

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**На правах рукописи  
УДК 004.942, 519.237, 51-77**

**Осетров Евгений Сергеевич**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАССАЖИРСКИХ ПЕРЕВОЗОК**

**Специальность: 05.13.18 - математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Дубна – 2018**

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий  
Объединенного института ядерных исследований.

*Научный  
руководитель:* Иванов Виктор Владимирович,  
доктор физико-математических наук,  
Лаборатория информационных технологий  
ОИЯИ, главный научный сотрудник

*Официальные  
оппоненты:* Битюков Сергей Иванович,  
доктор физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное учреждение  
«Институт физики высоких энергий имени  
А.А. Логунова Национального исследовательского центра  
«Курчатовский институт»,  
ведущий научный сотрудник,  
доцент

Климанов Сергей Геннадиевич,  
кандидат физико-математических наук,  
Национальный исследовательский  
ядерный университет «МИФИ»,  
доцент

*Ведущая организация:* Российский университет дружбы народов.

Защита состоится “ 1 ” июня 2018 г. в “ 14:00 ” на заседании дис-  
сертационного совета Д 720.001.04 в Лаборатории информационных технологий  
Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Адрес сайта, на котором размещена диссертация/автореферат:  
[http://www.info.jinr.ru/announce\\_disser.htm](http://www.info.jinr.ru/announce_disser.htm)

Автореферат разослан “ 16 ” апреля 2018 г.

*Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, профессор  
Иванченко Иосиф Моисеевич*

## **Общая характеристика диссертации**

В диссертационной работе развиты новые математические модели, методы, алгоритмы и комплексы программ, предназначенные для прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок (на примере Московского метрополитена) в зависимости от влияющих факторов, в том числе такого ключевого фактора выступающего в качестве оценки изменений социальной и экономической активности населения - потребление электрической энергии в Московской агломерации.

### **Актуальность работы**

Транспорт – это одно из ключевых средств развития экономики и социума, а его влияние на жизнь государства разнообразно и многопланово. Транспорт способствует прогрессивным географическим и структурным сдвигам в размещении производства и населения, росту производительности труда, повышению уровня жизни населения. Обеспечивая международное разделение труда, массовый туризм и культурный обмен, транспорт способствует крупным изменениям в экономике и культуре.

С помощью транспорта углубляется специализация и расширяется кооперирование промышленного и сельскохозяйственного производств, укрепляется экономическое положение государства. Транспорт является основой эффективного развития экономики государства и регионов, поскольку выполняет коммуникативную функцию, обеспечивая тем самым интенсификацию товарообмена, рост производительных сил и рациональное распределение ресурсов между факторами производства (экономическими ресурсами, необходимыми для производства товаров и услуг) [1].

Получение оперативной информации о состоянии и прогнозе изменений объемов пассажирских перевозок и спроса на транспортные услуги является актуальной задачей современного общества. Ее решение способствует удовлетворению потребностей населения в передвижении путем оптимального использования транспорта, повышает эффективность управления транспортной системой.

В качестве объекта исследования выбрано изменение объемов перевозок пассажиров Московским метрополитеном, а также ряд факторов, представленных в виде временных рядов с шагом наблюдения одни сутки.

Предметом исследования является разработка и оптимизация математических моделей, методов, алгоритмов и вычислительных схем, обеспечивающих достоверное прогнозирование изменений объемов перевозок пассажиров Московским метрополитеном в краткосрочной и среднесрочной перспективах.

Таким образом, прогнозирование пассажирских перевозок является актуальной задачей, как в академической, так и в прикладной среде во всём мире.

### **Цель работы**

Целью настоящей работы является развитие новых математических моделей и методов для прогнозирования динамики изменения объемов пассажирских перевозок и их применение в решении конкретных задач обеспечения досто-

верной и оперативной информации для повышения эффективности управления транспортными системами.

### **Научная новизна**

1. Развита новая методика для прогнозирования суточных объемов пассажирских перевозок в Московском метрополитене на основе искусственных нейронных сетей (ИНС) прямого типа. Продемонстрирована возможность краткосрочного прогнозирования на данных, отвечающих суточным объемам пассажирских перевозок в будние дни.
2. Проведен анализ состава и влияния различных факторов на исследуемые временные ряды. В результате проведенного анализа удалось сократить объем выборки, подаваемой на вход нейронной сети, а также ускорить процедуру ее обучения.
3. Разработана процедура исключения шума на основе вейвлет-фильтрации исходных данных. Показано, что данная процедура позволяет повысить точность прогноза и, как следствие, увеличить горизонт прогнозирования.
4. Развита вычислительная схема (на основе ИНС рекуррентного типа и подхода “Гусеница”-SSA), позволившая обеспечить прогнозирование потребления электроэнергии в Московской агломерации в среднесрочной перспективе.
5. Впервые создана вычислительная схема (на основе ИНС рекуррентного типа и подхода “Гусеница”-SSA), позволившая обеспечить прогнозирование пассажиропотока в Московском метрополитене в среднесрочной перспективе. При этом один из ключевых факторов, используемых при прогнозировании пассажиропотока, выступает потребление электроэнергии в Московской агломерации, которое в свою очередь можно спрогнозировать, применяя методику, реализованную в подходе “Гусеница”-SSA.

### **Практическая ценность**

Развитые в настоящей работе методики для среднесрочного прогнозирования объемов пассажирских перевозок Московским метрополитеном с достигнутой нами точностью могут способствовать повышению эффективности и скорости принятия управленческих решений в зависимости от ситуации как на метрополитене, так и в окружающей внешней среде, включая климатические условия и динамику энергопотребления, как индикатора экономической, деловой и социальной активности населения агломерации или региона, который использует метрополитен в качестве одного из основных видов транспорта.

Данная методика позволяет создать необходимые условия для выработки предприятиями городского пассажирского транспорта эффективных стратегий и оперативных мер, исходя из прогнозируемых суточных объемов пассажиропотока в Московском метрополитене, в том числе: 1) определения количества

необходимого подвижного состава для перевозки пассажиров; 2) закупки электрической энергии для тяги поездов; 3) подготовки и проведения специальных акций по привлечению пассажиров в определённые временные интервалы; 4) принятия решений о необходимости увеличения на определенных участках транспортной сети обслуживающего персонала и сотрудников метрополитена; 5) планирования различного рода мероприятий и др.

### **Апробация диссертации**

Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на международных и российских конференциях и совещаниях, в том числе:

- International Conference on Mathematical Modeling and Computational Physics (ММСР'17) (Дубна, Россия, 2017);
- Всероссийская конференция с международным участием “Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем”, Российский университет дружбы народов (РУДН) (Москва, Россия, 2017);
- Научные семинары Лаборатории информационных технологий Объединенного института ядерных исследований (ЛИТ, ОИЯИ, Дубна, Россия, 2016, 2017);
- Научный семинар кафедры Прикладной математики Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” (Москва, Россия, 2018);
- Научный семинар Российского университета дружбы народов (РУДН) (Москва, Россия, 2018).

### **Публикации**

Все основные результаты диссертации опубликованы в 9 научных трудах в течение 2015-2017 г.г., восемь статей опубликованы в рецензируемых изданиях:

- Applied Mathematical Sciences [AMS-2015];
- “Экономический анализ: теория и практика” [EAZ-TP-2015];
- Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” // “Математическое и компьютерное моделирование” [МЕРНИ-МСМ-2016-1], [МЕРНИ-МСМ-2016-2];
- Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” // “Прикладная математика и информатика” [МЕРНИ-АМИ-2017];
- Письма в журнал “Физика элементарных частиц и атомного ядра” (“Письма в ЭЧАЯ”) [PNL-2017-1], [PNL-2017-2];
- European Physics Journal [EPJ-2017];
- Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем, тезисы доклада [ИТТММ-2017].

В том числе публикации по материалам и результатам международных конференций и семинаров [PNL-2017-1], [ИТТММ-2017], [EPJ-2017].

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация содержит введение, 4 главы, заключение, список литературы (129 ссылок) и имеет объем 129 страниц.

### **Содержание работы**

Во **Введении** формулируется постановка и концептуальная идея, решаемой в диссертационной работе задачи, отмечается ее важность и актуальность, дается обзор имеющихся к настоящему времени методов, которые могут быть применены для ее решения. Приводится краткое изложение содержания диссертации по главам, а также список решений и полученных результатов, выносимых на защиту.

В **главе 1** рассматриваются актуальные вопросы и проблемы использования современных подходов прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок и спроса на транспортные услуги, их возможности и ограничения. С помощью комплексного подхода, основанного на применении методов математической статистики и экономики, автором проводится анализ существующих подходов к прогнозированию изменений объемов пассажирских перевозок и спроса пассажиров на транспортные услуги (транспортный спрос). На основании проведенного анализа сформулированы условия применения схем прогнозирования и выявлены их особенности, возможности, сильные и слабые стороны, в том числе методики, учитывающие более одного вида транспорта, рассмотрены используемые на практике факторы, влияющие на объемы пассажирских перевозок и спрос на транспортные услуги.

На основании анализа существующих методик оценки и прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок и спроса на транспортные услуги, автором сделан вывод о том, что большинство из них могут и применяются для стратегического прогнозирования спроса на транспортные услуги (от одного года и более с временным шагом один год), что обусловлено периодичностью сбора и получения необходимой информации о влияющих на спрос факторах: численность населения, валовой региональный продукт (ВРП), среднедушевой доход и транспортная подвижность населения и т.д. При этом оценки чувствительности потребностей пассажиров к различным факторам (социально-экономическим, финансовым, качественным характеристикам транспорта, инфраструктурным) являются частью прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок и спроса на транспортные услуги.

В этой главе автором также показано, что валовой продукт транспортной системы пропорционален произведению суммарного энергопотребления на коэффициент совершенства технологии, используемого в транспортной отрасли, а при одном и том же суммарном потреблении можно увеличить объем транспортных услуг в единицу времени за счёт роста коэффициента совершенствования технологий. Автором сделан вывод о том, что показатель энергопотребления в регионе или агломерации может выступать в качестве одного из факторов

изменений объемов пассажирских перевозок, как характеристика транспортной подвижности населения и его активности в перемещениях в данном регионе. Показана актуальность и необходимость применения наряду с долгосрочными методами прогноза проведение среднесрочного и краткосрочного прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок и спроса на транспортные услуги, также его важность в обеспечении устойчивой работы транспортной системы.

Разработка методов краткосрочного прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок и транспортного спроса связана с учетом многих факторов, которые образуются как под действием причинно-следственных связей, так и по причине неопределенности. Последние усложняют задачу и требуют использовать в комплексе функциональные и вероятностно - статистические методы для получения конкретных решений. Решение данной проблемы может стать применение в качестве исходных данных для прогнозирования объемов пассажирских перевозок временных рядов, характеризующих динамику данного показателя за определенный период времени (время наблюдений), так и факторов влияющих на него в каждый интервал наблюдения.

Анализ временных рядов основан на предположении, что факторы, влиявшие на активность в прошлом и влияющие в настоящем, будут действовать и в будущем. Таким образом, анализ временных рядов может представлять собой эффективное средство для прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок. В качестве воздействующих факторов автором предполагается рассмотрение и анализ влияния таких факторов, которые ранее не использовались для прогнозирования объемов пассажирских перевозок, а также оценить возможность их применения для математических моделей, методов и алгоритмов прогнозирования объемов пассажирских перевозок.

В качестве примера рассматривается сопоставление динамики объемов пассажирских перевозок на отдельном виде городского пассажирского транспорта и потребления электрической энергии в регионе (транспортном районе). На рис. 1 представлен среднесуточный объем перевозок Московским метрополитеном за 14 лет по месяцам наблюдения и среднесуточное потребление электрической энергии в Московской агломерации (по данным Системного оператора единой энергетической системы) [ЕАЗ-ТР-2015].

Как видно из графика, представленного на рис. 1, между временными рядами объем пассажирских перевозок Московским метрополитеном и потребление электрической энергии в Московской агломерации наблюдается определенная синхронность изменения и сопоставимость динамики (косвенная взаимозависимость переменных): направленность трендов, синхронность динамики изменений годовой и сезонной составляющих, периодические изменения по месяцам наблюдений. По нашему мнению, динамика изменений потребления электрической энергии может стать одним из ключевых переменных для факторной математической модели, как показатель (индикатор) экономической активности.

На основе полученных данных может быть создана вычислительная схема прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок в зависимости от динамики энергопотребления в регионе или агломерации, как фактора соци-

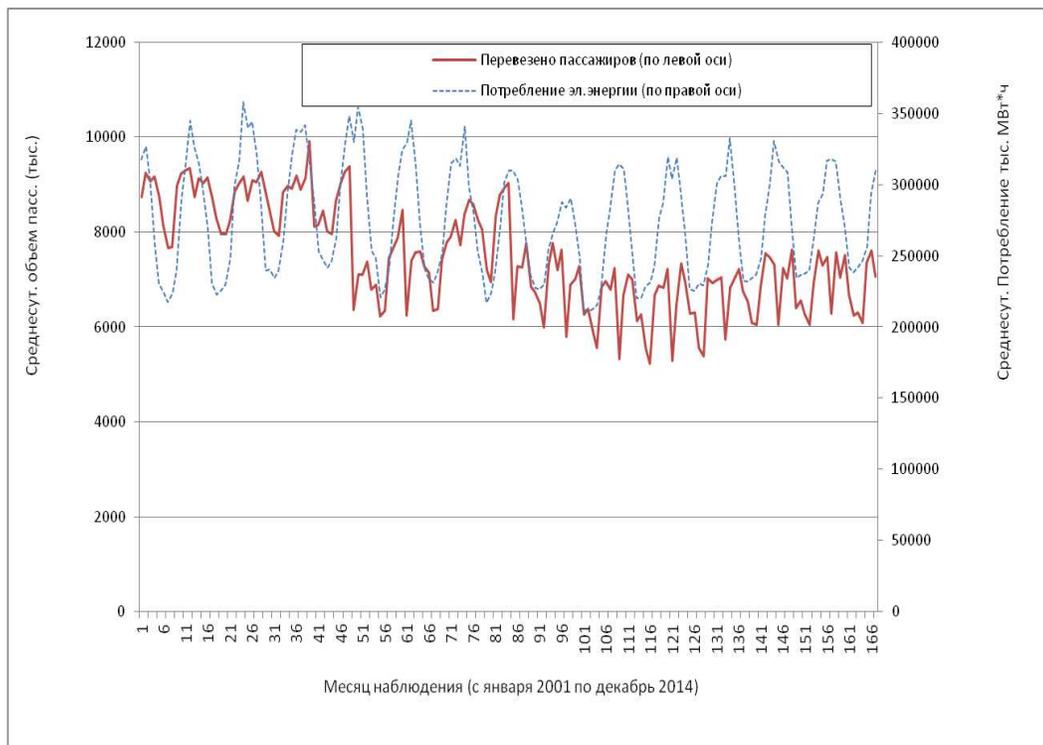


Рис. 1: Динамика объемов пассажирских перевозок Московским метрополитеном и потребления электрической энергии в Московской агломерации за период с 2001 год по 2014 год

альной и экономической активности, характеризующего ситуацию и динамику в разных отраслях экономики и народного хозяйства. Данная методика позволит обгонять официальную статистику: например, данные о росте валового внутреннего продукта (ВВП) публикуются раз в квартал с задержкой в 1-1,5 месяца после его окончания - с такой скоростью не представляется возможным быстро и эффективно отреагировать на изменения в транспортной отрасли.

Таким образом, автором рассматриваются вопросы использования математических методов анализа и прогнозирования временных рядов, которые смогут выступить в качестве альтернативного и эффективного инструмента прогнозирования краткосрочных и среднесрочных изменений объемов пассажирских перевозок в зависимости от подбираемых (предлагаемых автором к рассмотрению) факторов внешней среды и энергопотребления, как фактора характеризующего социальную и экономическую активность пассажиров, связанную с использованием рассматриваемой транспортной системы.

**Глава 2** посвящена рассмотрению задачи прогнозирования объемов пассажирских перевозок в Московском метрополитене с помощью искусственных нейронных сетей прямого типа.

Предварительный анализ исследуемых временных рядов показал, что объемы пассажирских перевозок существенно различаются по своим объемам в рабочие и в выходные-праздничные дни.

На рис. 2 представлены распределения суточного объема пассажирских перевозок в рабочие (гистограмма справа) и в выходные-праздничные (гистограмма слева) дни.

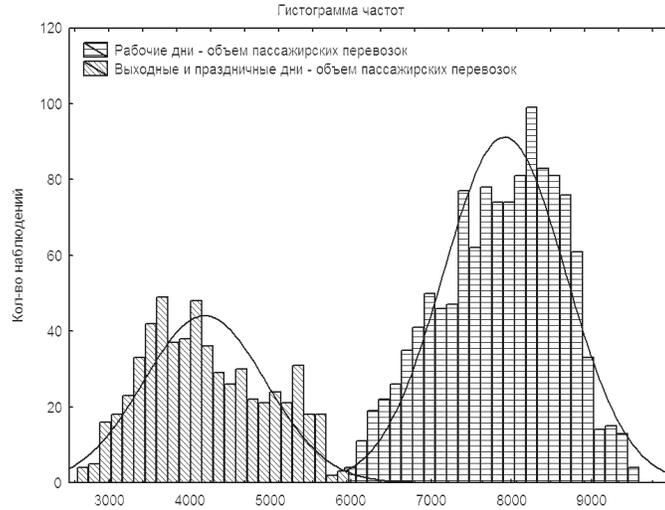


Рис. 2: Распределения суточного объема пассажирских перевозок в рабочие (справа) и выходные-праздничные (слева) дни, тыс. пасс.

Из приведенного рис. 2 видно, что указанные распределения сильно разнесены по своему среднему значению и, несмотря на то, что оба распределения имеют большие дисперсии, они практически (за исключением нескольких дней) не перекрываются.

Кроме того, объемы пассажирских перевозок по рабочим дням (на исследуемом диапазоне выборки) представляет собой регулярный характер (в связи с сезонными и циклическими составляющими) и не столь сильно зашумлены. В этой связи для оценки возможностей прогноза с помощью ИНС в этой работе использовались данные суточного объема пассажирских перевозок в рабочие дни [МЕРНИ-МСМ-2016-1].

Большие усилия были потрачены на этапе отбора тех факторов, которые могут влиять на динамику объемов пассажирских перевозок Московским метрополитеном. Отбор факторов, проводился с использованием матрицы коэффициентов корреляций Пирсона [2], которая позволяет установить наличие линейной зависимости между анализируемыми переменными величинами:

$$x^m = (x_1, \dots, x_m), \quad y^m = (y_1, \dots, y_m),$$

распределенных в соответствии с нормальным законом. Для этого использовалась следующая формула [2]:

$$r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{cov(x, y)}{\sqrt{s_x^2 s_y^2}}.$$

Здесь  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  - выборочные средние:

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i,$$

а  $s_x^2$ ,  $s_y^2$  - выборочные дисперсии:

$$\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2, \quad \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2,$$

вычисленные для рассматриваемых наборов  $x^m$  и  $y^m$ .

Область изменения коэффициента Пирсона  $r_{xy} \in [-1, 1]$ . При этом, в случае  $|r_{xy}|=1$ , переменные  $x, y$  линейно зависимы, если же  $r_{xy} = 0$ , то  $x, y$  линейно независимы.

В результате проведенного анализа из полного набора 15 факторов были оставлены 7 факторов, играющих ключевую роль в обучении ИНС.

ИНС с одним скрытым слоем плохо обучалась и, как следствие, с ее помощью невозможно было добиться приемлемого прогноза. Поэтому использовался многослойный перцептрон (МСП) с двумя скрытыми слоями, применение которого к исходным данным показало, что прогнозирование на основе ИНС возможно. Однако достигнутую при этом точность вряд ли можно было считать удовлетворительной. Для того, чтобы повысить точность и увеличить горизонт прогноза можно до обучения МСП, провести фильтрацию анализируемого временного ряда с целью исключения из него шумовой компоненты, которая представляет собой случайную составляющую, воздействующую на временной ряд нерегулярно. В настоящей работе для исключения шума из анализируемого ряда использовалась дискретная вейвлет-фильтрация.

Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) функции  $f(t) \in L_2(R)$ , заданной в виде одномерного временного ряда, может быть представлено в виде следующего разложения

$$f(t) = \sum_{j,k \in Z} d_{jk} \psi(2^j t - k). \quad (1)$$

Здесь набор базисных функций (вейвлетов)  $\{\psi_{jk}(t) = \psi(2^j t - k), \quad j, k \in Z\}$  получается из "родительской" вейвлет-функции  $\psi(t) \in L_2(R)$ , применением двоичного разложения  $2^j$  и бинарной трансляции  $k/2^j$ .

Согласно мультиразложения вейвлет-анализа равенство (1) может быть переписано в более удобной форме:

$$f(t) = \sum_k s_k^J \phi(2^J t - k) + \sum_{j \geq J} \sum_{k \in Z} d_k^j \psi(2^j t - k), \quad (2)$$

где  $\phi(t)$  - функция масштабирования, соответствующая выбранной вейвлет-функции  $\psi(t)$  (смотри, например, [3]). В (2) первый член описывает гладкую (низкочастотную) составляющую ряда (2), ограниченную уровнем точности  $J$ , а второй член связан с высокочастотной составляющей анализируемого ряда.

Коэффициенты  $s_k^j$  и  $d_k^j$  обычно определяются с помощью пирамидальной схемы быстрых вейвлет-преобразований (смотри, например, [5]), используя следующие соотношения:

$$s_k^{j+1} = \sum_m h_m s_{2k+m}^j, \quad d_k^{j+1} = \sum_m g_m s_{2k+m}^j, \quad (3)$$

где  $h_m$  и  $g_m$  – коэффициенты низко- и высоко-частотных фильтров, соответственно.

Нами использовались вейвлеты Daubechie [3, 4], так как они обеспечивают наилучшее описание как высокочастотных, так низкочастотных составляющих анализируемого ряда [5].

Вейвлет-фильтрация подразумевает отбрасывание или модификацию части коэффициентов разложения с абсолютными значениями меньшими некоторого наперед заданного порогового значения  $\lambda$ . Существуют различные алгоритмы вейвлет-фильтрации, среди которых наиболее распространенным является жесткий пороговый алгоритм (смотри, например, [5]).

В таких алгоритмах фильтрация воздействует на все коэффициенты, без учета соответствующего им разрешающего уровня  $J$ . Поэтому такая процедура может приводить к отбрасыванию не только коэффициентов  $\{d_k^j\}$ , соответствующих высокочастотной составляющей (2), но и коэффициентов  $\{s_k^j\}$ , которые отвечают за низкочастотную компоненту временного ряда.

Для того, чтобы учесть указанный недостаток, использовалась модификация алгоритма с жесткой пороговой схемой таким образом, чтобы фильтрация коэффициентов вейвлет - разложения проводилась с учетом разрешающего уровня  $J$  [6].

Процедура фильтрации в модифицированном алгоритме выполняется следующим образом. Пусть  $K$  – это количество элементов в анализируемом ряду, а  $M$  – число коэффициентов, которые должны быть отброшены, и предположим, что  $M < \frac{K}{2}$ . В этом случае отбрасываются  $M$  наименьших коэффициентов из числа  $\frac{K}{2}$  коэффициентов, отвечающих высокочастотной составляющей анализируемого ряда (2). Если  $\frac{K}{2} < M < \frac{3K}{4}$ , то отбрасываются все  $\frac{K}{2}$  высокочастотных коэффициента, а также  $M - \frac{K}{2}$  наименьших коэффициентов, ответствующих более низкому уровню аппроксимации  $J$  (полное число таких коэффициентов составляет  $\frac{K}{4}$ ) и т.д.

По сравнению с традиционным алгоритмом фильтрации модифицированная схема обеспечивает более эффективное удаление высокочастотной компоненты из исходных измерений анализируемого ряда.

После применения ДВП,  $M$  отобранных коэффициентов приравниваются нулю. Затем, используя обратное вейвлет-преобразование, восстанавливается регулярная составляющая временного ряда. Разница между исходным временным рядом и отфильтрованным сигналом рассматривается нами как шум.

На рис. 3 представлены (сверху-вниз): 1) исходный временной ряд, содержащий измерения пассажиропотока (последние 1024 рабочих дня из полного ряда в 1229 рабочих дня); 2) указанный ряд после применения к нему

вейвлет-фильтрации (оставлено 256 коэффициентов из 1024)); 3) исключенная из исходного ряда шумовая компонента.

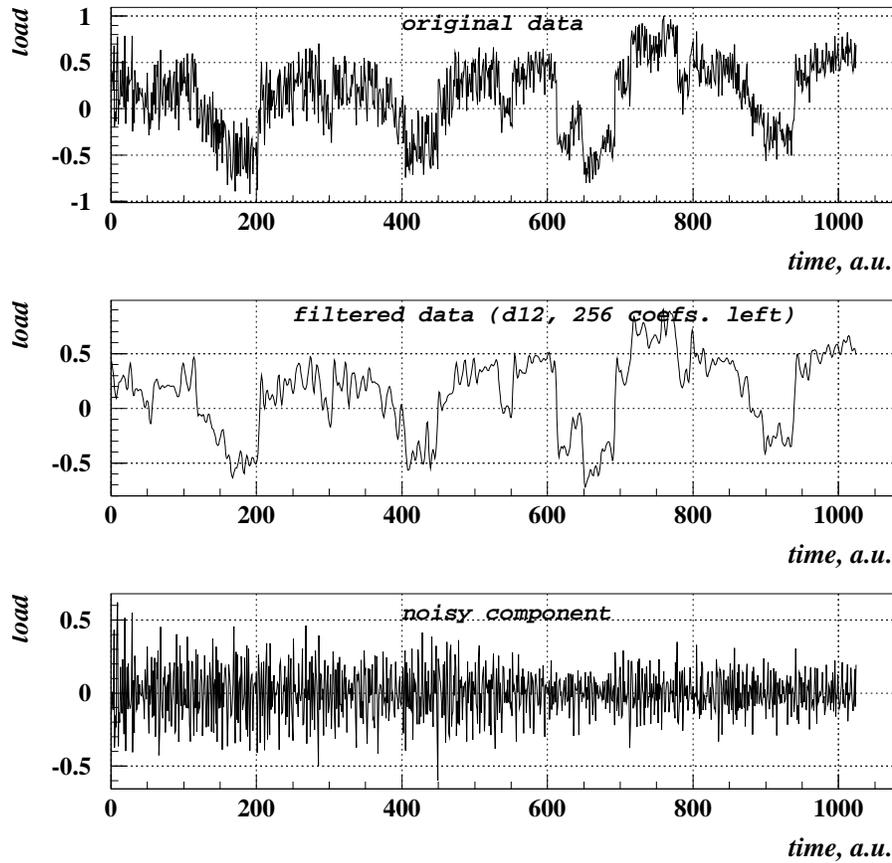


Рис. 3: Сверху-вниз: 1) исходный временной ряд, содержащий данные о пассажиропотоке за последние 1024 рабочих дня (из полного ряда в 1229 рабочих дня); 2) указанный ряд после применения к нему вейвлет-фильтрации (оставлено 256 коэффициентов из 1024)); 3) исключенная из исходного ряда шумовая компонента

Распределение шумовой компоненты исследуемого нами временного ряда, а также результаты проверки нулевой гипотезы о соответствии наблюдаемой случайной величины нормальному распределению с помощью критерия согласия  $\chi^2$  [7], а также критерия симметрии на основе статистики  $\omega_n^2$  [8] подтвердили, что исследуемый ряд с высоким уровнем надежности удовлетворяет указанной нулевой гипотезе.

Прогнозирование временного ряда возможно только тогда, когда существует связь последующих значений ряда от предыдущих. Горизонт прогноза анализируемого ряда оценивался с помощью линейной автокорреляционной функции [9]:

$$C(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{i+\tau} - \bar{x})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (4)$$

где  $N$  - это число измерений в анализируемом временном ряде  $\{x_i\}$ , а

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

В качестве оценки интервала корреляции  $\tau$  – горизонта прогноза принимается величина первого пересечения автокорреляционной функцией временной оси в доверительном интервале, отвечающем белому шуму

На рис. 4 приведены зависимости автокорреляционной функции от величины интервала корреляции  $\tau$  для шумовой (слева) и регулярной (справа) составляющих временного ряда.

Видно, что для шумовой компоненты  $C(\tau)$  при  $\tau = 1$  обращается в ноль. Из этого следует, что соседние члены рассматриваемого временного ряда некоррелированы. Абсолютные значения  $C(\tau)$  для  $\tau > 1$  малы и с ростом  $\tau$  быстро спадают по абсолютной величине. Учитывая то, что реализации рассматриваемого ряда распределены согласно гауссовского закона и симметричны относительно нуля, можно сделать вывод о том, что данный ряд представляет собой гауссовский шум.

Исходя из поведения зависимости автокорреляционной функции от величины интервала корреляции  $\tau$  для регулярной компоненты временного ряда, был сделан вывод о том, что указанный ряд предоставляет возможности для среднесрочного прогноза, с использованием искусственной нейронной сети.

Структура сети прямого типа была следующей: 7 нейронов на входе, первый скрытый слой содержал 16 нейронов, второй - 8 нейронов, один выходной нейрон. Для обучения сети использовалась выборка, содержащая 1200 наблюдений. В результате проведенного нами анализа для обучения был выбран метод Флетчера - Ривса (*Fletcher-Reeves*) (смотри, например, [10], [11], [12]), обеспечивший наилучшие результаты на этапе обучения и при тестировании МСП.

На рис. 5 представлены фактические и предсказанные с помощью МСП объемы пассажирских перевозок метрополитеном. Прогнозирование МСП осуществлялось на один день вперед, а сопоставление предсказанных значений осуществлялось для периодов 60 и 90 дней. Как видно из рис. 5 предсказанные МСП значения объемов пассажирских перевозок отличаются от фактических на величину порядка 4% при горизонте прогноза в 60 дней и порядка 14% при горизонте прогноза в 90 дней. В главе также показано, что процедура вейвлет-фильтрации позволяет более, чем в четыре раза повысить точность прогноза и, как следствие, существенно увеличить горизонт прогноза.

В настоящей главе нами была продемонстрирована возможность краткосрочного прогноза суточных объемов пассажирских перевозок в Московском

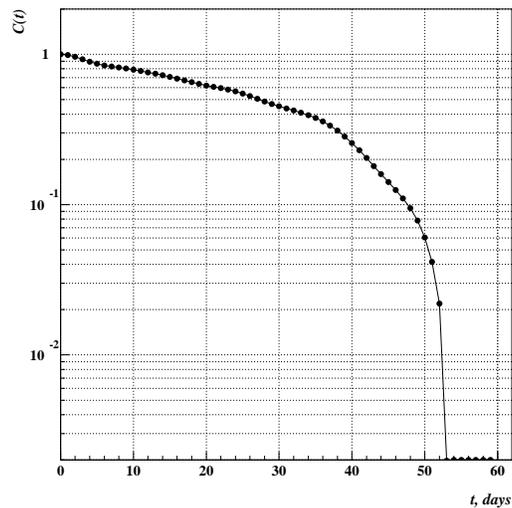
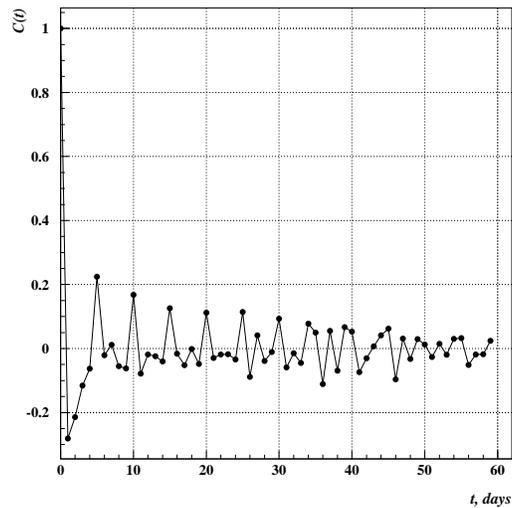


Рис. 4: Поведение автокорреляционной функции  $C(\tau)$  в зависимости от интервала корреляции  $\tau$  для шумовой (слева) и регулярной (справа) составляющих временного ряда

метрополитене с помощью искусственных нейронных сетей. При обучении и прогнозировании на вход нейронной сети подавалась выборка, составленная из ключевых факторов, от которых зависит суточный трафик пассажироперевозок в метро. Один из таких факторов – это суточное потребление электроэнергии в Московской агломерации. Поэтому для прогнозирования пассажирских перевозок в метрополитене с помощью ИНС, предварительно нужно выполнить прогноз суточного энергопотребления в Московской агломерации.

Изучению данного вопроса посвящена **Глава 3**. Исходные данные суточного потребления электрической энергии в Московской агломерации представляют собой временной ряд наблюдений за последние 14 лет (всего 5114 наблюдений).

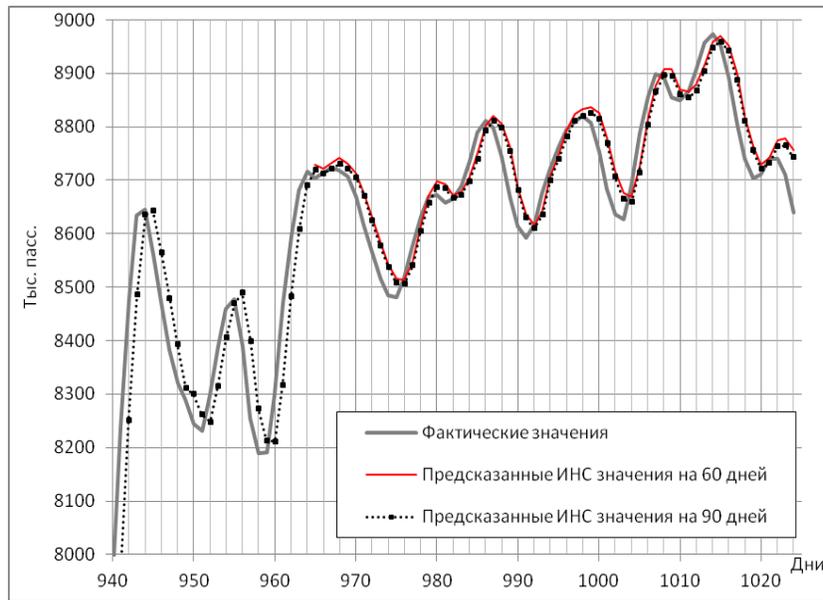


Рис. 5: Фактические и предсказанные значения объемов пассажирских перевозок метрополитеном

Принимая во внимание тот факт, что в главе 2 прогнозирование суточных объемов пассажирских перевозок в метрополитене проводилось только в будние дни, из исходного ряда суточных наблюдений потребления электрической энергии были исключены выходные дни. После исключения из исходных данных выходных дней, рассматриваемый временной ряд стал выглядеть менее зашумленным. Кроме того, как и в случае суточных объемов пассажирских перевозок, этот ряд был подвергнут процедуре вейвлет-фильтрации для исключения из него высокочастотного шума. Как было показано выше, исключение из этих измерений указанного шума позволяет повысить точность и увеличить перспективу прогноза. Также, как и в главе 2, для определения возможного количества отбрасываемых вейвлет-коэффициентов и оценки горизонта прогноза, анализировалось поведение линейной автокорреляционной функции [9].

На рис. 6 представлены (сверху-вниз): 1) исходный временной ряд, содержащий данные суточного потребления электроэнергии за первые 2048 рабочих дня (из полного ряда в 3654 рабочих дня); 2) указанный ряд после применения к нему вейвлет-фильтрации (оставлено 530 коэффициентов из 2048); 3) исключенная из исходного ряда высокочастотная (шумовая) компонента. Анализ шумовой компоненты показал, что она согласуется с гауссовским распределением.

Структура сети, используемая в этой главе для прогнозирования, была следующей: 5 нейронов на входе, первый скрытый слой содержал 5 нейронов, второй - также 5 нейронов, один выходной нейрон. В результате проведенного анализа для обучения был взят метод kBFGS (смотри, например, [13, 10]), обеспечивший наилучшие результаты как на этапе обучения, так и при тестировании ИНС. Процедура обучения обычно состояла из 1000 эпох.

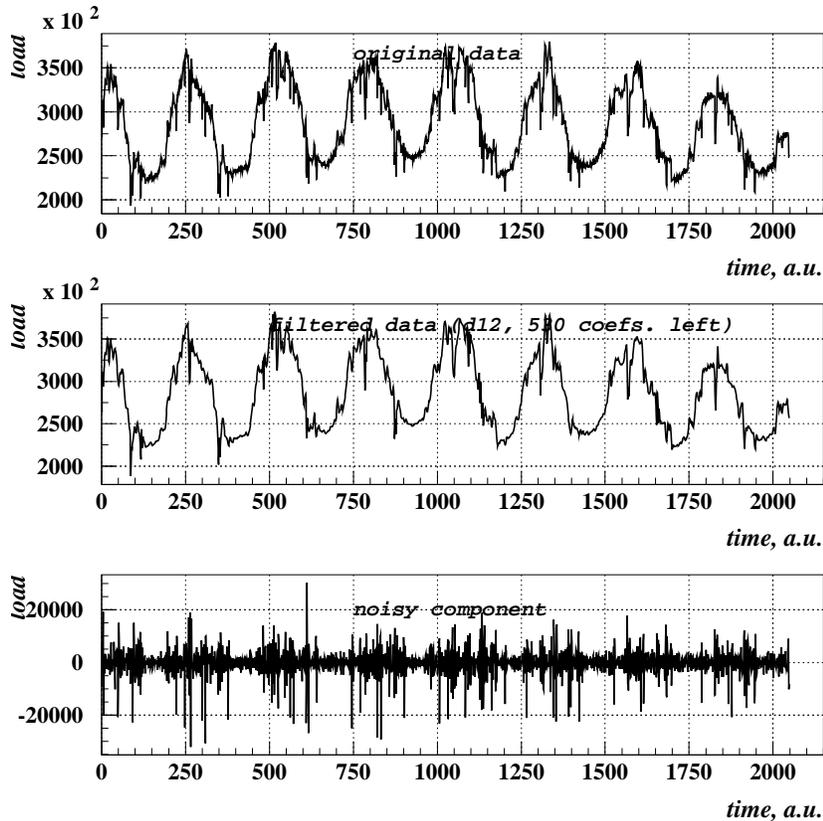


Рис. 6: Сверху-вниз: 1) исходный временной ряд, содержащий данные суточного потребления электроэнергии за 2048 рабочих дня; 2) реконструированная (на основе 530 коэффициентов) регулярная составляющая временного ряда; 3) исключенная из исходного ряда высокочастотная (шумовая) компонента

Набор входных данных включал следующие переменные: 1) год, 2) месяц, 3) день недели, 4) “подсказка” для ИНС, которая бралась либо из отфильтрованного ряда анализируемых данных (на этапе обучения сети), либо из прогнозных значений, вычисленных с помощью пакета “Гусеница”-SSA [14] (на этапе тестирования сети); 5) значение, взятое из исходного ряда (на этапе обучения сети), либо предсказанное на текущий день обученной ИНС (на этапе тестирования сети). Из вышеизложенного следует, что мы перешли от МСП к нейронной сети рекуррентного типа.

Для вычисления прогнозного участка файла-“подсказка”, используемого на этапе проведения среднесрочного прогноза с помощью обученной ИНС, мы применили метод “Гусеница”-SSA, развитый в работах [14, 15, 16].

Данный метод может быть использован для анализа временного ряда, отвечающего произвольной функции  $f(t)$ ,  $t > 0$ , определенной на равномерной сетке (в равноудаленных точках):

$$x_i = f[t_i] = f[(i - 1)\Delta t], \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где  $\Delta t$  - шаг выборки (в нашем случае  $\Delta t = 1$ ).

Вычислительная процедура “Гусеница”-SSA состоит из четырех основных этапов [15]:

1. преобразование исходного одномерного ряда к многомерному виду (построение траекторной матрицы);
2. сингулярное разложение траекторной матрицы;
3. анализ полученного разложения с помощью метода главных компонент;
4. реконструкция анализируемого временного ряда (5) на основе отобранных компонент.

Преобразование одномерного временного ряда (5) к многомерной виду реализуется представлением (5) в матричной форме:

$$\mathbf{X} = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где  $L < N$  называется “гусеницей” или длиной окна, а  $K = N - L + 1$ . Затем находятся собственные значения  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, L$  и собственные вектора  $V_i, i = 1, 2, \dots, L$  ковариационной матрицы  $C = \frac{1}{K}XX^T$ . Матрица собственных векторов  $V$  используется для перехода к главным компонентам

$$Y = V^T X = (Y_1, Y_2, \dots, Y_L), \quad (7)$$

где  $Y_i (i = 1, 2, \dots, L)$  столбцы матрицы, состоящие из  $K$  элементов.

Равенство

$$\sum_{i=1}^L \frac{\lambda_i}{L} = \sum_{i=1}^L \alpha_i = 1$$

дает возможность оценить вклад  $\alpha_i$  (в порядке возрастания)  $i$ -ой компоненты в анализируемый ряд. Вклад может быть интерпретирован как доля информации, отвечающая конкретной компоненте, и совместно с аналитическим и визуальным анализом собственных векторов и ведущих компонент позволяет отобрать характерные компоненты для реконструкции одномерного временного ряда.

Отметим моменты, важные с точки зрения вычисления прогнозной части файла-“подсказка”. В качестве входной информации для программы “Гусеница”-SSA использовался отфильтрованный с помощью вейвлет-фильтрации временной ряд. При переходе к многомерному виду длина гусеницы была взята равной 600, т.к. она: а) должна быть кратной 5 (число дней в неделе, исключая выходные) и 12 (число месяцев в году); б) должна включать несколько годовых циклов (с тем, чтобы можно было выделить характерные особенности анализируемого ряда). На этапе реконструкции одномерного ряда была оставлена 31 компонента; их общий вклад составил чуть более 95%. На этапе прогнозирования доверительный интервал был задан равным 0,25.

На рис. 7 приведены графики 16-ти первых компонент разложения исходного ряда потребления электроэнергии в рабочие дни. Из графиков видно, что

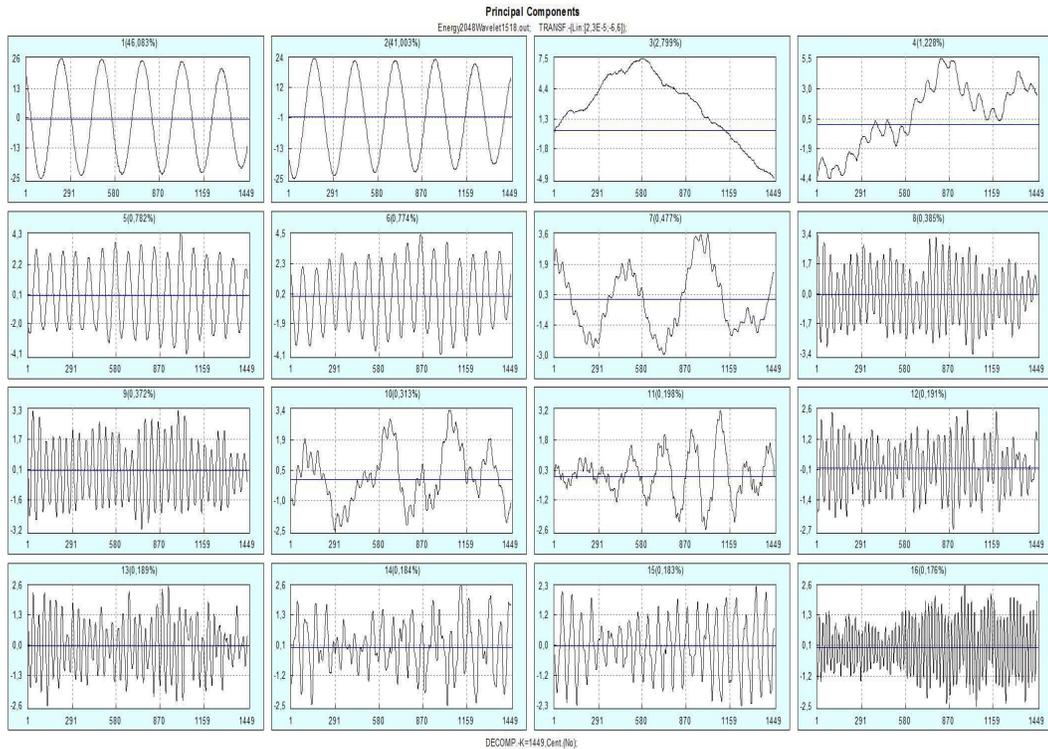


Рис. 7: Графики первых 16-ти компонент

рассматриваемые компоненты отвечают за трендовые и периодические (сезонные) составляющие анализируемого ряда.

На рис. 8 представлен PP-plot [17] функции накопленной вероятности для нормального распределения (изображенного отрезком прямой) и для данных, отвечающих отброшенным компонентам. Видно, что эти данные согласуются с нормальным распределением, из чего можно предположить, что отвечающий им процесс по своему поведению близок к гауссовскому шуму.

Соответствующие результаты прогнозирования представлены на рис. 9. Фактические объемы потребления электроэнергии (сплошная линия), прогнозные значения (пунктирная линия) показаны в исходных величинах - МВт\*ч. Точечными линиями показан коридор, отвечающий заданному доверительному интервалу. Видно, что реализованные значения в основном принадлежат доверительному коридору.

При прогнозировании суточного потребления электрической энергии с использованием ИНС рекуррентного типа первые три переменные, подаваемые на вход ИНС, отвечают за сезонные и периодические колебания энергопотребления в Московской агломерации. Особо следует отметить 4-ую переменную, играющую роль своеобразной “подсказки” для ИНС, которая берется либо из отфильтрованных данных (на этапе обучения сети), либо из прогнозных значений, вычисленных с помощью пакета “Гусеница”-SSA [14], (на этапе тестирования сети). Последняя (пятая) переменная представляла собой величину, взятую

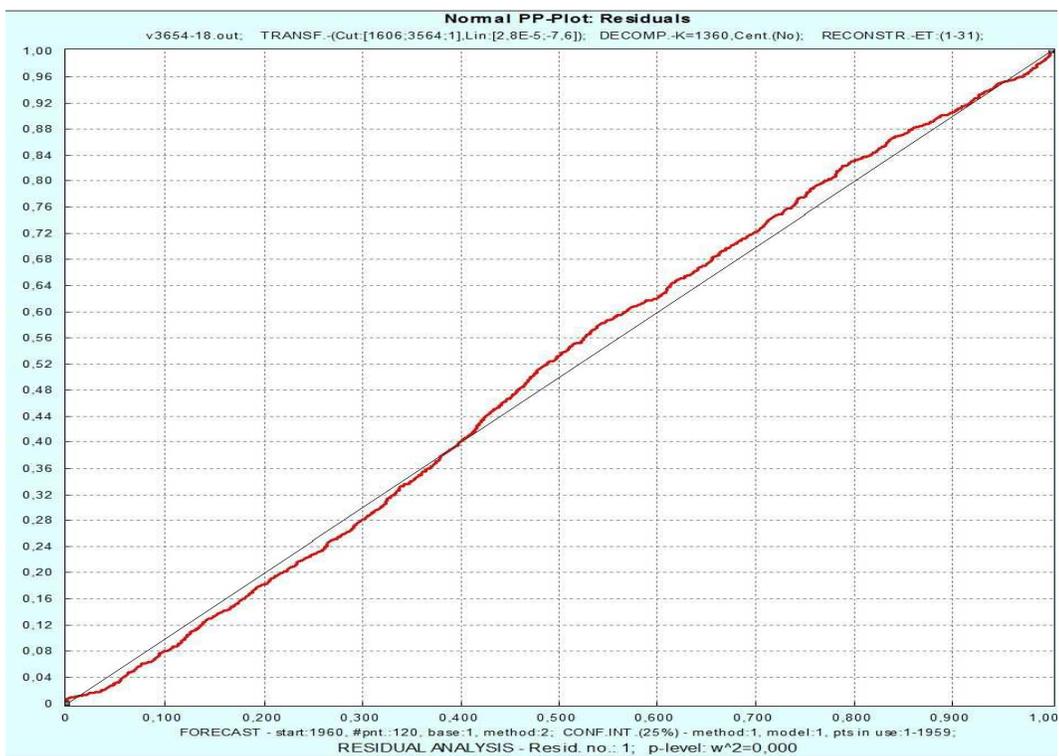


Рис. 8: Normal-pp-plot распределение, отвечающее отброшенным компонентам

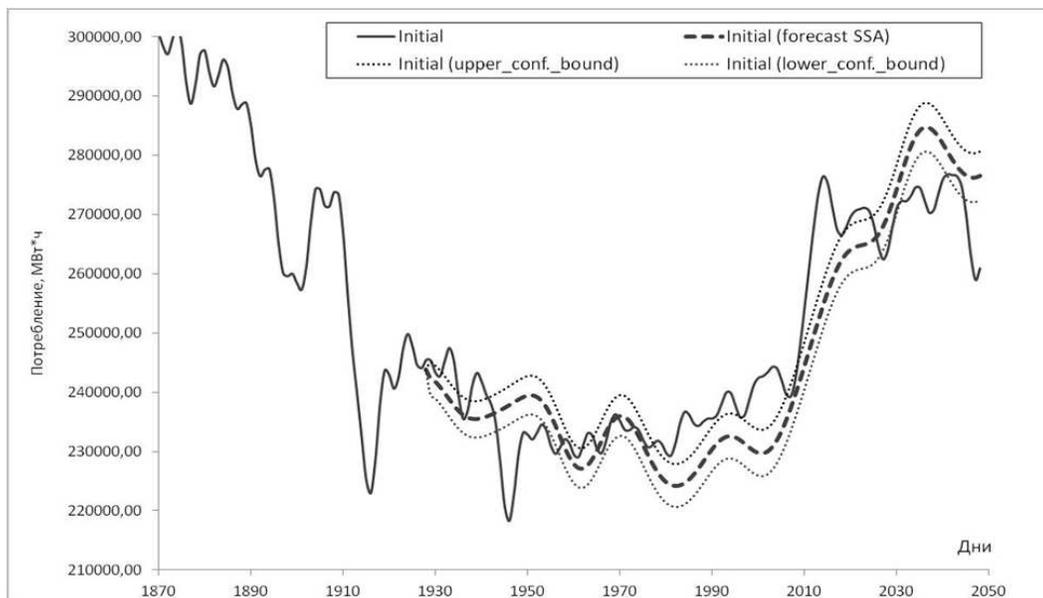


Рис. 9: Фактические и прогнозируемые значения суточных объемов потребления электроэнергии на период в 120 дней (в МВт\*ч)

из исходного ряда (на этапе обучения сети), либо то значение, которое предсказывалось на текущий день обученной ИНС (на этапе тестирования сети).

На рис. 10 представлены фактические объемы потребления электроэнергии (сплошная линия) вместе с прогнозными значениями (пунктирная линия), предсказанными ИНС на период в 120 дней.

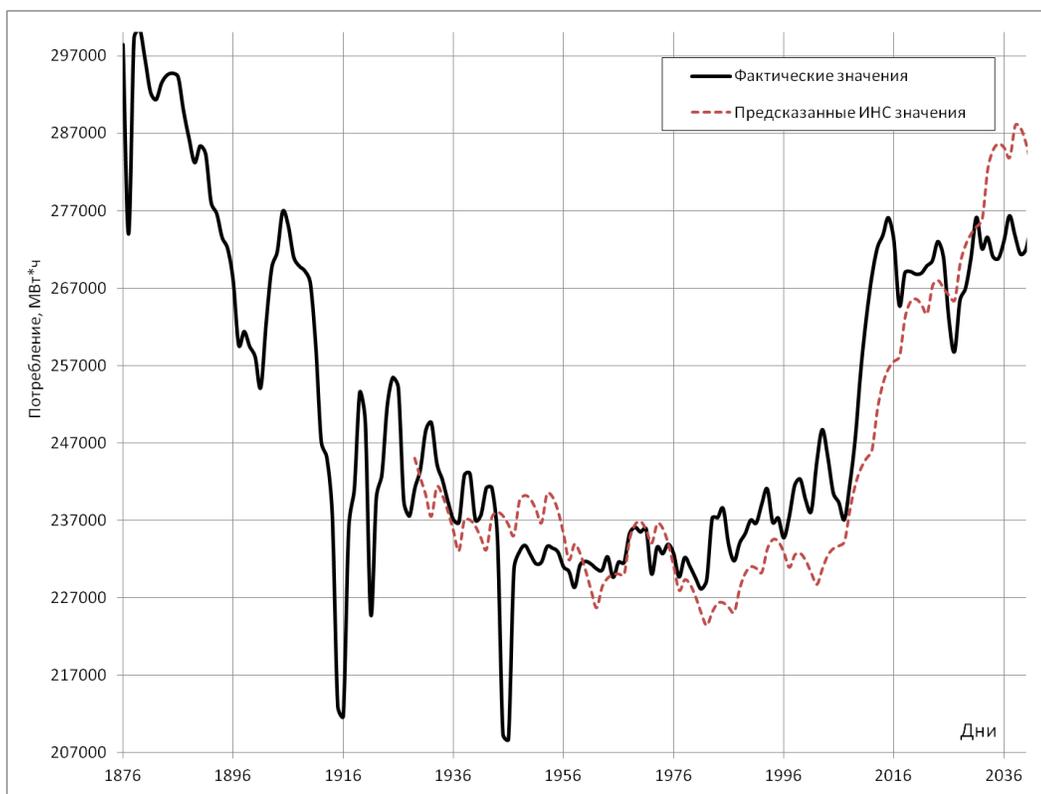


Рис. 10: Фактические и предсказанные ИНС значения объемов потребления электроэнергии

Можно сделать вывод о том, что сформированная таким образом входная выборка и последовательность этапов вычислений позволили: 1) достичь быстрого и эффективного обучения нейронной сети, а также 2) обеспечить точность среднесрочного прогнозирования суточного энергопотребления для Московской агломерации.

В работе [PNL-2017-1] нами была изучена возможность прогнозирования суточного потребления электроэнергии в Московской агломерации только на основе методики, реализованной в подходе «Гусеница»-SSA. Наше предположение о том, что в этом случае точность прогноза и его горизонт должны несколько уступать тому, что было получено с использованием ИНС, не оправдались. Проведенные исследования показали, что прогнозирование, реализованное на основе методики «Гусеница»-SSA, согласуется с результатами, изложенными в настоящей главе (смотри детали в [PNL-2017-1]).

С учетом результатов, изложенных в данной главе и развитой методики прогнозирования на основе ИНС, нам удалось построить вычислительную

схему, позволившую обеспечить успешное прогнозирование пассажиропотока в Московском метрополитене в среднесрочной перспективе. При этом один из ключевых факторов, используемых при прогнозировании изменений объемов пассажирских перевозок – потребление электроэнергии в Московской агломерации – можно будет предсказывать применяя методику, реализованную в подходе “Гусеница”-SSA. Этому вопросу посвящена следующая глава диссертации.

В **главе 4** развивается методика для среднесрочного прогнозирования суточных объемов пассажирских перевозок в Московском метрополитене. Она включает три варианта прогноза: 1) на основе искусственных нейронных сетей: использовалась многослойная ИНС рекуррентного типа, на вход которой подавался набор факторов, влияющих на суточный объем пассажирских перевозок; 2) используя сингулярно-спектральный анализ, реализованный в пакете “Гусеница”-SSA: в этом случае анализировались только данные временного ряда суточных перевозок пассажиров; 3) совместное использование ИНС и подхода “Гусеница”-SSA: на вход ИНС, в дополнение к указанным выше факторам, подавались данные прогноза, вычисленные с помощью пакета “Гусеница”-SSA.

При прогнозировании на основе ИНС, из рассмотренного в главе 2 набора факторов использовались следующие: Var1 (год наблюдения), Var2 (месяц), Var3 (день недели), Var4 (тип дня), Var5 (отклонение дневной температуры от нормы) и Var6 (суточное потребление электрической энергии в Московской агломерации).

Архитектура ИНС была взята следующей: 7 входных нейронов, два скрытых слоя, содержащих соответственно 16 и 8 нейронов, и один выходной нейрон. Входные данные были нормированы и приведены к диапазону [-1;+1]. Горизонт прогноза был выбран 30 и 50 рабочих дней наблюдения. После проведения серии экспериментов был определен оптимальный метод обучения Fletcher-Reeves.

На рис. 11 приведен типичный график изменения ошибки при обучении ИНС в зависимости от номера эпохи.

На рис 12 представлены результаты прогнозирования с помощью ИНС на 30 (слева) и 50 (справа) дней наблюдения в сравнении с реальными данными.

После завершения процедуры обучения ИНС проводилось тестирование обученной сети – оценка качества прогнозирования. На этом этапе в качестве переменной Var7 на вход ИНС подавалось то значение, которое выдавалось сетью в качестве прогноза на предыдущем шаге вычислений.

На рис. 13 приведены гистограммы распределения относительной ошибки  $R_y$  при прогнозировании на 30 дней (слева) и 50 дней (справа) наблюдений.

Результаты экспериментов показали, что относительная ошибка симметрична относительно нуля и не превышает 3 и 5% . Таким образом, используя ИНС, можно с заданной точностью прогнозировать изменения объемов перевозок пассажиров метрополитеном.

Второй метод, который рассматривается в этой главе, заключался в сингулярно-спектральном анализе исследуемого временного ряда. В качестве исходной информации использовался отфильтрованный вейвлетами временной ряд (оставлено 256 коэффициентов из 1024). Исходный ряд был стандартизирован средствами программы CaterpillarSSA (version 3.40, Professional Edition).

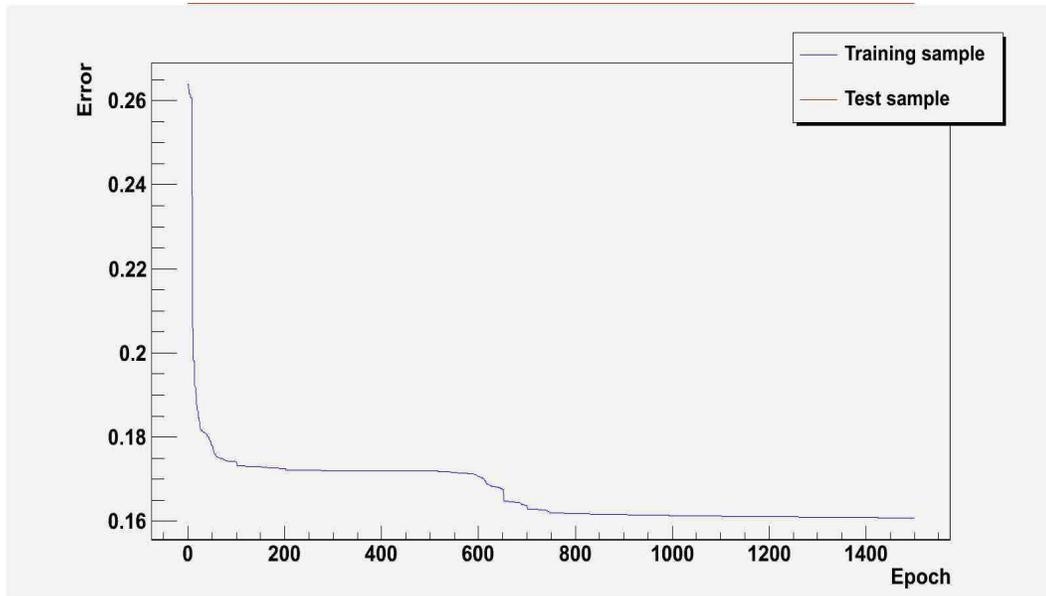


Рис. 11: График изменения ошибки при обучении ИНС в зависимости от номера эпохи

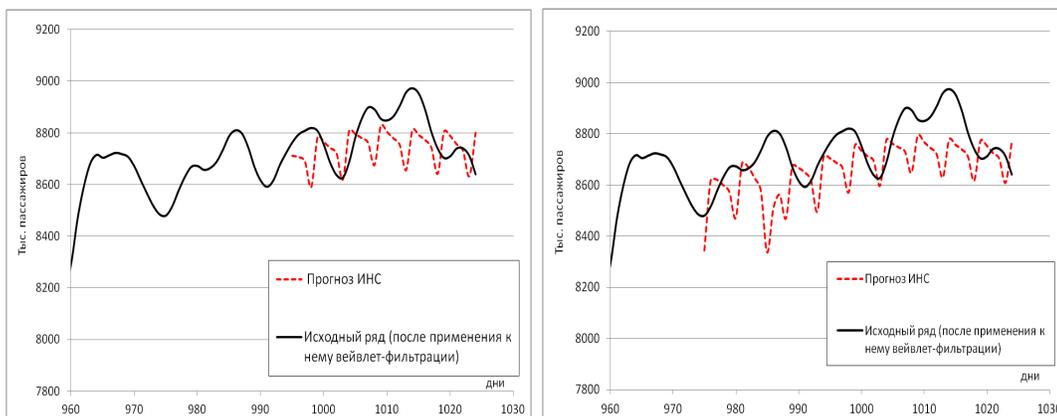


Рис. 12: Результаты прогнозирования с помощью ИНС на 30 (слева) и 50 (справа) дней наблюдения в сравнении с реальными данными

Для прогнозирования пассажирских перевозок на основе сингулярно-спектрального анализа использовалась методика и последовательность вычислений, изложенная в главе 3. На начальном этапе выполнено преобразование временного ряда, описывающего суточный пассажиропоток в метрополитене в траекторную матрицу [16, 14]. Далее проводилось сингулярное разложение этой матрицы, анализ результатов ее разложения с помощью метода главных компонент и отбор тех компонентов, которые могут представлять интерес для исследователя. При этом (несмотря на проведенную ранее вейвлет-фильтрацию исходного ряда) дополнительно отбрасывались компоненты, ответственные за высокочастотную составляющую анализируемого временного ряда.

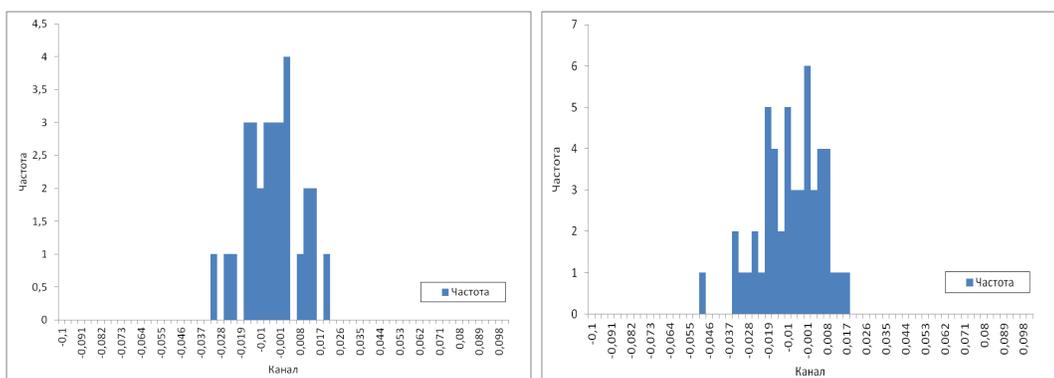


Рис. 13: Распределения переменной  $R_y$  при прогнозировании на 30 (слева) и 50 (справа) дней

На рис. 14 приведены графики 13-ти первых компонент разложения анализируемого ряда при прогнозировании на 30 дней наблюдения. Из графиков

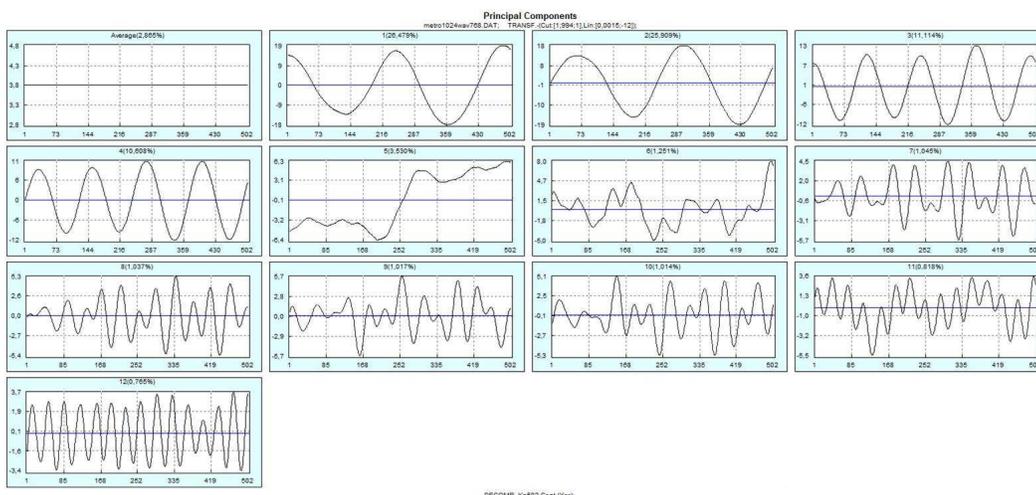


Рис. 14: Графики 13-ти первых компонент при прогнозировании на 30 дней

видно, что рассматриваемые компоненты отвечают за трендовую и периодические (сезонные) составляющие анализируемого ряда.

На заключительной стадии проводилась реконструкция одномерного временного ряда на основе отобранных компонент. При реконструкции ряда использовалось 13 главных компонент, их общий вклад составил почти 99,91%. Было выявлено, что отбрасываемые компоненты согласуются с нормальным распределением, из чего можно предположить, что отвечающий им процесс по своему поведению близок к гауссовскому шуму.

На рис. 15 приведены: 1) вверху – исходный ряд с его аппроксимацией, реконструированной по первым 13 компонентам, 2) внизу – ряд, восстановленный на основе отбрасываемых компонент.

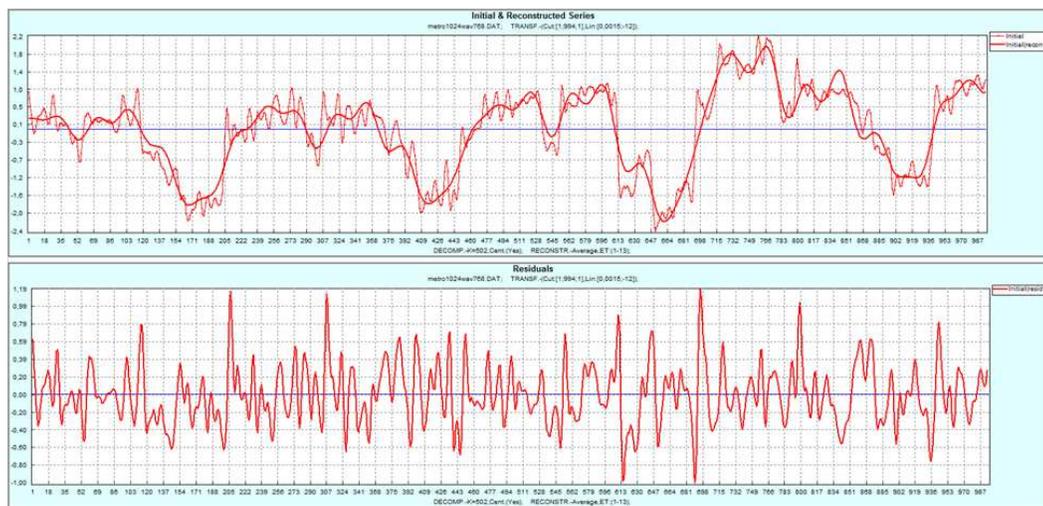


Рис. 15: Вверху – исходный ряд и его аппроксимация, внизу – ряд, отвечающий отбрасываемым компонентам

На рис 16 представлены результаты прогнозирования в подходе “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) дней наблюдения в сравнении с реальными данными.

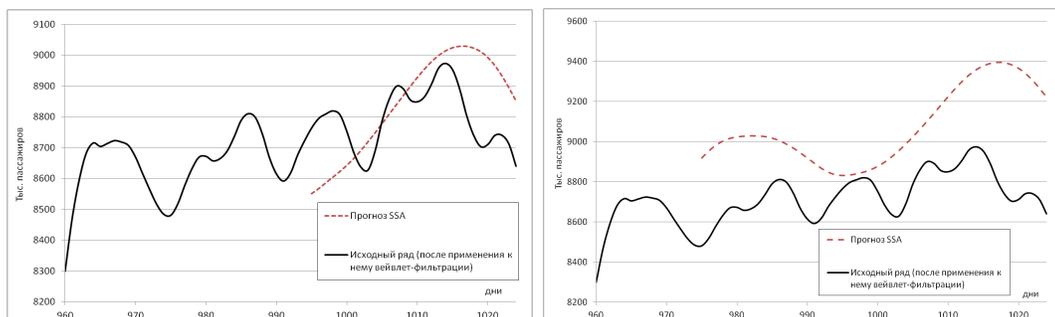


Рис. 16: Результаты прогнозирования в подходе “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) дней наблюдения в сравнении с реальными данными

На рис. 17 показана динамика изменения величины  $R_y$  в зависимости от порядкового номера дня наблюдения при прогнозировании на основе метода, реализованного в “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) дней наблюдения. На следующем рисунке приведены распределения относительной ошибки  $R_y$  при прогнозировании в подходе “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) наблюдений. Из представленных на рисунках 17 и 18 результатов видно, что среднее значение ошибки  $R_y$  смещено относительно нуля в область положительных значений. При этом на всем интервале прогноза она не превышает 3% при прогнозировании на 30 дней наблюдения и приближается к 8% при прогнозировании на 50 дней наблюдения.

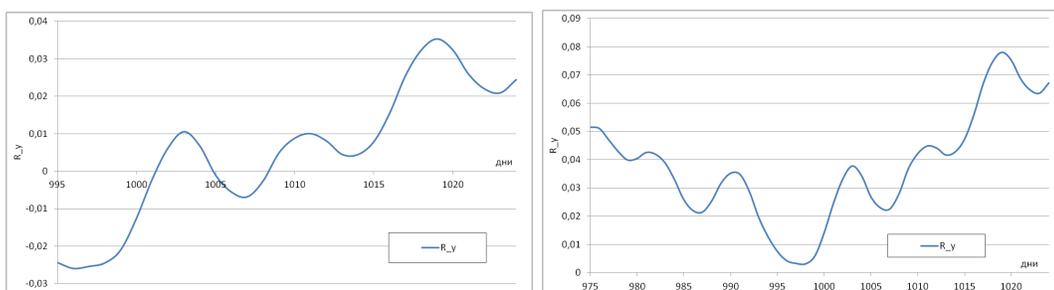


Рис. 17: Динамика величины  $R_y$  в зависимости от порядкового номера дня наблюдения при прогнозировании на основе метода, реализованного в “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) наблюдений

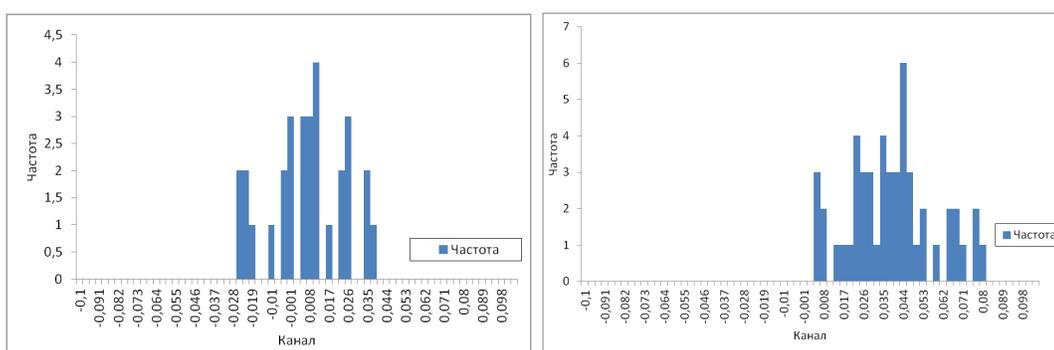


Рис. 18: Распределения переменной  $R_y$  при прогнозировании в подходе “Гусеница”-SSA на 30 (слева) и 50 (справа) наблюдений

На рисунках 19 и 20 представлены сравнительные результаты прогнозирования используя развитые в настоящей работе подходы на 30 и 50 дней наблюдения, в том числе, с учетом и без учета вклада переменной  $Var5$  (отклонения дневной температуры от среднестатистической нормы).

На этих рисунках приведены следующие графики: R) прогнозируемый ряд в исходных величинах – сплошная линия серого цвета; RF) прогнозируемый ряд, из которого с помощью вейвлет-фильтрации был удален высокочастотный шум, – сплошная жирная линия; F1) прогноз помощью ИНС (без использования SSA-прогноза в качестве “подсказки”) – двойная пунктирная линия; F2) прогноз с помощью SSA – жирная пунктирная линия; F3) прогноз помощью ИНС с использованием SSA-прогноза в качестве “подсказки” и без учета вклада переменной  $Var5$  – двойная сплошная линия; F4) прогноз помощью ИНС с включением SSA-прогноза в качестве “подсказки”, но без учета вклада переменной  $Var5$  – штрих-пунктирная линия; F5) усредненный прогноз  $(F2 + F3)/2$  – сплошная линия с маркерами.

В результате анализа приведенных графиков можно сделать следующие выводы. Наилучшего варианта прогноза удалось добиться с помощью ИНС. При этом из перечня факторов, подаваемых на вход ИНС, можно исключить отклонения дневной температуры от среднестатистической нормы (переменная

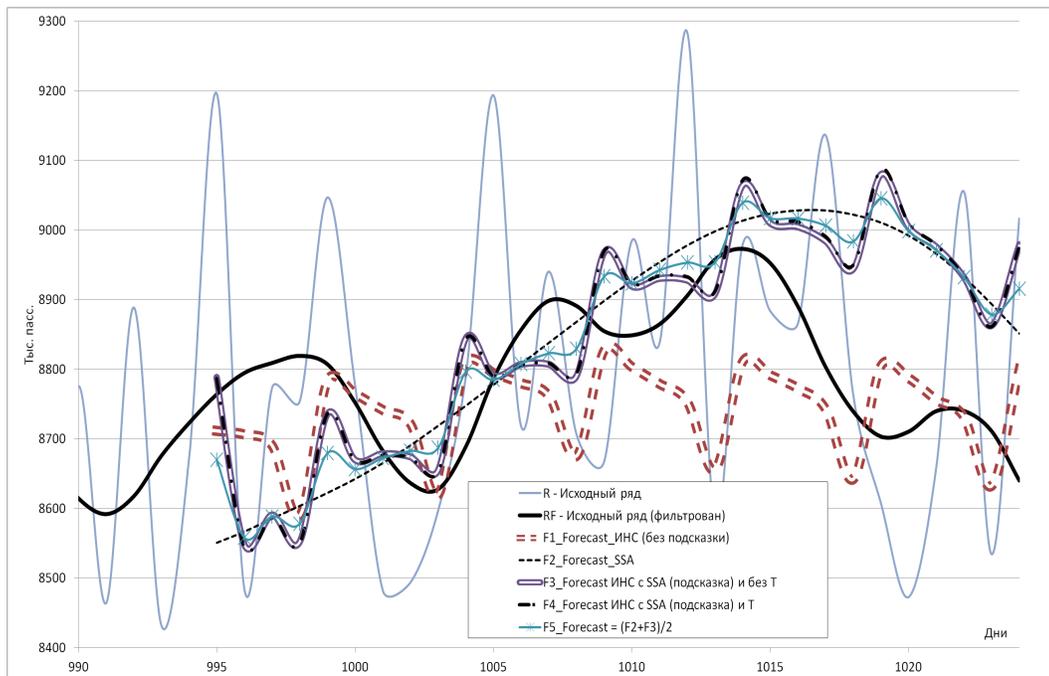


Рис. 19: Сравнительные результаты прогнозирования на 30 дней наблюдения, используя развитые в настоящей работе подходы

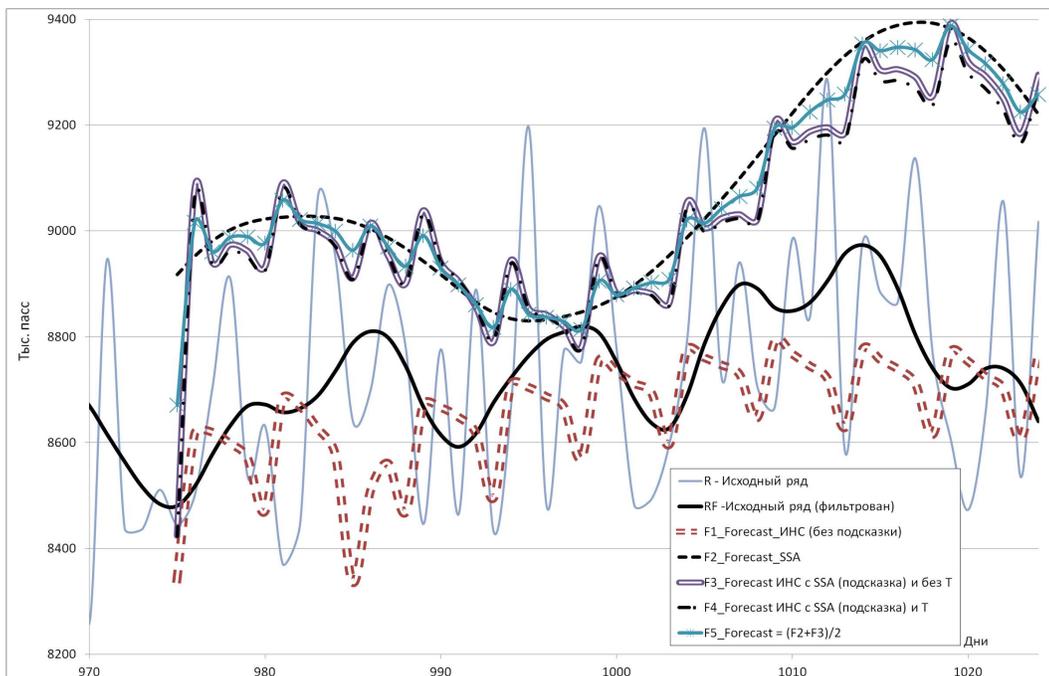


Рис. 20: Сравнительные результаты прогнозирования на 50 дней наблюдения, используя развитые в настоящей работе подходы

Var5). Данный фактор не оказывает заметного влияния на результаты прогноза. Прогноз методом SSA оказался смещенным относительно прогнозируемых данных в область больших значений пассажиропотока. Это же явилось причиной смещения прогнозных значений в область больших величин объемов перевозок пассажиров при совместном использовании методов ИНС и SSA.

В **Заключение** подводятся итоги выполненных исследований, дается краткое описание работ, положенных в основу диссертации, формулируются основные результаты и личный вклад соискателя в проведенные исследования.

**На защиту выносятся следующие результаты:**

1. Методологический подход к построению математической модели прогнозирования изменений объемов пассажирских перевозок, основанный на использовании в качестве исходных данных временных рядов динамики объема пассажирских перевозок и ключевых факторов, на него влияющих, в том числе, энергопотребления, как показателя социальной и экономической активности населения в рассматриваемом регионе или агломерации.
2. Ключевые факторы, влияющие на изменение суточных объемов перевозок, информация по которым на этапе прогнозирования либо известна, или же может быть предсказана с использованием математических методов прогнозирования (к такому фактору относятся данные об энергопотреблении в рассматриваемом регионе).
3. Математические модели, методы и алгоритмы среднесрочного прогнозирования суточных объемов потребления электрической энергии и пассажирских перевозок в Московском метрополитене.
4. Вычислительные алгоритмы для сформированной математической модели, основанные на применении искусственных нейронных сетей и сингулярно-спектрального анализа при прогнозировании суточных объемов пассажирских перевозок Московским метрополитеном в зависимости от суточного потребления электрической энергии в Московской агломерации.

**По теме диссертации опубликованы следующие работы:**

- [AMS-2015]** Osetrov E.: Mathematical Techniques and Approaches to Forecast Passengers' Demand for Transport Services to Provide Sustainable Development // Applied Mathematical Sciences, Vol. 9, 2015, no. 108, p.5353 – 5359.
- [EAZ-TP-2015]** Осетров Е.С.: Анализ современных подходов прогнозирования спроса пассажиров на транспортные услуги // Экономический анализ: теория и практика, 2015 , № 47 (446), с.52-60.
- [МЕРНИ-МСМ-2016-1]** Иванов В.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование объемов пассажирских перевозок в Московском метрополитене с помощью искусственных нейронных сетей // Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” (Математическое и компьютерное моделирование), 2016, том 5, №1, с. 65-74.
- [МЕРНИ-МСМ-2016-2]** Иванов В.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование пассажиропотока в Московском метрополитене на основе нейронных сетей с предварительной фильтрацией анализируемых данных (Математическое и компьютерное моделирование) // Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” (Математическое и компьютерное моделирование), 2016, том 5, №2, с. 162-169.
- [МЕРНИ-АМИ-2017]** Иванов В.В., Крянев А.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в московском регионе на основе сингулярно-спектрального анализа // Вестник Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ” (Прикладная математика и информатика), 2017, том 6, № 2, с. 56–71.
- [PNL-2017-1]** Иванов В.В., Крянев А.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в Московском регионе с использованием искусственных нейронных сетей // Письма в ЭЧАЯ, 2017, том 14, №4(209), с.418-432.
- [PNL-2017-2]** Иванов В.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование суточных объемов пассажирских перевозок в Московском метрополитене // Письма в ЭЧАЯ, том 15, выпуск 1, 2018, с.107-120.
- [EPJ-2017]** Ivanov V., Osetrov E.: Application of artificial neural networks and singular-spectral analysis in forecasting the daily passenger's traffic in the Moscow metro // EPJ Web of Conferences 173, 05009 (2018) Mathematical Modeling and Computational Physics 2017, <https://doi.org/10.1051/epjconf/20181705009>.
- [ИТТММ-2017]** Иванов В.В., Крянев А.В., Осетров Е.С.: Прогнозирование суточного потребления электроэнергии в Московском регионе на основе сингулярно-спектрального анализа // Материалы всероссийской конференции с международным участием “Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем”, “РУДН», 2017, с.283-285.

## Список литературы

- [1] Друкер П. Эффективное управление. Экономические задачи и оптимальные решения. М.: ФАИР-Пресс, 1988.
- [2] Общая теория статистики: Учебник / Под ред. Р. А. Шмойловой. — 3-е издание, переработанное. — Москва: Финансы и Статистика, 2002. — 560 с. — ISBN 5-279-01951-8.
- [3] С.К. Chui: *An Introduction to Wavelets*. Academic Press: New York, 1-18(1992).
- [4] I. Daubechies: *Wavelets*, Philadelphia: S.I.A.M., 1992.
- [5] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery: *Numerical Recipies in C: The Art of Scientific Computing*, II-d Edition, Cambridge University Press 1988, 1992.
- [6] I. Antoniou, V.V. Ivanov, Valery V. Ivanov and P.V. Zrellov: *Wavelet Filtering of Network Traffic Measurements*, JINR Communication, E11-2002-223, JINR, Dubna, RUSSIA, 2002, 21 pp.; Physica A 324 (2003) 733-753.
- [7] W.T. Eadie, D. Dryard, F.E. James, M. Roos and B. Sadoulet: *Statistical Methods in Experimental Physics*, North-Holland Pub.Comp., Amsterdam-London, 1971.
- [8] Г.В. Мартынов: *Критерии омега-квадрат*, Москва, “Наука”, 1978.
- [9] D.S. Broomhead and G.P. King: *Time-series Analysis*, Proc. Roy. Soc. London, 423, 103-110 (1989).
- [10] Salim Lahmiri: *A Comparative Study of Backpropagation Alogorithms in Financial Prediction*, International Journal of Computer Science, Engineering and Applications (IJCSEA) Vol.1, No.4, August 2011, pp. 15-21.
- [11] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985.
- [12] Максимов Ю. А.,Филлиповская Е. А. Алгоритмы решения задач нелинейного программирования. — М.: МИФИ, 1982.
- [13] A. Hoescker, P. Speckmayer, J. Stelzer, J. Therhaag, E. von Toerne, H. Voss: *TMVA 4.2.0 – Toolkit for Multivariate Data Analysis with ROOT*, arXiv:physics/0703039 [Data Analysis, Statistics and Probability] CERN-OPEN-2007-007, TMVA version 4.2.0, October 4, 2013; <http://tmva.sourceforge.net>.
- [14] Н.Э. Галяндина, В.В. Некруткин, К.А. Браулов: *Метод “Гусеница”-SSA: анализ временных рядов*, Gistat Group, <http://www.gistatgroup.com/gus>, 13 августа 2002 года.

- [15] Д.Л. Данилов, А.А. Жиглявский, редакторы: *Главные компоненты временных рядов: метод "Гусеница"*, Изд-во СПбГУ, 1997.
- [16] N. Golyandina, V. Nekrutkin, A. Zhigljavsky: *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*, Chapman & Hall/CRC, 2001.
- [17] Nonparametric statistical inference by Jean Dickinson Gibbons, Subhabrata Chakraborti, 4th Edition, CRC Press, 2003, ISBN 978-0-8247-4052-8.