ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Сушенок Евгений Олегович

Описание бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных ядер с учетом тензорного нуклон-нуклонного взаимодействия

01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель кандидат физико-математических наук Северюхин Алексей Павлович

Оглавление

Введе	ние	4
Глава	1. Описание характеристик основных состояний родитель-	
СКО	го и дочернего ядер вблизи нейтронных оболочек $N{=}50,82$	16
1.1.	Энергетический функционал плотности Скирма TIJ. Парные	
	корреляции сверхпроводящего типа в четных и нечетных систе-	
	мах нуклонов	17
1.2.	Энергии деформации, рассчитанные с учетом тензорного взаимо-	
	действия	20
1.3.	Описание энерговыделения бета-распада и энергий отрыва одно-	
	го или нескольких нейтронов	26
1.4.	Выводы	31
Глава	2. Одновременный учет тензорного взаимодействия и ди-	
нам	ического спаривания в приближении случайных фаз для	
ОПИ	сания зарядово-обменных состояний	32
2.1.	Сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия	33
2.2.	Уравнения квазичастичного приближения случайных фаз	36
2.3.	Учет сложных конфигураций	40
2.4.	Скорости бета-распада и вероятность эмиссии запаздывающих	
	нейтронов	41
2.5.	Выводы	45
Глава	3. Влияние тензорного взаимодействия и динамического	
спа	ривания на описание бета-распада ядер вблизи нейтронных	
обо	лочек $N=50,82$ и сопутствующей мультиней тронной эмис-	
сии		46

3.1.	Роль тензорного взаимодействия в описании периодов бета-рас-				
	пада дважды-магических ⁷⁸ Ni, ¹³² Sn	48			
3.2.	Скорости бета-распада нейтронно-избыточных изотопов Ni, Cd .	54			
3.3.	Конкуренция эффектов тензорного взаимодействия и динамиче-				
	ского спаривания при описании вероятности эмиссии запаздыва-				
	ющих нейтронов	63			
3.4.	Выводы	66			
Заключение					
Списон	слитературы	70			

Введение

Исследования структуры нейтронно-избыточных ядер представляют одно из наиболее актуальных направлений ядерной физики низких энергий. Сильная нейтрон-протонная асимметрия ядра, перегруженного нейтронами, может приводить к появлению новых подоболочек и даже к изменению магических чисел, что сказывается на его бета-распадных свойствах. Эффекты перестройки оболочек представляют огромный интерес для современных программ экспериментальных исследований бета-распада и запаздывающей нейтронной эмиссии ядер, расположенных в областях ядерной карты, близких к предполагаемым траекториям астрофизического процесса быстрого нуклеосинтеза (*r*-процесса). Эти исследования, прежде всего, призваны уточнить наши представления о характеристиках бета-распада ядер вблизи нейтронных оболочек N=50, 82, 126. Они в значительной степени ответственны за пики в кривой распространенности элементов А=80, 130, 195, известные из наблюдательных данных по метеоритам и звездам с пониженным отношением Fe/H (low-metallicity stars). Интерес к нуклидам вблизи оболочек Z=28, N=50, кроме традиционных исследований дважды магического ядра ⁷⁸Ni, обусловлен также представлениями о возможном существовании так называемого слабого *r*-процесса, ответственного за образование элементов в области пика А=80. Его механизм отличается от "основного" *г*-процесса, реализующегося для нуклидов *А*>120. Поскольку проблема возможных сценариев r-процесса пока далека от своего разрешения, уточнение бета-распадных данных в этой области ядерной карты весьма актуально. Фундаментальный аспект проблемы связан с изучением эволюции структуры ядра в экспериментально недоступной области ядер, что требует развития самосогласованных подходов с использованием реалистичного эффективного взаимодействия нуклонов.

Одним из основных подходов при описании коллективных возбуждений является приближение случайных фаз (ПСФ). ПСФ — это вариант метода при-

ближенного вторичного квантования, предложенный Н. Н. Боголюбовым [1] и с успехом примененный к анализу коллективных свойств электронного газа [2]. ПСФ подробно излагается во многих книгах [3, 4, 5, 6, 7]. В рамках ПСФ волновые функции однофононных состояний являются суперпозицией двухквазичастичных конфигураций. Рассматривая только однофононные возбуждения, удается получить достаточно точное и физически ясное описание возбуждений при низких, промежуточных и высоких энергиях в четно-четных ядрах. Очень популярным в последнее время стало описывать зарядово-обменные ядерные возбуждения и бета-распадные свойства ядер с помощью квазичастичного ПСФ с нерелятивистскими эффективными двухчастичными силами [3, 8, 9, 10] или силами, полученными из релятивистских лагранжианов [11]. Такие расчеты не требуют введения новых параметров, так как остаточное взаимодействие получено самосогласованным образом с тем же самым функционалом плотности энергии как и среднее поле [12, 13, 14, 15]. Следует отметить предсказания теории конечных ферми-систем [3] зарядово-обменных состояний, так называемых пигми-резонансов, расположенных ниже гигантского гамов-теллеровского (ГТ) резонанса [16, 17, 18].

Современные экспериментальные исследования [19, 20], выполненные с помощью изучения реакции (n, p) и (p, n) обнаружили дополнительную суммарную силу ГТ-переходов при энергиях выше ГТ-резонанса. Это помогает объяснить расхождения между экспериментальными данными и теоретическими оценками, сделанными в однофононном приближении квазичастичного ПСФ. Для правильного описания фрагментации силы ГТ-переходов необходимо принять во внимание более сложные конфигурации [21, 22]. Также важный вклад дает учет тензорного нуклон-нуклонного взаимодействия [21]. Включение тензорного взаимодействия оказывает существенное влияние на описание гамовтеллеровских переходов в окне бета-распада [23]. Выбор параметров тензорной части взаимодействия Скирма [9, 24] является актуальной проблемой с середины 70-х годов и до сих пор, например [25, 26, 27, 28]. Роль изоскалярных и изовекторных членов тензорного взаимодействия при описании свойств основного состояния дважды магических ядер детально проанализирована в работе [27]. При этом параметры центрального и тензорного взаимодействия фитированы самосогласованным образом. Эти параметризации взаимодействия Скирма активно используются в расчетах зарядово-обменных мод ядерных возбуждений, например [23, 29, 30].

Учет связи между простыми и сложными конфигурациями приводит к быстрому увеличению размера конфигурационного пространства. Сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия позволяет обойти эту трудность [31, 32]. В рамках подхода [32] остаточное взаимодействие представляется в виде сил Ландау-Мигдала [3], где параметры Ландау выражаются через параметры сил Скирма. Используя квадратурную формулу Гауссова типа для N точек, можно остаточное взаимодействие свести к сумме N сепарабельных членов. Таким образом, среднее поле получается самосогласованным образом в приближении Хартри-Фока (ХФ) с силами Скирма, а уравнения ПСФ решаются с сепарабелизованным остаточным взаимодействием [32]. Результаты, полученные с сепарабельным приближением для сил Скирма, очень близки к результатам расчетов с полным взаимодействием Скирма. Этот подход был обобщен на случай учета спаривания [33, 34] и эффектов связи между одно- и двухфононными компонентами волновых функций возбужденных состояний [35]. В работах [36, 37] продемонстрирована применимость сепарабельной аппроксимации частично-дырочного взаимодействия Скирма для описания гамов-теллеровских и спин-дипольных зарядово-обменных состояний. Так же как и в квазичастично-фононной модели [22, 31], можно ввести зарядово-обменные фононы и учесть связь с 4-квазичастичными конфигурациями [38, 39]. Учет связи сложных конфигураций не требует введения новых параметров.

В рамках этого подхода было показано, что включение тензорного взаимодействия и учет двухфононных конфигураций ведет к заметному ускорению бета-распада нейтронно-избыточных ядер [39]. Следует отметить, что среди двухфононных конфигураций основной вклад в расчете периода дает конфигурация $[1^+_1 \otimes 2^+_1]$, так как состояние 2^+_1 родительского ядра является нижайшим коллективным возбуждением, что приводит к наибольшей фрагментации силы ГТ-переходов в окне бета-распада [39]. Таким образом, возникла необходимость в применении подхода, учитывающего тензорное взаимодействие, к описанию многообразия бета-распадных характеристик в широком интервале энергий возбуждений дочернего ядра. При исследовании эволюции периодов нейтронно-избыточных ядер вполне естественно учесть спин-изоспиновое взаимодействие в канале частица.

Целью диссертационной работы является изучение влияния совокупности эффектов центрального и тензорного спин-изоспинового нуклон-нуклонного взаимодействия на характеристики бета-распада нейтронно-избыточных ядер, таких как период полураспада и вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов.

Были поставлены следующие задачи:

- 1. Из 36 параметризаций сил Скирма, включающих различный вклад тензорного взаимодействия, отобрать те, которые обеспечивают правильное описание гамов-теллеровского резонанса и свойств бета-распада дважды магического нейтронно-избыточного ядра ¹³²Sn. При этом проверить описание свойств нижайшего квадрупольного возбуждения.
- 2. Учесть эффект блокировки неспаренных нуклонов при описании энергии отрыва нейтронов и энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточных ядер.
- 3. В рамках сепарабельной аппроксимации сил Скирма, включающих тензорное взаимодействие, обобщить уравнения квазичастичного приближения случайных фаз для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений на случай включения канала частица-частица.

 Исследовать взаимосвязь эффектов тензорного взаимодействия в канале частица-дырка и спин-изоспинового взаимодействия в канале частицачастица на свойства бета-распада нейтронно-избыточных ядер вблизи нейтронных оболочек N=50 и N=82.

Основные положения, выносимые на защиту:

- В рамках сепарабельной аппроксимации сил Скирма уравнения квазичастичного приближения случайных фаз для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений обобщены на случай включения остаточного взаимодействия в канале частица-частица.
- 2. На основе экспериментального энерговыделения и периода бета-распада дважды магического ядра ¹³²Sn произведен выбор оптимальных параметризаций сил Скирма с различным вкладом тензорного взаимодействия и достаточно сильным отталкивающим центральным спин-изоспиновым взаимодействием (G'₀ ≥ 0.1), необходимого для правильного описания гамов-теллеровского резонанса.
- 3. За счет учета эффекта блокировки неспаренных нуклонов улучшено описание энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточных ядер и энергии отрыва нейтронов дочерних ядер.
- 4. Показано, что при ослаблении нейтрон-протонной части тензорного взаимодействия относительно нейтрон-нейтронной и протон-протонной составляющих тензорных сил усиливается роль остаточного взаимодействия в канале частица-частица при описании эмиссии запаздывающих нейтронов, сопутствующей бета-распаду нейтронно-избыточных ядер с открытыми оболочками.

Научная новизна. С помощью подхода, основанном на квазичастичном приближении случайных фаз с эффективным нуклон-нуклонным взаимодействием Скирма, исследованы бета-распадные характеристики нейтронно-избыточных средних и тяжелых сферических ядер вблизи нейтронных оболочек $N{=}50,82.$

- Впервые изучено влияние учета и тензорного взаимодействия в канале частица-дырка, и спин-изоспинового взаимодействия в канале частицачастица на описание вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов. При этом проверяется правильность описания периода полураспада, свойства нижайшего квадрупольного возбуждения и наличие сферической симметрии атомного ядра в основном состоянии.
- 2. Установлено, что учет эффекта блокировки неспаренных нуклонов при расчете энергий связи нечетно-нечетных и нечетно-четных ядер улучшает описание энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточных ядер. На примере ^{74,76,78,80}Ni показано, что учет эффекта блокировки приводит к правильному описанию энерговыделения и энергий отрыва нейтронов в дочерних ядрах.

Научная и практическая значимость. Экспериментальные данные по бета-распадным характеристикам и эмиссии запаздывающих нейтронов зачастую являются единственным источником информации о распределении силы переходов Гамова—Теллера при изучении свойств нейтронно-избыточных ядер вблизи нейтронных оболочек N=50, 82. Благодаря анализу вкладов центрального и тензорного спин-изоспинового взаимодействий, показано, что при описании вероятности эмиссии нейтронов важно учитывать тензорное взаимодействие. Расчеты выполнены при условии, что атомные ядра в исследуемой области ядерной карты обладают равновесной сферической симметрией. При этом показано, что изменение нейтрон-протонного тензорного взаимодействия не нарушает это ограничение. Результаты диссертации могут применяться в исследованиях свойств спектра возбуждений в нейтронно-избыточных ядрах, удаленных от линии бета-стабильности.

Степень достоверности полученных результатов подтверждена удовле-

творительным описанием экспериментальных данных по бета-распадным характеристикам атомных ядер из разных областей ядерной карты с помощью одного набора параметров в рамках приближения случайных фаз с самосогласованным средним полем, полученным с использованием взаимодействия Скирма, которое является одним из успешных методов изучения структуры ядра. Наши результаты, полученные в рамках данного метода, находятся в согласии с результатами работ других авторов.

Личный вклад:

- Автор обобщил уравнения квазичастичного приближения случайных фаз для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений на случай включения канала частица-частица.
- 2. Автор усовершенствовал программный код, реализующий это обобщение, и разработал код для расчета энерговыделения бета-распада с учетом эффекта блокировки неспаренных нуклонов.
- Автор выполнил численные расчеты и интерпретировал их результаты, участвовал в написании научных статей на основе полученных результатов.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 9 работах [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48], из них 6 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК, 3 статьи в зарегистрированных научных электронных изданиях.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, были представлены на международных конференциях и совещаниях по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (Москва 2013, Минск 2014, С.-Петербург 2015), международных научных конференциях молодых ученых и специалистов (Дубна 2014–2018), сессиях программно-консультативного комитета по ядерной физике (Дубна 2015–2017), Научной сессии НИЯУ МИФИ (Москва 2015), международной конференции "Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование" (Москва 2016), международном семинаре по ядерной физике ЛТФ-КLFTP (Дубна 2016), международной конференции по ядерной физике (Закопане 2016, 2018), международной конференции по физике частиц и астрофизике (Москва 2017), Гельмгольцовской международной школе "Теория ядра и астрофизические приложения" (Дубна 2017).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения. Полный объем диссертации составляет 80 страниц с 27 рисунками и 7 таблицами. Список литературы содержит 110 наименований.

Во введении обоснована актуальность исследования, дан обзор научной литературы по изучаемой проблеме, поставлены цель и задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой диссертации.

Первая глава посвящена изучению свойств основного состояния родительского и дочерного атомных ядер процесса бета-распада. Приведены уравнения Хартри—Фока с взаимодействием Скирма, включающим тензорные силы. Спектр одночастичных состояний с учетом континуума определяется диагонализацией гамильтониана Хартри—Фока на базисе собственных функций гармонического осциллятора. Нейтронно-избыточные ядра в изучаемой области ядерной карты обладают равновесной сферической симметрией.

Нейтрон-нейтронные и протон-протонные парные корреляции описываются зависящими от плотности контактными силами. Эффективное нейтрон-протонное взаимодействие в канале частица–частица выбрано в той же форме. Спаривание трактуется в приближении Бардина—Купера—Шриффера. Стоит отметить, что изучаются свойства основного состояния ядер с сильной нейтронпротонной асимметрией, поэтому нейтрон-протонным взаимодействием можно пренебречь в этом приближении. При описании нечетных систем нуклонов учитывается влияние неспаренных частиц на сверхтекучие свойства основного состояния ядра. При этом состояние около поверхности Ферми, на котором находится неспаренный нуклон, должно быть заблокировано. Идеи такого подхода

11

были высказаны в конце 50-х годов в работах В. Г. Соловьева [49, 50].

Точность расчета энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточного ядра (Q_{β}) и энергии отрыва нейтрона в дочернем ядре (S_n) определяет достоверность предсказания периода полураспада и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов. За счет учета эффекта блокировки неспаренных нуклонов улучшено описание энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточных ядер и энергии отрыва нейтронов дочерних ядер. Вклад этого эффекта при описании энерговыделения бета-распада составляет не более, чем 1 МэВ в случае изотопов ^{74–80}Ni.

На базе параметризаций сил Скирма с различным вкладом нейтрон-протонного тензорного взаимодействия выполнен анализ характеристик основных состояний родительского и дочернего ядер вблизи заполнения нейтронных оболочек N=50, 82. Для решения поставленной задачи выбраны две параметризации: Т43 и Т45, которые соответствуют сильным ($\beta/\alpha=2.0$) и сравнительно слабым ($\beta/\alpha=0.7$) нейтрон-протонным тензорным взаимодействиям (относительно нейтрон-нейтронных и протон-протонных тензорных сил). На примере нейтронно-избыточных изотопов никеля и кадмия показано, что значения Q_{β} и S_n , рассчитанные с параметризациями Т43, Т45, воспроизводят экспериментальную зависимость от числа нейтронов с достаточно хорошей точностью.

Во второй главе изложен подход, основанный на квазичастичном приближении случайных фаз с самосогласованным средним полем, полученным из взаимодействия Скирма. Остаточные взаимодействия в частично-дырочном канале и канале частица–частица могут быть получены как вторые производные функционала плотности энергии по нормальной и парной плотностям нуклонов соответственно. Остаточное взаимодействие представляется в виде суммы сепарабельных членов, что позволяет свести решение системы линейных уравнений к нахождению корней секулярного уравнения. В этой главе уравнения квазичастичного ПСФ для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений обобщены на случай учета остаточного взаимодействия в канале частица-частица.

12

Размерность секулярной матрицы не превосходит $(8N + 4) \times (8N + 4)$ и не зависит от размера конфигурационного пространства. Если не учитывать канал частица-частица, то система уравнений ПСФ упрощается до размерности матрицы $(4N+4) \times (4N+4)$. Отключение тензорного взаимодействия позволяет свести размерность матрицы до 4N×4N. Сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия Скирма дает возможность проводить расчеты в больших двухквазичастичных пространствах. Для учета сложных конфигураций волновые функции состояния 1⁺ дочернего ядра могут быть записаны в виде суперпозиции членов с различным числом фононных операторов. Учет этой связи не требует введения новых параметров. Здесь также записаны уравнения для нахождения спектров состояний, описываемых этими волновыми функциями. Одновременный учет тензорных корреляций и эффектов связи с двухфононными конфигурациями позволяет нам не использовать эффективный фактор подавления силы ГТ-переходов. Эта схема расчета применяется для изучения характеристик бета-распада нейтронно-избыточных ядер и последующей мультинейтронной эмиссии.

Период бета-распада нейтронно-избыточных ядер вычисляется как сумма вероятностей энергетически разрешенных ГТ-переходов с весом в виде функции Ферми. В силу различия временных масштабов бета-распада и последующей эмиссии нейтронов мы предполагаем статистическую независимость этих двух процессов. Вероятность эмиссии накладывает дополнительное, наряду с периодом полураспада, условие на бета-силовую функцию: спектральное распределение матричных элементов ГТ-переходов в окне бета-распада.

Целью третьей главы является определение роли тензорного взаимодействия при описании бета-распадных свойств нейтронно-избыточных ядер вблизи нейтронных оболочек N=50, 82. При проведении расчетов учитывался одночастичный континуум до 100 МэВ. Такой учет одночастичного континуума позволяет полностью исчерпать правило сумм Икеды, 3(N-Z). Для достаточно хорошего описания экспериментального энерговыделения и периода бета-распада дважды магического ядра ¹³²Sn использовались 36 параметризаций сил Скирма с различным вкладом тензорного взаимодействия. Критерием отбора также являлось отталкивающее центральное спин-изоспиновое взаимодействие ($G'_0 \ge 0.1$), необходимое для правильного описания гамов-теллеровского резонанса. Параметризации T43, T45, T54, T55, T56, T65, T66 были выбраны. При этом удается описать и свойства нижайшего квадрупольного возбуждения ядра ¹³²Sn.

На примере нейтронно-избыточных изотопов никеля с магическим числом протонов Z=28 продемонстрировано влияние нейтрон-протонного тензорного взаимодействия на описание периодов бета-распада и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов. Отметим, что влиянием остаточного взаимодействия в канале частица-частица можно пренебречь в этом случае. Для решения поставленной задачи выбраны снова две параметризации, Т43 и Т45, которые правильно описывают экспериментальные значения Q_{β} и S_n . Результаты, полученные с взаимодействием Т45, на качественном уровне воспроизводят поведение экспериментально известных периодов ^{74,76,78,80}Ni с увеличением числа нейтронов. Расчеты с силами Скирма Т43, с более сильным нейтрон-протонным тензорным взаимодействием, приводят к увеличению энергии ГТ-переходов и ускорению бета-распада. Расчеты вероятности эмиссии запаздывающего нейтрона, сопутсвтующей бета-распаду ^{74,76}Ni, дают близкие значения P_n как с взаимодействием Т43, так и с Т45. Получено хорошее согласие с экспериментальной вероятностью эмиссии запаздывающего нейтрона $P_n=14.0\pm3.6\%$, в случае бетараспада ⁷⁶Ni. Так же показано влияние эффектов заполнения новой оболочки сверх N=50. Анализ результатов расчетов скоростей бета-распада ядра ⁸⁰Ni, выполненных с силами Скирма Т43 и Т45, показал, что ослабление нейтронпротонного тензорного взаимодействия приводит к сильному сдвигу спектра энергий ГТ-переходов в низкоэнергетическую область. Таким образом, наши расчеты с взаимодействием Т45 предсказывают высокую вероятность эмиссии двух запаздывающих нейтронов, сопутствующей бета-распаду⁸⁰Ni, тогда как в

случае сил Скирма T43 более вероятна однонейтронная эмиссия. Такое расхождение в результатах расчетов объясняется сильной чувствительностью вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов к свойствам бета-силовой функции.

Роль канала частица-частица при описании свойств бета-распада нейтронно-избыточных ядер показана на примере изотопов кадмия с числом протонов Z=48. В этом случае вкладом остаточного взаимодействия в канале частица-частица пренебречь нельзя. Периоды бета-распада ^{126,128,130,132}Cd рассчитаны без учета и с учетом остаточного взаимодействия в канале частица-частица. Показано, что на качественном уровне, результаты расчетов описывают экспериментальную эволюцию периодов бета-распада. При этом предельное усиление эффективного нейтрон-протонного взаимодействия в канале частица-частица приводит к уменьшению периода бета-распада ¹³⁰Cd до $T_{1/2}$ =74 мс. Эти расчеты выполнены с взаимодействием Скирма T43 в канале частица-дырка. Ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия в случае сил Скирма T45 не влияет на характер данной зависимости.

Максимальное влияние канала частица-частица найдено при описании вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов в случае бета-распада ядра ¹³²Cd. Установлено, что ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия (в случае сил Скирма T45) приводит к заметному уменьшению вероятности эмиссии двух запаздывающих нейтронов по сравнению с расчетами, выполненными с взаимодействием T43. Таким образом продемонстрировано, что при ослаблении нейтрон-протонного тензорного взаимодействия усиливается влияние эффективного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица-частица на бета-распадные характеристики нейтронно-избыточных ядер.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы диссертации, соответствующие положениям, выносимым на защиту.

15

Глава 1

Описание характеристик основных состояний родительского и дочернего ядер вблизи нейтронных оболочек N=50,82

В настоящей главе изложен метод Хартри—Фока—БКШ с взаимодействием Скирма и применён для описания свойств основного состояния чётно-нечётных и нечётно-нечётных ядер. Приведены уравнения на случай учёта влияния неспаренных нуклонов на сверхтекучие свойства системы, так называемого эффекта блокировки. Идеи такого подхода были высказаны в конце 50-х годов в работах В. Г. Соловьева [49, 50]. На базе 36 параметризаций сил Скирма с различным вкладом тензорного взаимодействия выполнен анализ эффектов нейтрон-протонной части тензорных сил при описании характеристик основных состояний родительского и дочернего ядер (энерговыделения бета-распада и энергии отрыва одного нейтрона). Изучено влияние нейтрон-протонного тензорного взаимодействия на зависимости деформационных энергий от квадрупольных моментов основных состояний изотопов никеля и цинка в области нейтронной оболочки N=50, изотопов кадмия вблизи N=82.

1.1. Энергетический функционал плотности Скирма TIJ. Парные корреляции сверхпроводящего типа в четных и нечетных системах нуклонов

Одним из наиболее успешных методов изучения структуры ядра является приближение случайных фаз [14, 51] с самосогласованным средним полем, полученным с использованием взаимодействия Скирма. Такие расчеты не требуют введения новых параметров, так как остаточное взаимодействие получено самосогласованным образом с тем же самым функционалом плотности энергии как и среднее поле.

Свойства основных состояний ядер находятся путем решения уравнений Хартри—Фока в приближении сферической симметрии. Детальное изложение метода можно найти в работах [7, 52]. Одночастичный континуум дискретизуется посредством диагонализации гамильтона ХФ на базисном наборе волновых функций гармонического осциллятора. В канале частица-дырка используем зависящее от ядерной плотности эффективное взаимодействие Скирма, учитывающее вклад от тензорных сил [9, 53]:

$$v^{\text{Skyrme}} = t_0(1 + x_0P_{\sigma}) + \frac{1}{6}t_3(1 + x_3P_{\sigma})\rho^{\alpha}(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r}) + + \frac{1}{2}t_1(1 + x_1P_{\sigma})[\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\hat{\mathbf{k}}^2] + t_2(1 + x_2P_{\sigma})\mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r})\mathbf{k} + + iW_0(\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r})\mathbf{k} + + \frac{1}{2}t_e\{[3(\sigma_1 \cdot \mathbf{k}')(\sigma_2 \cdot \mathbf{k}') - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)\mathbf{k}'^2]\delta(\mathbf{r}) + + \delta(\mathbf{r})[3(\sigma_1 \cdot \mathbf{k})(\sigma_2 \cdot \mathbf{k}) - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)\mathbf{k}'^2]\} + + t_o[3(\sigma_1 \cdot \mathbf{k}')\delta(\mathbf{r})(\sigma_2 \cdot \mathbf{k}) - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)\mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}],$$
(1.1)

где введены следующие сокращения $\mathbf{r}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$, $\mathbf{R}=\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)$, оператор момента относительного движения $\mathbf{k}=-\frac{i}{2}(\nabla_1-\nabla_2)$, оператор \mathbf{k}' является ему комплексно сопряженным и действует налево, $P_{\sigma}=(1+(\sigma_1\sigma_2))/2$ — спин-обменный оператор. Параметры нуклон-нуклонного взаимодействия Скирма t_0 , t_1 , t_2 , t_3 , x_0 , x_1 , x_2 ,

 x_3 , t_e , t_o , α и W_0 , определяющие вклады центральных и тензорных сил, фитированы самосогласованным образом для каждой из 36 параметризаций TIJ [27], используемых автором в диссертации. Индексы I и J обозначают целые числа от 1 до 6 и фиксируют определенным образом вклады от спин-орбитальных плотностей в функционал плотности энергии и потенциал спин-орбитального взаимодействия [26, 27]:

$$U_{\rm SO}^{(q)} = \frac{W_0}{2r} \left(2\frac{d\rho_q}{dr} + \frac{d\rho_{q'}}{dr} \right) + \left(\alpha \frac{J_q}{r} + \beta \frac{J_{q'}}{r} \right), \tag{1.2}$$

$$\alpha = 60(J-2) \quad \text{M} \ni \text{B} \cdot \phi_{\text{M}}{}^5, \tag{1.3}$$

$$\beta = 60(I-2) \quad M \ni B \cdot \Phi M^5, \tag{1.4}$$

где ρ_q и J_q (q=n,p) — нуклонные и спин-орбитальные плотности соответственно, а α и β содержат вклады центральных $(\alpha_{\rm C}, \beta_{\rm C})$ и тензорных $(\alpha_{\rm T}, \beta_{\rm T})$ сил [26, 27]:

$$\alpha_{\rm C} = \frac{1}{8}(t_1 - t_2) - \frac{1}{8}(t_1 x_1 + t_2 x_2), \qquad (1.5)$$

$$\beta_{\rm C} = -\frac{1}{8}(t_1 x_1 + t_2 x_2), \tag{1.6}$$

$$\alpha_{\rm T} = \frac{5}{4} t_o, \tag{1.7}$$

$$\beta_{\rm T} = \frac{5}{8} (t_e + t_o). \tag{1.8}$$

Парные корреляции описываются зависящими от плотности контактными силами в канале частица-частица [54]:

$$V_{T=1}^{(\text{pp})}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \left(\frac{1 - P_{\sigma}}{2}\right) \left(1 - \eta \frac{\rho(r_1)}{\rho_0}\right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \tag{1.9}$$

$$V_{T=0}^{(\text{pp})}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = f V_0 \left(\frac{1+P_{\sigma}}{2}\right) \left(1-\eta \frac{\rho(r_1)}{\rho_0}\right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \qquad (1.10)$$

где $\rho(r_1)$ —плотность нуклонов, а $\rho_0=0.16$ фм⁻³ — плотность ядерной материи. Параметр η варьируется от 0, что соответствует случаю объемного спаривания, до 1 в случае поверхностного типа спаривания. Параметр V_0 фиксируется так, чтобы воспроизвести разницу масс соседних нечетных и четночетных ядер [34, 39]. Величина f определяет отношение силовых параметров

T=1 и T=0 взаимодействий в канале частица-частица (в случае реализации SU(4)-симметрии f=1 [18, 55]). В силу того, что в данной диссертации изучаются ядра с сильной нейтрон-протонной асимметрией ($N\gg Z$), взаимодействием (1.10) можно пренебречь.

Описание систем взаимодействующих нейтронов и протонов осуществляется в представлении вторичного квантования. Переход к квазичастицам выполняется каноническим преобразованием Боголюбова [1]:

$$a_{jm}^{\dagger} = u_j \alpha_{jm}^{\dagger} + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}, \qquad (1.11)$$

причем u_j и v_j удовлетворяют условию нормировки:

$$u_j^2 + v_j^2 = 1. (1.12)$$

При описании нечетных систем нуклонов учитывается влияние неспаренных частиц на сверхтекучие свойства основного состояния ядра. Подробное описание этого подхода приведено в работах [5, 7, 56]. Учет этого эффекта в случае сферических ядер сводится к исключению из рассмотрения нуклона, находящегося на каком-либо (2j+1)-вырожденном уровне среднего поля, поскольку заполнение уровней производится парами нуклонов, что приводит к соответствующему изменению величин корреляционных функций и химических потенциалов. Тогда основное состояние системы, состоящей из нечетного числа частиц (нейтронов или протонов), описывается волновой функцией одноквазичастичного состояния [31]:

$$\Psi_0(j_2) = \alpha_{j_2 m_2}^{\dagger} \Psi_0, \qquad (1.13)$$

где квантовые числа $j_2 = \{n_2 l_2 j_2 m_2\}$ описывают состояние около поверхности Ферми, на котором находится неспаренный нуклон и которое должно быть заблокировано, а функция Ψ_0 описывает основное состояние системы, состоящей из четного числа частиц. С учетом эффекта блокировки получаем следующее секулярное уравнение для корреляционной функции:

$$\Delta_j = \frac{1}{2} \sum_{j' \neq j_2} V_{jj'} \frac{(2j'+1)\Delta_{j'}}{\sqrt{\Delta_{j'}^2 + (E_{j'} - \lambda)^2}} + \frac{1}{2} V_{jj_2} \frac{(2j_2 - 1)\Delta_{j_2}}{\sqrt{\Delta_{j_2}^2 + (E_{j_2} - \lambda)^2}},$$
(1.14)

где $V_{jj'}$ обозначают матричные элементы спаривательного потенциала (1.9), λ — химический потенциал соответствующей системы нуклонов (нейтронов или протонов). Требование сохранения числа частиц записывается следующим образом:

$$N = 1 + (2j_2 - 1)v_{j_2}^2 + \sum_{j \neq j_2} (2j + 1)v_j^2.$$
(1.15)

Как будет показано далее (смотри разделы 1.3 и 2.4), бета-распадные характеристики нейтронно-избыточных ядер сильно связаны со свойствами основных состояний родительского и дочернего ядер, что делает необходимым учет эффекта блокировки в расчетах среднего поля в случае четно-нечетных и нечетно-нечетных ядер.

1.2. Энергии деформации, рассчитанные с учетом тензорного взаимодействия

Описание энерговыделения бета-распада и энергии отрыва одного и двух нейтронов необходимо для предсказания периодов полураспада и вероятностей эмиссии запаздывающих нейтронов. Продемонстрируем, что свойства основного состояния нейтронно-избыточных изотопов ^{74,76,78,80}Ni и ^{126,128,130,132}Cd могут быть описаны в приближении сферической симметрии статической формы ядра.

Построим кривые зависимости энергии деформации, отсчитанной от энергии основного состояния, от безразмерного параметра квадрупольной деформации β_2 :

$$\beta_2 = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \frac{4\pi Q_2}{3R^2 A},\tag{1.16}$$



Рис. 1.1. Зависимость энергии деформации нейтронно-избыточных изотопов никеля от безразмерного параметра квадрупольной деформации. Для каждого рассмотренного изотопа ⁷⁴Ni, ⁷⁶Ni, ⁷⁸Ni и ⁸⁰Ni кривые обозначены пунктирной, штриховой, сплошной и штрих-пунктирной линией соответственно.

где Q_2 — электрический квадрупольный момент ядра, а $R=1.2A^{1/3}$ фм — его радиус. Энергии деформации получены с использованием кода EV8 [25, 57, 58], который реализует решение уравнений ХФ-БКШ путем дискретизации квазичастичных функций на трехмерной сетке декартовых координат.



Рис. 1.2. Кривые зависимости энергии деформации ядер ^{126,128,130,132}Cd от безразмерного параметра квадрупольной деформации. Обозначения такие же, что и на рисунке 1.1.

На рисунках 1.1 и 1.2 изображены кривые энергий деформации в случа-

21

Параметр	Размерность	T43	T45
t_0	МэВ \cdot фм 3	-2490.275	-2485.014
t_1	МэВ \cdot фм ⁵	494.608	492.671
t_2	МэВ \cdot фм ⁵	-255.534	-304.046
t_3	МэВ· ϕ м ^{3+3α}	13847.12	13793.28
x_0		0.698702	0.727016
x_1		-0.781655	-0.710368
x_2		-0.646302	-0.755428
x_3		-0.646302	-0.755428
α		1/6	1/6
W_0	МэВ \cdot фм ⁵	153.103	168.213
t_e	МэВ \cdot фм ⁵	196.868	115.642
t_o	МэВ·фм ⁵	-49.160	52.299

Таблица 1.1. Параметры взаимодействий Скирма Т43 и Т45 [27]

ях изотопов около магического ⁷⁸Ni и полумагического ¹³⁰Cd, рассчитанные с силой Скирма T43. Как видно, все рассмотренные ядра имеют хорошо определенный сферический минимум, что показывает применимость представленного метода описания свойств основного состояния в изучаемой области ядерной карты.

Выясним как влияют на описание деформационных кривых тензорное взаимодействие и эффекты, связанные с заполнением оболочек. В качестве примера проведем сравнительный анализ энергий деформации изотопов ^{78,80,82}Zn и ^{76,78,80}Ni. Расчеты сделаны с силами Скирма T43 и T45 (см. таблицу 1.1), отличающимися различным вкладом нейтрон-протонного тензорного взаимодействия (1.2). В случае T43 нейтрон-нейтронные (протон-протонные) и нейтронпротонные тензорные силы входят в функционал плотности энергии с разным знаком и практически компенсирует вклад друг от друга. В случае сил Скирма



Рис. 1.3. Зависимость деформационных энергий ядра ⁸⁰Zn от квадрупольной деформации. Сплошной линией обозначены результаты, полученные с силой Скирма Т43, штриховой линией — с силой Скирма Т45.



Рис. 1.4. Кривые зависимости энергии деформации ядра ⁷⁸Ni от безразмерного параметра квадрупольной деформации. Обозначения такие же, что и на рисунке 1.3.

T45 ситуация противоположная: изоскалярная и изовекторная части тензорного взаимодействия дают вклады в энергию деформации с одинаковым знаком. Обе параметризации воспроизводят энергии связи полумагического ядра ⁸⁰Zn и магического ⁷⁸Ni и дают достаточное сильное отталкивающее центральное спин-изоспиновое взаимодействие, необходимое для описания энергии резонанса Гамова—Теллера. На рисунках 1.3 и 1.4 изображены деформационные энергии ядер ⁸⁰Zn (Z=30) и ⁷⁸Ni (Z=28). Для обеих параметризаций с различным вкладом тензорного взаимодействия показано, что минимум деформационных энергий соответствует сферической форме ядер.



Рис. 1.5. Эволюция энергии деформации изотопов цинка с 46<N<56, рассчитанных с силами Скирма Т43 и Т45. Обозначения такие же, что и на рисунке 1.3.

Обсудим структуру одночастичного спектра, полученного с учетом рас-

смотренных взаимодействий. В ядре ⁸⁰Zn происходит заполнение нейтронной оболочки N=50, а также имеется два протона поверх заполненной оболочки Z=28. Замыкание последней происходит при полном заполнении уровня $1f_{\frac{7}{2}}$ и наибольший интерес представляет конкуренция следующих двух подоболочек: $2p_2^3$ и $1f_2^5$, разница в энергиях составляет всего 200 кэВ. Усиление нейтрон-протонной части (относительно нейтрон-нейтронной и протон-протонной) тензорного взаимодействия в случае Т43 приводит к усилению спин-орбитального расщепления 1f и 2p протонных подоболочек. Напротив, взаимодействие T45 способствует уменьшению спин-орбитального расщепления 1 f и 2p таким образом, что после оболочки $Z{=}28$ начинает заполняться подоболочка $1f_{\frac{5}{2}}$ (тогда как с учетом сил Скирма Т43 заполняется $2p_2^3$). Рассмотрим влияние нейтрон-протонного тензорного взаимодействия на равновесные деформации четно-четных изотопов цинка 46<N<56, смотри рисунок 1.5. Эволюция энергий деформации ядер ^{76,78,80,82}Zn качественно не зависят от силы нейтрон-протонного тензорного взаимодействия. В случае ядер ^{76,78}Zn наблюдается хорошо определенный минимум при $\beta_2 = 0.1 - 0.2$ и плавный рост с увеличением параметра деформации. Изотопы ^{82,84,86}Zn также являются деформированными вытянутыми ядрами ($\beta_2=0.2$), при этом энергия деформации наиболее чувствительна к выбору силы нейтрон-протонного тензорного взаимодействия в области нулевой квадрупольной деформации ($\beta_2=0$). Также с увеличением нейтрон-протонной асимметрии, например в ⁸⁴Zn, наиболее отчетливо наблюдается влияние нейтронпротонных тензорных сил на положения глобального и локального минимумов энергии деформации ядра.

Изотопы никеля, в отличие от изотопов цинка, обладают равновесной сферической симметрией. При этом усиление нейтрон-протонной части тензорного взаимодействия качественно не влияет на изменение энергии связи изотонов N=48, 50, 52 от параметра квадрупольной деформации, смотри рисунок 1.6.



Рис. 1.6. Сравнение деформационных энергий ядер цинка и никеля с N=48, 50, 52, рассчитанные с силами Скирма Т43 и Т45. Обозначения такие же, что и на рисунке 1.3.

1.3. Описание энерговыделения бета-распада и энергий отрыва одного или нескольких нейтронов

Бета-распад нейтронно-избыточных ядер может проходить в несколько стадий, в частности, сопровождаться эмиссией одного или нескольких нейтронов. Это возможно, если энергия отрыва x нейтронов S_{xn} дочернего ядра меньше энерговыделения бета-распада Q_{β} . Последняя величина определяется как разность энергий связи дочернего (N-1, Z+1) и родительского (N, Z) ядер плюс разница масс атома водорода и нейтрона:

$$Q_{\beta} = \Delta M_{H-n} + B(N-1, Z+1) - B(N, Z), \qquad (1.17)$$

где $\Delta M_{\mathrm{H}-n} = 0.782 \text{ M}$ эB. Энергия отрыва одного или нескольких нейтронов есть разность энергий связи дочернего ядра и конечного продукта реакции:

$$S_{xn} = B(N-1, Z+1) - B(N-X-1, Z+1).$$
(1.18)



Рис. 1.7. Энерговыделения бета-распадов изотопов ⁷⁴⁻⁸⁰Ni, рассчитанные с учетом эффекта блокировки (▲) и с использованием приближения (1.19) (■). Экспериментальные данные (•) [59].

От точности расчета Q_{β} и S_n зависит достоверность предсказания бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных ядер, таких как энергия гамовтеллеровских переходов $E^{\text{GT}}=Q_{\beta}-E_{1_k^+}$, где $E_{1_k^+}$ есть энергия k-ого состояния 1⁺ дочернего ядра, и соответственно, период полураспада и вероятность эмиссии одного или двух запаздывающих нейтронов. Без учета эффекта блокировки легко получить следующее выражение для определения Q_{β} [13]:

$$Q_{\beta} \approx \Delta M_{\mathrm{H}-n} + \lambda_n - \lambda_p - E_{\mathrm{2qp,lowest}}, \qquad (1.19)$$

где $\lambda_{n(p)}$ — нейтронный (протонный) химический потенциал, $E_{2qp,lowest}$ соответствует нижайшей двухквазичастичной энергии. Рисунок 1.7 демонстрирует

роль эффекта блокировки неспаренных нуклонов на энерговыделение бета-распада. На примере изотопов никеля ^{74–80}Ni показано, что учет эффекта блокировки ведет к изменению этой энергии не более, чем на 1 МэВ.



Рис. 1.8. Энерговыделения бета-распадов изотопов ^{74–80}Ni, рассчитанные с силами Скирма T43 (пунктирная линия) и T45 (штриховая линия). Экспериментальные значения (сплошная линия) [59].



Рис. 1.9. Энергии отрыва одного нейтрона S_n , рассчитанные для изотопов ⁷⁴⁻⁸⁰Cu с силами Скирма Т43 и Т45. Обозначения те же, что и на рисунке 1.8.

Рассмотрим как влияет нейтроно-протонное тензорное взаимодействие на описание величин Q_{β} и S_n на примере нейтронно-избыточных ядер в области $N{=}50$ и $N{=}82$. На рисунках 1.8 и 1.9 представлены энерговыделения бета-рас-



Рис. 1.10. Энерговыделения бета-распадов изотопов ^{126–132}Cd, рассчитанные с силами Скирма Т43 и Т45. Экспериментальные значения взяты из [59]. Обозначения те же, что и на рисунке 1.8.



Рис. 1.11. Энергии отрыва одного нейтрона S_n , рассчитанные для изотопов ^{126–132}In с силами Скирма Т43 и Т45. Экспериментальные значения взяты из [59]. Обозначения те же, что и на рисунке 1.8.

падов изотопов ^{74–80}Ni и энергии отрыва одного нейтрона в дочерних ядрах ^{74–80}Cu соответственно. Результаты расчетов, выполненные с взаимодействиями Скирма T43 и T45, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и систематикой [59], что оправдывает выбор этих параметризаций. Отметим значительное увеличение Q_{β} примерно в 2 раза и плавное уменьшение S_n изотопов меди при увеличении числа нейтронов. Эффект заполнения оболочки N=50 наблюдается в быстром росте значения Q_{β} для изотопа ⁷⁹Ni (N=51) и уменьшении энергии отрыва нейтрона в случае ядра ⁸⁰Cu (N=51). Учет эффекта блокировки при описании основного состояния четно-нечетных и нечетно-нечетных ядер (1.14) позволяет воспроизвести характерное поведение Q_{β} и S_n с ростом числа нейтронов. Для примера рассмотрим расчеты, выполненные с взаимодействием T45. В случае изотопов ^{74,76,78}Cu блокируется нейтронная подоболочка $1g_2^9$, тогда как в ядре ⁸⁰Cu начинает заполняться $2d_2^5$. Она должна быть заблокирована, так же как и квазичастицы на протонных подоболочках $2p_2^3$ и $1f_2^5$ в изотопах ^{74,76}Cu и ^{78,80}Cu соответственно. Учет эффекта блокировки важен для правильного описания свойств основных состояний рассматриваемых изотопов меди [42]. Важно отметить, что обе параметризации успешно описывают бета-распадные характеристики ядер вблизи заполнения нейтронной оболочки N=82. В качестве примера были рассмотрены нейтронно-избыточные изотопы кадмия (смотри рисунки 1.10, 1.11).



Рис. 1.12. Периоды полураспада изотопов ^{74,76,78,80}Ni, рассчитанные с учетом эффекта блокировки (штриховая линия) и с использованием приближения (1.19) (пунктирная линия). Экспериментальным данные (сплошная линия) взяты из работы [60].

Сравним результаты расчетов периодов полураспада изотопов ^{74–80}Ni, выполненных с взаимодействием T45, для случаев, когда Q_{β} посчитана по определению (1.17) или (1.19), смотри рисунок 1.12. Значения периодов полураспада, при вычислении которых учитывался эффект блокировки, дают лучшее согласие с экспериментальными данным [60].

1.4. Выводы

В данной Главе представлена схема расчета свойств основного состояния четно-нечетных и нечетно-нечетных ядер с учетом влияния неспаренных нуклонов на сверхтекучие свойства нуклонных систем. В рамках метода ХФ-БКШ с силами Скирма рассчитаны энерговыделения бета-распадов нейтронно-избыточных ядер вблизи заполнения нейтронных оболочек N=50, 82 и энергии отрыва нейтрона в дочерних ядрах. Данные величины, рассчитанные с различным вкладом тензорного взаимодействия, воспроизводят экспериментальную зависимость от числа нейтронов в изотопах никеля и кадмия. Резкое увеличение энерговыделения бета-распада ядер ⁷⁹Ni, ¹³¹Cd и уменьшение энергии отрыва нейтрона в дочерних ядрах объясняются эффектами заполнения нейтронных оболочек N=50, 82. Показано, что учет эффекта блокировки неспаренных нуклонов важен при описании периодов бета-распада. При этом рассмотренные изотопы никеля и кадмия обладают равновесной сферической симметрией, а изменение нейтрон-протонного тензорного взаимодействия качественно не влияет на равновесные деформации и квадрупольные моменты основных состояний ядер в данной области ядерной карты.

Глава 2

Одновременный учет тензорного взаимодействия и динамического спаривания в приближении случайных фаз для описания зарядово-обменных состояний

Вторая глава посвящена изложению метода расчета характеристик бетараспада нейтронно-избыточных ядер и последующей мультинейтронной эмиссии. Приближение случайных фаз с самосогласованным средним полем, полученным из взаимодействия Скирма, является одним из успешных методов изучения бета-распадных характеристик. Такие расчеты не требуют введения новых параметров, так как остаточное взаимодействие получено самосогласованным образом с тем же самым функционалом плотности энергии, как и среднее поле.

2.1. Сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия

Уравнения ПСФ строятся на базе квазичастичных состояний ХФ-БКШ с остаточным взаимодействием, полученным самосогласованным образом с тем же функционалом плотности энергии Скирма, что и в случае среднего поля. Сепарабелизация остаточных сил позволяет свести решение системы линейных уравнений ПСФ к нахождению корней секулярного уравнения. Это позволяет упростить расчеты, сложность которых растет пропорционально увеличению конфигурационного пространства. В случае нуклон-нуклонных сил Скирма данный подход находит свое применение в ряде работ [32, 61, 62]. Для описания зарядово-обменных мод возбуждений сепарабельный подход был развит на случай учета тензорного взаимодействия и успешно применен авторами [37, 39].

Остаточные взаимодействия в каналах частица-дырка $V_{\rm res}^{\rm (ph)}$ и частица–частица $V_{\rm res}^{\rm (pp)}$ могут быть получены как вторые производные функционала плотности энергии по нормальной и парной плотностям нуклонов [63] соответственно. Центральное остаточное взаимодействие представляется в форме сил Ландау—Мигдала [3]. В случае сил Скирма это соответствует δ -взаимодействию в координатном пространстве (l=0):

$$V_{\rm res}^{(a)} = N_0^{-1} \{ F_0^{(a)}(r_1) + G_0^{(a)}(r_1)(\sigma_1 \sigma_2) + [F_0^{\prime(a)}(r_1) + G_0^{\prime(a)}(r_1)(\sigma_1 \sigma_2)](\tau_1 \tau_2) \} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2),$$
(2.1)

где индекс a={ph, pp} обозначает канал частица-дырка или частица-частица соответственно, а нормировочный множитель $N_0 = 2k_{\rm F}m^*/\pi^2\hbar^2$ зависит от импульса Ферми $k_{\rm F}$ и эффективной массы нуклона m^* . Параметры Ландау остаточного взаимодействия в канале частица-дырка могут быть выражены через параметры сил Скирма [64]:

$$F_0^{(\text{ph})} = N_0 \left\{ \frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\alpha} (\alpha + 1)(\alpha + 2) + \frac{1}{8} k_F^2 [3t_1 + (5 + 4x_2)t_2] \right\}, \quad (2.2)$$

$$F_0^{\prime(\text{ph})} = -N_0 \left\{ \frac{1}{4} t_0 (1+2x_0) + \frac{1}{24} t_3 \rho^{\alpha} (1+2x_3) + \frac{1}{8} k_F^2 [t_1 (1+2x_1) - t_2 (1+2x_2)] \right\},$$

$$(2.3)$$

$$G_0^{(\text{ph})} = -N_0 \left\{ \frac{1}{4} t_0 (1 - 2x_0) + \frac{1}{24} t_3 \rho^{\alpha} (1 - 2x_3) + \frac{1}{8} k_F^2 [t_1 (1 - 2x_1) - t_2 (1 + 2x_2)] \right\},$$
(2.4)

$$G_0^{\prime(\text{ph})} = -N_0 \left[\frac{1}{4} t_0 + \frac{1}{24} t_3 \rho^{\alpha} + \frac{1}{8} k_{\text{F}}^2 (t_1 - t_2) \right].$$
(2.5)

Так как в настоящей диссертационной работе рассматриваются только гамовтеллеровские переходы, то вид центрального остаточного взаимодействия ограничивается спин-изоспиновой частью, пропорциональной $G_0'^{(a)}$ (2.5). Матричные элементы $V_{\rm C,res}^{\rm (ph)}$ записываются в виде суммы [32, 36]:

$$V_{\rm C,res}^{\rm (ph)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N_0^{-1} G_0^{\prime(\rm ph)}(r_1)(\tau_1 \tau_2)(\sigma_1 \sigma_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

= $N_0^{-1} \frac{G_0^{\prime(\rm ph)}(r_1)}{r_1^2} \delta(r_1 - r_2) \sum_{\lambda\mu} \sum_{L=\lambda,\lambda\pm 1} T_{L\lambda\mu}(\hat{r}_1, \sigma_1) T_{L\lambda\mu}^*(\hat{r}_2, \sigma_2), \quad (2.6)$

где σ_i , τ_i — операторы спина и изоспина, $T_{L\lambda\mu}(\hat{r}_i, \sigma_i)$ — спин-угловые тензоры.

Следуя работе [65], упрощаем тензорное взаимодействие в канале частицадырка, записывая его в сепарабельном виде:

$$V_{\rm T,res}^{\rm (ph)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_{\rm T1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + V_{\rm T1}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) + V_{\rm T2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \qquad (2.7)$$

$$V_{\rm T1}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\tau_1 \tau_2) \xi_1 \sum_{\mu} T_{01\mu}(\hat{r}_1, \sigma_1) r_2^2 T_{21\mu}^*(\hat{r}_2, \sigma_2), \qquad (2.8)$$

$$V_{\text{T2}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\tau_1 \tau_2) \xi_2 \sum_{\mu} r_1^2 T_{21\mu}(\hat{r}_1, \sigma_1) r_2^2 T_{21\mu}^*(\hat{r}_2, \sigma_2).$$
(2.9)

Значения ξ_1 и ξ_2 фиксируются так, чтобы воспроизвести энергии гамов-теллеровского и спин-квадрупольного резонансов, вычисленных с полным взаимодействием Скирма, и могут быть записаны в явном виде [34, 37]:

$$\xi_1 = \frac{4.33(\beta_{\rm T} - \alpha_{\rm T})}{A^2} \quad M \ni B \cdot \Phi M^{-2}, \tag{2.10}$$

$$\xi_2 = \frac{0.12(\beta_{\rm T} - \alpha_{\rm T})}{A^2} \quad \text{M} \circ \text{B} \cdot \phi_{\rm M}^{-4}.$$
(2.11)

В канале частица-частица параметры пропорциональны силе спаривательного взаимодействия (1.9). Вид параметра Ландау $G_0^{\prime(\mathrm{pp})}$ приводится в работе автора [47]:

$$G_0^{\prime(\text{pp})}(r) = \frac{1}{4} N_0 V_0 \left(1 - \eta \frac{\rho(r)}{\rho_0} \right).$$
 (2.12)

В представлении вторичного квантования оператор остаточного взаимодействия $\hat{V}_{\rm res}$ можно записать в следующем виде:

$$\hat{V}_{\rm res} = \frac{1}{2} \sum V_{1234} : a_1^{\dagger} a_2^{\dagger} a_3 a_4 :, \qquad (2.13)$$

где индексы i=1, 2, 3, 4 обозначают квантовые числа $n_i l_i j_i m_i$.

Двухчастичный матричный элемент V₁₂₃₄:

$$V_{1234} = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \,\phi_1^*(\mathbf{r}_1) \phi_2^*(\mathbf{r}_2) V_{1234}^{(a)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \phi_1(\mathbf{r}_1) \phi_2(\mathbf{r}_2), \qquad (2.14)$$

где используется стандартное определение одночастичной волновой функции $\phi(\mathbf{r})_i$ в случае сферического атомного ядра:

$$\phi(\mathbf{r})_{i} = \frac{w_{i}(r)}{r} \sum_{m_{l}m_{s}} C^{j_{i}m}_{l_{i}m_{l}\frac{1}{2}m_{s}} Y_{l_{i}m_{l}}(\hat{r}) \chi_{\frac{1}{2}m_{s}}(\sigma).$$
(2.15)

Матричные элементы взаимодействия в канале частица-дырка могут быть приведены к следующему виду [32, 33]:

$$V_{1234}^{(\text{ph})} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda + 1} (-1)^{\lambda - \mu} (-1)^{j_3 - m_3 + j_4 - m_4} C_{j_1 m_1 j_3 - m_3}^{\lambda - \mu} C_{j_2 m_2 j_4 - m_4}^{\lambda \mu}$$

$$\times \langle j_1 || i^{\lambda} Y_{\lambda} || j_3 \rangle \langle j_2 || i^{\lambda} Y_{\lambda} || j_4 \rangle I^{(\text{ph})} (j_1 j_2 j_3 j_4).$$
(2.16)

Как показано в работе [34], в канале частица-частица антисимметризованный матричный элемент записывается:

$$V_{1234}^{(\text{pp})} - V_{1243}^{(\text{pp})} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda + 1} C_{j_1m_1j_3-m_3}^{\lambda-\mu} C_{j_2m_2j_4-m_4}^{\lambda\mu} \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4$$

$$\times \langle j_1 || i^L Y_L || j_2 \rangle \langle j_3 || i^L Y_L || j_4 \rangle I^{(\text{pp})}(j_1 j_2 j_3 j_4).$$
(2.17)

При описании ГТ-переходов радиальный интеграл $I^{(a)}(j_1j_2j_3j_4)$, используемый в определениях матричных элементов (2.16) и (2.17), имеет вид:

$$I^{(a)}(j_1 j_2 j_3 j_4) = N_0^{-1} \int_0^\infty \frac{dr}{r^2} G_0'^{(a)}(r)(\tau_1 \tau_2) w_{j_1}(r) w_{j_2}(r) w_{j_3}(r) w_{j_4}(r).$$
(2.18)

Радиальный интеграл может быть численно вычислен по квадратурной формуле Гаусса для N точек с абсциссой r_k и весом w_k (смотри, например, [66]).

Таким образом, остаточное взаимодействие может быть представлено в виде сепарабельных членов. Как показано в работе [36], N=45 достаточно для точного описания спин-изоспиновых возбуждений. Отметим также альтернативные пути факторизации взаимодействия Скирма [62, 67]. Реалистичность выбранных модельных приближений и их достоинства при изучении свойств гамов-теллеровских и спин-дипольных резонансов показаны в работах [36, 37].

2.2. Уравнения квазичастичного приближения случайных фаз

В квазичастичном представлении гамильтониан модели может быть записан в следующем виде [31]:

$$H = \sum_{am_a} \varepsilon_a \beta^{\dagger}_{am_a} \beta_{am_a} + \sum_{\alpha m_\alpha} \varepsilon_\alpha \beta^{\dagger}_{\alpha m_\alpha} \beta_{\alpha m_\alpha} + V^{(\text{ph})}_{\text{res}} + V^{(\text{pp})}_{\text{res}}, \qquad (2.19)$$

где для краткости $a(\alpha)$ обозначена совокупность квантовых чисел nlj для нейтронов (протонов), ε — энергии квазичастичных состояний. Фононные операторы вводятся стандартным образом [13, 22, 31]:

$$Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} = \sum_{a\alpha} (X_{a\alpha}^{\lambda i} A^{\dagger}(a\alpha;\lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} Y_{a\alpha}^{\lambda i} A(a\alpha;\lambda-\mu)), \qquad (2.20)$$

$$A^{\dagger}(a\alpha;\lambda\mu) = \sum_{m_a m_\alpha} \langle am_a \alpha m_\alpha | \lambda\mu \rangle \beta^{\dagger}_{am_a} \beta^{\dagger}_{\alpha m_\alpha}.$$
 (2.21)

Основное состояние является фононным вакуумом. Возбужденные состояния 1^+ генерируются действием операторов рождения на вакуум $Q^{\dagger}_{\lambda\mu i}|0\rangle$ и для них справедливо условие нормировки:

$$\sum_{a\alpha} (X^{\lambda i}_{a\alpha} X^{\lambda i'}_{a\alpha} - Y^{\lambda i}_{a\alpha} Y^{\lambda i'}_{a\alpha}) = \delta_{ii'}.$$
(2.22)
Используем метод уравнения движения [4, 7]

$$\langle 0|[\delta Q_{\lambda\mu i}, [H, Q_{\lambda\mu i}^{\dagger}]]|0\rangle = \omega_{\lambda i} \langle 0|[\delta Q_{\lambda\mu i}, Q_{\lambda\mu i}^{\dagger}]|0\rangle, \qquad (2.23)$$

где вариация $\delta Q_{\lambda\mu i}$ имеет следующий вид:

$$\delta Q_{\lambda\mu i} = \sum_{a\alpha} (\delta(X_{a\alpha}^{\lambda i}) A(a\alpha; \lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} \delta(Y_{a\alpha}^{\lambda i}) A^{\dagger}(a\alpha; \lambda-\mu)).$$
(2.24)

Находим уравнения квазичастичного ПСФ:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = E_k \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}.$$
(2.25)

Матрицы $\mathcal{A}_{a\alpha,b\beta}$ и $\mathcal{B}_{a\alpha,b\beta}$, имеющие размерность пространства двухквазичастичных конфигураций, можно записать в виде [13, 30, 68, 69]:

$$\mathcal{A}_{a\alpha,b\beta} = -(u_{a}v_{\alpha}u_{b}v_{\beta} + v_{a}u_{\alpha}v_{b}u_{\beta})\sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')}d_{a\alpha}^{(n)}d_{b\beta}^{(n')} - (u_{a}u_{\alpha}u_{b}u_{\beta} + v_{a}v_{\alpha}v_{b}v_{\beta})\sum_{n,n'=2N+3}^{4N+2} \kappa^{(nn')}d_{a\alpha}^{(n)}d_{b\beta}^{(n')} + \epsilon_{a\alpha}\delta_{ab}\delta_{\alpha\beta}, \qquad (2.26)$$
$$\mathcal{B}_{a\alpha,b\beta} = -(u_{a}v_{\alpha}v_{b}u_{\beta} + v_{a}u_{\alpha}u_{b}v_{\beta})\sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')}d_{a\alpha}^{(n)}d_{b\beta}^{(n')} + (u_{a}u_{\alpha}v_{b}v_{\beta} + v_{a}v_{\alpha}u_{b}u_{\beta})\sum_{n,n'=2N+3}^{4N+2} \kappa^{(nn')}d_{a\alpha}^{(n)}d_{b\beta}^{(n')}, \qquad (2.27)$$

где приведенные одночастичные матричные элементы $d_{a\alpha}^{(n)}$ задаются в таблице 2.1.

Рассмотрим блочную матрицу $\kappa^{nn'}$:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{K}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{K}_{33} \end{pmatrix}, \qquad (2.28)$$

где \mathcal{K}_{11} и \mathcal{K}_{33} — диагональные матрицы $2N \times 2N$, элементы которых соответствуют силе центрального взаимодействия в каналах частица-дырка (2.5) и частица-частица (2.12). Элементы матрицы \mathcal{K}_{22} определяются силой остаточного

n	$d^{(n)}_{alpha}$
$1 \leqslant n \leqslant N$	$\langle a T_{01} \alpha\rangle w_a(r_n)w_\alpha(r_n)$
$N+1{\leqslant}n{\leqslant}2N$	$-\langle a T_{21} \alpha\rangle w_a(r_n)w_\alpha(r_n)$
2N + 1	$\left -\langle a T_{21} lpha ight angle \int\limits_{0}^{\infty}drw_{a}(r)w_{lpha}(r)r^{2} ight $
2N+2	$\langle a T_{01} lpha angle\int\limits_{0}^{\infty}drw_{a}(r)w_{lpha}(r)$
$2N + 3 \leqslant n \leqslant 3N + 2$	$\langle a T_{01} \alpha\rangle w_a(r_n)w_\alpha(r_n)$
$3N + 3 \leqslant n \leqslant 4N + 2$	$-\langle a T_{21} \alpha\rangle w_a(r_n)w_\alpha(r_n)$

Таблица 2.1. Одночастичные матричные элементы $d^{(n)}_{a\alpha}$

тензорного взаимодействия:

$$\mathcal{K}_{22} = \begin{pmatrix} -\frac{2\xi_2}{3} & \frac{2\xi_1}{3} \\ \frac{2\xi_1}{3} & 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.29)

Уравнения квазичастичного ПСФ с учетом нейтрон-протонного спаривания можно переписать в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 - I & \mathcal{M}_2 \\ \mathcal{M}_2^{\mathrm{T}} & \mathcal{M}_3 - I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D^{(\mathrm{ph})} \\ D^{(\mathrm{pp})} \end{pmatrix} = 0, \qquad (2.30)$$

где

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.31}$$

Здесь используются следующие определения:

$$D^{(r)} = \begin{pmatrix} D_{+}^{(r,n)i} \\ D_{-}^{(r,n)i} \end{pmatrix}, \qquad (2.32)$$

$$D_{\pm}^{(\mathrm{ph},n)i} = \sum_{a\alpha} d_{a\alpha}^{(n)} u_{a\alpha}^{(\pm)} (X_{a\alpha}^i \pm Y_{a\alpha}^i), \qquad (2.33)$$

$$D_{\pm}^{(\mathrm{pp},n)i} = \sum_{a\alpha} d_{a\alpha}^{(n)} v_{a\alpha}^{(\pm)} (X_{a\alpha}^i \mp Y_{a\alpha}^i), \qquad (2.34)$$

где r=ph, pp — индекс канала, $v_{a\alpha}^{(\pm)} = u_a u_\alpha \pm v_a v_\alpha$ и $u^{(\pm)} = u_a v_\alpha \pm v_a u_\alpha$. Для фононных амплитуд $X_{a\alpha}^i$ и $Y_{a\alpha}^i$ получаем:

$$X_{a\alpha}^{i} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_{a\alpha} - \omega_{i}} \left[\sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left(u_{a\alpha}^{(+)} D_{+}^{(\mathrm{ph},n)i} + u_{a\alpha}^{(-)} D_{-}^{(\mathrm{ph},n)i} \right) + \sum_{n,n'=3N+2}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left(v_{a\alpha}^{(+)} D_{+}^{(\mathrm{pp},n)i} + v_{a\alpha}^{(-)} D_{-}^{(\mathrm{pp},n)i} \right) \right],$$

$$(2.35)$$

$$Y_{a\alpha}^{i} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_{a\alpha} + \omega_{i}} \left[\sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left(u_{a\alpha}^{(+)} D_{+}^{(\mathrm{ph},n)i} - u_{a\alpha}^{(-)} D_{-}^{(\mathrm{ph},n)i} \right) - \sum_{n,n'=3N+2}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left(v_{a\alpha}^{(+)} D_{+}^{(\mathrm{pp},n)i} - v_{a\alpha}^{(-)} D_{-}^{(\mathrm{pp},n)i} \right) \right].$$

$$(2.36)$$

Матрицы \mathcal{M}_k принимают вид:

$$\mathcal{M}_{1} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{1+}^{nn'} & \mathcal{M}_{10}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{10}^{nn'} & \mathcal{M}_{1-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad \mathcal{M}_{1\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} (u_{a\alpha}^{(\pm)})^{2} \epsilon_{a\alpha}, \qquad (2.37)$$

$$\mathcal{M}_{2} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{2+}^{nn'} & \mathcal{M}_{2(+-)}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{2(-+)}^{nn'} & \mathcal{M}_{2-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad \mathcal{M}_{2\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} u_{a\alpha}^{(\pm)} v_{a\alpha}^{(\pm)} \omega_{i}, \qquad (2.38)$$

$$\mathcal{M}_{3} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{3+}^{nn'} & \mathcal{M}_{30}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{30}^{nn'} & \mathcal{M}_{3-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad \mathcal{M}_{3\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} (v_{a\alpha}^{(\perp)})^{2} \epsilon_{a\alpha}, \qquad (2.39)$$

где

$$\chi_{a\alpha}^{nn'} = \sum_{n''} \frac{\kappa^{(n'n'')}}{\epsilon_{a\alpha}^2 - \omega_i^2} d_{a\alpha}^{(n'')} d_{a\alpha}^{(n)}.$$
 (2.40)

Размерность матрицы не превосходит $(8N + 4) \times (8N + 4)$. Если не учитывать канал частица-частица, то система уравнений (2.30) заметно упрощается до размерности матрицы $(4N + 4) \times (4N + 4)$ [36, 37]. Отключение тензорного взаимодействия позволяет свести размерность матрицы до $4N \times 4N$. Таким образом, сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия Скирма дает возможность проводить расчеты в больших двухквазичастичных пространствах.

2.3. Учет сложных конфигураций

Рассматривая только однофононные возбуждения, удается получить достаточно точное и физически ясное описание нижайших и высоколежащих, типа гигантских резонансов, коллективных вибрационных состояний в четночетных ядрах. Однако, ангармоничность спектра низколежащих вибрационных состояний и проблема описания ядерных характеристик, связанных с фрагментацией однофононных состояний, таких, как вероятности электромагнитных переходов между низколежащими вибрационными состояниями, сечения фотопоглощения, ширины гигантских резонансов, стимулировали развитие теоретических подходов в 70–80-ые годы. Например, в различных реализациях метода бозонных разложений [7, 70, 71, 72, 73], квазичастично-фононной модели [31, 74, 75, 76, 77, 78] и теории ядерных полей [6, 79] эта проблема была решена путем учета части остаточных взаимодействий, отброшенных при нахождении однофононных состояний. Отметим также основанные на теории конечных ферми-систем [3] подходы: модель учета конфигураций 1p1h \otimes фонон [80, 81, 82] и многофононный вариант метода связанных каналов, подробно сформулированный в книге [83]. Обобщение метода учета конфигураций 1p1h \otimes фонон на случай включения канала частица-частица выполнено в работе [84].

Следуя основным положениям квазичастично-фононной модели для учета сложных конфигураций волновые функции могут быть записаны в виде суперпозиции членов с различным числом фононных операторов [22, 31]:

$$\Psi_{\nu}(\lambda\mu) = \left(\sum_{i} R_{i}(\lambda\nu)Q_{\lambda\mu i}^{+} + \sum_{\lambda_{1}i_{1}\lambda_{2}i_{2}} P_{\lambda_{2}i_{2}}^{\lambda_{1}i_{1}}(\lambda\nu) \left[Q_{\lambda_{1}\mu_{1}i_{1}}^{+}\bar{Q}_{\lambda_{2}\mu_{2}i_{2}}^{+}\right]_{\lambda\mu}\right)|0\rangle. \quad (2.41)$$

Однофононные возбуждения родительского ядра, имеющие энергии $\bar{w}_{\lambda i}$, генерируются действием $\bar{Q}^+_{\lambda\mu i}|0\rangle$ [34]. Используя вариационный принцип, можно получить систему линейных уравнений относительно амплитуд $R_i(\lambda\nu)$ и

 $P_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda \nu)$ [38, 39]:

$$(\omega_{\lambda i} - \Omega_{\nu})R_i(\lambda\nu) + \sum_{\lambda_1 i_1\lambda_2 i_2} U^{\lambda_1 i_1}_{\lambda_2 i_2}(\lambda i)P^{\lambda_1 i_1}_{\lambda_2 i_2}(\lambda\nu) = 0, \qquad (2.42)$$

$$(\omega_{\lambda_{1}i_{1}} + \bar{\omega}_{\lambda_{2}i_{2}} - \Omega_{\nu})P^{\lambda_{1}i_{1}}_{\lambda_{2}i_{2}}(\lambda\nu) + \sum_{i} U^{\lambda_{1}i_{1}}_{\lambda_{2}i_{2}}(\lambda i)R_{i}(\lambda\nu) = 0.$$
(2.43)

Матричные элементы $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i)$ соответствуют взаимодействию между одно- и двухфононными конфигурациями и такой учет не требует введения новых параметров. Уравнения (2.42) и (2.43) имеют такой же вид, как и в КФМ [22, 31], но в описанном методе однофононные спектры и матричные элементы $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i)$ рассчитываются с силами Скирма. При изучении влияния фрагментации состояний 1⁺, найденных в ПСФ, важно учесть двухфононные конфигурации $[1_i^+ \otimes \lambda_{i'}^+]$, т.е. построенные с монопольными и квадрупольными возбуждениями родительского ядра [38, 39].

2.4. Скорости бета-распада и вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов

Периоды ядерного бета-распада определяют распространенность ядер, участвующих в астрофизическом *r*-процессе [85, 86]. В работах [87, 88] по измерению периодов полураспада нейтронно-избыточных ядер, расположенных вблизи предполагаемых траекторий *r*-процесса, изучались атомные ядра около нейтронной замкнутой оболочки $N=50~(^{80}\text{Zn}, ^{79}\text{Cu})$ и $N=82~(^{129}\text{Ag}, ^{130}\text{Cd})$. Данные, полученные по этим ядрам, важны не только для моделирования *r*-процесса, но и для развития действующих теоретических моделей, используемых для описания и предсказания бета-распадных характеристик ядер, удаленных от линии стабильности и недоступных в настоящее время для экспериментального изучения [89, 90]. В приближении разрешенных переходов период бета-распада вычисляется как сумма вероятностей (в единицах $G_A^2/4\pi$) энергетически разрешенных переходов ($E_k^{\mathrm{GT}} \leqslant Q_\beta$):

$$T_{1/2}^{-1} = \sum_{k} \lambda_{if}^{k} = D^{-1} \left(\frac{G_{\rm A}}{G_{\rm V}}\right)^{2} \sum_{k} f_{0}(Z+1, A, E_{k}^{\rm GT}) B({\rm GT})_{k},$$
(2.44)

где λ_{if}^k — парциальная скорость бета-распада, $G_A/G_V=1.25$ — отношение констант аксиально-векторного и векторного взаимодействий, константа D=6147 сек [91]. Интегральный фазовый объем лептонов:

$$f_0(Z+1, A, E) = \int_{1}^{\frac{E}{m_e c^2} + 1} dW p W \left(\frac{E}{m_e c^2} + 1 - W\right)^2 \times \mathcal{F}_0(Z+1, A, W),$$
(2.45)

где W — энергия электрона в единицах m_ec^2 и его импульс p. Функцию Ферми $\mathcal{F}_0(Z+1,A,W)$ с учетом эффекта кулоновского экранирования электронов и релятивистских поправок за счет конечных размеров ядра можно представить в виде [92, 93]:

$$\mathcal{F}_0(Z+1,A,W) = 2(1+\gamma_1)(2pR)^{2(\gamma_1-1)}e^{\pi y}\frac{|\Gamma(\gamma_1+\mathrm{i}y)|^2}{[\Gamma(2\gamma_1+1)]^2}.$$
 (2.46)

Здесь $\gamma_1 = \sqrt{1 - (\alpha(Z+1))^2}$, $y = \alpha(Z+1)W/p$, R — радиус дочернего ядра, а $\alpha = 1/137.036$ — постоянная тонкой структуры.

Энергию ГТ-перехода можно записать следующим образом:

$$E_k^{\rm GT} = Q_\beta - E_{1_k^+}.$$
 (2.47)

Следуя [13], $E_{1_k^+}$ — энергию возбуждений состояний 1_k^+ в дочернем ядре:

$$E_{1_k^+} \approx E_k - E_{2qp,lowest}, \qquad (2.48)$$

где E_k — собственные значения системы линейных уравнений (2.25), $E_{2qp,lowest}$ — нижайшая двухквазичастичная энергия. Стоит отметить, что угловой момент и четность нижайшей двухквазичастичной конфигурации в общем случае отличается от 1⁺. Используя волновые функции (2.41), определяем приведенные вероятности ГТ-переходов в случае оператора $\hat{O}_{-} = \sum_{i,m} t_{-}(i)\sigma_{m}(i)$:

$$B(\mathrm{GT})_{k} = \left| \langle N - 1, Z + 1; 1_{k}^{+} | \hat{O}^{-} | N, Z; 0_{\mathrm{g.s.}}^{+} \rangle \right|^{2}.$$
(2.49)



Рис. 2.1. Зависимость периода полураспада от энергии перехода $E_i - E_{1^+}$ и приведенной вероятности B(GT) в случае, когда только одно состояние 1⁺ дочернего ядра ¹³²Sb в окне бета-распада ¹³²Sn.

Одновременный учет тензорных корреляций и эффектов связи 1p1h- и 2p2h-конфигураций позволяет нам не использовать эффективный фактор подавления силы ГТ-переходов [21]. В качестве примера рассмотрим бета-распад нейтронно-избыточного дважды магического ядра ¹³²Sn. Основной вклад (>99%) в период полураспада дает ГТ-переход на нижайшее состояние 1⁺ дочернего ядра ¹³²Sb. На рисунке 2.1 показан период как функция энергии E^{GT} и приведенной вероятности гамов-теллеровского перехода B(GT). Видно, что экспериментальное значение времени жизни (39.7±0.8 с) можно воспроизвести различными комбинациями значений энергии и вероятности ГТ-перехода. Таким образом, правильное описание экспериментальных энергий ГТ-переходов E^{GT} и log ft необходимо.

Процесс бета-распада нейтронно-избыточных ядер может сопровождаться эмиссией запаздывающих нейтронов. Это возможно, если энергия отрыва од-



Рис. 2.2. Распределение силы гамов-теллеровских переходов в окне бета-распада ядра ⁷⁶Ni.

ного или нескольких нейтронов S_{xn} (1.18) дочернего ядра (N-1, Z+1) меньше энерговыделения Q_{β} (1.17) (в качестве примера смотри рисунок 2.2). Спектр ГТ-состояний дочернего ядра между пороговым значением энергии бета-распада и энергией отрыва одного нейтрона определяет полную вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов $P_{n,tot}$. В силу различных временных масштабов бета-распада и последующей эмиссии нейтронов мы предполагаем статистическую независимость этих двух процессов. В этом случае вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов P_{xn} , сопутствующей бета-распаду на возбужденные состояния в дочернем ядре, может быть рассчитана следующим образом [94]:

$$P_{xn} = T_{1/2} D^{-1} \left(\frac{G_{\rm A}}{G_{\rm V}}\right)^2 \sum_{k'} f_0(Z+1, A, E_{k'}^{\rm GT}) B({\rm GT})_{k'}, \qquad (2.50)$$

где энергия перехода относительно основного состояния в родительском ядре находится в интервале значений $Q_{\beta xn} \equiv Q_{\beta} - S_{xn}$: в случае определения P_{1n} интервал задается так: $Q_{\beta 2n} \leqslant E_{k'}^{\text{GT}} \leqslant Q_{\beta n}$; или $E_{k'}^{\text{GT}} \leqslant Q_{\beta 2n}$ — при вычислении P_{2n} . Так как мы пренебрегаем γ -переходами на основное состояние в дочернем ядре, наблюдается некоторая переоценка значений P_{xn} [95]. Вероятность эмиссии накладывает дополнительное, наряду с периодом полураспада, условие на бетасиловую функцию: спектральное распределение матричных элементов бета-распада в окне Q_{β} . Таким образом, описание бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных ядер зависит не только от свойств основного состояния родительского и дочерних ядер, но и от распределения силы ГТ-переходов.

2.5. Выводы

В настоящей Главе описана схема расчета бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных ядер. Расчеты выполнены в квазичастичном приближении случайных фаз для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений. Сепарабельная аппроксимация сил Скирма дает возможность существенно сократить размер матриц, которые необходимо диагонализовать, что позволяет проводить расчеты в больших конфигурационных пространствах. В работе автора [47] уравнения метода обобщены на случай учета остаточного взаимодействия в канале частица.

Глава З

Влияние тензорного взаимодействия и динамического спаривания на описание бета-распада ядер вблизи нейтронных оболочек N = 50,82 и сопутствующей мультинейтронной эмиссии

Экспериментальные исследования ядер с большим избытком нейтронов стали полигоном для проверки и развития теоретических моделей, используемых для описания свойств ядерных систем с высокой предсказательной силой. Определение роли тензорных сил в эволюции структуры оболочек и их влияние на описание свойств коллективных возбужденных состояний в ядрах по мере их удаления от линии стабильности является актуальной задачей [26, 96]. Квазичастичное приближение случайных фаз с самосогласованным средним полем, построенным на базе сил Скирма, является стандартным инструментом описания зарядово-обменных мод ядерных возбуждений [13, 28, 68, 97]. Учет тензорного нуклон-нуклонного взаимодействия оказывает существенное влияние на гамов-теллеровские переходы в окне бета-распада [23]. Изучение процесса мультинейтронной эмиссии, сопровождающего бета-распад атомных ядер, требует учета связи простых частично-дырочных конфигураций с более сложными (двухфононными) конфигурациями [44]. Это делает необходимым расчет в большом конфигурационном пространстве. Сепарабелизация остаточного взаимодействия Скирма позволяет обойти эту трудность и проводить вычисления независимо от конфигурационного пространства [32, 36, 37].

В Главе 3 выбраны параметризации сил Скирма с различным вкладом тензорного взаимодействия, обеспечивающие хорошее описание бета-распадных

свойств дважды магического ядра ¹³²Sn. Критерием отбора также являлось отталкивающее центральное спин-изоспиновое взаимодействие ($G'_0 \ge 0.1$), необходимое для правильного описания гамов-теллеровского резонанса [98], и описание нижайшего квадрупольного возбуждения. В рамках самосогласованного подхода, основанного на квазичастичном ПСФ для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений и обобщенного на случай одновременного учета тензорных корреляций и динамического спаривания, представлена схема расчета бетараспадных характеристик изотопов никеля вблизи заполнения нейтронной оболочки N=50, а также изотопов кадмия вблизи N=82. Изучено влияние эффективного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица-частица на периоды бета-распада и вероятности мультинейтронной эмиссии. Все расчеты выполнены с учетом связи между одно- и двухфононными конфигурациями.

3.1. Роль тензорного взаимодействия в описании периодов бета-распада дважды-магических ⁷⁸Ni, ¹³²Sn

В работе [23] показано, что учет тензорной части нуклон-нуклонного взаимодействия Скирма может существенно влиять на описание свойств бета-распада нейтронно-избыточного дважды магического ядра ¹³²Sn. Важно оценить влияние нейтрон-протонного тензорного взаимодействия на энергию ГТ-переходов, величину log ft и период полураспада ¹³²Sn. Для решения этой задачи проведем сравнительный анализ 36 параметризаций сил Скирма TIJ [27], учитывающих различный вклад изоскалярных и изовекторных тензорных членов в функционал плотности энергии.

При проведении расчетов мы учитываем одночастичный континуум до 100 МэВ. Такой учет одночастичного континуума позволяет полностью исчерпать правило сумм Икеды, S₋-S₊=3(N-Z) [99]. Для правильного описания энергии ГТ-резонанса необходимо достаточное отталкивающее центральное спинизоспиновое взаимодействие [3], обеспечивающее хорошее согласие с экспериментом [98]. Мы отобрали те параметризации TIJ, для которых выполняется условие $G'_0 \ge 0.1$ (2.5), смотри таблицу 3.1. В результате выполненного анализа выбраны следующие параметризации: Т43, Т45, Т54, Т55, Т56, Т65, Т66. Также необходимо описать экспериментальное значение $B(E2; 0^+_{g.s.} \rightarrow 2^+_1)$, которое характеризует коллективность нижайшего квадрупольного родительского ядра. Как видно из таблицы 3.2, результаты в ПСФ с отобранными силами TIJ хорошо согласуются с экспериментальным значением $B(E2) = 1100 \pm 300$ $e^2 \cdot \Phi_M^4$ [100]. Основной вклад в структуру дают нейтронная $\{2f_2^7, 1h_2^{11}\}_{\nu}$ и протонная $\{2d_2^5, 1g_2^9\}_{\pi}$ конфигурации. Отметим, что результаты ПСФ описывают также и экспериментальную энергию состояния 2_1^+ (E=4.04 МэВ [100]), за исключением параметризаций Т55, Т56, Т64, Т65, Т66.

Наши расчеты как в стандартном ПСФ, так и с учетом связи 1p1h- и 2p2h-конфигураций показали, что основной вклад (> 99%) в период полураспа-

			Ι			II	
TIJ	G_{0}^{\prime}	$E, M \mathfrak{i} B$	$\log ft$	$T_{1/2}, c$	Е, МэВ	$\log ft$	$T_{1/2}, c$
T41	0.13	0.57	3.1	265.9	2.10	2.1	0.2
T42	0.14	0.70	3.0	126.9	1.49	2.3	1.5
T43	0.14	0.88	3.0	52.0	1.16	2.5	6.4
T45	0.10	1.27	2.9	10.7	0.77	2.9	62.9
T51	0.12	0.80	3.0	71.1	3.12	1.9	0.0
T52	0.25	0.86	3.2	77.6	1.76	2.3	0.7
T54	0.14	1.25	3.0	12.9	1.14	2.5	6.8
T55	0.16	1.41	3.0	8.2	0.91	2.8	28.8
T56	0.14	1.57	2.9	4.9	0.71	3.0	100.6
T61	0.26	0.85	3.2	83.2	3.24	1.9	0.0
T62	0.19	1.06	3.1	28.6	2.71	2.0	0.1
T63	0.27	1.15	3.1	24.2	1.66	2.3	0.9
T64	0.10	1.44	2.9	6.5	1.59	2.2	0.9
T65	0.20	1.47	3.0	7.4	0.94	2.6	16.7
T66	0.16	1.72	2.9	3.5	0.81	2.8	43.0

Таблица 3.1. Рассчитанные энергии перехода $E = E_i - E_{1_1^+}$, значения log ft и периоды бета-распада $T_{1/2}$ ядра ¹³²Sn в приближении случайных фаз с силами TIJ. Расчеты выполнены без учета тензорного взаимодействия (I) и с учетом тензорного взаимодействия (II).

Таблица 3.2. Энергия возбуждения 2_1^+ и приведенная вероятность перехода $B(E2; 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$ дважды магического ядра ¹³²Sn. Экспериментальные значения $E(2_1^+)=4.04$ МэВ и $B(E2; 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)=1100\pm 300 \ e^2 \cdot \Phi M^4$ [100].

TIJ	$E, M \mathfrak{i} B$	$B(E2), e^2 \cdot \Phi M^4$
T41	4.1	1670
T42	3.9	1660
T43	3.8	1650
T45	3.5	1630
T51	4.1	1740
T52	3.8	1720
T54	3.5	1690
T55	3.3	1680
T56	3.2	1550
T61	3.9	1810
T62	3.6	1830
T63	3.5	1780
T64	3.4	1730
T65	3.0	1580
T66	3.0	1370

да $^{132}{\rm Sn}$ (смотри уравнение (2.44)) дает ГТ-переход на нижайшее состояние 1+ дочернего ядра ¹³²Sb. Обсудим свойства этого состояния в рамках однофононного приближения. Для всех отобранных сил TIJ нижайшее по энергии двухквазичастичное состояние имеет конфигурацию $\{\pi 2d_{\overline{2}}^5, \nu 2d_{\overline{2}}^3\}$, и волновая функция состояния 1⁺₁ состоит из этой конфигурации более чем на 60%. При этом значения $\log ft$ получены в интервале 1.9–3.0. Рассчитанные характеристики бетараспада ¹³²Sn даны в таблице 3.1, в колонках I и II представлены результаты расчетов с $\alpha_T = \beta_T = 0$ (1.5) и с учетом тензорного взаимодействия соответственно. Анализ влияния отношения β/α на описание свойств бета-распада изотопа $^{132}\mathrm{Sn}$ показывает, что включение тензорного взаимодействия играет существенную роль в описании энергии перехода Гамова-Теллера и уменьшает значение $\log ft$, то есть включение тензорного взаимодействия приводит к более коллективному возбуждению 1⁺. Также, усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия, то есть увеличение индекса I при постоянном индексе J для сил TIJ, ведет к значительному возрастанию энергии ГТ-перехода $E = E_i - E_{1_1^+}$ и, в частности, разность энергий, рассчитанных с силами T62 и T52, составляет 1 МэВ.

При расчете периода полураспада из всех двухфононных конфигураций основной вклад дает конфигурация $[1_1^+ \otimes 2_1^+]$, так как в ПСФ состояние 2_1^+ нижайшее коллективное возбуждение, которое приводит к наименьшей двухфононной энергии и наибольшему матричному элементу $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i)$ из системы уравнений (2.42) и (2.43). Таким образом, связь со сложными конфигурациями приводит к убыванию энергии возбуждения состояния 1_1^+ в ядре ¹³²Sb, то есть к увеличению энергии перехода $E_i - E_{1_1^+}$. Это увеличение составляет не более 0.15 МэВ для всех рассмотренных сил TIJ. При этом мы получаем незначительное изменение log ft и в результате не более чем 20%-ное уменьшение периода полураспада (смотри таблицу 3.1).

Таким образом, выполнен анализ роли тензорного взаимодействия в описании характеристик бета-нестабильного дважды магического ядра ¹³²Sn. Серия из 36 параметризаций сил Скирма TIJ позволяет рассмотреть различный вклад изоскалярного и изовекторного тензорного взаимодействия. Показано, что усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия приводит к значительному увеличению энергии ГТ-перехода, что уменьшает период полураспада. Значения периода полураспада, полученные с силами T43, T45, T54, T55, T56, T65, T66, хорошо согласуются с экспериментальным значением.

Рассмотрим свойства бета-распада дважды-магического ядра ⁷⁸Ni. Помимо актуальных задач, связанных описанием структуры ядер, удаленных от линии стабильности, и моделированием астрофизического *r*-процесса, интерес к нуклидам вблизи оболочек Z=28, N=50 обусловлен представлениями о возможном существовании так называемого слабого *r*-процесса, ответственного за образование элементов в области пика A=80 [101]. Его механизм отличается от "основного" *r*-процесса, реализующегося для нуклидов A>120, и поскольку проблема возможных сценариев *r*-процесса пока далека от своего разрешения, уточнение бета-распадных данных в этой области ядерной карты весьма актуально.

Вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов зачастую является единственным источником информации о бета-силовой функции ядер с сильной нейтрон-протонной асимметрией. В работе [39] авторами было показано, что одновременный учет тензорного взаимодействия и связи простых частично-дырочных конфигураций с более сложными (двухфононными) конфигурациями оказывает существенное влияние на гамов-теллеровские переходы в окне бета-распада. Изучим влияние тензорных корреляций на вероятность эмиссии одного и двух нейтронов, сопровождающей бета-распад ^{74,76,78,80}Ni. На примере описания бета-распада нейтронно-избыточного ядра ¹³²Sn, рассмотренном выше, отобраны те параметризации TIJ, для которых выполняется условие $G'_0 \ge 0.1$. Для решения поставленной задачи выберем две параметризации: T43 и T45, которые соответствуют сильным ($\beta/\alpha=2.0$) и сравнительно слабым ($\beta/\alpha=0.7$) нейтронпротонным тензорным взаимодействиям (относительно нейтрон-нейтронных и протон-протонных тензорных сил). Как видно из рисунков 1.8 и 1.9, результаты расчетов величин Q_{β} и энергии отрыва одного нейтрона S_n , выполненных с взаимодействиями Скирма Т43 и Т45, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и систематикой [59, 60], что оправдывает выбор данных параметризаций.

Как и в случае атомного ядра ¹³²Sn, энергия и вероятность перехода с основного состояния родительского ядра на состояние 2_1^+ , вычисленные с силами Скирма T43 и T45, хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными [102], причем в случае ⁷⁸Ni энергия достигает максимального значения, что соответствует поведению энергии состояний 2_1^+ вблизи замкнутых оболочек. Величина $B(E2; 0_{g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$ определяется вкладами нейтронных и протонных фононных амплитуд [34, 39]. В случае параметризации T45 нейтронные фононные амплитуды доминируют: вклад нейтронной конфигурации $1g_2^9, 1g_{2\nu}^9$ составляет 70% для ⁷⁸Ni при заполнении подоболочки $\nu 1g_2^9$. Усиление нейтронпротонного тензорного взаимодействия в случае T43 незначительно изменяет вклады доминирующих конфигураций, но качественно структура состояния 2_1^+ остается неизменной.

Подробное описание результатов расчетов периодов бета-распада цепочки изотопов никеля будет дано в следующем параграфе 3.2, здесь же приведем анализ полученных с силами Скирма T43 и T45 периодов полураспада ⁷⁸Ni и вероятности эмиссии одного и двух нейтронов. Наибольший вклад в период полураспада дает ГТ-переход на состояние 1⁺. Усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия приводит к увеличению энергии данного перехода и, как следствие, ускорению бета-распада: так, время жизни в случае сил Скирма T43 составляет 10 мс, тогда как с взаимодействием T45 — 115 мс. Таким образом получено хорошее согласие с экспериментальным значением $T_{1/2}=122.2\pm5.1$ мс [60]. Изменение силы нейтрон-протонного тензорного взаимодействия также отражается на величине $P_{n,tot}$, что объясняется чувствительностью вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов к свойствам бета-силовой функции. Расче-

ты с взаимодействием T45 дают значение величины $P_{n,tot}=100\%$. Ослабление нейтрон-протонных тензорных сил приводит к сильному сдвигу спектра энергий ГТ-переходов в низкоэнергетическую область и тогда вероятность эмиссии запаздывающего нейтрона, вычисленная с силой Скирма T43, составляет 12%. Следует отметить, что при изучении эмиссии запаздывающих нейтронов не учитывались эффекты γ-девозбуждения, которые могут сказаться в расчетах.

3.2. Скорости бета-распада нейтронно-избыточных изотопов Ni, Cd

Приведем микроскопическое описание бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных изотопов ^{76,78,80,82}Ni и ^{126,128,130,132}Cd, строящееся на использовании взаимодействия Скирма с учетом тензорных сил. Как было показано в Главе 1, энергия бета-распада Q_{β} и энергии отрыва одного S_n и двух нейтронов S_{2n} являются ключевыми условиями описания бета-распадных характеристик ядер с высокой нейтрон-протонной асимметрией. На рисунках 3.1 и 3.2 изображены величины Q_{β} и $S_{1,2n}$ изотопов никеля (кадмия) и меди (индия) соответственно, рассчитанные с силами Скирма Т43 и Т45 (смотри обозначения к рисункам). Энергии связи четно-нечетных и нечетно-нечетных ядер вычислены с учетом эффекта блокировки (1.14). Отметим различное поведение величин Q_{β} и S_n в зависимости от массового числа. Так, с ростом числа нейтронов отмечается рост энерговыделения и плавное уменьшение энергии отрыва нейтрона. Все рассчитанные значения находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и систематикой [59].

Волновые функции 1⁺ состояний дочерних ядер (2.41) включают в себя двухфононные конфигурации $[1_i^+ \otimes 2_{i'}^+]$. Учитываются все одно- и двухфононные конфигурации с энергией возбуждения $E_{1_k^+}$ в дочернем ядре до 16 МэВ в случае изотопов кадмия и до 19 МэВ в случае никеля. На рисунках 3.3 и 3.4 показано сравнение энергий состояний 2_1^+ и приведенных вероятностей перехо-



Рис. 3.1. Энерговыделения (сплошная линия) бета-распада Q_{β} изотопов ^{74,76,78,80}Ni и энергии отрыва одного (штриховая линия) и двух (пунктирная линия) нейтронов в случае ядер ^{74,76,78,80}Cu. Расчеты выполнены с силами Скирма Т43 (закрытые квадраты) и Т45 (открытые квадраты). Круги соответствуют экспериментальным значениям [59].



Рис. 3.2. Рассчитанные энерговыделения бета-распада Q_{β} изотопов ^{126,128,130,132}Cd и энергии отрыва одного и двух нейтронов в случае ядер ^{126,128,130,132}In. Обозначения такие же, как и на рисунке 3.1.

дов $B(E2; 0^+_{g.s.} \rightarrow 2^+_1)$ изотопов никеля и кадмия соответственно, рассчитанные с силами Скирма T43 и T45.

Обсудим подробнее свойства нижайших состояний 2⁺ в нейтронно-избыточных изотопах ^{74,76,78,80}Ni. Результаты расчетов энергии и вероятности переходов на состояния 2⁺₁ хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными [102] и качественно описывают зависимость от массового числа. Зави-



Рис. 3.3. Энергии $E(2_1^+)$ и приведенные вероятности $B(E2; 0_{g.s.}^+ \to 2_1^+)$ для ядер ^{74,76,78,80}Ni, рассчитанные с силами Скирма Т43 (пунктирные линии) и Т45 (штриховые линии). Экспериментальные данные (сплошные линии) взяты из работы [102].

симость $B(E2; 0_{\rm g.s.}^+ \rightarrow 2_1^+)$ от массового числа A определяется вкладами нейтронных и протонных фононных амплитуд [34, 39]. В случае параметризации T45 нейтронные фононные амплитуды доминируют во всех рассмотренных изотопах никеля, при этом вклад нейтронной конфигурации $\{1g_2^9, 1g_2^9\}_{\nu}$ уменьшается с 82% для ⁷⁴Ni до 70% для ⁷⁸Ni при заполнении нейтронной подоболочки $\nu 1g_2^9$. Нейтронная двухквазичастичная конфигурация $\{2d_2^5, 2d_2^5\}_{\nu}$ исчерпывает около 92% нормировки волновой функции первого квадрупольного состояния ⁸⁰Ni. При этом вклад протонных конфигураций составляет менее 2%, что ведет к уменьшению приведенной вероятности E2-перехода. Переоценка энергии в расчетах (смотри рисунок 3.3) показывает необходимость учета взаимодействия между одно- и двухфононными конфигурациями волновой функции квадрупольных состояний [103]. Перейдем к рассмотрению свойств состояний 2₁⁺ в изотопах ^{126,128,130,132}Cd. Отмечается значительно увеличение энергии нижайшего



Рис. 3.4. Энергии $E(2_1^+)$ и приведенные вероятности $B(E2; 0_{g.s.}^+ \to 2_1^+)$ для ядер ^{126,128,130,132}Cd, рассчитанные с силами Скирма Т43 (пунктирные линии) и Т45 (штриховые линии). Обозначения те же, что и на рисунке 3.3.

квадрупольного состояния в ¹³⁰Cd, что соответствует нормальному поведению энергии состояния 2_1^+ вблизи закрытых оболочек. Во всех рассмотренных ядрах основной вклад в волновую функцию состояния 2_1^+ идет от протонной конфигурации $\{1g_2^9, 1g_2^9\}_{\pi}$ (>73%). Заполнение нейтронной подоболочки $\nu 1h\frac{11}{2}$ в ¹³⁰Cd отражается в отсутствии парных корреляций, вследствие чего нижайшая двухквазичастичная энергия, соответствующая конфигурации $\{2f_2^7, 1h\frac{11}{2}\}_{\nu}$, больше двухквазичастичных энергий $\{1h\frac{11}{2}, 1h\frac{11}{2}\}_{\nu}$ в ¹²⁸Cd и $\{2f_2^7, 2f_2^7\}_{\nu}$ в ¹³²Cd. Таким образом состояние 2_1^+ в ¹³⁰Cd имеет неколлективную структуру с доминирующей протонной конфигурацией $\{1g_2^9, 1g_2^9\}_{\pi}$ (96%) и, как следствие, меньшее значение вероятности перехода B(E2). Таким образом, показано, что усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия не влияет на описание свойств состояния 2_1^+ .

T43 $(\beta/\alpha = 2)$ T45 $(\beta/\alpha = 0.7)$ Экспт. Ni $T_{1/2}$, мс P_n , % $T_{1/2}$, мс $P_n, \%$ $T_{1/2}$, мс 281 3 508 ± 5 7440 1 76 201629 11 235 ± 3 781012115100 122 ± 5 $24^{+26.0}_{-17.2}$ 80 80 400 4

Таблица 3.3. Периоды бета-распада $T_{1/2}$ и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов P_{1n} и P_{2n} для ядер ^{74,76,78,80}Ni, рассчитанные с силами Скирма Т43 и Т45. Экспериментальные данные взяты из [60].

Изменение периодов бета-распада цепочки изотопов никеля продемонстрировано в таблице 3.3. Результаты, полученные с взаимодействием T45, на качественном уровне воспроизводят поведение экспериментально известных периодов для ядер ^{74,76,78,80}Ni с увеличением числа нейтронов. Наибольший вклад в расчет периода полураспада дает гамов-теллеровский переход на состояние 1_1^+ . Так, в случае бета-распада ⁷⁶Ni вклад данного ГТ-перехода составляет около 89%. Волновая функция состояния 1_1^+ состоит из двухквазичастичной конфигурации { $\pi 2p_2^3$, $\nu 2p_2^1$ } на 98%. Вклад четырехквазичастичной конфигурации { $\pi 2p_2^3\nu 2p_2^1\nu 1g_2^9\nu 1g_2^9$ } составляет 13%. В случае T43 более сильное нейтрон-протонное взаимодействие приводит к увеличению на 800 кэВ энергии рассматриваемого ГТ-перехода и ускорению бета-распада в 8 раз. Аналогичную тенденцию можно отметить для всех рассмотренных изотопов никеля.

Влияние тензорного взаимодействия на вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов представлено в таблице 3.3. В случаях бета-распада ^{74,76}Ni наши расчеты с взаимодействиями T43 и T45 дают близкие значения P_n . Получено хорошее описание экспериментальной вероятности эмиссии запаздывающего нейтрона $P_n=14.0\pm3.6\%$ [60], сопутствующей бета-распаду ⁷⁶Ni. Однако, как видно из рисунков 3.5 и 3.6, распределения скоростей бета-распада в ⁷⁶Ni при этом существенно различаются. Отметим, что в случае T45 возрастает число



Рис. 3.5. Скорости бета-распада ядра 76 Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма T43. Стрелкой обозначена величина $Q_{\beta n}$.



Рис. 3.6. Скорости бета-распада ядра ⁷⁶Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма T45. Обозначения те же, что и на рисунке 3.5.

состояний с $\lambda < 10^{-3}$ с⁻¹. Ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия ведет к замедлению бета-распада, но вероятность эмиссии нейтрона остается той же.

С увеличением числа нейтронов усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия может кардинальным образом изменить ситуацию. Так, для ⁷⁸Ni расчеты с взаимодействием Скирма T45 предсказывают вероятность $P_n=100\%$, так как практически весь спектр гамов-теллеровских состояний находится в окне эмиссии $Q_{\beta n}$ (см. рисунок 3.8). Перераспределение силы



Рис. 3.7. Скорости бета-распада ядра ⁷⁸Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма T43. Обозначения те же, что и на рисунке 3.5.



Рис. 3.8. Скорости бета-распада ядра ⁷⁸Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма T45. Обозначения те же, что и на рисунке 3.5.

ГТ-переходов вследствие более сильных нейтрон-протонных тензорных корреляций, что соответствует нашему расчету с силами Т43 (см. рисунок 3.8), приводит к значительному уменьшению вероятности нейтронной эмиссии. Эффекты заполнения новой оболочки сверх N=50 также влияют на вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов. Резкое уменьшение энергии отрыва одного и двух нейтронов, а также увеличение энерговыделения (смотри рисунок 3.1) в случае сил Скирма Т43 делает более вероятной эмиссию одного нейтрона (80%) для ⁸⁰Ni (рисунок 3.9). Ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия приводит к сильному сдвигу спектра энергий ГТ-переходов в низкоэнергетическую область. По этой причине в результате расчетов с силами T45 в окне эмиссии одного нейтрона отсутствуют сильные гамов-теллеровские состояния (рисунок 3.10), и вероятность данного процесса практически равна нулю. Таким образом, в случае сил Скирма T45 более вероятной оказывается двухнейтронная эмиссия (94%). Подобное большое расхождение в результатах расчетов объясняется сильной чувствительностью вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов к свойствам бета-силовой функции.



Рис. 3.9. Скорости бета-распада ядра ⁸⁰Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма Т43. Обозначения те же, что и на рисунке 3.5.



Рис. 3.10. Скорости бета-распада ядра ⁸⁰Ni, рассчитанные с взаимодействием Скирма Т45. Обозначения те же, что и на рисунке 3.5.

Периоды полураспада изотопов ^{126,128,130,132}Cd даны в таблице 3.4. В первой колонке представлены результаты расчетов в однофононном приближении с силами Скирма Т43. Наибольший вклад (>80%) в период бета-распада дает переход на состояние 1⁺₁. Волновая функция данного состояния на 99% состоит из двухквазичастичной конфигурации $\{\pi 1g_{\frac{9}{2}}, \nu 1g_{\frac{7}{2}}\}$. Обсудим 3.2-кратное уменьшение периода бета-распада ¹³²Cd по отношению к времени жизни ¹³⁰Cd. Энергия двухквазичастичной конфигурации $\{\pi 1g_2^9, \nu 1g_2^7\}$ равна 7.5 МэВ для ¹³⁰Cd и 9.5 МэВ в случае ¹³²Cd. При этом нижайшая двухквазичастичная энергия, соответствующая конфигурации $\{\pi 1g_2^9, \nu 1h_2^{11}\}$ в ¹³⁰Cd, равна 3.4 МэВ и 1.9 МэВ в случае конфигурации $\{\pi 1g_{\frac{9}{2}}, \nu 2f_{\frac{7}{2}}\}$ для ¹³²Сd. Получается, что энергия нижайшего состояния 1⁺ в дочернем ядре ¹³²In больше, чем в ядре ¹³⁰In. Таким образом, соответствующее увеличение энерговыделения Q_{β} (смотри рисунок 3.2) определяет резкое снижение времени жизни ¹³²Cd относительно периода полураспада ¹³⁰Cd. Учет двухфононных компонент волновой функции состояния 1⁺ дочернего ядра понижает энергию нижайшего ГТ-состояния, однако основной вклад идет от однофононной конфигурации [1⁺₁]. Энергия $E_{1^+_1}=3.9$ МэВ, полученная в рамках сепарабельного приближения с силами Скирма Т43, выше известного экспериментального значения 2.12 МэВ. Данное расхождение указывает на возможное улучшение модели путем включения нейтрон-протонного спаривания в используемый функционал плотности энергии.

Дополнительным условием на бета-силовую функцию является вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов. Известны экспериментальные значения полной вероятности эмиссии: $P_{tot}=3.5\pm1.0\%$ в случае ¹³⁰Cd [?] и $P_{tot}=60\pm15\%$ — для ¹³²Cd [108]. Рассчитанное значение $P_{tot}=13.7\%$ с силами Скирма T43 больше приведенной экспериментальной вероятности эмиссии, что также может указывать на необходимость включения в расчеты T=0спаривательного взаимодействия. Наши результаты вычислений $P_{1n}=74.4\%$ и $P_{2n}=25.6\%$ расходятся с предсказаниями [105] в модели DF3a+cQRPA, основанной на функционале плотности энергии Фаянса, которые дают значения

	Период полураспада $T_{1/2}$, мс				
	Теория	Экспт.			
$^{126}\mathrm{Cd}$	263	513 ± 6			
$^{128}\mathrm{Cd}$	180	245 ± 5			
$^{130}\mathrm{Cd}$	121	127 ± 2			
¹³² Cd	32	65 ± 15			

Таблица 3.4. Периоды бета-распада $T_{1/2}$ изотопов ^{126,128,130,132}Cd. Экспериментальные данные [104].

вероятностей эмиссии одного P_{1n} =84.13% и двух нейтронов P_{2n} =0.14%. Данное различие в предсказаниях показывают чувствительность вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов к особенностям бета-силовой функции и энергии отрыва одного или двух нейтронов.

3.3. Конкуренция эффектов тензорного взаимодействия и динамического спаривания при описании вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов

В общем случае эффективный гамильтониан должен включать силы в канале частица-частица с отличным от нуля моментом [5, 106]. Важность данного канала при описании свойств коллективных возбуждений показана в работе [34]. Обсудим роль канала частица-частица при описании свойств бета-распада нейтронно-избыточных ядер на примере изотопов кадмия. На рисунке 3.11 показана зависимость периода полураспада ¹³⁰Cd от силового параметра нейтрон-протонного спаривания. Его увеличение приводит к перераспределению силы высокоэнергетических ГТ-переходов, вследствие чего получаем ускорение бета-распада. В таблице 3.5 приведены периоды бета-распада ^{126–132}Cd, рассчитанные без учета и с учетом канала частица-частица. Показано, что на каче-

Таблица 3.5. Эффект учета канала частица-частица на периоды бета-распада $(T_{1/2})$ и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов (P_{1n}, P_{2n}) в изотопах кадмия. Расчеты выполнены без учета остаточного взаимодействия (I) и с учетом остаточного взаимодействия (II) в канале частица-частица. Экспериментальные значения вероятности эмиссии в случае бета-распада ¹³⁰Cd — $P_{n,tot}$ =3.5±1.0 % [107] и ¹³²Cd — $P_{n,tot}$ =60±15 % [108].

	Ι			II			Экспт. [104]
	$T_{1/2}, { m mc}$	$P_{1n}, \%$	$P_{2n}, \%$	$T_{1/2}, { m mc}$	$P_{1n}, \%$	$P_{2n}, \%$	$T_{1/2}, \; { m Mc}$
$^{126}\mathrm{Cd}$	265	< 0.1	_	166	< 0.1	_	513 ± 6
$^{128}\mathrm{Cd}$	181	7.1	—	123	3.7	—	245 ± 5
$^{130}\mathrm{Cd}$	121	13.5	—	88	10.5	—	127 ± 2
$^{132}\mathrm{Cd}$	38	74.8	25.2	29	82.0	18.0	82±4

ственном уровне, представленные исследования описывают экспериментальную эволюцию периодов бета-распада. Предельное усиление эффективного нейтронпротонного взаимодействия в канале частица-частица f=1.5 [109, 110] приводит к уменьшению периода бета-распада ¹³⁰Cd до $T_{1/2}=74$ мс. Расчеты выполнены с силами Скирма T43. Ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия (в случае, сил Скирма T45) не влияет на характер данной зависимости, а лишь сдвигает силу ГТ в область высокоэнергетических переходов, что приводит к увеличению периода полураспада, не улучшая описания экспериментальных данных.

Обсудим роль канала частица-частица на распределение скоростей бетараспада на примере ¹³⁰Cd и ¹³²Cd. Из рисунка 3.12 видно, что данный канал оказывает важное влияние на распределение в случае ¹³²Cd по сравнению с ¹³⁰Cd, изотопа с заполненной нейтронной оболочкой. Различие в роли канала частица-частица при описании скоростей бета-распада ^{130,132}Cd отражается на вероятностях эмиссии запаздывающих нейтронов. В таблице 3.5 представлены вероятности эмиссии одного (P_{1n}) и двух (P_{2n}) запаздывающих нейтронов. Включение канала частица-частица незначительно сокращает P_{1n} в случае



Рис. 3.11. Зависимость периода полураспада ядра ¹³⁰Cd от отношения силовых параметров T=1 и T=0 взаимодействий в канале частица-частица (1.9), (1.10). Расчеты выполнены с взаимодействием Скирма Т43 в канале частица-дырка. Экспериментально значение $T_{1/2}=127\pm2$ [104].



Рис. 3.12. Влияние учета канала частица-частица на скорости бета-распада ядер ¹³⁰Cd (верхние панели) и ¹³²Cd (нижние панели). Левые и правые рисунки соответствуют расчетам без остаточного взаимодействия и с остаточным взаимодействием в канале частица-частица. Рассчитанные величины $Q_{\beta n}$ и $Q_{\beta 2n}$ обозначены сплошной и пунктирной стрелкой, соответственно.

^{130,132}Cd. Наши расчеты дают 100% вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов в ¹³²Cd, при этом уменьшается вероятность двухнейтронной эмиссии.

65

Как можно видеть из рисунка 3.12, такие изменения связаны с перераспределением силы ГТ-переходов около энергий эмиссии одного и двух нейтронов.



Рис. 3.13. Влияние канала частица-частица на характеристики бета-распада ¹³²Cd. Верхние рисунки соответствуют вычислениям с силой Скирма T43, нижние — с силой T45. Закрашенные области обозначают окно эмиссии одного (P_{1n}) и двух (P_{2n}) нейтронов.

Совокупность эффектов нейтрон-протонного тензорного ваимодействия в канале частица-дырка и спин-изоспинового взаимодействия в канале частицачастица показана на примере расчета скоростей бета-распада ¹³²Cd (смотри рисунок 3.13). Как видно, ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия (в случае сил Скирма T45) приводит к заметному уменьшению вероятности эмиссии двух запаздывающих нейтронов по сравнению с аналогичными расчетами с более сильным тензорным взаимодействием Скирма T43. Включение остаточного спин-изоспинового взаимодействия (f=1) в канале частица-частица приводит к сдвигу спектра ГТ-переходов в низкоэнергетическую область. В результате наши расчеты предсказывают высокую вероятность эмиссии одно нейтрона. Данный результат указывает на высокую чувствительность точности плотности энергии и энергий отрыва нейтронов. Ослабление нейтрон-протонной части тензорного взаимодействия усиливает влияние нейтрон-протонного спаривания на бета-распадные характеристики нейтронно-избыточных ядер.

3.4. Выводы

В настоящей Главе проанализированы бета-распадные свойства нейтронноизбыточных атомных ядер вблизи нейтронных оболочек N=50, 82. Из 36 параметризаций сил Скирма, включающих различный вклад тензорного взаимодействия, выбраны Т43, Т45, Т54, Т55, Т56, Т65, Т66, которые обеспечивают достаточное сильное отталкивающее центральное спин-изоспиновое взаимодействие, необходимое для правильного описания гамов-теллеровского резонанса и свойств бета-распада дважды магического нейтронно-избыточного ядра ¹³²Sn. При этом удается описать свойства нижайшего квадрупольного возбуждения. В рамках самосогласованного подхода, построенного на квазичастичном ПСФ с взаимодействием Скирма и обобщенного на случай включения канала частицачастица, изучено влияние совокупности эффектов тензорного взаимодействия и динамического спаривания на период бета-распада нейтронно-избыточных ядер и вероятность эмиссии нейтронов в дочерних ядрах. На примере атомных ядер ^{74,76,78,80}Ni и ^{126,128,130,132}Cd показано, что включение эффективного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица-частица важно при описании эмиссии запаздывающих нейтронов, сопутствующей бета-распаду нейтронно-избыточных ядер с открытыми оболочками.

Заключение

Физика ядер с сильной нейтрон-протонной асимметрией связана с широким кругом интересных задач, среди которых предсказание эволюции структуры ядра. Приближение случайных фаз с самосогласованным средним полем, полученным из взаимодействия Скирма, является одним из наиболее успешных методов изучения структуры ядра. Такие расчеты не требуют введения новых параметров, так как остаточное взаимодействие получено самосогласованным образом с тем же самым функционалом плотности энергии, как и среднее поле.

Данные по бета-распаду и эмиссии запаздывающих нейтронов ядер вблизи нейтронных оболочек N=50, 82, 126 зачастую являются единственным источником информации об их бета-силовой функции. Включение тензорной части взаимодействия Скирма оказывает существенное влияние на гамов-теллеровские переходы в окне бета-распада. В общем случае гамильтониан эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия должен включать и силы в канале частицачастица с отличным от нуля моментом. В диссертации исследована совокупность эффектов тензорного взаимодействия в канале частица-дырка и спин-изоспинового взаимодействия в канале частица на свойства бета-распада нейтронно-избыточных ядер.

Сформулируем результаты, полученные в рамках диссертации:

- В рамках сепарабельной аппроксимации сил Скирма уравнения квазичастичного приближения случайных фаз для зарядово-обменных мод ядерных возбуждений обобщены на случай остаточного взаимодействия в канале частица-частица.
- 2. В рамках квазичастичного приближения случайных фаз выполнен анализ 36 параметризаций сил Скирма, включающих различный вклад тензорного взаимодействия. Были отобраны параметризации, которые обеспечивают достаточно сильное отталкивающее центральное спин-изоспиновое вза-

имодействие (G'₀≥0.1) для правильного описания энергии ГТ-резонанса и свойств бета-распада нейтронно-избыточного дважды магического изотопа ¹³²Sn. Показано, что усиление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия приводит к увеличению энергии ГТ-перехода и, таким образом, к ускорению бета-распада.

- 3. Показано, что учёт эффекта блокировки неспаренных нуклонов улучшает описание энергии отрыва нейтрона и энерговыделения бета-распада нейтронно-избыточных ядер. Расчёты величин Q_β ядер ⁷⁴⁻⁸⁰Ni, ¹²⁶⁻¹³²Cd и энергий отрыва нейтрона в случае ⁷⁴⁻⁸⁰Cu, ¹²⁶⁻¹³²In, выполненные с учётом эффекта блокировки для чётно-нечётных и нечётно-нечётных изотопов, воспроизводят экспериментальную зависимость данных величин с ростом числа нейтронов. При этом показано, что изотопы никеля и кадмия обладают равновесной сферической симметрией, а изменение нейтрон-протонного тензорного взаимодействия качественно не влияет на равновесные деформации и квадрупольные моменты основных состояний ядер в данной области ядерной карты.
- 4. Показано, что ослабление нейтрон-протонной части тензорного взаимодействия относительно нейтрон-нейтронной и протон-протонной составляющих тензорных сил приводит к усилению роли эффектов остаточного взаимодействия в канале частица-частица при описании эмиссии запаздывающих нейтронов, сопутствующей бета-распаду нейтронно-избыточных ядер в области заполнения нейтронных оболочек N=50, 82.

В заключение я выражаю глубокую признательность моему научному руководителю Алексею Павловичу Северюхину за постановку задач, решенных в диссертации, неоценимую помощь и поддержку в процессе работы. Я признателен Ивану Николаевичу Борзову и Николаю Николаевичу Арсеньеву за конструктивные обсуждения и полезную критику. Основная часть результатов диссертации получена в рамках гранта РНФ №16-12-10161.

Список литературы

- Боголюбов Н. Н. К теории сверхтекучести: Доклад на сессии Отделения физ.-матем. наук АН СССР 19 окт. 1946 г. // Изв. АН СССР. Серия физическая. — 1947. — Т. 11. — С. 77.
- Bohm D., Pines D. A collective description of electron interactions: III. Coulomb interactions in a degenerate electron gas. // Phys. Rev. - 1953. - Vol. 47. - P. 609.
- Мигдал, А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. — Москва: Наука, 1965 (2-ое издание — 1983).
- Rowe, D. J. Nuclear Collective Motion: Models and Theory. London: Methuen, 1970.
- 5. *Соловьев*, В. Г. Теория сложных ядер. Москва: Наука, 1971.
- 6. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра, Т. 2. Москва: Мир, 1971.
- Ring P., Schuck P. The nuclear many-body problem. Berlin: Springer-Verlag, 1980.
- Смирнов А. В., Толоконников С. В., Фаянс С. А. Метод энергетического функционала со спариванием в координатном представлении. // ЯФ. – 1988. – Т. 48. – С. 1661.
- Skyrme T. H. R. The effective nuclear potential. // Nucl. Phys. 1958. Vol. 9. P. 615-634.
- Dechargé J., Gogny D. Hartree–Fock–Bogolyubov calculations with the D1 effective interaction on spherical nuclei. // Phys. Rev. C. - 1980. - Vol. 21. - P. 1568.
- Ring P. Relativistic mean field theory in finite nuclei. // Prog. Part. Nucl. Phys. - 1996. - Vol. 37. - P. 193.
- 12. Borzov I. N., Fayans S. A., Krömer E., Zawischa D. Ground state properties and β -decay half-lives near ¹³²Sn in a self-consistent theory. // Z. Phys. A. –

1996. - Vol. 355. - P. 117.

- Engel J., Bender M., Dobaczewski J., Nazarewicz W., Surman R. β-Decay rates of r-process waiting-point nuclei in a self-consistent approach. // Phys. Rev. C. - 1999. - Vol. 60. - P. 014302.
- Paar N., Vretenar D., Khan E., Colò G. Exotic modes of excitation in atomic nuclei far from stability. // Rep. Prog. Phys. - 2007. - Vol. 70. - P. 691-793.
- Martini M., Péru S., Goriely S. Gamow-Teller strength in deformed nuclei within the self-consistent charge-exchange quasiparticle random-phase approximation with the Gogny force. // Phys. Rev. C. - 2014. - Vol. 89. -P. 044306.
- Лютостанский Ю. Л. Зарядово-обменные пигми-резонансы изотопов олова. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 106. С. 9.
- Jänecke J., Pham K., Roberts D. A., Stewart D., Harakeh M. N., Berg G. P. A., Foster C. C., Lisantti J. E., Sawafta R., Stephenson E. J., van den Berg A. M., van der Werf S. Y., Muraviev S. E., Urin M. H. Fragmentation of Gamow-Teller strength observed in ^{117,120}Sn(³He,t)^{117,120}Sb charge-exchange reactions. // Phys. Rev. C. - 1993. - Vol. 48. - P. 2828.
- Гапонов Ю. В., Лютостанский Ю. С. Микроскопическое описание гамовтеллеровского резонанса и коллективных изобарических 1⁺-состояний сферических ядер. // ЭЧАЯ. — 1981. — Т. 12. — С. 1324.
- 19. Ichimura M., Sakai H., Wakasa T. Spin-isospin responses via (p, n) and (n, p) reactions. // Prog. Part. Nucl. Phys. 2006. Vol. 56. P. 446-531.
- 20. Wakasa T., Sakai H., Okamura H., Otsu H., Fujita S., Ishida S., Sakamoto N., Uesaka T., Satou Y., Greenfield M. B., Hatanaka K. Gamow-Teller strength of ⁹⁰Nb in the continuum studied via multipole decomposition analysis of the ⁹⁰Zr (p, n) reaction at 295 MeV. // Phys. Rev. C. - 1997. - Vol. 55. - P. 2909.
- Bertsch G. F., Hamamoto I. Gamow-Teller strength at high excitations. // Phys. Rev. C. - 1982. - Vol. 26. - P. 1323.
- 22. Kuzmin V. A., Soloviev V. G. Fragmentation of the Gamow–Teller resonance

in spherical nuclei. // J. Phys. G: Nucl. Phys. - 1984. - Vol. 10. - P. 1507.

- Minato F., Bai C. L. Impact of tensor force on β-decay of magic and semimagic nuclei. // Phys. Rev. Lett. - 2013. - Vol. 110. - P. 122501. [Erratum: Phys. Rev. Lett. - 2016. - Vol. 116(8). - P. 089902.]
- 24. Stancu Fl., Brink D. M., Flocard H. The tensor part of Skyrme's interaction.
 // Phys. Lett. B. 1977. Vol. 68. P. 108.
- Bender M., Heenen P. -H., Reinhard P. -G. Self-consistent mean-field models for nuclear structure. // Rev. Mod. Phys. - 2003. - Vol. 75. - P. 121-180.
- 26. Colò G., Sagawa H., Fracasso S., Bortignon P. F. Spin orbit splitting and the tensor component of the Skyrme interaction. // Phys. Lett. B. - 2007. -Vol. 646. - P. 227. [Erratum: Phys. Lett.B. - 2008. - Vol. 668. - P. 457.]
- Lesinski T., Bender M., Bennaceur K., Duguet T., Meyer J. Tensor part of the Skyrme energy density functional: Spherical nuclei. // Phys. Rev. C. – 2007. – Vol. 76. – P. 014312.
- Bai C. L., Sagawa H., Zhang H. Q., Zhang X. Z., Colò G., Xu F. R. Effect of tensor correlations on Gamow–Teller states in ⁹⁰Zr and ²⁰⁸Pb. // Phys. Lett. B. - 2009. - Vol. 675. - P. 28–31.
- 29. Bai C. L., Zhang H. Q., Sagawa H., Zhang X. Z., Colò G., Xu F. R. Effect of the tensor force on the charge exchange spin-dipole excitations of ²⁰⁸Pb. // Phys. Rev. Lett. - 2010. - Vol. 105. -P. 072501
- 30. Wu Feng, Wu D., Bai C. L., Zhang H. Q., Zhang X. Z., Xu F. R. Effects of tensor and T = 0 pairing interactions on nuclear β^+/EC decay. // ArXiv: nucl-ph/1710.01480.
- Соловъёв, В. Г. Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы. Москва: Энергоатомиздат, 1989.
- 32. Van Giai Nguyen, Stoyanov Ch., Voronov V. V. Finite rank approximation for random phase approximation calculations with Skyrme interactions: An application to Ar isotopes. // Phys. Rev. C. - 1998. - Vol. 57. - P. 1204-1209.
- 33. Severyukhin A. P., Stoyanov Ch., Voronov V. V., Van Giai Nguyen
Quasiparticle random phase approximation with finite rank approximation for Skyrme interactions. // Phys. Rev. C. -2002. - Vol. 66. - P. 034304.

- 34. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Van Giai Nguyen Effects of the particleparticle channel on properties of low-lying vibrational states. // Phys. Rev. C. - 2008. - Vol. 77. - P. 024322.
- Severyukhin A. P., Voronov V. V., Van Giai Nguyen Effects of phonon-phonon coupling on low-lying states in neutron-rich Sn isotopes. // Eur. Phys. J. A. – 2004. – Vol. 22. – P. 397–403.
- 36. Severyukhin A. P., Voronov V. V., Van Giai Nguyen Charge-exchange excitations with Skyrme interactions in a separable approximation. // Prog. Theor. Phys. - 2012. - Vol. 128. - P. 489-506.
- Severyukhin A. P., Sagawa H. Tensor correlation effects on Gamow-Teller resonances in ¹²⁰Sn and N=80, 82 isotones. // Prog. Theor. Exp. Phys. – 2013. – Vol. 2013. – P. 103D03.
- Severyukhin A. P., Voronov V. V., Borzov I. N., Nguyen Van Giai A Study of charge-exchange excitations with Skyrme-type interactions using the finite rank separable approximation. // Rom. Jour. Phys. - 2013. - Vol. 58. -P. 1048.
- Severyukhin A. P., Voronov V. V., Borzov I. N., Arsenyev N. N., Van Giai Nguyen Influence of 2p-2h configurations on β-decay rates. // Phys. Rev. C. - 2014. - Vol. 90. - P. 044320.
- 40. Сушенок Е. О., Северюхин А. П. Тензорные корреляции и период β-распада ¹³²Sn. // Письма в ЭЧАЯ. — 2015. — Т. 12. — № 4. — С. 781.
- Северюхин А. П., Сушенок Е. О. Влияние сложных конфигураций на описание свойств β-распада ¹³²Sn. // ЯФ. — 2015. — Т. 78. — № 7-8. — С. 725.
- 42. Sushenok E. O., Severyukhin A. P. The blocking effect on the β-decay properties of the neutron-rich Ni isotopes. // Acta. Phys. Pol. B. 2017. Vol. 48. No. 3. P. 533.
- 43. Sushenok E. O., Severyukhin A. P. The effect of the unpaired nucleons on the

 β -decay properties of the neutron-rich nuclei. // IOP Conf. Series: Jour. Phys.: Conf. Series. - 2017. - Vol. 788. - P. 012046.

- 44. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Borzov I. N., Sushenok E. O. Multineutron emission of Cd isotopes. // Phys. Rev. C. - 2017. - Vol. 95. -P. 034314.
- 45. Сушенок Е. О., Северюхин А. П., Арсеньев Н. Н., Борзов И. Н. Роль тензорного взаимодействия в описании эмиссии запаздывающих нейтронов в нейтронно-избыточных изотопах никеля. // ЯФ. 2018. Т. 81. № 1. С. 17.
- 46. Sushenok E. O., Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Borzov I. N. The impact of the tensor interaction on the β-delayed neutron emission of the neutron-rich Ni isotopes. // Eur. Phys. Jour. Web Conf. - 2018. - Vol. 177. - P. 09010.
- Сушенок Е. О., Северюхин А. П., Арсеньев Н. Н., Борзов И. Н. Влияние динамического спаривания на бета-распадные характеристики нейтронноизбыточных ядер. // ЯФ. — 2019. — Т. 82. — № 1. В печати.
- 48. Sushenok E. O., Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Borzov I. N. The competition of tensor interaction and neutron-proton pairing in the beta-decay of the neutron-rich isotopes. // Proceedings of The XXII International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2018). Eur. Phys. Jour. Web Conf. 2019. In press.
- 49. Solov'ev, V. G. An investigation of the superfluid state of an atomic nucleus.
 // JETP. 1959. Vol. 36. P. 1959.
- 50. Соловъёв, В. Г. Исследование свойств трансурановых элементов на основе сверхтекучей модели ядра. // ЖЭТФ. — 1961. — Vol. 40. — Р. 654.
- Terasaki J., Engel J., Bender M., Dobaczewski J., Nazarewicz W., Stoitsov M. Self-consistent description of multipole strength in exotic nuclei: Method. // Phys. Rev. C. - 2005. - Vol. 71. - P. 034310.
- 52. Vautherin D., Brink D. M. Hartree–Fock calculations with Skyrme's interaction. I. Spherical nuclei. // Phys. Rev. C. 1971. Vol. 5. P. 626-647.

- 53. Skyrme T. H. R. CVII. The nuclear surface. // Phil. Mag. 1956. Vol. 1.
 P. 1043-1054.
- 54. Sagawa H., Bai C. L., Colò G. Isovector spin-singlet (T = 1, S = 0) and isoscalar spin-triplet (T = 0, S = 1) pairing interactions and spin-isospin response. // Phys. Scr. - 2016. - Vol. 91. - P. 083011.
- Wigner E. On the consequences of the symmetry of the nuclear hamiltonian on the spectroscopy of nuclei. // Phys. Rev. - 1937. - Vol. 51. - P. 106.
- 56. Soloviev V. G. Effect of pairing correlation on energies and β-transition probabilities in deformed nuclei. // Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Skr. – 1961. – Vol. 1. – P. 235.
- 57. Bonche P., Flocard H., Heenen P. H. Solution of the Skyrme HF+BCS equation on a 3D mesh. // Comp. Phys. Comm. 2005. Vol. 171. P. 49.
- 58. Ryssens W., Hellemans V., Bender M., Heenen P. -H. Solution of the Skyrme-HF+BCS equation on a 3D mesh, II: A new version of the Ev8 code. // Comp. Phys. Comm. - 2015. - Vol. 187. - P. 175.
- Sudi G., Kondev F. G., Wang M., Huang W. J., Naimi S. The NUBASE2016 evaluation of nuclear properties. // Chin. Phys. C. - 2017. - Vol. 41. -P. 030001.
- Birch M., Singh B., Dillmann I., Abriola D., Johnson T. D., McCutchan E. A., Sonzogni A. A. Evaluation of beta-delayed neutron emission probabilities and half-lives for Z=2-28. // Nucl. Dat. Sh. - 2015. - Vol. 128. - P. 131-184.
- Sarriguren P., Moya de Guerra E., Escuderos A. Shapes and β-decay in proton rich Ge, Se, Kr and Sr isotopes. // Nucl. Phys. A. – 1999. – Vol. 658. – P. 13.
- 62. Nesterenko V. O., Kvasil J., Reinhard P. -G. Separable random phase approximation for self-consistent nuclear models. // Phys. Rev. C. 2002. Vol. 66. P. 044307.
- Bertsch G. F., Tsai S. F. A study of the nuclear response function. // Phys. Rep. - 1975. - Vol. 18. - P. 125-158.
- 64. Van Giai Nguyen, Sagawa H. Spin-isospin and pairing properties of modified

Skyrme interactions. // Phys. Lett. B. - 1981. - Vol. 106. - P. 379-382.

- Bai C. L., Zhang H. Q., Zhang X. Z., Xu F. R., Sagawa H., Colò G. Quenching of Gamow–Teller strength due to tensor correlations in ⁹⁰Zr and ²⁰⁸Pb. // Phys. Rev. C. - 2009. - Vol. 79. - P. 041301.
- 66. Абрамович М. Справочник по специальным функциям. Москва: Наука, 1979.
- Suzuki T., Sagawa H. Nuclear vibrations and effective intaractions. // Prog. Theor. Phys. - 1981. - Vol. 65. - P. 565.
- 68. Fracasso S., Colò G. Spin-isospin nuclear response using the existing microscopic Skyrme functionals. // Phys. Rev. C. - 2007. - Vol. 76. -P. 044307.
- Bai C. L., Sagawa H., Coló G., Fujita Y., Zhang H. Q., Zhang X. Z., Xu F. R. Low-energy collective Gamow-Teller states and isoscalar pairing interaction. // Phys. Rev. C. - 2014. - Vol. 90. - P. 054335.
- 70. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. С. 1590.
- Marumori T., Yamamura M., Tokunaga A. On the "anharmonic effects" on the collective oscillations in spherical even nuclei. I. // Prog. Theor. Phys. – 1964. – V. 31. – P. 1009.
- 72. Janssen D., Jolos R. V., Donau F. An algebraic treatment of the nuclear quadrupole degree of freedom. // Nucl. Phys. A. - 1974. - V. 224. - P. 93.
- 73. Arima A., Iachello F. Collective nuclear states as representations of a SU(6) group. // Phys. Rev. Lett. - 1975. - Vol. 35. - P. 35.
- 74. Малов Л. А., Соловьев В. Г. Квазичастично-фононная модель ядра. II. Фононное пространство и El-гигантские резонансы в деформированных ядрах. // ЭЧАЯ. — 1980. — Т. 11. — С. 301.
- 75. Вдовин А. И., Соловьев В. Г. Квазичастично-фононная модель ядра. III. Однофононные состояния в сферических ядрах. // ЭЧАЯ. — 1983. — Т. 14. — С. 237.
- 76. Воронов В. В., Соловьев В. Г. Квазичастично-фононная модель ядра. IV.

Фрагментация однофононных и двухквазичастичных состояний в сферических ядрах. // ЭЧАЯ. — 1983. — Т. 14. — С. 1380.

- 77. Воронов В. В., Соловьев В. Г. Основные уравнения квазичастично-фононной модели ядра. // ТМФ. — 1983. — Т. 57. — С. 75.
- 78. Соловьев В. Г., Сушков А. В., Ширикова Н. Ю. Версия квазичастичнофононной модели ядра для четно-четных деформированных ядер. // ЭЧАЯ. — 1984. — Т. 25. — С. 377.
- 79. Bortignon P. F., Broglia R. A., Bes D. R., Liotta R. Nuclear field theory. // Phys. Rep. - 1977. - Vol. 30. - P. 305.
- Камерджиев С. П. Микроскопическая модель учета 2p2h-конфигураций в магических ядрах. // Письма в ЖЭТФ. — 1979. — Т. 30. — С. 532.
- 81. Камерджиев С. П. // ЯФ. 1983. Т. 38. С. 316.
- 82. Камерджиев С. П., Тертычный Г. Я., Целяев В. И. Метод хронологического расцепления диаграмм и его применение к описанию гигантских резонансов в магических ядрах. // ЭЧАЯ. — 1997. — Т. 28. — С. 333.
- Урин М. Г. Релаксация ядерных возбуждений. Москва: Энергоатомиздат, 1991.
- 84. Камерджиев С. П., Авдеенков А. В., Войтенков Д. А. Квазичастичнофононное взаимодействие в теории конечных ферми-систем. // ЯФ. – 2011. – Т. 74. – С. 1509.
- Cowan J. J., Thielemann F. -K., Truran J. W. The r-process and nucleochronology. // Phys. Rep. - 1991. - Vol. 208. - P. 267.
- 86. Pfeiffer B., Kratz K. -L., Thielemann F. -K., Walters W. B. Nuclear structure studies for the astrophysical r-process. // Nucl. Phys. A. 2001. Vol. 693. P. 282-324.
- 87. Gill R. L., Casten R. F., Warner D. D., Piotrowski A., Mach H., Hill J. C., Wohn F. K., Winger J. A., Moreh R. Half-Life of ⁸⁰Zn: The first measurement for an r-process waiting-point nucleus. // Phys. Rev. Lett. - 1986. - Vol. 56. - P. 1874.

- Kratz K. -L., Gabelmann H., Hillebrandt W., Pfeiffer B., Schlosser K., Thielemann F. -K. // Z. Phys. A. - 1986. - Vol. 325. - P. 489.
- 89. Martínez-Pinedo G., Langanke K. Shell-model half-lives for N = 82 nuclei and their implications for the r process. // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4502.
- 90. Langanke K., Martínez-Pinedo G. Nuclear weak-interaction processes in stars. // Rev. Mod. Phys. - 2003. - Vol. 75. - P. 819-862.
- 91. Suhonen J. From Nucleons to Nucleus. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- 92. Cuenca-Garcia J. J., Martínez-Pinedo G., Langanke K., Nowacki F., Borzov
 I. N. Shell model half-lives for r-process N=82 nuclei. // Eur. Phys. Jour. A. - 2007. - Vol. 34. - P. 99.
- 93. Borzov I. N., Cuenca-García J. J., Langanke K., Martínez-Pinedo G., Montes F. Beta-decay of Z<50 nuclei near the N=82 closed neutron shell. // Nucl. Phys. A. 2008. Vol. 814. P. 159-173.
- 94. Pappas A. C., Sverdrup T. Gross properties of delayed neutron emission and β-strength functions. // Nucl. Phys. A. – 1972. – Vol. 188. – P. 48.
- 95. Borzov I. N. β -Delayed neutron emission in the ⁷⁸Ni region. // Phys. Rev. C. - 2004. - Vol. 71. - P. 065801.
- 96. Otsuka T., Fujimoto R., Utsuno Yu., Brown B. A., Honma M., Mizusaki T. Magic numbers in exotic nuclei and spin-isospin properties of the NN interaction. // Phys. Rev. Lett. - 2001. - Vol. 87. - P. 082502.
- 97. Bender M., Dobaczewski J., Engel J., Nazarewicz W. Gamow-Teller strength and the spin-isospin coupling constants of the Skyrme energy functional. // Phys. Rev. C. - 2002. - Vol. 65. - P. 054322.
- Yasuda J., Sasano M., Zegers R. G. T., Baba H., Bazin D., Chao W., Dozono M., Fukuda N., Inabe N., Isobe T., Jhang G., Kameda D., Kaneko M., Kisamori K., Kobayashi M., Kobayashi N., Kobayashi T., Koyama S., Kondo Y., Krasznahorkay A. J., Kubo T., Kubota Y., Kurata-Nishimura M., Lee C. S., Lee J. W., Matsuda Y., Milman E., Michimasa S., Motobayashi

T., Muecher D., Murakami T., Nakamura T., Nakatsuka N., Ota S., Otsu H., Panin V., Powell W., Reichert S., Sakaguchi S., Sakai H., Sako M., Sato H., Shimizu Y., Shikata M., Shimoura S., Stuhl L., Sumikama T., Suzuki H., Tangwancharoen S., Takaki M., Takeda H., Tako T., Togano Y., Tokieda H., Tsubota J., Uesaka T., Wakasa T., Yako K., Yoneda K., Zenihiro J. Extraction of the Landau-Migdal parameter from the Gamow-Teller giant resonance in ¹³²Sn. // Phys. Rev. Lett. - 2018. - Vol. 121. - P. 132501.

- 99. Ikeda K., Fujii S., Fujita J. I. The (p, n) reactions and β -decays. // Phys. Lett. 1963. Vol. 3. P. 271-272.
- 100. Radford D. C., Baktash C., Barton C. J., Batchelder J., Beene J. R., Bingham C. R., Caprio M. A., Danchev M., Fuentes B., Galindo-Uribarri A., Gomez del Campo J., Gross C. J., Halbert M. L., Hartley D. J., Hausladen P., Hwang J. K., Krolas W., Larochelle Y., Liang J. F., Mueller P. E., Padilla E., Pavan J., Piechaczek A., Shapira D., Stracener D. W., Varner R. L., Woehr A., Yu C. -H., Zamfir N. V. Coulomb excitation and transfer reactions with rare neutron-rich isotopes. // Nucl. Phys. A. - 2005. - Vol. 752. - P. 264.
- 101. Arcones A., Martínez-Pinedo G. Dynamical r-process studies within the neutrino-driven wind scenario and its sensitivity to the nuclear physics input. // Phys. Rev. C. - 2011. - Vol. 83. - P. 045809.
- 102. Pritychenko B., Birch M., Singh B. Revisiting Grodzins systematics of B(E2) values. // Nucl. Phys. A. - 2017. - Vol. 962. - P. 73.
- 103. Severyukhin A. P., Arsenyev N. N., Pietralla N. Proton-neutron symmetry in ⁹²Zr, ⁹⁴Mo with Skyrme interactions in a separable approximation. // Phys. Rev. C. 2012. Vol. 86. P. 024311.
- 104. Lorusso G., Nishimura S., Xu Z. Y., Jungclaus A., Shimizu Y., Simpson G. S., Söderström P. -A., Watanabe H., Browne F., Doornenbal P., Gey G., Jung H. S., Meyer B., Sumikama T., Taprogge J., Vajta Zs., Wu J., Baba H., Benzoni G., Chae K. Y., Crespi F. C. L., Fukuda N., Gernhäuser R., Inabe N., Isobe T., Kajino T., Kameda D., Kim G. D., Kim Y. -K.,

Kojouharov I., Kondev F. G., Kubo T., Kurz N., Kwon Y. K., Lane G. J., Li Z., Montaner-Pizá A., Moschner K., Naqvi F., Niikura M., Nishibata H., Odahara A., Orlandi R., Patel Z., Podolyák Zs., Sakurai H., Schaffner H., Schury P., Shibagaki S., Steiger K., Suzuki H., Takeda H., Wendt A., Yagi A., Yoshinaga K. β -Decay half-lives of 110 neutron-rich nuclei across the N=82shell gap: Implications for the mechanism and universality of the astrophysical r-process. // Phys. Rev. Lett. -2015. - Vol. 114. - P. 192501.

- 105. Beta-decay and delayed neutron emission of very neutron-rich nuclei / Borzov, I. N. // Fission and properties of neutron-rich nuclei: Proceedings of the Fifth International Conference on ICFN5. Edited by Hamilton J. H.& Ramayya A. V. Published by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014, P. 530.
- 106. Беляев, С. Т. Когерентные флуктуации спаривания и коллективные 0⁺-возбуждения ядер. // ЯФ. − 1966. − Vol. 4. − Р. 936.
- 107. ISOLDE Collaboration Hannawald M., Fedoseyev V. N., Köster U., Kratz K.
 -L., Mishin V. I., Mueller W. F., Ravn H. L., Van Roosbroeck J., Schatz H., Sebastian V., Walters W. B. Decay properties of N=82 to 84 cadmium r-process nuclides. // Nucl. Phys. A. 2001. Vol. 688. P. 578.
- 108. Dillmann I., Kratz K. -L., Wöhr A., Arndt O., Brown B. A., Hoff P., Hjorth-Jensen M., Köster U., Ostrowski A. N., Pfeiffer B., Seweryniak D., Shergur J., Walters W. B. N=82 Shell quenching of the classical r-process "waiting-point" nucleus ¹³⁰Cd. // Phys. Rev. Lett. - 2003. - Vol. 91. - P. 162503.
- 109. Sagawa H., Tanimura Y., Hagino K. Competition between T=1 and T=0 pairing in pf-shell nuclei with N=Z. // Phys. Rev. C. 2013. Vol. 87. P. 034310.
- 110. Bai C. L., Sagawa H., Sasano M., Uesaka T., Hagino K., Zhang H. Q., Zhang X. Z., Xu F. R. Role of T = 0 pairing in Gamow-Teller states in N = Z nuclei.
 // Phys. Lett. B. 2013. Vol. 719. P. 116.