

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ИМ. Н. Н. БОГОЛЮБОВА

На правах рукописи

Чан Тьен Тханг

**СЛАБЫЕ РАСПАДЫ В-МЕЗОНА И
ЧАРМОНИЯ В СВЕТЕ ПОИСКА НОВОЙ
ФИЗИКИ**

01.04.02 – теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук, профессор

Иванов Михаил Алексеевич

Дубна – 2017

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Ковариантная модель кварков	16
1.1. Лагранжиан взаимодействия	17
1.2. Условие связности	18
1.3. Вычисление массового оператора мезона	19
1.4. Инфракрасный конфайнмент	22
1.5. Параметры модели	24
1.6. Выводы по главе	25
Глава 2. Лептонные и полулептонные распады $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ	27
2.1. Лептонные распады В-мезона	27
2.2. Формфакторы полулептонных распадов В-мезона	29
2.3. Предел тяжелых кварков	32
2.4. Спиральные амплитуды и угловые распределения в распаде $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu_\ell$	36
2.5. Угловое распределение в каскадном распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^*(\rightarrow D^0 \pi) \ell \bar{\nu}_\ell$	41
2.6. Обсуждение численных результатов	46
2.7. Выводы по главе	53
Глава 3. Анализ НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	55
3.1. Эффективный Гамильтониан и формфакторы	55
3.2. Спиральные амплитуды и угловое распределение распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	58
3.3. Экспериментальные ограничения на коэффициенты Вильсона	63
3.4. Каскадный распад $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0 \pi^+) \tau^- \bar{\nu}_\tau$ и угловые наблюдаемые	65

3.5. Выводы по главе	75
Глава 4. Поляризация тау лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ и ее роль в поиске новой физики	77
4.1. Введение	77
4.2. Анализ поляризации тау-лептона с помощью его распадов	80
4.3. Поляризационные компоненты и спиральные амплитуды	90
4.4. Численные результаты и их обсуждение	92
4.5. Выводы по главе	97
Глава 5. Полулептонные распады $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-}\ell^+\nu_\ell$	98
5.1. Введение	98
5.2. Адронные матричные элементы	100
5.3. Формфакторы	102
5.4. Численные результаты	106
5.5. Выводы по главе	110
Заключение	111
Список публикаций по теме диссертации	113
Список литературы	114

Введение

Актуальность темы исследования. В настоящее время стандартная модель (СМ) элементарных частиц, объединяющая теорию электрослабых взаимодействий с квантовой хромодинамикой, теорией сильных взаимодействий, получила уникальные подтверждения своих предсказаний в ряде независимых экспериментов. Недавнее открытие бозона Хиггса [1] коллаборациями ATLAS и CMS явилось последним из элементов мозаики в завершении построения СМ.

Несмотря на свою исключительно высокую предсказательную способность, СМ не может дать ответы на более фундаментальные вопросы, такие как проблемы темной материи и энергии, проблемы иерархии, описание масс нейтрино, и объяснение происхождения хиггсовского механизма. Кроме того, для построения СМ требуется большое количество свободных параметров, которые не могут быть получены из первых принципов. Данные трудности неизбежно свидетельствуют о возможности существования более глубокой теории, по отношению к которой, СМ является лишь ее частным случаем.

Поиск новой физики (НФ) за рамками СМ является одним из самых важных задач современной физики. С теоретической точки зрения, было создано достаточно большое число различных моделей, предсказывающих ряд новых эффектов, отсутствующих в рамках СМ. Однако, до настоящего времени не было достоверного их подтверждения на эксперименте. С экспериментальной точки зрения, физики ищут отклонения от СМ, которые указывают на НФ, двумя способами. Первый – с помощью самых мощных коллайдеров, таких как Большой Адронный Коллайдер (БАК), где сталкиваются частицы с максимально достижимой энергией (типичный пример таких энергий – 1 ТэВ) с целью поиска новых фундаментальных частиц, не входящих в состав СМ. Второй способ – с помощью прецизионных измерений физических наблюдаемых, характеризующих более тонкие эффекты в электрослабых взаимодействиях. К данному способу относятся измерения характеристик редких распадов адронов, которые

подавлены в рамках СМ, но могут быть заметными в присутствии дополнительных вкладов от эффектов НФ.

Среди таких процессов существенную роль играют слабые распады B -мезонов, состоящих из одного тяжелого b -кварка и одного легкого анти-кварка. Изучение распадов B -мезонов в свете поиска НФ имеет ряд бесспорных преимуществ. Во-первых, B -мезоны имеют значительное число разнообразных каналов распада, что дает уникальную возможность исследовать различные процессы со своеобразными особенностями. Во-вторых, поскольку в состав B -мезонов входит тяжелый b -кварк, появляется возможность использовать эффективную теорию тяжелых кварков (ЭТТК), которая значительно облегчает теоретические расчеты матричных элементов. На сегодняшний день распады B -мезонов экспериментально исследованы на B -фабриках, таких как BaBar (коллайдер PEP II, SLAC, США) и Belle (коллайдер KEKB, Цукуба, Япония), а также в эксперименте LHCb (БАК, CERN, Швейцария).

В числе распадов B -мезонов, изучаемых в вышесказанных экспериментах, лептонные и полулептонные распады $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}$ и $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}$ ($\ell = e, \mu, \tau$) играют особую роль в проверке СМ и в поиске НФ. В рамках СМ измерение характеристик этих распадов дает возможность непосредственного определения значений как констант лептонных распадов f_B B -мезона, так и формфакторов адронных переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}$. Данные распады также могут быть использованы для определения элементов $|V_{ub}|$ и $|V_{cb}|$ матрицы смешивания кварков – матрицы Каббиво-Кобаяши-Маскавы (ККМ). И, последнее, но не менее важное, недавно появились некоторые указания на нарушение лептонной универсальности в данных полулептонных распадах при измерении отношений брэнчингов тауонной и мюонной мод.

Экспериментальное обнаружение данных распадов является непростой задачей, так как появление многих нейтрино в конечном состоянии уменьшает разрешающую способность детектора. На e^+e^- -фабриках пара B -мезонов генерируется в процессе $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$. Вначале восстанавливается один из

мезонов (“ B_{tag} ”) по адронным (“адронный тэг”) или полулептонным (“полулептонный тэг”) модам и, затем, наблюдается распад оставшегося мезона (“ B_{sig} ”). Этот метод сильно подавляет фоновые сигналы, полученные из процессов $B\bar{B}$ и $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$). Недавно, коллаборация LHCb также смогла измерить распады $\bar{B}^0 \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^*\mu^-\bar{\nu}_\mu$ на адронном колайдере [2].

После первого наблюдения распада $B^- \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau$, о котором сообщила коллаборация Belle в 2006 году [3], измерения брэнчинга этого распада были произведены коллаборациями Belle и BaBar. Их последние результаты изображены на Рис. 1, где статистическая и систематическая погрешности были объединены по правилу геометрического суммирования. Глобальное среднее значение этого

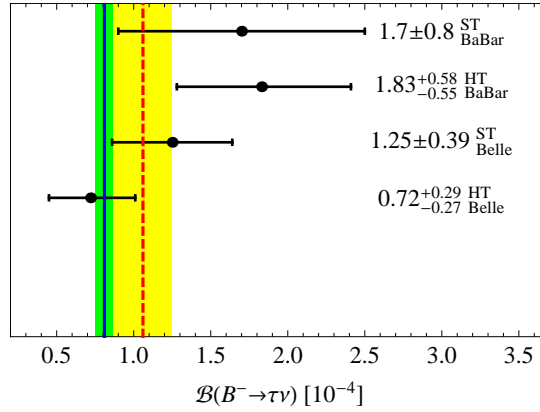


Рис. 1. Сравнение экспериментальных данных, полученных коллаборациями BaBar [4, 5] и Belle [6, 7], и предсказания СМ [8], для брэнчинга распада $B^- \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau$. ST и HT означают “полулептонный тэг” и “адронный тэг”, соответственно. Жирные точки – экспериментальные данные, пунктирная линия и желтая (светлая) полоса – их усреднение группой HFAG, сплошная линия и зеленая (темная) полоса – теоретическое предсказание.

брэнчинга составляет $\mathcal{B}(B^- \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau) = (1.06 \pm 0.19) \times 10^{-4}$, что согласуется, но только косвенно, с предсказанием СМ $\mathcal{B}(B^- \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau) = (0.81 \pm 0.06) \times 10^{-4}$ [8], основанным на глобальном фите элементов матрицы ККМ. Однако, следует отметить, что данное среднее значение еще на уровне 1.3σ больше предсказания СМ, а здесь экспериментальные ошибки еще вполне значительны ($\approx 18\%$). Следовательно, возможность появления эффектов НФ в данном распаде хотя сильно подавлена, но еще не полностью исключена, что требует дальнейшего

исследования.

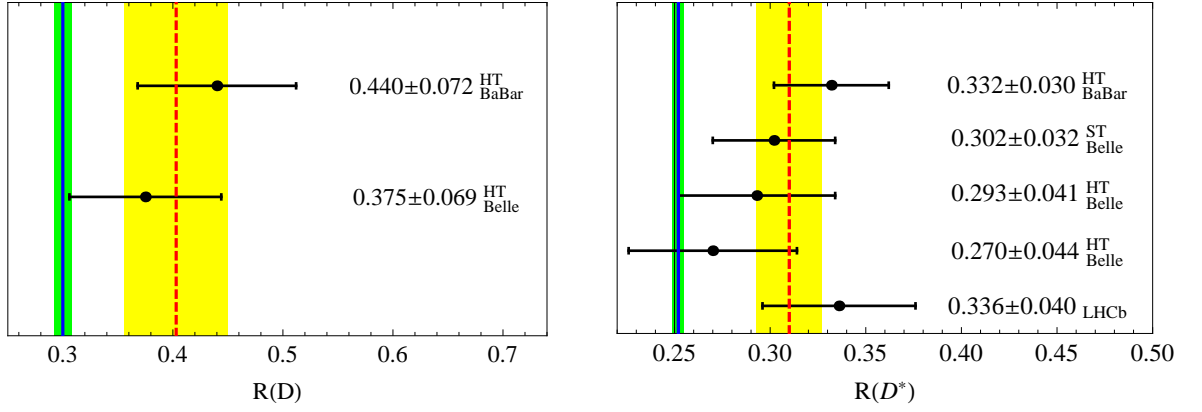


Рис. 2. Сравнение экспериментальных данных, полученных коллаборациями BaBar [9], Belle [10–12] и LHCb [2], и предсказаний СМ [13, 14], для отношений $R(D^{(*)})$. Обозначения такие же, как на Рис. 1.

Полулептонные распады $B \rightarrow D^{(*)}\ell\nu$ имеют намного более богатую структуру по сравнению с лептонными распадами. В этих распадах имеется большое число физических наблюдаемых, например, асимметрия “вперед-назад” заряженного лептона. В последнее время большой интерес вызвали отношения брэнтчингов [15]

$$R(D^{(*)}) \equiv \frac{\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau)}{\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\mu^-\bar{\nu}_\mu)}, \quad (1)$$

в которых практически сокращаются неопределенности, связанные с плохо вычисляемыми адронными вкладами, и отсутствует зависимость от плохо определяемого матричного элемента $|V_{cb}|$. Результаты измерений данных отношений изображены на Рис. 2. Приведенные значения измерений совместимы между собой и дают следующие средние значения: $R(D)|_{\text{expt}} = 0.403 \pm 0.047$ и $R(D^*)|_{\text{expt}} = 0.310 \pm 0.017$, которые превышают предсказания СМ $R(D)|_{\text{SM}} = 0.300 \pm 0.008$ [14] и $R(D^*)|_{\text{SM}} = 0.252 \pm 0.003$ [13] на 2.2σ и 3.4σ , соответственно. Общее расхождение от СМ становится $\approx 4\sigma$, рассматривая корреляцию между $R(D)$ и $R(D^*)$, как изображено на Рис. 3.

Интерес к изучению этих распадов значительно возрос в 2016 году после сообщения коллаборацией Belle о первом измерении продольной поляриза-

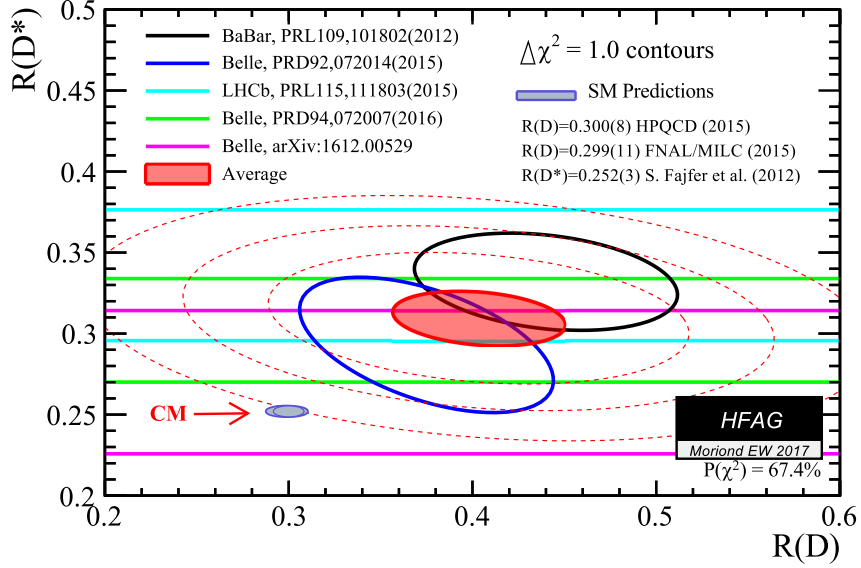


Рис. 3. $R(D) - R(D^*)$ -корреляция: красная (темная) эллиптическая область в центре – экспериментальные средние значения в пределах 1σ . Пунктирные кривые соответствуют 2σ , 3σ , и 4σ контурам. Рисунок с сайта группы HFAG.

ции τ -лептона в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$, результат которого составляет $P_L^\tau = -0.38 \pm 0.51(\text{stat.})_{-0.16}^{+0.21}(\text{syst.})$ [12]. Несмотря на значительные экспериментальные ошибки, это пионерское измерение открыло новые перспективы для изучения динамики полулептонных переходов $B \rightarrow D^{(*)}$. Есть надежда, что с помощью супер- B -фабрики Belle II, более точные измерения поляризации τ -лептона будут проведены в ближайшем будущем, что позволит пролить свет на поиск НФ в данных распадах.

Недавно коллаборация BES III (Пекин, Китай) сообщила о поиске редких полулептонных слабых распадов $J/\psi \rightarrow D_s^{(*)-} e^+ \nu_e + \text{с.с.}$ [16], где под “+с.с.” подразумевается комбинация данных распадов и их соответствующих зарядово-сопряженных мод. Были получены следующие результаты $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^- e^+ \nu_e + \text{с.с.}) < 1.3 \times 10^{-6}$ и $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^{*-} e^+ \nu_e + \text{с.с.}) < 1.8 \times 10^{-6}$ при доверительной вероятности равной 90%. Хотя приведенные верхние пределы лежат намного выше значений, предсказываемых СМ, которые имеют порядок $10^{-9} - 10^{-10}$ [17–19], существенно, что это первое экспериментальное ограничение на брэнчинг распада $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^{*-} e^+ \nu_e + \text{с.с.})$ и значительное понижение верхней границы для

брэнчинга распада $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^- e^+ \nu_e + \text{с.с.})$ примерно в 30 раз по сравнению с предыдущим измерением [20]. Следует отметить, что низколежащие состояния кваркония, в том числе J/ψ , в основном распадаются через промежуточные фотоны или глюоны, образовавшиеся в результате аннигиляции кварк-антикварковой пары $q\bar{q}$ [21]. Поэтому слабые распады J/ψ -мезона являются чрезвычайно редкими процессами, за исключением случая, когда в данные распады вносят дополнительные вклады эффекты НФ. Благодаря огромной выборке (10^{10}) J/ψ -событий, накапливаемых каждый год, можно ожидать, что коллаборация BES III обнаружит эти распады, хотя бы косвенно, на уровне предсказаний СМ в ближайшем будущем. Если данные распады будут обнаружены со значительными значениями брэнчингов, то это будет четкий сигнал НФ. Однако, для четкого отделения таких сигналов от вклада СМ, прежде всего необходимо иметь надежные предсказания для брэнчингов этих распадов в рамках самой СМ.

Степень разработанности темы исследования. Превышение $R(D^{(*)})$ над предсказаниями СМ привлекало широкое внимание и привело ко многим теоретическим исследованиям на пути поиска возможных объяснений данных расхождений с помощью эффектов НФ, лежащей за пределами СМ. Одно из направлений – это построение конкретных моделей НФ, таких как модели с двумя хиггсовскими дублетами (2HDMs) [22–24], минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ) [25, 26], лептокварковые модели [27–32], и другие расширения СМ [33, 34]. Другое направление исследований связано с использованием модельно-независимого подхода, при котором рассматривается общий эффективный гамильтониан перехода $b \rightarrow c\ell\nu$, содержащий новые операторы, которые отсутствуют в СМ. Ограничения на численные значения соответствующих коэффициентов Вильсона получаются в результате фита к имеющимся экспериментальным данным и, тем самым, устанавливается степень их влияния и на различные физические наблюдаемые [13, 35–41].

Что касается полулептонных распадов $J/\psi \rightarrow D_s^{(*)} \ell \nu$, то первая оценка

величин их брэнчингов была сделана на основе (приблизительной) спиновой симметрии тяжелых мезонов и давала результаты порядка $\sim 10^{-9}$ [17]. Современные предсказания, полученные как в рамках правил сумм КХД [18], так и в ковариантной модели кварков на световом конусе [19], дают порядок $\sim 10^{-10}$. Следует отметить значительную разницу в имеющихся теоретических результатах, так результаты, полученные в работе [19], в 2–8 раз превышают результаты работы [18]. Для того, чтобы уменьшать погрешности, связанные с определением адронных величин и устранить зависимость от физических констант, таких как G_F и $|V_{cs}|$, можно рассматривать отношение брэнчингов $R \equiv \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^* \ell \nu) / \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s \ell \nu)$. В работе [17] для этого отношения было получено значение $R \approx 1.5$, в то время как в недавней работе [18] было получено $R \approx 3.1$. Видно, что необходимы дальнейшие теоретические исследования в этом направлении.

Следует подчеркнуть, что при вычислении вышесказанных слабых распадов как B -мезона, так и J/ψ -мезона, существенную роль играют адронные вклады, которые могут быть оценены лишь вне рамок теории возмущений квантовой хромодинамики (КХД). Большинство вычислений опирается на методы ЭТТК [42, 43], основанной на систематическом разложении лагранжиана КХД по обратным массам тяжелых кварков $1/m_Q$. В лидирующем порядке ЭТТК-разложения, когда массы тяжелых кварков стремятся к бесконечности, возникает спин-флэйворная симметрия, которая позволяет выразить многочисленные формфакторы слабых переходов через универсальную функцию Изгура-Вайзе. Однако, ЭТТК позволяет сделать надежные предсказания лишь вблизи нулевой отдачи переданного импульса. При отдалении от точки нулевой отдачи приходится использовать другие непертурбативные методы.

В диссертации, расчет необходимых адронных формфакторов выполнен в рамках ковариантной модели кварков (КМК) с учетом их конфайнмента. Основы модели изложены в работах [44, 45], где даны ссылки на предыдущие работы. КМК является эффективным квантовополевым подходом к адронным

взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислять самосогласованным образом матричные элементы физических процессов. Отличительной особенностью данного подхода является то, что многокварковые состояния, такие как барионы (три кварка), тетракварки (четыре кварка) и т. д., могут быть рассмотрены и описаны на том же уровне строгости, как и простейшие кварк-антикварковые системы (мезоны). Кроме того, в рамках КМК адронные формфакторы вычисляются во всей кинематической области квадрата переданного импульса.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью данной работы является исследование лептонных и полулептонных распадов B -мезона, а также полулептонных распадов J/ψ -мезона, в свете поиска НФ. Матричные элементы слабых распадов вычисляются в рамках ковариантной модели кварков. В соответствии с целью исследования, поставлены следующие задачи:

1. Вычислить характеристики лептонных и полулептонных распадов $B^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$, а также каскадных распадов $\bar{B}^0 \rightarrow D^*(\rightarrow D^0 \pi) \ell \bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ с учетом эффектов ненулевых масс лептонов.
2. Ввести в эффективный гамильтониан, описывающий $b \rightarrow c$ -переходы, новые четырехфермионные операторы, отсутствующие в СМ и учитывающие возможные проявления НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$, и проанализировать их влияние на различные физические наблюдаемые.
3. Рассмотреть продольную, поперечную, и нормальную поляризационные компоненты τ -лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ и выяснить их роль в поиске НФ в данных распадах.
4. Вычислить брэнгинги полулептонных распадов $J/\psi \rightarrow D_s^{(*)} \ell \nu$ и сравнить их с результатами других теоретических подходов.

Методология и методы исследования. В работе используются методы квантовой теории поля. Адронные величины, такие как константы леп-

тонных распадов и формфакторы адронных переходов вычисляются в рамках ковариантной модели кварков.

Положения, выносимые на защиту:

1. Выполнен подробный анализ лептонных $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и полулептонных $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ($\ell = e, \mu, \tau$) распадов в рамках ковариантной модели кварков с учетом эффектов масс лептонов.
2. В свете имеющихся расхождений между недавними экспериментальными данными и предсказаниями СМ для отношений брэнчингов полулептонных распадов B -мезона с τ -лептоном и мюоном в конечном состоянии, данные распады исследованы в рамках расширенной модели электрослабых взаимодействий. Это сделано с помощью добавления в эффективный гамильтониан новых 4-х фермионных операторов, которые отсутствуют в рамках СМ. Используя имеющиеся экспериментальные данные, получены ограничения на коэффициенты Вильсона, соответствующие новым операторам и изучены их эффекты в ряде физических наблюдаемых.
3. Изучены продольная, поперечная и нормальная поляризационные компоненты τ -лептона в полулептонных распадах B -мезона и обсуждена их роль в поиске НФ. Подробно обсужден вопрос о возможности их экспериментального измерения в лептонных и полуадронных распадах τ -лептона.
4. Исследованы эксклюзивные полулептонные распады $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$ ($\ell = e, \mu$) в рамках ковариантной модели кварков. Вычислены брэнчинги данных распадов и проведено сравнение с результатами других теоретических исследований.

Научная новизна и значимость. Впервые систематически изучены эффекты ненулевых масс лептонов в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} (\rightarrow D^0 \pi^+) \ell^- \bar{\nu}_\ell$. Полученные результаты играют важную роль в изучении возможных эффектов нарушения лептонной универсальности.

В рамках подхода, основанного на использовании эффективных гамильтонианов, впервые систематически проанализированы практически все возможные эффекты НФ, возникающие в результате введения новых четырехфермионных операторов, отсутствующих в СМ. При этом обнаружено, что среди рассматриваемых физических наблюдаемых имеется ряд наблюдаемых, численные значения которых весьма чувствительны к вкладам, идущих от новых операторов. Поэтому их изучение поможет выделить данные вклады и, тем самым, приведет к возможности их измерения на эксперименте.

В рамках КМК, впервые рассчитаны формфакторы переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}$, возникающих за счет операторов НФ. Разработана процедура анализа эффектов НФ, основанная на использовании имеющихся экспериментальных данных при определении границ возможных значений коэффициентов Вильсона, при соответствующих операторах НФ. Данная процедура имеет значительную теоретическую ценность, т. к. она может быть использована для исследования возможных эффектов НФ и во многих других полулептонных распадах.

Впервые изучены три поляризационные компоненты заряженного лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$, а также корреляции между ними. Соответствующие расчеты проведены как в рамках СМ, так и в различных сценариях НФ. Впервые даны предсказания для значений поперечной поляризации заряженного лептона.

Выяснена причина значительных расхождений в теоретических предсказаниях для полулептонных распадов чармония, сделанных в различных подходах. Предоставлены надежные предсказания для брэнчингов данных распадов и их отношений, которые важны для проверки СМ и подтверждения возможных эффектов НФ.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов, полученных в диссертации, обеспечивается использованием строгих методов квантовой теории поля, а также аналитических и численных вычислений с помощью современных компьютерных программ. Обоснованность ре-

зультатов подтверждается сравнением с результатами теоретических расчетов других авторов и экспериментальными данными.

Основные результаты диссертации докладывались автором на научных семинарах в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (Дубна 2015 г., 2017 г.), в Институте физики университета имени Иоганна Гутенберга (Майнц, 2017 г.); на “VI Всероссийской молодежной конференции по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики” (ФИАН, Москва, 2015 г.); в виде постерного доклада на 44-ой сессии ПМК ОИЯИ по физике частиц (Дубна, 2015 г.); на рабочем совещании “Workshop on Dispersion Methods for Hadronic Contributions to QED Effects” (Братислава, 2015 г.); на международных конференциях “Hadron Structure and QCD: from Low to High Energies” (Гатчина, 2016 г.) и “International Conference on Precision Physics and Fundamental Physical Constants” (2015 г., Будапешт); на международных школах Helmholtz International Summer School “Quantum Field Theory at the Limits: from Strong Fields to Heavy Quarks” (Дубна, 2016 г.) и “Ettore Majorana International School of Subnuclear Physics” (Эриче, 2017 г.).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 6 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК РФ и входящих в базы данных Web of Science и Scopus, одна статья и один тезис доклада в сборниках трудов конференций. Список публикаций приведен в конце диссертации.

Личный вклад автора. Все представленные в диссертации основные результаты получены автором лично. Автор принимал непосредственное участие в постановке и решении задач, а также в подготовке публикаций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации — 123 страницы, включая 15 таблиц и 38 рисунков. Список литературы включает 112 наименований.

В первой главе приводится краткое описание КМК и демонстрируется ее

использование при вычислении матричных элементов физических процессов. Вторая глава посвящена исследованию лептонных и полулептонных распадов $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ. В третьей главе выполнен анализ возможных эффектов НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$. В четвертой главе исследованы три поляризационные компоненты τ -лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ и выяснена их роль в поиске НФ в данных распадах. Пятая глава посвящена вычислению характеристик распадов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$. В заключении перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

Благодарности. Я хотел бы поблагодарить моего научного руководителя профессора М. А. Иванова за постановку задач, обучение, драгоценные советы, помощь в работе и постоянную поддержку не только в работе но и в жизни. Также хочу поблагодарить профессора J. G. Körner, в коллаборации с которым получен ряд результатов, за постановку ряда задач и разъяснения возникающих научных вопросов. Выражаю глубокую благодарность коллективу Лаборатории теоретической физики ОИЯИ за помощь и поддержку, в частности, В. В. Воронову, Д. И. Казакову, М. Гнатику, С. Н. Недельке, А. Б. Арбузову, А. В. Гладышеву, С. Б. Герасимову, А. Е. Дорохову, В. Кляйнигу, Ю. М. Быстрицкому и И. В. Аникину. Считаю своим долгом выразить глубокую признательность составу факультета общей и прикладной физики, отдела международных связей и отдела по работе с иностранными студентами Московского физико-технического университета, а также коллективу учебно-научного центра ОИЯИ.

Глава 1

Ковариантная модель кварков

В ходе своих слабых распадов, адрон в начальном состоянии может превращаться в вакуум (аннигиляция пары кварк-антикварк в лептонных распадах мезонов), в другой адрон или в несколько адронов. Такие процессы тесно связаны с проблемами адронизации и конфайнмента, которые до сих пор не решены. С феноменологической точки зрения, переходы между адронами описываются набором формфакторов — скалярных функций, зависящих от квадрата переданного импульса между адронами. Вычисление формфакторов затрудняется тем, что данные процессы происходят в области малых энергий ($E < 1$ ГэВ) (или больших расстояний), в которой константа связи КХД становится большой и методы теории возмущений неприменимы. В связи с этим были развиты разные непертурбативные подходы, такие как КХД на решетке, ПС КХД на световом конусе (см., например, [46, 47]) и модельные подходы, которые позволяют вычислять характеристики адронных взаимодействий, в том числе и формфакторы, при низких энергиях.

В число вышесказанных модельных подходов для вычисления формфакторов входят уравнения Дайсона—Швингера в КХД [48], модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений [49, 50], релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов [51–53], релятивистская потенциальная модель КХД [54, 55], правила сумм КХД [56, 57], и наконец, ковариантная модель кварков (КМК) с учетом их конфайнмент [44, 45]. В диссертации, расчет необходимых адронных формфакторов выполнен в рамках КМК. В данной главе дано краткое описание теоретических предпосылок, лежащих в основе этой модели.

1.1. Лагранжиан взаимодействия

КМК построена на основе квантовой теории поля с учетом рождения частиц. Постулатом этой модели является релятивистски инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его конституэнтными кварками. При этом адрон описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть вводится в виде интерполирующего кваркового тока $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(x) = g_H H(x) \cdot J_H(x) + \text{h.c.} \quad (1.1)$$

Здесь g_H — константа связи данного взаимодействия, а h.c. — эрмитово-сопряженная часть, которую нужно опустить в случае, когда античастица совпадает с частицей.

Для мезонов, состоящих из кварк-антикварковой пары $(\bar{q}_1 q_2)$, интерполирующий кварковый ток записывается в виде

$$J_H(x) = \int dx_1 \int dx_2 F_H(x; x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_H q_1(x_1), \quad (1.2)$$

где Γ_H — матрица Дирака, выбрана подходящим образом, чтобы описать квантовые числа для мезона: I — скаляр, $i\gamma^5$ — псевдоскаляр, γ^μ — вектор, $\gamma^\mu \gamma^5$ — аксиал, $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$ — тензор.

Вершинная функция F_M в (1.2) характеризует ограниченный размер мезона. Для удовлетворения потребности трансляционной инвариантности, эта функция должна удовлетворять соотношению

$$F_M(x + a; x_1 + a, x_2 + a) = F_M(x; x_1, x_2), \quad (1.3)$$

где a — произвольный 4-вектор. Выбранная ниже форма (1.4) для функции F_M , очевидно, удовлетворяет данному требованию:

$$F_M(x, x_1, x_2) = \delta(x - w_1 x_1 - w_2 x_2) \Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (1.4)$$

где $w_i = m_{q_i}/(m_{q_1} + m_{q_2})$, так что $w_1 + w_2 = 1$. Такой выбор означает выделение системы центра масс двух кварков. А остальная часть — функция Φ_H , только зависит от квадрата относительной координаты последних. В принципе Фурье-образ функции Φ_H может быть получен, решая уравнение Бете—Солпитера. Однако, в работах [58–60] было показано, что выбор разных видов вершинной функции практически не влияет на основные адронные наблюдаемые. При этом важно только требование достаточно быстрого убывания Фурье-образа функции Φ_H в евклидовой области для того, чтобы обеспечить ультрафиолетовую сходимость фейнмановских диаграмм. На основе этого, для упрощения вычислений будет использована гауссова форма для функции $\tilde{\Phi}_H(-k^2)$:

$$\tilde{\Phi}_H(-k^2) = \exp(k^2/\Lambda_H^2), \quad (1.5)$$

где параметр Λ_H характеризует размер соответствующего мезона. Так как k^2 переходит в $-k_E^2$ в евклидовом пространстве, данная форма (1.5) обладает необходимым убывающим поведением при $k_E^2 \rightarrow \infty$.

1.2. Условие связности

Константа связи g_H в Лагранжиане (1.1) определяется из условия связности, означающего равенство нулю константы перенормировки волновой функции адрона $Z_H = 0$ [61–63]. Физический смысл данного условия заключается в следующем. Константа перенормировки Z_H также интерпретируется как величина квадрата матричного элемента между физическим и соответствующим затравочным состоянием. Следовательно, равенство нулю константы Z_H означает отсутствие физического состояния в затравочном состоянии и, наоборот, исключение кварковых степеней свободы из пространства физических состояний, гарантируя тем самым отсутствие двойного счета. Другими словами, в исходном лагранжиане содержатся как кварки, так и адронные состояния, все рассматриваемые как элементарные частицы. В результате их взаимодействия,

происходит процесс “одевания” голых адронных состояний, в результате которого перенормируются их массы и волновые функции. А кварки могут находиться только в виртуальном состоянии. В случае мезонов данное условие записывается

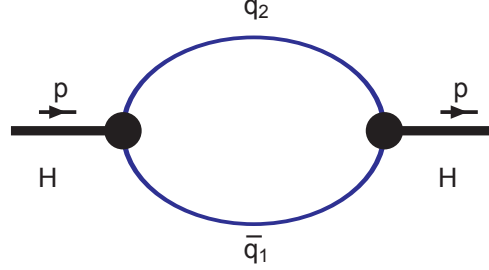


Рис. 1.1. Собственно энергетическая диаграмма мезона.

ся в виде

$$Z_H = 1 - \Pi'_H(m_H^2) = 0, \quad (1.6)$$

где $\Pi'_H(m_H^2)$ есть производная массового оператора, соответствующего в лидирующем по $1/N_c$ -разложении собственно энергетической диаграмме на Рис. 1.1, и имеющего следующий вид

$$\begin{aligned} \Pi_P(p^2) &= 3g_P^2 \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P^2(-k^2) \text{tr} [S_1(k + w_1 p) \gamma^5 S_2(k - w_2 p) \gamma^5], \\ \Pi_V(p^2) &= g_V^2 \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V^2(-k^2) \text{tr} [S_1(k + w_1 p) \gamma_\mu S_2(k - w_2 p) \gamma_\nu], \end{aligned} \quad (1.7)$$

для псевдоскалярных и векторных мезонов, соответственно. Здесь S_i — свободный пропагатор конституэнтного кварка с массой m_q , который имеет вид:

$$S(k) = \frac{1}{m_q - \not{k}}, \quad \not{k} = k^\mu \gamma_\mu. \quad (1.8)$$

1.3. Вычисление массового оператора мезона

С целью демонстрации вычисления адронных матричных элементов в рамках КМК, в данном разделе произведено вычисление массового оператора мезона (1.7). Для простоты будет рассмотрен случай бесспинового мезона. Обобщение на случай мезона (или бариона) с произвольным спином является непосредственным.

В уравнении (1.7) мы используем представление Фока—Швингера для пропагаторов кварков:

$$S_i(k \pm w_i p) = (m_i + \not{k} \pm w_i \not{p}) \int_0^\infty d\alpha_i e^{-\alpha_i [m_i^2 - (k \pm w_i p)^2]}, \quad (1.9)$$

где m_i — масса конституэнтного кварка.

Следует отметить, что все интегралы по импульсным переменным понимаются как интегралы в евклидовой метрике. Переход из пространства Минковского в пространство Евклида осуществляется с помощью поворота Вика: $k_0 = e^{i\frac{\pi}{2}} k_4 = i k_4$ так, что

$$k^2 = k_0^2 - \mathbf{k}^2 = -k_4^2 - \mathbf{k}^2 = -k_E^2 \leq 0. \quad (1.10)$$

Одновременно с переходом в евклидову метрику по импульсным переменным интегрирования мы осуществляем переход в евклидову метрику и по внешним импульсам, т. е. $p_0 \rightarrow i p_4$, так что $p^2 = -p_E^2 \leq 0$. При этом квадратичная форма в показателях экспонент в (1.9) становится положительно определенной, например,

$$m_1^2 - (k + w_1 p)^2 = m_1^2 + (k_E + w_1 p_E)^2 > 0, \quad (1.11)$$

и интеграл по α_i абсолютно сходится. Однако, чтобы избежать излишних переобозначений, мы будем пользоваться обозначениями пространства Минковского, подразумевая, что $k^2 \leq 0$ и $p^2 \leq 0$.

Уравнение (1.7) теперь имеет вид

$$\begin{aligned} \Pi(p^2) &= 3g_H^2 \int_0^\infty d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \times \\ &\times \text{tr} [\gamma^5 (m_1 + \not{k} + w_1 \not{p}) \gamma^5 (m_2 + \not{k} - w_2 \not{p})] \times \\ &\times \exp \{ 2sk^2 - \alpha_1 [m_1^2 - (k + w_1 p)^2] - \alpha_2 [m_2^2 - (k - w_2 p)^2] \}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Показатель экспоненты может быть переписан в виде $ak^2 + 2kr + z_0$, где 4-вектор r пропорционален внешнему 4-импульсу p и может быть представлен в виде

$r = bp$. Используя следующие свойства

$$\left. \begin{aligned} k^\mu \exp(ak^2 + 2kr + z_0) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_\mu} \exp(ak^2 + 2kr + z_0) \\ k^\mu k^\nu \exp(ak^2 + 2kr + z_0) &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_\mu} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_\nu} \exp(ak^2 + 2kr + z_0) \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

можно заменять k в уравнении (1.13) оператором дифференцирования $\partial_r = \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial r_\mu}$. Тогда выражение с $\text{tr}[\dots]$ может быть вынесено за знак интеграла по k . Далее, интегрирование по петлевой переменной k будет выполнено следующим образом:

$$\begin{aligned} \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} e^{ak^2 + 2kr + z_0} &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} e^{a(k + \frac{r}{a})^2 - \frac{r^2}{a} + z_0} \stackrel{k \rightarrow k - \frac{r}{a}}{=} e^{-\frac{r^2}{a} + z_0} \cdot \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} e^{ak^2} = \\ &= e^{-\frac{r^2}{a} + z_0} \cdot \int_0^\infty \frac{dk_E}{(2\pi)^4} e^{-ak_E^2} = e^{-\frac{r^2}{a} + z_0} \cdot \frac{1}{16\pi^2 a^2}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Как обсуждалось выше, при выводе этой формулы был совершен переход к евклидовому пространству. В результате, имеем

$$\Pi(p^2) = \frac{3g_H^2}{16\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{d\alpha_1 d\alpha_2}{a^2} \text{tr} [\gamma^5 (m_1 + \partial_r + w_1 \not{p}) \gamma^5 (m_2 + \partial_r - w_2 \not{p})] e^{-\frac{r^2}{a} + z_0}. \quad (1.15)$$

Гауссова экспонента $e^{-r^2/a}$ может быть “пронесена” через операцию дифференцирования с помощью формулы:

$$\frac{\partial}{\partial r_\mu} e^{-r^2/a} = e^{-r^2/a} \left[-\frac{2r^\mu}{a} + \frac{\partial}{\partial r_\mu} \right]. \quad (1.16)$$

Окончательно, дифференцирование может быть выполнено с помощью многократного использования коммутационного соотношения

$$\left[\frac{\partial}{\partial r_\mu}, r^\nu \right] = g^{\mu\nu}. \quad (1.17)$$

Последняя операция может быть алгоритмически реализована в программе, написанной на FORM [64]. В результате получено следующее уравнение:

$$\Pi(p^2) = \int_0^\infty d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 F(\alpha_1, \alpha_2), \quad (1.18)$$

где $F(\alpha_1, \alpha_2)$ есть получившееся подынтегральное выражение.

Для иллюстрации рассмотрим заряженные π^\pm -мезоны. Эти мезоны состоят из u -кварка (или u -антикварка) и d -антикварка (или d -кварка), массы которых практически одинаковы: $m_d = m_u \equiv m$, и следовательно $w_1 = w_2 = 1/2$. Последнее значительно упрощает выражение для массового оператора. Для π -мезонов уравнение (1.15) имеет следующий явный вид

$$\Pi(p^2) = \frac{3g_\pi^2}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{d\alpha_1 d\alpha_2}{a^2} e^{-\frac{r^2}{a} + z_0} \left(m^2 + \frac{1}{4}p^2 - \frac{r^2}{a^2} + \frac{2}{a} \right), \quad (1.19)$$

где $a = \alpha_1 + \alpha_2 + 2/\Lambda_\pi$, $r = (\alpha_1 - \alpha_2)p/2$, и $z_0 = (\alpha_1 + \alpha_2)(p^2/4 - m^2)$.

Удобно перейти к интегрированию по симплексу с помощью “вставки” единицы в подынтегральное выражение

$$1 = \int_0^\infty dt \delta\left(t - \sum_{i=1}^2 \alpha_i\right) \quad (1.20)$$

и последующей замены переменных $\alpha_i \rightarrow t\alpha_i$

$$\Pi(p^2) = \int_0^\infty dt t \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^1 d\alpha_2 \delta\left(1 - \sum_{i=1}^2 \alpha_i\right) F(t\alpha_1, t\alpha_2). \quad (1.21)$$

В случае π -мезонов, после подстановки выражений для a , r и z_0 имеем

$$\begin{aligned} \Pi(p^2) &= \frac{3g_\pi^2}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{dt t}{(2s+t)^2} \int_0^1 d\alpha \left\{ m^2 + \frac{1}{4} \left[1 - \frac{t^2(1-2\alpha)^2}{(2s+t)^2} \right] p^2 + \frac{2}{2s+t} \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ -t \left[m^2 - \alpha(1-\alpha)p^2 \right] + \frac{2st}{2s+t} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right)^2 p^2 \right\}. \quad (1.22) \end{aligned}$$

1.4. Инфракрасный конфайнмент

В рамках КМК используются свободные пропагаторы кварков при построении фейнмановских диаграмм, описывающих матричные элементы физических процессов. Вследствие этого, возникают пороговые сингулярности соответствующих рождению кварков. Данные сингулярности могут быть устранены с помощью введения конфайнмента.

Рассмотрим произвольную фейнмановскую диаграмму, состоящую из m вершин, n кварковых пропагаторов, ℓ петель с импульсными переменными k_i , и j внешних линий с импульсами p_i . В импульсном пространстве данная диаграмма может быть представлена как

$$\Pi(p_1, \dots, p_j) = \int [d^4 k]^\ell \prod_{i_1=1}^m \Phi_{i_1+n}(-K_{i_1+n}^2) \prod_{i_3=1}^n S_{i_3}(\tilde{k}_{i_3} + \tilde{p}_{i_3}), \quad (1.23)$$

$$K_{i_1+n}^2 = \sum_{i_2} (\tilde{k}_{i_1+n}^{(i_2)} + \tilde{p}_{i_1+n}^{(i_2)})^2, \quad (1.24)$$

где \tilde{k}_i и \tilde{p}_i — линейные комбинации петлевых и внешних импульсов, соответственно. Далее используем представление Фока—Швингера (1.9) для кварковых пропагаторов и гауссову форму (1.5) для вершинных функций. С помощью вычислительных техник, продемонстрированных в предыдущем разделе при вычислении массового оператора мезона, приводим (1.23) к следующему виду

$$\Pi = \int_0^\infty dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (1.25)$$

В уравнении (1.25) имеется n интегрирований: $n - 1$ по безразмерным параметрам α_i и одно по параметру t , имеющему размерность обратной массы в квадрате. Данный интеграл начинает расходиться при $t \rightarrow \infty$, если кинематические переменные допускают появление пороговой точки ветвления, соответствующей рождению кварков. В качестве примера рассмотрим массовый оператор π -мезонов (1.22). Из вида показателя экспоненты в (1.22) следует, что этот интеграл начинает расходиться при $t \rightarrow \infty$ если $m^2 - \alpha(1 - \alpha)p^2 \leq 0$, или $p \geq 4m^2$. Значение $p^2 = 4m^2$ является пороговой точкой ветвления. Если π -мезон рассмотрен в системе центра масс, где $\mathbf{p} = 0$, то $p^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = E^2$, откуда следует $E = 2m$. При $E \geq 2m$ происходит рождение новых частиц.

Однако, такие возможные пороговые сингулярности отсутствуют, если обрезать интегрирование на верхнем пределе:

$$\Pi = \int_0^{1/\lambda^2} dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n), \quad (1.26)$$

так как полученный интеграл абсолютно сходится при любых значениях кинематической переменной p^2 .

Параметр обрезания λ называется параметром инфракрасного обрезания. Инфракрасное обрезание удаляет все возможные пороговые сингулярности, которые в данном случае связаны с рождением кварков. Это означает, что инфракрасное обрезание эффективно обеспечивает конфайнмент кварков. Механизм инфракрасного обрезания для обеспечения конфайнмента кварков также применялся в моделях Намбу-Йона-Лазинио [65, 66] для простейших однопетлевых кварковых диаграмм. Метод, предложенный в КМК, является общим и непосредственно применим к кварковой диаграмме с произвольным количеством пропагаторов и петель. Параметр инфракрасного обрезания λ является единым для всех физических процессов.

1.5. Параметры модели

Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конститuentных кварков m_q , универсальный параметр инфракрасного обрезания λ , который характеризует область конфайнмента, и параметры Λ_H , описывающие эффективные размеры адронов. Эти параметры определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным и/или по результатам КХД на решетке. В число величин для фитирования включаем константы лептонных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, а также некоторые хорошо установленные ширины радиационных распадов $P \rightarrow \gamma\gamma$ и $V \rightarrow P\gamma$. Результаты наилучшего фита были достигнуты при значениях свободных параметров модели, приведенных в уравнениях (1.27), (1.28) и (1.29) (в ГэВ):

$$\frac{m_{u/d} \quad m_s \quad m_c \quad m_b \quad \lambda}{0.241 \quad 0.428 \quad 1.67 \quad 5.05 \quad 0.181}, \quad (1.27)$$

$$\frac{\Lambda_\pi \quad \Lambda_K \quad \Lambda_D \quad \Lambda_{D_s} \quad \Lambda_B \quad \Lambda_{B_s} \quad \Lambda_{B_c}}{0.87 \quad 1.01 \quad 1.60 \quad 1.75 \quad 1.96 \quad 2.05 \quad 2.73}, \quad (1.28)$$

$$\frac{\Lambda_\rho \quad \Lambda_\omega \quad \Lambda_\phi \quad \Lambda_{J/\psi} \quad \Lambda_{K^*} \quad \Lambda_{D^*} \quad \Lambda_{D_s^*} \quad \Lambda_{B^*} \quad \Lambda_{B_s^*}}{0.62 \quad 0.49 \quad 0.88 \quad 1.74 \quad 0.80 \quad 1.53 \quad 1.56 \quad 1.80 \quad 1.79}. \quad (1.29)$$

В заключении обсудим теоретические погрешности, возникающие в нашей модели. Свободные параметры КМК определяются с помощью минимизации функционала $\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i^{\text{expt}} - y_i^{\text{theor}})^2}{\sigma_i^2}$, где σ_i есть экспериментальная погрешность. Если σ слишком мала, то ее значение полагается равным 10%. Погрешности фитированных параметров также составляют порядка 10%. Кроме того, при расчетах было обнаружено, что вычисленные в КМК физические величины согласуются с экспериментальными данными в пределах порядка 10%. Следовательно, мы оцениваем теоретическую погрешность нашей модели примерно порядка 10%.

1.6. Выводы по главе

- Построен лагранжиан взаимодействия некоторого адрона с его составляющими кварками, который является отправной точкой КМК. Разъяснен смысл условия связности и показано как можно определить константу связи вышесказанного взаимодействия с помощью этого условия.
- Показано, что в КМК ультрафиолетовые расходимости отсутствуют благодаря вершинным функциям, быстро убывающим в евклидовой области. Также обсужден механизм инфракрасного обрезания в КМК и показано, что данный механизм эффективно обеспечивает конфайнмент кварков.
- Продемонстрирован ряд вычислительных техник, необходимых для вычисления матричных элементов физических процессов. В качестве примера вычислен массовый оператор для бесспиновых мезонов.

- Приведены результаты фита для свободных параметров модели и дана оценка для теоретической погрешности модели. Как только получены эти параметры, КМК может быть применима к вычислениям адронных характеристик низкоэнергетичных процессов, таких как рассматриваемые в диссертации слабые распады.

Глава 2

Лептонные и полулептонные распады $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ

В данной главе будут рассмотрены эксклюзивные лептонные и полулептонные распады B -мезона: $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ. Адронные величины, такие как константы лептонных распадов и формфакторы переходов, вычисляются в КМК. Полученные нами результаты сравниваются с экспериментальными данными и с результатами других теоретических подходов.

2.1. Лептонные распады B -мезона

Матричные элементы лептонных распадов описываются фейнмановской диаграммой, изображенной на Рис. 2.1. Константа лептонных распадов псевдо-

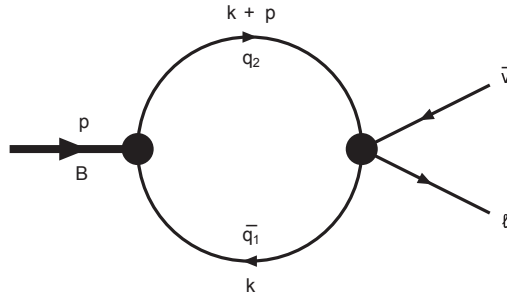


Рис. 2.1. Диаграмма для лептонных распадов B -мезона.

скалярного и векторного мезонов определяется следующим образом

$$N_c g_P \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P(-k^2) \text{tr} [O^\mu S_1(k + w_1 p) \gamma^5 S_2(k - w_2 p)] = f_P p^\mu, \quad (2.1)$$

$$N_c g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_V(-k^2) \text{tr} [O^\mu S_1(k + w_1 p) \not{\epsilon}_V S_2(k - w_2 p)] = m_V f_V \epsilon_V^\mu, \quad (2.2)$$

где $N_c = 3$ есть число цветов, и $O^\mu = \gamma^\mu (1 - \gamma_5)$ есть дираковская матрица слабых взаимодействий с левой киральностью. Мезоны рассматриваются на

массовой поверхности. Вычисление матричных элементов (2.1) и (2.2) осуществляется таким же образом, как для случая массовых функций.

Полученные нами результаты для констант лептонных распадов мезонов $B_{(s)}^{(*)}$ и $D_{(s)}^{(*)}$ представлены в таблице 2.1. Также для сравнения введены соответствующие значения, полученные из экспериментов или из других теоретических подходов. Видно, что наши результаты в пределах 10% согласуются с результатами других исследований.

Таблица 2.1. Константы лептонных распадов f_H (в МэВ).

	КМК	Другие	Ссылка
f_B	193.1	190.6 ± 4.7	PDG [20]
f_{B_s}	238.7	$242.0(9.5)$ $259(32)$ $193(7)$	LAT [67] HPQCD LAT [68] LAT [69]
f_{B_c}	489.0	$489 \pm 4 \pm 3$	LAT [70]
f_{B^*}	196.0	$196(24)_{-2}^{+39}$ 186.4 ± 3.2	LAT [71] QCDSR [72]
$f_{B_s^*}$	229.0	$229(20)_{-16}^{+41}$ 215.2 ± 3.0	LAT [71] QCD SR [72]
f_{B_s}/f_B	1.236	$1.20(3)(1)$ $1.229(26)$	HPQCD LAT [68] LAT [67]
f_D	206.1	204.6 ± 5.0	PDG [20]
f_{D^*}	244.3	$278 \pm 13 \pm 10$ $245(20)_{-2}^{+3}$ $252.2 \pm 22.3 \pm 4$	LAT [73] LAT [71] QCD SR [74]
f_{D_s}	257.5	257.5 ± 4.6	PDG [20]
$f_{D_s^*}$	272.0	311 ± 9 $272(16)_{-20}^{+3}$ $305.5 \pm 26.8 \pm 5$	LAT [73] LAT [71] QCD SR [74]
f_{D_s}/f_D	1.249	1.258 ± 0.038	PDG [20]

В рамках СМ, лептонные распады $B^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ идут через аннигиляцию кварковой пары в W -бозон, лежащий вне своей массовой поверхности. Брэнчинг

лептонных распадов определяется выражением

$$\mathcal{B}(B^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell) = \frac{G_F^2}{8\pi} m_B m_\ell^2 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{m_B^2}\right)^2 f_B^2 |V_{ub}|^2 \tau_B, \quad (2.3)$$

где G_F есть константа Ферми, m_B и m_ℓ — массы B -мезона и заряженного лептона, соответственно, и τ_B — время жизни B -мезона. Ожидаемые брэнчинги составляют $O(10^{-4})$, $O(10^{-7})$, и $O(10^{-11})$ для $\ell = \tau, \mu, \text{ и } e$, соответственно.

Результаты для брэнчингов распадов $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}$ представлены в таблице 2.2. Полученные нами брэнчинги $\mathcal{B}(B \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)$ и $\mathcal{B}(B \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)$ удовлетворяют экспериментальным ограничениям и хорошо согласуются с результатами группы CKMfitter, а брэнчинг $\mathcal{B}(B \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau)$ хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Таблица 2.2. Брэнчинги лептонных распадов B -мезона.

Распад	КМК	Данные	Ссылка
$B^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$	$1.16 \cdot 10^{-11}$	$< 9.8 \cdot 10^{-7}$ $(0.88 \pm 0.12) \cdot 10^{-11}$ $(0.85 \pm 0.27) \cdot 10^{-11}$	PGD [20] UTfit [8] CKMfitter [75]
$B^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$	$0.49 \cdot 10^{-6}$	$< 1.0 \cdot 10^{-6}$ $(0.38 \pm 0.05) \cdot 10^{-6}$ $(0.37 \pm 0.02) \cdot 10^{-6}$	PGD [20] UTfit [8] CKMfitter [75]
$B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$	$1.10 \cdot 10^{-4}$	$(1.14 \pm 0.27) \cdot 10^{-4}$	PGD [20]

2.2. Формфакторы полулептонных распадов B -мезона

Инвариантный матричный элемент полулептонных распадов $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ записывается как:

$$M(B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} \langle D^{(*)} | \bar{c} O^\mu b | B \rangle \bar{\ell} O_\mu \nu_\ell, \quad (2.4)$$

где соответствующие адронные матричные элементы переходов $B \rightarrow D^{(*)}$ в рамках КМК определяются диаграммой, изображенной на Рис. 2.2, и записываются

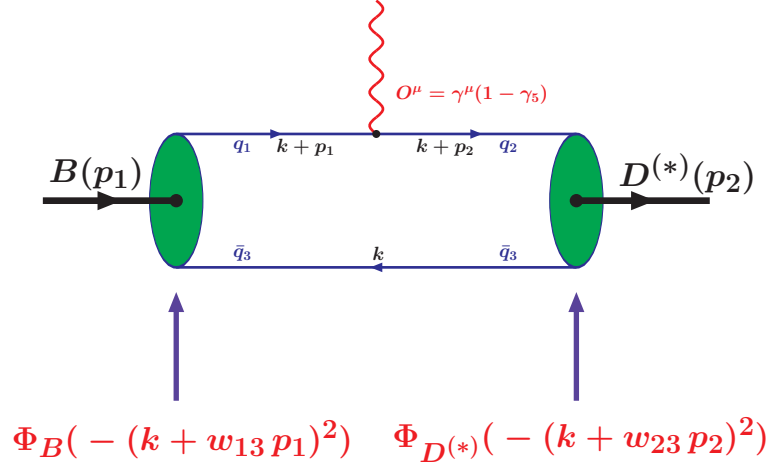


Рис. 2.2. Кварковая диаграмма для полулептонных распадов B -мезона.

следующим образом:

$$\begin{aligned}
T^\mu &\equiv \langle D(p_2) | \bar{c} O^\mu b | B(p_1) \rangle = \\
&= N_c g_B g_D \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_B \left(- (k + w_{13} p_1)^2 \right) \tilde{\Phi}_D \left(- (k + w_{23} p_2)^2 \right) \\
&\quad \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \gamma^5 S_2(k + p_2) \right] \\
&= F_+(q^2) P^\mu + F_-(q^2) q^\mu,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
T^\mu &\equiv \epsilon_{2\alpha}^\dagger \mathcal{T}^{\mu\alpha} \equiv \langle D^*(p_2, \epsilon_2) | \bar{c} O^\mu b | B(p_1) \rangle = \\
&= N_c g_B g_{D^*} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_B \left(- (k + w_{13} p_1)^2 \right) \tilde{\Phi}_{D^*} \left(- (k + w_{23} p_2)^2 \right) \\
&\quad \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \not{\epsilon}_2^\dagger S_2(k + p_2) \right] \\
&= \frac{\epsilon_{2\alpha}^\dagger}{m_1 + m_2} \left(-g^{\mu\alpha} P q A_0(q^2) + P^\mu P^\alpha A_+(q^2) + q^\mu P^\alpha A_-(q^2) + i \epsilon^{\mu\alpha P q} V(q^2) \right).
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Здесь, $P = p_1 + p_2$, $q = p_1 - p_2$, а ϵ_2 — вектор поляризации D^* -мезона, удовлетворяющий условию $\epsilon_2^\dagger \cdot p_2 = 0$. Мезоны находятся на массовой поверхности: $p_1^2 = m_1^2 = m_{B^0}^2$ и $p_2^2 = m_2^2 = m_{D^{(*)}}^2$. Так как имеются три разных вида кварков, участвующих в данных переходах, для величин w_{ij} введено обозначение с двумя нижними индексами $w_{ij} = m_{q_j}/(m_{q_i} + m_{q_j})$ ($i, j = 1, 2, 3$), так что $w_{ij} + w_{ji} = 1$. В данном случае, $q_1 = b$, $q_2 = c$, и $q_3 = d$.

Полученные нами численные результаты для формфакторов с высокой точностью аппроксимируются следующей дипольной функцией

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - as + bs^2}, \quad s = \frac{q^2}{m_1^2}. \quad (2.7)$$

Относительная ошибка данной аппроксимации по отношению к вычисленным результатам составляет $\leq 1\%$ по всей области q^2 . Параметры дипольной аппроксимации для формфакторов переходов $B \rightarrow D^{(*)}$ представлены в (2.8)

	F_+	F_-	A_0	A_+	A_-	V
$F(0)$	0.78	-0.36	1.62	0.67	-0.77	0.77
a	0.74	0.76	0.34	0.87	0.89	0.90
b	0.038	0.046	-0.16	0.057	0.070	0.075

(2.8)

Так как отношение b/a достаточно мало в случае формфакторов F_+ , F_- , A_+ , A_- , и V , эти формфакторы представляют собой убывающие функции монопольного типа, в то время как в A_0 существенный вклад вносит член $(q^2)^{-2}$.

В Рис. 2.3 представлены результаты для формфакторов во всей кинематической области квадрата переданного импульса $0 \leq q^2 \leq q_{\max}^2$, где $q_{\max}^2 = (m_B - m_{D^{(*)}})^2$. Результаты точных вычислений изображены сплошными линиями, а результаты, полученные в пределе тяжелых кварков (ПТК), — штриховыми линиями. ПТК в нашем подходе будет обсужден в следующем параграфе.

Интересно отметить, что правила кваркового счета КХД дают следующее поведение формфакторов при больших q^2 : F_+ , F_- , A_0 убывают как $1/q^2$, а A_+ , A_- , V как $1/q^4$.

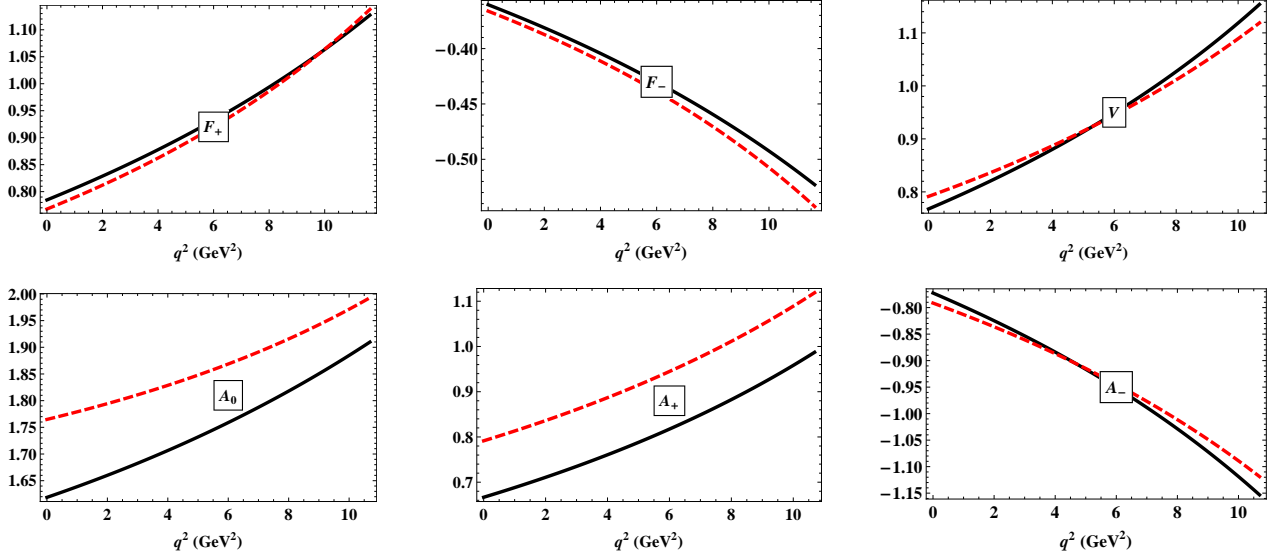


Рис. 2.3. Формфакторы переходов $B \rightarrow D^{(*)}$: результаты точных вычислений (сплошные линии) и результаты, полученные в ПТК (штриховые линии).

В работе [36] было замечено, что отношение $F_0(q^2)/F_+(q^2)$ обладает линейным по q^2 поведением

$$F_0(q^2) = F_+(q^2) + \frac{q^2}{Pq} F_-(q^2), \quad \frac{F_0(q^2)}{F_+(q^2)} = 1 - \alpha q^2, \quad (2.9)$$

где параметр наклона $\alpha = 0.020(1) \text{ ГэВ}^{-2}$ был определен с высокой точностью на основе решеточных вычислений данных двух формфакторов. На Рис. 2.4 изображена зависимость от q^2 отношения $F_0(q^2)/F_+(q^2)$, полученная в нашем подходе. Видно, что эта зависимость линейная, причем, полученное нами значение для углового коэффициента $\alpha = 0.019 \text{ ГэВ}^{-2}$ очень хорошо согласуется с результатом р ешеточной КХД.

2.3. Предел тяжелых кварков

Весьма поучительно рассматривать предел тяжелых кварков (ПТК) в переходах $B \rightarrow D(D^*)$. В ПТК массы тяжелых кварков стремятся к бесконечности: $m_B = m_b + E$, $m_b \rightarrow \infty$ и $m_D = m_{D^*} = m_c + E$, $m_c \rightarrow \infty$. При этом пропагаторы тяжелых кварков перестают зависеть от масс кварков в лидирующем

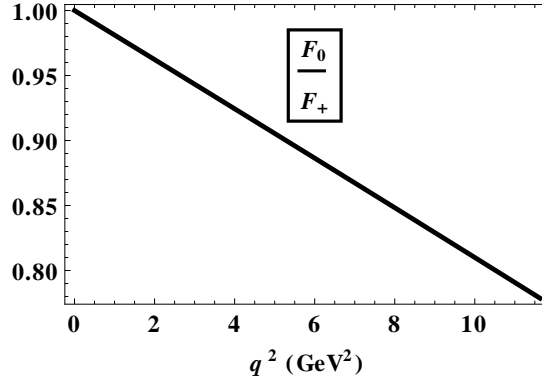


Рис. 2.4. Отношение формфакторов $F_0(q^2)/F_+(q^2)$.

порядке

$$S_b(k + p_1) = \frac{1}{m_b - \not{k} - \not{p}_1} \rightarrow \frac{1 + \not{p}_1}{-2kv_1 - 2E} + O\left(\frac{1}{m_b}\right), \quad (2.10)$$

$$S_c(k + p_2) = \frac{1}{m_c - \not{k} - \not{p}_2} \rightarrow \frac{1 + \not{p}_2}{-2kv_2 - 2E} + O\left(\frac{1}{m_c}\right). \quad (2.11)$$

Здесь p_i и $v_i = p_i/m_i$ ($i = 1, 2$) - импульсы и 4-х скорости тяжелых мезонов в начальном и конечном состоянии, соответственно. Кроме того, параметры, характеризующие эффективные размеры данных мезонов, должны принимать одно и тоже значение для того, чтобы выполнялось условие нормировки функции Изгура–Вайзе при нулевой отдаче. Воспользуясь вычислительной техникой, развитой в ранних работах, например, [76, 77], можно получить следующие выражения для полулептонных переходов между двумя тяжелыми кварками, определенных в уравнениях (2.5) и (2.6)

$$T_{\text{HQL}}^\mu = \xi(w) \cdot \frac{1}{4} \text{tr} \left[O^\mu (1 + \not{p}_1) \gamma^5 \cdot \gamma^5 (1 + \not{p}_2) \right] = \xi(w) \cdot (v_1^\mu + v_2^\mu), \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{2\nu}^\dagger T_{\text{HQL}}^{\mu\nu} &= \xi(w) \cdot \frac{1}{4} \text{tr} \left[O^\mu (1 + \not{p}_1) \gamma^5 \cdot \not{\epsilon}_2^\dagger (1 + \not{p}_2) \right] \\ &= \xi(w) \cdot \epsilon_{2\nu}^\dagger (-g^{\mu\nu} (1 + w) + v_1^\mu v_2^\nu + v_1^\nu v_2^\mu - i \varepsilon^{\mu\nu\nu_1\nu_2}). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь, $w = v_1 v_2$, а функция Изгура–Вайзе имеет вид

$$\xi(w) = \frac{J_3(E, w)}{J_3(E, 1)}, \quad J_3(E, w) = \int_0^1 \frac{d\tau}{W} \int_0^\infty du \tilde{\Phi}^2(z) \left(\sigma_S(z) + \sqrt{\frac{u}{W}} \sigma_V(z) \right), \quad (2.14)$$

где $W = 1 + 2\tau(1 - \tau)(w - 1)$, $z = u - 2E\sqrt{u/W}$, и

$$\tilde{\Phi}(z) = \exp(-z/\Lambda^2), \quad \sigma_S(z) = \frac{m_u}{m_u^2 + z}, \quad \sigma_V(z) = \frac{1}{m_u^2 + z}.$$

Воспользовавшись определениями формфакторов (2.5) и (2.6) легко получить следующие выражения для формфакторов в ПТК:

$$F_{\pm}(q^2) = \pm \frac{m_1 \pm m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} \xi(w), \quad A_0(q^2) = \frac{\sqrt{m_1 m_2}}{m_1 - m_2} (1 + w) \xi(w), \quad (2.15)$$

$$A_+(q^2) = -A_-(q^2) = V(q^2) = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} \xi(w),$$

где $w = (m_1^2 + m_2^2 - q^2)/(2m_1 m_2)$. Для численных вычислений используются физические массы тяжелых мезонов. В качестве параметра эффективного размера мезонов берется среднее значение $\Lambda = (\Lambda_B + \Lambda_D + \Lambda_{D^*})/3 = 1.70$ ГэВ. Параметр E , характеризующий разность масс тяжелого мезона и соответствующего тяжелого кварка, принимает свое минимальное значение $E = m_D - m_c = 0.20$ ГэВ. Для того, чтобы избежать нежелательных осложнений с эффектами конфайнмента.

На Рис. 2.3 изображены формфакторы, полученные в ПТК, вместе с их точными результатами, полученными без использования ПТК. Видно, что соответствующие формфакторы из двух наборов очень похожи друг на друга, что демонстрирует законность применения ЭТТК в переходах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}$.

Можно также рассмотреть поведение формфакторов около точки нулевой отдачи. Стандартная параметризация $(w - 1)$ -разложения имеет вид

$$F(q^2(w)) = F(q_{\max}^2) \left[1 - \rho^2(w - 1) + c(w - 1)^2 + \dots \right],$$

где ρ^2 называется параметром наклона, и c - параметром выпуклости. Их численные результаты представлены ниже

	F_+	F_-	A_0	A_+	A_-	V
$F(q_{\max}^2)$	1.12	-0.52	1.91	0.99	-1.15	1.16
ρ^2	0.72	0.74	0.42	0.93	0.95	0.96
c	0.49	0.51	0.28	0.82	0.85	0.86

(2.16)

Полученные значения могут быть сравнены с результатами монополярного формфактора с массой B_c -резонанса: $\rho^2=0.71$ and $c = 0.51$.

Интересно сравнивать значения точных формфакторов при нулевой отдаче с предсказаниями ЭТТК для $w = 1$ где $\xi(1) = 1$, в лидирующем порядке.

Имеем

$$F_+ = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} = 1.138, \quad F_- = -\frac{m_1 - m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} = -0.543, \quad (2.17)$$

$$A_+ = -A_- = V = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} = 1.119, \quad A_0 = \frac{2\sqrt{m_1 m_2}}{m_1 - m_2} = 1.993. \quad (2.18)$$

Видно, что значения наших формфакторов при нулевой отдаче очень близки к соответствующим значениям, полученным в ЭТТК, за исключением A_+ , которое на $\sim 13\%$ превышает значение в ЭТТК.

Сублидирующие поправки к ПТК, возникающие за счет конечных масс кварков, были исследованы в рамках КМК в работе [77]. В частности, было показано, что матричный элемент полуплептонных распадов $B \rightarrow D\ell\bar{\nu}$, вычисленный в ПТК до следующего-за-лидирующим $1/m_Q$ -порядка, имеет вид

$$\begin{aligned} \langle D(p_2) | \bar{c}\gamma^\mu b | B(p_1) \rangle &= \sqrt{m_b m_c} \left\{ (v_1 + v_2)^\mu \left[\xi(w) + \left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_b} \right) \xi_+^{(1)}(w) \right] \right. \\ &\quad \left. + (v_1 - v_2)^\mu \left(\frac{1}{m_c} - \frac{1}{m_b} \right) \xi_-^{(1)}(w) \right\}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где сублидирующая функция $\xi_+^{(1)}(w)$ равна нулю в $w = 1$. Следовательно, сублидирующие $1/m_Q$ -поправки исчезают при нулевой отдаче $v_1 = v_2$ ($w = 1$) в соответствии с теоремой Лука [78] (см. обзор [42]).

Необходимо подчеркнуть, что ПТК является лишь значительным упрощением реальной физической картины. В нашем подходе, адроны рассматриваются как связанные состояния кварков. Матричные элементы, описывающие превращения между адронными состояниями, определяются фейнмановскими диаграммами с виртуальными кварками, находящимися вне массовой поверхности. Именно по этой причине отношения, полученные с помощью уравнения движения кварков, только приблизительно удовлетворяются в нашем подходе.

Поэтому данная ситуация довольно отличается от наивной кварковой модели с кварком-наблюдателем, где кварки считаются свободными и находятся на массовой поверхности. Матричные элементы в КМК вычисляются непосредственно и независимо от уравнений движения или ПТК.

2.4. Спиральные амплитуды и угловые распределения в распаде $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu_\ell$

Рассмотрим дифференциальное распределение распада $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu_\ell$ по полярному углу θ и квадрату переданного импульса q^2 . Полярный угол θ определяется углом между $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ и вектором импульса заряженного лептона \mathbf{k}_1 , заданным в системе центра масс ($\ell^- \bar{\nu}_\ell$). Имеем

$$\frac{d^2\Gamma}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{|\mathbf{p}_2| v}{(2\pi)^3 32 m_1^2} \cdot \sum_{\text{pol}} |M|^2 = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} |V_{cb}|^2 \frac{|\mathbf{p}_2| v}{64 m_1^2} H^{\mu\nu} L_{\mu\nu}, \quad (2.20)$$

где $|\mathbf{p}_2| = \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2)/2m_1$ - импульс дочернего мезона в системе покоя B -мезона, $v = 1 - m_\ell^2/q^2$, $H^{\mu\nu}$ и $L_{\mu\nu}$ - адронный и лептонный тензоры, которые имеют вид

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \text{tr}[(\not{k}_1 + m_\ell)O_\mu \not{k}_2 O_\nu] = 8 \left(k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} - k_1 k_2 g_{\mu\nu} + i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \right), \\ H^{\mu\nu} &= T^\mu T^{\dagger\nu}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где k_2 - импульс нейтрино. Мы используем следующие условные обозначения для γ -матриц Дирака и тензора Леви-Чивиты в пространстве Минковского:

$$\begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ -\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \\ \text{tr}(\gamma_5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\alpha\gamma^\beta) &= 4i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}, \quad \text{tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\alpha\gamma_\beta) = 4i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}, \quad \varepsilon_{0123} = -\varepsilon^{0123} = 1. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Ковариантная свертка адронного и лептонного тензоров $H^{\mu\nu} L_{\mu\nu}$ может быть представлена в виде суммы билинейных произведений адронных и соответствующих лептонных спиральных амплитуд, используя условие полноты для четы-

рехмерных векторов поляризации, характеризующих данный процесс. Детальное обсуждение этого вывода можно найти в работах [79–81].

Прежде всего, определим ортонормированный и полный спиральный базис с тремя компонентами спина 1, ортогональными переданному импульсу q^μ , т.е. $\epsilon^\mu(m) \cdot q_\mu = 0$, где $m = \pm, 0$, и одной временной компонентой спина 0: $\epsilon^\mu(t) = q^\mu / \sqrt{q^2}$ ($m = t$). Соотношения ортонормированности и полноты имеют вид

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu^\dagger(m) \epsilon^\mu(n) &= g_{mn}, \quad (m, n = t, \pm, 0), \quad (\text{ортонормированность}) \\ \epsilon_\mu(m) \epsilon_\nu^\dagger(n) g_{mn} &= g_{\mu\nu}, \quad (\text{полнота}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $g_{mn} = \text{diag}(+, -, -, -)$. С помощью соотношения полноты можно переписать свертку лептонного и адронного тензоров в уравнении (2.20) в следующем виде:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} &= L^{\mu'\nu'} \epsilon_{\mu'}(m) \epsilon_{\dagger\mu'}^\dagger(m') g_{mm'} \epsilon_{\dagger\nu'}(n) \epsilon_\nu(n') g_{nn'} H^{\mu\nu} \\ &= L(m, n) g_{mm'} g_{nn'} H(m', n'), \end{aligned} \quad (2.24)$$

где были введены лептонный и адронный тензоры в пространстве спиральных компонент следующим образом:

$$L(m, n) = \epsilon^\mu(m) \epsilon^{\dagger\nu}(n) L_{\mu\nu}, \quad H(m, n) = \epsilon^{\dagger\mu}(m) \epsilon^\nu(n) H_{\mu\nu}. \quad (2.25)$$

Смысл в состоит в том, что теперь эти два тензора могут быть вычислены в двух разных лоренцевских системах. Лептонный тензор $L(m, n)$ будем вычислять в системе центра масс ($\ell^- \bar{\nu}_\ell$), а адронный тензор $H(m, n)$ - в системе покоя B -мезона. Для этого нам потребуется явный вид четырехмерных векторов поляризации $\epsilon^\mu(\lambda_W)$. В системе покоя B -мезона импульсы и вектора поляризации задаются как:

$$\begin{aligned} p_1^\mu &= (m_1, 0, 0, 0), & \epsilon^\mu(t) &= \frac{1}{\sqrt{q^2}}(q_0, 0, 0, |\mathbf{p}_2|), \\ p_2^\mu &= (E_2, 0, 0, -|\mathbf{p}_2|), & \epsilon^\mu(\pm) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), \\ q^\mu &= (q_0, 0, 0, +|\mathbf{p}_2|), & \epsilon^\mu(0) &= \frac{1}{\sqrt{q^2}}(|\mathbf{p}_2|, 0, 0, q_0), \end{aligned}$$

где $E_2 = (m_1^2 + m_2^2 - q^2)/2m_1$ и $q_0 = (m_1^2 - m_2^2 + q^2)/2m_1$. Используя данный базис, можно выразить адронные тензоры через инвариантные формфакторы, определенные в уравнениях (2.5) и (2.6).

$B \rightarrow D$ -переход ($S = 0$):

$$H(m, n) = (\epsilon^{\dagger\mu}(m)T_\mu) \cdot (\epsilon^{\dagger\nu}(n)T_\nu)^\dagger \equiv H_m H_n^\dagger. \quad (2.26)$$

Спиральные амплитуды определяются выражением $H_{\lambda_W} = \epsilon^{\dagger\mu}(\lambda_W)T_\mu$ и записываются через инвариантные формфакторы следующим образом

$$H_t = \frac{1}{\sqrt{q^2}}(Pq F_+ + q^2 F_-), \quad H_\pm = 0, \quad H_0 = \frac{2m_1 |\mathbf{p}_2|}{\sqrt{q^2}} F_+. \quad (2.27)$$

Следует отметить, что $H_0 = 0$ при нулевой отдаче, и $H_t = H_0$ при максимальной отдаче $q^2 = 0$.

$B \rightarrow D^*$ -переход ($S = 1$):

$$\begin{aligned} H(m, n) &= \epsilon^{\dagger\mu}(m)\epsilon^\nu(n)H_{\mu\nu} = \epsilon^{\dagger\mu}(m)\epsilon^\nu(n)T_{\mu\alpha}\epsilon_2^{\dagger\alpha}(r)\epsilon_2^\beta(s)\delta_{rs}T_{\beta\nu}^\dagger \\ &= \epsilon^{\dagger\mu}(m)\epsilon_2^{\dagger\alpha}(r)T_{\mu\alpha} \cdot \left(\epsilon^{\dagger\nu}(n)\epsilon_2^{\dagger\beta}(s)T_{\nu\beta}\right)^\dagger \delta_{rs} \equiv H_{mr}H_{nr}^\dagger. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Спиральные амплитуды определяются как $H_{\lambda_W \lambda_{D^*}} = \epsilon^{\dagger\mu}(\lambda_W)\epsilon_2^{\dagger\alpha}(\lambda_{D^*})T_{\mu\alpha}$. В дополнение к векторам поляризации $\epsilon^\mu(\lambda_W)$ для W_{offshell} -бозона, теперь необходимо задать и вектора поляризации $\epsilon_2^\alpha(\lambda_{D^*})$ для D^* -мезона:

$$\epsilon_2^\mu(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \pm 1, -i, 0), \quad \epsilon_2^\mu(0) = \frac{1}{m_2}(|\mathbf{p}_2|, 0, 0, -E_2), \quad (2.29)$$

где $E_2 = m_1 - q_0$. Из закона сохранения углового момента вытекает, что $r = t$ и $s = n$ для $m, n = \pm, 0$, и $r = s = 0$ для $m, n = t$. И, наконец, ненулевые компоненты адронного тензора имеют вид

$$\begin{aligned} H_t &\equiv H_{t0} = \epsilon^{\dagger\mu}(t)\epsilon_2^{\dagger\alpha}(0)\mathcal{T}_{\mu\alpha} = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 |\mathbf{p}_2|}{m_2 \sqrt{q^2}} (Pq(-A_0 + A_+) + q^2 A_-), \\ H_\pm &\equiv H_{\pm\pm} = \epsilon^{\dagger\mu}(\pm)\epsilon_2^{\dagger\alpha}(\pm)\mathcal{T}_{\mu\alpha} = \frac{1}{m_1 + m_2} (-Pq A_0 \pm 2m_1 |\mathbf{p}_2| V), \\ H_0 &\equiv H_{00} = \epsilon^{\dagger\mu}(0)\epsilon_2^{\dagger\alpha}(0)\mathcal{T}_{\mu\alpha} \\ &= \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{1}{2m_2 \sqrt{q^2}} (-Pq(m_1^2 - m_2^2 - q^2) A_0 + 4m_1^2 |\mathbf{p}_2|^2 A_+). \end{aligned} \quad (2.30)$$

При нулевой отдаче имеют место соотношения $H_t = 0$ и $H_{\pm} = H_0$, в то время как при максимальной отдаче $q^2 = 0$, доминирующую роль играют $H_t = H_0$.

Лептонные тензоры, в свою очередь, вычисляются в системе центра масс $(\ell^- \bar{\nu}_\ell)$, в которой $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0$, где k_1 и k_2 - импульсы заряженного лептона и нейтрино, соответственно. Имеем

$$\begin{aligned} q^\mu &= (\sqrt{q^2}, 0, 0, 0), \\ k_1^\mu &= (E_1, |\mathbf{k}_1| \sin \theta \cos \chi, |\mathbf{k}_1| \sin \theta \sin \chi, |\mathbf{k}_1| \cos \theta), \\ k_2^\mu &= (|\mathbf{k}_1|, -|\mathbf{k}_1| \sin \theta \cos \chi, -|\mathbf{k}_1| \sin \theta \sin \chi, -|\mathbf{k}_1| \cos \theta), \end{aligned} \quad (2.31)$$

где $E_1 = (q^2 + m_\ell^2)/2\sqrt{q^2}$ и $|\mathbf{k}_1| = (q^2 - m_\ell^2)/2\sqrt{q^2}$. Вектора поляризации в системе центра масс $(\ell^- \bar{\nu}_\ell)$ задаются как:

$$\tilde{\epsilon}^\mu(0) = (0, 0, 0, 1), \quad \tilde{\epsilon}^\mu(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \mp 1, -i, 0), \quad \tilde{\epsilon}(t) = (1, 0, 0, 0).$$

В конечном итоге, дифференциальное распределение распада по переменным $(q^2, \cos \theta)$ записывается следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell)}{dq^2 d(\cos \theta)} &= \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{32(2\pi)^3 m_1^2} \times \\ &\times \left\{ (1 + \cos^2 \theta) \mathcal{H}_U + 2 \sin^2 \theta \mathcal{H}_L - 2 \cos \theta \mathcal{H}_P + \right. \\ &\left. + 2\delta_\ell (\sin^2 \theta \mathcal{H}_U + 2 \cos^2 \theta \mathcal{H}_L + 2\mathcal{H}_S - 4 \cos \theta \mathcal{H}_{SL}) \right\}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $\delta_\ell = m_\ell^2/2q^2$, и \mathcal{H}_X - билинейные комбинации спиральных амплитуд, явный вид которых приведен в таблице 2.3. Следует отметить, что данные комбинации удовлетворяют следующим соотношениям при нулевой отдаче: $2\mathcal{H}_U = \mathcal{H}_L = \mathcal{H}_T = \mathcal{H}_I$, и $\mathcal{H}_P = \mathcal{H}_A = \mathcal{H}_S = \mathcal{H}_{SA} = \mathcal{H}_{ST} = \mathcal{H}_S = 0$. Аналогичные соотношения имеют место в случае мнимых частей данных функций. При максимальной отдаче доминирующими являются структурные функции \mathcal{H}_L , \mathcal{H}_S , и \mathcal{H}_{SL} , кроме того, $\mathcal{H}_L = \mathcal{H}_S = \mathcal{H}_{SL}$. Рассмотрим угловое распределение распада $B \rightarrow D^{*} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ по переменной $\cos \theta$. Данное распределение (2.33) имеет вид уравнения параболы:

$$\widetilde{W}(\theta) = \frac{a + b \cos \theta + c \cos^2 \theta}{2(a + c/3)}. \quad (2.33)$$

Таблица 2.3. Билинейные комбинации спиральных амплитуд и их свойство четности.

сохраняющие четность	нарушающие четность
$\mathcal{H}_U = H_+ ^2 + H_- ^2$	$\mathcal{H}_P = H_+ ^2 - H_- ^2$
$\mathcal{H}_L = H_0 ^2$	$\mathcal{H}_A = \frac{1}{2} \text{Re} \left(H_+ H_0^\dagger - H_- H_0^\dagger \right)$
$\mathcal{H}_T = \text{Re} \left(H_+ H_-^\dagger \right)$	$\mathcal{H}_{IA} = \frac{1}{2} \text{Im} \left(H_+ H_0^\dagger - H_- H_0^\dagger \right)$
$\mathcal{H}_{IT} = \text{Im} \left(H_+ H_-^\dagger \right)$	$\mathcal{H}_{SA} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(H_+ H_t^\dagger - H_- H_t^\dagger \right)$
$\mathcal{H}_I = \frac{1}{2} \text{Re} \left(H_+ H_0^\dagger + H_- H_0^\dagger \right)$	$\mathcal{H}_{ISA} = \frac{1}{2} \text{Im} \left(H_+ H_t^\dagger - H_- H_t^\dagger \right)$
$\mathcal{H}_{II} = \frac{1}{2} \text{Im} \left(H_+ H_0^\dagger + H_- H_0^\dagger \right)$	
$\mathcal{H}_S = H_t ^2$	
$\mathcal{H}_{ST} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(H_+ H_t^\dagger + H_- H_t^\dagger \right)$	
$\mathcal{H}_{IST} = \frac{1}{2} \text{Im} \left(H_+ H_t^\dagger + H_- H_t^\dagger \right)$	
$\mathcal{H}_{SL} = \text{Re} \left(H_0 H_t^\dagger \right)$	
$\mathcal{H}_{ISL} = \text{Im} \left(H_0 H_t^\dagger \right)$	
$\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L + \delta_\ell \left(\mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L + 3\mathcal{H}_S \right)$	

Линейный коэффициент $b/2(a + c/3)$ может быть извлечен из выражения для параметра асимметрии “вперед-назад”:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{FB}(q^2) &= \frac{d\Gamma(F) - d\Gamma(B)}{d\Gamma(F) + d\Gamma(B)} = \frac{\int_0^1 d\cos\theta d\Gamma/d\cos\theta - \int_{-1}^0 d\cos\theta d\Gamma/d\cos\theta}{\int_0^1 d\cos\theta d\Gamma/d\cos\theta + \int_{-1}^0 d\cos\theta d\Gamma/d\cos\theta} \\
&= \frac{b}{2(a + c/3)} = -\frac{3\mathcal{H}_P + 4\delta_\ell \mathcal{H}_{SL}}{4\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.34)
\end{aligned}$$

В случае перехода $B \rightarrow D^*$ существуют два источника P -нечетной асимметрии “вперед-назад”. Один из которых, нарушающий четность, возникает из VA -взаимодействия и приводит к вкладу \mathcal{H}_P ; а другой, сохраняющий четность, возникает из VV - и VA -взаимодействий и приводит к вкладу \mathcal{H}_{SL} . Вклад \mathcal{H}_{SL} возникает из интерференции $(0^+; 1^-)$ - и $(0^-; 1^+)$ -компонент произведения VV - и AA -токов, соответственно. В случае перехода $B \rightarrow D$ асимметрия “вперед-назад” возникает только за счет интерференции $(0^+; 1^-)$ -компонент произведе-

ния VV -токов.

Коэффициент $c/2(a+c/3)$ в формуле распределения распада (2.33) можно получить, вычисляя вторую производную $\widetilde{W}(\theta)$. При этом можно определить параметр выпуклости следующим образом:

$$C_F^\ell(q^2) = \frac{d^2\widetilde{W}(\theta)}{d(\cos\theta)^2} = \frac{c}{a+c/3} = \frac{3}{4}(1-2\delta_\ell)\frac{\mathcal{H}_U-2\mathcal{H}_L}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.35)$$

При вычислении среднего значения по q^2 асимметрии “вперед-назад” или параметра выпуклости необходимо умножать как числитель, так знаменатель в выражениях (2.34) и (2.35) на q^2 -зависимую часть фазового фактора в (2.33): $C(q^2) = |\mathbf{p}_2|q^2v^2$. Например, средняя асимметрия “вперед-назад” вычисляется следующим образом:

$$\langle \mathcal{A}_{FB} \rangle = -\frac{3}{4} \frac{\int dq^2 C(q^2) (\mathcal{H}_P + 4\delta_\ell \mathcal{H}_{SL})}{\int dq^2 C(q^2) \mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.36)$$

Окончательно, интегрируя уравнение (2.33) по $\cos\theta$, получим

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell)}{dq^2} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{12(2\pi)^3 m_1^2} \cdot \mathcal{H}_{\text{tot}}, \quad (2.37)$$

где $\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L + \delta_\ell (\mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L + 3\mathcal{H}_S)$.

Аналогичным образом рассматривается распределение по $\cos\theta$ для $B \rightarrow D\ell^-\bar{\nu}_\ell$ распада. Однако, в этом случае отсутствуют вклады от структурных функций \mathcal{H}_U и \mathcal{H}_P .

2.5. Угловое распределение в каскадном распаде

$$\bar{B}^0 \rightarrow D^*(\rightarrow D^0\pi)\ell^-\bar{\nu}_\ell$$

Свертка тензоров $L_{\mu\nu}H^{\mu\nu}$ имеет более сложную структуру в случае каскадного распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\ell^-\bar{\nu}_\ell$. В частности, в этом распаде можно изучать поляризацию D^* -мезона. Определение трех углов θ , θ^* , и χ , характеризующих данный распад, показано на Рис. 2.5. Здесь, θ - полярный угол между импульсом ℓ^- и направлением, противоположным направлению движения

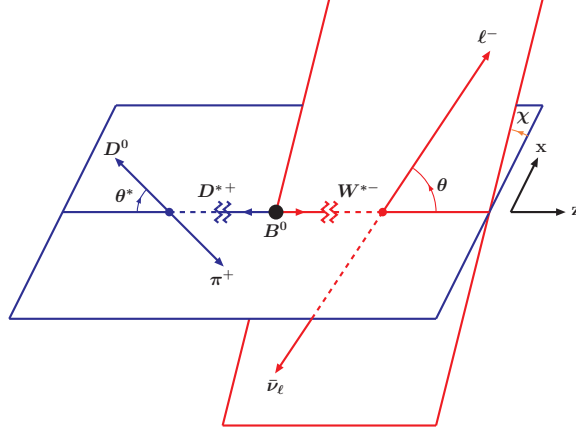


Рис. 2.5. Определение углов θ , θ^* , и χ в каскадном распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\ell^-\bar{\nu}_\ell$.

D^* -мезона, в системе покоя W^- -бозона; θ^* - полярный угол между импульсом конечного D^0 -мезона и направлением движения D^* -мезона, в системе центра масс ($D^0\pi^+$). Плоскость, в которой происходит распад $\bar{B}^0 \rightarrow D^*\ell^-\bar{\nu}_\tau$, определяется векторами импульсов ℓ^- и D^* -мезона, а плоскость распада $D^* \rightarrow D^0\pi^+$ - векторами импульсов D^* - и π^+ -мезона. Угол χ есть азимутальный угол между двумя вышесказанными плоскостями.

Подробный вывод полного углового распределения распада с помощью d -функций Вигнера приведен в приложении. В данном разделе мы будем следовать методу, изложенному в работах [79–82], который основан на матричных представлениях. Используя приближение узких резонансов, можно записать адронный тензор в виде

$$H_{\mu\nu} = T_{\mu\alpha}(T_{\nu\beta})^\dagger \frac{3}{2|\mathbf{p}_3|} \text{Br}(D^* \rightarrow D\pi) p_{3\alpha'} p_{3\beta'} S^{\alpha\alpha'}(p_2) S^{\beta\beta'}(p_2), \quad (2.38)$$

где $S^{\alpha\alpha'}(p_2) = -g^{\alpha\alpha'} + p_2^\alpha p_2^{\alpha'}/m_2^2$ - стандартный тензор спина 1, $p_2 = p_3 + p_4$,

$p_3^2 = m_D^2$, $p_4^2 = m_\pi^2$, p_3 и p_4 - импульсы D - и π -мезона, соответственно.

В системе покоя D^* -мезона имеем

$$\begin{aligned} p_2^\mu &= (m_2, \mathbf{0}), & p_3^\mu &= (E_3, +|\mathbf{p}_3| \sin \theta^*, 0, -|\mathbf{p}_3| \cos \theta^*), \\ p_4^\mu &= (E_4, -|\mathbf{p}_3| \sin \theta^*, 0, +|\mathbf{p}_3| \cos \theta^*), \end{aligned} \quad (2.39)$$

где $|\mathbf{p}_3| = \lambda^{1/2}(m_2^2, m_3^2, m_4^2)/(2m_2)$. Без потери общности, можно положить азимутальный угол χ^* между плоскостями (D, π) и (D^*, ℓ^-) равным нулю. Из уравнения (2.29) следует, что векторы поляризации D^* -мезона в системе центра масс (D, π) имеют вид

$$\epsilon_2^\mu(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \pm 1, -i, 0), \quad \epsilon_2^\mu(0) = (0, 0, 0, -1). \quad (2.40)$$

Тензор спина 1 $S^{\alpha\alpha'}(p_2)$ при этом записывается как:

$$S^{\alpha\alpha'}(p_2) = -g^{\alpha\alpha'} + \frac{p_2^\alpha p_2^{\alpha'}}{m_2^2} = \sum_{m=\pm,0} \epsilon_2^\alpha(m) \epsilon_2^{\dagger\alpha'}(m). \quad (2.41)$$

Далее, в полной аналогии с уравнением (2.24), можно выразить свертку лептонного и адронного тензоров через спиральные амплитуды:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} &= \epsilon_{\mu'}(m) \epsilon_{\nu'}^\dagger(n) L^{\mu'\nu'} g_{mn'} g_{nn'} \epsilon_\mu^\dagger(m') \epsilon_\nu(n') H^{\mu\nu} = \\ &= L(m, n) g_{mm'} g_{nn'} \left(\epsilon_\mu^\dagger(m') \epsilon_{2\alpha}^\dagger(r) \mathcal{T}^{\mu\alpha} \right) \left(\epsilon_\nu^\dagger(n') \epsilon_{2\alpha}^\dagger(s) \mathcal{T}^{\nu\beta} \right)^\dagger \times \\ &\quad \times p_3 \epsilon_2(r) \cdot p_3 \epsilon_2^\dagger(s) \frac{3 \mathcal{B}(D^* \rightarrow D\pi)}{2 |\mathbf{p}_3|} = \\ &= \frac{3 \mathcal{B}(D^* \rightarrow D\pi)}{2 |\mathbf{p}_3|} \left(L(t, t) |H(t)|^2 \cdot (p_3 \epsilon_2^\dagger(0))^2 + \right. \\ &\quad + \sum_{m,n=\pm,0} L(m, n) H(m) H^\dagger(n) \cdot p_3 \epsilon_2(m) \cdot p_3 \epsilon_2^\dagger(n) - \\ &\quad - \sum_{n=\pm,0} L(t, n) H(t) H^\dagger(n) \cdot p_3 \epsilon_2(0) \cdot p_3 \epsilon_2^\dagger(n) - \\ &\quad \left. - \sum_{m=\pm,0} L(m, t) H(m) H^\dagger(t) \cdot p_3 \epsilon_2(m) \cdot p_3 \epsilon_2^\dagger(0) \right). \end{aligned} \quad (2.42)$$

В конечном счете приходим к следующему выражению для полного углового

распределения каскадного распада:

$$\frac{d\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\ell^-\bar{\nu}_\ell)}{dq^2 d\cos\theta d(\chi/2\pi) d\cos\theta^*} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{(2\pi)^3 12m_1^2} \text{Br}(D^* \rightarrow D\pi) W(\theta^*, \theta, \chi), \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} W(\theta^*, \theta, \chi) = & \frac{9}{32} \left\{ (1 + \cos^2\theta) \sin^2\theta^* \mathcal{H}_U + 4 \sin^2\theta \cos^2\theta^* \mathcal{H}_L \right. \\ & - 2 \cos\theta \sin^2\theta^* \mathcal{H}_P - 2 \sin^2\theta \sin^2\theta^* \cos 2\chi \mathcal{H}_T - 4 \sin\theta \sin 2\theta^* \cos \chi \mathcal{H}_A \\ & + 2 \sin 2\theta \sin 2\theta^* \cos \chi \mathcal{H}_I + 4 \sin\theta \sin 2\theta^* \sin \chi \mathcal{H}_{II} \\ & - 2 \sin 2\theta \sin 2\theta^* \sin \chi \mathcal{H}_{IA} + 2 \sin^2\theta \sin^2\theta^* \sin 2\chi \mathcal{H}_{IT} \\ & + 2\delta_\ell \left[4 \cos^2\theta^* \mathcal{H}_S - 8 \cos\theta \cos^2\theta^* \mathcal{H}_{SL} + 4 \cos^2\theta \cos^2\theta^* \mathcal{H}_L \right. \\ & \quad + \sin^2\theta \sin^2\theta^* \mathcal{H}_U + 2 \sin^2\theta \sin^2\theta^* \cos 2\chi \mathcal{H}_T \\ & \quad + 4 \sin\theta \sin 2\theta^* \cos \chi \mathcal{H}_{ST} - 2 \sin 2\theta \sin 2\theta^* \cos \chi \mathcal{H}_I \\ & \quad - 4 \sin\theta \sin 2\theta^* \sin \chi \mathcal{H}_{ISA} + 2 \sin 2\theta \sin 2\theta^* \sin \chi \mathcal{H}_{IA} \\ & \quad \left. \left. - 2 \sin^2\theta \sin^2\theta^* \sin 2\chi \mathcal{H}_{IT} \right] \right\}. \quad (2.44) \end{aligned}$$

Поскольку в рамках КМК все спиральные амплитуды являются реальными, члены, пропорциональные $\sin \chi$ и $\sin 2\chi$, отсутствуют.

Полученное угловое распределение дает возможность определять различные физические наблюдаемые, которые могут быть измерены на эксперименте. Так, проинтегрировав (2.45) по $\cos \theta^*$ и χ , можно восстановить угловое распределение по $(q^2, \cos \theta)$ (2.33), в котором можно определить асимметрии “вперед-назад” A_{FB} и параметр выпуклости $C_F^\ell(q^2)$.

Проинтегрировав (2.45) по $\cos \theta$ и χ , получим распределение по $\cos \theta^*$, нормированный вид которого записывается как $\widetilde{W}(\theta^*) = (a' + c' \cos^2 \theta^*)/2(a' + c'/3)$ (парабола без линейного члена) и характеризуется параметром выпуклости, определенным следующим образом

$$C_F^h(q^2) = \frac{d^2 \widetilde{W}(\theta^*)}{d(\cos \theta^*)^2} = \frac{c'}{a' + c'/3} = -\frac{3 \mathcal{H}_U - 2 \mathcal{H}_L + \delta_\ell (\mathcal{H}_U - 2 \mathcal{H}_L - 6 \mathcal{H}_S)}{2 \mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.45)$$

Здесь было введено определение нормированного углового распределения рас-

пада $\widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi)$ как

$$\widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi) = \frac{W(\theta^*, \theta, \chi)}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.46)$$

Интегрирование данного нормированного распределения по всем углам $\cos \theta^*$, $\cos \theta$, и $\chi/2\pi$ очевидно дает результат 1.

Оставшиеся комбинации $\mathcal{H}_T(1 - 2\delta_\ell)$, $\mathcal{H}_T(1 - 2\delta_\ell)$, и $(\mathcal{H}_A - 2\delta_\ell \mathcal{H}_{ST})$ в (2.45) могут быть извлечены из полного распределения $\widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi)$ с помощью интегрирования с соответствующими весами из тригонометрических функций:

$$W_i = \int d \cos \theta d \cos \theta^* d(\chi/2\pi) M_i(\theta^*, \theta, \chi) \widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi) \equiv \langle M_i(\theta^*, \theta, \chi) \rangle, \quad (2.47)$$

где $M_i(\theta^*, \theta, \chi)$ обозначает тригонометрические моменты. Имеем

$$\begin{aligned} W_T(q^2) &\equiv \langle \cos 2\chi \rangle = -\frac{1}{2} (1 - 2\delta_\ell) \frac{\mathcal{H}_T}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}, \\ W_I(q^2) &\equiv \langle \cos \theta \cos \theta^* \cos \chi \rangle = \frac{9\pi^2 (1 - 2\delta_\ell)}{512} \frac{\mathcal{H}_I}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}, \\ W_A(q^2) &\equiv \langle \sin \theta \cos \theta^* \cos \chi \rangle = -\frac{3\pi}{16} \frac{\mathcal{H}_A - 2\delta_\ell \mathcal{H}_{ST}}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Данные коэффициентные функции также можно извлечь из нормированного распределения $\widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi)$ с помощью сумм и разностей кусочно-заданных функций, заданных на разных интервалах фазового пространства [80].

Окончательно, рассмотрим продольную и поперечную поляризации заряженного лептона, усредненные по углам. Для продольной поляризации имеем

$$P_z^\ell(q^2) = \frac{\delta_\ell \mathcal{H}_{hf} - \mathcal{H}_{nf}}{\delta_\ell \mathcal{H}_{hf} + \mathcal{H}_{nf}} = -\frac{\mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L - \delta_\ell (\mathcal{H}_U + \mathcal{H}_L + 3\mathcal{H}_S)}{\mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.49)$$

Поперечная поляризация вычисляется с помощью тензора поляризованного лептона, данного в приложении работы [81]. Имеем

$$P_x^\ell(q^2) = -\frac{3\pi\sqrt{\delta_\ell} \mathcal{H}_P - 2\mathcal{H}_{SL}}{4\sqrt{2} \mathcal{H}_{\text{tot}}}. \quad (2.50)$$

В случае распада $B \rightarrow D\ell^-\bar{\nu}_\ell$ следует исключить вклады от \mathcal{H}_U и \mathcal{H}_P в (2.49) и (2.50). Интересно заметить, что для распада $B \rightarrow D\ell^-\bar{\nu}_\ell$ существует следующее достаточно простое соотношение, связывающее $P_x^\ell(q^2)$ и $A_{FB}(q^2)$:

$$P_x^\ell(q^2) = -\frac{\pi\sqrt{q^2}}{2m_\tau} A_{FB}(q^2). \quad (2.51)$$

Поляризация заряженного лептона зависит от системы отсчета. В данной работе поляризационные компоненты P_z^ℓ и P_x^ℓ вычисляются в системе центра масс ($\ell^- \bar{\nu}_\tau$). Эти компоненты также были вычислены в системе покоя B -мезона в работе [83].

2.6. Обсуждение численных результатов

В численных вычислениях массы и времена жизни частиц, а также, другие физические константы берутся из PDG [20]. Для необходимых матричных элементов матрицы ККМ использованы следующие значения: $|V_{ub}| = 0.00413$ и $|V_{bc}| = 0.0411$. На Рис. 2.6 показана зависимость дифференциальных брэнчингов распадов $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu$ от квадрата переданного импульса во всей кинематической области. Для сравнения показаны также результаты вычислений, полученные в пределе тяжелых кварков. Как видно, они хорошо согласуются с результатами точных вычислений, что демонстрирует высокую точность ЭТТК в лидирующем порядке в случае $b - c$ -переходов.

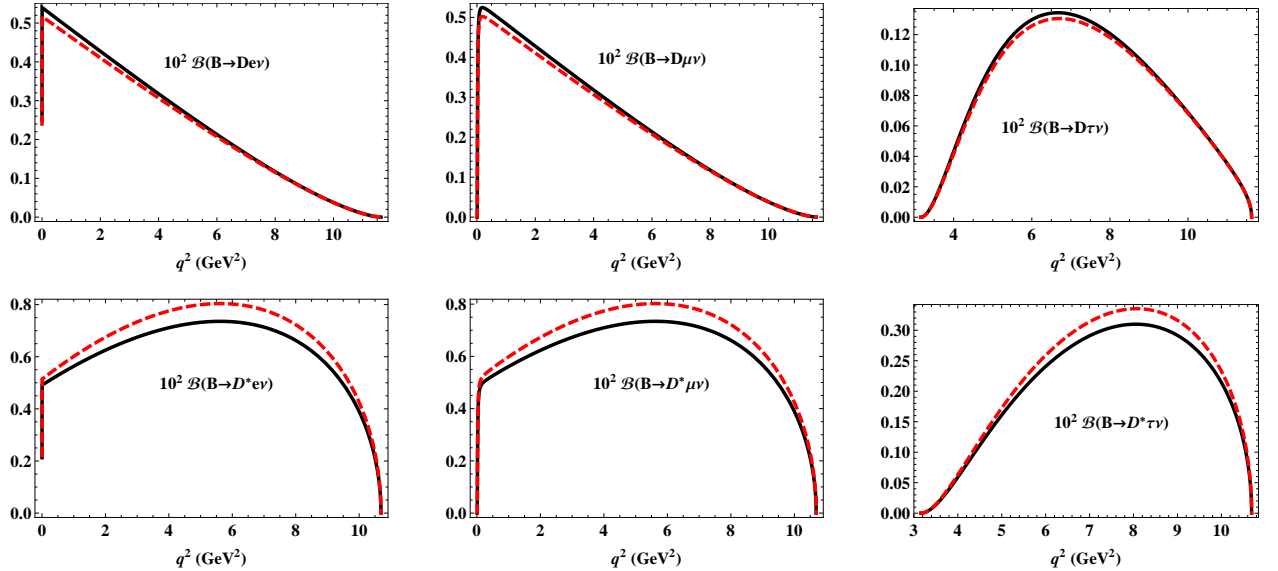


Рис. 2.6. Дифференциальные брэнчинги распадов $B \rightarrow D^{(*)} \ell \nu$: результаты точных вычислений (сплошные линии), и результаты вычислений, полученные в пределе тяжелых кварков (пунктирные линии).

На Рис. 2.7 показана q^2 -зависимость асимметрии “вперед-назад” для распадов $B \rightarrow D^{(*)}\ell\nu$. В случае распада $B \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$, асимметрия “вперед-назад” принимает довольно большие значения в нижней части q^2 -спектра, что объясняется тем фактом, что $A_{FB} = -3\delta_\ell\mathcal{H}_{SL}$, а величина $3\delta(q^2)$ велика в пороговой области. Интересно отметить, что асимметрия “вперед-назад” для распада $B \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ пересекает ось абсцисс в точке $q^2 = 6.25 \text{ ГэВ}^2$.

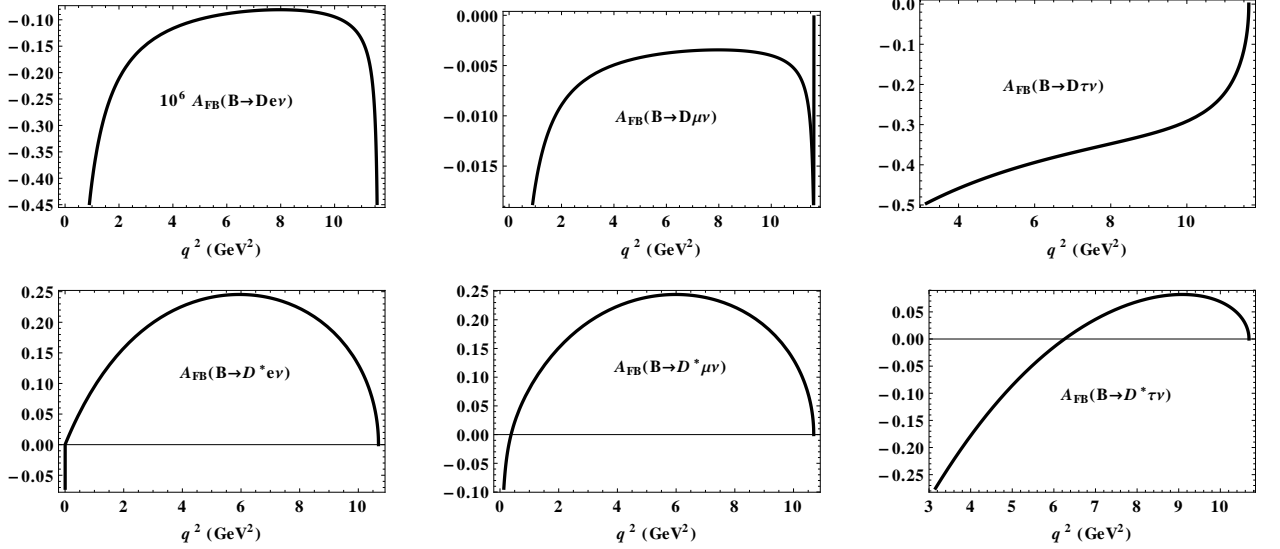


Рис. 2.7. Асимметрия “вперед-назад” для распадов $B \rightarrow D^{(*)}\ell\nu$ в зависимости от q^2 .

Результаты вычислений брэнчингов распадов $B \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}$ и $B \rightarrow \pi\ell^-\bar{\nu}$, а также отношений $R(D^{(*)})$, приведены в таблицах 2.4 и 2.5. Величина $\mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu})$ немного больше экспериментальных значений, а величина $\mathcal{B}(B \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau)$ немного меньше. Полученные значения для $R(D^{(*)})$ согласуются с результатами других теоретических подходов.

Далее, определим парциальные спиральные ширины следующим образом:

$$\frac{d\Gamma_X}{dq^2} = \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} \frac{|V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{12m_1^2} \mathcal{H}_X, \quad \frac{d\tilde{\Gamma}_X}{dq^2} = \delta_\ell \frac{d\Gamma_X}{dq^2}, \quad (2.52)$$

где $X = U, L, P, \dots$. На Рис. 2.8 и Рис. 2.10 показана зависимость от q^2 парциальных ширин $d\Gamma_U/dq^2$ и $d\Gamma_L/dq^2$, и полной ширины $d\Gamma_{U+L}/dq^2$ для e -моды. Поперечная ширина доминирует в области малых отдач, в то время как продольная ширина - в области больших отдач. Продольная ширина, и следовательно,

Таблица 2.4. Брэнчинги полулептонных распадов B -мезона. Результаты, полученные в пределе тяжелых кварков, приведены в скобках. Экспериментальная ошибка является средне-квадратичной ошибкой статистической и систематической ошибок.

	Единицы	КМК	Данные	Ref.
$\bar{B}^0 \rightarrow D^+ \ell^- \bar{\nu}$	10^{-2}	2.74 (2.65)	2.17 ± 0.12 2.21 ± 0.16	HFAG [84] BABAR [85]
$\bar{B}^0 \rightarrow D^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	10^{-2}	0.73 (0.71)	1.02 ± 0.17	BABAR [86]
$\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \bar{\nu}$	10^{-2}	6.64 (7.21)	5.05 ± 0.12 5.49 ± 0.30	HFAG [84] BABAR [85]
$\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \tau^- \bar{\nu}_\tau$	10^{-2}	1.57 (1.70)	1.76 ± 0.18	BABAR [86]
$\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \ell^- \bar{\nu}$	10^{-4}	1.69	1.41 ± 0.09 1.49 ± 0.08	BABAR [87] Belle [88]
$\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \tau^- \bar{\nu}_\tau$	10^{-4}	1.01

Таблица 2.5. Отношения брэнчингов $R(D)$ и $R(D^*)$, вычисленные в нашей модели (в скобках - значения, полученные с помощью ПТК).

	КМК	Предсказание СМ	Эксперимент
$R(D)$	0.265 (0.268)	0.297 ± 0.017	0.388 ± 0.047
$R(D^*)$	0.237 (0.235)	0.252 ± 0.003	0.321 ± 0.021

и полная ширина, ведет себя ступенчатым образом вблизи порога $q^2 = m_e^2$. На Рис. 2.9 и Рис. 2.11 показаны соответствующие ширины для τ -моды, включая парциальные ширины с переворотом спиральностей $d\tilde{\Gamma}_{U,L}/dq^2$ и $3d\tilde{\Gamma}_S/dq^2$. Также показана полная дифференциальная ширина $d\Gamma_{U+L}/dq^2 + d\tilde{\Gamma}_{U+L+3S}/dq^2$. Хотя ширины с переворотом спиральностей подавлены по сравнению с ширинами без переворота спиральностей, тем не менее они дают значительный вклад в полную ширину.

На Рис. 2.12 показаны лептонный и адронный параметры выпуклости C_F^ℓ и C_F^h , определенные в (2.35) и (2.45), соответственно. В случае перехода $B \rightarrow D$

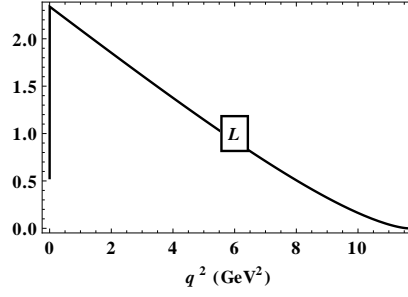


Рис. 2.8. Переход $B \rightarrow De\bar{\nu}$: зависимость парциальной ширины $d\Gamma_L/dq^2$ от q^2 (в единицах $10^{-15} \text{ ГэВ}^{-1}$).

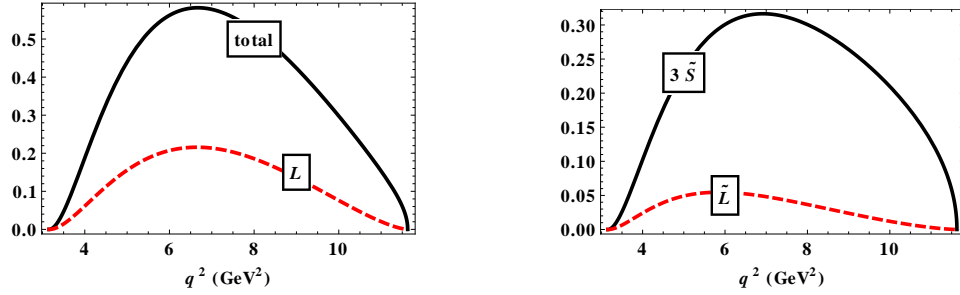


Рис. 2.9. Переход $B \rightarrow D\tau\bar{\nu}$: парциальные ширины $d\Gamma_L/dq^2$ (без переворота спиральностей), и $d\tilde{\Gamma}_{U,L}/dq^2$ и $3d\tilde{\Gamma}_S/dq^2$ (с переворотом спиральностей) в зависимости от q^2 (в единицах $10^{-15} \text{ ГэВ}^{-1}$). Также показана зависимость от q^2 полной ширины $d\Gamma_L/dq^2 + d\tilde{\Gamma}_L/dq^2 + 3d\tilde{\Gamma}_S/dq^2$.

$\cos\theta$ -распределение описывается нисходящей параболой, которая становится намного более плоской для τ -моды. Адронный параметр выпуклости в данном случае просто является константой $C_F^h = 3$ вследствие его определения (2.45). Для перехода $B \rightarrow D^*$ лептонное $\cos\theta$ -распределение также описывается нисходящей параболой, но становится практически плоским для τ -моды. Адронное $\cos\theta^*$ -распределение описывается восходящей параболой. Эффекты масс лептонов не очень заметны.

На Рис. 2.13 (верхние панели) представлены продольная, поперечная, и полная поляризация заряженного лептона в распадах $B \rightarrow D\ell^-\bar{\nu}_\ell$, соответственно. В случае $\ell^- = e^-$ данные кривые отражают киральный предел безмассового лептона, при котором лептон является чисто левым, т.е. имеем $P_z^\ell = -1$, $P_x^\ell = 0$, и $|\mathbf{P}^\ell| = 1$. В случае $\ell^- = \tau^-$ поперечная поляризация велика и доминирует.

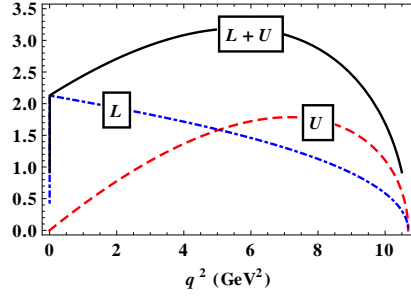


Рис. 2.10. Переход $B \rightarrow D^* e \bar{\nu}$: парциальные ширины $d\Gamma_U/dq^2$ (пунктирная линия) и $d\Gamma_L/dq^2$ (штрих-пунктирная линия), и их сумма $d\Gamma_{U+L}/dq^2$ (сплошная линия) (в единицах $10^{-15} \text{ ГэВ}^{-1}$).

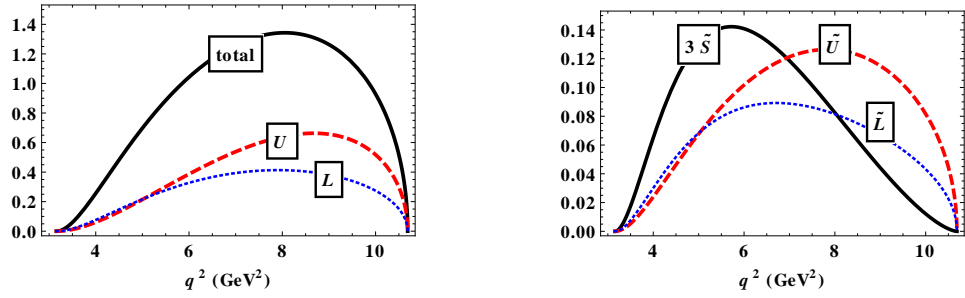


Рис. 2.11. Переход $B \rightarrow D^* \tau \bar{\nu}$: парциальные ширины $d\Gamma_{U,L}/dq^2$ (без переворота спиральностей), $d\tilde{\Gamma}_{U,L}/dq^2$ и $3d\tilde{\Gamma}_S/dq^2$ (с переворотом спиральностей) в зависимости от q^2 (в единицах $10^{-15} \text{ ГэВ}^{-1}$). Также показана зависимость от q^2 полной ширины $d\Gamma_{U+L}/dq^2 + d\tilde{\Gamma}_{U+L}/dq^2 + 3d\tilde{\Gamma}_S/dq^2$.

нирует в полной поляризации. Поперечная поляризация τ -лептона пропадает после усреднения по азимутальному углу, как было показано в [89]. Следует отметить, что поперечная поляризация в τ -моде обусловлена исключительно вкладом скалярно-продольной интерференции \mathcal{H}_{SL} . Продольная поляризация в τ -модe меняет знак по сравнению со случаем $m_\ell = 0$.

Соответствующие кривые для перехода $B \rightarrow D^* \ell^- \bar{\nu}_\ell$ также показаны на Рис. 2.13 (нижние панели). Продольная и поперечная поляризации заметно отличаются от их соответствующих значений $P_z^\ell = -1$ и $P_x^\ell = 0$ при $m_\ell = 0$. При увеличении q^2 , продольная поляризация растет (по модулю), а поперечная поляризация убывает. При нулевой отдаче поперечная поляризация P_x^τ стремится к нулю, в соответствии с исчезновением \mathcal{H}_P и \mathcal{H}_{SL} при нулевой отдаче.

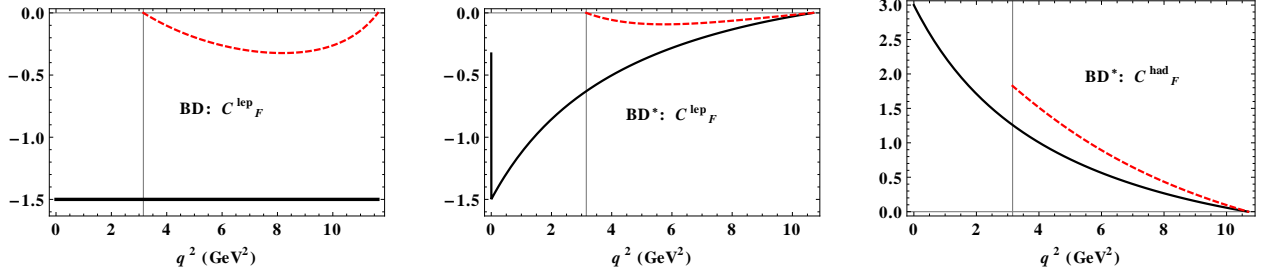


Рис. 2.12. Лептонный и адронный параметры выпуклости $C_F^\ell(q^2)$ и $C_F^h(q^2)$ в зависимости от q^2 для e^- - (сплошная линия) и τ^- -моды (штриховая линия).

Полная поляризация τ -лептона имеет почти плоское поведение с $|\mathbf{P}^\ell| \sim 0.7$. Общая картина такая: поляризация является практически поперечной на пороге и становится продольной при q^2 стремящемуся к точке нулевой отдачи.

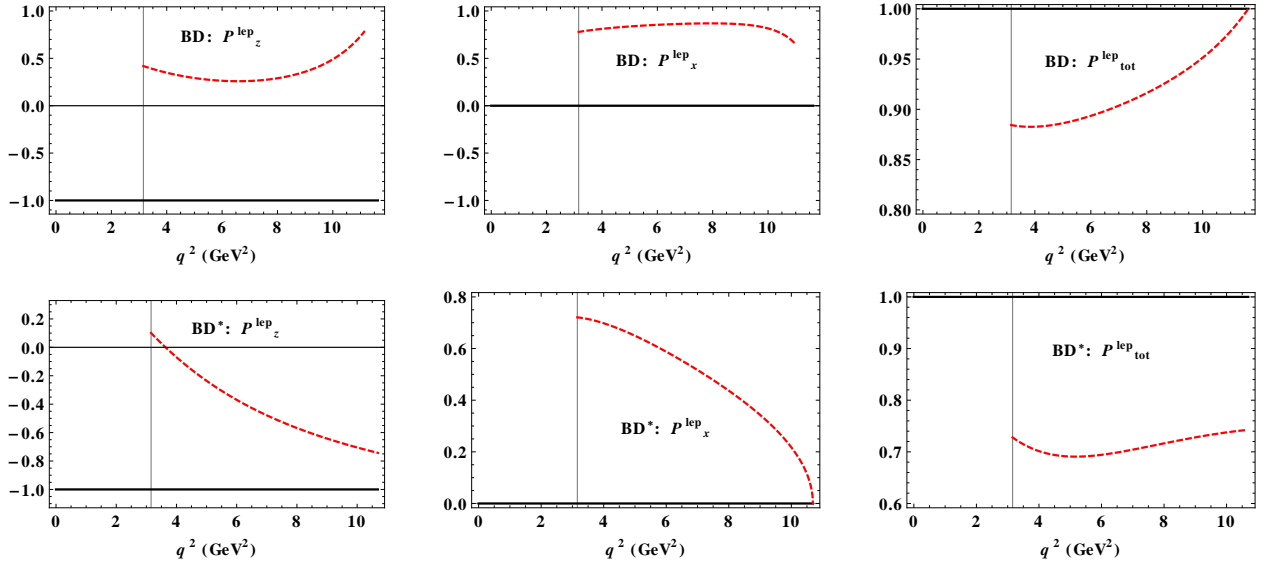


Рис. 2.13. Продольная $P_z^\ell(q^2)$, поперечная $P_x^\ell(q^2)$, и полная $|\mathbf{P}^\ell|(q^2) = \sqrt{(P_x^\ell)^2 + (P_z^\ell)^2}$ поляризация заряженного лептона в зависимости от q^2 для e^- - (сплошные линии) и τ^- -моды (пунктирные линии).

На Рис. 2.14 представлены тригонометрические моменты W_i ($i = T, I, A$) нормированного углового распределения $\widetilde{W}(\theta^*, \theta, \chi)$, определенного в (3.39). Эффекты масс лептонов, очевидно, значительны для всех моментов.

На Рис. 2.15 изображены отношения брэнчингов $R_{D^{(*)}}(q^2)$ в зависимости от q^2 . Надеемся, что в ближайшем будущем будут получены достаточные данные

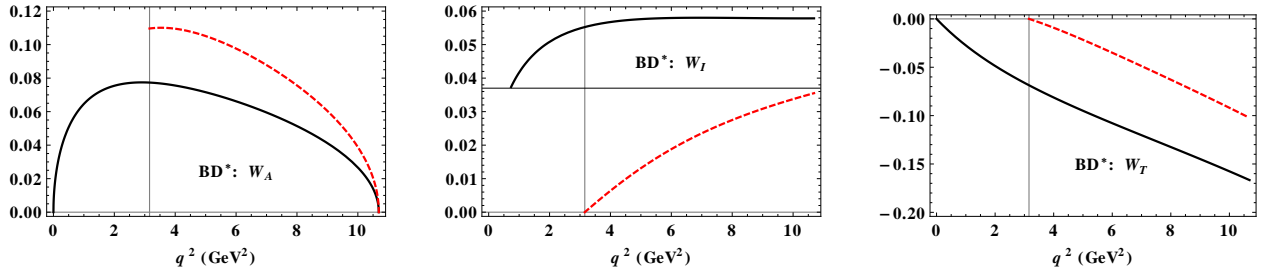


Рис. 2.14. Переход $B \rightarrow D^*$: тригонометрические моменты W_A , W_I , и W_T (3.39) в зависимости от q^2 , для e^- - (сплошные линии) и τ^- -моды (пунктирные линии).

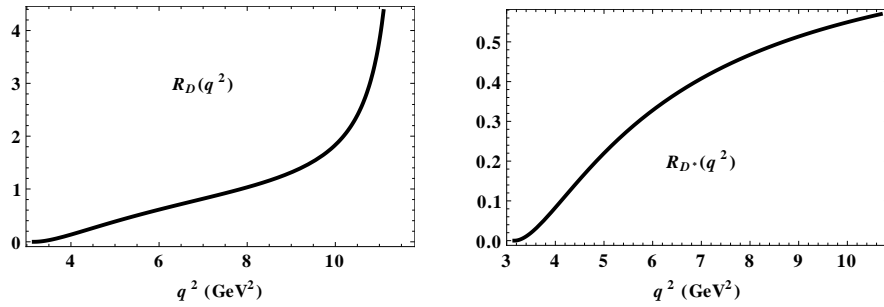


Рис. 2.15. Отношения брэнчингов $R(D)$ (слева) и $R(D^*)$ (справа) в зависимости от q^2 .

для того, чтобы более подробно исследовать возможное нарушение лептонной универсальности в полутауонных переходах $B \rightarrow D^{(*)}$, измеряя отношения брэнчингов в разных бинах по q^2 .

И наконец, приведем результаты для средних значений поляризационных наблюдаемых во всей области q^2 , включая асимметрии “вперед-назад” $\langle A_{FB} \rangle$, параметра выпуклости $\langle C_F \rangle$, компонент поляризации заряженного лептона $\langle P_{x,z}^\ell \rangle$, и тригонометрических моментов $\langle W_i \rangle$ ($i = T, I, A$) (в таблице 2.7). Эффекты масс лептонов в данных средних значениях очень заметны. Результаты для средних значений парциальных ширин приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6. Средние значения парциальных ширин в единицах 10^{-15} ГэВ. Парциальные ширины с переверотом спиральностей для e -моды имеют порядок $10^{-6} - 10^{-7}$ и, поэтому, не показаны.

$B \rightarrow D^*$								$B \rightarrow D$		
	Γ_U	Γ_L	Γ_T	Γ_I	Γ_P	Γ_A		Γ_L		
e	13.2	15.6	5.35	8.94	-7.42	-3.01		11.9		
τ	3.02	2.08	1.32	1.70	-1.42	-0.44		1.05		
	$\tilde{\Gamma}_U$	$\tilde{\Gamma}_L$	$\tilde{\Gamma}_T$	$\tilde{\Gamma}_I$	$\tilde{\Gamma}_S$	$\tilde{\Gamma}_{SL}$	$\tilde{\Gamma}_{ST}$	$\tilde{\Gamma}_L$	$\tilde{\Gamma}_S$	$\tilde{\Gamma}_{SL}$
τ	0.64	0.46	0.27	0.37	0.20	0.29	0.22	0.25	0.62	0.38

2.7. Выводы по главе

- Выполнен подробный анализ лептонных и полулептонных распадов $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ($\ell = e, \mu, \tau$) в рамках КМК с учетом инфракрасного конфайнмента. Продемонстрирована техника вычислений на примере однопетлевой кварковой диаграммы. Все необходимые переходные форм-факторы вычисляются аналогичным образом.
- В свете последних экспериментальных свидетельств о возможном нарушении лептонной универсальности в τ -секторе, особое внимание было уделено тому, как выделить эффекты масс тяжелых лептонов в полулептонных распадах.
- Получены полные угловые распределения для распада $B \rightarrow D \ell^- \bar{\nu}_\ell$ и каскадного распада $B \rightarrow D^* (\rightarrow D\pi) \ell^- \bar{\nu}_\ell$. С помощью полученных распределений определен набор многих поляризационных физических наблюдаемых. В их число входят продольная и поперечная поляризации τ^- -лептона, которые существенно отличаются от соответствующих поляризаций безмассовых лептонов.
- Вычислена зависимость полученных поляризационных наблюдаемых от

Таблица 2.7. Средние значения поляризационных наблюдаемых. В скобках показаны результаты, полученные в ПТК.

$B \rightarrow D$			
	$\langle A_{FB}^\ell \rangle$	$\langle C_F^\ell \rangle$	$\langle C_F^h \rangle$
e	$-1.17 (-1.16) \cdot 10^{-6}$	$-1.5 (-1.5)$	$3 (3)$
τ	$-0.36 (-0.36)$	$-0.26 (-0.26)$	$3 (3)$
	$\langle P_z^\ell \rangle$	$\langle P_x^\ell \rangle$	$\langle \mathbf{P}^\ell \rangle$
e	$-1 (-1)$	$0 (0)$	$1 (1)$
τ	$0.33 (0.33)$	$0.84 (0.84)$	$0.91 (0.91)$
$B \rightarrow D^*$			
	$\langle A_{FB}^\ell \rangle$	$\langle C_F^\ell \rangle$	$\langle C_F^h \rangle$
e	$0.19 (0.18)$	$-0.47 (-0.44)$	$0.93 (0.88)$
τ	$0.027 (0.021)$	$-0.062 (-0.057)$	$0.58 (0.52)$
	$\langle P_z^\ell \rangle$	$\langle P_x^\ell \rangle$	$\langle \mathbf{P}^\ell \rangle$
e	$-1 (-1)$	$0 (0)$	$1 (1)$
τ	$-0.50 (-0.51)$	$0.46 (0.43)$	$0.71 (0.71)$
	$\langle W_T \rangle$	$\langle W_I \rangle$	$\langle W_A \rangle$
e	$-0.093 (-0.098)$	$0.054 (0.055)$	$0.062 (0.059)$
τ	$-0.057 (-0.059)$	$0.025 (0.025)$	$0.077 (0.074)$

квадрата переданного импульса во всей кинематической области как в случае безмассовых лептонов, так и в случае тяжелого τ -лептона. Полученные результаты будут весьма полезными при анализе более точных экспериментальных данных, которые должны появиться в ближайшем будущем, особенно данных для распадов с τ -лептоном в конечном состоянии.

Глава 3

Анализ НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$

В данной главе будут изучены возможные эффекты НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$. С этой целью мы рассматриваем расширенную модель электрослабых взаимодействий, в эффективном гамильтониане которой наряду с 4-фермионными операторами стандартной модели присутствуют новые операторы, содержащие векторные (аксиальные) токи с правой киральностью, (псевдо)скалярные токи с левой и правой киральностью, и, наконец, тензорные токи с левой киральностью. Ограничения на численные значения соответствующих коэффициентов Вильсона получаются путем фитирования отношений брэнчингов $R(D^{(*)}) \equiv \mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$. Формфакторы, соответствующие новым операторам вычисляются в рамках ковариантной модели кварков. Полученные ограничения на коэффициенты Вильсона и вычисленные формфакторы позволяют провести количественный анализ эффектов этих новых операторов на различные физические наблюдаемые в данных распадах. Кроме того, получено угловое распределение для каскадного распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\tau^-\bar{\nu}_\tau$, которое позволяет, в частности, исследовать поляризацию D^* -мезона. Обсуждены методы, позволяющие различить вклады от различных операторов НФ.

3.1. Эффективный Гамильтониан и формфакторы

Будем предполагать, что все нейтрино — левые, а эффекты НФ появляются лишь в процессах с участием лептонов третьего поколения. Тогда эффективный гамильтониан перехода $b \rightarrow c\tau^-\bar{\nu}_\tau$ имеет следующий вид

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}}V_{cb}\left[\mathcal{O}_{V_L} + \sum_{X=S_L,S_R,V_L,V_R,T_L} X\mathcal{O}_X\right], \quad (3.1)$$

где операторы \mathcal{O}_X определены как

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_{V_L} &= (\bar{c}\gamma^\mu P_L b) (\bar{\tau}\gamma_\mu P_L \nu_\tau), & \mathcal{O}_{S_L} &= (\bar{c}P_L b) (\bar{\tau}P_L \nu_\tau), \\ \mathcal{O}_{V_R} &= (\bar{c}\gamma^\mu P_R b) (\bar{\tau}\gamma_\mu P_L \nu_\tau), & \mathcal{O}_{S_R} &= (\bar{c}P_R b) (\bar{\tau}P_L \nu_\tau), \\ \mathcal{O}_{T_L} &= (\bar{c}\sigma^{\mu\nu} P_L b) (\bar{\tau}\sigma_{\mu\nu} P_L \nu_\tau).\end{aligned}\quad (3.2)$$

Здесь $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$, $P_{L,R} = (1 \mp \gamma_5)/2$, а величина X обозначает как комплексные коэффициенты Вильсона, так и сорт соответствующих операторов. В рамках СМ эти константы равны нулю: $V_{L,R} = S_{L,R} = T_L = 0$. Для вычисления распадов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\mu\bar{\nu}_\mu$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}e\bar{\nu}_e$ нужен только первый член в уравнении (3.1).

Инвариантный матричный элемент полулептонных переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}_\tau$ записывается в следующем общем виде:

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \frac{G_F V_{cb}}{\sqrt{2}} \left\{ \langle D^{(*)} | \bar{c}\gamma^\mu b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \right. \\ &\quad + (V_R + V_L) \langle D^{(*)} | \bar{c}\gamma^\mu b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \\ &\quad + (V_R - V_L) \langle D^{(*)} | \bar{c}\gamma^\mu \gamma^5 b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \\ &\quad + (S_R + S_L) \langle D^{(*)} | \bar{c}b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \\ &\quad + (S_R - S_L) \langle D^{(*)} | \bar{c}\gamma^5 b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \\ &\quad \left. + T_L \langle D^{(*)} | \bar{c}\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma^5)b | \bar{B}^0 \rangle \cdot [\bar{\tau}\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma^5)\nu_\tau] \right\}.\end{aligned}\quad (3.3)$$

Стоит отметить, что аксиальный и псевдоскалярный адронные токи не дают вклада в переход $\bar{B}^0 \rightarrow D$, скалярный адронный ток не дает вклад в переход $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$. Следовательно, если НФ появляется в обоих распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}_\tau$, то сценарии, в которых присутствуют только операторы типа $(V_R - V_L)$ или $(S_R \pm S_L)$, исключаются [35].

Инвариантные формфакторы, описывающие адронные переходы $\bar{B}^0 \rightarrow D$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$ определяются следующим образом:

- Для перехода $\bar{B}^0 \rightarrow D$:

$$\begin{aligned}
T_1^\mu &\equiv \langle D(p_2) | \bar{c} \gamma^\mu b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = F_+(q^2) P^\mu + F_-(q^2) q^\mu, \\
T_2 &\equiv \langle D(p_2) | \bar{c} b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = (m_1 + m_2) F^S(q^2), \\
T_3^{\mu\nu} &\equiv \langle D(p_2) | \bar{c} \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = \frac{i F^T(q^2)}{m_1 + m_2} (P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu + i \varepsilon^{\mu\nu P q}).
\end{aligned} \tag{3.4}$$

- Для перехода $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{2\alpha}^\dagger \mathcal{T}_{1L(R)}^{\mu\alpha} &\equiv \langle D^*(p_2) | \bar{c} \gamma^\mu (1 \mp \gamma^5) b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = \frac{\epsilon_{2\alpha}^\dagger}{m_1 + m_2} \times \\
&\times \left[\mp g^{\mu\alpha} P q A_0(q^2) \pm P^\mu P^\alpha A_+(q^2) \pm q^\mu P^\alpha A_-(q^2) + i \varepsilon^{\mu\alpha P q} V(q^2) \right], \\
\epsilon_{2\alpha}^\dagger \mathcal{T}_2^\alpha &\equiv \langle D^*(p_2) | \bar{c} \gamma^5 b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = \epsilon_{2\alpha}^\dagger P^\alpha G^S(q^2), \\
\epsilon_{2\alpha}^\dagger \mathcal{T}_3^{\mu\nu\alpha} &\equiv \langle D^*(p_2) | \bar{c} \sigma^{\mu\nu} (1 - \gamma^5) b | \bar{B}^0(p_1) \rangle = -i \epsilon_{2\alpha}^\dagger \times \\
&\times \left[(P^\mu g^{\nu\alpha} - P^\nu g^{\mu\alpha} + i \varepsilon^{P\mu\nu\alpha}) G_1^T(q^2) + (q^\mu g^{\nu\alpha} - q^\nu g^{\mu\alpha} + i \varepsilon^{q\mu\nu\alpha}) G_2^T(q^2) \right. \\
&\left. + (P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu + i \varepsilon^{Pq\mu\nu}) P^\alpha \frac{G_0^T(q^2)}{(m_1 + m_2)^2} \right].
\end{aligned} \tag{3.5}$$

В таблице 3.1 представлены параметры дипольной аппроксимации формфакторов переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$. Приведены также значения формфак-

Таблица 3.1. Параметры дипольной аппроксимации (2.7) формфакторов переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}$. Приведены также значения формфакторов в точке нулевой отдачи, полученные как в результате точных вычислений, так и в пределе тяжелых кварков.

	$\bar{B}^0 \rightarrow D^*$				$\bar{B}^0 \rightarrow D$	
	G^S	G_0^T	G_1^T	G_2^T	F^S	F^T
$F(0)$	-0.50	-0.073	0.73	-0.37	0.80	0.77
a	0.87	1.23	0.90	0.88	0.22	0.76
b	0.060	0.33	0.074	0.065	-0.098	0.043
$F(q_{\max}^2)$	-0.74	-0.13	1.10	-0.55	0.89	1.11
$F^{HQET}(q_{\max}^2)$	-0.62	0	1.12	-0.50	0.88	1.14

торов в точке нулевой отдачи, полученные как в результате точных вычислений,

так и в пределе тяжелых кварков. Видно, что разница составляет $\approx 10\%$. Следует отметить, что в нашем подходе G_0^T обладает ненулевым значением при нулевой отдаче, а в ЭТТК G_0^T при этом исчезает.

Для сравнения на Рис. 3.1 представлены как наши формфакторы, так и формфакторы, полученные в работе [90], где авторы использовали эффективную теорию тяжелых кварков, результаты КХД на решетке и уравнения движения для свободных кварков. Поскольку авторы работы [90] использовали иные определения формфакторов, мы перевели их в наши обозначения. Формфактор $F_0(q^2)$ на Рис. 3.1 определяется следующим образом

$$F_0(q^2) = F_+(q^2) + \frac{q^2}{m_1^2 - m_2^2} F_-(q^2). \quad (3.6)$$

Видно, что формфакторы в обоих подходах имеют схожее поведение. Первый график на Рис. 3.1 показывает, что наши формфакторы $F_+(q^2)$ и $F_0(q^2)$ (сплошные линии) удовлетворяют условию $F_0(0) = F_+(0)$, а соответствующие АКС-формфакторы (пунктирные линии) немного отличаются при $q^2 = 0$. Небольшая разница возникает из-за того, что авторы работы [90] использовали различные параметризации формфакторов $F_+(q^2)$ и $F_0(q^2)$. Для формфактора $F_+(q^2)$ была использована параметризация из работ Refs. [37, 91], а для $F_0(q^2)$ параметризация из работ Refs. [14, 92]. Однако, их разность $F_0(0) - F_+(0) \approx 0.03$ находится в пределах погрешности при определении $F_+(0) = 0.664(34)$ [14].

3.2. Спиральные амплитуды и угловое распределение

распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$

3.2.1. Переход $\bar{B}^0 \rightarrow D$

Квадрат матричного элемента распада $\bar{B}^0 \rightarrow D \tau^- \bar{\nu}_\tau$, просуммированный по поляризациям, может быть записан в виде комбинаций спиральных ампли-

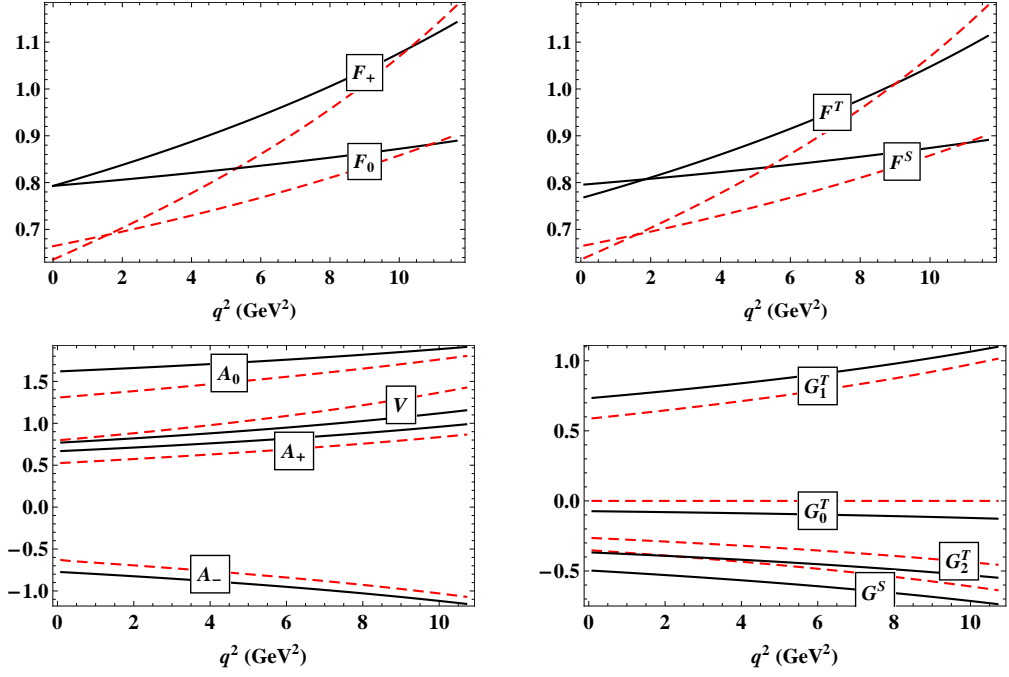


Рис. 3.1. Сравнение наших формфакторов (сплошные линии) с АКС-формфакторами (пунктирные линии) для переходов $\bar{B}^0 \rightarrow D$ (верхние панели) и $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$ (нижние панели). Каждая пара соответствующих формфакторов из двух наборов отмечена прямоугольником со своими названием, помещенным над обеими линиями.

туд:

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{pol}} |\mathcal{M}|^2 = & \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{2} \left\{ |1 + V_L + V_R|^2 \sum_{\text{hel}} H(m) H^\dagger(n) L_1(m', n') g_{mm'} g_{nn'} \right. \\
& + |S_L + S_R|^2 |H_P^S|^2 L_2 \\
& + |T_L|^2 \sum_{\text{hel}} H_T(m, n) H_T^\dagger(u, v) L_3(m', n', u', v') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} g_{vv'} \\
& + (S_L + S_R)^\dagger H_P^{\dagger S} \sum_{\text{hel}} H(m) L_4(m') g_{mm'} \\
& + (S_L + S_R) H_P^S \sum_{\text{hel}} H^\dagger(m) L_5(m') g_{mm'} \\
& + T_L^\dagger \sum_{\text{hel}} H_T^\dagger(m, n) H(u) L_6(m', n', u') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} \\
& \left. + T_L \sum_{\text{hel}} H_T(m, n) H^\dagger(u) L_7(m', n', u') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} \right\}, \tag{3.7}
\end{aligned}$$

где \sum_{hel} означает суммирование по всем спиральным индексам (m, n, \dots и т. д.).

Адронные и лептонные спиральные амплитуды в работе (3.8) определены сле-

дующим образом:

$$\begin{aligned}
H(m) &= \epsilon_\mu^\dagger(m)T_1^\mu, & H_P^S &= T_2, & H_T(m, n) &= i\epsilon_\mu^\dagger(m)\epsilon_\nu^\dagger(n)T_3^{\mu\nu}, \\
L_1(m, n) &= \epsilon_\mu(m)\epsilon_\alpha^\dagger(n)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)\gamma^\alpha], \\
L_2 &= \text{Tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)], \\
L_3(m, n, r, s) &= \epsilon_\mu(m)\epsilon_\nu(n)\epsilon_\alpha^\dagger(r)\epsilon_\beta^\dagger(s)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)\sigma^{\alpha\beta}], \\
L_4(m) &= \epsilon_\mu(m)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)], & (3.8) \\
L_5(m) &= \epsilon_\alpha^\dagger(m)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)\gamma^\alpha], \\
L_6(m, n, r) &= i\epsilon_\alpha^\dagger(m)\epsilon_\beta^\dagger(n)\epsilon_\mu(r)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)\sigma^{\alpha\beta}], \\
L_7(m, n, r) &= -i\epsilon_\mu(m)\epsilon_\nu(n)\epsilon_\alpha^\dagger(r)\text{tr}[(\not{k}_1 + m_\tau)\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma_5)\not{k}_2(1 + \gamma_5)\gamma^\alpha].
\end{aligned}$$

Адронные спиральные амплитуды, отличные от нуля, имеют вид

$$\begin{aligned}
H_t &\equiv H(t) = \frac{1}{\sqrt{q^2}}(PqF_+ + q^2F_-), & H_0 &\equiv H(0) = \frac{2m_1|\mathbf{p}_2|}{\sqrt{q^2}}F_+, \\
H_P^S &\equiv (m_1 + m_2)F^S, & (3.9) \\
H_T &\equiv H_T(t, 0) = -H_T(0, t) = \pm H_T(\mp, \pm) = \frac{2m_1|\mathbf{p}_2|}{m_1 + m_2}F^T.
\end{aligned}$$

Угловое распределение по переменным $(q^2, \cos \theta)$ записывается как

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau)}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{G_F^2|V_{cb}|^2|\mathbf{p}_2|q^2v^2}{(2\pi)^316m_1^2} \\
&\times \left\{ |1 + V_L + V_R|^2 [|H_0|^2 \sin^2\theta + 2\delta_\tau |H_t - H_0 \cos\theta|^2] \right. \\
&+ |S_L + S_R|^2 |H_P^S|^2 + 16|T_L|^2 [2\delta_\tau + (1 - 2\delta_\tau)\cos^2\theta] |H_T|^2 & (3.10) \\
&+ 2\sqrt{2\delta_\tau}\text{Re}(S_L + S_R)H_P^S [H_t - H_0 \cos\theta] \\
&+ 8\sqrt{2\delta_\tau}\text{Re}T_L [H_0 - H_t \cos\theta] H_T \left. \right\},
\end{aligned}$$

где $v = 1 - m_\tau^2/q^2$ и $\delta_\tau = m_\tau^2/2q^2$. Проинтегрировав (3.11) по $\cos \theta$, получим

$$\begin{aligned}
&\frac{d\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau)}{dq^2} = \frac{G_F^2|V_{cb}|^2|\mathbf{p}_2|q^2v^2}{(2\pi)^312m_1^2} \\
&\times \left\{ |1 + V_L + V_R|^2 [(1 + \delta_\tau)|H_0|^2 + 3\delta_\tau|H_t|^2] \right. & (3.11) \\
&+ \frac{3}{2}|S_L + S_R|^2 |H_P^S|^2 + 8|T_L|^2(1 + 4\delta_\tau)|H_T|^2 \\
&+ 3\sqrt{2\delta_\tau}\text{Re}(S_L + S_R)H_P^S H_t + 12\sqrt{2\delta_\tau}\text{Re}T_L H_0 H_T \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Данное q^2 -распределение согласуется с результатом работы [29]. Следует отметить, что в данной работе не рассматриваются члены, возникающие за счет интерференции различных операторов НФ.

3.2.2. Переход $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$

Матричный элемент распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$ записывается как:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\text{pol}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{2} \times \\
& \times \left\{ \sum_{\text{hel}} \left[|1 + V_L|^2 H_L(m, r) H_L^\dagger(n, r) + |V_R|^2 H_R(m, r) H_R^\dagger(n, r) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + V_R^\dagger H_L(m, r) H_R^\dagger(n, r) + V_R H_R(m, r) H_L^\dagger(n, r) \right] L_1(m', n') g_{mm'} g_{nn'} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} |S_R - S_L|^2 |H_V^S(r)|^2 L_2 \right. \tag{3.12} \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} |T_L|^2 H_T(m, n, r) H_T^\dagger(u, v, r) L_3(m', n', u', v') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} g_{vv'} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} (S_R - S_L)^\dagger H_L(m, r) H_V^{S\dagger}(r) L_4(m') g_{mm'} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} (S_R - S_L) H_L^\dagger(m, r) H_V^S(r) L_5(m') g_{mm'} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} T_L^\dagger H_T^\dagger(m, n, r) H_L(u, r) L_6(m', n', u') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\text{hel}} T_L H_T(m, n, r) H_L^\dagger(u, r) L_7(m', n', u') g_{mm'} g_{nn'} g_{uu'} \right\},
\end{aligned}$$

где были введены следующие адронные спиральные амплитуды:

$$\begin{aligned}
H_L(m, r) &= \epsilon_\mu^\dagger(m) \epsilon_{2\alpha}^\dagger(r) \mathcal{T}_{1L}^{\mu\alpha}, & H_R(m, r) &= \epsilon_\mu^\dagger(m) \epsilon_{2\alpha}^\dagger(r) \mathcal{T}_{1R}^{\mu\alpha}, \\
H_T(m, n, r) &= i \epsilon_\mu^\dagger(m) \epsilon_\nu^\dagger(n) \epsilon_{2\alpha}^\dagger(r) \mathcal{T}_3^{\mu\nu\alpha}, & H_V^S(r) &= \epsilon_{2\alpha}^\dagger(r) \mathcal{T}_2^\alpha.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Отличные от нуля адронные спиральные амплитуды выражаются через инвариантные формфакторы следующим образом:

$$\begin{aligned}
H_0 &\equiv H_L(0, 0) = -H_R(0, 0) = \frac{-Pq(m_1^2 - m_2^2 - q^2)A_0 + 4m_1^2|\mathbf{p}_2|^2 A_+}{2m_2\sqrt{q^2}(m_1 + m_2)}, \\
H_t &\equiv H_L(t, 0) = -H_R(t, 0) = \frac{m_1|\mathbf{p}_2|(Pq(-A_0 + A_+) + q^2 A_-)}{m_2\sqrt{q^2}(m_1 + m_2)}, \\
H_\pm &\equiv H_L(\pm, \pm) = -H_R(\mp, \mp) = \frac{-PqA_0 \pm 2m_1|\mathbf{p}_2|V}{m_1 + m_2}, \\
H_V^S &\equiv H_V^S(0) = \frac{m_1}{m_2}|\mathbf{p}_2|G^S, \\
H_T^\pm &\equiv H_T(\pm, t, \pm) = \pm H_T(\pm, 0, \pm) = -H_T(t, \pm, \pm) = \mp H_T(0, \pm, \pm) \\
&= -\frac{1}{\sqrt{q^2}} \left[(m_1^2 - m_2^2 \pm \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2))G_1^T + q^2 G_2^T \right], \\
H_T^0 &\equiv H_T(0, t, 0) = H_T(+, -, 0) = -H_T(t, 0, 0) = -H_T(-, +, 0) \\
&= -\frac{1}{2m_2} \left[(m_1^2 + 3m_2^2 - q^2)G_1^T + (m_1^2 - m_2^2 - q^2)G_2^T - \frac{\lambda(m_1^2, m_2^2, q^2)}{(m_1 + m_2)^2} G_0^T \right].
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Распределение по $(q^2, \cos \theta)$ имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau)}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{G_F^2|V_{cb}|^2|\mathbf{p}_2|q^2v^2}{32(2\pi)^3m_1^2} \\
&\times \left\{ |1 + V_L|^2 \left[(1 - \cos\theta)^2 |H_+|^2 + (1 + \cos\theta)^2 |H_-|^2 + 2\sin^2\theta |H_0|^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2\delta_\tau \left(\sin^2\theta (|H_+|^2 + |H_-|^2) + 2|H_t - H_0 \cos\theta|^2 \right) \right] \right. \\
&\quad \left. + |V_R|^2 \left[(1 - \cos\theta)^2 |H_-|^2 + (1 + \cos\theta)^2 |H_+|^2 + 2\sin^2\theta |H_0|^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2\delta_\tau \left(\sin^2\theta (|H_+|^2 + |H_-|^2) + 2|H_t - H_0 \cos\theta|^2 \right) \right] \right. \\
&\quad \left. - 4\text{Re}V_R \left[(1 + \cos^2\theta)H_+H_- + \sin^2\theta |H_0|^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2\delta_\tau \left(\sin^2\theta H_+H_- + |H_t - H_0 \cos\theta|^2 \right) \right] + 2|S_R - S_L|^2 |H_V^S|^2 \right. \\
&\quad \left. + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re}(S_R - S_L) H_V^S (H_t - H_0 \cos\theta) \right. \\
&\quad \left. + 16|T_L|^2 \left[|H_T^0|^2 \left(1 + 2\delta_\tau + (1 - 2\delta_\tau) \cos 2\theta \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2|H_T^+|^2 \sin^2\frac{\theta}{2} \left(1 + 2\delta_\tau + (1 - 2\delta_\tau) \cos\theta \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2|H_T^-|^2 \cos^2\frac{\theta}{2} \left(1 + 2\delta_\tau - (1 - 2\delta_\tau) \cos\theta \right) \right] \right. \\
&\quad \left. - 16\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re}T_L \left[\sum_{n=0,\pm} H_n H_T^n (1 - \cos\theta) + 2H_- H_T^- \cos\theta \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Проинтегрировав (3.16) по $\cos \theta$, получим

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{dq^2} &= \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{(2\pi)^3 12 m_1^2} \\
\times \left\{ (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) \left[(1 + \delta_\tau) \sum_{n=0,\pm} |H_n|^2 + 3\delta_\tau |H_t|^2 \right] \right. \\
&- 2\text{Re}V_R \left[(1 + \delta_\tau)(|H_0|^2 + 2H_+ H_-) + 3\delta_\tau |H_t|^2 \right] \\
&+ \frac{3}{2} |S_R - S_L|^2 |H_V^S|^2 + 3\sqrt{2}\delta_\tau \text{Re}(S_R - S_L) H_V^S H_t \\
&\left. + 8|T_L|^2 (1 + 4\delta_\tau) \sum_{n=0,\pm} |H_T^n|^2 - 12\sqrt{2}\delta_\tau \text{Re}T_L \sum_{n=0,\pm} H_n H_T^n \right\}. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Это распределение также согласуется с результатом работы [29].

3.3. Экспериментальные ограничения на коэффициенты Вильсона

Расчеты, проведенные в рамках стандартной модели с известными коэффициентами Вильсона и с адронными формфакторами, вычисленными в ковариантной модели кварков, дают следующие значения для отношений брэнчингов: $R(D) = 0.267$ и $R(D^*) = 0.238$. Эти значения согласуются с результатами других теоретических предсказаний [13, 14, 93, 94] в пределах 10%. Для определения ограничений на коэффициенты Вильсона новых операторов, мы поступим следующим образом. Последовательно будем полагать все коэффициенты Вильсона новых операторов равными нулю, кроме одного, возможные границы которого будем определять путем фитирования экспериментальных данных $R_D^{\text{expt}} = 0.406 \pm 0.050$ и $R_{D^*}^{\text{expt}} = 0.311 \pm 0.016$. Допустимые области значений коэффициентов Вильсона новых операторов, полученные таким образом, представлены на Рис. 3.2.

Векторные операторы \mathcal{O}_{V_L} и \mathcal{O}_{V_R} и левый скалярный оператор \mathcal{O}_{S_L} обладают широкими разрешенными областями. В то время как правый скалярный оператор \mathcal{O}_{S_R} исключается на уровне 2σ , и следовательно, в дальнейшем мы не будем его рассматривать. Тензорный оператор \mathcal{O}_{T_L} сильно ограничен, но с

его помощью можно объяснить имеющиеся экспериментальные данные. Следует отметить, что самое строгое ограничение на тензорный оператор получается из данных для $R(D^*)$.

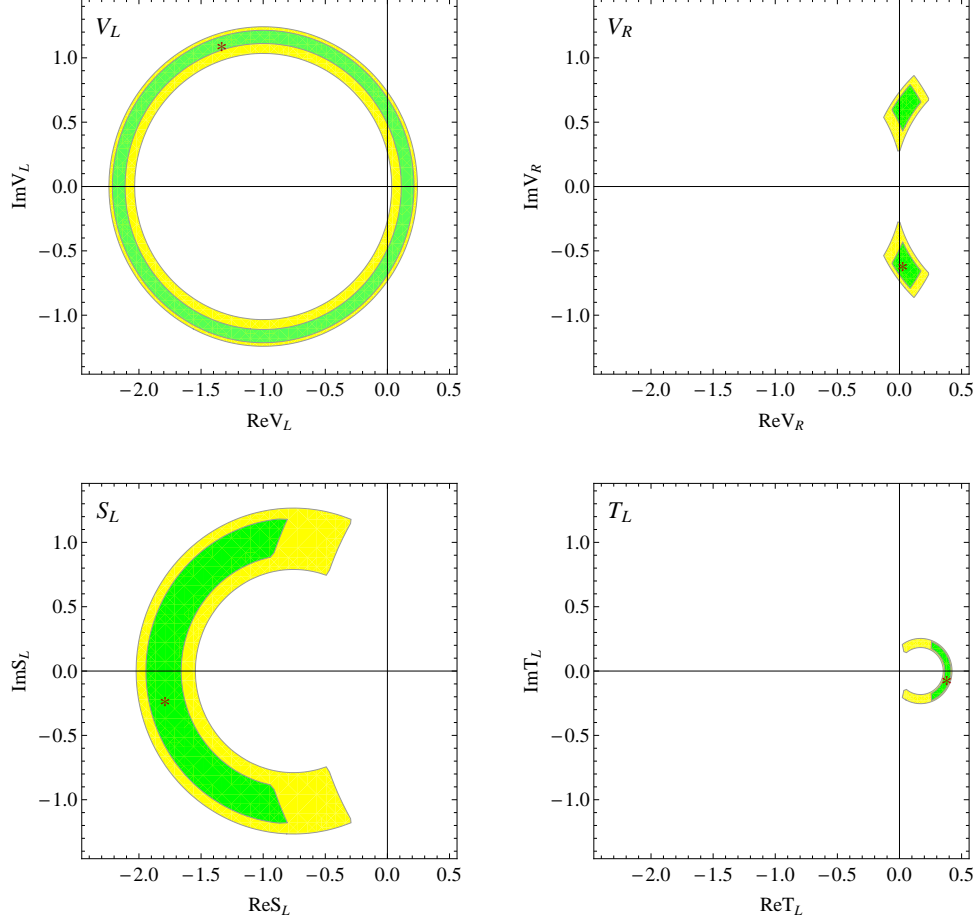


Рис. 3.2. Допустимые области для коэффициентов Вильсона V_L , V_R , S_L , и T_L в пределах 1σ (зеленые, темные) и 2σ (желтые, светлые). Нет допустимых значений для S_R в пределах 2σ . Наилучшее значение фита для каждого коэффициента отмечается символом $*$.

Следует отметить, что при получении данных областей, мы учитывали 10% теоретическую погрешность в отношениях $R(D^{(*)})$. В каждой 2σ -допустимой области найдена точка наилучшего фита для соответствующего коэффициента Вильсона. Эти точки имеют следующие значения

$$\begin{aligned} V_L &= -1.33 + i1.11, & V_R &= 0.03 - i0.60, \\ S_L &= -1.79 - i0.22, & T_L &= 0.38 - i0.06, \end{aligned} \quad (3.17)$$

и отмечены звездочками.

Данные из 2σ разрешенных областей для коэффициентов Вильсона вместе с точками наилучшего фита в дальнейшем будут использованы для анализа эффектов соответствующих операторов НФ на различные физические наблюдаемые.

3.4. Каскадный распад $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\tau^-\bar{\nu}_\tau$ и угловые наблюдаемые

3.4.1. Полное угловое распределение

В предыдущей главе было получено угловое распределение для каскадного распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\ell^-\bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ. При рассмотрении эффектов НФ в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\tau^-\bar{\nu}_\tau$ удобно записать полное угловое распределение в виде [95]:

$$\frac{d^4\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}(\rightarrow D^0\pi^+)\tau^-\bar{\nu}_\tau)}{dq^2 d\cos\theta d\chi d\cos\theta^*} = \frac{9}{8\pi}|N|^2 J(\theta, \theta^*, \chi), \quad (3.18)$$

$$|N|^2 = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\mathbf{p}_2| q^2 v^2}{(2\pi)^3 12m_1^2} \mathcal{B}(D^* \rightarrow D\pi). \quad (3.19)$$

Функция $J(\theta, \theta^*, \chi)$ записывается в виде

$$\begin{aligned} J(\theta, \theta^*, \chi) = & \\ = & J_{1s} \sin^2 \theta^* + J_{1c} \cos^2 \theta^* + (J_{2s} \sin^2 \theta^* + J_{2c} \cos^2 \theta^*) \cos 2\theta \\ & + J_3 \sin^2 \theta^* \sin^2 \theta \cos 2\chi + J_4 \sin 2\theta^* \sin 2\theta \cos \chi \\ & + J_5 \sin 2\theta^* \sin \theta \cos \chi + (J_{6s} \sin^2 \theta^* + J_{6c} \cos^2 \theta^*) \cos \theta \\ & + J_7 \sin 2\theta^* \sin \theta \sin \chi + J_8 \sin 2\theta^* \sin 2\theta \sin \chi + J_9 \sin^2 \theta^* \sin^2 \theta \sin 2\chi, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где величины $J_{i(a)}$ ($i = 1, \dots, 9; a = s, c$) являются угловыми наблюдаемыми, явные выражения которых имеют вид ($n = \pm$):

$$\begin{aligned}
4J_{1s} &= \frac{3 + 2\delta_\tau}{4} (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) \sum_n |H_n|^2 - (3 + 2\delta_\tau) \text{Re} V_R H_+ H_- \\
&\quad - 8\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L \sum_n H_n H_T^n + 4(1 + 6\delta_\tau) |T_L|^2 \sum_n |H_T^n|^2, \\
4J_{1c} &= 2|S_R - S_L|^2 |H_V^S|^2 + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re}(S_R - S_L) H_V^S H_t \\
&\quad + (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2 - 2\text{Re} V_R) \left[4\delta_\tau |H_t|^2 + (1 + 2\delta_\tau) |H_0|^2 \right] \\
&\quad - 16\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L H_0 H_T^0 + 16(1 + 2\delta_\tau) |T_L|^2 |H_T^0|^2, \\
4J_{2s} &= \frac{1 - 2\delta_\tau}{4} \left[(|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) \sum_n |H_n|^2 - 16|T_L|^2 \sum_n |H_T^n|^2 \right. \\
&\quad \left. - 4\text{Re} V_R H_+ H_- \right], \\
4J_{2c} &= (1 - 2\delta_\tau) \left[-(|1 + V_L|^2 + |V_R|^2 - 2\text{Re} V_R) |H_0|^2 + 16|T_L|^2 |H_T^0|^2 \right], \\
4J_3 &= (2\delta_\tau - 1) \left[(|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) H_+ H_- - \text{Re} V_R \sum_n |H_n|^2 - 16|T_L|^2 H_T^+ H_T^- \right], \\
4J_4 &= \frac{1 - 2\delta_\tau}{2} \left[(|1 + V_L|^2 + |V_R|^2 - 2\text{Re} V_R) H_0 \sum_n H_n - 16|T_L|^2 H_T^0 \sum_n H_T^n \right], \\
4J_5 &= (|1 + V_L|^2 - |V_R|^2) H_0 (H_- - H_+) - 32\delta_\tau |T_L|^2 H_T^0 (H_T^+ - H_T^-) \quad (3.21) \\
&\quad + 2\delta_\tau (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2 - 2\text{Re} V_R) H_t \sum_n H_n \sqrt{2\delta_\tau} \text{Re}(S_R - S_L) H_V^S \sum_n H_n \\
&\quad + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L [H_T^0 (H_+ - H_-) - H_T^- (H_0 + H_t) - H_T^+ (H_t - H_0)], \\
4J_{6s} &= (|1 + V_L|^2 - |V_R|^2) (|H_-|^2 - |H_+|^2) \\
&\quad + 8\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L (H_+ H_T^+ - H_- H_T^-) - 32\delta_\tau |T_L|^2 (|H_T^+|^2 - |H_T^-|^2), \\
4J_{6c} &= -8\delta_\tau (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2 - 2\text{Re} V_R) H_t H_0 \\
&\quad - 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re}(S_R - S_L) H_V^S H_0 + 16\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L H_t H_T^0, \\
4J_7 &= \sqrt{2\delta_\tau} \text{Im}(S_R - S_L) H_V^S (H_+ - H_-) - 4\delta_\tau \text{Im} V_R H_t (H_+ - H_-) \\
&\quad + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Im} T_L [H_T^0 (H_+ + H_-) - H_T^- (H_t + H_0) + H_T^+ (H_t - H_0)], \\
4J_8 &= (1 - 2\delta_\tau) \text{Im} V_R H_0 (H_- - H_+), \\
4J_9 &= (1 - 2\delta_\tau) \text{Im} V_R (|H_+|^2 - |H_-|^2).
\end{aligned}$$

В ковариантной модели кварков все формфакторы и, следовательно, все спиральные амплитуды являются вещественными, что означает отсутствие членов,

пропорциональных $\sin \chi$ и $\sin 2\chi$, т.е. $J_{7,8,9}$, в рамках СМ. Однако, эти члены дают ненулевой вклад в случае, когда коэффициенты Вильсона операторов - комплексные.

3.4.2. q^2 -распределение и отношения брэнчингов $R(D^{(*)})$

С помощью полного углового распределения четырехчастичного распада (3.18) можно определить ряд наблюдаемых, которые могут быть использованы для анализа НФ в данных распадах. Так, проинтегрировав (3.18) по всем углам, получим

$$\frac{d\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{dq^2} = |N|^2 J_{\text{tot}} = |N|^2 (J_L + J_T), \quad (3.22)$$

где J_L и J_T - продольная и поперечная амплитуда D^* -мезона,

$$J_L = 3J_{1c} - J_{2c}, \quad J_T = 2(3J_{1s} - J_{2s}). \quad (3.23)$$

Отношения $R_{D^{(*)}}(q^2)$ получаются с помощью нормировки на ширину распада с мюоном в конечном состоянии. На Рис. 3.3 представлены отношения $R_{D^{(*)}}(q^2)$ в зависимости от q^2 , в различных сценариях НФ. Интересно заметить, что в отличие от векторных операторов и скалярного оператора, которые имеют тенденцию увеличивать оба отношения, тензорный оператор может приводить к уменьшению R_{D^*} при $q^2 \gtrsim 8 \text{ GeV}^2$. Отношение R_{D^*} малочувствительно к величине S_L (по сравнению с другими коэффициентами, т.е. V_L , V_R , и T_L), в то время как отношение R_D зависит от величины S_L значительным образом. Этот факт может помогает различить вклады, идущие от различных операторов.

3.4.3. Распределение по $\cos \theta$, асимметрия “вперед-назад” и лептонный параметр выпуклости

Для удобства определим нормированное угловое распределение $\tilde{J}(\theta^*, \theta, \chi)$ следующим образом

$$\tilde{J}(\theta^*, \theta, \chi) = \frac{9}{8\pi} \frac{J(\theta^*, \theta, \chi)}{J_{\text{tot}}}, \quad J_{\text{tot}} = 3J_{1c} + 6J_{1s} - J_{2c} - 2J_{2s}. \quad (3.24)$$

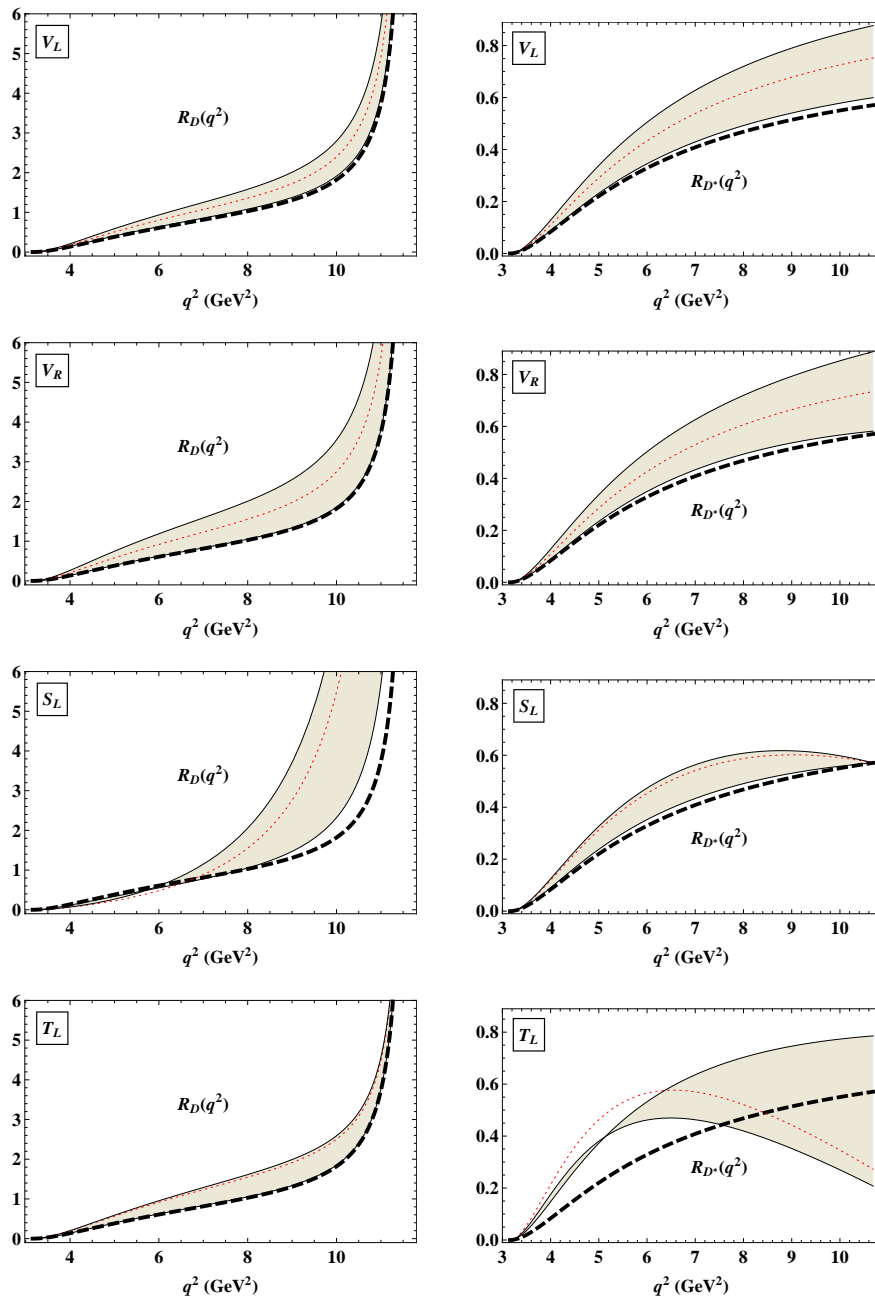


Рис. 3.3. Дифференциальные отношения брэнчингов $R_D(q^2)$ (слева) и $R_{D^*}(q^2)$ (справа). Жирные (черные) пунктирные линии есть предсказания СМ; серые полосы включают эффекты НФ, соответствующие 2σ -допустимым областям, изображенным на Рис. 3.2; тонкие (красные) пунктирные линии представляют собой значения наилучшего фита для коэффициентов Вильсона, заданные в уравнении (3.17).

Проинтегрировав (3.18) по $\cos \theta^*$ и χ , получим дифференциальное распределение по $\cos \theta$, которое, как было показано в предыдущей главе, характеризуется асимметрией “вперед-назад” и лептонным параметром выпуклости. Имеем

$$\mathcal{A}_{FB}(q^2) = \frac{(\int_0^1 - \int_{-1}^0) d \cos \theta (d\Gamma/d \cos \theta)}{(\int_0^1 + \int_{-1}^0) d \cos \theta (d\Gamma/d \cos \theta)} = \frac{3 J_{6c} + 2 J_{6s}}{2 J_{\text{tot}}}, \quad (3.25)$$

$$C_F^\ell(q^2) = \frac{d^2 \tilde{J}(\theta)}{d(\cos \theta)^2} = \frac{6(J_{2c} + 2J_{2s})}{J_{\text{tot}}}. \quad (3.26)$$

На Рис. 3.4 изображена асимметрия “вперед-назад” в зависимости от q^2 . Коэффициент V_L очевидно не влияет на \mathcal{A}_{FB} т.к. он стоит перед оператором СМ и сокращается при определении \mathcal{A}_{FB} . В случае $\bar{B}^0 \rightarrow D^*$ все операторы \mathcal{O}_{V_R} , \mathcal{O}_{S_L} , и \mathcal{O}_{T_L} ведут себя практически аналогичным образом: они имеют тенденцию уменьшать \mathcal{A}_{FB} и смещать точку пересечения с осью абсцисс в сторону больших значений q^2 . Однако, тензорный оператор может также увеличивать \mathcal{A}_{FB} в области больших q^2 . В случае $\bar{B}^0 \rightarrow D$ оператор \mathcal{O}_{V_R} не влияет на \mathcal{A}_{FB} , а оператор \mathcal{O}_{T_L} имеет тенденцию уменьшать \mathcal{A}_{FB} , оператор \mathcal{O}_{S_L} значительно влияет на \mathcal{A}_{FB} : этот оператор может увеличить асимметрию на 200% и увлечь за собой одну точку пересечения с осью абсцисс, чего не может быть в рамках СМ. Такой эффект от оператора \mathcal{O}_{S_L} на \mathcal{A}_{FB} явным образом отличает его от остальных операторов.

На Рис. 3.5 представлен лептонный параметр выпуклости $C_F^\tau(q^2)$. В то время как $C_F^\tau(D)$ чувствителен лишь к \mathcal{O}_{T_L} , $C_F^\tau(D^*)$ чувствителен ко всем операторам НФ (\mathcal{O}_{S_L} , \mathcal{O}_{V_R} , и \mathcal{O}_{T_L}). Кроме того, \mathcal{O}_{S_L} может только увеличить $C_F^\tau(D^*)$, а \mathcal{O}_{T_L} может только уменьшить $C_F^\tau(D^*)$. Легко заметить, что $C_F^\tau(D)$ и $C_F^\tau(D^*)$ чрезвычайно чувствительны к \mathcal{O}_{T_L} : этот оператор может увеличить или уменьшить $C_F^\tau(D^*)$ примерно в 4 раза при $q^2 \approx 7 \text{ GeV}^2$.

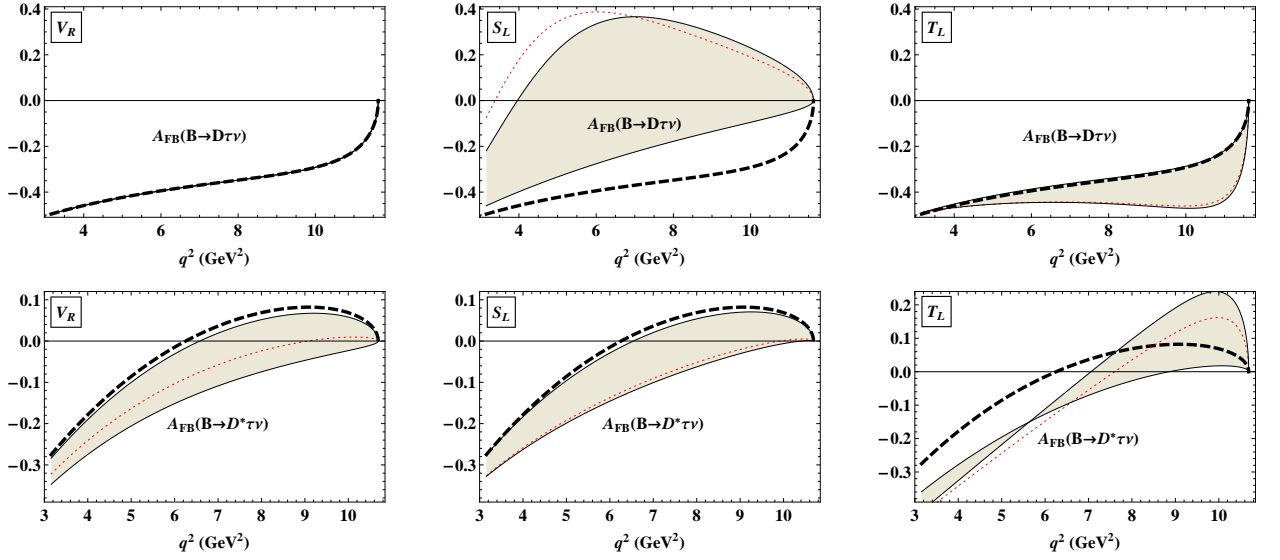


Рис. 3.4. Асимметрия “вперед-назад” A_{FB} для $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$ (слева) и $\bar{B}^0 \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ (справа). Обозначения такие же, как на Рис. 3.3.

3.4.4. Распределение по $\cos\theta^*$ и адронный параметр выпуклости

Проинтегрировав (3.18) по $\cos\theta$ и χ , получим адронное распределение по $\cos\theta^*$, характеризующееся адронным параметром выпуклости

$$C_F^h(q^2) = \frac{d^2\tilde{J}(\theta^*)}{d(\cos\theta^*)^2} = \frac{3J_{1c} - J_{2c} - 3J_{1s} + J_{2s}}{J_{\text{tot}}/3}. \quad (3.27)$$

С другой стороны, $\cos\theta^*$ -распределение может быть представлено в виде

$$\tilde{J}(\theta^*) = \frac{3}{4} (2F_L(q^2) \cos^2\theta^* + F_T(q^2) \sin^2\theta^*), \quad (3.28)$$

где $F_L(q^2)$ и $F_T(q^2)$ являются парциальными поляризациями D^* -мезона, и определяются как

$$F_L(q^2) = \frac{J_L}{J_L + J_T}, \quad F_T(q^2) = \frac{J_T}{J_L + J_T}, \quad F_L(q^2) + F_T(q^2) = 1. \quad (3.29)$$

Адронный параметр выпуклости и парциальные поляризации D^* -мезона связаны между собой выражениями

$$C_F^h(q^2) = \frac{3}{2} (2F_L(q^2) - F_T(q^2)) = \frac{3}{2} (3F_L(q^2) - 1). \quad (3.30)$$

Эффекты от операторов НФ на $C_F^h(q^2)$ проиллюстрированы на Рис. 3.6. Каж-

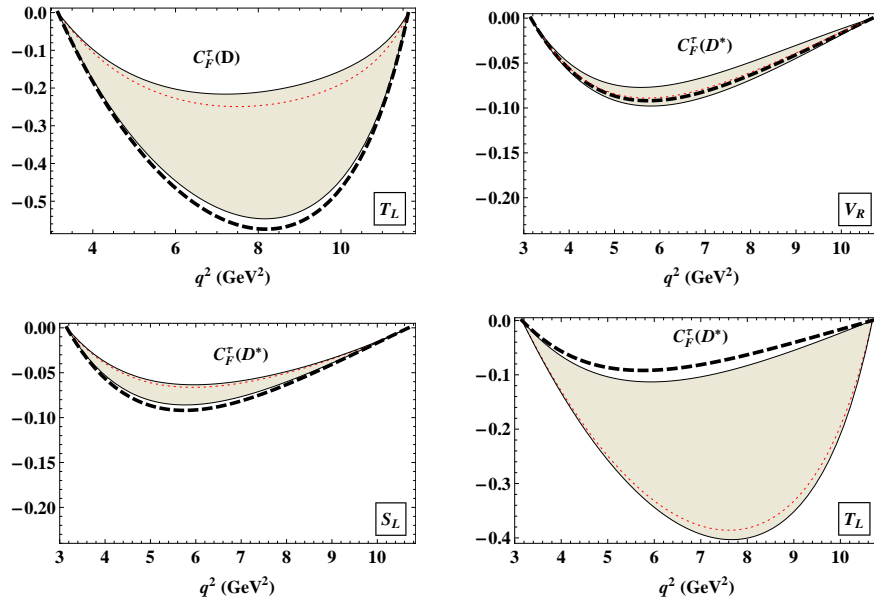


Рис. 3.5. Лептонный параметр выпуклости $C_F^l(q^2)$. Обозначения такие же, как на Рис. 3.3. В случае D -мезона, эффекты НФ возникают только от тензорного оператора.

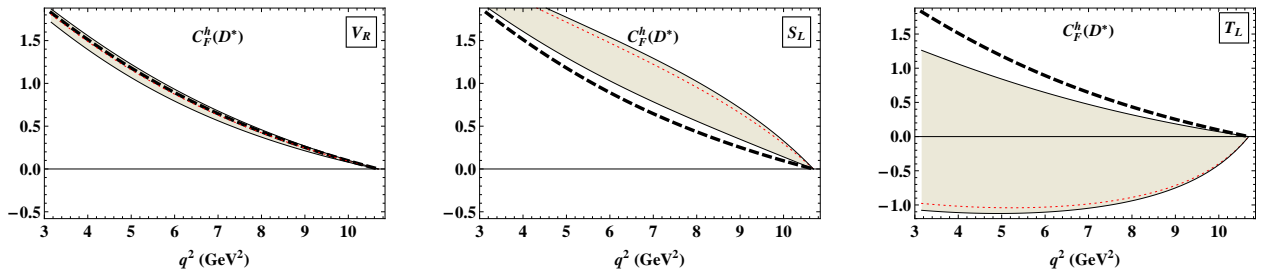


Рис. 3.6. Адронный параметр выпуклости $C_F^h(q^2)$. Обозначения такие же, как на Рис. 3.3.

дый оператор влияет на $C_F^h(q^2)$ уникальным образом: \mathcal{O}_{V_R} практически не оказывает влияние на $C_F^h(q^2)$; \mathcal{O}_{S_L} может увеличить $C_F^h(q^2)$ на $\approx 50\%$ почти во всей области q^2 ; \mathcal{O}_{T_L} уменьшает $C_F^h(q^2)$ (до 200% для малых q^2). В присутствии \mathcal{O}_{T_L} $C_F^h(q^2)$ может принимать отрицательные значения, чего не может быть в рамках СМ.

3.4.5. χ -распределение и тригонометрические моменты

Проинтегрировав (3.18) по $\cos \theta$ и $\cos \theta^*$, получим χ -распределение, нормированный вид которого записывается как:

$$\tilde{J}^{(I)}(\chi) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + A_C^{(1)}(q^2) \cos 2\chi + A_T^{(1)}(q^2) \sin 2\chi \right], \quad (3.31)$$

где $A_C^{(1)}(q^2) = 4J_3/J_{\text{tot}}$ и $A_T^{(1)}(q^2) = 4J_9/J_{\text{tot}}$. Кроме того, можно определить еще некоторые угловые распределения по χ следующим образом [39]:

$$J^{(II)}(\chi) = \left[\int_0^1 - \int_{-1}^0 \right] d \cos \theta^* \int_{-1}^1 d \cos \theta \frac{d^4 \Gamma}{dq^2 d \cos \theta d \chi d \cos \theta^*}, \quad (3.32)$$

$$J^{(III)}(\chi) = \left[\int_0^1 - \int_{-1}^0 \right] d \cos \theta^* \left[\int_0^1 - \int_{-1}^0 \right] d \cos \theta \frac{d^4 \Gamma}{dq^2 d \cos \theta d \chi d \cos \theta^*}. \quad (3.33)$$

Данные распределения имеют следующий нормированный вид

$$\tilde{J}^{(II)}(\chi) = \frac{1}{4} \left[A_C^{(2)}(q^2) \cos \chi + A_T^{(2)}(q^2) \sin \chi \right], \quad (3.34)$$

$$\tilde{J}^{(III)}(\chi) = \frac{2}{3\pi} \left[A_C^{(3)}(q^2) \cos \chi + A_T^{(3)}(q^2) \sin \chi \right], \quad (3.35)$$

где

$$A_C^{(2)}(q^2) = \frac{3J_5}{J_{\text{tot}}}, \quad A_T^{(2)}(q^2) = \frac{3J_7}{J_{\text{tot}}}, \quad A_C^{(3)}(q^2) = \frac{3J_4}{J_{\text{tot}}}, \quad A_T^{(3)}(q^2) = \frac{3J_8}{J_{\text{tot}}}. \quad (3.36)$$

Как уже было обсуждено в предыдущей главе, коэффициентные функции J_i ($i = 3, 4, 5, 7, 8, 9$) в (3.18) могут быть извлечены с помощью соответствующих тригонометрических моментов нормированного распределения $\tilde{J}(\theta^*, \theta, \chi)$, которые определяются следующим образом

$$W_i = \int d \cos \theta d \cos \theta^* d \chi M_i(\theta^*, \theta, \chi) \tilde{J}(\theta^*, \theta, \chi) \equiv \langle M_i(\theta^*, \theta, \chi) \rangle, \quad (3.37)$$

где $M_i(\theta^*, \theta, \chi)$ обозначает тригонометрические моменты. Имеем

$$\begin{aligned}
W_T(q^2) &\equiv \langle \cos 2\chi \rangle = \frac{2J_3}{J_{\text{tot}}} = \frac{1}{2}A_C^{(1)}(q^2), \\
W_{IT}(q^2) &\equiv \langle \sin 2\chi \rangle = \frac{2J_9}{J_{\text{tot}}} = \frac{1}{2}A_T^{(1)}(q^2), \\
W_A(q^2) &\equiv \langle \sin \theta \cos \theta^* \cos \chi \rangle = \frac{3\pi}{8} \frac{J_5}{J_{\text{tot}}} = \frac{\pi}{8}A_C^{(2)}(q^2), \\
W_{IA}(q^2) &\equiv \langle \sin \theta \cos \theta^* \sin \chi \rangle = \frac{3\pi}{8} \frac{J_7}{J_{\text{tot}}} = \frac{\pi}{8}A_T^{(2)}(q^2), \\
W_I(q^2) &\equiv \langle \cos \theta \cos \theta^* \cos \chi \rangle = \frac{9\pi^2}{128} \frac{J_4}{J_{\text{tot}}} = \frac{3\pi^2}{128}A_C^{(3)}(q^2), \\
W_{II}(q^2) &\equiv \langle \cos \theta \cos \theta^* \sin \chi \rangle = \frac{9\pi^2}{128} \frac{J_8}{J_{\text{tot}}} = \frac{3\pi^2}{128}A_T^{(3)}(q^2).
\end{aligned} \tag{3.38}$$

На Рис. 3.7 представлены тригонометрические моменты $W_T(q^2)$, $W_I(q^2)$, $W_A(q^2)$, и $W_{IA}(q^2)$ в зависимости от q^2 . Моменты $W_T(q^2)$ и $W_I(q^2)$ практически не зависят от \mathcal{O}_{V_R} , но в высшей степени чувствительны к \mathcal{O}_{T_L} . Скалярный и тензорный операторы имеют тенденцию увеличивать $W_T(q^2)$ и уменьшать $W_I(q^2)$. Момент $W_A(q^2)$ имеет высокую чувствительность к \mathcal{O}_{V_R} , \mathcal{O}_{S_L} , и \mathcal{O}_{T_L} . Однако, \mathcal{O}_{V_R} и \mathcal{O}_{T_L} увеличивают $W_A(q^2)$, а \mathcal{O}_{S_L} уменьшает $W_A(q^2)$. Стоит отметить, что все три момента $W_T(q^2)$, $W_I(q^2)$, и $W_A(q^2)$ чрезвычайно чувствительны к тензорному оператору, кроме того, их знак может меняться в присутствии \mathcal{O}_{T_L} . В случае момента $W_{IA}(q^2)$, три оператора ведут себя единообразно: они могут как увеличивать, так и уменьшать $W_{IA}(q^2)$, при этом максимальное влияние на $W_{IA}(q^2)$ оказывает \mathcal{O}_{V_R} .

Тригонометрические моменты $W_{II}(q^2)$ и $W_{IT}(q^2)$ равны нулю в рамках СМ и обладают ненулевым вкладом только из-за правого векторного оператора \mathcal{O}_{V_R} , как изображено на Рис. 3.8. Оба момента пропорциональны мнимой части V_R , а эффект от оператора \mathcal{O}_{V_R} исчезает в их отношении.

Можно также рассматривать некоторые комбинации угловых коэффициентов функций, для которых зависимость от формфакторов пропадает (по крайней мере, в большинстве сценариев НФ), как было показано в работе [95]. В качестве демонстрации, в данной работе рассмотрена оптимизированная на-

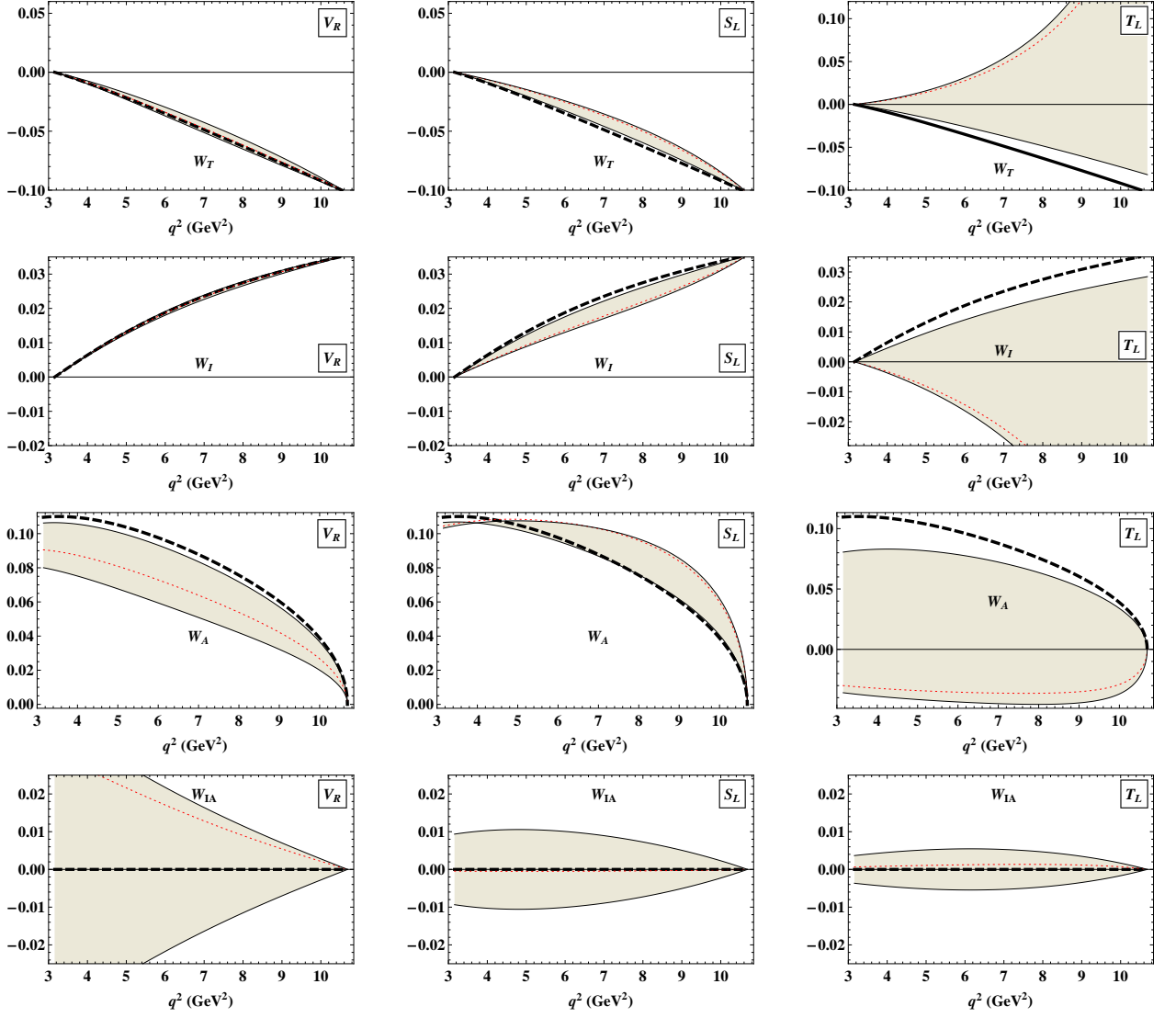


Рис. 3.7. Тригонометрические моменты $W_T(q^2)$, $W_I(q^2)$, $W_A(q^2)$, и $W_{IA}(q^2)$. Обозначения такие же, как на Рис. 3.3.

блюдаемая

$$H_T^{(1)} = \frac{\sqrt{2}J_4}{\sqrt{-J_{2c}(2J_{2s} - J_3)}}, \quad (3.39)$$

которая равна единице не только в рамках СМ, но и во всех сценариях НФ, кроме \mathcal{O}_{T_L} , как изображено на Рис. 3.9. Поэтому $H_T^{(1)}(q^2)$ играет значительную роль в подтверждении появления тензорного оператора \mathcal{O}_{T_L} в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$.

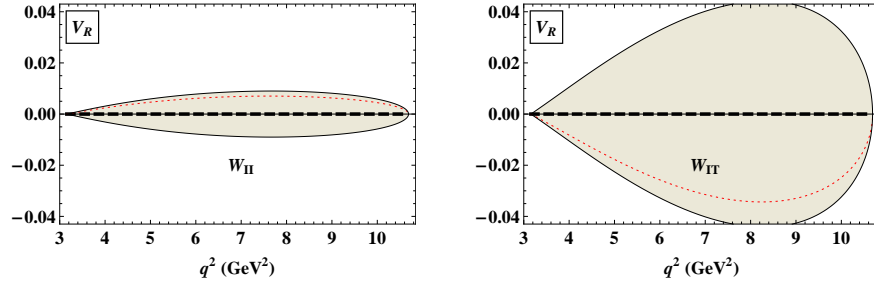


Рис. 3.8. Тригонометрические моменты $W_{II}(q^2)$ (слева) и $W_{IT}(q^2)$ (справа). Обозначения такие же, как на Рис. 3.3.

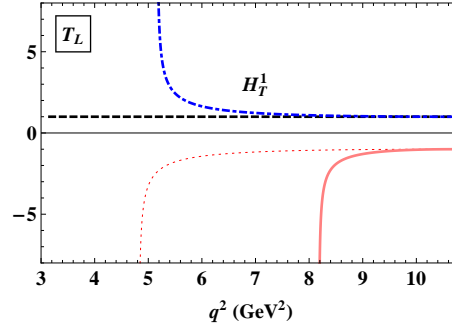


Рис. 3.9. Оптимизированная угловая наблюдаемая $H_T^{(1)}(q^2)$, определенная в (3.39). Жирная пунктирная линия есть предсказание СМ; пунктирная линия представляет собой значение наилучшего фита для T_L , заданное в уравнении (3.17); штрих-пунктирная линия и тонкая сплошная линия есть предсказания для $T_L = 0.04 - 0.17i$ и $T_L = 0.18 + 0.23i$, соответственно.

3.5. Выводы по главе

- Выполнен детальный анализ возможных проявлений эффектов НФ в полуплептонных распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$, используя формфакторы, вычисленные в рамках КМК. Данные эффекты описываются с помощью добавления в эффективный гамильтониан новых 4-фермионных операторов, которые отсутствуют в рамках СМ. Используя имеющиеся экспериментальные данные, были получены ограничения на коэффициенты Вильсона, соответствующие новым операторам и изучены их эффекты в ряде физических наблюдаемых. Оказалось, что настоящие экспериментальные данные для $R(D)$ и $R(D^*)$ предпочитают операторы \mathcal{O}_{V_L} , \mathcal{O}_{V_R} , и \mathcal{O}_{S_L} . Оператор \mathcal{O}_{T_L} не так вероятен, а оператор \mathcal{O}_{S_R} на уровне 2σ может быть исключен.

- Следует отметить, что данный анализ был проведен согласно предположению о том, что в каждом сценарии НФ присутствует только один из операторов, а в реальности могут присутствовать все операторы одновременно. Несмотря на это, данный анализ дает возможность определить источники НФ, т.к. большой набор рассматриваемых физических наблюдаемых выявил некоторые уникальные эффекты, которые могут быть использованы для различия этих операторов. Например, можно во-первых использовать уравнения $W_{IT}(q^2) = 0$ и $H_T^{(1)}(q^2) - 1 = 0$ для тестирования операторов \mathcal{O}_{V_R} и \mathcal{O}_{T_L} , соответственно. Во-вторых, измерить асимметрию “вперед-назад” в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$. Если $\mathcal{A}_{FB}^D(q^2)$ будет обладать точкой пересечения с осью абсцисс, то это будет являться ясным свидетельством в пользу появления оператора \mathcal{O}_{S_L} . Коэффициент V_L есть множитель оператора СМ, поэтому его труднее определить. Однако, если все вышеуказанные тесты будут отвергать операторы \mathcal{O}_{V_R} , \mathcal{O}_{T_L} и \mathcal{O}_{S_L} одновременно, то необходимо будет менять величину V_L .
- В будущем, когда более точные данные будут накоплены, такой анализ может быть использован для поиска НФ в указанных распадах, если, конечно, отклонения от предсказаний СМ по-прежнему останутся.

Поляризация тау лептона в распадах

$\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ и ее роль в поиске новой физики

4.1. Введение

Недавно коллаборация Belle сообщила о новом измерении распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$ с помощью полуадронных мод распада $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ и $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$, в котором было получено $R_{D^*} = 0.270 \pm 0.035(\text{stat.})_{-0.025}^{+0.028}(\text{syst.})$ [12]. Учитывая данный результат, средние значения отношений брэнчингов составляют $R_D = 0.406 \pm 0.050$ и $R_{D^*} = 0.311 \pm 0.016$, превышающие предсказания СМ $R_D = 0.300 \pm 0.008$ [14, 93, 94] и $R_{D^*} = 0.252 \pm 0.003$ [13] на 2.1σ и 3.6σ , соответственно.

В работе [12] также было сообщено о первом измерении продольной поляризации тау-лептона в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$, результат которого составляет $P_L^\tau = -0.38 \pm 0.51(\text{stat.})_{-0.16}^{+0.21}(\text{syst.})$. Несмотря на большие ошибки на данном этапе, это пионерское измерение открыло новые перспективы для изучения динамики полулептонных переходов $B \rightarrow D$ и $B \rightarrow D^*$. Есть надежда, что с помощью супер- B -фабрики Belle II, более точные измерения поляризации тау-лептона будут проведены в ближайшем будущем, что позволит пролить свет на поиск новой физики в данных распадах.

В данной главе будут рассмотрены продольная, поперечная и нормальная компоненты поляризации τ^- лептона в полулептонных распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$. Для корректного определения данных поляризаций вначале введем систему из трех ортогональных единичных векторов, имеющих вид

$$\mathbf{e}_L = \frac{\mathbf{p}_\tau}{|\mathbf{p}_\tau|}, \quad \mathbf{e}_N = \frac{\mathbf{p}_\tau \times \mathbf{p}_{D^{(*)}}}{|\mathbf{p}_\tau \times \mathbf{p}_{D^{(*)}}|}, \quad \mathbf{e}_T = \mathbf{e}_N \times \mathbf{e}_L. \quad (4.1)$$

Здесь \mathbf{p}_τ и $\mathbf{p}_{D^{(*)}}$ — трехмерные вектора импульсов τ^- -лептона и $D^{(*)}$ -мезона в

системе покоя $W_{\text{off-shell}}^-$. В дальнейшем эта система будет называться системой покоя W^- . Три единичных вектора \mathbf{e}_T , \mathbf{e}_N и \mathbf{e}_L в (4.1) образуют правую ортонормированную систему координат. При этом, продольный (L), нормальный (N) и поперечный (T) четырехмерные вектора поляризаций τ^- -лептона в системе покоя последнего имеют вид:

$$s_L^\mu = (0, \mathbf{e}_L), \quad s_N^\mu = (0, \mathbf{e}_N), \quad s_T^\mu = (0, \mathbf{e}_T). \quad (4.2)$$

Лоренцевский буст из системы покоя τ^- к системе покоя W^- изменяет только продольный 4-х вектор поляризации следующим образом

$$s_L^\mu = \left(\frac{|\mathbf{p}_\tau|}{m_\tau}, \frac{E_\tau}{m_\tau} \frac{\mathbf{p}_\tau}{|\mathbf{p}_\tau|} \right), \quad (4.3)$$

оставляя неизменными нормальный (s_N^μ) и поперечный (s_T^μ) 4-вектора. Продольная, нормальная и поперечная компоненты поляризации тау-лептона задаются следующим образом

$$P_i(q^2) = \frac{d\Gamma(s_i^\mu)/dq^2 - d\Gamma(-s_i^\mu)/dq^2}{d\Gamma(s_i^\mu)/dq^2 + d\Gamma(-s_i^\mu)/dq^2}, \quad i = L, N, T, \quad (4.4)$$

где $q^\mu = p_B^\mu - p_{D^{(*)}}^\mu$ — переданный импульс. Следует отметить, что термины “продольная поляризация” и “продольная поляризационная компонента” часто используются взаимозаменяемо, как и в данной работе. Такая же конвенция используется для нормальной и поперечной поляризаций.

Нормальная поляризационная компонента P_N является T -нечетной. В рамках СМ она равна нулю при отсутствии взаимодействий в конечном состоянии, которые пренебрежимо малы. Однако, в некоторых расширениях СМ, включая 2HDMs, MSSM и модели лептокварков, возможны большие значения P_N за счет введенных CP -нарушающих фаз [96–99].

Продольная поляризация P_L также была использована как одна из перспективных наблюдаемых в поиске НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ [13, 35, 37, 41, 89]. Было обнаружено, что P_L очень чувствительна к скалярному и тензорному операторам. В работе [37, 89] было показано, что для исследования

эффектов НФ, полезны некоторые корреляции между P_L и шириной распада. Более того, константы связи новой физики могут быть извлечены из P_L с намного меньшей погрешностью, по сравнению с тем, извлеченными из других наблюдаемых [41].

В прошлой главе были рассчитаны значения продольной и поперечной поляризаций заряженного лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$ в рамках СМ. В зависимости от области фазового пространства, поперечная поляризация тау-лептона может быть достаточно большой. В среднем, $\langle P_T^r \rangle = 0.84$ ($B \rightarrow D$) и $\langle P_T^r \rangle = 0.46$ ($B \rightarrow D^*$), по сравнению с $\langle P_T^\ell \rangle = 0$ для $m_\ell = 0$ в обоих случаях. Для продольной поляризации, $\langle P_L^r \rangle = 0.33$ ($B \rightarrow D$) и $\langle P_L^r \rangle = -0.50$ ($B \rightarrow D^*$), которые следует сравнивать с соответствующим значением $\langle P_L^\ell \rangle = -1$ для $m_\ell = 0$, также в обоих случаях. Средние значения полной поляризации составляют $\langle |\mathbf{P}^r| \rangle = 0.91$ ($B \rightarrow D$) и $\langle |\mathbf{P}^r| \rangle = 0.71$ ($B \rightarrow D^*$). В данной главе будут исследованы различные поляризационные компоненты и их чувствительность к различным операторам НФ.

Информация о поляризации τ^- может быть получена из его последующих распадов, включая следующие доминирующие моды

$$\begin{aligned} \tau^- &\rightarrow \pi^- \nu_\tau \quad (10.83\%), & \tau^- &\rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \quad (17.41\%), \\ \tau^- &\rightarrow \rho^- \nu_\tau \quad (25.52\%), & \tau^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau \quad (17.83\%), \end{aligned} \quad (4.5)$$

где численные значения соответствующих брэнчингов даны в скобках. В следующем подразделе будет показано как три поляризационных компоненты тау-лептона могут быть измерены с помощью этих распадов и исследована их эффективность в качестве поляризационных анализаторов.

4.2. Анализ поляризации тау-лептона с помощью его распадов

Компоненты поляризации τ^- -лептона в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ могут быть измерены с помощью анализа конечных состояний, возникающих в последующих распадах τ^- -лептона. Кинематика распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ с последующим распадом τ^- -лептона изображена на Рис. 4.1, где $d^- = \pi^-, \rho^-, e^-, \mu^-$. В системе покоя W^- угол θ_τ есть угол между 3-вектором импульса τ^- -лептона

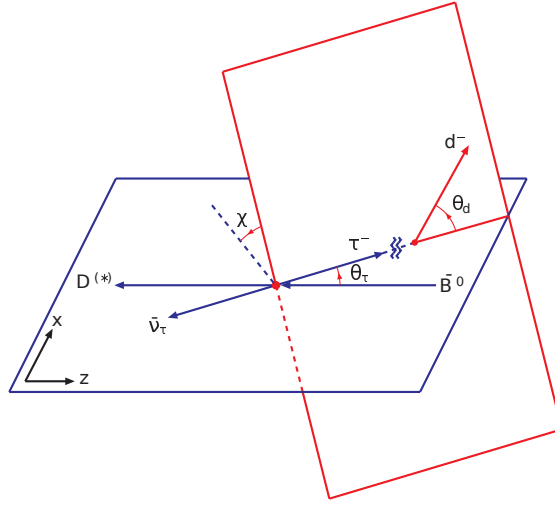


Рис. 4.1. Кинематика распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ с последующим распадом τ^- лептона.

и направлением, противоположным направлению движения $D^{(*)}$ -мезона. В системе покоя τ^- лептона угол θ_d есть угол между 3-вектором импульса d^- , являющейся дочерней частицей при распаде τ^- -лептона, и осью квантования продольной поляризации, которая выбрана таким образом, чтобы она совпадала с направлением движения τ^- в системе покоя W^- (спиральный базис). Плоскость распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ определяется 3-векторами импульса τ^- -лептона и $D^{(*)}$ -мезона. Плоскость распада $\tau^- \rightarrow d^- + X$ определяется 3-вектором импульса d^- и осью квантования продольной поляризации. Угол χ есть азимутальный угол между двумя вышесказанными плоскостями.

В системе покоя W^- выбрана правая система координат xyz такая, что ось z направлена против движения \bar{B}^0 - и $D^{(*)}$ -мезона, а 3-вектор импульса τ^-

лежит на плоскости (xz) . В такой системе координат 4-импульс τ^- задается следующим образом

$$p_\tau^\mu = E_\tau(1, \beta_\tau \sin \theta_\tau, 0, \beta_\tau \cos \theta_\tau), \quad (4.6)$$

где $E_\tau = (q^2 + m_\tau^2)/2\sqrt{q^2}$ — энергия, а $\beta_\tau = |\mathbf{p}_\tau|/E_\tau = \sqrt{1 - m_\tau^2/E_\tau^2}$ — скорость τ^- в системе покоя W^- .

Так как рассматриваемые распады являются либо двухчастичными ($\tau^- \rightarrow \pi^-(\rho^-) + \nu_\tau$), либо квази-двухчастичными ($\tau^- \rightarrow \ell^- + X$), существует только одно независимое спин-импульсное скалярное произведение, в качестве которого может быть выбрано скалярное произведение следующих векторов $(\mathbf{p}_d \cdot \mathbf{P})$, где \mathbf{p}_d есть 3-х вектор импульса d^- , а \mathbf{P} есть 3-х вектор поляризации τ^- . Следует отметить, что в трехчастичных распадах, например, $t \rightarrow b + \ell^+ + \nu_\ell$, число спин-импульсных скалярных произведений равно двум, что приводит к более богатой структуре спин-импульсных корреляций (см., например [100]).

Дифференциальное угловое распределение в 2-х частичном распаде имеет вид

$$\frac{d\Gamma}{dq^2 d \cos \theta_{dP}} = \mathcal{B}_d \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{2} \left(1 + A_d \cdot |\mathbf{P}(q^2)| \cos \theta_{dP} \right), \quad (4.7)$$

где θ_{dP} есть полярный угол между \mathbf{p}_d и \mathbf{P} , $d\Gamma/dq^2$ — дифференциальная ширина распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$, а \mathcal{B}_d и A_d являются брэнчингом и анализирующей способностью распада $\tau^- \rightarrow d^- + X$, соответственно. Следует отметить, что $|A_d| \leq 1$ для обеспечения положительности ширины распада при $|\mathbf{P}| = 1$.

Полярный угол θ_{dP} в (4.7) экспериментально недоступен, т.к. с самого начала невозможно определить направление вектора поляризации \mathbf{P} τ^- -лептона. Однако, можно определить экспериментально доступные углы θ_d и χ , используя следующую параметризацию вектора p_d , лежащего в плоскости рождения τ^- (см. Рис. 4.1):

$$\mathbf{p}_d = |\mathbf{p}_d|(\sin \theta_d \cos \chi, \sin \theta_d \sin \chi, \cos \theta_d). \quad (4.8)$$

В терминах углов θ_d и χ угловое распределение имеет вид

$$\frac{d\Gamma}{dq^2 d\cos\theta_d d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_d \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{2} \left[1 + A_d (P_T(q^2) \sin\theta_d \cos\chi + P_N(q^2) \sin\theta_d \sin\chi + P_L(q^2) \cos\theta_d) \right]. \quad (4.9)$$

Анализируя угловое распределение (4.9), можно определить три компоненты вектора поляризации $\mathbf{P}(q^2) = (P_T(q^2), P_N(q^2), P_L(q^2))$.

Проинтегрировав по χ получим

$$\frac{d\Gamma}{dq^2 d\cos\theta_d} = \mathcal{B}_d \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{2} \left(1 + A_d P_L(q^2) \cos\theta_d \right). \quad (4.10)$$

При этом, поляризационная асимметрия “вперед-назад” задается следующим образом

$$A_{FB}^P = \frac{d\Gamma(F) - d\Gamma(B)}{d\Gamma(F) + d\Gamma(B)} = A_d P_L(q^2). \quad (4.11)$$

Проинтегрировав по $\cos\theta_d$ получим

$$\frac{d\Gamma}{dq^2 d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_d \frac{d\Gamma}{dq^2} \left(1 + A_d \frac{\pi}{4} (P_T(q^2) \cos\chi + P_N(q^2) \sin\chi) \right) \quad (4.12)$$

с эффективной азимутальной анализирующей способностью равной $A_d \pi/4$.

4.2.1. Полуадронные моды $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ и $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$

Дифференциальная ширина распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- (\rightarrow \pi^- \nu_\tau) \bar{\nu}_\tau$ имеет вид

$$\frac{d\Gamma_\pi}{dq^2 d\cos\theta_\pi d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\pi \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{2} \left[1 + P_T(q^2) \sin\theta_\pi \cos\chi + P_N(q^2) \sin\theta_\pi \sin\chi + P_L(q^2) \cos\theta_\pi \right], \quad (4.13)$$

где \mathcal{B}_π — брэнчинг распада $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$. Следует отметить, что анализирующая способность распада $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$ составляет 100%. Ниже будет опущена компонента P_N в формулах для дифференциальных ширин распадов. Проинтегрировав по $\cos\theta_\pi$ получим

$$\frac{d\Gamma_\pi}{dq^2 d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\pi \frac{d\Gamma}{dq^2} \left(1 + \frac{\pi}{4} P_T(q^2) \cos\chi \right). \quad (4.14)$$

Эффективная азимутальная анализирующая способность составляет $\approx 78.54\%$.

В случае распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^- (\rightarrow \rho^- \nu_\tau) \bar{\nu}_\tau$ имеем

$$\frac{d\Gamma_\rho}{dq^2 d \cos \theta_\rho d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\rho \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{2} \left[1 + \frac{m_\tau^2 - 2m_\rho^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} (P_T(q^2) \sin \theta_\rho \cos \chi + P_L(q^2) \cos \theta_\rho) \right], \quad (4.15)$$

где \mathcal{B}_ρ — брэнчинг распада $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$. Очевидно, что в данном случае, анализирующая способность будет потеряна в отличие от $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$, так как $(m_\tau^2 - 2m_\rho^2)/(m_\tau^2 + 2m_\rho^2) = 0.4485 < 1$.

Однако, можно сохранить полную анализирующую способность, рассматривая отдельно продольную и поперечную компоненты поляризации ρ^- -мезона. Этого можно добиться путем анализа углового распределения распада $\rho^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$ в системе покоя ρ^- -мезона. Угловое распределение распада $\rho^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$ имеет вид

$$\frac{d\Gamma_\rho}{d \cos \theta} = \frac{3}{8} (1 + \cos^2 \theta) \Gamma^T + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \Gamma^L, \quad (4.16)$$

где θ — полярный угол π^- -мезона относительно первоначального направления движения ρ^- -мезона. Технически, продольная часть может быть получена с помощью введения нормированного 4-вектора продольной поляризации ρ^- , которая выглядит как

$$\varepsilon^\alpha(0) = \frac{1}{m_\rho m_\tau p} (m_\rho^2 p_\tau^\alpha - p_\rho p_\tau p_\rho^\alpha). \quad (4.17)$$

Можно проверить, что $p_\rho \cdot \varepsilon(0) = 0$ и $\varepsilon^*(0) \cdot \varepsilon(0) = -1$. В системе покоя ρ^- -мезона, $\varepsilon^\alpha(0) = (0; 0, 0, 1)$. Поперечный вклад определяется разностью $\Gamma^T = \Gamma - \Gamma^L$. Продольное и поперечное дифференциальные распределения ρ^- -мезона в итоге записываются как

$$\frac{d\Gamma_\rho^L}{dq^2 d \cos \theta_\rho d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\rho \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{m_\tau^2/2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} \left[1 + (P_T(q^2) \sin \theta_\rho \cos \chi + P_L(q^2) \cos \theta_\rho) \right], \quad (4.18)$$

$$\frac{d\Gamma_\rho^T}{dq^2 d \cos \theta_\rho d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\rho \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} \left[1 - (P_T(q^2) \sin \theta_\rho \cos \chi + P_L(q^2) \cos \theta_\rho) \right].$$

Таким образом, полная анализирующая способность (100%) сохранилась. Можно также разделить две компоненты поляризации ρ^- -мезона друг от друга проекционным методом. Действительно, проекционные операторы $\mathcal{P}^L = 2(1 - 5/2 \cos^2 \theta)$ и $\mathcal{P}^T = -(1 - 5 \cos^2 \theta)$ выделяют продольную и поперечную части Γ^L и Γ^T в (4.16), соответственно:

$$\Gamma^L = \int_{-1}^1 \left(\frac{d\Gamma_\rho}{d \cos \theta} \right) \cdot \mathcal{P}^L d \cos \theta, \quad \Gamma^T = \int_{-1}^1 \left(\frac{d\Gamma_\rho}{d \cos \theta} \right) \cdot \mathcal{P}^T d \cos \theta. \quad (4.19)$$

4.2.2. Лептонные моды распада $\tau^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau$ ($\ell = e, \mu$)

Используя результаты, например, работы [101], можно записать

$$\frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 dx d \cos \theta_\ell d\chi / 2\pi} = \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{\Gamma_0}{\Gamma_\tau} \beta x [G_1(x) + G_2(x) (P_T(q^2) \sin \theta_\ell \cos \chi + P_L(q^2) \cos \theta_\ell)], \quad (4.20)$$

где, как обычно, была введена переменная $x = 2E/m_\tau$ и $E = (|\mathbf{p}_\ell|^2 + m_\ell^2)^{1/2}$ есть энергия конечного заряженного лептона ℓ^- в системе покоя τ^- . Здесь, $\Gamma_0 = G_F^2 m_\tau^5 / 192\pi^3$ есть ширина лептонного распада τ^- в пределе бесмассовых лептонов в конечном состоянии $m_\ell = 0$, а Γ_τ — полная ширина распада τ^- . Следует отметить, что интегрирование выражения в правой части Γ_0/Γ_τ в (4.20) дает единицу при $m_\ell = 0$, как и должно быть. Для простоты, будем обозначать $\mathcal{B}_\ell^0 = \Gamma_0/\Gamma_\tau$.

Коэффициентные функции в (4.20) задаются следующим образом [101]:

$$G_1 = x(3 - 2x) - (4 - 3x)y^2, \quad G_2 = \beta x(1 - 2x + 3y^2), \quad (4.21)$$

где $y = m_\ell/m_\tau$ и $\beta = \sqrt{1 - 4y^2/x^2} = \sqrt{1 - m_\ell^2/E^2} = p/E$.

Анализирующая способность определяется отношением $G_2(x)/G_1(x)$. Усреднение по x ($2y \leq x \leq 1 + y^2$) дает

$$\frac{\langle \beta x G_2(x) \rangle}{\langle \beta x G_1(x) \rangle} = -\frac{1}{12}(1 + 8y^2 - 32y^3 + \dots). \quad (4.22)$$

При этом, азимутальная анализирующая способность задается следующим образом:

$$\frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 d\chi/2\pi} = \frac{d\Gamma}{dq^2} \mathcal{B}_\ell^0 (1 + P_T A_\chi \cos \chi), \quad A_\chi = -\frac{\pi}{12} (1 + 8y^2 - 32y^3 + \dots). \quad (4.23)$$

При $m_\ell = 0$, получаем $|A_\chi| = 0.262$, которое на 3.2% меньше по сравнению с тем случаем, когда $m_\ell = m_\tau$.

Поляризацию τ^- также можно изучить, описывая лептонный распад поляризованного τ^- в терминах переменных (x, z) , где $z = E_\ell/E_\tau$ есть отношение энергии дочернего лептона ℓ к энергии τ^- , оба в системе покоя W^- [102]. Связь между переменными z , x и $\cos \theta_\ell$ задается функцией $z = z(x, \cos \theta_\ell)$:

$$z = \frac{E_\ell}{E_\tau} = \frac{\beta_\tau p \cos \theta_\ell + E}{m_\tau} = \frac{x}{2} (\beta_\tau \beta \cos \theta_\ell + 1). \quad (4.24)$$

Следует отметить, что E (энергия дочернего лептона ℓ в системе покоя τ^-) уже не является фиксированным, а стала переменной, по которой будет проведено интегрирование.

В работе [102] было использовано коллинеарное приближение $\beta_\tau = 1$ и также предел нулевых масс лептонов $\beta = 1$ при изучении продольной поляризации τ^- . Приближение $\beta_\tau = 1$ вполне удовлетворительно в области малых отдач (т.е. больших q^2), а аппроксимация $\beta = 1$ удовлетворительна для тех случаев, когда массой лептона в конечном состоянии можно пренебречь. Пользуясь одновременно двумя приближениями, можно записать дифференциальную ширину распада в виде

$$\frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 dx dz d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\ell^0 \frac{d\Gamma}{dq^2} 2(G_1(x) + G_2(x)(P_L \cos \theta_\ell + P_T \sin \theta_\ell \cos \chi)). \quad (4.25)$$

Проинтегрировав (4.25) по x в пределах $z \leq x \leq 1$, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 dz d\chi/2\pi} &= \mathcal{B}_\ell^0 \frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{3} (1-z) [(5+5z-4z^2) + P_L(q^2)(1+z-8z^2) \\ &\quad - \frac{8}{5} P_T(q^2) \sqrt{z(1-z)}(1+4z) \cos \chi]. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Проинтегрировав по z в пределах ($0 \leq z \leq 1$), получим азимутальное распределение:

$$\frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\ell^0 \frac{d\Gamma}{dq^2} \left(1 - \frac{\pi}{12} P_T(q^2) \cos \chi\right). \quad (4.27)$$

Видно, что анализирующая способность составляет $\pi/12 = 26.18\%$, что согласуется с соответствующим результатом в (4.23).

При $\beta_\tau \neq 1$ и $\beta = 1$ вычисление немного усложняется. При этом, дифференциальная ширина распада записывается в виде

$$\frac{d\Gamma_\ell}{dq^2 dz d\chi/2\pi} = \mathcal{B}_\ell \frac{d\Gamma}{dq^2} [f(q^2, z) + g(q^2, z) P_L(q^2) + h(q^2, z) P_T(q^2) \cos \chi], \quad (4.28)$$

где \mathcal{B}_ℓ есть брэнчинг распада $\tau^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau$. Пренебрегая массой лептона m_ℓ , т.е. положив $\beta = 1$, функции f , g и h принимают вид

$$\begin{aligned} f(q^2, z) &= \frac{16z^2}{3(1 - \beta_\tau^2)^3} [9(1 - \beta_\tau^2) - 4(3 + \beta_\tau^2)z], \\ g(q^2, z) &= -\frac{16z^2}{3(1 - \beta_\tau^2)^3} \beta_\tau [3(1 - \beta_\tau^2) - 16z], \\ h(q^2, z) &= \frac{4\pi z^2}{(1 - \beta_\tau^2)^3} \sqrt{1 - \beta_\tau^2} (1 - \beta_\tau^2 - 4z), \end{aligned} \quad (4.29)$$

для $0 \leq z \leq (1 - \beta_\tau)/2$, и

$$\begin{aligned} f(q^2, z) &= \frac{1 + \beta_\tau - 2z}{3\beta_\tau(1 + \beta_\tau)^3} [5(1 + \beta_\tau)^2 + 10(1 + \beta_\tau)z - 16z^2], \\ g(q^2, z) &= \frac{1 + \beta_\tau - 2z}{3\beta_\tau^2(1 + \beta_\tau)^3} [(1 + \beta_\tau)^2 + 2(1 + \beta_\tau)z - 8(1 + 3\beta_\tau)z^2], \\ h(q^2, z) &= \frac{4z^2}{(1 - \beta_\tau^2)^3} \sqrt{1 - \beta_\tau^2} (1 - \beta_\tau^2 - 4z) \left(\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{1 - \beta_\tau^2 - 2z}{2z\beta_\tau}\right) \\ &\quad - \frac{\sqrt{\beta_\tau^2 - 1 + 4z - 4z^2}}{3\beta_\tau^2(1 - \beta_\tau^2)^2} [(1 - \beta_\tau^2)^2 + 2(1 - \beta_\tau^2)z - 8(1 + 2\beta_\tau^2)z^2], \end{aligned} \quad (4.30)$$

для $(1 - \beta_\tau)/2 \leq z \leq (1 + \beta_\tau)/2$. Уравнения (4.29) и (4.30) получаются с помощью интегрирования уравнения (4.25) по x в пределах $2z/(1 + \beta_\tau) \leq x \leq 2z/(1 - \beta_\tau)$ и $2z/(1 + \beta_\tau) \leq x \leq 1$, соответственно.

В коллинеарном приближении ($\beta_\tau = 1$) первый интервал $0 \leq z \leq (1 - \beta_\tau)/2$ сокращается, а второй интервал $(1 - \beta_\tau)/2 \leq z \leq (1 + \beta_\tau)/2$ сводится к $0 \leq z \leq 1$.

Коллинеарные формы функций $f(q^2, z)$ и $g(q^2, z)$ в (4.26) сразу получаются из (4.30), если положить $\beta_\tau = 1$. Однако, восстановить коллинеарную форму функции $h(q^2, z)$ в (4.26) из (4.30) не так просто. Это возникает из того, что при интегрировании уравнения (4.25), были использованы разные подходы к интегралам, в зависимости от того, $\beta_\tau = 1$ или $\beta_\tau \neq 1$. Следует отметить, что аналогичные результаты для функций $f(q^2, z)$ и $g(q^2, z)$ также были получены в работе [89].

В работе [90] был предложен еще один альтернативный подход к анализу продольной поляризации τ^- в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$, при котором введена асимметрия “вперед-назад” в связи с $\cos \theta^*$, где θ^* есть угол между заряженным дочерним лептоном и вылетающим $D^{(*)}$ -мезоном в системе покоя W^- .

В следующем параграфе будет обсужден другой базис, так называемый, недиагональный базис, в котором ось z выбрана так, чтобы она была направлена по вектору поляризации τ^- .

4.2.3. Недиагональный базис

В работах [103–105] был введен так называемый недиагональный базис для того, чтобы максимизировать эффекты спин-спиновых корреляций в рождении пар t -кварков на коллайдерах. Как было показано в [106, 107], недиагональный базис достигается выбором оси z , направленной по вектору поляризации t -кварка, или, в данном случае, по вектору поляризации τ^- . Для простоты будем рассматривать данный базис только в рамках СМ, в которых $P_N = 0$.

В плоскости $(\mathbf{e}_L, \mathbf{e}_T)$, недиагональный базис получается вращением на угол θ_{OD} , где θ_{OD} есть полярный угол между вектором импульса и вектором поляризации тау-лептона, измеряемый против часовой стрелки от первого вектора. Данный угол задается следующим отношением

$$\sin \theta_{OD} / \cos \theta_{OD} = P_T / P_L. \quad (4.31)$$

В недиагональном базисе (обозначеном штрихом) поперечная поляризации-

онная компонента P'_T равна нулю, и азимутальный вклад, пропорциональный $\cos \chi$, в угловое распределение распада исчезает. Следовательно, чувствительность измерения полярного вклада, пропорционального $\cos \theta'_d$ увеличивается, т.к. $|\mathbf{P}| = \sqrt{P_T^2 + P_L^2} \geq |P_L|$. Здесь, θ'_d есть полярный угол между осью z и направлением движения d^- в недиагональном базисе.

Приведенные выше рассуждения указывают на возможно новый подход к экспериментальному измерению вектора поляризации τ^- на основе полярных измерений. Действительно, берем совокупность направлений z в плоскости $(\mathbf{e}_L, \mathbf{e}_T)$ и доводим до максимума поляризационную асимметрию “вперед-назад” $A_{FB}^P = A_d P_L(q^2)$ для этой совокупности. При этом, то направление z , для которого A_{FB}^P достигает максимального значения, дает направление вектора поляризации τ^- , а соответствующее значение $P_L(q^2)$, полученное из $A_{FB}^P = A_d P_L(q^2)$, дает модуль $|\mathbf{P}|$.

На Рис. 4.2 показана зависимость угла θ_{OD} от q^2 для переходов $B \rightarrow D$ и $B \rightarrow D^*$. В случае $B \rightarrow D$ перехода, угол θ_{OD} немного меняется в пределах $(50^\circ, 70^\circ)$ почти во всей области q^2 , и быстро уменьшается от приблизительно 50° до 0° при $q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$. В случае $B \rightarrow D^*$ перехода, угол θ_{OD} монотонно увеличивается с ростом q^2 , от приблизительно 80° до 180° .

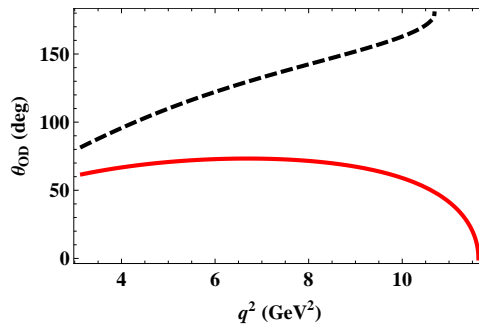


Рис. 4.2. Угол θ_{OD} для переходов $B \rightarrow D^*$ (штриховая линия) и $B \rightarrow D$ (сплошная линия).

Зависимость угла θ_{OD} от q^2 очевидно относится к корреляции между продольной и поперечной поляризационными компонентами, или другими словами, между направлением и модулем вектора поляризации. На Рис. 4.3 показано как

перемещается вершина вектора поляризации в плоскости (P_L, P_T) когда q^2 возрастает от порога $q^2 = m_\tau^2$ до точки нулевой отдачи $q^2 = (m_{\bar{B}^0} - m_{D^{(*)}})^2$. Вершины перемещаются внутри единичного круга, т.к. $|\mathbf{P}| \leq 1$. Обе траектории начинаются в точках порога и заканчиваются в точках нулевой отдачи. С ростом q^2 , вектор поляризации τ^- -лептона вращается к направлению его импульса (в случае $B \rightarrow D$), или к направлению, противоположному его импульсу (в случае $B \rightarrow D^*$). Поперечная поляризация для обоих случаев исчезает в точке нулевой отдачи, что следует от анализа спиральности в разделе 4.3.

Интересно отметить, что в случае перехода $B \rightarrow D^*$, точки, соответствующие значениям $q^2 = 4, 6, 8, \text{ и } 10 \text{ ГэВ}^2$, приблизительно равномерно расположены на траектории вектора поляризации. Это указывает на умеренное вращение вектора поляризации с ростом q^2 . Напротив, вектор поляризации в случае $B \rightarrow D$ вращается вполне быстро при $q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$. Такая зависимость угла θ_{OD} от q^2 , показана на Рис. 4.2. Среднее значение угла θ_{OD} составляет $\langle \theta_{OD} \rangle = 130^\circ$ для $B \rightarrow D^*$, и $\langle \theta_{OD} \rangle = 64^\circ$ для $B \rightarrow D$.

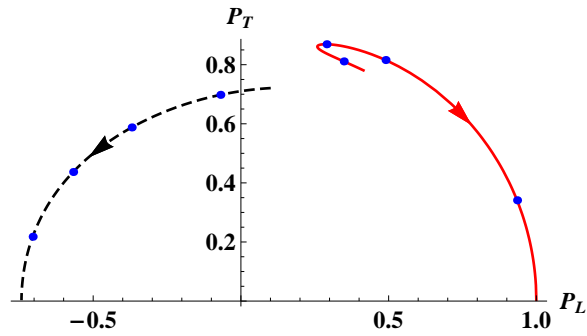


Рис. 4.3. Зависимость направления и модуля вектора поляризации от q^2 для $B \rightarrow D^*$ (штриховая) и $B \rightarrow D$ (сплошная). Стрелки указывают направление увеличения q^2 . Точки на штриховой кривой соответствуют значениям $q^2 = 4, 6, 8, \text{ и } 10 \text{ ГэВ}^2$, а точки на сплошной кривой — $q^2 = 4, 8, 10, \text{ и } 11.5 \text{ ГэВ}^2$.

4.3. Поляризационные компоненты и спиральные амплитуды

С помощью эффективного гамильтониана, в котором присутствуют как операторы стандартной модели, так и новые операторы, см. уравнение (3.1) главы 3, можно получить следующие выражения для отношений брэнчингов $R_{D^{(*)}}(q^2)$:

$$R_{D^{(*)}}(q^2) = \left(\frac{q^2 - m_\tau^2}{q^2 - m_\mu^2} \right)^2 \frac{\mathcal{H}_{tot}^{D^{(*)}}}{\sum_n |H_n|^2 + \delta_\mu \left(\sum_n |H_n|^2 + 3|H_t|^2 \right)}, \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{tot}^D &= |1 + g_V|^2 [|H_0|^2 + \delta_\tau (|H_0|^2 + 3|H_t|^2)] + \frac{3}{2} |g_S|^2 |H_P^S|^2 \\ &+ 3\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} g_S H_P^S H_t + 8|T_L|^2 (1 + 4\delta_\tau) |H_T|^2 + 12\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L H_0 H_T, \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{tot}^{D^*} &= (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) \left[\sum_n |H_n|^2 + \delta_\tau \left(\sum_n |H_n|^2 + 3|H_t|^2 \right) \right] + \frac{3}{2} |g_P|^2 |H_V^S|^2 \\ &- 2\text{Re} V_R [(1 + \delta_\tau) (|H_0|^2 + 2H_+ H_-) + 3\delta_\tau |H_t|^2] - 3\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} g_P H_V^S H_t \\ &+ 8|T_L|^2 (1 + 4\delta_\tau) \sum_n |H_T^n|^2 - 12\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L \sum_n H_n H_T^n, \end{aligned}$$

где $\delta_\ell = m_\ell^2/2q^2$, $g_V \equiv V_L + V_R$, $g_S \equiv S_L + S_R$, $g_P \equiv S_L - S_R$, а индекс n пробегает значения $(0, +, -)$.

Для того, чтобы получить выражения для поляризационных компонентов τ^- , надо вычислить дифференциальную ширину распада для каждого фиксированного спинового состояния τ^- в рассматриваемом направлении. Это легко осуществляется с помощью замены

$$\not{p}'_\tau + m_\tau \rightarrow \frac{1}{2} (\not{p}'_\tau + m_\tau) (1 + \gamma_5 \not{s}_i) \quad (4.34)$$

в соответствующих матричных следах. Поляризационные векторы s_i^μ в системе

покоя W^- заданы также как в работах [79, 81, 108]

$$\begin{aligned} s_L^\mu &= \frac{1}{m_\tau} (|\mathbf{p}_\tau|, E_\tau \sin \theta_\tau, 0, E_\tau \cos \theta_\tau), \\ s_T^\mu &= (0, \cos \theta_\tau, 0, -\sin \theta_\tau), \\ s_N^\mu &= (0, 0, 1, 0). \end{aligned} \quad (4.35)$$

Продольная поляризация имеет вид:

$$\begin{aligned} P_L^D(q^2) &= \frac{1}{\mathcal{H}_{tot}^D} \left\{ -|1 + g_V|^2 [|H_0|^2 - \delta_\tau (|H_0|^2 + 3|H_t|^2)] + 3\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} g_S H_P^S H_t \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} |g_S|^2 |H_P^S|^2 + 8|T_L|^2 (1 - 4\delta_\tau) |H_T|^2 - 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L H_0 H_T \right\}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} P_L^{D^*}(q^2) &= \frac{1}{\mathcal{H}_{tot}^{D^*}} \left\{ (|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) \left[-\sum_n |H_n|^2 + \delta_\tau \left(\sum_n |H_n|^2 + 3|H_t|^2 \right) \right] \right. \\ &\quad - 2\text{Re} V_R [(1 - \delta_\tau)(-|H_0|^2 + 2H_+ H_-) + 3\delta_\tau |H_t|^2] - 3\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} g_P H_V^S H_t \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} |g_P|^2 |H_V^S|^2 + 8|T_L|^2 (1 - 4\delta_\tau) \sum_n |H_T^n|^2 + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L \sum_n H_n H_T^n \right\}. \end{aligned}$$

Следует подчеркнуть, что продольная поляризация τ^- вычислена в системе покоя W^- с продольным направлением, определяемым вектором \mathbf{p}_τ , а не в системе покоя \bar{B}^0 -мезона.

Аналогично, поперечная поляризация имеет вид:

$$\begin{aligned} P_T^D(q^2) &= \frac{3\pi\sqrt{\delta_\tau}}{2\sqrt{2}\mathcal{H}_{tot}^D} \left\{ |1 + g_V|^2 H_0 H_t + \frac{\text{Re} g_S}{\sqrt{2\delta_\tau}} H_P^S H_0 + 4\sqrt{2\delta_\tau} \text{Re} T_L H_t H_T \right\}, \\ P_T^{D^*}(q^2) &= \frac{3\pi\sqrt{\delta_\tau}}{4\sqrt{2}\mathcal{H}_{tot}^{D^*}} \times \\ &\quad \times \left\{ (|1 + V_L|^2 - |V_R|^2) (|H_-|^2 - |H_+|^2) + 2(|1 + V_L|^2 + |V_R|^2) H_t H_0 \right. \\ &\quad - \frac{2\text{Re} g_P}{\sqrt{2\delta_\tau}} H_V^S H_0 - 4\text{Re} V_R H_t H_0 + 16|T_L|^2 (|H_T^-|^2 - |H_T^+|^2) \\ &\quad \left. + 4\text{Re} T_L \left[\frac{1 + 2\delta_\tau}{\sqrt{2\delta_\tau}} (H_+ H_T^+ - H_- H_T^-) - 2\sqrt{2\delta_\tau} H_t H_T^0 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Из уравнения (4.37) сразу видно, что поперечная поляризация исчезает в пределе нулевых масс лептонов $m_\ell = 0$ вследствие общего фактора $\sqrt{\delta_\ell} = m_\ell / \sqrt{2q^2}$.

Это является следствием того, что лептоны полностью продольно поляризованы при $m_\ell = 0$, и следовательно, нет места для поперечной поляризации. Именно масса лептонов является причиной появления поперечной поляризации, которая достаточно большая в случае τ^- . В рамках СМ, поперечная поляризация видимо исчезает в точке нулевой отдачи, т.к. при этом $H_t = 0$ и $H_\pm = H_0$.

Нормальная поляризация равна нулю в СМ, т.к. в нашем подходе формфакторы, и, следовательно, спиральные амплитуды, представляют собой действительные функции. В присутствии CP -нарушающих комплексных Вильсоновских коэффициентов, нормальная поляризация получает ненулевые вклады от мнимых частей данных коэффициентов, как это видно из уравнения (4.38). Обе поляризации P_N^D и P_N^{D*} чувствительны к тензорному и скалярному операторам. Нормальная поляризация имеет вид:

$$\begin{aligned} P_N^D(q^2) &= \frac{3\pi}{2\mathcal{H}_{tot}^D} \left[-\text{Im}g_S H_P^S H_0 + 8\delta_\tau \text{Im}T_L H_t H_T \right], \\ P_N^{D*}(q^2) &= \frac{3\pi}{4\mathcal{H}_{tot}^{D*}} \times \\ &\times \left\{ \text{Im}g_P H_V^S H_0 - 2\text{Im}T_L [(1 - 2\delta_\tau)(H_+ H_T^+ - H_- H_T^-) + 4\delta_\tau H_t H_T^0] \right\}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.4. Численные результаты и их обсуждение

Следует отметить, что все уравнения и их обсуждение, представленные до сих пор, являются модельно независимыми. Для того, чтобы выполнить численный анализ, мы будем использовать адронные формфакторы, вычисленные в ковариантной модели кварков. Вместо этого можно было бы использовать формфакторы, полученные на основе эффективной теории тяжелых кварков (ЭТТК) с меньшей погрешностью. Однако, основной целью наших исследований является выяснение роли поляризации тау-лептона в поиске НФ, а не получение теоретических результатов с высокой точностью. Поэтому, формфакторы, полученные нами в ККМ вполне подходят для достижения этой цели. Кроме того, в рамках СМ, наши значения для продольной поляризации со-

ставляют $\langle P_L^D \rangle = 0.33$ и $\langle P_L^{D*} \rangle = -0.50$, что хорошо согласуется с результатами, полученными с помощью ЭТТК: $\langle P_L^D \rangle = 0.325 \pm 0.009$ [89] и $\langle P_L^{D*} \rangle = -0.497 \pm 0.013$ [12, 37].

На Рис. 4.4 изображены поляризационные компоненты τ^- в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$. Напомним, что оператор \mathcal{O}_{S_R} исключен из рассмотрения на уровне 2σ . Оператор \mathcal{O}_{V_L} не исключен, но он не влияет на поляризацию тау лептона. Это означает, что только три оператора \mathcal{O}_{V_R} , \mathcal{O}_{S_L} , и \mathcal{O}_{T_L} оказывают влияние на поляризацию тау лептона. В каждом столбце представлена одна компонента и показаны ее значения при последовательном включении одного из операторов из набора (\mathcal{O}_{S_L} , \mathcal{O}_{V_R} , и \mathcal{O}_{T_L}). А в каждой строке можно увидеть как один оператор влияет на различные компоненты. Все графики выполнены в одном масштабе, чтобы можно было легче сравнивать чувствительность различных поляризационных компонент к различным операторам.

Начнем с продольной поляризации (левый столбец на Рис. 4.4). Продольная поляризация P_L^{D*} совсем не чувствительна к V_R , но очень чувствительна к S_L и T_L . Обе S_L и T_L имеют тенденцию увеличивать P_L^{D*} и смещать точку пересечения с осью абсцисс. В присутствии S_L , P_L^{D*} начинается с максимальных значений и сходится к своему СМ-значению при больших q^2 , ее вид похож на аналогичный в СМ. В отличие от S_L , вклад от T_L меняет поведение P_L^{D*} полностью: теперь P_L^{D*} начинается от нижнего значения, но может быть положительной в большей части всей области q^2 , и максимально отличается от своего СМ-значения при высоких q^2 .

Поперечная поляризация P_T^{D*} (средний столбец на Рис. 4.4) имеет примерно одинаковую чувствительность к S_L и V_R . Однако, S_L увеличивает P_T^{D*} , а V_R уменьшает P_T^{D*} . P_T^{D*} чрезвычайно чувствительна к T_L , и может менять свой знак при наличии T_L . Интересно отметить, что S_L увеличивает обе P_L^{D*} и P_T^{D*} , в то время как T_L увеличивает P_L^{D*} , но уменьшает P_T^{D*} . Кроме того, в присутствии T_L , наибольшие отклонения P_T^{D*} от своих СМ-значений происходят при малых q^2 , что противоположно случаю P_L^{D*} .

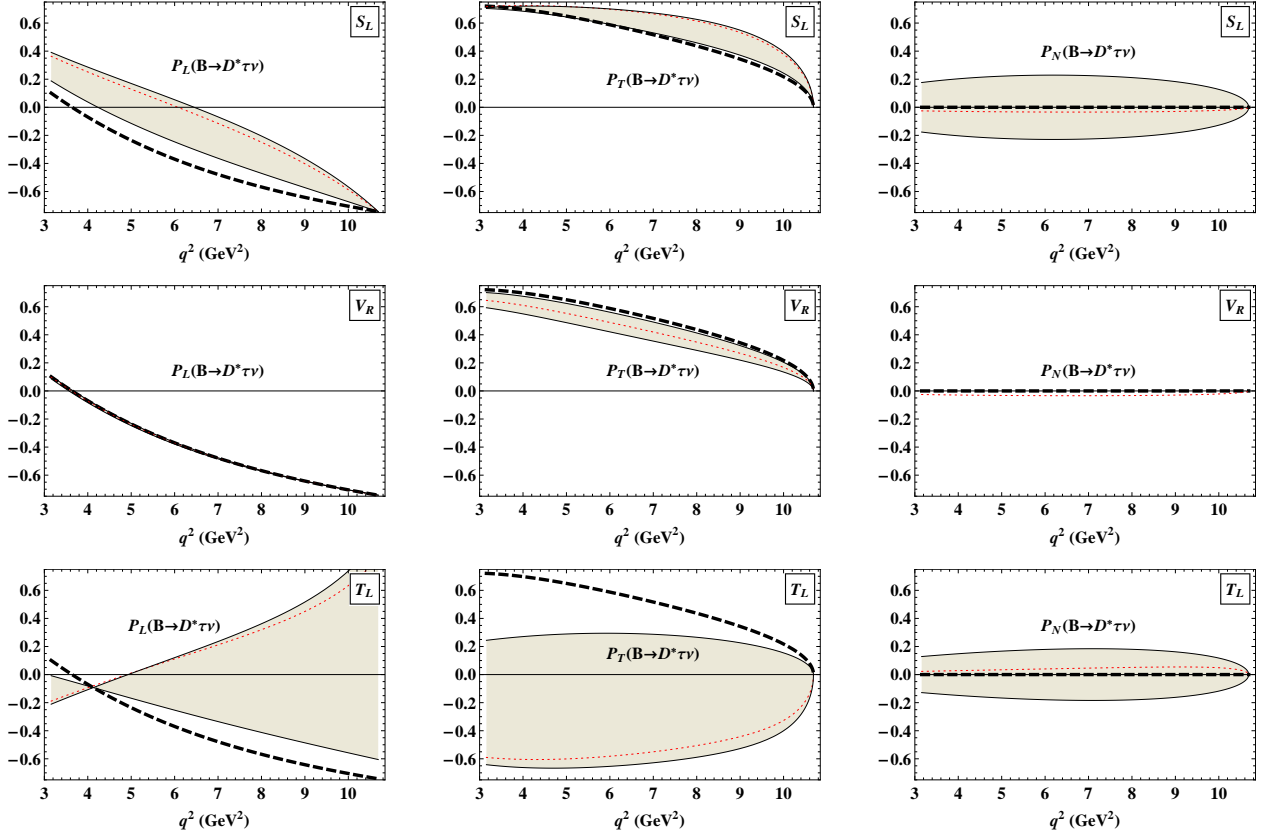


Рис. 4.4. Продольная (слева), поперечная (в середине), и нормальная (справа) поляризация τ^- -лептона в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$. Жирные (черные) штриховые линии есть предсказания СМ; серые полосы включают эффекты НФ, соответствующие 2σ -допустимым областям, изображенным на Рис. 3.2; тонкие (красные) пунктирные линии представляют собой значения наилучшего фита для констант взаимодействия, заданные в уравнении (3.17).

Рассмотрим нормальную поляризацию $P_N^{D^*}$ (правый столбец на Рис. 4.4). Она чувствительна к обоим S_L и T_L операторам, но немного более чувствительна к S_L . $P_N^{D^*}$ может быть как положительной, так и отрицательной, а ее абсолютное значение может достигать приблизительно 0.2. Стоит отметить, что $P_N^{D^*}$ намного менее чувствительна к T_L , по сравнению с $P_L^{D^*}$ и $P_T^{D^*}$.

Теперь мы переходим к рассмотрению поляризаций τ^- в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^- \bar{\nu}_\tau$, которые представлены на Рис. 4.5. Очевидно, три поляризационных компоненты в данном случае намного более чувствительны к S_L чем к T_L . В присутствии оператора T_L , поляризации P_L^D и P_T^D могут быть как завышены так и занижены, но их вид во всей области q^2 похож на их аналоги в СМ. Наобо-

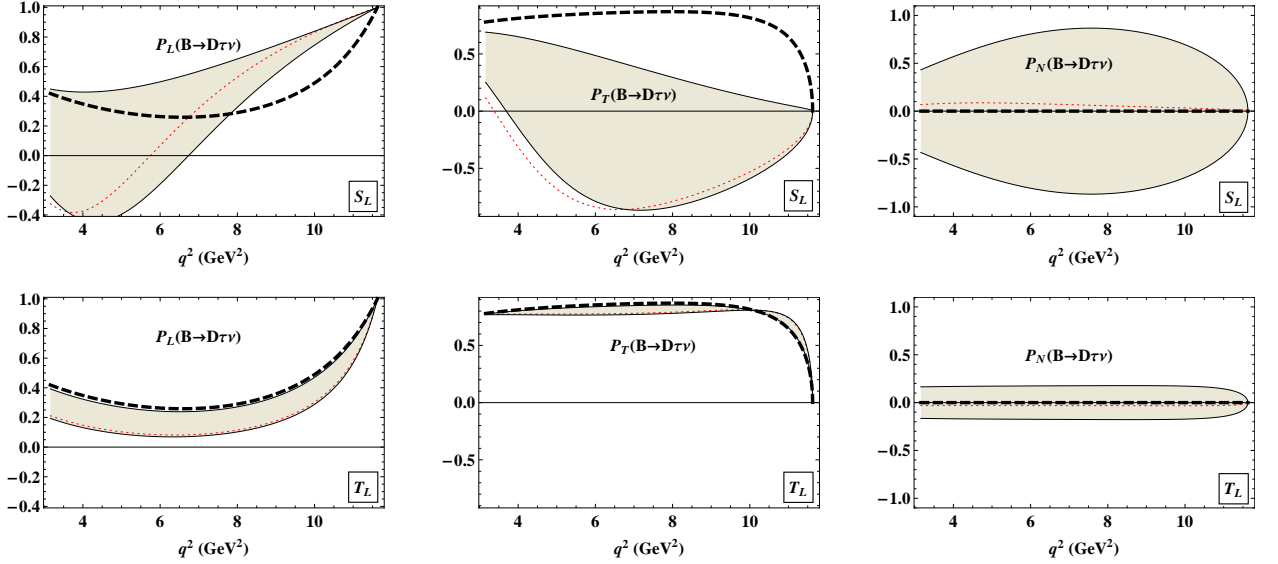


Рис. 4.5. Продольная (слева), поперечная (в середине), и нормальная (справа) поляризация τ^- -лептона в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$. Обозначения такие же, как на Рис. 4.4.

рот, оператор S_L резко меняет поведение P_L^D и P_T^D , и может повлечь за собой точку пересечения с осью абсцисс, которая отсутствует в СМ. Этот уникальный эффект от S_L может дать намек на его экспериментальное изучение. Абсолютное значение P_N^D может достигать примерно 0.2 при наличии T_L , и даже 0.8 при наличии S_L .

Зависимости от q^2 поляризационных компонент содержат драгоценную информацию, позволяющую различить разные сценарии НФ. Один из возможных подходов заключается в анализе операторов НФ в разных диапазонах q^2 . Можно также усреднить данные компоненты по всей области q^2 . При этом, необходимо умножать как числитель так и знаменатель выражений (4.36), (4.37), и (4.38) на q^2 -зависимую часть фазового фактора $C(q^2) = |\mathbf{p}_2|(q^2 - m_\tau^2)^2/q^2$, где $|\mathbf{p}_2| = \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2)/2m_1$ есть импульс дочернего мезона. Например, средняя продольная поляризация $\langle P_L^D \rangle$ вычисляется следующим образом

$$\langle P_L^D \rangle = \frac{\int dq^2 C(q^2) (P_L^D(q^2) \mathcal{H}_{\text{tot}}^D)}{\int dq^2 C(q^2) \mathcal{H}_{\text{tot}}^D}. \quad (4.39)$$

Предсказания для средних значений поляризационных компонент представлены в таблице 4.1. Видно, что поляризационные компоненты τ^- в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$ крайне чувствительны к S_L . В присутствии S_L , величина $\langle P_L^D \rangle$ мо-

Таблица 4.1. Средние значения поляризационных компонент и вектора поляризации. Две строки, отмеченных СМ (ККМ) содержат наши предсказания в рамках СМ. Интервалы возможных значений наблюдаемых в присутствии НФ были получены в соответствии с 2σ -допустимыми областями, изображенными на Рис. 3.2.

$\bar{B}^0 \rightarrow D$				
	$\langle P_L^D \rangle$	$\langle P_T^D \rangle$	$\langle P_N^D \rangle$	$\langle \mathbf{P}^D \rangle$
СМ (ККМ)	0.33	0.84	0	0.91
S_L	(0.36, 0.67)	(-0.68, 0.33)	(-0.76, 0.76)	(0.89, 0.96)
T_L	(0.13, 0.31)	(0.78, 0.83)	(-0.17, 0.17)	(0.79, 0.90)
$\bar{B}^0 \rightarrow D^*$				
	$\langle P_L^{D^*} \rangle$	$\langle P_T^{D^*} \rangle$	$\langle P_N^{D^*} \rangle$	$\langle \mathbf{P}^{D^*} \rangle$
СМ (ККМ)	-0.50	0.46	0	0.71
S_L	(-0.40, -0.14)	(0.47, 0.62)	(-0.20, 0.20)	(0.69, 0.70)
T_L	(-0.36, 0.24)	(-0.61, 0.26)	(-0.17, 0.17)	(0.23, 0.69)
V_R	-0.50	(0.32, 0.43)	0	(0.48, 0.67)

жет быть равной 0.67, $\langle P_T^D \rangle = -0.68$, а $\langle P_N^D \rangle$ может достигать значения ± 0.76 . Интересно отметить, что если при измерении $\langle P_L^D \rangle$ будет обнаружено отличие от значения СМ, то это сразу будет свидетельствовать о присутствии S_L в данном распаде.

В случае распада $\bar{B}^0 \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$, продольная и поперечная компоненты поляризации τ^- более чувствительны к T_L : T_L может увеличивать величину $\langle P_L^{D^*} \rangle$ с -0.50 (СМ) до 0.24, или, наоборот, уменьшать $\langle P_T^{D^*} \rangle$ с 0.46 (СМ) до -0.61. Средняя поперечная поляризация $\langle P_T^D \rangle$ практически нечувствительна к T_L , по сравнению с S_L . Действительно, при наличии T_L , $\langle P_T^D \rangle$ принимает значения, заключенные в очень узких пределах $0.78 \leq \langle P_T^D \rangle \leq 0.83$, что почти равно СМ-значению $\langle P_T^D \rangle = 0.84$. Наоборот, при наличии S_L , имеем $-0.68 \leq \langle P_T^D \rangle \leq 0.33$, что намного меньше чем вышеуказанное СМ-значение. Это уникальное свойство $\langle P_T^D \rangle$ может играть очень важную роль в поиске скалярной константы

связи S_L . Также интересно заметить, что усредненная полная поляризация $\langle |\mathbf{P}^{D^*}| \rangle$ почти нечувствительна к S_L .

4.5. Выводы по главе

- В данной главе были изучены продольная, поперечная и нормальная поляризационные компоненты τ^- в полулептонных распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ и обсуждена их роль в поиске НФ вне рамок СМ. Также подробно обсуждался вопрос о том, как измерить три компоненты поляризации тау лептона с помощью последующих лептонных и полуадронных распадов последнего.
- В рамках СМ продольная и поперечная поляризации тау-лептона значительно отличаются от соответствующих значений $P_L = -1$ и $P_T = 0$, полученных в пределе нулевых масс заряженных лептонов. Кроме того, P_L и P_T чрезвычайно чувствительны к новой физике. T -нечетная нормальная поляризация P_N , которая пренебрежимо мала согласно предсказаниям СМ, может быть значительной в том случае, когда Вильсоновские коэффициенты операторов новой физики являются комплексными.
- Показано, что все поляризационные компоненты чувствительны к скалярной S_L и тензорной T_L константам связи. Кроме того, поперечная поляризация $P_T^{D^*}$ также чувствительна к векторной константе связи V_R . Продольная и поперечная поляризации более чувствительны к T_L в случае $\bar{B}^0 \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$, и более к S_L в случае $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$. $P_N^{D^*}$ примерно в равной степени чувствительна к T_L и S_L , а P_N^D намного более чувствительна к S_L чем T_L . Нормальная поляризация P_N может составлять $\approx \pm 0.8$ в распаде $\bar{B}^0 \rightarrow D\tau^-\bar{\nu}_\tau$ при наличии S_L , и, приблизительно, ± 0.2 в остальных случаях. Данные наблюдения могут пролить свет на поиск НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$.

Глава 5

Полулептонные распады $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$

5.1. Введение

Низколежащие состояния кваркония, в том числе J/ψ , в основном распадаются через промежуточные фотоны или глюоны, образовавшиеся в результате аннигиляции кварк-антикварковой пары $q\bar{q}$ [21]. Поэтому сильные и электромагнитные распады J/ψ -мезона были исследованы в значительно большей степени, чем его слабые распады. Однако, в последние несколько лет, благодаря развитию экспериментальной техники, в частности, повышению светимости коллайдеров, появилась возможность обнаружения многих редких процессов, включая чрезвычайно редкие распады, такие как $B_{(s)}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$, о наблюдении которых было объявлено коллаборациями CMS и LHCb [109]. Измеренные значения брэнчингов составляют $\mathcal{B}(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (2.8_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-9}$ и $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (3.9_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10}$. Достигнутые успехи дают надежду на то, что в скором времени можно будет наблюдать и редкие слабые распады чармония.

Недавно коллаборация BES III сообщила о поиске полулептонных слабых распадов $J/\psi \rightarrow D_s^{(*)-} e^+ \nu_e + \text{с.с.}$ [16], где под “+с.с.” подразумевается комбинация данных распадов и их соответствующих зарядово-сопряженных мод. Были получены следующие результаты $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^- e^+ \nu_e + \text{с.с.}) < 1.3 \times 10^{-6}$ и $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^{*-} e^+ \nu_e + \text{с.с.}) < 1.8 \times 10^{-6}$ при доверительной вероятности равной 90%.

Хотя приведенные верхние пределы лежат намного выше значений, предсказываемых стандартной моделью (СМ), которые имеют порядок $10^{-8} - 10^{-10}$ [17–19], существенно, что это первое экспериментальное ограничение на брэнчинг распада $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^{*-} e^+ \nu_e + \text{с.с.})$ и значительное понижение верхней границы для брэнчинга распада $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^- e^+ \nu_e + \text{с.с.})$ примерно в 30 раз по

сравнению с предыдущим измерением [20].

Благодаря огромной выборке (10^{10}) J/ψ -событий, накапливаемых каждый год, можно ожидать, что коллаборация BES III обнаружит эти распады даже на уровне предсказаний СМ в ближайшем будущем.

С теоретической точки зрения, данные слабые распады чрезвычайно важны, так как они позволяют изучать непertурбативные явления, имеющих место в переходах тяжелого кваркония. Поскольку полулептонные моды $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)} \ell \nu$ являются распадами векторного мезона в трехчастичные конечные состояния, то их изучение предоставляет обширную информацию о поляризационных характеристиках, которые могут быть использованы для исследования скрытой структуры и динамики адронов. Кроме того, данные распады могут также дать некоторые указания на проявление эффектов новой физики за пределами стандартной модели, теоретическое описание которых развивается в различных моделях, таких как техницвет и его разновидности [110], минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ) с R -четностью или без R -четности [25], модели с двумя хиггсовскими дублетами (2HDMs) [22, 111] и т. д..

Первая оценка величины брэнчинга $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^{(*)} \ell \nu)$ была сделана на основе (приблизительной) спиновой симметрии тяжелых мезонов и давала результат $(0.4 - 1.0) \times 10^{-8}$ для инклюзивного брэнчинга, полученный в результате суммирования по D_s , D_s^* , e , μ и их зарядово-сопряженным модам [17]. В этой работе формфакторы выражались через одну универсальную функцию $\eta_{12}(v_1 \cdot v_2)$, аналогичную функции Изгура—Вайзе в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков. Однако, в данной работе использовалось приближение нулевой отдачи $\eta_{12}(v_1 \cdot v_2) \approx 1$ для вычисления адронных матричных элементов, которое приводило к неконтролируемой погрешности при вычислении ширин распадов. По этой причине, автор работы [17] отметил, что полученные таким образом результаты следует рассматривать только как грубые оценки, стимулирующие экспериментальный поиск таких распадов, а не как точное предсказание их бр-

энчингов.

Современные предсказания для брэнчингов распадов, полученные как в рамках правил сумм КХД [18], так и в ковариантной модели кварков на световом конусе [19], составляют порядка $\sim 10^{-10}$. Хотя, результаты, полученные в работе [19] в 2 – 8 раз превышают результаты работы [18]. Для того, чтобы уменьшать погрешности, связанные с определением адронных величин и устранить зависимость от физических констант, таких как G_F и $|V_{cs}|$, можно рассматривать отношение брэнчингов $R \equiv \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^* \ell \nu) / \mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s \ell \nu)$. В работе [17] для этого отношения было получено значение $R \approx 1.5$, в то время как в недавней работе [18] было получено $R \approx 3.1$. Видно, что необходимы дальнейшие теоретические исследования в этом направлении.

В данной главе брэнчинги эксклюзивных распадов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$ вычислены в рамках ковариантной модели кварков.

5.2. Адронные матричные элементы

Эффективный Гамильтониан, описывающий полуплептонные распады $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$, задается выражением

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(c \rightarrow q \ell^+ \nu_\ell) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cq} [\bar{q} O_\mu c] [\bar{\nu}_\ell O^\mu \ell], \quad (5.1)$$

где $q = s, d$, а $O^\mu = \gamma^\mu(1 - \gamma_5)$ — дираковская матрица для $V - A$ слабых взаимодействий.

В КМК адронные матричные элементы данных распадов J/ψ -мезона опи-

сываются диаграммой, изображенной на рисунке 5.1, и записываются в виде

$$\begin{aligned} \langle D_{(s)}^-(p_2) | \bar{q} O_\mu c | J/\psi(\epsilon_1, p_1) \rangle &= \epsilon_1^\alpha T_{\mu\alpha}^{\text{VP}} \\ T_{\mu\alpha}^{\text{VP}} &= 3g_{J/\psi} g_P \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_{J/\psi}[-(k + w_{13} p_1)^2] \tilde{\Phi}_P[-(k + w_{23} p_2)^2] \\ &\times \text{tr} [S_2(k + p_2) O_\mu S_1(k + p_1) \gamma_\alpha S_3(k) \gamma_5], \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \langle D_{(s)}^{*-}(\epsilon_2, p_2) | \bar{q} O_\mu c | J/\psi(\epsilon_1, p_1) \rangle &= \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^{*\beta} T_{\mu\alpha\beta}^{\text{VV}} \\ T_{\mu\alpha\beta}^{\text{VV}} &= 3g_{J/\psi} g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_{J/\psi}[-(k + w_{13} p_1)^2] \tilde{\Phi}_V[-(k + w_{23} p_2)^2] \\ &\times \text{tr} [S_2(k + p_2) O_\mu S_1(k + p_1) \gamma_\alpha S_3(k) \gamma_\beta]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Условие поперечности для векторных мезонов на их массовой поверхности $p_i^2 = m_i^2$ имеет вид $\epsilon_1 \cdot p_1 = 0$ и $\epsilon_2^* \cdot p_2 = 0$.

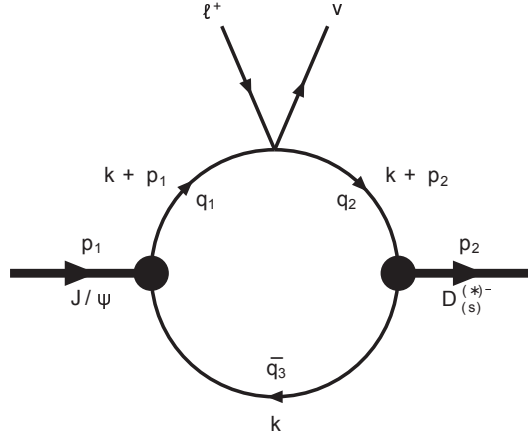


Рис. 5.1. Диаграмма, описывающая полулептонные распады J/ψ -мезона.

Матричные элементы (5.3) и (5.4) могут быть записаны в виде линейных комбинаций соответствующих лоренцевских структур, помноженные на скалярные функции — формфакторы, зависящие от квадрата переданного импульса.

Для $V \rightarrow P$ -перехода имеем

$$\begin{aligned} \langle D_{(s)}^-(p_2) | \bar{q} O_\mu c | J/\psi(\epsilon_1, p_1) \rangle &= \\ &= \frac{\epsilon_1^\nu}{m_1 + m_2} [-g_{\mu\nu} p q A_0(q^2) + p_\mu p_\nu A_+(q^2) + q_\mu p_\nu A_-(q^2) + i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta V(q^2)], \end{aligned} \quad (5.4)$$

где $q = p_1 - p_2$, $p = p_1 + p_2$, $m_1 \equiv m_{J/\psi}$, $m_2 \equiv m_{D_{(s)}^*}$.

Чтобы сравнить наши результаты с результатами других авторов, выразим наши формфакторы через формфакторы, используемые в ряде других работ, например, в работе [46], которые мы снабдим верхним индексом c . Имеем

$$\begin{aligned} A_+ &= A_2^c, & A_0 &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} A_1^c, \\ V &= V^c, & A_- &= \frac{2m_2(m_1 + m_2)}{q^2} (A_3^c - A_0^c). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Следует отметить, что формфакторы $A_i^c(q^2)$ удовлетворяют условиям

$$A_0^c(0) = A_3^c(0) \quad \text{и} \quad 2m_2 A_3^c(q^2) = (m_1 + m_2) A_1^c(q^2) - (m_1 - m_2) A_2^c(q^2) \quad (5.6)$$

которые исключают появление сингулярности в точке $q^2 = 0$.

В случае $V \rightarrow V$ -перехода, мы используем определение формфакторов, принятое в работе [18]:

$$\begin{aligned} &\langle D_{(s)}^{*-}(\epsilon_2, p_2) | \bar{q} O_\mu c | J/\psi(\epsilon_1, p_1) \rangle \\ &= \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_1^\alpha \epsilon_2^{*\beta} \left[\left(p^\nu - \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} q^\nu \right) A_1(q^2) + \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} q^\nu A_2(q^2) \right] \\ &+ \frac{i}{m_1^2 - m_2^2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\alpha p_2^\beta [A_3(q^2) \epsilon_1^\nu \epsilon_2^* \cdot q - A_4(q^2) \epsilon_2^{*\nu} \epsilon_1 \cdot q] \\ &+ (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2^*) [-p_\mu V_1(q^2) + q_\mu V_2(q^2)] \\ &+ \frac{(\epsilon_1 \cdot q)(\epsilon_2^* \cdot q)}{m_1^2 - m_2^2} \left[\left(p_\mu - \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} q_\mu \right) V_3(q^2) + \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} q_\mu V_4(q^2) \right] \\ &- (\epsilon_1 \cdot q) \epsilon_{2\mu}^* V_5(q^2) + (\epsilon_2^* \cdot q) \epsilon_{1\mu} V_6(q^2). \end{aligned} \quad (5.7)$$

В нашей модели формфакторы записываются в виде трехкратных интегралов, которые вычисляются численно с помощью фортрановских программ во всей кинематической области квадрата переданного импульса.

5.3. Формфакторы

В таблице 5.1 представлены наши результаты для констант лептонных распадов J/ψ - и $D_{(s)}^{(*)}$ -мезона. Для сравнения также показаны соответствующие

Таблица 5.1. Результаты для констант лептонных распадов f_H в МэВ.

	КМК	Другие	Ссылка
$f_{J/\psi}$	415.0	418 ± 9	LAT и QCD SR [112]
f_D	206.1	204.6 ± 5.0	PDG [20]
f_{D^*}	244.3	$245(20)_{-2}^{+3}$	LAT [71]
		$278 \pm 13 \pm 10$	LAT [73]
		$252.2 \pm 22.3 \pm 4$	QCD SR [74]
f_{D_s}	257.5	257.5 ± 4.6	PDG [20]
$f_{D_s^*}$	272.0	$272(16)_{-20}^{+3}$	LAT [71]
		311 ± 9	LAT [73]
		$305.5 \pm 26.8 \pm 5$	QCD SR [74]
f_{D_s}/f_D	1.249	1.258 ± 0.038	PDG [20]
$f_{D_s^*}/f_{D^*}$	1.113	$1.16 \pm 0.02 \pm 0.06$	LAT [73]

значения, полученные в эксперименте и/или в других теоретических работах. Видно, что полученные нами результаты хорошо (в пределах 10%) согласуются с экспериментальными данными и с результатами других подходов.

На рисунках 5.2-5.4 изображена q^2 -зависимость формфакторов переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)}$ во всей области квадрата переданного импульса $0 \leq q^2 \leq q_{\max}^2 = (m_{J/\psi} - m_{D_{(s)}^{(*)}})^2$. Оказалось, что формфакторы A_3 и A_3 , определенные в (5.7), имеют весьма схожее поведение. Следует еще раз подчеркнуть, что ковариантная модель кварков позволяет вычислять формфакторы во всей кинематической области квадрата переданного импульса, включая область малых отдач (или больших переданных импульсов). Это одна из привлекательных черт модели, отличающих ее от других теоретических подходов, в том числе правил сумм КХД. Например, физический диапазон q^2 для распада $J/\psi \rightarrow D^- \ell^+ \nu_\ell$ составляет $0 \leq q^2 \leq (m_{J/\psi} - m_{D^-})^2 \simeq 1.51 \text{ GeV}^2$. Однако, в рамках правил сумм КХД, авторам работы [18] при вычислении формфакторов пришлось ограничиться меньшей областью $q^2 \in [0, 0.47] \text{ GeV}^2$, чтобы избежать дополнительных сингулярностей. Значения формфакторов в области больших q^2 получаются пу-

тем экстраполяции.

Полученные нами численные результаты для формфакторов с высокой точностью интерполируются следующей дипольной функцией

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - as + bs^2}, \quad s = \frac{q^2}{m_1^2}, \quad (5.8)$$

где $m_1 = m_{J/\psi}$. Относительная ошибка данной аппроксимации по отношению к вычисленным результатам составляет $\leq 1\%$ по всей области q^2 . Данный факт демонстрируется на рисунке 5.5.

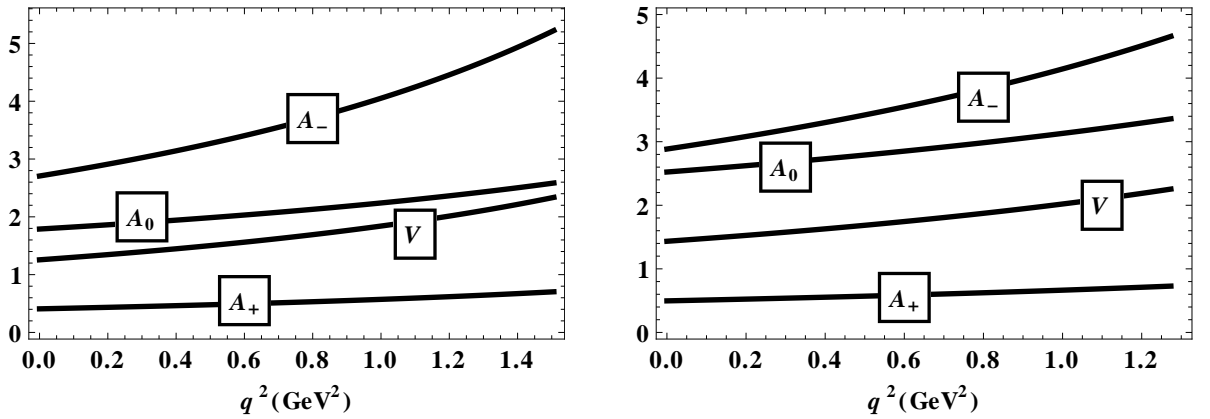


Рис. 5.2. Формфакторы для переходов $J/\psi \rightarrow D$ (слева) и $J/\psi \rightarrow D_s$ (справа).

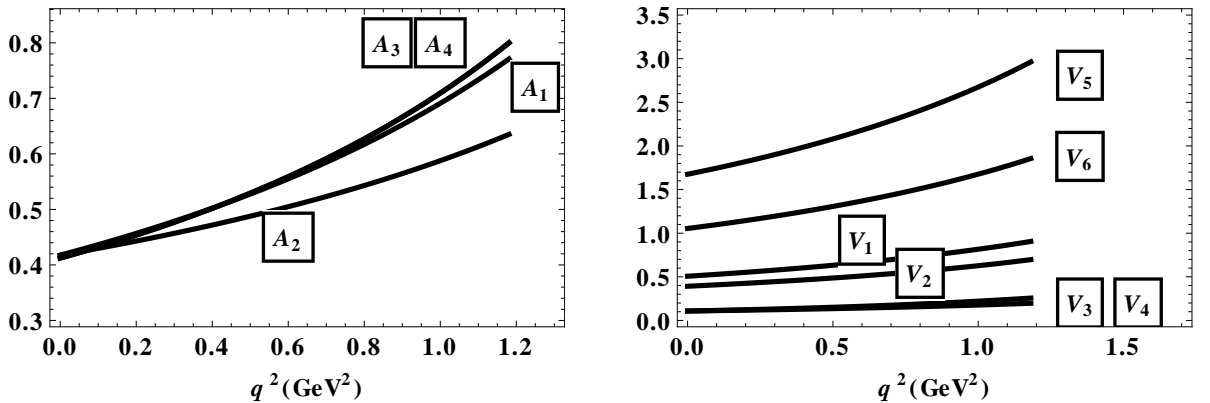


Рис. 5.3. Формфакторы для перехода $J/\psi \rightarrow D^*$. Следует отметить, что на левом графике $A_1(0) = A_2(0)$ и $A_3(q^2) \equiv A_4(q^2)$.

В таблицах 5.2 и 5.3 представлены параметры дипольной аппроксимации для формфакторов переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)}$.

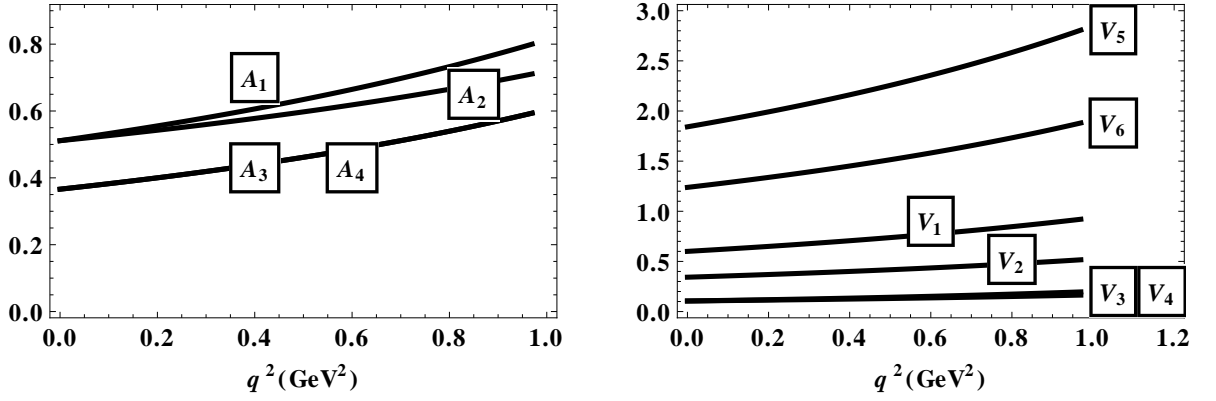


Рис. 5.4. Формфакторы для перехода $J/\psi \rightarrow D_s^*$. Следует отметить, что на левом графике $A_1(0) = A_2(0)$ и $A_3(q^2) \equiv A_4(q^2)$.

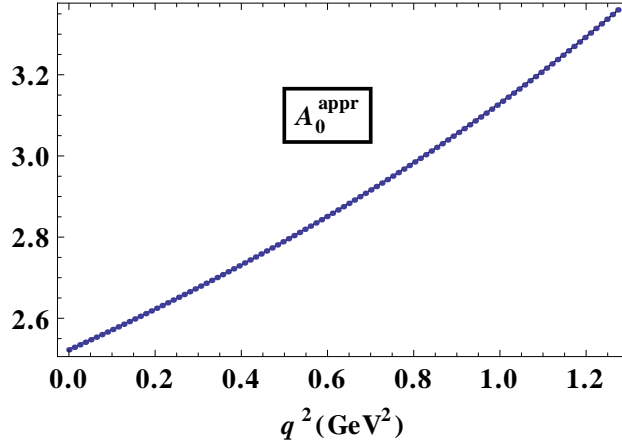


Рис. 5.5. Формфактор $A_0(q^2)$ для перехода $J/\psi \rightarrow D_s$ (пунктирная кривая), и его интерполяция (2.7) (сплошная кривая).

В таблицах 5.4 и 5.5 приведены значения наших вычисленных формфакторов в точке максимальной отдачи $q^2 = 0$ и для сравнения приведены значения формфакторов, вычисленных в рамках правил сумм КХД (QCD SR) [18] и в модели кварков на световом фронте (LFQM) [19]. Видно, что наши значения лучше согласуются с результатами работы [18] (в пределах 40%). В то время как результаты работы [19] примерно в 2 – 4 раза отличаются от полученных нами значений.

Таблица 5.2. Параметры дипольной аппроксимации для формфакторов переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}$.

	$J/\psi \rightarrow D$				$J/\psi \rightarrow D_s$			
	A_0	A_+	A_-	V	A_0	A_+	A_-	V
$F(0)$	1.79	0.41	2.71	1.26	2.52	0.50	2.88	1.43
a	1.87	2.90	3.41	3.24	1.81	2.53	3.10	2.94
b	-0.56	1.43	2.21	1.89	-0.47	0.98	1.76	1.48

Таблица 5.3. Параметры дипольной аппроксимации для формфакторов переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^*$.

	$J/\psi \rightarrow D^*$									
	A_1	A_2	A_3	A_4	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
$F(0)$	0.42	0.42	0.41	0.41	0.51	0.39	0.11	0.11	1.68	1.05
a	4.20	2.75	4.46	4.46	3.98	3.85	4.03	6.00	3.88	3.85
b	3.87	-0.30	4.27	4.27	3.25	2.44	2.95	10.56	2.83	2.80
	$J/\psi \rightarrow D_s^*$									
$F(0)$	0.51	0.51	0.37	0.37	0.60	0.34	0.10	0.10	1.84	1.23
a	3.89	2.76	4.15	4.15	3.72	3.52	3.80	5.46	3.64	3.62
b	3.15	-0.18	3.57	3.57	2.72	1.94	2.53	8.82	2.39	2.37

5.4. Численные результаты

Инвариантный матричный элемент распада $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$ записывается в виде

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cq} \langle D^- | \bar{q} O_\mu c | J/\psi \rangle [\bar{\nu}_\ell O^\mu \ell]. \quad (5.9)$$

Таблица 5.4. Формфакторы переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}$ при максимальной отдаче.

	$J/\psi \rightarrow D : q^2 = 0$				$J/\psi \rightarrow D_s : q^2 = 0$			
	A_0	A_+	A_-	V	A_0	A_+	A_-	V
QCD SR [18]	1.09	0.34	...	0.81	1.71	0.35	...	1.07
LFQM [19]	2.75	0.18	...	1.6	3.05	0.13	...	1.8
МКМ	1.79	0.41	2.71	1.26	2.52	0.50	2.88	1.43

Таблица 5.5. Формфакторы переходов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^*$ при максимальной отдаче.

	$J/\psi \rightarrow D^* : q^2 = 0$									
	A_1	A_2	A_3	A_4	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
QCD SR [18]	0.40	0.44	0.86	0.91	0.41	0.63	0.22	0.26	1.37	0.87
МКМ	0.42	0.42	0.41	0.41	0.51	0.39	0.11	0.11	1.68	1.05
	$J/\psi \rightarrow D_s^* : q^2 = 0$									
	QCD SR [18]	0.53	0.53	0.91	0.91	0.54	0.69	0.24	0.26	1.69
МКМ	0.51	0.51	0.37	0.37	0.60	0.34	0.11	0.11	1.84	1.24

Лептонный тензор для процесса $W_{\text{offshell}}^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell$ ($W_{\text{offshell}}^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$) определяется по следующей формуле [81]:

$$\begin{aligned}
L^{\mu\nu} &= \begin{cases} \text{tr}[(\not{p}_\ell + m_\ell)O^\mu \not{p}_{\nu_\ell} O^\nu] & \text{для } W_{\text{offshell}}^- \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \\ \text{tr}[(\not{p}_\ell - m_\ell)O^\nu \not{p}_{\nu_\ell} O^\mu] & \text{для } W_{\text{offshell}}^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell \end{cases} \quad (5.10) \\
&= 8(p_\ell^\mu p_{\nu_\ell}^\nu + p_\ell^\nu p_{\nu_\ell}^\mu - p_\ell \cdot p_{\nu_\ell} g^{\mu\nu} \pm i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{\ell\alpha} p_{\nu_\ell\beta}),
\end{aligned}$$

где верхний/нижний знак относится к двум конфигурациям $(\ell^- \bar{\nu}_\ell)/(\ell^+ \nu_\ell)$. Такое изменение знака проистекает из части лептонного тензора, нарушающего P-четность.

В рассматриваемом случае следует использовать нижний знак в уравнении (5.11). Ширина данных распадов имеет вид

$$\Gamma\left(J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell\right) = \frac{G_F^2 |V_{cq}|^2}{(2\pi)^3 64m_1^3} \int_{m_\ell^2}^{(m_1-m_2)^2} dq^2 \int_{s_1^-}^{s_1^+} ds_1 \frac{1}{3} H_{\mu\nu} L^{\mu\nu}, \quad (5.11)$$

где $m_1 = m_{J/\psi}$, $m_2 = m_D$, и $s_1 = (p_D + p_\ell)^2$. Верхний и нижний пределы s_1 задаются следующими выражениями

$$s_1^\pm = m_2^2 + m_\ell^2 - \frac{1}{2q^2} \left[(q^2 - m_1^2 + m_2^2)(q^2 + m_\ell^2) \mp \lambda^{1/2}(q^2, m_1^2, m_2^2) \lambda^{1/2}(q^2, m_\ell^2, 0) \right], \quad (5.12)$$

где $\lambda(x, y, z) \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx)$ — кинематическая функция Челлена.

Адронные тензоры имеют следующие виды

$$H_{\mu\nu} = \begin{cases} T_{\mu\alpha}^{\text{VP}} \left(-g^{\alpha\alpha'} + \frac{p_1^\alpha p_1^{\alpha'}}{m_1^2} \right) T_{\nu\alpha'}^{\text{VP}\dagger} & \text{для } V \rightarrow P \text{ перехода} \\ T_{\mu\alpha\beta}^{\text{VV}} \left(-g^{\alpha\alpha'} + \frac{p_1^\alpha p_1^{\alpha'}}{m_1^2} \right) \left(-g^{\beta\beta'} + \frac{p_2^\beta p_2^{\beta'}}{m_2^2} \right) T_{\nu\alpha'\beta'}^{\text{VV}\dagger} & \text{для } V \rightarrow V \text{ перехода.} \end{cases} \quad (5.13)$$

В таблице 5.6 приведены значения брэнчингов для различных полуплептонных

Таблица 5.6. Брэнчинги полуплептонных распадов J/ψ -мезона.

Распад	Единица	КМК	QCD SR [18]	LFQM [19]
$J/\psi \rightarrow D^- e^+ \nu_e$	10^{-12}	17.1	$7.3_{-2.2}^{+4.3}$	51 – 57
$J/\psi \rightarrow D^- \mu^+ \nu_\mu$	10^{-12}	16.6	$7.1_{-2.2}^{+4.2}$	47 – 55
$J/\psi \rightarrow D_s^- e^+ \nu_e$	10^{-10}	3.3	$1.8_{-0.5}^{+0.7}$	5.3 – 5.8
$J/\psi \rightarrow D_s^- \mu^+ \nu_\mu$	10^{-10}	3.2	$1.7_{-0.5}^{+0.7}$	5.5 – 5.7
$J/\psi \rightarrow D^{*-} e^+ \nu_e$	10^{-11}	3.0	$3.7_{-1.1}^{+1.6}$...
$J/\psi \rightarrow D^{*-} \mu^+ \nu_\mu$	10^{-11}	2.9	$3.6_{-1.1}^{+1.6}$...
$J/\psi \rightarrow D_s^{*-} e^+ \nu_e$	10^{-10}	5.0	$5.6_{-1.6}^{+1.6}$...
$J/\psi \rightarrow D_s^{*-} \mu^+ \nu_\mu$	10^{-10}	4.8	$5.4_{-1.5}^{+1.6}$...

распадов J/ψ -мезона. Отметим, что в данной работе используются следующие значения $|V_{cd}| = 0.225$ и $|V_{cs}| = 0.986$ [20]. Видно, что наши значения для $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D^* \ell \nu)$ и $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^* \ell \nu)$ находятся в согласии с результатами, вычисленными в рамках правил сумм КХД (QCD SR) [18].

Что же касается $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D \ell \nu)$ и $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s \ell \nu)$, то наши значения превышают значения, вычисленные в вышесказанной работе [18], примерно в 2 – 3 раза. По нашему мнению, такое расхождение возникло в основном из-

за того, что в работе [18] были использованы иные значения констант лептонных распадов $D_{(s)}$ -мезонов, более конкретно, авторы [18] использовали значения $f_D = 166$ МэВ и $f_{D_s} = 189$ МэВ, которые намного меньше чем наши значения $f_D = 206.1$ МэВ и $f_{D_s} = 257.5$ МэВ. Наоборот, в случае $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D^*\ell\nu)$ и $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^*\ell\nu)$, где имеется полное согласие между двумя подходами, значения $f_{D^*} = 240$ МэВ и $f_{D_s^*} = 262$ МэВ в [18] очень близки к нашим значениям $f_{D^*} = 244.3$ МэВ и $f_{D_s^*} = 272.0$ МэВ. В рамках модели кварков на световом фронте (LFQM) [19], результаты для брэнчингов оказались 2 – 3 раза больше, чем наши значения.

Рассмотрим отношение брэнчингов $R \equiv \frac{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^*\ell\nu)}{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s\ell\nu)}$, в котором должны значительно компенсироваться неопределенности теоретических вычислений. В уравнении (5.14) представлены результаты теоретических расчетов этой величины, полученных в различных подходах:

$$R \equiv \frac{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^*\ell\nu)}{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s\ell\nu)} = \begin{cases} 1.5 & \text{М.А. Sanchis-Lonzano [17]} \\ 3.1 & \text{Y.M. Wang [18]} \\ 1.5 & \text{Данная работа} \end{cases} . \quad (5.14)$$

Значение R , полученное в [18] примерно в 2 раза превышает наше значение. Это объясняется тем, что значение брэнчинга $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s\ell\nu)$, полученного в работе [18] примерно в 2 раза меньше нашего значения, в основном из-за различия в константах лептонных распадов.

Кроме того, также часто рассматриваются следующие отношения

$$R_1 \equiv \frac{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s\ell\nu)}{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D\ell\nu)} \quad \text{и} \quad R_2 \equiv \frac{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_s^*\ell\nu)}{\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D^*\ell\nu)}, \quad (5.15)$$

которые равны $\frac{|V_{cs}|^2}{|V_{cd}|^2} \approx 18.4$ в предположении точной флейворной симметрии $SU(3)$. Значения данных отношений в работе [18] составляют $R_1 \approx 24.7$ и $R_2 \approx 15.1$. В нашем подходе значения соответствующих отношений составляют $R_1 \approx 19.3$ и $R_2 \approx 16.6$, что свидетельствует об относительно небольшом нарушении флейворной $SU(3)$ -симметрии.

5.5. Выводы по главе

- Исследованы эксклюзивные полуплептонные распады $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$, где $\ell = e, \mu$ с использованием эффективного гамильтониана стандартной модели. Адронные формфакторы, появляющиеся при описании $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-}$, вычислены в рамках ковариантной модели кварков с учетом инфракрасного конфайнмента.
- Предсказаны значения брэнчинов распадов $\mathcal{B}(J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell)$ порядка 10^{-10} для D_s^- и 10^{-11} для $D^{(*)-}$. Большинство наших результатов согласуется с результатами других теоретических исследований. Однако, некоторые значения брэнчингов оказались больше соответствующих значений, вычисленных с помощью правил сумм КХД, но меньше тех, которые получены в рамках кварковой модели на световом фронте, примерно в 2 – 3 раза.
- Самой важной характеристикой является отношение R ширин распадов $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$ (5.14). В результате получено $R = 1.5$ и показано, что данное предсказание является достаточно надежным.

Заключение

Недавние экспериментальные измерения ряда характеристик полулептонных распадов $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \ell \bar{\nu}_\ell$ свидетельствуют о возможном нарушении лептонной универсальности в модах с τ -лептоном в конечном состоянии. Коллаборации BaBar, Belle и LHCb сообщили о расхождении полученных экспериментальных результатов с предсказаниями СМ на уровне 4σ . В свете вышесказанных расхождений, в данной диссертации было дано детальное описание лептонных и полулептонных распадов B -мезона в рамках КМК. Особое внимание было уделено процедуре выделения эффектов конечных масс лептонов в физических наблюдаемых полулептонных распадах. Было показано, что в большинстве наблюдаемых, характеризующих данные распады, лептонные массы играют значительную роль.

Далее были исследованы возможные проявления эффектов НФ в распадах $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$. Данные эффекты описываются с помощью добавления в эффективный гамильтониан новых 4-фермионных операторов, которые отсутствуют в СМ. Используя имеющиеся экспериментальные данные, были получены ограничения на коэффициенты Вильсона, соответствующие новым операторам и было изучены их эффекты в ряде физических наблюдаемых, например, таких как лептонный и адронный параметры выпуклости, дифференциальные отношения брэнчингов $R(D^{(*)})$ и тригонометрические моменты. При этом найден ряд эффектов, позволяющих различить вклады от различных операторов НФ, что дает надежду на их экспериментальное изучение.

В частности было показано, что все три компоненты поляризации τ -лептона очень чувствительны к НФ и играют важную роль в поиске НФ в данных распадах. При этом также был обсужден вопрос о возможности экспериментального измерения поляризации τ -лептона в его лептонных и полуадронных распадах. Полученные результаты будут весьма полезными при анализе более точных экспериментальных данных, которые должны появиться в ближайшем будущем,

особенно данных для распадов с τ -лептоном в конечном состоянии.

Наконец, были представлены полученные результаты для полуплептонных распадов J/ψ -мезона в $D_{(s)}^{(*)}$ -мезон и лептонную пару. Подробно обсуждены имеющиеся расхождения в теоретических предсказаниях, сделанных в различных подходах. В результате были предоставлены надежные предсказания для ряда отношений брэнчингов, которые важны для проверки СМ и подтверждения возможных эффектов НФ. Если данные распады будут обнаружены со значительными значениями брэнчингов, то это будет четкий сигнал НФ.

Список публикаций по теме диссертации

1. *Ivanov M. A., Körner J. G., Tran C. T.* Exclusive decays $B \rightarrow \ell^- \bar{\nu}$ and $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \bar{\nu}$ in the covariant quark model // *Phys. Rev. D* — 2015. — V. 92. — P. 114022.
2. *Ivanov M. A., Körner J. G., Tran C. T.* Analyzing new physics in the decays $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ with form factors obtained from the covariant quark model // *Phys. Rev. D* — 2016. — V. 94. — P. 094028.
3. *Ivanov M. A., Körner J. G., Tran C. T.* Probing new physics in $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ using the longitudinal, transverse, and normal polarization components of the tau lepton // *Phys. Rev. D* — 2017. — V. 95. — P. 036021.
4. *Ivanov M. A., Tran C. T.* Exclusive decays $J/\psi \rightarrow D_{(s)}^{(*)-} \ell^+ \nu_\ell$ in a covariant constituent quark model with infrared confinement // *Phys. Rev. D* — 2015. — V. 92. — P. 074030.
5. *Tran C. T., Ivanov M. A., Körner J. G.,* Analyzing new physics in $\bar{B}^0 \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ // *Quantum Field Theory at the Limits: from Strong Fields to Heavy Quarks (HQ 2016): Proceedings* — Hamburg: DESY, 2017. — P. 326 — 328.
6. *Чан Т. Т.* Лептонные и полуплептонные распады B -мезонов в рамках ковариантной модели кварков // VI Всероссийская молодежная конференция по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики: сб. тр. конф. — М.: ФИАН, 2015. — С. 128.

Список литературы

1. *Aad G. et al.* Combined Measurement of the Higgs Boson Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV with the ATLAS and CMS Experiments // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — V. 114. — P. 191803.
2. *Aaij R. et al.* Measurement of the ratio of branching fractions $\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/\mathcal{B}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$ // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — V. 115. — P. 111803.
3. *Ikado K. et al.* Evidence of the purely leptonic decay $B \rightarrow \tau\bar{\nu}_\tau$ // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — V. 97. — P. 251802.
4. *Aubert B. et al.* A Search for $B^+ \rightarrow \ell^+\nu_\ell$ Recoiling Against $B^- \rightarrow D^0\ell^-\bar{\nu}X$ // *Phys. Rev. D* — 2010. — V. 81. — P. 051101.
5. *Lees J. P.* Evidence of $B^+ \rightarrow \tau^+\nu$ decays with hadronic B tags // *Phys. Rev. D* — 2013. — V. 88. — P. 031102.
6. *Kronenbitter B. et al.* Measurement of the branching fraction of $B^+ \rightarrow \tau^+\nu_\tau$ decays with the semileptonic tagging method // *Phys. Rev. D* — 2015. — V. 92. — P. 051102.
7. *Adachi I. et al.* Evidence for $B^- \rightarrow \tau^-\bar{\nu}_\tau$ with a Hadronic Tagging Method Using the Full Data Sample of Belle // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — V. 110. — P. 131801.
8. *Bona M.* An improved Standard Model prediction of $BR(B \rightarrow \tau\bar{\nu}_\tau)$ and its implications for New Physics // *Phys. Lett. B* — 2010. — V. 687. — P. 61.
9. *Lees J. P. et al.* Measurement of an Excess of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ Decays and Implications for Charged Higgs Bosons // *Phys. Rev. D* — 2013. — V. 88. — P. 072012.
10. *Huschle M. et al.* Measurement of the branching ratio of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ relative to $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$ decays with hadronic tagging at Belle // *Phys. Rev. D* — 2015. — V. 92. — P. 072014.
11. *Sato Y. et al.* Measurement of the branching ratio of $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau$ relative to

- $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \bar{\nu}_\ell$ decays with a semileptonic tagging method // Phys. Rev. D — 2016. — V. 94. — P. 072007.
12. *Hirose S. et al.* Measurement of the τ lepton polarization and $R(D^*)$ in the decay $\bar{B} \rightarrow D^* \tau^- \bar{\nu}_\tau$ // Phys. Rev. Lett. — 2017 — V. 118. — P. 211801.
 13. *Fajfer S., Kamenik J. F., Nisandzic I.* On the $B \rightarrow D^* \tau \bar{\nu}_\tau$ sensitivity to New Physics // Phys. Rev. D — 2012. — V. 85. — P. 094025.
 14. *Na H., Bouchard C. M., Lepage G. P., Monahan C., Shigemitsu J.* $B \rightarrow D \ell \nu$ form factors at nonzero recoil and extraction of $|V_{cb}|$ // Phys. Rev. D — 2015. — V. 92. — P. 054510.
 15. *Fajfer S., Kamenik J. F., Nisandzic I., Zupan J.* Implications of lepton flavor universality violations in B-Decays // Phys. Rev. Lett. — 2012. — V. 109. — P. 161801.
 16. *Ablikim M. et al.* Search for the weak decays $J/\psi \rightarrow D_s^{(*)} e \nu_e + c.c.$ // Phys. Rev. D — 2014. — V. 90. — P. 112014.
 17. *Sanchis-Lozano M. A.* On the search for weak decays of heavy quarkonium in dedicated heavy quark factories // Z. Phys. C — 1994. — V. 62. — P. 271.
 18. *Wang Y. M., Zou H., Wei Z. T., Li X. Q., Lu C. D. et al.* The Transition form-factors for semi-leptonic weak decays of J/ψ in QCD sum rules // Eur. Phys. J. C — 2008. — V. 54. — P. 107.
 19. *Shen Y. L., Wang Y. M.* J/ψ weak decays in the covariant light-front quark model // Phys. Rev. D — 2008. — V. 78. — P. 074012.
 20. *Olive K. A. et al.* Review of Particle Physics // Chin. Phys. C — 2014. — V. 38. — P. 090001.
 21. *Sharma K. K., Verma R. C.* Rare decays of psi and upsilon // Int. J. Mod. Phys. A — 1999. — V. 14. — P. 937.
 22. *Hou W. S.* Enhanced charged Higgs boson effects in $B \rightarrow \tau \bar{\nu}_\tau$, $B \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu$ and $b \rightarrow \tau \bar{\nu}_\tau + X$ // Phys. Rev. D — 1993. — V. 48. — P. 2342.
 23. *Crivellin A, Greub C, Kokulu A.* Explaining $B \rightarrow D \tau \nu$, $B \rightarrow D^* \tau \nu$ and $B \rightarrow \tau \nu$ in a 2HDM of type III // Phys. Rev. D — 2012. — V. 86. — P. 054014.

24. *Celis A., Jung M., Li X. Q., Pich A.* Sensitivity to charged scalars in $B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu_\tau$ and $B \rightarrow \tau\nu_\tau$ decays // JHEP — 2013. — V. 01. — P. 054.
25. *Martin S. P.* A Supersymmetry primer // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. — 2010. — V. 21. — P. 1.
26. *Deshpande N. G., He X. G.* Consequences of R-parity violating interactions for anomalies in $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}$ and $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$ // Eur. Phys. J. C — 2017. — V. 77. — P. 134.
27. *Buchmüller W., Rückl R., Wyler D.* Leptoquarks in Lepton - Quark Collisions // Phys. Lett. B — 1987. — V. 191. — P. 442.
28. *Calibbi L., Crivellin A., Ota T.* Effective field theory approach to $b \rightarrow s\ell\ell^{(\prime)}$, $B \rightarrow K^{(*)}\nu\bar{\nu}$ and $B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu$ with third generation couplings // Phys. Rev. Lett. — 2015. — V. 115. — P. 181801.
29. *Sakaki Y., Tanaka M., Tayduganov A., Watanabe R.* Testing leptoquark models in $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}$ // Phys. Rev. D — 2013. — V. 88. — P. 094012.
30. *Bauer M., Neubert M.* Minimal Leptoquark Explanation for the $R_{D^{(*)}}$, R_K , and $(g-2)_g$ Anomalies // Phys. Rev. Lett. — 2016. — V. 116. — P. 141802.
31. *Fajfer S., Kosnik N.* Vector leptoquark resolution of R_K and $R_{D^{(*)}}$ puzzles // Phys. Lett. B — 2016. — V. 755. — P. 270.
32. *Li X. Q., Yang Y. D., Zhang X.* Revisiting the one leptoquark solution to the $R(D^{(*)})$ anomalies and its phenomenological implications // JHEP — 2016. — V. 08. — P. 054.
33. *Greljo A., Isidori G., Marzocca D.* On the breaking of Lepton Flavor Universality in B decays // Phys. Rev. D — 2015. — V. 07. — P. 142.
34. *Boucenna S. M., Celis A., Fuentes-Martin J., Vicente A., Virto J.* Non-abelian gauge extensions for B-decay anomalies // Phys. Lett. B — 2016. — V. 706. — P. 214.
35. *Datta A., Duraisamy M., Ghosh D.* Diagnosing New Physics in $b \rightarrow c\tau\nu_\tau$ decays in the light of the recent BaBar result // Phys. Rev. D — 2012. — V. 86. — P. 034027.

36. *Becirevic D., Kosnik N., Tayduganov A.* $\bar{B} \rightarrow D\tau\bar{\nu}_\tau$ vs. $\bar{B} \rightarrow D\mu\bar{\nu}_\mu$ // Phys. Lett. B — 2012. — V. 716. — P. 208.
37. *Tanaka M., Watanabe R.* New physics in the weak interaction of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}$ // Phys. Rev. D — 2013. — V. 87. — P. 034028.
38. *Biancofiore P., Colangelo P., De Fazio F.* On the anomalous enhancement observed in $B \rightarrow D^{(*)}\tau\bar{\nu}_\tau$ decays // Phys. Rev. D — 2013. — V. 87. — P. 074010.
39. *Duraisamy M., Datta A.* The Full $B \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ Angular Distribution and CP violating Triple Products // JHEP — 2013. — V. 09. — P. 059.
40. *Duraisamy M., Sharma P., Datta A.* Azimuthal $B \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$ angular distribution with tensor operators // Phys. Rev. D — 2014. — V. 90. — P. 074013.
41. *Bhattacharya S., Nandi S., Patra S. K.* Optimal-observable analysis of possible new physics in $B \rightarrow D^{(*)}\tau\nu_\tau$ // Phys. Rev. D — 2016. — V. 93. — P. 034011.
42. *Neubert M.* Heavy quark symmetry // Phys. Rep. — 1994. — V. 245. — P. 259.
43. *Grozin A. G.* Heavy quark effective theory / Springer Science & Business Media. — 2014. — 201 p.
44. *Branz T., Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E.* Relativistic constituent quark model with infrared confinement // Phys. Rev. D — 2010. — V. 81. — P. 034010.
45. *Ivanov M. A., Körner J. G., Kovalenko S. G., Santorelli P, Saidullaeva G. G.* Form factors for semileptonic, nonleptonic and rare $B(B_s)$ meson decays // Phys. Rev. D — 2012. — V. 85. — P. 034004.
46. *Khodjamirian A., Mannel T., Offen N.* Form-factors from light-cone sum rules with B-meson distribution amplitudes // Phys. Rev. D — 2007. — V. 75. — P. 054013.
47. *Ball P., Zwicky R.* $B_{d,s} \rightarrow \rho, \omega, K^*, \phi$ decay form-factors from light-cone sum rules revisited // Phys. Rev. D — 2005. — V. 71. — P. 014029.
48. *Ivanov M. A., Körner J. G., Kovalenko S. G., Roberts C. D.* B- to light-meson transition form-factors // Phys. Rev. D — 2007. — V. 76. — P. 034018.
49. *Melikhov D., Nikitin N., Simula S.* Rare exclusive semileptonic $b \rightarrow s$

- transitions in the standart model // Phys. Rev. D — 1988. — V. 57. — P. 6814.
50. *Melikhov D.* Dispersion approach to quark binding effects in weak decays of heavy mesons // Eur. Phys. J. direct — 2002. — V. 4. — P. 2.
 51. *Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O.* Relativistic treatment of the decay constants of light and heavy mesons // Phys. Lett. B — 2006. — V. 635. — P. 93.
 52. *Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O.* New analysis of semileptonic B decays in the relativistic quark model // Phys. Rev. D — 2007. — V. 75. — P. 074008.
 53. *Faustov R. N., Galkin V. O.* Exclusive weak B decays involving τ lepton in the relativistic quark model // Mod. Phys. Lett. A — 2012. — V. 27. — P. 1250183.
 54. *Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P.* Semileptonic and rare B meson decays into a light pseudoscalar meson // Phys. Lett. B. — 1999. — V. 455. — P. 283–290.
 55. *Colangelo P. et al.* Semileptonic and rare B meson transitions in a QCD relativistic potential model // Eur. Phys. J. C — 1999. — V. 8. — P. 81.
 56. *Colangelo P., De Fazio F., Santorelli P., Scrimieri E.* QCD sum rule analysis of the decay $B \rightarrow Kl^+l^-$ and $B \rightarrow K^*l^+l^-$ // Phys. Rev. D — 1996. — V. 53. — P. 3672–3686.
 57. *Colangelo P., Santorelli P.* Dependence of the form-factors of $B \rightarrow \pi$ lepton neutrino on the heavy quark mass // Phys. Lett. B — 1994. — V. 327. — P. 123–128.
 58. *Anikin I. V., Ivanov M. A., Kulimanova N. B., Lyubovitskij V. E.* The Extended Nambu-Jona-Lasinio model with separable interaction: Low-energy pion physics and pion nucleon form-factor // Z. Phys. C — 1995. — V. 65. — P. 681.
 59. *Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E.* The $\gamma^* \pi^0 \rightarrow \gamma$ form-factor // Phys. Lett. B — 1997. — V. 408. — P. 435.
 60. *Faessler A., Gutsche T, Ivanov M. A., Lyubovitskij V. E., Wang P.* Pion and sigma meson properties in a relativistic quark model // Phys. Rev. D — 2003. — V. 68. — P. 014011.

61. *Salam A.* Lagrangian Theory Of Composite Particles // Nuovo Cim. — 1962. — V. 25. — P. 224.
62. *Weinberg S.* Elementary Particle Theory Of Composite Particles // Phys. Rev. D — 1963. — V. 130. — P. 776.
63. *Hayashi K., Hirayama M., Muta T., Seto N, Shirafuji T.* // Fortschr. Phys. — 1967. — V. 15. — P. 625.
64. *Vermaseren J. A. M.* The FORM project // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 2008. — V. 183. — P. 19.
65. *Ebert D., Feldmann T., Reinhardt H.* Extended NJL model for light and heavy mesons without q - anti- q thresholds // Phys. Lett. B — 1996. — V. 388. — P. 154.
66. *Volkov M. K., Yudichev V. L.* Chiral $SU(2) \times SU(2)$ model with infrared quark confinement // Phys. Atom. Nucl. — 2000. — V. 63. — P. 464.
67. *Bazavov A. et al.* B- and D-meson decay constants from three-flavor lattice QCD // Phys. Rev. D — 2012. — V. 85. — P. 114506.
68. *Gray A. et al.* The B meson decay constant from unquenched lattice QCD // Phys. Rev. Lett. — 2005. — V. 95. — P. 212001.
69. *Della Morte M. et al.* Heavy-strange meson decay constants in the continuum limit of quenched QCD // JHEP — 2008. — V. 02. — P. 078.
70. *Chiu T. W., Hsieh T. H., Huang C. H., Ogawa K.* Beauty mesons in lattice QCD with exact chiral symmetry // Phys. Lett. B — 2007. — V. 651. — P. 171.
71. *Becirevic D. et al.*, Nonperturbatively improved heavy - light mesons: Masses and decay constants // Phys. Rev. D — 1999. — V. 60. — P. 074501.
72. *Lucha W., Melikhov D., Simula S.* Decay constants of beauty mesons from QCD Sum Rules // EPJ Web Conf. — 2014. — V. 80. — P. 00046.
73. *Becirevic D., Lubicz V., Sanfilippo F., Simula S., Tarantino C.* D-meson decay constants and a check of factorization in non-leptonic B-decays // J. High Energy Phys. — 2012. — V. 02. — P. 042.
74. *Lucha W., Melikhov D., Simula S.* Decay constants of the charmed vector

- mesons D^* and D_s^* from QCD sum rules // Phys. Lett. B — 2014. — V. 735. — P. 12.
75. *Charles J. et al.* CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories // Eur. Phys. J. C — 2005. — V. 41. — P. 1.
76. *Ivanov M. A., Kalinovsky Y. L., Roberts C. D.* Survey of heavy meson observables // Phys. Rev. D — 1999. — V. 60. — P. 034018.
77. *Ivanov M. A., Khomutenko O. E., Mizutani T.* Form-factors of semileptonic decays of heavy mesons in the quark confinement model // Phys. Rev. D — 1992. — V. 46. — P. 3817.
78. *Luke M. E.* Effects of subleading operators in the heavy quark effective theory // Phys. Lett. B — 1990. — V. 252. — P. 447.
79. *Faessler A., Gutsche T, Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E.* The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \bar{\ell}\ell$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \bar{\ell}\ell$ in a relativistic quark model // Eur. Phys. J. direct C — 2002. — V. 4. — P. 18.
80. *Körner J. G., Schuler G. A.* Exclusive semileptonic heavy meson decays including lepton mass effects // Z. Phys. C — 1990. — V. 46. — P. 93.
81. *Gutsche T, Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E., Santorelli P, Haby N.* Semileptonic decay $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c + \tau^- + \bar{\nu}_\tau$ in the covariant confined quark model // Phys. Rev. D — 2015. — V. 91. — P. 074001.
82. *Körner J. G., Schuler G. A.* Exclusive semileptonic decays of bottom mesons in the spectator quark model // Z. Phys. C — 1988. — V. 38. — P. 511.
83. *Hagiwara K., Martin A. D., Wade M. F.* Exclusive semileptonic B -meson decays // Nucl. Phys. B — 1989. — V. 327. — P. 569.
84. *Asner D. et al.* (Heavy Flavor Averaging Group) Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties // — 2010. — arXiv:1010.1589 [hep-ex].
85. *Aubert B. et al.* A Measurement of the branching fractions of exclusive $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} (\pi) \ell^- \bar{\nu}_\ell$ decays in events with a fully reconstructed B meson // Phys. Rev. Lett. — 2008. — V. 100. — P. 151802.
86. *Lees J. et al.* Evidence for an excess of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau$ decays // Phys. Rev.

- Lett. — 2012. — V. 109. — P. 101802.
87. *del Amo Sanchez P. et al.* Study of $B \rightarrow \pi \ell \nu$ and $B \rightarrow \rho \ell \nu$ decays and determination of $|V_{ub}|$ // Phys. Rev. D — 2011. — V. 83. — P. 032007.
 88. *Ha H. et al.* Measurement of the decay $B^0 \rightarrow \pi^- \ell^+ \nu$ and determination of $|V_{ub}|$ // Phys. Rev. D — 2011. — V. 83. — P. 071101.
 89. *Tanaka M., Watanabe R.* τ -longitudinal polarization in $B \rightarrow D \tau \bar{\nu}_\tau$ and its role in the search for charged Higgs boson // Phys. Rev. D — 2010. — V. 82. — P. 034027.
 90. *Alonso R., Kobach A., Camalich J. M.* New physics in the kinematic distributions of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau^- (\rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau) \bar{\nu}_\tau$ // Phys. Rev. D — 2016. — V. 94. — P. 094021.
 91. *Caprini I, Lellouch L., Neubert M.* Dispersive bounds on the shape of $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \ell \nu$ form factors // Nucl. Phys. — 1998. — V. B530. — P. 153.
 92. *Bourrely C., Lellouch L., Caprini I.* Model-independent description of $B \rightarrow \pi \ell \nu$ decays and a determination of $|V_{ub}|$ // Phys. Rev. D — 2009. — V. 79. — P. 013008.
 93. *Bailey J. A. et al.* $B \rightarrow D \ell \nu$ form factors at nonzero recoil and $|V_{cb}|$ from 2+1-flavor lattice QCD // Phys. Rev. D — 2015. — V. 92. — P. 034506.
 94. *Aoki S. et al.* Review of lattice results concerning low-energy particle physics // Eur. Phys. J. C — 2017. — V. 77. — P. 112.
 95. *Feldmann T., Müller B., van Dyk D.* Analyzing $b \rightarrow u$ transitions in semileptonic $\bar{B}_s \rightarrow K^{*+} (\rightarrow K \pi) \ell^- \bar{\nu}_\ell$ decays // Phys. Rev. D — 2015. — V. 92. — P. 034013.
 96. *Garisto R.* CP violating polarizations in semileptonic heavy meson decays // Phys. Rev. D — 1995. — V. 51. — P. 1107.
 97. *Tsai Y. S.* Search for new mechanism of CP violation through tau decay and semileptonic decay of hadrons // Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. — 1997. — V. 55. — P. 293.
 98. *Wu G. H., Kierns K., Ng J. N.* Polarization measurements and T violation in

- exclusive semileptonic B decays // Phys. Rev. D— 1997.— V. 56.— P. 5413.
99. *Lee J. P.* CP violating transverse lepton polarization in $B \rightarrow D^{(*)} l \text{ anti-}\nu$ including tensor interactions // Phys. Lett. B— 2002.— V. 61.— P. 526.
100. *Körner J. G., Pirjol D.* Spin momentum correlations in inclusive semileptonic decays of polarized Lambda(b) baryons // Phys. Rev. D— 1999.— V. 60.— P. 014021.
101. *Fischer M., Groote S., Körner J. G., Mauser M. C.* Leptonic mu and tau decays: Mass effects, polarization effects and $O(\alpha)$ radiative corrections // Phys. Rev. D— 2003.— V. 67.— P. 113008.
102. *Bullock B. K., Hagiwara K, Martin A. D.* Tau polarization and its correlations as a probe of new physics // Nucl. Phys.— 1993.— V. B395.— P. 499.
103. *Mahlon G., Parke S. J.* Angular correlations in top quark pair production and decay at hadron colliders // Phys. Rev. D— 1996.— V. 53.— P. 4886.
104. *Parke S. J., Shadmi Y.* Spin correlations in top quark pair production at e^+e^- colliders // Phys. Lett. B— 1996.— V. 387.— P. 199.
105. *Mahlon G., Parke S. J.* Maximizing spin correlations in top quark pair production at the Tevatron // Phys. Lett. B— 1997.— V. 411.— P. 173.
106. *Groote S., Körner J. G., Melic B., Prelousek S.* A survey of top quark polarization at a polarized linear e^+e^- collider // Phys. Rev. D— 2011.— V. 83.— P. 054018.
107. *Kaldamäe L., Groote S., Körner J. G.* Analytical $O(\alpha_s)$ corrections to the beam frame double-spin density matrix elements of $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ // Phys. Rev. D— 2016.— V. 94.— P. 114003.
108. *Gutsche T, Ivanov M. A., Körner J. G., Lyubovitskij V. E., Santorelli P* Polarization effects in the cascade decay $\Lambda_b \rightarrow \Lambda(\rightarrow p\pi^-) + J/\psi(\rightarrow \ell^+\ell^-)$ in the covariant confined quark model // Phys. Rev. D— 2013.— V. 88.— P. 114018.
109. *Khachatryan V. et al.* Observation of the rare $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data // Nature (London)— 2015.—

- V. 522. — P. 68.
110. *Hill C. T.* Topcolor assisted technicolor // *Phys. Lett. B* — 1995. — V. 345. — P. 483.
111. *Baek S., Kim Y. G.* Constraints on the R-parity violating couplings from $B \rightarrow \ell \bar{\nu}_\ell$ -decays // *Phys. Rev. D* — 1999. — V. 60. — P. 077701.
112. *Becirevic D., Duplancic G., Klajn B., Melic B., Sanfilippo F.* Lattice QCD and QCD sum rule determination of the decay constants of η_c , J/ψ and h_c states // *Nucl. Phys. B* — 2014. — V. 883. — P. 306.