодных газов) открыло  
уникальные возможности для исследования сильнокоррелированных многочастичных

систем и манипулирования отдельными атомами и малочастичными квантовыми системами. В частности, разработанная экспериментальная техника гарантирует точный контроль и настройку параметров таких систем – интенсивности межчастичного взаимодействия, числа частиц, плотности, температуры и спинового состава. Эти работы требуют теоретической поддержки – развития теоретических схем для количественного описания квантового рассеяния в ограниченной геометрии ловушки. Актуальной является тематика *анизотропных* взаимодействий и её влияние на свойства систем в физике ультрахолодных газов и диатомных молекул, ридберговских атомов во внешних полях, а также в физике экситонов в полупроводниковых гетероструктурах, которая развивается усилиями многих международных теоретических и экспериментальных групп. *Диполь-дипольное взаимодействие* представляет интерес благодаря дальнодействующему характеру взаимодействия и анизотропии. В трехмерном пространстве дипольные газы достаточно хорошо изучены. При этом задача рассеяния неполяризованных диполей на плоскости на данный момент практически не исследована, актуальна и представляет собой научный интерес. С развитием экспериментальных методов создания систем пониженной размерности и новыми перспективами для разработки полупроводниковых устройств модель 2D атома водорода, ранее исследовавшаяся из чисто теоретических соображений, была применена для описания эффекта заряженной примеси в 2D системах и эффективного взаимодействия в электронной паре электрон-дырка, движение которых ограничено плоскостью в полупроводниковых 2D гетероструктурах. До настоящего момента исследовалось влияние внешнего магнитного поля, *перпендикулярно* направленного плоскости движения частиц, на спектр 2D атома водорода с помощью метода асимптотических итераций, вариационного подхода и аналитически для отдельных значений величины магнитного поля. Однако влияние *произвольно направленных магнитных полей* на свойства 2D атома водорода на настоящий момент не исследовано и эта проблема является актуальной теоретической исследовательской задачей, рассматриваемой в данной работе. Неизученная на данный момент задача исследования статистических свойств энергетического спектра 2D атома водорода и квантового хаоса для наклонного магнитного поля представляет собой научный интерес, поскольку выполненные ранее исследования проводились в основном для трехмерного случая.

**Диссертация состоит из** введения, четырех глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Общий объем диссертации 102 страницы, включает 25 рисунков и 11 таблиц. Список литературы включает 108 наименований.

Введение содержит обзор существующих в настоящее время результатов, а также мотивировку работы. Сформулированы цели и решаемые в диссертации задачи, аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены положения, выносимые на защиту. Приведена информация об апробации работы, о публикациях и т.д., а также описание структуры диссертации.

*В главе 1* диссертации изложен используемый подход для численного решения проблемы связанных состояний и его применение к модельной задаче, симулирующей связанные состояния двух атомов в оптической ловушке. *В разделе 1.1* представлено описание численного алгоритма для задачи на связанные состояния. Представлены основные преимущества используемого подхода: в отличие от работ других авторов не используется разложение по парциальным волнам, для используемого представления имеется оценка ошибки аппроксимации, благодаря которой можно ожидать быструю сходимость по угловой переменной, и другие. *В разделе 1.2* показано, что с увеличением

частоты удерживающего потенциала ловушки энергия основного состояния существенно возрастает, а энергии возбужденных состояний меняются незначительно.

*В главе 2* представлен численный алгоритм для численного анализа 2D квантового рассеяния на дальнодействующем анизотропном рассеивателе, его применение к модельной задаче рассеяния квантовой частицы на круговом и эллиптическом потенциальных барьерах и исследование 2D столкновений двух неполяризованных диполей. *В разделе 2.1* получено хорошее согласие численных расчетов с известной асимптотикой амплитуды рассеяния в низкоэнергетическом приближении для кругового бесконечно сильного отталкивающего потенциала, проведено сравнение сечений рассеяния для обоих потенциалов. *В разделе 2.2* обнаружено сужение резонансной области с одновременным уменьшением амплитуды резонансных осцилляций при увеличении угла между плоскостями поляризации диполей. Выявлен ярко выраженный резонансный характер рассеяния при изменении угла наклона одного из диполей, если другой диполь ориентирован в плоскости рассеяния.

*В главе 3* численно исследованы анизотропные особенности двумерного атома водорода и двумерного экситона в наклонном магнитном поле. *В разделе 3.1* приведена формулировка проблемы связанных состояний 2D атома водорода и 2D экситона в наклонном магнитном поле, получено согласие с результатами работ других авторов для двумерного атома водорода для магнитного поля, направленного перпендикулярно к плоскости движения частиц. *В разделе 3.2* показано, что с увеличением угла наклона магнитного поля к нормали к плоскости движения частиц наблюдается эффект значительного уменьшения энергии основного и возбужденных состояний.

*В главе 4* представлены результаты исследования статистических свойств энергетических спектров 2D атома водорода и 2D экситона в наклонном магнитном поле и квантового хаоса. *В разделе 4.1* определено, что с увеличением угла наклона вырожденные до этого уровня расщепляются, уменьшаются интервалы между кластерами энергетических уровней. *В разделе 4.2* показано, что результаты для квантового случая находятся в полном согласии с классической динамикой, подтверждая утверждение об инициировании хаотического режима с увеличением угла наклона.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты диссертации применимы для теоретического описания свойств малоразмерных систем ридберговских атомов и полярных двухатомных молекул с диполь-дипольным взаимодействием, также представляют практический интерес в экспериментальном изучении двумерных экситонов и физики квантовых точек в полупроводниковых гетероструктурах в наклонных магнитных полях для контроля их спектров поглощения и испускания с помощью изменения направления и величины напряженности наклонного магнитного поля. Результаты исследований диполь-дипольных взаимодействий представляют собой практический интерес с точки зрения создания кубитов, отдельных элементов квантовых компьютеров, работающие в настоящее время, в основном, на применении магнитного поля, а также схем квантовых вычислений.

**Имеющиеся недостатки в диссертации.** В качестве недостатков диссертационной работы следует указать следующее: теоретическое рассмотрение влияния анизотропии взаимодействия на свойства двухчастичных систем было бы более полным, если бы были также исследованы зависимости свойств спектров двумерных квантовых точек от направления произвольно направленного магнитного поля. Отметим, что данный недостаток не снижает высокой оценки представленной работы, а скорее отражает перспективы дальнейших исследований. Также по тексту диссертации присутствуют

опечатки. Это замечание не влияет на положительное впечатление и заключение по диссертационной работе.

**Заключение.** Диссертация Е.А. Ковала посвящена актуальным проблемам современной теоретической физики. В ней получены несколько результатов, представляющих практический интерес. Результаты диссертации опубликованы в 9 печатных работах, из них 5 статей в рецензируемых журналах из списка ВАК и 4 статьи в сборниках трудов конференций. Результаты прошли апробацию на нескольких авторитетных отечественных и международных конференциях. Результаты изложены четко, полно и строго. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации рекомендуются к использованию в следующих организациях: МГУ имени М. В. Ломоносова (г. Москва), Институт прикладной физики (г. Нижний Новгород), Институт физики высоких энергий (г. Москва), ФИАН им. П. Н. Лебедева (г. Москва), Объединенный квантовый центр и университет Дарема (г. Дарем, Великобритания), Univ Paris Sud 11 (г. Париж, Франция), САФУ имени М. В. Ломоносова (г. Архангельск).

На основании вышеизложенного следует заключить, что диссертация Е.А. Ковала удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ и паспорту специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор, Коваль Евгений Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв подготовил:

г.н.с. центра теоретической физики САФУ,  
профессор, д.ф.-м.н.

**Матвеев Виктор Иванович**  
v.matveev@narfu.ru

Отзыв обсужден и одобрен на заседании центра теоретической физики высшей школы естественных наук и технологий Северного (Арктического) федерального университета имени Л.В. Ломоносова, на заседании присутствовало два доктора и четыре кандидата физико-математических наук, решение принято единогласно, протокол №2 от 23 марта 2018 г.

И.о. директора центра теоретической физики,  
зав. кафедрой фундаментальной и прикладной физики САФУ,  
доцент, д.ф.-м.н.  
**Есеев Марат Каналбекович**

163002, г. Архангельск, пр. Ломоносова 4, 32,  
Центр теоретической физики САФУ имени М.В. Ломоносова  
8 (8182) 68-31-84

