

Воронин Владимир Эдуардович

**Конфайнмент и свойства мезонов в доменной модели
вакуума КХД**

01.04.02 – теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

к. ф.-м. н.

Неделько Сергей Николаевич

Научный консультант

д. ф.-м. н., проф.

Иванов Михаил Алексеевич

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Доменная модель вакуума КХД	14
1.1. Сеть доменных стенок как вакуум КХД	14
1.2. Адронизация в доменной модели вакуума КХД	21
1.3. Связь доменной модели конфайнмента и адронизации с другими подходами	29
Глава 2. Спектры флуктуаций и квазичастицы	37
2.1. Флуктуации в фоновом поле плоской доменной стенки	37
2.2. Спектр квазичастиц внутри хромагнитной трубки	42
2.3. Выводы	55
Глава 3. Спектр мезонов и константы распадов	57
3.1. Спектр масс радиальных возбуждений лёгких, тяжёло-лёгких мезонов и тяжёлых кваркониев	57
3.2. Переходные константы $V \rightarrow \gamma$	63
3.3. Константы лептонных распадов	65
3.4. Выводы	67
Глава 4. Инвариантность эффективного мезонного действия относительно калибровочных преобразований фонового поля и её влияние на $F_{P\gamma^*\gamma}$ и g_{VPP}	69
4.1. Введение	69
4.2. Переходные формфакторы и константы распада в два фотона	71
4.3. Асимптотика формфакторов $F_{P\gamma^*\gamma^{(*)}}$	74
4.4. Сильные распады векторных мезонов	79
4.5. Выводы	82
Заключение	84
Приложение А. Включение $U(1)$-калибровочного взаимодействия	86
Приложение Б. Включение $SU(2)_L \times U(1)_Y$-калибровочного взаимодействия	88
Приложение В. Переходные формфакторы $P \rightarrow \gamma^*\gamma^{(*)}$	90
В.1. Формулы для переходного формфактора	90

В.2. Диаграммы с нелокальными мезон-фотонными вершинами	91
Список публикаций по теме диссертации	93
Список литературы	94

Введение

Обмен идеями и методами между квантовой теорией поля и физикой конденсированного состояния оказался в целом чрезвычайно продуктивным для обеих областей. Систематический подход к феноменологии адронов, основанный на правилах сумм квантовой хромодинамики (КХД) [1; 2], указывает на то, что для корректного описания наблюдаемых величин необходимо допустить существование конденсатов в физическом вакууме КХД (например, кваркового $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$, глюонного $\langle g^2 F^2\rangle$ и других).

Определение свойств непертурбативных калибровочных полей, необходимых для одновременного описания конфайнмента, нарушения киральной и $U_A(1)$ симметрий — задача, преследуемая многими подходами к описанию вакуума КХД. Как правило, обсуждаются локализованные конфигурации (инстантоны, монополи и дионы, вихри), из которых затем с помощью суперпозиции строится вакуум (обзор этих подходов можно найти в [3]). Изучаются также $Z(3)$ -доменные стенки [4–6], связанные с группой центра $Z(3)$ чистой $SU(3)$ теории Янга-Миллса, и двойные стенки, интерполирующие между физически эквивалентными, но топологически разными вакуумами [7].

Инстантоны — классические самодуальные решения евклидовых уравнений движения теории Янга-Миллса — найдены Белавиным, Поляковым, Шварцем и Тюпкиным [8]), характеризуются топологическим индексом и соответствуют туннелированию между вырожденными квантовыми состояниями в пространстве Минковского [9–11]. В работах [12; 13] развита модель инстантонной жидкости, которая предполагает, что доминирующими вакуумными конфигурациями являются суперпозиции инстантонов и антиинстантонов. В присутствии инстантонов в спектре оператора Дирака присутствуют нулевые моды, занимающие центральное место в механизме спонтанного нарушения киральной симметрии [14–17]. Модель позволила решить проблему $U_A(1)$, исследовать роль прямых вкладов инстантонов в адронные корреляционные функции и рассчитать массы лёгких невозбуждённых адронов [18; 19]. Однако инстантоны не обеспечивают конфайнмент, так как приводят к потенциалу взаимодействия статических кварков, который на больших расстояниях асимптотически приближается к константе [20]. Модели, которые позволяют изучать конфайнмент, основаны на дионах [21; 22], монополях [3], ассоциирующихся с абелевой доминантностью [23].

В отличие от инстантонов, вихри, связанные с центром группы $Z(3)$, не являются решением классических уравнений движения. Однако, как показано в [24; 25], они могут быть седловыми точками однопетлевого эффективного действия чистой теории Янга-Миллса. В модели вакуума, основанной на статистическом ансамбле вихрей, выполняется закон пло-

щадей для петли Вильсона [26]. Это является следствием случайного характера глюонных конфигураций в статистическом ансамбле [27]. Решёточные расчёты показывают, что вихри дают определяющий вклад в линейно растущий потенциал взаимодействия статических кварков [28–32]. В основанных на вихрях моделях вакуум характеризуется ненулевым значением топологической восприимчивости [33]. В работе [34] исследовано влияние ансамбля вихрей на кварковый пропагатор

$$S(p) = \frac{Z(p)}{i\not{p} + M(p)}.$$

Обнаружено, что $M(p)$ становится значительно ближе к нулю, если исключить вихри из вакуумных глюонных конфигураций. Вакуум, описываемый ансамблем вихрей, приводит к функциям $Z(p)$ и $M(p)$, практически не отличающимся от результатов «полного» расчёта кваркового пропагатора методами КХД на решётке [34]. Однако подход, основанный на ансамбле вихрей, не позволяет проводить вычисления аналитически и полностью раскрыть своё физическое содержание.

Доменные стенки играют важную роль в теории конденсированного состояния, однако они исследованы в меньшей степени в применении к вакууму КХД. Возможность возникновения $Z(3)$ -доменных стенок в кварк-глюонной плазме обсуждалась в работах [35–39]. Исследования методами КХД на решётке [40] свидетельствуют в пользу существования нетривиальных метастабильных $Z(3)$ -вакуумов при высоких температурах в фазе деконфайнмента. Их появление и эволюция на стадии образования кварк-глюонной плазмы изучались в работах [4; 41; 42].

Настоящая работа посвящена изучению вакуума КХД, описываемого статистическим ансамблем доменных стенок, разделяющих области с почти однородными абелевыми (анти)самодуальными полями. Такой ансамбль обеспечивает конфайнмент как статических (закон площадей для петли Вильсона), так и динамических кварков (отсутствие полюса в пропагаторе), спонтанное нарушение киральной симметрии и решение проблемы $U_A(1)$. Определяющими для механизмов конфайнмента и нарушения киральной симметрии свойствами такого статистического ансамбля являются (анти)самодуальность, абелевость и стохастичность. Используемый в диссертации подход в целом основан на квантовом эффективном действии. Рассмотрение можно начать с евклидова производящего функционала для поля Янга-Миллса [43–45]:

$$Z[J] = e^{W[J]} = N \int \mathcal{D}A \exp \left\{ -S[A] + \int d^4x J_\mu^a A_\mu^a \right\}, \quad Z[0] = 1,$$

$$S[A] = \frac{1}{4g^2} \int d^4x (F_{\mu\nu}^a)^2, \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + C^{abc} A_\mu^b A_\nu^c.$$

Здесь $S[A]$ — классическое действие Янга-Миллса, C^{abc} — структурные константы группы $SU(3)$. Для нахождения эффективного действия $\Gamma[B]$ нужно найти $J[B]$ из соотношения

$$B = \frac{\delta W[J]}{\delta J}$$

и осуществить преобразование Лежандра

$$\Gamma[B] = W[J] - JB|_{J=J[B]}.$$

Обычно полагается, что поведение интеграла определяется минимумом классического действия $S[A]$ (в частности, $S[A]$ предполагается конечным), а квантовые поправки малы и не меняют этот минимум. Однако для теорий Янга-Миллса нельзя заранее утверждать, что минимум классического действия совпадает с основным состоянием квантовой теории [43]. С помощью теории возмущений удаётся найти эффективное действие только для сильных полей, которые далеки от классического вакуума. Поэтому не исключено, что квантовое основное состояние характеризуется ненулевыми значениями инвариантов, таких как $\langle g^2 F^2 \rangle$. Это означает, что квантовое эффективное действие $\Gamma[B]$ обладает нетривиальным глобальным минимумом.

По сути эквивалентную этой формулировке постановку задачи о квантовом основном состоянии можно найти в работах Леутвилера [46] и Фаддеева [47]: для квантования поля A в формализме функционального интеграла (в пространстве Минковского)

$$\exp \{iW[B]\} = N \int_{A \rightarrow B, t \rightarrow \pm\infty} \mathcal{D}A \exp\{-S[A]\} \quad (1)$$

необходимо определить граничные условия для асимптотических состояний [47]. Чтобы выделить гауссову меру для флуктуаций Q в функциональном интеграле, необходимо сделать сдвиг переменной интегрирования

$$A_\mu \rightarrow B_\mu + gQ_\mu$$

и рассматривать поле Q_μ как малые возмущения [47]. Поле B_μ определяет асимптотическое поведение A_{in} и A_{out} . При фиксированном поле B поле Q преобразуется неоднородно:

$$Q \rightarrow Q^\alpha = \frac{1}{g}(A^\alpha - B).$$

С помощью процедуры Фаддеева-Попова, интегрирования по Q и полям духов \bar{c}, c функционал (1) можно преобразовать к виду

$$W[B] = \frac{1}{g^2} \int d^4x \text{Tr} F^2 - \frac{1}{2} \log \det M_Q + \log \det M_c$$

$$+ g^2 \left(\text{loop} + \text{circle} + \text{dashed-circle} \right) + \sum_{k=3}^{\infty} g^{2(k-1)} (k\text{-петлевые сильносвязные диаграммы}).$$

Оператор M_Q определяется из квадратичной по Q , а оператор M_c — из квадратичной по полям духов \bar{c}, c части лагранжиана Фаддеева-Попова. Учёт квантовых поправок приводит к уравнению

$$\times \text{---} + \text{---} \text{---} = 0.$$

Вторая диаграмма включает все сильносвязные диаграммы с одной внешней линией, соответствующей полю B_μ . Решения этого уравнения определяют основное состояние КХД и фиксируют асимптотические состояния в (1).

В рассматриваемом подходе удобно начать постановку задачи с евклидова функционального интеграла

$$Z = N \int_{\mathcal{F}} \mathcal{D}A \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp\{-S[A, \psi, \bar{\psi}]\}.$$

Здесь $S[A]$ — классическое действие КХД. Для определения интеграла необходимо указать условия, которым удовлетворяют функциональные пространства \mathcal{F}, Ψ , по которым осуществляется интегрирование. Так как для феноменологии КХД необходим ненулевой конденсат, то в определении функционального интеграла его существование допускается с самого начала. Функциональное пространство \mathcal{F} удовлетворяет условию

$$\mathcal{F} = \{A : \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int d^4x g^2 F_{\mu\nu}^a(x) F_{\mu\nu}^a(x) = B_{\text{vac}}^2\}. \quad (2)$$

Условие (2) выделяет поля B_μ^a с ненулевой плотностью классического действия.

Поля B_μ^a , описывающие ненулевой конденсат, могут быть формально отделены от флуктуаций Q_μ^a с использованием фоновой калибровки $D(B)Q = 0$. Некоторые проблемы, связанные с этой в действительности нетривиальной процедурой, обсуждаются в разделе 1.1.

Интеграл по флуктуациям Q даёт определение эффективного действия для поля B :

$$\begin{aligned} Z &= N' \int_{\mathcal{B}} \mathcal{D}B \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \int_{\mathcal{Q}} \mathcal{D}Q \det[D(B)D(B+Q)] \delta[D(B)Q] e^{-S_{\text{QCD}}[B+Q, \psi, \bar{\psi}]} \\ &= \int_{\mathcal{B}} \mathcal{D}B \exp\{-S_{\text{eff}}[B]\}. \end{aligned}$$

Минимумы эффективного действия (см. [45; 47–49]) определяют разные вакуумы системы в пределе $V \rightarrow \infty$. Несмотря на то, что задача о вычислении квантового эффективного действия не решена до конца, известны некоторые свойства его минимумов.

В работе [43] проведён анализ квантового эффективного действия в калибровочной модели $SU(2)$. Самое важное для дальнейшего рассмотрения наблюдение заключается в том,

что условие, эквивалентное (2), приводит к полям, имеющим свойства бесконечно жёсткой среды, которая подавляет распространение возмущений. Такие свойства вакуума указывают на конфайнмент.

Весомая аргументация в пользу того, что глобальный минимум эффективного квантового действия достигается при однородных абелевых (анти)самодуальных полях, содержится в работах [44; 46; 50–53]. В частности, проведённый Леутвилером анализ [54] трансляционно-инвариантных калибровочных полей с постоянной напряжённостью показал, что стабильными являются только ковариантно постоянные абелевы (анти)самодуальные поля. В других полях возникают тахионные моды [44; 46].

Непертурбативное вычисление квантового эффективного действия методом функциональной ренормгруппы [52] (см. рисунок 1) подтверждает результаты однопетлевых вычислений о минимуме эффективного потенциала [46; 54–56]

$$U_{\text{eff}} = B^2 \left[\frac{11}{24\pi^2} \log \frac{\lambda B}{\Lambda^2} + \epsilon_0 \right]$$

при постоянных абелевых (анти)самодуальных полях (λ, ϵ_0 — неизвестные параметры).

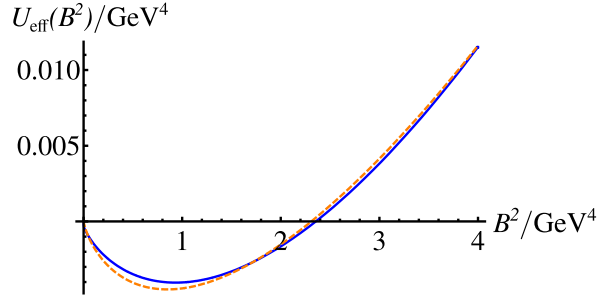


Рис. 1. Эффективный потенциал, вычисленный методом функциональной ренормгруппы в работе [52] (сплошная линия), и фит однопетлевого результата [46; 55; 56] (пунктирная линия) в виде $aB^2 \ln(bB^2)$.

Леутвилер заметил [54], что в абелевых (анти)самодуальных полях трансляционно инвариантная часть глюонного пропагатора в импульсном представлении является целой функцией. Отсутствие полюса было интерпретировано как динамический конфайнмент. Например, пропагатор безмассового заряженного скалярного поля в присутствии абелевых (анти)самодуальных полей имеет вид

$$G(p^2) \sim \frac{1}{p^2} \left(1 - e^{-p^2/B} \right).$$

Отсутствие полюса у пропагатора означает, что не существует частиц, соответствующих заряженному полю. В то же время, при больших евклидовых импульсах $p^2 \gg B$ пропагатор

ведёт себя как свободный безмассовый ($1/p^2$). Для полной картины конфайнмента, этого, однако, недостаточно — необходимо также описывать реджевский спектр адронов. В модели адронизации в присутствии абелевых (анти)самодуальных полей спектр Редже следует из структуры глюонного пропагатора [57; 58].

Вакуум с постоянным полем приводил бы к нарушению всех симметрий КХД. Ансамбль доменно-структурированных почти всюду однородных полей выглядит более реалистичным [46], так как все симметрии в среднем по ансамблю не нарушаются. В работе [45] показано, что в случайном доменном ансамбле для петли Вильсона выполняется закон площадей (в согласии с результатами работы [27]). Оценка вкладов в эффективное действие глюонов и кварков показывает, что квазиулевы моды кварков могут стабилизировать средний размер области однородности вакуумного глюонного поля.

Случайный характер ансамбля почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных глюонных полей учтён неявно в модели, сформулированной в работах [57; 58], с помощью усреднения кварковых петель в диаграммах Фейнмана по всем конфигурациям однородного вакуумного глюонного поля. Нелокальные мезон-кварковые вершины в этой модели определяются видом глюонного пропагатора. Спектр мезонов асимптотически выходит на траектории Редже при больших значениях как орбитального, так и радиального квантовых чисел. К такому поведению приводит вид кваркового и глюонного пропагаторов в присутствии абелевых (анти)самодуальных полей. В отличие от полей кварков и глюонов, бесцветные адроны могут интерпретироваться как частицы.

Чтобы исследовать предел статических кварков и поведение петли Вильсона, в работе [45] был явным образом построен ансамбль доменно структурированных почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных глюонных полей, для которого непосредственно показано выполнения закона площадей для петли Вильсона (в согласии с [27]). В этом ансамбле для простоты рассматривались сферические домены в \mathbb{R}^4 .

Таким образом, модель конфайнмента, нарушения киральной симметрии и адронизации, основанная на случайном ансамбле вакуумных (анти)самодуальных абелевых глюонных полей, позволяет описывать широкий круг явлений в низкоэнергетической физике мезонов с единой точки зрения [45; 48; 57–60; A1]. Развитие этого подхода обеспечивает возможность более детального исследования характера конфайнмирующих глюонных полей, требуемого для объяснения многих явлений низкоэнергетической физики адронов.

Эти результаты мотивировали более детальное исследование ансамбля почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных глюонных полей. В подходе Гинзбурга-Ландау к эффективному действию глюонного поля [45; 49; 51] доменные стенки возникают

как решение квантовых эффективных уравнений движения. В простейшем случае это решение является стандартным кинком модели синус-Гордон для угла между хромоэлектрическим и хромомагнитным полями. Стенка разделяет области с почти однородными самодуальным и антисамодуальным абелевыми глюонными полями. С помощью стандартных методов [61] из доменных стенок можно построить ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных глюонных полей в явном виде. Анализ собственных мод кварков и глюонов показывает, что они имеют конфаинмированный характер в областях с почти однородным абелевым (анти)самодуальным глюонными полям и соответствуют квазичастичным возбуждениям на доменных стенках и их пересечениях.

Функциональная ренормгруппа, уравнения Дайсона-Швингера, КХД на решётке позволяют исследовать вид кварковых и глюонных корреляционных функций. Инфракрасное поведение пропагаторов в однородных абелевых (анти)самодуальных полях в целом совпадает с поведением пропагаторов, рассчитанных в этих подходах. В подходе, основанном на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях, инфракрасное поведение пропагаторов связано с четырёхмерным гармоническим осциллятором, как следует из формы операторов Дирака и Клейна-Гордона. Механизм конфаинмента, основанный на четырёхмерном гармоническом осцилляторе, обсуждался в работах Фейнмана с соавторами [62] и Леутвилера [63]. На гармонический потенциал также опирается ряд современных голографических моделей AdS/QCD с мягкой стенкой. В связи с этим задача о физике вакуума КХД, связывающей все эти подходы, представляется актуальной.

В работе [49] с помощью квантового эффективного действия получено указание на то, что сильные внешние электромагнитные поля могут выступать триггером деконфаинмента. В работах [64–69] методами КХД на решётке изучен каталитический эффект сильных внешних электромагнитных полей, которые возникают при столкновении тяжёлых ионов [70], на фазовый переход деконфаинмента. Влияние электромагнитного поля на деконфаинмент интересно в свете экспериментов по столкновению тяжёлых ионов, проводящихся на RHIC и LHC, а также планируемых на FAIR и NICA. Эти результаты мотивируют детальный анализ и интерпретацию влияния сильных электромагнитных полей на фазовый переход деконфаинмента.

Актуальной является задача построения эффективного действия адронов, мотивированного КХД и описывающего ключевые явления низкоэнергетической физики с единой точки зрения. Поэтому необходимо более тщательное изучение эффективного мезонного действия модели вакуума КХД, основанной на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях, которая позволяет построить диагональное по полям эффективное действие мезонов,

содержащее сильные, электромагнитные и слабые взаимодействия.

В результатах эксперимента по измерению переходного электромагнитного формфактора пиона, проведённого коллаборацией BaBar, наблюдается поведение, не согласующееся с пределом Бродского-Лепажя, тогда как коллаборацией Belle такого поведения не обнаружено. Это разногласие мотивировало большое число теоретических исследований, в контексте которых актуально исследование влияния конфейнмирующих глюонных полей на переходный формфактор.

Были решены следующие задачи:

- Построен ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей с помощью суперпозиции доменных стенок. Найдены спектры и собственные моды кваркового и глюонного полей внутри домена и на доменной стенке.
- Диагонализирована по радиальному квантовому числу мезонов квадратичная часть эффективного мезонного действия. Электромагнитные и слабые взаимодействия включены в нелокальное эффективное мезонное действие калибровочно-инвариантным образом.
- Рассчитаны массы мезонов в основном и радиально возбуждённых состояниях, константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов, сильные константы распада векторных мезонов и переходные электромагнитные константы векторных мезонов.
- Проведено сравнение пропагаторов кваркового и глюонного полей в однородных абелевых (анти)самодуальных полях с пропагаторами, найденными с помощью функциональной ренормгруппы, уравнений Дайсона-Швингера и КХД на решётке.
- Исследовано влияние почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных полей на процесс $\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$. Вычислены переходные электромагнитные формфакторы нейтральных псевдоскалярных мезонов. Исследовано влияние почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных глюонных полей на константы сильных распадов векторных мезонов на пару псевдоскалярных.

В главе 1 обсуждается квантовое эффективное действие КХД и его глобальные минимумы. Для эффективных уравнений движения в подходе Гинзбурга-Ландау найдены решения в виде кинков. Из этих решений в явном виде построен ансамбль вакуумных полей. Обсуждаются свойства пропагаторов кварков, глюонов и связь с другими подходами к вакууму КХД.

В главе 2 рассмотрены дефекты в виде хромомангнитных трубок в ансамбле почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей. Такие дефекты могут возникать под действием сильных внешних электромагнитных полей. Найдены спектры и собственные моды кварков и глюонов в хромомангнитной трубке. Показано, что существует критический радиус R_c хромомангнитной трубки, при превышении которого возникают тахионные моды Нильсена-Олесена, дестабилизирующие дефект.

В главе 3 приведены расчёты масс мезонов в основном и радиально возбуждённых состояниях, констант лептонных распадов и переходных электромагнитных констант.

В главе 4 исследуется влияние вакуумного поля на процесс $P \rightarrow \gamma^* \gamma^{(*)}$ при различной виртуальности фотонов и на процесс распада векторного мезона на пару псевдоскалярных $V \rightarrow PP$. Вычислены константы распадов $g_{P\gamma\gamma}$ и g_{VPP} для различных мезонов.

В Заключении приведены основные результаты диссертационной работы и обсуждаются направления возможных дальнейших исследований.

В Приложении А описано включение взаимодействия $U(1)$ в эффективное мезонное действие (1.20) калибровочно-инвариантным образом.

В Приложении Б описано включение взаимодействия $SU_L(2) \times U_Y(1)$ в эффективное мезонное действие (1.20) калибровочно-инвариантным образом.

В Приложении В приведены формулы для переходного электромагнитного формфактора.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Гейдельбергского университета имени Рупрехта и Карла, Гисенского университета имени Юстуса Либиха, а также на международных совещаниях и конференциях:

- 22nd International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems : Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (September 15–20, 2014, Dubna, Russia);
- XIX International Conference of Young Scientists and Specialists (February 16–20, 2015, Dubna, Russia);
- 9th Joint International Hadron Structure '15 Conference (June 29–July 3, 2015, Horný Smokovec, Slovak Republic);
- International Session-Conference of the Section of Nuclear Physics of PSD RAS (April 12–15, 2016, JINR Dubna)
- Quantum Field Theory at the Limits : from Strong Fields to Heavy Quarks (July 18–30,

2016, Dubna, Russia);

- 12th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum (August 28– September 04, 2016, Thessaloniki, Greece);
- 23rd International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems : Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (September 19–24, 2016, Dubna, Russia).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 8 работах, из них 6 статей в рецензируемых журналах, индексируемых в системах Web of Science и/или Scopus [A1–A6], 2 статьи в сборниках трудов конференций [A7; A8].

Доменная модель вакуума КХД

1.1. Сеть доменных стенок как вакуум КХД

Так как полное аналитическое выражение для эффективного действия КХД получить не удаётся, исследуем его методом Гинзбурга-Ландау. Искомый эффективный лагранжиан должен быть инвариантен относительно всех симметрий КХД. Как уже упоминалось во Введении, существует весома аргументация в пользу того, что основное состояние КХД характеризуется ненулевым значением скалярного глюонного конденсата $\langle g^2 F^2 \rangle$. Это следует как из результатов расчёта эффективного потенциала КХД методом функциональной ренорм-группы [52], так и из феноменологического подхода, основанного на правилах сумм КХД [1; 2].

Минимальный эффективный лагранжиан, удовлетворяющий таким требованиям, даётся формулой (g включено в F)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} &= -\frac{1}{4\Lambda^2} (D_\nu^{ab} F_{\rho\mu}^b D_\nu^{ac} F_{\rho\mu}^c + D_\mu^{ab} F_{\mu\nu}^b D_\rho^{ac} F_{\rho\nu}^c) - U_{\text{eff}}, \\ U_{\text{eff}} &= \frac{\Lambda^4}{12} \text{Tr} \left[C_1 \left(\frac{\hat{F}}{\Lambda^2} \right)^2 + \frac{4}{3} C_2 \left(\frac{\hat{F}}{\Lambda^2} \right)^4 - \frac{16}{9} C_3 \left(\frac{\hat{F}}{\Lambda^2} \right)^6 \right]. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Присутствие члена \hat{F}^6 важно, так как группа Вейля начинает проявляться при включении шестой и более высоких степеней поля. Учёт более высоких степеней F качественно не меняет общую картину. Здесь Λ — масштаб, ассоциирующийся с Λ_{QCD} и связанный со скалярным глюонным конденсатом, и

$$\begin{aligned} D_\mu^{ab} &= \delta^{ab} \partial_\mu - i \hat{A}_\mu^{ab} = \partial_\mu - i A_\mu^c (T^c)^{ab}, \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - i f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \\ \hat{F}_{\mu\nu} &= F_{\mu\nu}^a T^a, \quad T_{bc}^a = -i f^{abc} \\ \text{Tr} \hat{F}^2 &= \hat{F}_{\mu\nu}^{ab} \hat{F}_{\nu\mu}^{ba} = -3 F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \leq 0, \\ C_1 &> 0, \quad C_2 > 0, \quad C_3 > 0. \end{aligned}$$

Константы C_i выбраны таким образом, чтобы потенциал U_{eff} минимизировался при $\langle F^2 \rangle$. Эффективный потенциал U_{eff} был предложен в работе [45] и более подробно изучен в [51]. В работе [53] проанализированы вакуумные поля, нарушающие группу G до различным образом включённых в неё изоморфных подгрупп $H \subset G$.

В лагранжиан (1.1) заложен минимум при $\langle F^2 \rangle$. С помощью непосредственных вычислений можно убедиться, что лагранжиан имеет двенадцать вырожденных дискретных минимумов, которые достигаются при ковариантно постоянных абелевых (анти)самодуальных полях (см. рисунки 1.1 и 1.2)

$$\hat{A}_\mu = -\frac{1}{2}\hat{n}_k F_{\mu\nu} x_\nu, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = \pm F_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} = B^2.$$

Матрица \hat{n}_k принадлежит подалгебре Картана алгебры $su(3)$

$$\begin{aligned} \hat{n}_k &= T^3 \cos(\xi_k) + T^8 \sin(\xi_k), \\ \xi_k &= \frac{2k+1}{6}\pi, \quad k = 0, 1, \dots, 5. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Минимумы связаны дискретными преобразованиями чётности и отражениями Вейля, по-

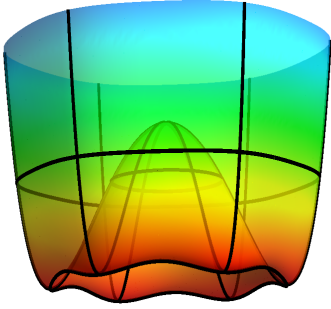


Рис. 1.1. Эффективный потенциал (1.1) для (анти)самодуального поля. Радиальная переменная соответствует B^2 , угловая — углу ξ в подалгебре Картана.

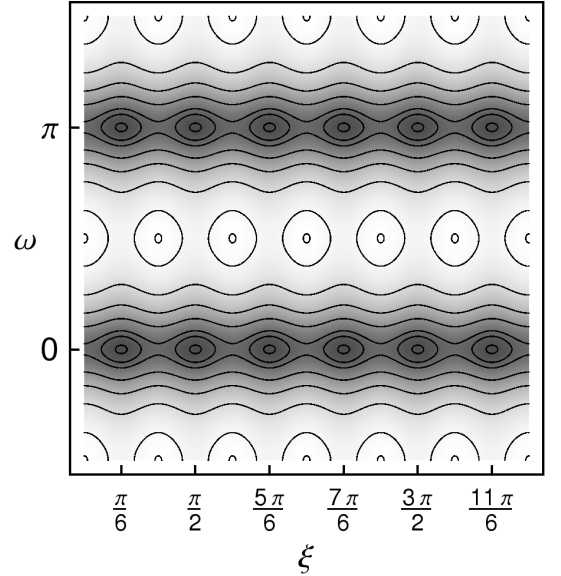


Рис. 1.2. Зависимость эффективного потенциала от угла между хромомощественным и хромомощественным полями ω и угла в подалгебре Картана ξ . Тёмные участки соответствуют минимумам — абелевым (анти)самодуальным полям.

этому в системе могут существовать солитоны (в пространстве Минковского) и кинки (в евклидовом пространстве).

Далее для простоты будем рассматривать абелево поле \hat{A}_μ . В этом случае эффективный лагранжиан не зависит от векторного потенциала A_μ :

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4\Lambda^2} (\partial_\nu F_{\rho\mu}^a \partial_\nu F_{\rho\mu}^a + \partial_\mu F_{\nu\rho}^a \partial_\rho F_{\nu\rho}^a) - U_{\text{eff}}. \quad (1.3)$$

Удобно ввести векторы \mathbf{e} и \mathbf{h}

$$e_i = \frac{F_{4i}}{\Lambda^2}, \quad h_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \frac{F_{jk}}{\Lambda^2}, \quad \mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2 = 2b^2.$$

Эффективный потенциал U_{eff} примет вид

$$U_{\text{eff}} = \Lambda^4 \left\{ -C_1 b^2 + C_2 (2b^4 - (\mathbf{e}\mathbf{h})^2) + \frac{1}{9} C_3 b^2 (10 + \cos 6\xi) (4b^4 - 3(\mathbf{e}\mathbf{h})^2) \right\}.$$

Исследуем случай $\mathbf{e}^2 = \mathbf{h}^2 = b^2$, воспользовавшись параметризацией векторов \mathbf{h} и \mathbf{e} в виде

$$\mathbf{h} = b \{ \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta \}, \quad (1.4)$$

$$\mathbf{e} = O \left(\frac{\mathbf{h}}{b}, \psi \right) O \left(\frac{\mathbf{k} \times \mathbf{h}}{|\mathbf{k} \times \mathbf{h}|}, \omega \right) \mathbf{h}, \quad k_i = \delta_{i3}. \quad (1.5)$$

Матрица

$$O_{ij}(\mathbf{m}, \alpha) = m_i m_j + (\delta_{ij} - m_i m_j) \cos \alpha - \varepsilon_{ijk} m_k \sin \alpha$$

описывает вращение вокруг единичного вектора \mathbf{m} на угол α . В такой параметризации угол между векторами \mathbf{e} и \mathbf{h} равен ω : $\mathbf{e}\mathbf{h} = b^2 \cos \omega$.

1.1.1. Кинк

Рассмотрим простейший пример — кинк между самодуальным и антисамодуальным полями. Если зафиксировать все степени свободы, кроме угла ω между хромомолекулярным и хромомомагнитным полями, и положить их равными значениям, которые они принимают в глобальном минимуме потенциала (1.1), то лагранжиан примет вид

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{2} \Lambda^2 b_{\text{vac}}^2 \partial_\mu \omega \partial_\mu \omega - b_{\text{vac}}^4 \Lambda^4 (C_2 + 3C_3 b_{\text{vac}}^2) \sin^2 \omega.$$

Соответствующее уравнение движения — это уравнение синус-Гордона

$$\partial^2 \omega = m_\omega^2 \sin 2\omega, \quad m_\omega^2 = b_{\text{vac}}^2 \Lambda^2 (C_2 + 3C_3 b_{\text{vac}}^2),$$

которое имеет решение в виде кинка

$$\omega(x_\nu) = 2 \arctg(\exp(\mu x_\nu)). \quad (1.6)$$

Угол ω меняется от 0 до π , x_ν — одна из евклидовых координат. Такой кинк описывает плоскую доменную стенку между областями с почти однородными самодуальным и антисамодуальным полями. Хромомолекулярное и хромомомагнитное поля ортогональны на стенке (см. рис. 1.3). Топологический заряд равен нулю на стенке и глюонному конденсату вдали от стенки.

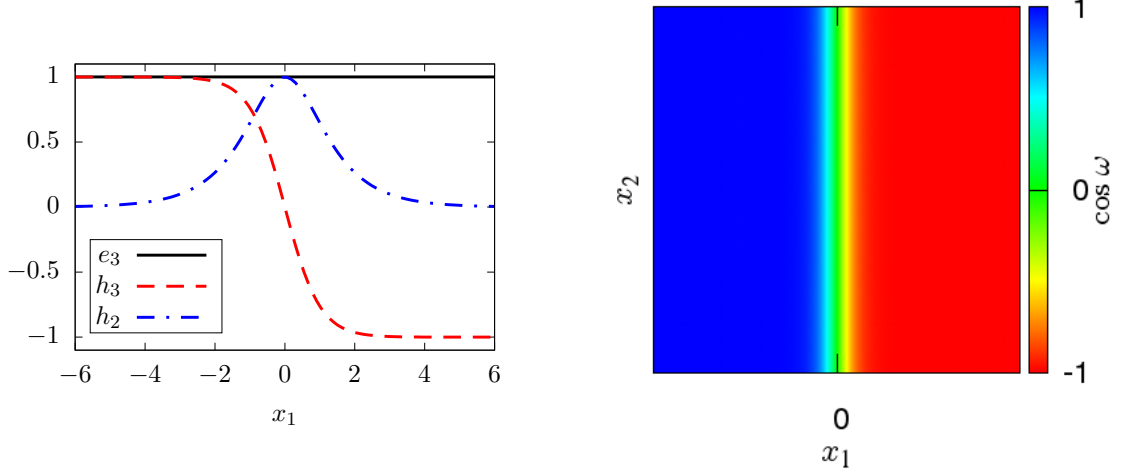


Рис. 1.3. На левой иллюстрации изображены хромоэлектрическое и хромомагнитное поля, описываемые решением (1.6), на правой — соответствующая плотность топологического заряда в единицах $g^2 F_{\alpha\beta}^b F_{\alpha\beta}^b$. Здесь ω — угол между хромоэлектрическим и хромомагнитным полями, $\cos \omega = F_{\mu\nu}^a \tilde{F}_{\mu\nu}^a / F_{\alpha\beta}^b F_{\alpha\beta}^b$.

Теперь с помощью стандартных методов можно построить сеть доменных стенок [61]. Удобно ввести вспомогательную функцию

$$\zeta(\mu_i, \eta_\nu^i x_\nu - q^i) = \frac{2}{\pi} \arctan \exp(\mu_i(\eta_\nu^i x_\nu - q^i)),$$

где μ_i — обратная ширина кинка, η_ν^i — нормаль к плоскости кинка, $q^i = \eta_\nu^i x_\nu^i$ и x_ν^i — координаты стенки. Плотность топологического заряда для мультипликативной суперпозиции двух стенок с противоположно направленными нормальными векторами

$$\omega(x_1) = \pi \zeta(\mu_1, x_1 - a_1) \zeta(\mu_2, -x_1 - a_2)$$

изображена на рисунке 1.4. Можно построить аддитивную суперпозицию бесконечного числа таких пар

$$\omega(x_1) = \pi \sum_{j=1}^{\infty} \zeta(\mu_j, x_1 - a_j) \zeta(\mu_{j+1}, -x_1 - a_{j+1}). \quad (1.7)$$

Фрагмент суперпозиции (1.7) изображён на рисунке 1.6.

Продолжая такое построение, приходим к суперпозиции

$$\omega(x) = \pi \prod_{i=1}^k \zeta(\mu_i, \eta_\nu^i x_\nu - q^i).$$

При определённом выборе векторов η^i такая суперпозиция описывает конечную область с антисамодуальным полем, окружённую самодуальным полем, в двух, трёх или четырёх измерениях при $k = 4, 6, 8$ соответственно. Случай $k = 4$ изображён на рисунке 1.5. Общая

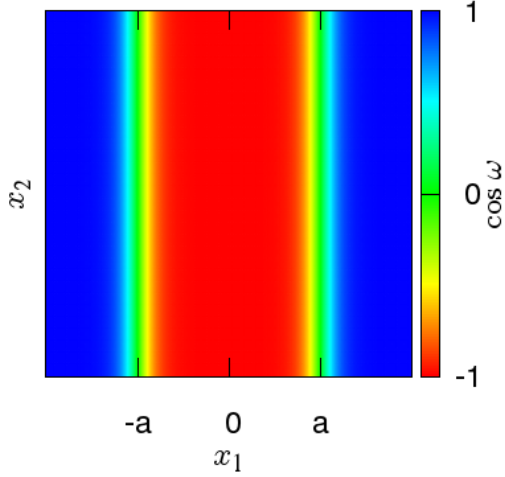


Рис. 1.4. Плотность топологического заряда для мультипликативной суперпозиции двух кинков.

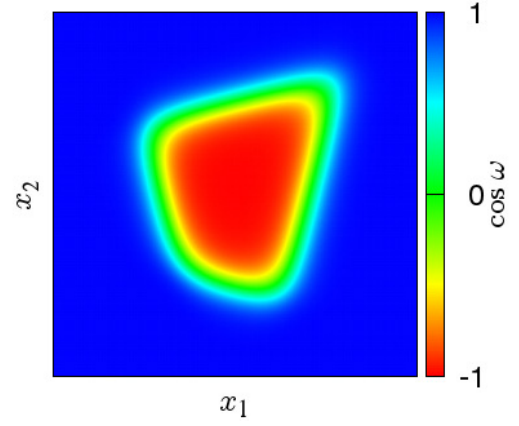


Рис. 1.5. Плотность топологического заряда для мультипликативной суперпозиции четырёх кинков.

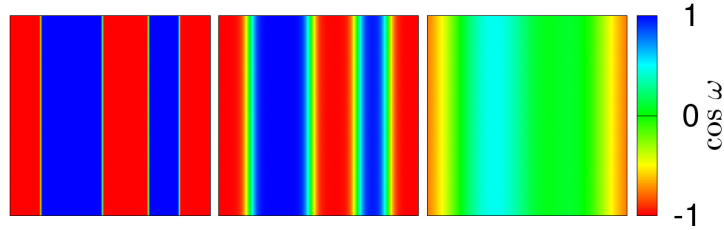


Рис. 1.6. Плотность топологического заряда, описываемая формулой (1.7)). Самая левая иллюстрация соответствует случаю бесконечно тонких стенок, самая правая — очень широких стенок. Синим и красным цветами обозначены самодуальное и антисамодуальное поля соответственно, зелёным — хромомагнитное.

суперпозиция описывается формулой

$$\omega = \pi \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{i=1}^k \zeta(\mu_{ij}, \eta_{\nu}^{ij} x_{\nu} - q^{ij}). \quad (1.8)$$

Соответствующая плотность топологического заряда изображена на рисунке 1.7.

Первый из трёх случаев на рисунках 1.6 и 1.7 описывается суперпозицией очень тонких стенок и представляет собой почти всюду однородное абелево (анти)самодуальное поле с почти всюду постоянной по абсолютной величине плотностью топологического заряда. Третий из трёх случаев на рисунках 1.6 и 1.7 представляет противоположную ситуацию — суперпозицию из широких стенок. Изучение спектра заряженных частиц показывает (см. главу 2), что в первый случай соответствует конфинирующей конфигурации (только бесцветные адроны существуют как коллективные возбуждения — частицы), тогда как в третьем случае

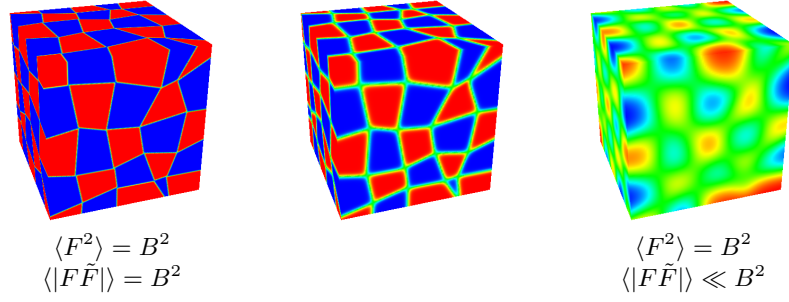


Рис. 1.7. Плотность топологического заряда для сети доменных стенок при разном значении параметра μ . Левая иллюстрация — пример конфайнмирующих почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей. Синим и красным цветами обозначены самодуальное и антисамодуальное поля соответственно, зелёным — хромомагнитное. Правая иллюстрация — пример конфигурации с почти всюду хромомагнитным полем, в котором могут быть возбуждены квазичастицы (см. главу 2), что означает деконфайнмент.

могут возбуждаться квазичастицы с цветовым зарядом. Ожидается, что последний случай возникает под воздействием сильных внешних электромагнитных полей [49; 64; 65]. Такие поля возникают при столкновении релятивистских тяжёлых ионов [70–73].

Найдём теперь решение уравнений для степеней свободы b, ω, ξ (см. формулы (1.4) и (1.5)), зависящих от одной евклидовой координаты. Положив в (1.4) и (1.5) $\theta = 0, \phi = 0, \psi = \pi/2$ получим уравнения движения для (1.3) в виде

$$\begin{aligned}
 -6b'\omega' + b^3 \sin 2\omega (C_3 b^2 (\cos 6\xi + 10) + 3C_2) - 3b\omega'' &= 0, \\
 -15b'' + 3b \left(-4C_1 + 2\omega'^2 + 5\xi'^2 \right) - 12C_2 b^3 (\cos 2\omega - 3) \\
 -2C_3 b^5 (3 \cos 2\omega - 5)(\cos 6\xi + 10) &= 0, \\
 2C_3 b^6 (3 \cos 2\omega - 5) \sin 6\xi - 15b (2b'\xi' + b\xi'') &= 0.
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Два решения этой системы при разных граничных условиях, найденные с помощью численных методов, изображены на рисунках 1.8 и 1.9. Граничные условия отражают симметрию искомых решений:

$$b'(x_{\min}) = -b'(x_{\max}), \quad \omega(x_{\min}) + \omega(x_{\max}) = \pi, \quad \xi(x_{\min}) = \xi(x_{\max})$$

для изображённого на рисунке 1.8 решения, и

$$b'(x_{\min}) = -b'(x_{\max}), \quad \omega(x_{\min}) + \omega(x_{\max}) = \pi, \quad \xi(x_{\min}) + \xi(x_{\max}) = \frac{2\pi}{3}$$

для решения, изображённого на рисунке 1.9. x_{\min} и x_{\max} ограничивают область, в которой находится решение.

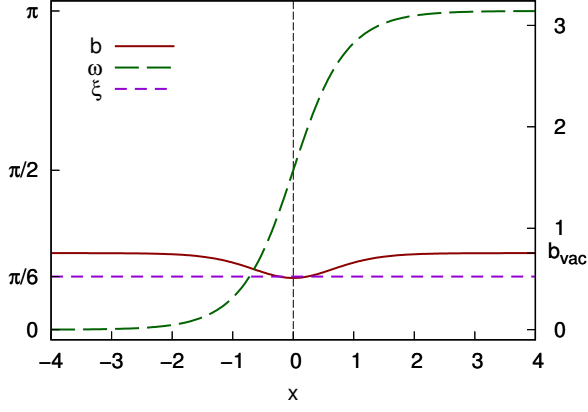


Рис. 1.8. Решения системы (1.9). При $x \ll 0$ $b = b_{\text{vac}}, \omega = 0, \xi = \pi/6$, а при $x \gg 0$ $b = b_{\text{vac}}, \omega = \pi, \xi = \pi/2$.

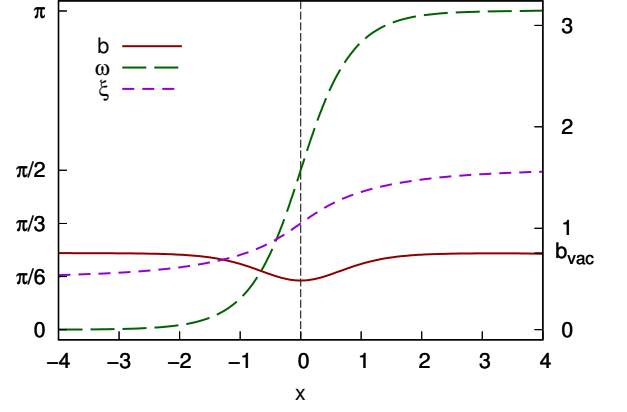


Рис. 1.9. Решения системы (1.9). При $x \ll 0$ $b = b_{\text{vac}}, \omega = 0, \xi = \pi/6$, а при $x \gg 0$ $b = b_{\text{vac}}, \omega = \pi, \xi = \pi/2$.

Теперь можно модифицировать сеть доменных стенок, учитывая уменьшение скалярного конденсата на стенке, описываемое решениями 1.8 и 1.9. Угол ω так же даётся формулой (1.8), а величина $b(x)$ находится из решений на рисунках 1.8,1.9 в виде $b(x) = b(\omega(x))$. Скалярный и псевдоскалярный конденсаты выражаются через ω и b следующим образом:

$$\tilde{F}_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = -4\Lambda^4 \mathbf{e}\mathbf{h} \cos \omega = -4b^2\Lambda^4 \cos \omega, \quad F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = 2\Lambda^4 (\mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2) = 4b^2\Lambda^4.$$

Они изображены на рисунках 1.10 и 1.11 для частного случая сети доменных стенок.

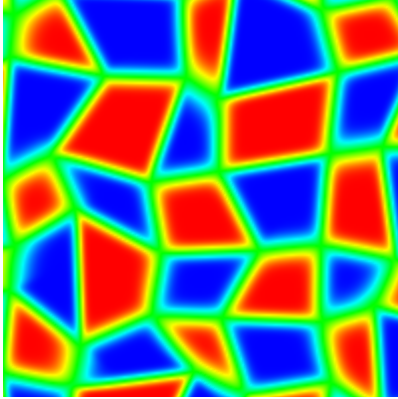


Рис. 1.10. Псевдоскалярный конденсат для некоторой сети доменных стенок. Красный цвет соответствует $\tilde{F}_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = -4b^2\Lambda^4$, синий соответствует $\tilde{F}_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = 4b^2\Lambda^4$, зелёный соответствует $\tilde{F}_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = 0$.

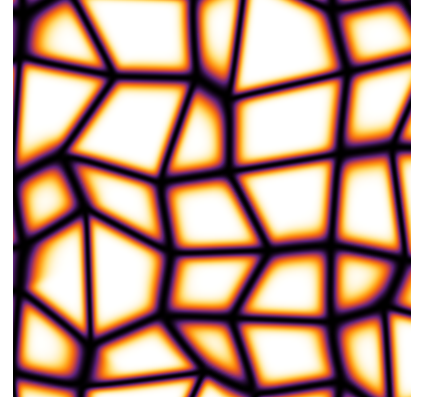


Рис. 1.11. Скалярный конденсат для некоторой сети доменных стенок. Белый цвет соответствует $F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} = 4b^2\Lambda^4$, а области, где b принимает минимальное значение, изображены чёрным (см. рисунок 1.9).

Для плоской доменной стенки, описываемой решением (1.6), можно легко найти вектор-

ный потенциал \hat{A}_μ :

$$\hat{A}_\mu = \hat{n} \{ B \sin \omega(x_1) x_3 - B \cos \omega(x_1) x_2, 0, 0, -B x_3 \}.$$

Однако при рассмотрении суперпозиции на пересечении доменных стенок возникают области, где $\operatorname{div} H \neq 0, \operatorname{div} E \neq 0$. Это указывает на то, что цветовой вектор \hat{n} в этих областях также должен отклоняться от постоянного значения, и более того, само поле должно становиться неабелевым (что соответствует распределению дионов). Для рассмотрения самого общего случая неабелева поля \hat{A}_μ можно воспользоваться параметризацией, предложенной в работах [74–82] для нахождения солитонных решений:

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu(x) &= \hat{V}_\mu(x) + \hat{X}_\mu(x), & \hat{V}_\mu(x) &= \hat{B}_\mu(x) + \hat{C}_\mu(x), \\ \hat{B}_\mu(x) &= [n^a A_\mu^a(x)] \hat{n}(x) = B_\mu(x) \hat{n}(x), \\ \hat{C}_\mu(x) &= g^{-1} \partial_\mu \hat{n}(x) \times \hat{n}(x), \\ \hat{X}_\mu(x) &= g^{-1} \hat{n}(x) \times \left(\partial_\mu \hat{n}(x) + g \hat{A}_\mu(x) \times \hat{n}(x) \right), \end{aligned}$$

где $\hat{A}_\mu(x) = A_\mu^a(x) T^a$, $\hat{n}(x) = n_a(x) T^a$, $n^a n^a = 1$ и

$$\partial_\mu \hat{n} \times \hat{n} = i f^{abc} \partial_\mu n^a n^b T^c, \quad [T^a, T^b] = i f^{abc} T^c.$$

Полученные конфигурации в виде суперпозиции доменных стенок соответствуют большей плотности энергии, чем однородное поле, которое минимизирует эффективный потенциал (1.1). Однако на них также приходится статистически доминирующее число конфигураций в функциональном интеграле [46]. Предварительные оценки показывают, что средний размер домена может стабилизироваться квазиулевыми кварковыми модами в абелевых (анти)самодуальных полях в конечном объёме.

1.2. Адронизация в доменной модели вакуума КХД

Для аналитического построения эффективного мезонного действия используется приближение, в котором вакуумный ансамбль представлен доменно-структурированными полями [45; 59]

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^a(x) &= \sum_{k=1}^N n^{(k)a} B_{\mu\nu}^{(k)} \theta(1 - (x - z_k)^2 / R^2), & B_{\mu\nu}^{(k)} B_{\mu\rho}^{(k)} &= B^2 \delta_{\nu\rho}, & B &= \frac{2}{\sqrt{3}} \Lambda^2, \\ \tilde{B}_{\mu\nu}^{(k)} &= \pm B_{\mu\nu}^{(k)}, & \hat{n}^{(k)} &= t^3 \cos \xi_k + t^8 \sin \xi_k, & \xi_k &\in \left\{ \frac{\pi}{6} (2k + 1), k = 0, \dots, 5 \right\}, \end{aligned}$$

где z_k — центр домена с номером k , напряжённость поля Λ и средний размер домена — параметры, связанные со скалярным глюонным конденсатом $\langle \alpha_s F^2 \rangle$ и топологической восприимчивостью в чистой теории Янга-Миллса χ_{YM} соответственно [45]. Принимается картина среднего поля, в которой пропагаторы кварков и глюонов описываются пропагаторами в однородном поле. Конечный размер доменов учитывается опосредованно — с помощью корреляционных функций фонового поля B в ансамбле почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных глюонных полей.

В определении функционального интеграла можно формально проинтегрировать по флуктуациям Q :

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \int dB \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \int_Q \mathcal{D}Q \delta[D(B)Q] \Delta_{\text{FP}}[B, Q] e^{-S^{\text{QCD}}[Q+B, \psi, \bar{\psi}]} \\ &= \int dB \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp \left\{ \int dx \bar{\psi} (i\not{\partial} + g\not{B} - m) \psi \right\} W[j], \end{aligned}$$

где $j_{\mu}^a(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_{\mu} t^a \psi(x)$ — локальный кварковый ток. Используя определение функций Грина

$$G_{\mu_1 \dots \mu_n}^{a_1 \dots a_n}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{g^n} \frac{\delta^n \ln W[j]}{\delta j_{\mu_1}^{a_1}(x_1) \dots \delta j_{\mu_n}^{a_n}(x_n)} \Big|_{j=0},$$

приходим к выражению

$$W[j] = \exp \left\{ \sum_n \frac{g^n}{n!} \int d^4x_1 \dots \int d^4x_n j_{\mu_1}^{a_1}(x_1) \dots j_{\mu_n}^{a_n}(x_n) G_{\mu_1 \dots \mu_n}^{a_1 \dots a_n}(x_1, \dots, x_n) \right\}.$$

Далее делается следующее приближение: в показателе экспоненты $W[j]$ не учитываются слагаемые, отвечающие за взаимодействие трёх и более токов. Взаимодействие двух локальных цветных токов описывается функцией $g^2 G_{\mu_1 \mu_2}^{a_1 a_2}(x_1, x_2)$, где G — точный глюонный пропагатор. Этот пропагатор аппроксимируется глюонным пропагатором в однородном абелевом (анти)самодуальном поле, а все радиационные поправки не учитываются (подробнее см. [57–59]). Радиационные поправки представляют собой фейнмановские диаграммы поляризации глюонного поля в чистой глюодинамике, где все внутренние линии соответствуют пропагаторам в фоновом поле B . Таким образом, используемое приближение соответствует древесному приближению по флуктуациям Q , однако вакуумное поле B в пропагаторе учитывается точно. Пропагатор G находится из уравнения

$$\left(\check{D}^2 \delta_{\mu\nu} + 2i \check{B}_{\mu\nu} \right) G_{\nu\rho} = -\delta_{\mu\nu} \delta(x-y),$$

где

$$\check{D}_{\mu} = \partial - i\check{B}_{\mu}, \quad \check{B} = B_{\mu}^a T^a,$$

и T^a — генераторы $SU(3)$ в присоединённом представлении. Полное решение этого уравнения содержит вклад нулевых мод глюонного поля, нейтральных мод и мод с цветовым зарядом. Используемое далее приближение заключается в том, что учитывается только часть пропагатора, соответствующая заряженным модам, и пропагатор принимает вид (подробнее в [57])

$$G_{\mu\nu} = K^2 \delta_{\mu\nu} \frac{1}{(2\pi)^2 z^2} \exp \left\{ i x_\alpha \check{B}_{\alpha\beta} y_\beta - \frac{\Lambda^2 z^2}{4} \right\},$$

где K^2 содержит четыре нулевых и четыре единичных собственных значения (нейтральные моды), если ξ соответствует одному из вакуумов (1.2).

Случайный характер вакуумного ансамбля учитывается с помощью усреднения мезон-мезонных корреляционных функций по всевозможным направлениям однородного вакуумного поля [58; 59].

После сделанных приближений функциональный интеграл принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \int_{\mathcal{B}} dB \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp \left\{ \int d^4x \bar{\psi} (i\rlap{\not{D}} + g\rlap{\not{B}} - m) \psi + \mathcal{S} \right\}, \\ \mathcal{S} &= \frac{g^2}{2} \int d^4x \int d^4y G_{\mu\nu}^{ab}(x, y) j_\mu^a(x) j_\nu^b(y), \end{aligned} \quad (1.10)$$

где m — диагональная массовая матрица кварков. Используя преобразования Фирца для матриц Дирака, генераторов $SU_c(3)$ и $SU(N_f)$, четырёхкварковое взаимодействие можно записать в виде

$$\mathcal{S} = \frac{g^2}{2} \sum_{J,c} C_J \int d^4x \int d^4y G(x-y) J^{Jc}(x, y) J^{Jc}(y, x),$$

где числовые коэффициенты C_J зависят от спин-чётности тока $J = S, P, V, A$. Получившиеся нейтральные билोकальные токи

$$J^{Jc}(x, y) = \bar{\psi}(x) \lambda^c \Gamma_J \exp \left\{ \frac{i}{2} x_\mu \hat{B}_{\mu\nu} y_\nu \right\} \psi(y),$$

инвариантны по отношению к локальным калибровочным преобразованиям вакуумного поля. В системе центра масс двух кварков токи принимают вид

$$\begin{aligned} J^{Jc}(x, y) &\rightarrow J^{Jc}(x, z) = \bar{\psi}_f(x) \lambda^c \Gamma_J \exp \left(i z_\mu \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{ff'}^\mu(x) \right) \psi_{f'}(z), \\ \overleftrightarrow{\mathcal{D}}_{ff'}^\mu &= \xi_f \overleftarrow{\mathcal{D}}_\mu - \xi_{f'} \overrightarrow{\mathcal{D}}_\mu, \quad \overleftarrow{\mathcal{D}}_\mu(x) = \overleftarrow{\partial}_\mu + i \hat{B}_\mu(x), \quad \overrightarrow{\mathcal{D}}_\mu(x) = \overrightarrow{\partial}_\mu - i \hat{B}_\mu(x), \\ \xi_f &= \frac{m_{f'}}{m_f + m_{f'}}, \quad \xi_{f'} = \frac{m_f}{m_f + m_{f'}}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

и действие (1.11) переписывается следующим образом [57]:

$$\mathcal{S} = \frac{g^2}{2} \sum_{J,c} C_J \int d^4x \int d^4z G(z) J_{Jc}^\dagger(x, z) J_{Jc}(x, z), \quad (1.12)$$

$$G(z) = \frac{1}{4\pi^2 z^2} \exp \left\{ -\frac{1}{4} \Lambda^2 z^2 \right\}. \quad (1.13)$$

Здесь x_μ — координаты центра масс кварков, z_μ — разность координат кварка и антикварка. Как упоминалось ранее, в рассматриваемом подходе собственные моды кварковых полей не соответствуют волнам, а являются собственными функциями четырёхмерного гармонического осциллятора [45; 59; A2]. Учёт конечного размера области однородности не меняет качественных особенностей собственных мод. Функция $G(z)$ происходит от глюонного пропагатора в однородном абелевом (анти)самодуальном поле [57]. При больших евклидовых импульсах $G(z)$ ведёт себя как свободный безмассовый скалярный пропагатор, однако сильно отличается от него при малых импульсах, $G(0) = 1/\Lambda^2$. То есть в инфракрасной области пропагатор выглядит так, как будто глюоны обладают "массой" Λ . Однако масштаб Λ , связанный с фоновым абелевым (анти)самодуальным полем, не интерпретируется как масса. В импульсном представлении $G(z)$ имеет вид

$$\tilde{G}(p) = \frac{1}{p^2} \left(1 - e^{-p^2/\Lambda^2} \right). \quad (1.14)$$

У пропагатора отсутствует полюс, что трактуется как динамический конфайнмент кварков [54].

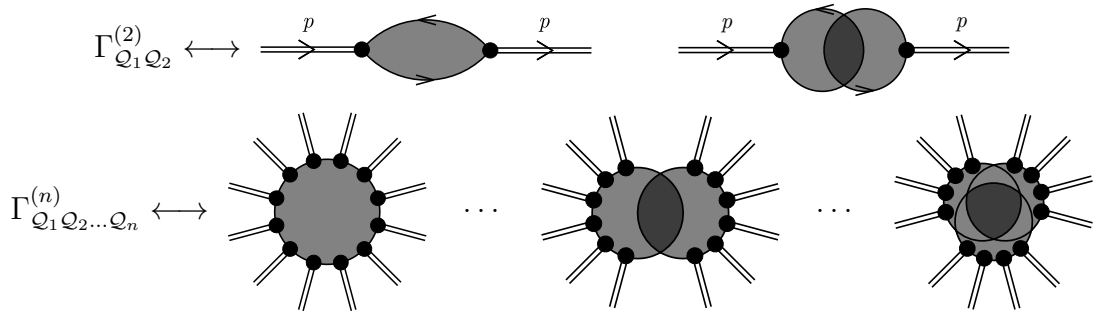


Рис. 1.12. Диаграммное представление мезонных взаимодействий. Светло-серым цветом обозначено усреднение по вакуумному полю, тёмно-серым — корреляции петлевых диаграмм вакуумным полем.

Пропагатор кварков в однородном и в доменно-структурированных [45] абелевых (анти)самодуальных полях также демонстрирует конфайнмент. Трансляционно-инвариантная часть пропагатора кварков в импульсном представлении

$$S(x, y) = \exp \left(-\frac{i}{2} x_\mu B_{\mu\nu} y_\nu \right) H(x - y), \quad (1.15)$$

является целой функцией p^2 :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_f(p) = \frac{1}{2v\Lambda^2} \int_0^1 ds e^{(-p^2/2v\Lambda^2)s} \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} & \left[p_\alpha \gamma_\alpha \pm is \gamma_5 \gamma_\alpha f_{\alpha\beta} p_\beta \right. \\ & \left. + m_f \left(P_\pm + P_\mp \frac{1+s^2}{1-s^2} - \frac{i}{2} \gamma_\alpha f_{\alpha\beta} \gamma_\beta \frac{s}{1-s^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$f_{\alpha\beta} = \frac{\hat{n}}{2v\Lambda^2} B_{\alpha\beta}, \quad v = \text{diag} \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3} \right), \quad \hat{B}_{\rho\mu} \hat{B}_{\rho\nu} = 4v^2 \Lambda^4 \delta_{\mu\nu}.$$

Перепишем формулу (1.16) в виде (флейворный индекс f опущен для краткости)

$$\tilde{H}(p) = \frac{m}{2v\Lambda^2} \mathcal{H}_S(p^2) \mp \gamma_5 \frac{m}{2v\Lambda^2} \mathcal{H}_P(p^2) + \gamma_\alpha \frac{p_\alpha}{2v\Lambda^2} \mathcal{H}_V(p^2) \pm i\gamma_5 \gamma_\alpha \frac{f_{\alpha\beta} p_\beta}{2v\Lambda^2} \mathcal{H}_A(p^2) + \sigma_{\alpha\beta} \frac{m f_{\alpha\beta}}{4v\Lambda^2} \mathcal{H}_T(p^2). \quad (1.17)$$

Здесь « \pm » соответствует самодуальному и антисамодуальному полям. В пропагаторе содержатся не только векторная и скалярная части, но и псевдоскалярная, аксиальная и тензорная.

Существуют два эквивалентных способа вывода эффективного мезонного действия из функционального интеграла (1.10) с взаимодействием, описываемым функционалом \mathcal{S} в виде (1.12). Первый — бозонизация в терминах бислокальных полей с последующим решением уравнений типа Бете-Солпитера и разложением бислокальных полей по полному набору собственных функций локальных мезонных полей (см., например, [83]). Второй, более наглядный способ — разложить бислокальные токи (1.11) по полному набору ортогональных функций $f_{\mu_1 \dots \mu_l}^{nl}(z)$ с весом, определяемым функцией $G(z)$:

$$J^{aJ}(x, z) = \sum_{n,l=0}^{\infty} (z^2)^{l/2} f_{\mu_1 \dots \mu_l}^{nl}(z) J_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x).$$

Здесь n — радиальное квантовое число, l — орбитальное квантовое число. Коэффициенты $J_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x)$ описывают взаимодействия мезонов со всевозможными квантовыми числами. Вид взаимодействия (1.12) и требование диагональности четырёхкваркового взаимодействия по n и l , выраженного через $J_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x)$, позволяют выбрать f^{nl} в виде

$$f_{\mu_1 \dots \mu_l}^{nl} = L_{nl}(z^2) T_{\mu_1 \dots \mu_l}^{(l)}(n_z), \quad n_z = z/\sqrt{z^2}. \quad (1.18)$$

Здесь $T_{\mu_1 \dots \mu_l}^{(l)}$ — неприводимые тензоры четырёхмерной группы вращений, L_{nl} — обобщённые полиномы Лагерра с условием ортогональности

$$\int_0^\infty du \rho_l(u) L_{nl}(u) L_{n'l}(u) = \delta_{nn'}, \quad \rho_l(u) = u^l e^{-u}.$$

Весовая функция $\rho_l(u)$ определяется глюонным пропагатором (1.13).

В работах [58; 59] были найдены нелокальные кварковые токи $J_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x)$ с полным набором квантовых чисел мезонов в следующем виде:

$$J_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x) = C_J \bar{q}(x) V_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln} \left(\frac{\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x)}{\Lambda} \right) q(x),$$

$$V_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x) = C_{ln} M^a \Gamma^J F_{nl} \left(\frac{\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x)}{\Lambda^2} \right) T_{\mu_1 \dots \mu_l}^{(l)} \left(\frac{1}{i} \frac{\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x)}{\Lambda} \right), \quad (1.19)$$

$$F_{nl}(s) = s^n \int_0^1 dt t^{n+l} \exp(st),$$

$$C_{ln}^2 = \frac{l+1}{2^l n! (n+l)!}, \quad C_{S/P}^2 = 2C_{V/A}^2 = \frac{1}{9},$$

где x — координаты центра масс мезона, Γ^J и M^a — соответственно матрицы Дирака и генераторы $SU(N_f)$ в фундаментальном представлении. Четырёхфермионное взаимодействие переписывается в виде суммы квадратов токов со всевозможными квантовыми числами

$$\mathcal{S} = \frac{g^2}{2} \sum_{aJln} \int d^4x J_{aJln}^\dagger(x) J_{aJln}(x).$$

Нелокальные токи инвариантны по отношению к калибровочным преобразованиям фонового поля, так как вершины (1.19) зависят от ковариантных производных.

После бозонизации функциональный интеграл может быть записан в терминах мезонных полей ϕ_Q . Бозонизация осуществляется следующим образом: вводятся вспомогательные поля Φ_Q , производится интегрирование по кварковым полям, выполняется диагонализующее квадратичную часть действия ортогональное преобразование $\mathcal{O}_{QQ'}$, и, наконец, мезонные поля перенормируются таким образом, чтобы обеспечить вычет в полюсе (если таковой имеется), равный единице. Эта процедура была проделана в работах [57–59] без учёта диагонализации по радиальному квантовому числу, которая добавлена в [A1]. Получаем

$$Z = \mathcal{N} \int \mathcal{D}\phi_Q \exp \left\{ -\frac{\Lambda^2}{2} \frac{h_Q^2}{g^2 C_Q^2} \int d^4x \phi_Q^2(x) - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k} W_k[\phi] \right\}, \quad (1.20)$$

$$W_k[\phi] = \sum_{Q_1 \dots Q_k} h_{Q_1} \dots h_{Q_k} \int d^4x_1 \dots \int d^4x_k \Phi_{Q_1}(x_1) \dots \Phi_{Q_k}(x_k) \Gamma_{Q_1 \dots Q_k}^{(k)}(x_1, \dots, x_k), \quad (1.21)$$

$$\Phi_Q(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{ipx} \mathcal{O}_{QQ'}(p) \tilde{\phi}_{Q'}(p).$$

Здесь индекс Q включает все квантовые числа мезона ($C_Q \equiv C_J$).

Взаимодействия вспомогательных мезонных полей Φ_Q описываются k -точечными корреляционными функциями $\Gamma_{Q_1 \dots Q_k}^{(k)}$ с нелокальными вершинами

$$\begin{aligned} \Gamma_{Q_1 Q_2}^{(2)} &= \overline{G_{Q_1 Q_2}^{(2)}(x_1, x_2)} - \Xi_2(x_1 - x_2) \overline{G_{Q_1}^{(1)} G_{Q_2}^{(1)}}, \\ \Gamma_{Q_1 Q_2 Q_3}^{(3)} &= \overline{G_{Q_1 Q_2 Q_3}^{(3)}(x_1, x_2, x_3)} - \frac{3}{2} \Xi_2(x_1 - x_3) \overline{G_{Q_1 Q_2}^{(2)}(x_1, x_2) G_{Q_3}^{(1)}(x_3)} \\ &\quad + \frac{1}{2} \Xi_3(x_1, x_2, x_3) \overline{G_{Q_1}^{(1)}(x_1) G_{Q_2}^{(1)}(x_2) G_{Q_3}^{(1)}(x_3)}, \\ \Gamma_{Q_1 Q_2 Q_3 Q_4}^{(4)} &= \overline{G_{Q_1 Q_2 Q_3 Q_4}^{(4)}(x_1, x_2, x_3, x_4)} - \frac{4}{3} \Xi_2(x_1 - x_2) \overline{G_{Q_1}^{(1)}(x_1) G_{Q_2 Q_3 Q_4}^{(3)}(x_2, x_3, x_4)} \\ &\quad - \frac{1}{2} \Xi_2(x_1 - x_3) \overline{G_{Q_1 Q_2}^{(2)}(x_1, x_2) G_{Q_3 Q_4}^{(2)}(x_3, x_4)} \\ &\quad + \Xi_3(x_1, x_2, x_3) \overline{G_{Q_1}^{(1)}(x_1) G_{Q_2}^{(1)}(x_2) G_{Q_3 Q_4}^{(2)}(x_3, x_4)} \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{6}\Xi_4(x_1, x_2, x_3, x_4)\overline{G_{\mathcal{Q}_1}^{(1)}(x_1)G_{\mathcal{Q}_2}^{(1)}(x_2)G_{\mathcal{Q}_3}^{(1)}(x_3)G_{\mathcal{Q}_4}^{(1)}(x_4)},$$

Взаимодействия физических мезонных полей $\phi_{\mathcal{Q}}$ получаются из этих функций с помощью тех же преобразований $\mathcal{O}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}$. Функции $\Gamma^{(k)}$ выражаются через однопетлевые диаграммы $G_{\mathcal{Q}_1\dots\mathcal{Q}_k}^{(k)}$, которые включают нелокальные кварк-мезонные вершины (1.19) и кварковые пропагаторы (1.16):

$$\begin{aligned}\overline{G_{\mathcal{Q}_1\dots\mathcal{Q}_k}^{(k)}(x_1, \dots, x_k)} &= \int dB \text{Tr} V_{\mathcal{Q}_1}(x_1) S(x_1, x_2) \dots V_{\mathcal{Q}_k}(x_k) S(x_k, x_1), \\ \overline{G_{\mathcal{Q}_1\dots\mathcal{Q}_l}^{(l)}(x_1, \dots, x_l)G_{\mathcal{Q}_{l+1}\dots\mathcal{Q}_k}^{(k)}(x_{l+1}, \dots, x_k)} &= \int dB \text{Tr} \{V_{\mathcal{Q}_1}(x_1) S(x_1, x_2) \dots V_{\mathcal{Q}_l}(x_l) S(x_l, x_1)\} \\ &\quad \times \text{Tr} \{V_{\mathcal{Q}_{l+1}}(x_{l+1}) S(x_{l+1}, x_{l+2}) \dots V_{\mathcal{Q}_k}(x_k) S(x_k, x_{l+1})\}.\end{aligned}$$

Черта обозначает усреднение по всем конфигурациям вакуумного поля. Функции $\Gamma^{(k)}$ в общем случае содержат многопетлевые диаграммы, в которых отдельные петли скоррелированы вакуумным полем (см. рисунок 1.12). В упрощённой модели сферических доменов [45; 59] n -точечный коррелятор даётся нормированным объёмом пересечения n четырёхмерных гиперсфер. Хотя все дираковские структуры, кроме векторной и скалярной, в кварковом пропагаторе (1.17) самом по себе уничтожаются усреднением по вакуумному полю, они дают вклады в петлевые диаграммы, которые в ряде случаев имеют решающее значение как для спектров, так и для формфакторов.

В функционале (1.20) отсутствуют линейные по полям $\phi_{\mathcal{Q}}$ слагаемые. Причём для всех полей, кроме скалярного, такие слагаемые исчезают из-за пространственно-временной симметрии, которая не нарушена. Для устранения линейного по скалярному полю слагаемого необходимо ввести конденсаты мезонных полей $\Phi_{\mathcal{Q}}^{(0)}$ (включая радиально возбуждённые)

$$\Phi_{\mathcal{Q}} \rightarrow \Phi_{\mathcal{Q}} + \Phi_{\mathcal{Q}}^{(0)},$$

что приводит к уравнению

$$\Lambda^2 \Phi_{\mathcal{Q}_1}^{(0)} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g^k}{k} \sum_{\mathcal{Q}_1\dots\mathcal{Q}_k} \Phi_{\mathcal{Q}_2}^{(0)} \dots \Phi_{\mathcal{Q}_k}^{(0)} \Gamma_{\mathcal{Q}_1\dots\mathcal{Q}_k}^{(k)}, \quad (1.22)$$

где $\mathcal{Q}_k = \{a_k S 0 n_k\}$. Получающийся при этой процедуре кварковый пропагатор изображён на рисунке 1.13. Дальнейшие вычисления проводятся с постоянной массой кварка $m_f(0)$, которая имеет смысл инфракрасного предела бегущей массы.

Спектр масс мезонов $M_{\mathcal{Q}}$ и кварк-мезонные константы $h_{\mathcal{Q}}$ определяются из квадратичной части эффективного мезонного действия с помощью уравнений

$$1 = \frac{g^2}{\Lambda^2} C_{\mathcal{Q}}^2 \tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}}^{(2)}(-M_{\mathcal{Q}}^2),$$

$$\text{---} + \frac{\Phi_n^{(0)}}{F_{n0}} + \text{---} + \dots = \text{---}$$

Рис. 1.13. Поправки к кварковому пропагатору от скалярных конденсатов $\Phi_n^{(0)}$, взаимодействующих посредством нелокальных формфакторов F_{n0} . Подразумевается суммирование по радиальному числу n .

$$h_{\mathcal{Q}}^{-2} = \frac{d}{dp^2} \tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}}^{(2)}(p^2)|_{p^2=-M_{\mathcal{Q}}^2}.$$

Первое из них представляет собой уравнение на положение полюса в пропагаторе мезона с квантовыми числами \mathcal{Q} (т.е. массу мезона). Из второго уравнения находятся константы $h_{\mathcal{Q}}$, обеспечивающие единичный вычет в полюсе, соответствующем физической массе мезона. Здесь $\tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}}^{(2)}(p^2)$ — диагонализированный двухточечный коррелятор $\tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}^{(2)}(p)$ на массовой поверхности мезона с квантовыми числами \mathcal{Q} :

$$\tilde{\phi}_{\mathcal{Q}}^{\dagger}(-p) \left[\mathcal{O}^T(p) \tilde{\Gamma}^{(2)}(p) \mathcal{O}(p) \right]_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'} \tilde{\phi}_{\mathcal{Q}'}(p)|_{p^2=-M_{\mathcal{Q}}^2} = \tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}}^{(2)}(-M_{\mathcal{Q}}^2) \tilde{\phi}_{\mathcal{Q}}^{\dagger}(-p) \tilde{\phi}_{\mathcal{Q}}(p)|_{p^2=-M_{\mathcal{Q}}^2}. \quad (1.23)$$

Параметры модели имеют смысл инфракрасного предела соответствующих бегущих сильной константы связи α_s , масс кварков $m_u = m_d$, m_s , m_c , m_b и масштабов Λ и R . Масштаб Λ и средний размер домена R связаны соответственно со скалярным глюонным конденсатом $\langle \alpha_s F^2 \rangle$ и топологической восприимчивостью чистой глюодинамики χ_{YM} :

$$\langle \alpha_s F^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{\Lambda^4}{\pi}, \quad \chi_{\text{YM}} = \frac{1}{72} \frac{\Lambda^8 R^4}{128\pi^2}.$$

Упрощённая версия доменной модели, которая позволяет находить вершинные функции в эффективном действии мезонов аналитически, основана на двух приближениях. Кварковый и глюонный пропагаторы вычисляются в однородном поле, моделирующем внутреннюю область домена, а конечный размер учитывается с помощью корреляторов $\Xi_n(x_1, \dots, x_n)$ [45; 59]. Случайный характер ансамбля вакуумных полей учитывается с помощью усреднения функций $\Gamma_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}$ по всем характеристикам однородных абелевых (анти)самодуальных полей — (анти)самодуальность и направление в цветовом пространстве. Для усреднения по пространственному направлению используется производящая формула

$$\langle \exp(i f_{\mu\nu} J_{\mu\nu}) \rangle = \frac{\sin \sqrt{2 \left(J_{\mu\nu} J_{\mu\nu} \pm J_{\mu\nu} \tilde{J}_{\mu\nu} \right)}}{\sqrt{2 \left(J_{\mu\nu} J_{\mu\nu} \pm J_{\mu\nu} \tilde{J}_{\mu\nu} \right)}}. \quad (1.24)$$

Тензор $f_{\mu\nu}$ — нормированный безразмерный тензор (анти)самодуального поля

$$\hat{B}_{\mu} = -\frac{1}{2} \hat{n} B_{\mu\nu} x_{\nu}, \quad \hat{n} = t^3 \cos \xi + t^8 \sin \xi,$$

$$\begin{aligned}\tilde{B}_{\mu\nu} &= \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}B_{\alpha\beta} = \pm B_{\mu\nu}, \quad \hat{B}_{\rho\mu}\hat{B}_{\rho\nu} = 4v^2\Lambda^4\delta_{\mu\nu}, \\ f_{\alpha\beta} &= \frac{\hat{n}}{2v\Lambda^2}B_{\alpha\beta}, \quad v = \text{diag}\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right), \quad f_{\mu\alpha}f_{\nu\alpha} = \delta_{\mu\nu},\end{aligned}$$

$J_{\mu\nu}$ — произвольный антисимметрический тензор. С помощью (1.24) получаем

$$\begin{aligned}\langle f_{\alpha\beta} \exp(if_{\mu\nu}J_{\mu\nu}) \rangle &= \frac{1}{2i} \frac{\partial}{\partial J_{\alpha\beta}} \langle \exp(if_{\mu\nu}J_{\mu\nu}) \rangle, \\ \langle f_{\rho\eta}f_{\alpha\beta} \exp(if_{\mu\nu}J_{\mu\nu}) \rangle &= \frac{1}{(2i)^2} \frac{\partial}{\partial J_{\rho\eta}} \frac{\partial}{\partial J_{\alpha\beta}} \langle \exp(if_{\mu\nu}J_{\mu\nu}) \rangle\end{aligned}$$

и аналогичные соотношения. Например, из формулы (1.24) получаются следующие формулы усреднения:

$$\begin{aligned}\langle f_{\mu\nu} \rangle &= 0, \\ \langle f_{\mu\nu}f_{\alpha\beta} \rangle &= \frac{1}{3}(\delta_{\mu\alpha}\delta_{\nu\beta} - \delta_{\mu\beta}\delta_{\nu\alpha} \pm \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}).\end{aligned}$$

Подход к адронизации в доменной модели вакуума КХД был развит в работах [45; 57–59]. Показано, что статистический ансамбль сферических доменов ведёт к статическому (закон площадей) и динамическому конфайнменту (пропагаторы в импульсном представлении являются целыми функциями), а также спонтанному нарушению киральной симметрии вакуумным полем. Результаты оценки масс лёгких, тяжёло-лёгких мезонов, тяжёлых кваркониюв и их орбитальных возбуждений с хорошей точностью воспроизводят экспериментальные данные [58; 59], однако смешиванием радиально возбуждённых полей в этих работах пренебрегалось. Это смешивание учтено в настоящей работе [A1], что позволило рассчитать спектр и другие характеристики радиально возбуждённых мезонов.

1.3. Связь доменной модели конфайнмента и адронизации с другими подходами

В этом разделе рассмотрены ещё не в полной мере решённые в рассматриваемой модели вопросы, которые устанавливают её место среди других моделей конфайнмента, нарушения киральной симметрии, адронизации. В число этих вопросов входят связь эффективного мезонного действия в настоящем подходе и моделях AdS/QCD с мягкой стенкой, глюонный пропагатор (1.14) и глюонный пропагатор в калибровке Ландау в подходе функциональной ренормгруппы, уравнения Дайсона-Швингера и КХД на решётке, а также детальный механизм нарушения киральной симметрии.

1.3.1. AdS/QCD и гармонический конфайнмент

Бозонизация четырёхкваркового взаимодействия (1.12) в терминах биллокальных полей $\Phi_{Jc}(x, z)$ приводит к следующей квадратичной части эффективного действия:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_2 = & -\frac{1}{2} \int d^4x \int d^4z D(z) \Phi_{Jc}^2(x, z) \\ & - 2g^2 \int d^4x d^4x' d^4z d^4z' D(z) D(z') \Phi_{Jc}(x, z) \Pi_{Jc, J'c'}(x, x'; z, z') \Phi_{J'c'}(x', z'), \\ \Pi_{Jc, J'c'}(x, x'; z, z') = & \text{Tr} V_{Jc}(x, z) S(x, x') V_{J'c'}(x', z') S(x', x), \\ V_{Jc}(x, z) = & \Gamma_{Jc} \exp \left\{ i z_\mu \overleftrightarrow{D}_\mu(x) \right\}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Собственные функции мезонов $f_{\mu_1 \dots \mu_l}^{nl}(z)$ в разложении

$$\Phi^{aJ}(x, z) = \sum_{nl} (z^2)^{l/2} f_{\mu_1 \dots \mu_l}^{nl}(z) \Phi_{\mu_1 \dots \mu_l}^{aJln}(x)$$

определяются из \mathcal{S}_2 с помощью соответствующего интегрального уравнения. Решение этого уравнения эквивалентно диагонализации квадратичной части эффективного мезонного действия (1.21). Гауссова экспонента (1.13) в функции $D(z)$ позволяет выбрать радиальную часть собственных функций в виде обобщённых полиномов Лагерра (1.18). Спектр мезонов имеет реджевский характер [58].

Для квадратичного по z поля дилатона $\varphi(z) = \kappa z^2$ моделей AdS/QCD [84] применяется разложение

$$\Phi_j(x, z) = \sum_n \phi_{nj}(z) \Phi_{nJ}(x)$$

где функции $\phi_{nj}(z)$ имеют вид

$$\phi_{nj} = R^{j-3/2} \kappa^{1+l} z^{l-j+2} L_n^l(\kappa^2 z^2) \quad (1.26)$$

и являются решениями соответствующей задачи на собственные функции и собственные значения для гамильтониана с осциллятором по пятой координате z . Собственные значения сопоставляются квадратам масс мезонов, которые эквидистантны при квадратичном по z поле дилатона.

Эффективное действие (1.25) существенно отличается от действия AdS/QCD

$$S_\Phi = -\frac{(-1)^J}{2} \int d^4x dz \sqrt{g} e^{-\varphi(z)} (\partial_N \Phi^J \partial^N \Phi^J - \mu_J^2(z) \Phi_J \Phi^J + \dots), \quad (1.27)$$

однако в обоих случаях присутствует гауссова весовая функция и/или потенциал, которые по существу обеспечивают реджевский спектр мезонов. В моделях AdS/QCD z — некая пятая координата, которая интерпретируется как расстояние между кварками [85]. В настоящем подходе координата z представляет разность координат кварка и антикварка. В действии (1.25)

координата z четырёхмерная — поэтому волновая функция содержит угловую часть. После интегрирования по координате z эффективное мезонное действие в пренебрежении членами $(p^2 - M^2)^k$ с $k \geq 2$ выглядит следующим образом:

$$\mathcal{S}_2 = \frac{1}{2} \sum_{aJln} \int d^4x \tilde{\phi}_{aJln}(-p) (p^2 - M_{aJln}^2) \tilde{\phi}_{aJln}(p).$$

Эти наблюдения указывают на возможную связь поля дилатона $\varphi(z)$ и пропагатора глюона. Для последовательной проверки этой гипотезы необходимо представить действие (1.25) в дифференциальной форме, а также изучить связь весовых и базисных функций в доменной модели, моделях AdS/QCD [84] и подход к конфайнменту, основанный на гармоническом осцилляторе [63; 86–89].

1.3.2. Пропагаторы

Качественный характер кваркового (1.16) и глюонного (1.14) пропагаторов схож с пропагаторами, найденными методами функциональной ренормгруппы, КХД на решётке и с помощью уравнений Дайсона-Швингера [90–96]. Пропагатор (1.14) в древесном приближении, умноженный на инфракрасный предел бегущей константы связи $\alpha_s(0)$, изображён на рисунке 1.14. При больших евклидовых импульсах глюонный пропагатор ведёт себя как свободный ($1/p^2$). Моделировать поведение на малых расстояниях, определяемое из радиационных поправок, можно следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_s(p)G(p) &= \frac{\alpha_s(p)}{p^2} \left(1 - e^{-p^2/\Lambda^2}\right), \quad \alpha_s(p) = \alpha_s(0)Z(p), \\ Z(p) &= \frac{12\pi}{11N_c} \frac{1}{\ln(\zeta + p^2/\Lambda^2)}, \quad \zeta = \exp\left(\frac{12\pi}{11N_c}\right). \end{aligned} \quad (1.28)$$

Вид фактора $Z(p)$ выбран таким образом, чтобы воспроизводить пертурбативное поведение при больших p^2 и не менять инфракрасное поведение при $p^2 = 0$. Из рисунка 1.14 видно, что поведение пропагатора качественно не меняется. Модифицированный пропагатор качественно согласуется с результатами работ [90–92] (см. рисунки 1.14 и 1.15) и пропагатором, используемым в работах [94–96]. При $p^2 = 0$ пропагатор регулярен и равен $1/\Lambda^2$, что является следствием фонового глюонного поля, но в буквальном смысле слова это не означает существование массы у глюона. Расчёт с использованием методов КХД на решётке [97] показывает, что поведение пропагаторов на больших расстояниях может определяться самодуальными конфигурациями, в согласии с работами [98–100] и рассматриваемым в диссертации подходом.

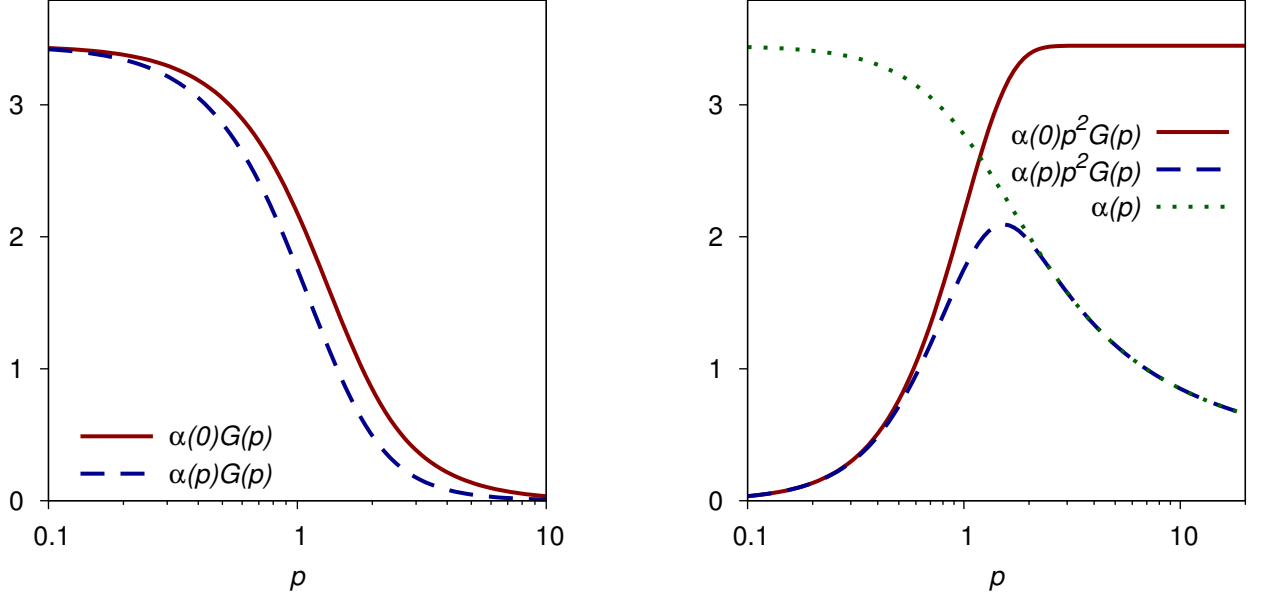


Рис. 1.14. Зависимость глюонного пропагатора от p^2 с учётом и без учёта зависимости сильной константы α_s от p^2 (левый график). Справа тот же пропагатор, умноженный на p^2 . Зависимость сильной константы связи от p^2 моделируется функцией (1.28). Произведение $\alpha(p)G(p)$ качественно совпадает с результатами расчётов в рамках функциональной ренормгруппы и КХД на решётке [92] и с пропагатором, найденным из уравнений Дайсона-Швингера [94–96].

1.3.3. Кварковый пропагатор и киральная симметрия

В пропагаторе (1.16) точно учтено вакуумное абелево (анти)самодуальное поле, а пертурбативные поправки не учитываются. В этом приближении масса имеет смысл инфракрасного предела бегущей массы.

В пропагатор (1.17) входит полный набор матриц Дирака Γ_J с соответствующими формфакторами $\mathcal{H}_J(p^2)$ ($J = S, P, V, A, T$). Формфакторы для случая постоянной массы $m(0)$ изображены на рисунке 1.16. При больших евклидовых импульсах векторный и скалярный формфакторы доминируют, и пропагатор ведёт себя как свободный.

Если допустить зависимость масс кварков от импульса (сделать подходящий анзац) при естественном предположении $m^2(p) > \exp(-p^2)$ при $p^2 \gg 1$, то формфакторы ведут себя следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_V &= \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m^2(p)/2} e^{-p^2 s} \xrightarrow{p^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{p^2 + m^2(p)} + O\left(e^{-p^2}\right), \\ \mathcal{H}_A &= \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m^2(p)/2} s e^{-p^2 s} \xrightarrow{p^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{(p^2 + m^2(p))^2} + O\left(e^{-p^2}\right), \\ \mathcal{H}_S &= \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m^2(p)/2} \frac{1}{1-s^2} e^{-p^2 s} \xrightarrow{p^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{p^2 + m^2(p)} + \frac{e^{-p^2}}{m^2(p)} + O\left(e^{-p^2}\right), \end{aligned}$$

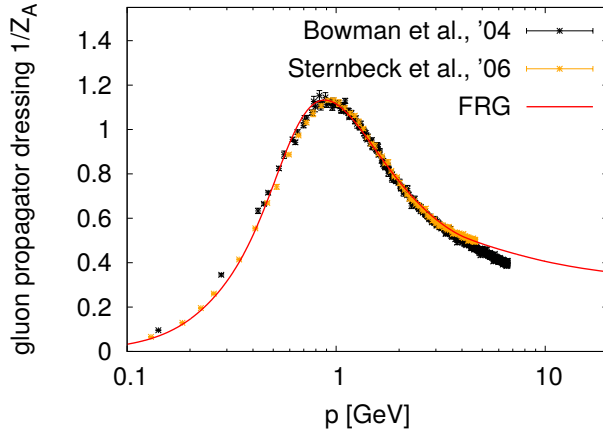


Рис. 1.15. Рисунок взят из [92]. Сравнение результатов вычислений глюонного пропагатора в калибровке Ландау методами функциональной ренормгруппы [92] и КХД на решётке [90; 91].

$$\mathcal{H}_P = \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m^2(p)/2} \frac{s^2}{1-s^2} e^{-p^2 s} \xrightarrow{p^2 \rightarrow \infty} \frac{2}{(p^2 + m^2(p))^3} + \frac{e^{-p^2}}{m^2(p)} + O(e^{-p^2}),$$

$$\mathcal{H}_T = \frac{1}{2} \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m^2(p)/2} \frac{s}{1-s^2} e^{-p^2 s} \xrightarrow{p^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{2(p^2 + m^2(p))^2} + \frac{e^{-p^2}}{2m^2(p)} + O(e^{-p^2}).$$

Здесь использованы безразмерные обозначения $p^2 = p^2/2v\Lambda^2$, $m^2 = m^2/2v\Lambda^2$. В пределе $p^2 \rightarrow \infty$ выполняются соотношения

$$p^2 \mathcal{H}_V \rightarrow 1, \quad p^2 \mathcal{H}_S \rightarrow 1, \quad p^2 \mathcal{H}_A \rightarrow \frac{1}{p^2}, \quad p^2 \mathcal{H}_P \rightarrow \frac{2}{(p^2)^2}, \quad p^2 \mathcal{H}_T \rightarrow \frac{1}{2p^2}.$$

Формфакторы \mathcal{H}_J при зависящей от импульса массе $m(p)$ изображены на рисунках 1.17 и 1.18. В правой части рисунка изображена величина $m(p)p^2 \mathcal{H}_J$, которая ведёт себя как масса $m(p)$ для скалярного формфактора (см. (1.17)).

Уравнение (1.22) для скалярных конденсатов $\Phi_{n0}^{(0)}$ мотивирует следующий анзац для конститuentной массы кварков:

$$m(p) = \bar{m}(0) \sum_{n=0}^{\infty} C_n F_{n0} \left(-\frac{p^2}{\Lambda^2} \right), \quad (1.29)$$

где вновь использованы размерные обозначения. Коэффициенты C_n нормированы следующим образом:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n F_{n0}(0) = 1.$$

В пренебрежении слагаемыми с $n > 0$ в уравнении (1.29) масса в киральном пределе

$$m(p) = \bar{m}(0) F_{00}(p^2), \quad F_{00}(p) = \left[1 - \exp \left(-\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) \right] \frac{\Lambda^2}{p^2}, \quad \bar{m}(0) = \frac{1}{3} g \Phi^{(0)}, \quad (1.30)$$

определяется уравнением

$$\Phi^{(0)} - \frac{\alpha_s \Phi^{(0)}}{9\sqrt{2}\pi} \text{Tr}_v \frac{1}{v} \int_0^\infty dp^2 p^2 F_{00}^2(p) \int_0^1 ds \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{\frac{m^2(p)}{4v}} \frac{1}{1-s^2} \exp \left(-\frac{p^2}{2v} s \right) = 0, \quad (1.31)$$

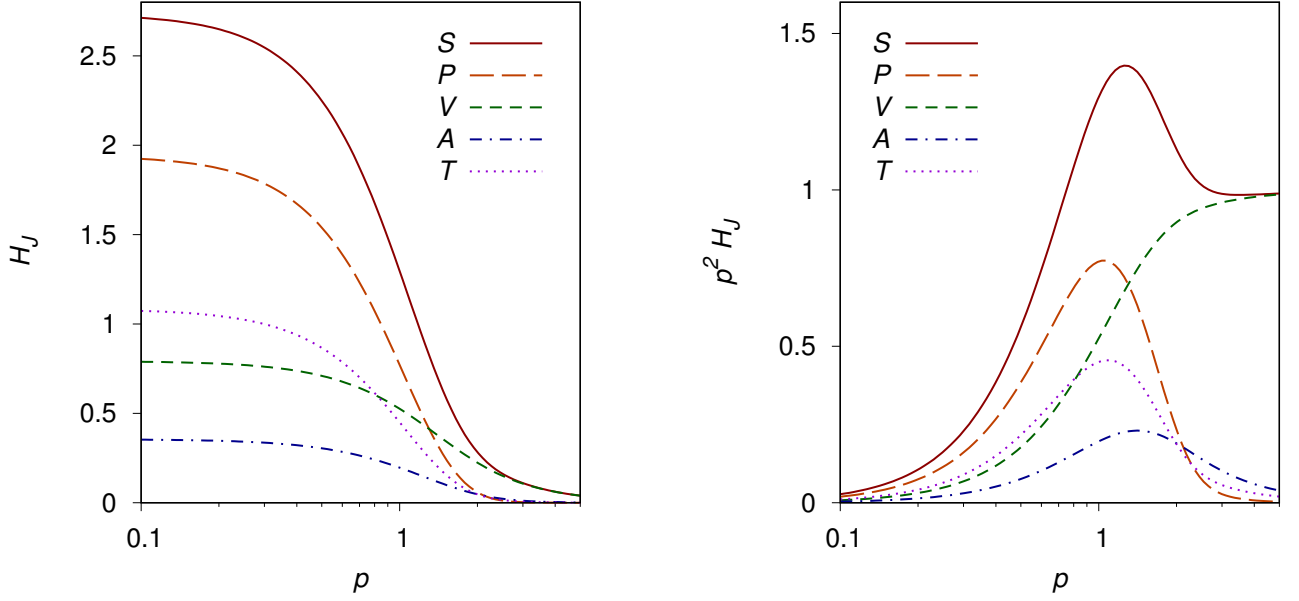


Рис. 1.16. Зависимость различных формфакторов \mathcal{H}_J , входящих в кварковый пропагатор (1.17) при постоянной массе ($m(0) = 145\text{МэВ}$, $\Lambda = 415\text{МэВ}$). Используются безразмерные обозначения $p^2 = p^2/2v\Lambda^2$.

где использовано обозначение

$$\frac{p^2}{\Lambda^2} \rightarrow p^2, \quad \frac{m}{\Lambda} \rightarrow m, \quad \frac{\Phi_0}{\Lambda} \rightarrow \Phi_0.$$

Уравнение (1.31) имеет два решения $\Phi_0(\alpha_s)$ при любом α_s (см. рисунок 1.19). Решение $\Phi_0 = 0$ отсутствует, так как интеграл по s расходится при $\Phi_0 \rightarrow 0$, а нетривиальное решение $\Phi_0 \neq 0$ есть даже при $\alpha_s = 0$. Следовательно, скалярный кварковый конденсат происходит как от (анти)самодуального фонового глюонного поля, так и от четырёхфермионного взаимодействия. При значении сильной константы связи α_s и масштаба Λ , приведённых в таблице 3.3 получаем оценку для решения уравнения (1.31) $\bar{m}(0) = 166\text{МэВ}$, что близко к (3.10) (конституентная масса лёгкого кварка в доменной модели, при которой масса пиона равна нулю).

Пропагатор кварка с зависящей от импульса массой в форме (1.29) изображён на рисунке 1.17. Похожее поведение для скалярного и векторного формфакторов \mathcal{H}_J было найдено в работе [101] в подходе Дайсона-Швингера. Полный набор констант $\Phi_n^{(0)}$, соответствующих кварковым конденсатам $\langle \bar{\psi}(x) F_{n0}(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x)/\Lambda^2) \psi(x) \rangle$, получится при последовательном решении уравнения (1.22). В дальнейших расчётах используется приближение, при котором массы кварков постоянны. Квантовые поправки не учитываются, и все существенные эффекты низкоэнергетической физики обеспечиваются средним полем B .

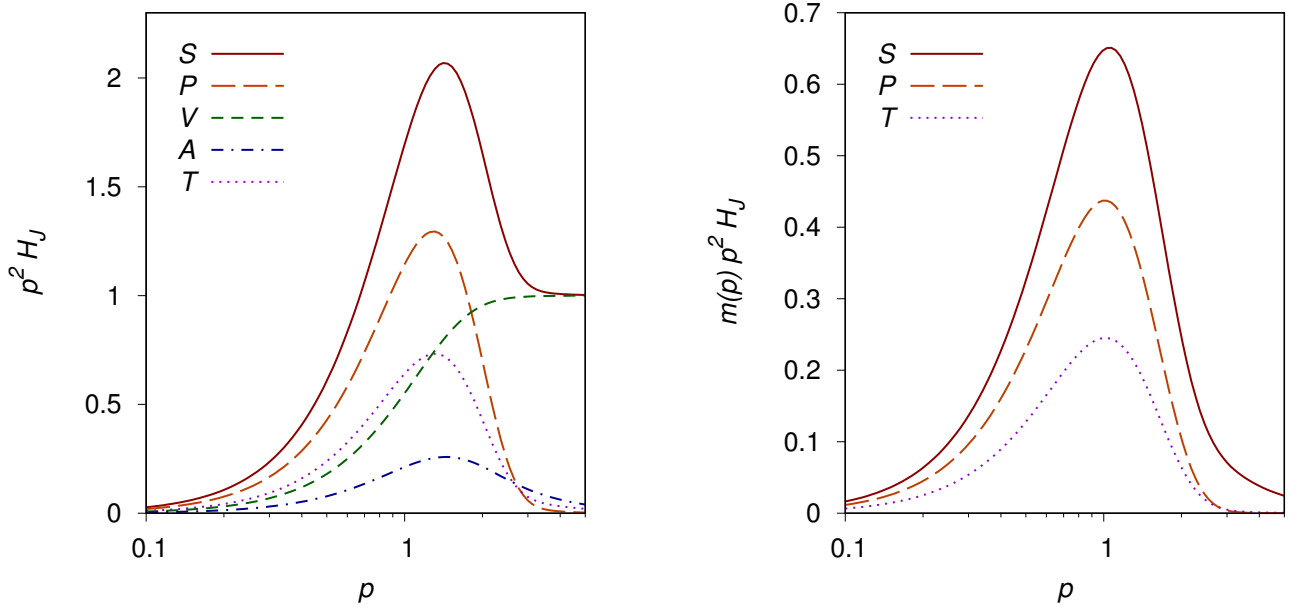


Рис. 1.17. Зависимость умноженных на p^2 формфакторов \mathcal{H}_J от импульса при зависящей от импульса массе. Зависимость $m(p)$ даётся формулой (1.30) ($m(0) = 145\text{МэВ}$, $\Lambda = 415\text{МэВ}$). Используются обозначения $p^2/2v\Lambda^2 \rightarrow p^2$.

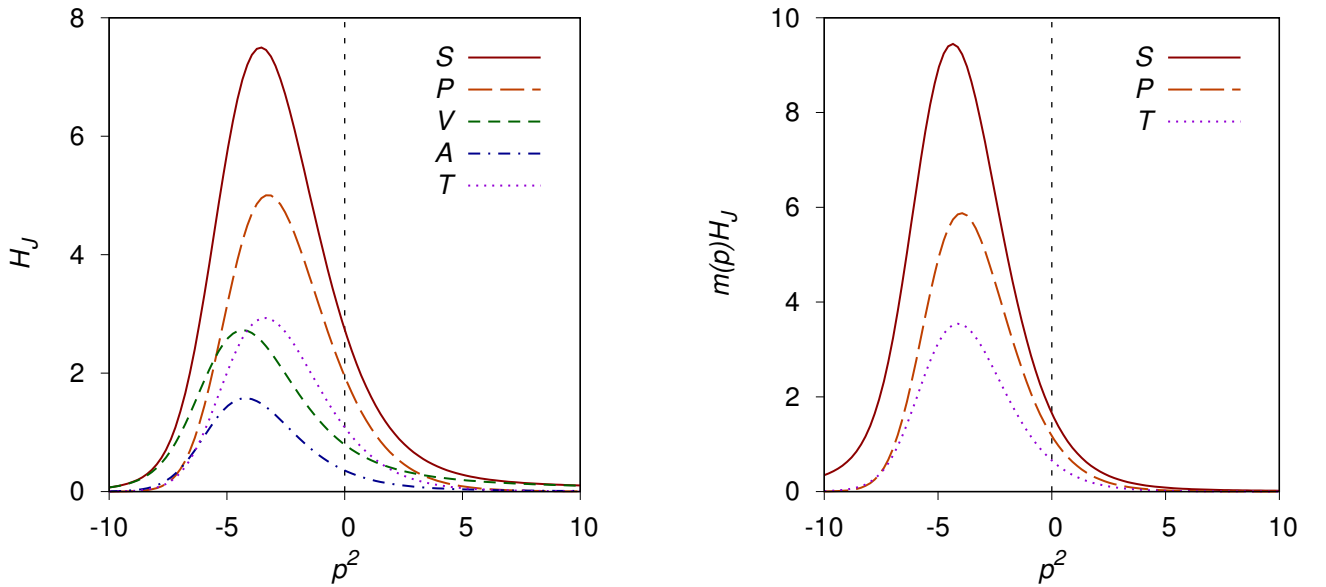


Рис. 1.18. Зависимость различных формфакторов \mathcal{H}_J , входящих в кварковый пропагатор (1.17) при зависящей от импульса массе, определяемой формулой (1.30) ($m(0) = 145\text{МэВ}$, $\Lambda = 415\text{МэВ}$). Используются безразмерные обозначения $p^2 = p^2/2v\Lambda^2$.

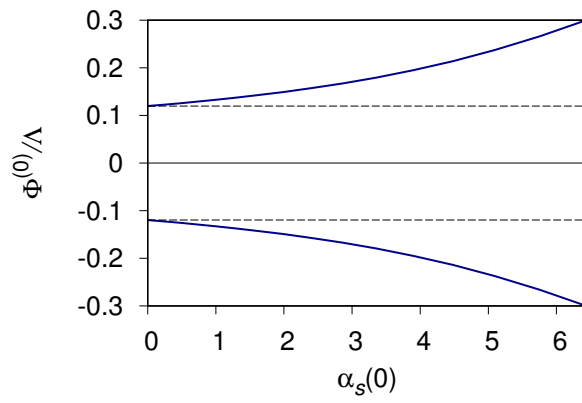


Рис. 1.19. Зависимость скалярного конденсата $\Phi^{(0)}/\Lambda$ от $\alpha_s(0)$, см. формулу (1.31).

Глава 2

Спектры флуктуаций и квазичастицы

В главе 1 описан механизм конфайнмента, адронизации и нарушения киральной симметрии в доменной модели. Первые шаги к описанию деконфайнмента и восстановления киральной симметрии в рамках этой модели были сделаны в работах [45; 49; 51; 59; 60]. Заложенные в них идеи были развиты в работе [A2]. В ней был явно построен вакуумный ансамбль с помощью суперпозиции доменных стенок, найден спектр собственных мод скалярных, спинорных и векторных полей в фоновом поле бесконечно тонкой доменной стенки. Также найден спектр квазичастиц внутри трубки с хромомагнитным полем.

Хромомагнитное поле в трубке допускает распространение квазичастиц, т.е. в конечной области внутри такой трубки пропадает конфайнмент. Существует критический радиус, при превышении которого тахионные глюонные моды разрушают трубку. Трубки с хромомагнитным полем можно трактовать как зародыши фазы деконфайнмента, случайным образом распределённые в фазе конфайнмента. При нормальных условиях фаза деконфайнмента занимает пренебрежимо малую часть пространственно-временного объёма системы. При экстремальных условиях — например, в сильных электромагнитных полях, возникающих при столкновениях тяжёлых ионов — доля деконфаймирующей фазы растёт и может стать доминирующей.

2.1. Флуктуации в фоновом поле плоской доменной стенки

2.1.1. Граничное условие

Этот раздел посвящён нахождению спектра флуктуаций в фоновом поле доменной стенки, описываемой решением (1.6), причём векторы хромоэлектрического и хромомагнитного полей параллельны плоскости доменной стенки.

Рассмотрим задачу на собственные функции и собственные значения для скалярного поля в присоединённом представлении. Квадратичная часть действия поля выглядит следующим образом:

$$S[\Phi] = - \int d^4x (D_\mu \Phi)^\dagger(x) D_\mu \Phi(x) = \int d^4x \Phi^\dagger(x) D^2 \Phi(x), \quad (2.1)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + i\check{B}_\mu, \quad \check{B}_\mu = -\check{n}B_\mu(x).$$

Здесь \check{n} — постоянная матрица в подалгебре Картана, B_μ — вектор-потенциал. Для плос-

кой доменной стенки, расположенной в $x_1 = 0$, в которой векторы хромомэлектрического и хромагнитного полей параллельны плоскости доменной стенки, вектор-потенциал удобно выбрать в следующем виде:

$$\begin{aligned} B_1 &= H_2(x_1)x_3 + H_3(x_1)x_2, & B_2 &= B_3 = 0, & B_4 &= -Bx_3, \\ H_2 &= B \sin \omega(x_1), & H_3 &= -B \cos \omega(x_1), & \omega(x_1) &= 2 \operatorname{arctg} \exp \mu x_1. \end{aligned} \quad (2.2)$$

При конечной ширине кинка искомые функции должны быть гладкими и квадратично интегрируемыми. При интегрировании по частям в формуле (2.1) не возникает поверхностных слагаемых. В используемой калибровке, однако, имеется особенность в случае тонкой стенки. Согласно формуле (2.2),

$$\begin{aligned} D^2 &= \tilde{D}^2 + i\partial_\mu \check{B}_\mu, \\ \tilde{D}^2 &= \partial^2 + 2i\check{B}_\mu \partial_\mu - i\check{B}_\mu \check{B}_\mu \\ &= (\partial_1 - i\check{n}H_2(x_1)x_3 - i\check{n}H_3(x_1)x_2)^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 + (\partial_4 + i\check{n}Bx_3)^2 - i\partial_1 B_1 \\ \partial_\mu \check{B}_\mu &= -\check{n}H'_2(x_1)x_3 - \check{n}H'_3(x_1)x_2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Действие может быть записано как

$$S[\Phi] = \int d^4x \Phi^\dagger(x) \tilde{D}^2 \Phi(x) - i \int d^4x \Phi^\dagger(x) \check{n} \Phi(x) [H'_2(x_1)x_3 + H'_3(x_1)x_2]. \quad (2.4)$$

Второй интеграл исчезает, если $\Phi^\dagger(x) \check{n} \Phi(x)$ является чётной функцией x_2 и x_3 .

К сожалению, задачу на собственные функции и собственные значения не удаётся решить методом разделения переменных при конечной ширине стенки. Поэтому мы рассмотрим случай бесконечно тонкой стенки $\mu \rightarrow \infty$, и будем искать собственные функции отдельно на стенке и вне стенки. При этом требуется, чтобы собственные функции сохраняли свойства решений при конечной ширине стенки. Мы будем руководствоваться свойством непрерывности тока через стенку

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [J_1(\varepsilon) - J_1(-\varepsilon)] &= 0, \\ J_\mu(x_1) &= \int d^3x \Phi^\dagger(x) D_\mu \Phi(x), \\ d^3x &= dx_2 dx_3 dx_4. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Это свойство означает, что при интегрировании по частям в действии (2.1) не возникает поверхностных членов, а также исчезает влияние сингулярности в $\partial_\mu \check{B}_\mu$ (формула (2.3), рисунок 2.1).

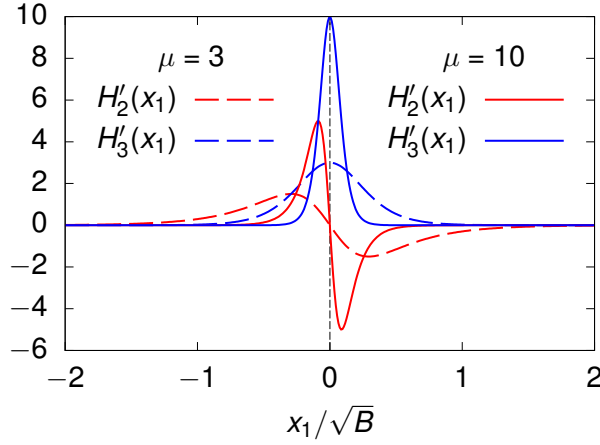


Рис. 2.1. Производные компонент хромагнитного поля при значении параметра $\mu/\sqrt{B} = 3, 10$. Диапазон x_1 , в котором производные отличны от нуля, уменьшается при увеличении параметра μ , и в пределе бесконечно тонкой стенки $\mu/\sqrt{B} \rightarrow \infty$ производные становятся сингулярными в $x_1 = 0$.

2.1.2. Конфаймированные флуктуации вне стенки

Рассмотрим задачу на собственные функции и собственные значения

$$-\tilde{D}^2\Phi = \lambda\Phi$$

для вадратно интегрируемых в \mathbb{R}^4 функций, удовлетворяющих условию (2.5). При любом $x_1 \neq 0$ оператор \tilde{D}^2 принимает вид

$$\tilde{D}^2 = (\partial_1 \pm i\check{n}Bx_2)^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2 + (\partial_4 + i\check{n}Bx_3)^2,$$

где знак «+» соответствует самодуальному полю, а «-» — антисамодуальному. Можно заметить, что собственные функции удовлетворяют условию

$$\Phi^{(+)}(x_1, x_\perp) = \Phi^{(-)}(-x_1, x_\perp). \quad (2.6)$$

Собственные функции имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_{kl}^{(\pm)}(x) &= \phi_k^{(\pm)}(x_1, x_2)\chi_l(x_3, x_4), \\ \phi_k^{(\pm)}(x_1, x_2) &= \int dp_1 f(p_1) e^{\pm ip_1 x_1 - \frac{1}{2}|\check{n}|B(x_2 + p_1/|\check{n}|B)^2} H_k\left(\sqrt{|\check{n}|B}\left[x_2 + \frac{p_1}{|\check{n}|B}\right]\right), \\ \chi_l(x_3, x_4) &= \int dp_4 g(p_4) e^{ip_4 x_4 - \frac{1}{2}|\check{n}|B(x_3 + p_4/|\check{n}|B)^2} H_l\left(\sqrt{|\check{n}|B}\left[x_3 + \frac{p_4}{|\check{n}|B}\right]\right), \end{aligned}$$

где H_m — полиномы Эрмита. Соответствующие собственные значения

$$\lambda_{kl} = 2|\check{n}|B(k + l + 1), \quad k, l = 0, 1, \dots$$

Амплитуды $f(p_1)$ и $g(p_4)$ должны обеспечивать квадратичную интегрируемость собственных функций по x_1 и x_4 , амплитуда $f(p_1)$ должна также обеспечивать выполнение условия (2.5). Суммарный ток через доменную стенку непрерывный, если функции f и H_k одновременно чётные или нечётные при одновременной замене $p_1 \rightarrow -p_1$ и $x_2 \rightarrow -x_2$

$$f(-p_1)H_k(-z) = f(p_1)H_k(z). \quad (2.7)$$

Это условие также убирает вклад в действие, связанный с $\partial_\mu \check{B}_\mu$ в формулах (2.3) и (2.4).

Из соотношений (2.7) и (2.6) следует, что

$$\phi_k^{(\pm)}(x_1, x_2) = \phi_k^{(\pm)}(-x_1, -x_2),$$

где (\pm) означает дуальность фонового поля. Квадратично интегрируемые решения

$$\Phi_{kl}(x) = \begin{cases} \Phi_{kl}^{(+)}(x), & x_1 \in L_+ \\ \Phi_{kl}^{(-)}(x), & x_1 \in L_- \end{cases} \quad k, l = 0, 1 \dots$$

чётные при одновременной замене $x_1 \rightarrow -x_1$ и $x_2 \rightarrow -x_2$, образуют полный набор ортогональных функций.

Собственные функции описывают затухающие (конфайнированные) в пространстве-времени флуктуации, и им соответствует дискретный спектр. Собственные значения совпадают с таковыми для однородного (анти)самодуального поля (хотя собственные функции модифицируются), и в этом смысле доменные стенки не разрушают динамический конфайнмент полей.

2.1.3. Квазичастицы на стенке

Рассмотрим задачу на собственные функции и собственные значения на стенке $x_1 = 0$, где хромоматричное и хромоматричное поля ортогональны (см. рисунок 1.3). В согласии с формулой (2.5), непрерывность тока через стенку требует

$$\partial_1 \Phi|_{x_1=0} = 0,$$

и уравнение принимает вид

$$\left[-\partial_2^2 - \partial_3^2 + \check{n}^2 B^2 x_3^2 + (i\partial_4 - \check{n}Bx_3)^2 \right] \Phi = \lambda \Phi.$$

Это уравнение имеет следующие решения:

$$\Phi_k(x_2, x_3, x_4) = e^{ip_2 x_2 + ip_4 x_4} e^{-\frac{|\check{n}|B}{\sqrt{2}} \left(x_3 - \frac{p_4}{2|\check{n}|B} \right)^2} H_k \left[\sqrt{\sqrt{2}|\check{n}|B} \left(x_3 - \frac{p_4}{2|\check{n}|B} \right) \right],$$

$$\lambda_k(p_2^2, p_4^2) = \sqrt{2}|\check{n}|B(2k+1) + \frac{p_4^2}{2} + \frac{p_2^2}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Спектр собственных мод на стенке непрерывный.

Положив $\lambda = 0$, с помощью аналитического продолжения $p_4^2 = -p_0^2$ приходим к соотношению

$$p_0^2 = p_2^2 + \mu_k^2, \quad \mu_k^2 = 2\sqrt{2}(2k+1)|\check{n}|B, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Это соотношение можно трактовать как отсутствие конфайнмента — на стенке существуют квазичастицы с массами μ_k и импульсами \mathbf{p} , параллельными хромомангнитному полю \mathbf{H} .

Выше рассмотрен кинк, описываемый решением (1.6). Если рассмотреть задачу на собственные значения для кинка, в котором на стенке меняется также и угол в подалгебре Картана ξ , то обнаружится существенное отличие: у матрицы \hat{n} в фундаментальном представлении матриц T^a имеется нулевое собственное значение для $\xi = \pi k/3, k = 0, 1, \dots$ (например, при $x = 0$ на рисунке 1.9):

$$\begin{aligned} \hat{n} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{diag}(1, 0, -1) \text{ при } \xi = \frac{\pi}{3}, \\ \hat{n} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{diag}(0, 1, -1) \text{ при } \xi = \frac{2\pi}{3}, \\ \hat{n} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{diag}(-1, 1, 0) \text{ при } \xi = \pi. \end{aligned}$$

Тогда в уравнении Дирака

$$\begin{aligned} i\cancel{D}\psi(x) &= 0, \\ D_\mu &= \partial_\mu + \frac{i}{2}\hat{n}B_{\mu\nu}x_\nu, \end{aligned}$$

нулевому собственному значению матрицы \hat{n} соответствует

$$i\cancel{D}\psi^a(x) = 0,$$

решениями которого являются плоские волны.

Рассмотренная задача об одиночной доменной стенке носит иллюстративный характер, так как статистический вес этой конфигурации в ансамбле доменно структурированных глюонных полей пренебрежимо мал. Доминирующие вакуумные конфигурации должны быть менее упорядоченными (см. рисунок 1.7) согласно принципу баланса энергии-энтропии. Кроме того, в задаче на собственные значения и квадратично интегрируемые собственные функции для глюонного поля

$$\left[-D^2\delta_{\mu\nu} + 2i\check{F}_{\mu\nu} \right] Q_\nu = \lambda Q_\mu$$

присутствуют тахионные моды. Это один из примеров нестабильности Нильсена-Олсена [102], которая в данном случае возникает из-за бесконечного трёхмерного объёма плоской стенки в \mathbb{R}^4 . Ожидается, что в типичной вакуумно конфигурации (рисунок 1.7) тахионные моды исчезают. Это продемонстрировано в следующем разделе на примере цилиндрической трубки с хромомагнитным полем.

2.2. Спектр квазичастиц внутри хромомагнитной трубки

2.2.1. Сильные электромагнитные поля как триггер деконфайнмента

Замечено, что сильные электромагнитные поля, которые возникают в столкновениях тяжёлых релятивистских ионов, могут вызвать деконфайнмент [49]. Возникающие в этом случае электромагнитные поля почти ортогональны: $\mathbf{E}_{el}\mathbf{H}_{el} \approx 0$ [70; 71]. Для такой конфигурации внешнего электромагнитного поля однопетлевой вклад кварков в эффективное действие КХД в однородном абелевом глюонном поле минимизируется, если хромоэлектрическое и хромомагнитное поля направлены вдоль электрического и магнитного полей соответственно. Ортогональные глюонные поля не конфайнирующие, так как в них могут возникать квазичастицы. Деконфайнированные кварки и глюоны движутся в основном вдоль магнитного поля даже после того, как оно пропадает.

Однопетлевой вклад хромомагнитного поля в эффективный потенциал КХД был найден также в работе [103], и результаты подтверждают, что предпочтительное направление хромомагнитного поля — вдоль внешнего магнитного. Расчёты отклика вакуума КХД на внешние электромагнитные поля методами КХД на решётке [64–69; 104] также находятся в согласии с выводами работы [49]. Для доменной модели эти наблюдения означают, что кратковременное воздействие сильного электромагнитного поля при столкновениях тяжёлых ионов создаёт дефект в вакуумном ансамбле в месте столкновения (см. рисунок 2.2).

2.2.2. Хромомагнитная трубка

Собственные моды скалярного поля Так как внутри трубки плотность топологического заряда равна нулю, существует система отсчёта, в которой поле чисто хромомагнитное. Рассмотрим цилиндрическую трубку и найдём спектр собственных мод элементарных полей. Начнём с безмассового скалярного поля Φ^a

$$-\left(\partial_\mu - i\check{B}_\mu\right)^2 \Phi(x) = \lambda^2 \Phi(x) \quad (2.8)$$

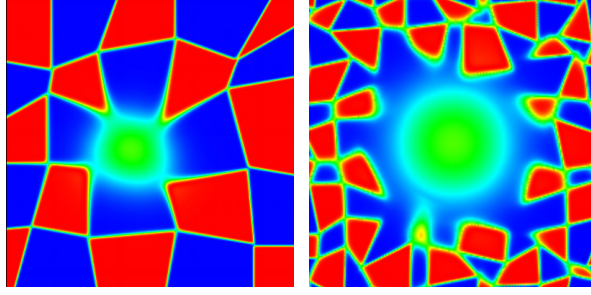


Рис. 2.2. Примеры двумерной проекции хромомагнитной трубки, цвета соответствуют рисунку 1.6. Внутри зелёной области, где $g^2 \tilde{F}_{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x) = 0$, конфайнмент пропадает. Скалярный конденсат $g^2 F_{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x)$ не равен нулю.

в цилиндре

$$x \in \mathcal{T} = \{x_1^2 + x_2^2 < R^2, (x_3, x_4) \in \mathbb{R}^2\}$$

с однородным граничным условием Дирихле

$$\Phi(x) = 0, \quad x \in \partial\mathcal{T} \quad (2.9)$$

$$\partial\mathcal{T} = \{x_1^2 + x_2^2 = R^2, (x_3, x_4) \in \mathbb{R}^2\}.$$

Векторный потенциал \check{B}_μ описывает однородное хромомагнитное поле в присоединённом представлении $H_i^a = \delta_{i3} n^a H$:

$$\check{B}_\mu = -\frac{1}{2} \check{n} B_{\mu\nu} x_\nu, \quad (2.10)$$

$$\check{B}_4 = \check{B}_3 = 0, \quad B_{12} = -B_{21} = H,$$

$$\check{n} = T_3 \cos(\xi) + T_8 \sin(\xi).$$

Матрица \check{n} имеет следующие собственные значения:

$$\check{v} = \text{diag} \left[\cos(\xi), -\cos(\xi), 0, \cos\left(\xi - \frac{\pi}{3}\right), -\cos\left(\xi - \frac{\pi}{3}\right), \cos\left(\xi + \frac{\pi}{3}\right), -\cos\left(\xi + \frac{\pi}{3}\right), 0 \right]. \quad (2.11)$$

При любом значении ξ у матрицы \check{n} есть два нулевых собственных значения $\check{v}_3 = \check{v}_8 = 0$. Если угол ξ принимает значения (1.2), минимизирующие эффективный потенциал (1.1), то к ним добавляются ещё два. Ненулевые элементы \check{v} принимают значения $\pm v$ с $v = \sqrt{3}/2$. Далее используется обозначение

$$\check{v}^a = v \kappa^a.$$

Например, если $\xi = \xi_0 = \pi/6$, v^a имеет ненулевые элементы при $a = 1, 2, 4, 5$,

$$\kappa_1 = 1, \kappa_2 = -1, \kappa_4 = 1, \kappa_5 = -1.$$

Далее будут использоваться безразмерные обозначения

$$\sqrt{H}x_\mu \equiv x_\mu, \quad \frac{\lambda}{\sqrt{H}} \equiv \lambda,$$

где H — напряжённость фонового хромагнитного поля.

После диагонализации по цветным индексам и перехода к цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cos \vartheta, \quad x_2 = r \sin \vartheta, \\ \frac{\partial}{\partial x_1} &= \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta}, \\ \frac{\partial}{\partial x_2} &= \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta}, \\ \partial_1^2 + \partial_2^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2}. \end{aligned}$$

уравнение (2.8) принимает вид

$$- \left[\partial_4^2 + \partial_3^2 + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} - i\kappa^a v \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{1}{4} v^2 r^2 \right] \Phi^a = \lambda^2 \Phi^a. \quad (2.12)$$

Переменные в уравнении (2.12) разделяются с помощью замены

$$\Phi^a = \phi^a(r) e^{il\vartheta} \exp(ip_3 x_3 + ip_4 x_4).$$

Периодичность решения по углу $\vartheta \in [0, 2\pi]$ приводит к целочисленным значениям параметра l . Радиальная часть $\phi(r)$ должна удовлетворять уравнению

$$- \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{2} \check{v} r^2 - l \right)^2 \right] \phi = \mu^2 \phi, \quad (2.13)$$

где параметр μ связан с λ следующим образом:

$$\lambda^2 = p_4^2 + p_3^2 + \mu^2.$$

С помощью замены

$$\phi = r^l e^{-\frac{1}{4}\check{v}r^2} \chi$$

уравнение (2.13) приводится к уравнению Куммера ($z = \check{v}r^2/2$)

$$\left[z \frac{d^2}{dz^2} + (l+1-z) \frac{d}{dz} - \frac{\check{v}-\mu^2}{2\check{v}} \right] \chi = 0.$$

Решение этого уравнения может быть выбрано в виде

$$\chi(z) = C_1 M \left(\frac{\check{v}-\mu^2}{2\check{v}}, 1+l, z \right) + C_2 z^{-l} M \left(\frac{\check{v}-\mu^2}{2\check{v}} - l, 1-l, z \right),$$

где $M(a, b, z)$ — функция Куммера. Общее решение уравнения (2.13) принимает вид

$$\phi_l(r) = e^{-\frac{1}{4}\check{v}r^2} \left[C_1 r^l M\left(\frac{\check{v} - \mu^2}{2\check{v}}, 1 + l, \frac{1}{2}\check{v}r^2\right) + C_2 r^{-l} M\left(\frac{\check{v} - \mu^2}{2\check{v}} - l, 1 - l, \frac{1}{2}\check{v}r^2\right) \right].$$

Первое слагаемое в квадратных скобках регулярно в $r = 0$ при $l \geq 0$, а второе — при $l \leq 0$.

Таким образом, регулярное внутри цилиндра решение принимает вид

$$\phi_{al} = e^{-\frac{1}{4}\check{v}_a r^2} r^l M\left(\frac{\check{v}_a - \mu^2}{2\check{v}_a}, 1 + l, \frac{1}{2}\check{v}_a r^2\right), \quad l \geq 0, \quad (2.14)$$

$$\phi_{al} = e^{-\frac{1}{4}\check{v}_a r^2} r^{-l} M\left(\frac{\check{v}_a - \mu^2}{2\check{v}_a} - l, 1 - l, \frac{1}{2}\check{v}_a r^2\right), \quad l < 0, \quad (2.15)$$

где цветной индекс a выписан явно.

Уравнения на собственные значения μ_{alk}^2 ($k = 0, 1, \dots, \infty$) получаются при наложении граничных условий (2.9)

$$M\left(\frac{\check{v}_a - \mu^2}{2\check{v}_a}, 1 + l, \frac{1}{2}\check{v}_a R^2\right) = 0, \quad l \geq 0, \quad (2.16)$$

$$M\left(\frac{\check{v}_a - \mu^2}{2\check{v}_a} - l, 1 - l, \frac{1}{2}\check{v}_a R^2\right) = 0, \quad l < 0. \quad (2.17)$$

Если μ_{alk}^2 удовлетворяет уравнению (2.16), то $\tilde{\mu}_{alk}^2 = \mu_{a(-l)k}^2 - 2\check{v}_a l$ удовлетворяет уравнению (2.17). Решая уравнения (2.16) и (2.17), находим полный ортогональный набор функций для задачи (2.8) с граничными условиями (2.9)

$$\Phi_{alk}(p_3, p_4 | r, \vartheta, x_3, x_4) = e^{ip_3 x_3 + ip_4 x_4} e^{il\vartheta} \phi_{alk}(r),$$

$$\lambda_{alk}^2 = p_4^2 + p_3^2 + \mu_{akl}^2, \quad k = 0, 1, \dots, \infty, \quad l = -\infty \dots \infty.$$

В отличие от уровней Ландау в бесконечном пространстве, собственные значения μ_{akl}^2 не эквидистантны по k , как показано на рисунке 2.3. Зависимость нескольких низколежащих значений μ_{akl}^2 от безразмерного параметра $\sqrt{H}R$ показана на рисунке 2.4.

Собственные моды векторного поля В чисто хромагнитном поле уравнение на глюонные собственные моды (2.10) принимает вид

$$\left[-\check{D}^2 \delta_{\mu\nu} + 2i\check{n} B_{\mu\nu} \right] Q_\nu = \lambda^2 Q_\mu. \quad (2.18)$$

Накладываются граничные условия

$$\check{n} Q_\mu(x) = 0, \quad x \in \partial\mathcal{T}, \quad \partial\mathcal{T} = \{x_1^2 + x_2^2 = R^2, (x_3, x_4) \in \mathbb{R}^2\}. \quad (2.19)$$

После приведения матриц $B_{\mu\nu}$ и \check{n} к диагональному виду уравнения (2.18) и (2.19) принимают вид

$$\left[-\check{D}^2 + 2s_\mu \check{v} H \right]^a \check{Q}_\mu^a = \lambda_{a\mu}^2 \check{Q}_\mu^a, \quad (2.20)$$

$$\check{\check{Q}}_\mu(x) = 0, \quad x \in \partial\mathcal{T}.$$

Уравнение (2.20) описывает шестнадцать «заряженных» поляризаций поля \check{Q}_μ^a (которые соответствуют ненулевым значениям \check{v} с $(s_1 = 1, s_2 = -1, s_3 = s_4 = 0)$) и шестнадцать «нейтральных» поляризаций

$$-\partial^2 \check{Q}_\mu^{(0)} = p^2 \check{Q}_\mu^{(0)}. \quad (2.21)$$

Нейтральные моды $\check{Q}_\mu^{(0)}$ нечувствительны к граничному условию (2.19).

Уравнения в данном случае имеют тот же вид, что и для скалярных мод. Разница заключается в собственных значениях $\lambda_{alk\nu}$, которые получают добавку $\pm 2vH$:

$$\begin{aligned} \lambda_{alk\nu}^2 &= p_4^2 + p_3^2 + \mu_{alk}^2 + 2s_\nu \kappa_a v, \\ k &= 0, 1, \dots, \infty, \quad l \in Z, \\ s_1 &= 1, \quad s_2 = -1, \quad s_3 = s_4 = 0, \quad \kappa_a = \pm 1. \end{aligned}$$

Здесь μ_{akl}^2 те же, что и для скалярного поля.

Если рассматривать эту задачу в бесконечном объёме \mathbb{R}^4 и требовать квадратичной интегрируемости функций, то мода $\lambda_{a00\nu}^2$ с $s_\nu \kappa_a = -1$ будет тахионной. В трубке с граничным условием (2.19) самая низколежащая мода

$$\lambda_{a00\nu}^2 = p_4^2 + p_3^2 + \mu_{a00}^2 - 2v, \quad s_\nu \kappa_a = -1.$$

Несколько низколежащих значений μ_{akl}^2 в зависимости от безразмерного параметра $\sqrt{H}R$ изображены на рисунке 2.4. Если размер трубки меньше значения

$$\sqrt{H}R < \sqrt{H}R_c \approx 1,91, \quad (2.22)$$

то тахионная мода отсутствует в спектре глюонного поля.

Для оценки критического размера R_c используем среднее феноменологическое значение скалярного глюонного конденсата (константа g включена в тензор поля)

$$\langle F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \rangle = 2H^2 \approx 0.5 \text{ ГэВ}^4.$$

Уравнение (2.22) приводит к критическому размеру

$$R_c \approx 0.51 \text{ Фм} \quad (2R_c \approx 1 \text{ Фм}). \quad (2.23)$$

То есть при диаметре трубки меньше 1 Фм тахионная мода отсутствует.

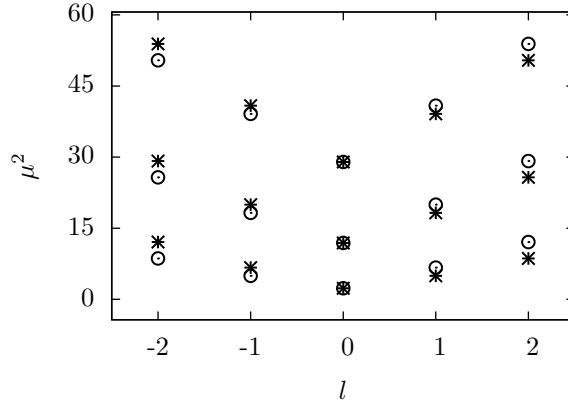


Рис. 2.3. Собственные значения μ_{alk}^2 для скалярного поля при $l = -2, -1, 0, 1, 2$, $k = 0, 1, 2$ и $\sqrt{HR} = 1.6$. Собственные значения обозначены звездочками для положительных v_a и кругами для отрицательных v_a .

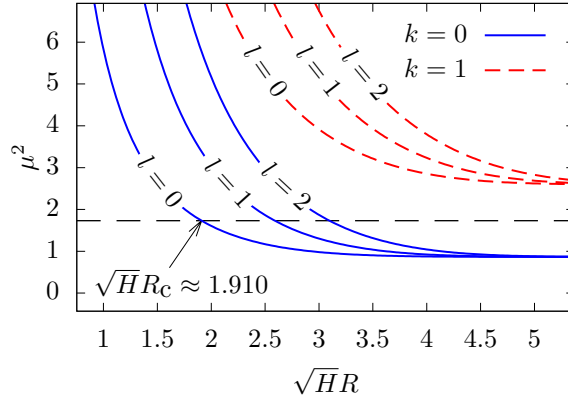


Рис. 2.4. Низколежащие собственные значения, соответствующие $\kappa^a = 1$. Критический радиус R_c соответствует $\mu_{a00}^2 = 2v = \sqrt{3}$. При больших \sqrt{HR} собственные значения приближаются к уровням Ландау, и вырождение по l восстанавливается.

Собственные функции кваркового поля Рассмотрим задачу на собственные значения для спинорного поля в цилиндре в присутствии хромоманнитного поля (2.10)

$$\mathcal{D}\psi(x) = \lambda\psi(x), \quad (2.24)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2}\hat{n}B_{\mu\nu}x_\nu,$$

$$\hat{n} = t_3 \cos \xi + t_8 \sin \xi = \frac{1}{2} \text{diag} \left(\cos \xi + \frac{\sin \xi}{\sqrt{3}}, -\cos \xi + \frac{\sin \xi}{\sqrt{3}}, -\frac{2 \sin \xi}{\sqrt{3}} \right). \quad (2.25)$$

Для евклидовых матриц Дирака используется антиэрмитово представление.

Предполагается, что угол ξ принимает одно из вакуумных значений (1.2). При таких значениях ξ_k матрица \hat{n} может принимать вид

$$\hat{n} = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag} \left(1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right), \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1 \right), \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag} \left(-\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2} \right) \right\}.$$

Далее используется обозначение

$$\hat{n}_{ij} = \delta_{ij} \hat{u}_j.$$

На собственные функции накладываются граничные условия

$$\begin{aligned} i\hat{\eta}(x)e^{i\theta\gamma_5}\hat{n}\psi(x) &= \hat{n}\psi(x), \quad x \in \partial\mathcal{T}, \\ \bar{\psi}(x)e^{i\theta\gamma_5}\hat{n}i\hat{\eta}(x) &= -\bar{\psi}(x)\hat{n}, \quad x \in \partial\mathcal{T}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где η_μ — нормаль к поверхности цилиндра. Внутри цилиндра ожидается существование квазичастиц, тогда как снаружи глюонные конфигурации конфайнмирующие. Поэтому ток должен исчезать на границе, что и обеспечивают мешочные граничные условия (2.26). В отличие от цветной матрицы (2.11), у матрицы \hat{n} в фундаментальном представлении (2.25) нет нулевых собственных значений при любом из значений, минимизирующем эффективный потенциал.

С помощью замены

$$\psi = (\not{D} + \lambda) \varphi \quad (2.27)$$

получаем уравнение

$$-(D^2 + \hat{u}H\Sigma_3) \varphi = \lambda^2 \varphi, \quad (2.28)$$

где было использовано тождество

$$\frac{1}{2}\sigma_{\mu\nu}\hat{B}_{\mu\nu} = \Sigma_3 H \hat{u}, \quad \Sigma_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\sigma_{jk}.$$

Уравнение (2.28) напоминает уравнение (2.8). В цилиндрических координатах его решение (периодическое по ϑ с периодом 2π и регулярное в $r = 0$) даётся четырьмя независимыми компонентами φ_l^α ($\alpha = 1, \dots, 4, l \in Z$):

$$\begin{aligned} \varphi_l^\alpha &= e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} e^{il\vartheta} \phi_l^\alpha(r), \\ \phi_l^\alpha &= e^{-\frac{1}{4}\hat{u}r^2} r^l M\left(\frac{1+s_\alpha}{2} - \frac{\mu^2}{2\hat{u}}, 1+l, \frac{\hat{u}r^2}{2}\right), \quad l \geq 0, \\ \phi_l^\alpha &= e^{-\frac{1}{4}\hat{u}r^2} r^{-l} M\left(\frac{1+s_\alpha}{2} - \frac{\mu^2}{2\hat{u}} - l, 1-l, \frac{\hat{u}r^2}{2}\right), \quad l < 0. \end{aligned}$$

Здесь

$$s_\alpha = (-1)^\alpha, \quad \alpha = 1, \dots, 4$$

обозначает знак проекции спина на направление хромагнитного поля. Иначе,

$$\phi_l^3 = \phi_l^1 = \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r), \quad \phi_l^4 = \phi_l^2 = \Phi_l^{\uparrow\downarrow}(r).$$

Параметр μ соотносится с собственными значениями λ как

$$\mu^2 = \lambda^2 - p_3^2 - p_4^2.$$

Собственные функции оператора Дирака получаются из соотношения (2.27) с

$$\mathcal{D} + \lambda = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & i\partial_4 + \partial_3 & D_1 - iD_2 \\ 0 & \lambda & D_1 + iD_2 & i\partial_4 - \partial_3 \\ i\partial_4 - \partial_3 & -D_1 + iD_2 & \lambda & 0 \\ -D_1 - iD_2 & i\partial_4 + \partial_3 & 0 & \lambda \end{pmatrix},$$

где

$$D_1 + iD_2 = e^{i\vartheta} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{2} \hat{u}r \right),$$

$$D_1 - iD_2 = e^{-i\vartheta} \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{1}{2} \hat{u}r \right).$$

Получаются четыре решения для $l \geq 0$

$$\psi_l^{(1)} = e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} \lambda \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ 0 \\ (p_4 + ip_3) \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \frac{\mu^2}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix},$$

$$\psi_l^{(2)} = e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ -2(l+1) \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ (p_4 - ip_3) \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix},$$

$$\psi_l^{(3)} = e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} (p_4 - ip_3) \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ -\frac{\mu^2}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ \lambda \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\psi_l^{(4)} = e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} 2(l+1) \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ (p_4 + ip_3) \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ 0 \\ \lambda \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix},$$

и для $l < 0$

$$\psi_l^{(1)} = e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} \lambda \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ 0 \\ (p_4 + ip_3) \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ 2l \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned} \psi_l^{(2)} &= e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r)e^{i(l+1)\vartheta} \\ -\frac{\mu^2}{2l}\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r)e^{il\vartheta} \\ (p_4 - ip_3)\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r)e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}, \\ \psi_l^{(3)} &= e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} (p_4 - ip_3)\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r)e^{il\vartheta} \\ -2l\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r)e^{i(l+1)\vartheta} \\ \lambda\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r)e^{il\vartheta} \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \psi_l^{(4)} &= e^{-ip_3x_3 - ip_4x_4} \begin{pmatrix} \frac{\mu^2}{2l}\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r)e^{il\vartheta} \\ (p_4 + ip_3)\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r)e^{i(l+1)\vartheta} \\ 0 \\ \lambda\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r)e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Все эти спиноры также являются собственными функциями оператора проекции углового момента на ось x_3 .

$$\begin{aligned} J_3\psi_l^{(m)} &= \left(l + \frac{1}{2}\right)\psi_l^{(m)}, \\ J_i &= L_i + S_i, \quad L_i = -i\varepsilon_{ijk}x_j\partial_k, \quad S_i = \frac{1}{2}\Sigma_i, \quad J_3 = -i\frac{\partial}{\partial\vartheta} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Только два из этих решений линейно независимы. Выберем в качестве общего решения уравнения (2.24) комбинацию

$$\psi_l = A\psi_l^{(1)} + B\psi_l^{(4)},$$

так как $\psi_l^{(1)}$ и $\psi_l^{(4)}$ остаются линейно независимыми в пределе $\lambda \rightarrow 0$. Этот предел будет использован в разделе 2.2.3 для решения уравнения Дирака в пространстве Минковского.

Граничное условие (2.26) с $\theta = \pi/2$ приводит к уравнениям, из которых определяются параметр μ и отношение A/B . Для $l \geq 0$ получаем

$$\begin{aligned} A \left(\frac{\mu^2}{2(1+l)}\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R) + \lambda\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R) \right) + B \left(\lambda\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R) + 2(l+1)\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R) \right) &= 0, \\ A\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R) + B\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R) &= 0. \end{aligned}$$

Эта система уравнений имеет нетривиальное решение, если определитель матрицы коэффициентов перед A и B равен 0:

$$\left[\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R) \right]^2 = \left[\frac{\mu}{2(1+l)}\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R) \right]^2. \quad (2.29)$$

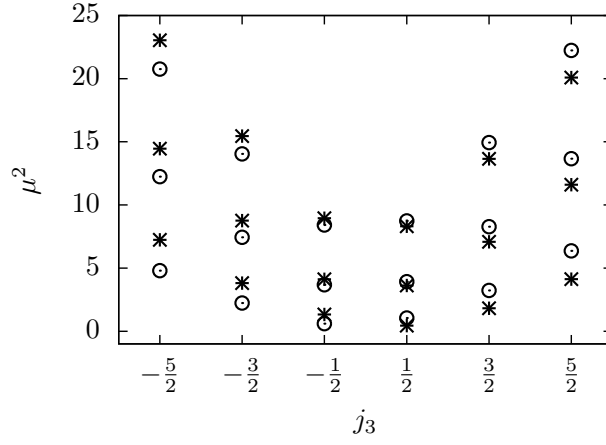


Рис. 2.5. Низколежащие значения μ , полученные при решении уравнения (2.29) с $\sqrt{H}R = 1.6$. Здесь $j_3 = l + 1/2$ — проекция углового момента на направление хромагнитного поля. Собственные значения обозначены звёздочками для $u_j > 0$ и кружками для $u_j < 0$.

Решая это уравнение, находим спектр μ^2 (см. рисунок 2.5). Величины μ_{lk}^2 используются для нахождения отношения A и B

$$\frac{B_{lk}}{A_{lk}} = - \left. \frac{\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R)}{\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R)} \right|_{\mu^2 = \mu_{lk}^2} = (-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk}}{2(l+1)}, \quad (2.30)$$

$$\lambda_{lk} = \pm \sqrt{\mu_{lk}^2 + p_3^2 + p_4^2} = \pm |\lambda_{lk}|.$$

Здесь μ_{lk} положительны, а λ_{lk} может принимать положительные и отрицательные значения.

Аналогичное рассмотрение для $l < 0$ приводит к уравнению на μ

$$\left[\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R) \right]^2 = \left[\frac{\mu}{2l} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R) \right]^2$$

и к отношению коэффициентов

$$\frac{A_{lk}}{B_{lk}} = - \left. \frac{\Phi_l^{\uparrow\uparrow}(R)}{\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(R)} \right|_{\mu^2 = \mu_{lk}^2} = (-1)^k \frac{\mu_{lk}}{2l},$$

$$\lambda_{lk} = \pm \sqrt{\mu_{lk}^2 + p_3^2 + p_4^2} = \pm |\lambda_{lk}|.$$

Ортонормированные решения для $l \geq 0$ принимают вид

$$\psi_{lk}^{(\pm)} = \frac{A_{lk}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2|\lambda_{lk}|}} \begin{pmatrix} \frac{\pm |\lambda_{lk}| + (-1)^{k+1} \mu_{lk}}{\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ (-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk} \sqrt{p_4 + ip_3}}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ \sqrt{p_4 + ip_3} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \frac{\mu_{lk} (\mu_{lk} \pm (-1)^{k+1} |\lambda_{lk}|)}{2(l+1) \sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix} e^{-ip_3 x_3 - ip_4 x_4},$$

и для $l < 0$

$$\psi_{lk}^{(\pm)} = \frac{B_{lk}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2|\lambda_{lk}|}} \begin{pmatrix} \frac{\mu_{lk}(\mu_{lk} \pm (-1)^k |\lambda_{lk}|)}{2l\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \sqrt{p_4 + ip_3} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ (-1)^k \frac{\mu_{lk} \sqrt{p_4 + ip_3}}{2l} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \frac{\pm |\lambda_{lk}| + (-1)^k \mu_{lk}}{\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix} e^{-ip_3 x_3 - ip_4 x_4}.$$

Спиноры $\psi_{lk}^{(+)}$ и $\psi_{lk}^{(-)}$ соответствуют положительным и отрицательным значениям λ_{lk} в (2.30) и являются собственными функциями оператора J_3 с $j_3 = l + 1/2$. Нормировочные константы A_{lk} и B_{lk} определяются как

$$A_{jlk}^{-2}(R) = \int_0^R dr r \left[\left(\frac{\mu_{jlk}}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) \right)^2 + \left(\Phi_{l+1}^{\uparrow\uparrow}(r) \right)^2 \right],$$

$$B_{jlk}^{-2}(R) = \int_0^R dr r \left[\left(\frac{\mu_{jlk}}{2l} \Phi_{l+1}^{\uparrow\uparrow}(r) \right)^2 + \left(\Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) \right)^2 \right].$$

Применяя описанную выше процедуру для решения уравнения

$$\bar{\psi}(x) \overleftarrow{D} = \lambda \bar{\psi}(x),$$

получаем для $l \geq 0$

$$\bar{\psi}_{lk}^{(\pm)} = \frac{A_{lk}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2|\lambda_{lk}|}} \begin{pmatrix} \pm \sqrt{p_4 + ip_3} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{-il\vartheta} \\ \frac{\mu_{lk}(\mp \mu_{lk} + (-1)^{k+1} |\lambda_{lk}|)}{2(1+l)\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{-i(l+1)\vartheta} \\ \frac{\pm (-1)^k \mu_{lk} + |\lambda_{lk}|}{\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{-il\vartheta} \\ \mp (-1)^k \frac{\mu_{lk} \sqrt{p_4 + ip_3}}{2(1+l)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{-i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}^T e^{ip_3 x_3 + ip_4 x_4}, \quad (2.31)$$

и для $l < 0$

$$\bar{\psi}_{lk}^{(\pm)} = \frac{B_{lk}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2|\lambda_{lk}|}} \begin{pmatrix} \pm (-1)^k \frac{\mu_{lk} \sqrt{p_4 + ip_3}}{2l} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{-il\vartheta} \\ \frac{|\lambda_{lk}| \mp (-1)^k \mu_{lk}}{\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{-i(l+1)\vartheta} \\ \frac{\mu_{lk}(\mp \mu_{lk} + (-1)^k |\lambda_{lk}|)}{2l\sqrt{p_4 + ip_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{-il\vartheta} \\ \pm \sqrt{p_4 + ip_3} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{-i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}^T e^{ip_3 x_3 + ip_4 x_4}.$$

2.2.3. Квазичастицы

Физическую трактовку евклидовых собственных функций можно получить, рассмотрев уравнения Клейна-Гордона и Дирака в пространстве Минковского. Их решения описывают квазичастичные возбуждения внутри трубки с хромагнитным полем. Детальное рассмотрение понятия квазичастиц в квантовой теории поля может быть найдено в [105]. В отличие

от элементарных частиц, свойства квазичастиц (например, специфическая форма дисперсионного соотношения) не обязаны быть Лоренц-инвариантными или калибровочно-инвариантными. Поэтому можно выбрать наиболее удобную систему отсчёта, в которой поле внутри трубки чисто хромомангнитное.

Бозоны В пространстве Минковского уравнение (2.8) с граничными условиями (2.9) превращается в волновое уравнение

$$-\left(\partial_\mu - i\check{B}_\mu\right)^2 \phi(x) = 0. \quad (2.32)$$

Решение (2.32), которое удовлетворяет (2.9), имеет вид

$$\begin{aligned} \phi^a(x) &= \sum_{lk} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{alk}}} \left[a_{akl}^+(p_3) e^{ix_0\omega_{akl} - ip_3x_3} + b_{akl}(p_3) e^{-ix_0\omega_{akl} + ip_3x_3} \right] e^{il\vartheta} \phi_{alk}(r), \\ \phi^{a\dagger}(x) &= \sum_{lk} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{alk}}} \left[b_{akl}^+(p_3) e^{-ix_0\omega_{akl} + ip_3x_3} + a_{akl}(p_3) e^{ix_0\omega_{akl} - ip_3x_3} \right] e^{-il\vartheta} \phi_{alk}(r), \\ p_0^2 &= p_3^2 + \mu_{akl}^2, \quad p_0 = \pm\omega_{akl}(p_3), \quad \omega_{akl} = \sqrt{p_3^2 + \mu_{akl}^2}, \\ k &= 0, 1, \dots, \infty, \quad l \in Z, \end{aligned} \quad (2.33)$$

где $\phi_{alk}(r)$ определяется из (2.15) и нормируется как

$$\int_0^\infty dr r \int_0^{2\pi} d\vartheta e^{i(l-l')\vartheta} \phi_{alk}(r) \phi_{al'k'}(r) = \delta_{ll'} \delta_{kk'}.$$

Формула (2.33) представляет собой дисперсионное соотношение между энергией p_0 и импульсом p_3 для квазичастиц μ_{akl} . Ортогональность, нормированность и полнота набора функций $e^{il\vartheta} \phi_{alk}(r)$ обеспечивает выполнение канонических коммутационных соотношений для поля ϕ^a и его канонически сопряжённого импульса, если $a_{akl}^\dagger(p_3)$, $a_{akl}(p_3)$, $b_{akl}^\dagger(p_3)$ and $b_{akl}(p_3)$ удовлетворяют коммутационным соотношениям для операторов рождения и уничтожения. Такая трактовка позволяет обсуждать конфайнмирующие свойства различных глюонных конфигураций в рамках квантовой теории поля: в отличие от хромомангнитного поля, в (анти)самодуальных полях спектр собственных мод в евклидовом пространстве дискретный, и дисперсионного соотношения для квазичастиц не существует.

Случай векторного поля может быть рассмотрен аналогично. В этом случае особенно важно отсутствие тахионной моды при $R < R_c$.

Фермионы Решение уравнения Дирака

$$i\mathcal{D}\psi(x) = 0,$$

удовлетворяющее условию (2.26), может быть получено из решений (2.31) (необходимо использовать ненормированные решения) с помощью аналитического продолжения $p_4 \rightarrow ip_0$, $x_4 \rightarrow ix_0$ и требования $\lambda_{lk} = 0$. При этом получается дисперсионное соотношение для решений с определёнными значениями j_3 , k и цвета j

$$p_0^2 = p_3^2 + \mu_{jlk}^2, \quad p_0 = \pm \omega_{jlk}(p_3), \quad \omega_{jlk} = \sqrt{p_3^2 + \mu_{jlk}^2}.$$

Решение уравнения Дирака (2.2.3) принимает вид

$$\begin{aligned} \psi^j(x) &= \sum_{lk} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{jlk}}} \left[a_{jlk}^\dagger(p_3) \chi_{jlk}(p_3|r, \vartheta) e^{ix_0\omega_{jlk} - ix_3p_3} + b_{jlk}(p_3) v_{jlk}(p_3|r, \vartheta) e^{-ix_0\omega_{jlk} + ix_3p_3} \right], \\ \bar{\psi}^j(x) &= \sum_{lk} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{jlk}}} \left[b_{jlk}^\dagger(p_3) \bar{\chi}_{jlk}(p_3|r, \vartheta) e^{-ix_0\omega_{jlk} + ix_3p_3} + a_{jlk}(p_3) \bar{v}_{jlk}(p_3|r, \vartheta) e^{ix_0\omega_{jlk} - ix_3p_3} \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\chi_{lk} = A_{lk} \begin{pmatrix} (-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk}}{\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ i(-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk}\sqrt{\omega_{lk} + p_3}}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ i\sqrt{\omega_{lk} + p_3} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \frac{\mu_{lk}^2}{2(l+1)\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}, \quad v_{lk} = A_{lk} \begin{pmatrix} (-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk}}{\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ i(-1)^k \frac{\mu_{lk}\sqrt{\omega_{lk} + p_3}}{2(l+1)} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ -i\sqrt{\omega_{lk} + p_3} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ \frac{\mu_{lk}^2}{2(l+1)\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}$$

для $l \geq 0$ и

$$\chi_{lk} = B_{lk} \begin{pmatrix} \frac{\mu_{lk}^2}{2l\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ i\sqrt{\omega_{lk} + p_3} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ i(-1)^k \frac{\mu_{lk}\sqrt{\omega_{lk} + p_3}}{2l} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ (-1)^k \frac{\mu_{lk}}{\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}, \quad v_{lk} = B_{lk} \begin{pmatrix} \frac{\mu_{lk}^2}{2l\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ -i\sqrt{\omega_{lk} + p_3} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \\ i(-1)^{k+1} \frac{\mu_{lk}\sqrt{\omega_{lk} + p_3}}{2l} \Phi_l^{\uparrow\uparrow}(r) e^{il\vartheta} \\ (-1)^k \frac{\mu_{lk}}{\sqrt{\omega_{lk} + p_3}} \Phi_{l+1}^{\uparrow\downarrow}(r) e^{i(l+1)\vartheta} \end{pmatrix}$$

для $l < 0$. Нормировка выбрана в виде

$$\int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^R dr r \chi_{jlk}^\dagger(p_3|r, \vartheta) \chi_{jlk}(p_3|r, \vartheta) = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^R dr r v_{jlk}^\dagger(p_3|r, \vartheta) v_{jlk}(p_3|r, \vartheta) = 2\omega_{jlk}.$$

Пространство Фока строится с помощью операторов

$$\left\{ a_{jlk}^\dagger(p_3), a_{jlk}(p_3), b_{jlk}^\dagger(p_3), b_{jlk}(p_3) \right\},$$

которые удовлетворяют антикоммутиационным соотношениям. Одночастичное состояние характеризуется цветовым индексом j , радиальным квантовым числом k , импульсом p_3 , проекцией полного углового момента $j_3 = (l + 1/2)$ и энергией $\omega_{jlk} = \sqrt{p_3^2 + \mu_{jlk}^2}$.

2.3. Выводы

В заданной конфигурации абелева (анти)самодуального глюонного поля заряженные поля имеют характер конфайнированных флуктуаций (исчезают в пространстве-времени). Внутри доменных стенок плотность топологического заряда принимает нулевое значение, и возбуждения заряженных полей имеют характер квазичастиц.

Для пересечения стенок в форме трубок с хромомангнитным полем (хромомангнитной трубки) продемонстрировано, что существует критический радиус R_c , при превышении которого в спектре возбуждений появляется дестабилизирующая тахионная мода. Критический диаметр хромомангнитной трубки связан с величиной скалярного глюонного конденсата $\langle g^2 F^2 \rangle$, и для стандартного значения $\langle g^2 F^2 \rangle$ он равен приблизительно 1Фм (см. (2.23)). Это, однако, не означает, что объём области деконфайнмента в адронной материи ограничен размером R_c . Например, под влиянием сильных электромагнитных полей, возникающих при столкновении тяжёлых ионов, может возникнуть множество таких трубок [49].

Рассмотренные в этой главе идеи позволяют изучать переход деконфайнмента, для чего могут быть использованы методы, применяемые при описании гетерофазных систем [106—108]. Доменные стенки можно рассматривать как зародыши фазы деконфайнмента, случайным образом распределённые в фазе конфайнмента. Можно ожидать, что при нормальных условиях доля фазы деконфайнмента пренебрежима, так как занимает трёхмерное подпространство четырёхмерного пространства \mathbb{R}^4 .

Признак перехода деконфайнмента — уменьшение усреднённого по ансамблю абсолютного значения плотности топологического заряда $q(x) = \langle |g^2 \tilde{F}(x)F(x)| \rangle_B$. В режиме конфайнмента (квазичастицы полностью подавлены)

$$q = \langle |g^2 \tilde{F}(x)F(x)| \rangle_B = \langle g^2 F(x)F(x) \rangle_B = B^2,$$

а в режиме деконфайнмента

$$q \ll \langle g^2 F(x)F(x) \rangle_B = B^2.$$

Значения B и q могут играть роль параметров порядка. Таким образом, внутреннюю область доменов можно рассматривать как фазу конфайнмента, а области, занятые стенками — как фазу деконфайнмента.

Скалярный глюонный конденсат остаётся практически неизменным при фазовом переходе, а система квазичастичных возбуждений на фоне случайных хромомангнитных полей сильно отличается от идеальной кварк-глюонной плазмы. Согласно работам [24; 109], ансамбль случайных хромомангнитных полей реализуется в виде трубок потока хромомангнит-

ного поля, и также известен как "спагетти-вакуум". Эта система может проявлять свойства квантовой жидкости.

Режим идеальной плазмы не может быть достигнут, пока не исчезнет скалярный глюонный конденсат и не будет восстановлена масштабная инвариантность, что потребовало бы полной перестройки эффективного квантового действия. При активированных квазичастицах эффективный потенциал может зависеть от температуры и плотности термодинамической системы квазичастиц, и при превышении их критического значения скалярный конденсат может исчезнуть.

Таким образом, доменная модель подразумевает двухэтапный переход деконфайнмента. На первом этапе плотность топологического заряда исчезает, и появляются квазичастицы, на которые могут распадаться бесцветные адроны. Скалярный конденсат на этом этапе почти не меняется, а система далека от состояния идеального газа. На втором этапе исчезает и скалярный конденсат, а система превращается в идеальную кварк-глюонную плазму.

Рассмотренная выше система квазичастиц является одномерной, что может служить источником азимутальной асимметрии в столкновениях тяжёлых ионов. Эта особенность, однако, следует из используемого низшего приближения. Учёт взаимодействий между квазичастицами должен размыть одномерную структуру системы, оставляя лишь некоторую асимметрию в распределении импульсов квазичастиц. Особую роль во взаимодействии квазичастиц должны играть нейтральные моды (2.21), нечувствительные к фоновому хромоманнитному полю.

Глава 3

Спектр мезонов и константы распадов

В работе [62] замечено, что реджевский спектр масс адронов может быть описан с помощью четырёхмерного гармонического потенциала, действующего между кварками и антикварками. Эта идея также применялась в формализме ковариантного описания бислокальных полей $\Phi(x, z)$, включающем гармонический конфайнмент [63; 86–89]. На гармонический потенциал также опирается ряд современных голографических моделей AdS/QCD с мягкой стенкой [84] и голографические модели КХД на световом конусе [85; 110; 111], оказавшиеся феноменологически успешными [84; 85; 110–116]. Ключевыми особенностями перечисленных подходов являются специфический вид поля дилатона $\varphi(z) = \kappa^2 z^2$ и гармонический потенциал по дополнительной координате z . Однако физическая причина для формы дилатона и гармонического потенциала не может быть установлена в рамках этих подходов.

В данной главе представлены результаты расчёта масс радиально возбуждённых лёгких, тяжёло-лёгких мезонов и тяжёлых кваркониев. В вычислительную схему включена диагонализация эффективного мезонного действия по радиальному квантовому числу, что дополняет результаты работ [57–59]. Как показано в работе [57], в рассматриваемой модели массы мезонов имеют реджевский характер при больших значениях орбитального $l \gg 1$ или радиального $n \gg 1$ квантовых чисел. Точность результатов в целом не хуже 15% в низшем приближении.

3.1. Спектр масс радиальных возбуждений лёгких, тяжёло-лёгких мезонов и тяжёлых кваркониев

В импульсном представлении квадратичная часть эффективного действия для псевдоскалярных и векторных полей имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_2 = & -\frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}_\mu^{aV0n}(-p) \left[\Lambda^2 \delta^{aa'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{nn'} - g^2 \tilde{\Gamma}_{aV0n, a'V0n'}^{(2)\mu\mu'}(p) \right] \Phi_{\mu'}^{a'V0n'}(p) \\ & - \frac{1}{2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{\Phi}^{aP0n}(-p) \left[\Lambda^2 \delta^{aa'} \delta_{nn'} - g^2 \tilde{\Gamma}_{aP0n, a'P0n'}^{(2)}(p^2) \right] \tilde{\Phi}^{a'P0n'}(p), \end{aligned}$$

где двухточечный коррелятор векторных полей имеет структуру

$$\tilde{\Gamma}_{aV0n, a'V0n'}^{(2)\mu\mu'}(p) = \tilde{\Gamma}_{aV0n, a'V0n'}^{(2)}(p^2) \delta_{\mu\mu'} + \tilde{L}_{aV0n, a'V0n'}(p^2) p_\mu p_{\mu'}. \quad (3.1)$$

В двухточечный коррелятор дают вклад диаграммы, изображённые на рисунке 3.1. Спектр

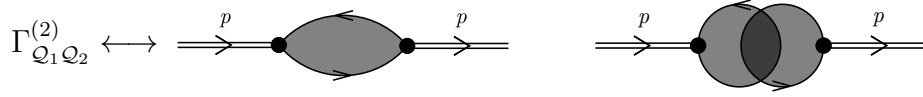


Рис. 3.1. Диаграммное представление вкладов в двухточечный коррелятор $\Gamma_{Q_1 Q_2}^{(2)}$. Светло-серым цветом обозначено усреднение по вакуумному полю, тёмно-серым — корреляции петлевых диаграмм вакуумным полем.

масс мезонов M_Q и кварк-мезонные константы h_Q определяются из квадратичной части эффективного мезонного действия с помощью уравнений

$$1 = \frac{g^2}{\Lambda^2} C_Q^2 \tilde{\Gamma}_Q^{(2)}(-M_Q^2), \quad (3.2)$$

$$h_Q^{-2} = \frac{d}{dp^2} \tilde{\Gamma}_Q^{(2)}(p^2)|_{p^2=-M_Q^2}, \quad (3.3)$$

Векторные поля ϕ^{aV0n} подчиняются условию

$$p^\mu \phi_\mu^{aV0n} = 0, \quad p^2 = -M_{aV0n}^2$$

на массовой поверхности. Масса определяется из уравнения (3.2), в которое входит диагонализированный первый член из формулы (3.1)

$$\tilde{\Gamma}_Q^{(2)}(p) \longrightarrow \tilde{\Gamma}_{aJ_0}^{(2)}(p) = \mathcal{O}_{aJ_0}^T(p^2) \tilde{\Gamma}_{aJ_0, aJ_0}^{(2)}(p^2) \mathcal{O}_{aJ_0}(p^2). \quad (3.4)$$

В низшем приближении в двухточечный коррелятор $\Gamma_Q^{(2)}$ всех мезонов, кроме синглета и восьмой компоненты октета, дают вклад только однопетлевые диаграммы на рисунке 3.1. Квадратичная часть эффективного действия и все остальные соотношения могут быть получены заменой индексов $P \rightarrow S$, $V \rightarrow A$.

Однопетлевой вклад в $\tilde{\Gamma}_{aJ_0, aJ_0}^{(2)}$ в уравнении (3.4), соответствующий первой диаграмме на рисунке 3.1, представляется формулой

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}_J^{nn'}(-M^2; m_f, m_{f'}) &= \frac{\Lambda^2}{4\pi^2} \text{Tr}_v \int_0^1 dt_1 \int_0^1 dt_2 \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right)^{m_{f'}^2/4v\Lambda^2} \times \\ & t_1^n t_2^{n'} \frac{\partial^n}{\partial t_1^n} \frac{\partial^{n'}}{\partial t_2^{n'}} \frac{1}{\Phi_2^2} \left[\frac{M^2}{\Lambda^2} \frac{F_1^{(J)}}{\Phi_2^2} + \frac{m_f m_{f'}}{\Lambda^2} \frac{F_2^{(J)}}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)} + \frac{F_3^{(J)}}{\Phi_2} \right] \exp \left\{ \frac{M^2}{2v\Lambda^2} \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \right\}. \quad (3.5) \end{aligned}$$

Здесь

$$\Phi_1 = s_1 s_2 + 2(\xi_1^2 s_1 + \xi_2^2 s_2)(t_1 + t_2)v,$$

$$\Phi_2 = s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)(t_1 + t_2)v + 16(\xi_1^2 s_1 + \xi_2^2 s_2)t_1 t_2 v^2,$$

$$F_1^{(P)} = (1 + s_1 s_2) \left[2(\xi_1 s_1 + \xi_2 s_2)(t_1 + t_2)v + 4\xi_1 \xi_2 (1 + s_1 s_2)(t_1 + t_2)^2 v^2 + s_1 s_2 (1 - 16\xi_1 \xi_2 t_1 t_2 v^2) \right],$$

$$F_1^{(V)} = \left(1 - \frac{1}{3}s_1s_2\right) [s_1s_2 + 16\xi_1\xi_2t_1t_2v^2 + 2(\xi_1s_1 + \xi_2s_2)(t_1 + t_2)v] + 4\xi_1\xi_2(1 - s_1^2s_2^2)(t_1 - t_2)^2v^2,$$

$$F_2^{(P)} = (1 + s_1s_2)^2, \quad F_2^{(V)} = (1 - s_1^2s_2^2), \quad (3.6)$$

$$F_3^{(P)} = 4v(1 + s_1s_2)(1 - 16\xi_1\xi_2t_1t_2v^2), \quad F_3^{(V)} = 2v(1 - s_1s_2)(1 - 16\xi_1\xi_2t_1t_2v^2),$$

$$F_1^{(S)} = F_1^{(P)}, \quad F_1^{(A)} = F_1^{(V)},$$

$$F_2^{(S)} = -F_2^{(P)}, \quad F_2^{(A)} = -F_2^{(V)}, \quad (3.7)$$

$$F_3^{(S)} = F_3^{(P)}, \quad F_3^{(A)} = F_3^{(V)}.$$

Матрица поляризационных операторов (3.5) содержит всю информацию о массах основного и радиально возбуждённых состояний лёгких, тяжёло-лёгких мезонов и тяжёлых кваркони-ев с нулевым орбитальным квантовым числом l . Далее необходимо провести диагонализацию $\tilde{\Pi}_J^{nn'}$ по радиальному квантовому числу n . Из (3.6) и (3.7) видно, что выражения для $\tilde{\Pi}_J^{nn'}$ с одинаковым спином и противоположной чётностью отличаются только знаком F_2 . (Анти)самодуальность фонового поля приводит к тому, что содержащее F_2 слагаемое доминирует в выражении (3.6). В результате действительные решения M уравнения (3.2) для скалярных и аксиальных мезонов отсутствуют, тогда как для псевдоскалярных и векторных они присутствуют при любом кварковом составе мезона. То есть в данном подходе отсутствуют скалярные и аксиальные коллективные моды $\bar{q}q$ с нулевым орбитальным квантовым числом $l = 0$. Например, нет прямого аналога π -мезона в виде σ -мезона. В то же время скалярные и аксиальные мезоны присутствуют в спектре орбитальных возбуждений векторных и псевдоскалярных мезонов [58]. Далее скалярные и аксиальные мезоны не обсуждаются, так как рассматриваются только возбуждения по радиальному квантовому числу.

Двухточечные корреляционные функции для η^0 и η^8 включают дополнительный вклад от двухпетлевой диаграммы (см. рисунок 1.12). Этот вклад, аналогичный прямому инстантонному вкладу в модели инстантонной жидкости, состоит из двух однопетлевых диаграмм, скоррелированных вакуумным полем. Одноточечная однопетлевая диаграмма имеет вид

$$G_{aPn}^{(1)} = \text{Tr} \lambda^a i \gamma_5 F_{0n}(x) S(x, x) = \pm i \frac{\Lambda^3}{2\pi^2} \sum_f \lambda_{ff}^a R_f^n,$$

$$R_f^n = \text{Tr}_v \frac{vm_f}{\Lambda} \int_0^1 dt t^n \int_0^1 ds \frac{\partial^n}{\partial t^n} \frac{1}{(2vt + s)^2} \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} \frac{s^2}{1-s^2}, \quad (3.8)$$

где знак « \pm » соответствует самодуальным и антисамодуальным конфигурациям вакуумного поля. В импульсном представлении двухточечная корреляционная функция переписывается как

$$\Gamma_{ab}^{(2)nn'}(p^2) = \Pi_{ab}^{nn'}(p^2) - \delta \Pi_{ab}^{nn'}(p^2).$$

Таблица 3.1. Массы лёгких мезонов. Символом \tilde{M} обозначена масса в киральном пределе.

Мезон	n	$M_{\text{exp}}[117]$ (МэВ)	M (МэВ)	\tilde{M} (МэВ)	h	Мезон	n	$M_{\text{exp}}[117]$ (МэВ)	M (МэВ)	\tilde{M} (МэВ)	h
π	0	140	140	0	3.63	ρ	0	775	775	769	1.83
$\pi(1300)$	1	1300	1310	1301	2.74	$\rho(1450)$	1	1450	1571	1576	1.44
$\pi(1800)$	1	1812	1503	1466	2.83	ρ	2	1720	1946	2098	1.58
K	0	494	494	0	4.13	K^*	0	892	892	769	1.99
$K(1460)$	1	1460	1302	1301	1.97	$K^*(1410)$	1	1410	1443	1576	1.38
K	2		1655	1466	1.96	K^*	2		1781	2098	1.44
η	0	548	610	0	3.74	ω	0	775	775	769	1.83
η'	0	958	958	872	2.73	ϕ	0	1019	1039	769	2.21
$\eta(1295)$	1	1294	1138	1361	2.62	$\phi(1680)$	1	1680	1686	1576	1.55
$\eta(1475)$	1	1476	1297	1516	2.41	ϕ	2	2175	1897	2098	1.55

Здесь $\Pi(p^2)$ — вклад однопетлевой диаграммы, выраженный через функции $\tilde{\Pi}_P^{nn'}$ (см. (3.5)), а $\delta\Pi(p^2)$ — вклад двухпетлевой диаграммы

$$\delta\Pi_{ab}^{nn'}(p^2) = \frac{32}{3\pi^4} \Lambda^2 (\Lambda R)^4 \sum_{ff'} \lambda_{ff}^a \lambda_{f'f'}^b R_f R_{f'} \tilde{\Xi}_2(p^2). \quad (3.9)$$

Здесь $\tilde{\Xi}_2$ — двухточечный коррелятор вакуумного поля B в импульсном представлении. В приближении сферических доменов [59] коррелятор $\tilde{\Xi}_2$ имеет вид

$$\tilde{\Xi}_2(p^2) = \int_0^1 dt \sqrt{1-t^2} \int_0^1 ds s \cos\left(\sqrt{4p^2 R^2 t^2 s}\right) \left(\frac{3\pi}{2} - 3 \arcsin \sqrt{s} - (5-2s)\sqrt{s(1-s)}\right).$$

Решая уравнение (3.2), в которое входит двухточечный коррелятор мезонов, диагонализированный по радиальному квантовому числу и по аромату, можно найти массы η, η' и их радиально возбуждённых состояний.

Вычисления проделаны со значениями параметров, приведёнными в таблице 3.3, отфильтрованными по массам основного состояния мезонов $\pi, \rho, K, K^*, J/\psi, \Upsilon$ и η' . Диагонализация осуществляется по конечному числу радиальных возбуждений N . При любом значении N массы $\pi, \rho, K, K^*, J/\psi, \Upsilon$ и η' могут быть описаны точно, однако величины параметров зависят от N , как показано на рисунке 3.2. Из рисунка видно, что при $N \approx 5 \div 7$ зависимость параметров экспоненциально ослабевает от N , и дальнейшего увеличения не требуется. Приведённые в таблице 3.3 значения соответствуют $N = 7$.

Результаты вычисления масс лёгких мезонов и их низколежащих радиальных возбуждений приведены в таблице 3.1. Самая правая колонка соответствует киральному пределу

Таблица 3.2. Массы тяжёло-лёгких мезонов и их низколежащих радиальных возбуждений.

Мезон	n	$M_{\text{exp}}[117]$ (МэВ)	M (МэВ)	h	Мезон	n	$M_{\text{exp}}[117]$ (МэВ)	M (МэВ)	h
D	0	1864	1715	5.93	D^*	0	2010	1944	2.94
D	1		2274	2.56	D^*	1		2341	1.74
D	2		2508	2.32	D^*	2		2564	1.66
D_s	0	1968	1827	6.94	D_s^*	0	2112	2092	3.3
D_s	1		2521	2.53	D_s^*	1		2578	1.75
D_s	2		2808	2.42	D_s^*	2		2859	1.72
B	0	5279	5041	9.15	B^*	0	5325	5215	4.82
B	1		5535	3.9	B^*	1		5578	2.88
B	2		5746	3.4	B^*	2		5781	2.4
B_s	0	5366	5135	10.73	B_s^*	0	5415	5355	5.39
B_s	1		5746	3.75	B_s^*	1		5783	2.54
B_s	2		5988	3.42	B_s^*	2		6021	2.23
B_c	0	6277	5952	14.86	B_c^*	0	6314 [118]	6310	7.61
B_c	1	6842 [119]	6904	3.87	B_c^*	1	6905 [118]	6938	2.81
B_c	2		7233	4	B_c^*	2		7260	2.76

(масса кварка такова, что масса пиона равна нулю, см. [59]). Так как массы кварков в модели соответствуют инфракрасному пределу бегущих масс (см. раздел 1.3.3), киральный предел соответствует массам кварков \tilde{m} , при которых пион становится безмассовым

$$\tilde{m}_{u/d} = \tilde{m}_s = \tilde{m} = 136 \text{ МэВ}. \quad (3.10)$$

Тогда токовые массы могут быть представлены в виде разности (см. рисунок 3.3)

$$\mu_{u/d} = m_{u/d} - \tilde{m} = 9 \text{ МэВ}, \quad \mu_s = m_s - \tilde{m} = 240 \text{ МэВ}.$$

Отношение этих масс, являющееся ренормгрупповым инвариантом, принимает значение

$$\frac{\mu_s}{\mu_{u/d}} = 26.7,$$

близко к среднему феноменологическому 27.3 ± 0.7 [117] и незначительно отличается от результата работы [59], где диагонализация по радиальному квантовому числу не была проведена.

Таблица 3.3. Параметры модели, отфитированные по массам $\pi, \rho, K, K^*, \eta', J/\psi, \Upsilon$ и используемые для описания масс остальных мезонов, констант распада и переходных констант. Приведённые значения соответствуют $N = 7$ (см. рисунок 3.2).

$m_{u/d}$, МэВ	m_s , МэВ	m_c , МэВ	m_b , МэВ	Λ , МэВ	α_s	R , fm
145	376	1566	4879	416	3.45	1.12

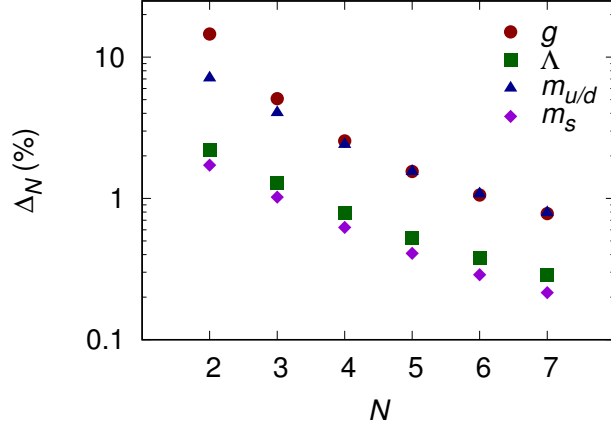


Рис. 3.2. Зависимость изменения параметров модели $\Delta_N = |P_N - P_{N-1}|/P_1$ от N . Здесь N — максимальное значение радиального квантового числа n , учитываемое при диагонализации квадратичной части эффективного действия. Стабилизация величины параметров при увеличении N происходит быстрее, чем $\Delta_N \approx \Delta_1 \exp(-0.35N)$ при $N > 5$.

Из формулы (3.8) следует, что в киральном пределе (3.10) возникает вырождение

$$R_{u/d}(p^2) = R_s(p^2),$$

и, как можно увидеть из формулы (3.9), смешивание между η^0 и η^8 исчезает. В этом случае двухпетлевая диаграмма даёт вклад только в массу η^0 . В результате η -мезон превращается в чистое состояние η^8 и становится голдстоуновским бозоном одновременно с π и K , тогда как η' остаётся массивным. Этот механизм обеспечивает решение проблемы $U_A(1)$ в доменной модели, аналогичное модели инстантонной жидкости. Схема одновременного разрешения $U_A(1)$ и сильной CP -проблемы в терминах кварковых собственных мод изложена в работах [48; 59] в приближении сферических доменов.

Результаты расчётов масс лёгких, тяжёло-лёгких мезонов, тяжёлых кваркониюв и их первых двух радиальных возбуждений приведены в таблицах 3.1, 3.2 и 3.4. Общая погрешность результатов меньше 15%, исключая $\pi(1800)$, где погрешность увеличивается до 17%.

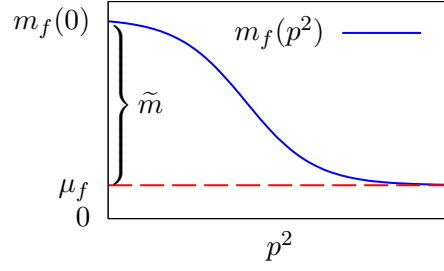


Рис. 3.3. Схематическое изображение вклада конденсатной \tilde{m} и токовой μ_f частей в конституентную массу кварка $m_f(0)$.

Таблица 3.4. Массы тяжёлых кваркониев

Мезон	n	$M_{\text{exp}}[117]$ (МэВ)	M (МэВ)	h
$\eta_c(1S)$	0	2981	2751	9.95
$\eta_c(2S)$	1	3639	3620	3.45
η_c	2		3882	3.29
$J/\psi(1S)$	0	3097	3097	4.87
$\psi(2S)$	1	3686	3665	2.12
$\psi(3770)$	2	3773	3810	2.27
$\Upsilon(1S)$	0	9460	9460	10.6
$\Upsilon(2S)$	1	10023	10102	3.94
$\Upsilon(3S)$	2	10355	10249	2.48

3.2. Переходные константы $V \rightarrow \gamma$

Амплитуда распада векторного мезона на лептонную пару определяется формулой

$$A_{V(p) \rightarrow \bar{l}(q)l(p+q)} = \varepsilon^\mu(p) \mathcal{M}^{\mu\nu} \bar{l}(q) \gamma^\nu l(p+q),$$

где ε^μ — поляризация векторного мезона. В $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ дают вклад две диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mu\nu}(p) &= \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(a)}(p) + \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(b)}(p) \\ &= Ch_V \left(\left[I_{\perp}^{(a)}(p^2) + I_{\perp}^{(b)}(p^2) \right] (\delta_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu) + \left[I_{\parallel}^{(a)}(p^2) + I_{\parallel}^{(b)}(p^2) \right] p_\mu p_\nu \right), \\ g_{V\gamma} &= Ch_V \left[I_{\perp}^{(a)}(-M_V^2) + I_{\perp}^{(b)}(-M_V^2) \right], \end{aligned}$$

которые изображены на рисунке 3.4. Константа C зависит от кваркового состава мезона и зарядов кварков:

Мезон	ρ	ω	ϕ	J/ψ	Υ
C	$1/\sqrt{2}$	$1/3\sqrt{2}$	$1/3$	$2/3$	$1/3$

Как можно увидеть из формулы (A.2), точная форма мезон-кварковой вершины не важна для $U(1)$ -калибровочной инвариантности. Поэтому можно использовать регуляризацию

$$F_{n0}^\varepsilon = \int_\varepsilon^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \exp \left[t \left(\frac{\overleftrightarrow{\mathcal{D}}}{\Lambda} \right)^2 \right].$$

Регуляризованный вклад первой диаграммы 3.4А записывается в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(a)} &= Ch_V \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'0}(p^2) \int dB \int \frac{d^4 p'}{2\pi^4} \int d^4 x e^{ipx} \int d^4 y e^{ip'y} \text{Tr} S(y, x) V^{n'}(x) S(x, y) \gamma_\mu \\ &= Ch_V \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'0}(p^2) \text{Tr}_v \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_\varepsilon^1 dt \left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} \\ &\quad \times t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \frac{1}{\Phi_1^2} [\delta_{\mu\nu} \Phi_2 - p_\mu p_\nu \Phi_3] \exp \left(-\frac{p^2}{4v\Lambda^2} \Phi_4 \right), \\ \Phi_1 &= s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)tv, \\ \Phi_2 &= -\frac{4m_q^2(1-s_1^2 s_2^2)}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)} + \frac{4p^2(s_1 s_2(3-s_1 s_2) + (s_1 + s_2)(3-s_1 s_2)tv + 3(1-s_1^2 s_2^2)t^2 v^2)}{3(s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)tv)^2} \\ &\quad - \frac{8v(1-s_1^2 s_2^2)}{s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)tv}, \\ \Phi_3 &= \frac{8s_1 s_2(3 + s_1 s_2) + 8(s_1 + s_2)(3 + s_1 s_2)tv + 24(1-s_1^2 s_2^2)t^2 v^2}{3(s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)tv)^2}, \quad \Phi_4 = \frac{2s_1 s_2 + (s_1 + s_2)tv}{s_1 + s_2 + 2(1 + s_1 s_2)tv}. \end{aligned}$$

Здесь $\mathcal{O}_{nn'}$ — матрица, диагонализующая поляризационный оператор $\tilde{\Pi}_P^{nn'}$ рассматриваемого мезона.

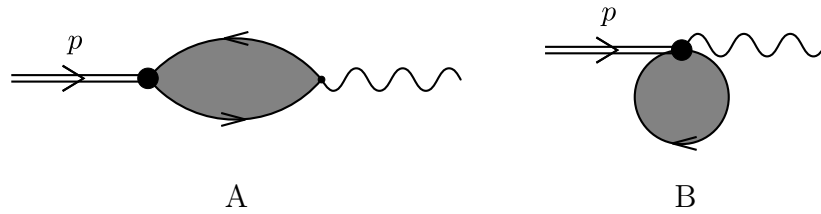


Рис. 3.4. Диаграммы, дающие вклад в $g_V \gamma$.

Вклад второй диаграммы, изображённой на рисунке 3.4В, дается формулой

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(b)} &= Ch_V \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'0}(p^2) \int dB \text{Tr} S(x, x) V_A^{n'}(x) \gamma_\mu \\ &= Ch_V \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'0}(p^2) \text{Tr}_v \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds \int_0^1 d\tau \int_\varepsilon^1 dt \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m_f^2/4v\Lambda^2} \\ &\quad \times t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \frac{1}{\Phi_5^2} [\delta_{\mu\nu} \Phi_6 - p_\mu p_\nu \Phi_7] \exp \left(-\frac{p^2}{4v} \Phi_8 \right), \end{aligned}$$

$$\Phi_5 = s + 2tv, \quad \Phi_6 = \frac{8tv}{s + 2tv} = 2 - \frac{2s - 4tv}{s + 2tv}, \quad \Phi_7 = 4st^2\tau^2v, \quad \Phi_8 = \frac{st\tau^2v}{s + 2tv}.$$

Формфакторы $I_{\perp}^{(a)}$ и $I_{\perp}^{(b)}$ содержат сокращающие друг друга расходимости, так что сумма $I_{\perp}^{(a)} + I_{\perp}^{(b)}$ конечна после снятия регуляризации $\varepsilon \rightarrow 0$. Продемонстрируем это для основного состояния $n = 0$:

$$\begin{aligned} I_{\perp}^{(a)} + I_{\perp}^{(b)} = & \left(I_{\perp}^{(a)} + \text{Tr}_v \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{8v}{(s_1 + s_2 + 2vt_1)^3} \right) + \\ & \left(I_{\perp}^{(b)} - \text{Tr}_v \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \left[\frac{2}{(s + 2vt)^2} - \frac{2s - 4vt}{(s + 2vt)^3} \right] \right) + \\ & \text{Tr}_v \left[-\frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{8v}{(s_1 + s_2 + 2vt_1)^3} + \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{2}{(s + 2vt)^2} \right] \\ & - \text{Tr}_v \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{2s - 4vt}{(s + 2vt)^3}. \quad (3.11) \end{aligned}$$

Выражения в круглых скобках остаются конечными при снятии регуляризации. Выражение в квадратных скобках преобразуется к виду

$$\begin{aligned} -\frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{8v}{(s_1 + s_2 + 2vt_1)^3} + \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{2}{(s + 2vt)^2} = \\ \frac{v}{4\pi^2} \left(\frac{1}{2v} \ln \frac{\varepsilon(1 + 2v)^2(1 + \varepsilon v)}{(1 + v)(1 + 2\varepsilon v)^2} - \frac{1}{2v} \ln \frac{\varepsilon(1 + 2v)}{1 + 2\varepsilon v} \right) = \\ \frac{1}{8\pi^2} \ln \frac{(1 + 2v)(1 + \varepsilon v)}{(1 + v)(1 + 2\varepsilon v)} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{8\pi^2} \ln \frac{1 + 2v}{1 + v}. \end{aligned}$$

Слагаемое в последней строке формулы (3.11) при $\varepsilon \rightarrow 0$ ведёт себя как

$$-\text{Tr}_v \frac{v}{8\pi^2} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_{\varepsilon}^1 dt \frac{2s - 4vt}{(s + 2vt)^3} = \frac{v}{4\pi^2} \frac{1 - \varepsilon}{(1 + 2v)(1 + 2\varepsilon v)} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{v}{4\pi^2} \frac{1}{1 + 2v}.$$

Выполнение условия

$$I_{\parallel}^{(a)} + I_{\parallel}^{(b)} = 0,$$

которое является следствием калибровочной инвариантности, проверено численно.

Результаты вычисления переходных констант приведены в таблице 3.5. Хотя массы ρ и ω равны, их переходные константы отличаются из-за разного изоспина (разная константа C). Переходные константы для тяжёлых кваркониев оказываются заниженными. Хотя причина этого в полной мере не ясна, возможно, необходимо учитывать большее число радиальных возбуждений N для тяжёлых кваркониев.

3.3. Константы лептонных распадов

Константа лептонного распада определяется следующим образом:

$$M(P_n \rightarrow l\bar{\nu}) = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \mathcal{K} F_n(p^2) \Phi_P(k) k_{\mu} \bar{l}(k') \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) \nu(k + k'),$$

Таблица 3.5. Константы лептонных распадов и переходные константы различных мезонов.

Мезон	n	f_P^{exp} (МэВ)	f_P (МэВ)	Мезон	n	$g_{V\gamma}$ [117]	$g_{V\gamma}$
π	0	130 [117]	140	ρ	0	0.2	0.2
$\pi(1300)$	1		29	ρ	1		0.053
K	0	156 [117]	175	ω	0	0.059	0.067
$K(1460)$	1		27	ω	1		0.018
D	0	205 [117]	212	ϕ	0	0.074	0.071
D	1		51	ϕ	1		0.02
D_s	0	258 [117]	274	J/ψ	0	0.09	0.06
D_s	1		57	J/ψ	1		0.015
B	0	191 [117]	187	Υ	0	0.025	0.014
B	1		55	Υ	1		0.0019
B_s	0	253 [120]	248				
B_s	1		68				
B_c	0	489 [120]	434				
B_c	1		135				

$$f_{P_n} = F_n(-M_n^2).$$

Здесь \mathcal{K} — элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава, соответствующий рассматриваемому мезону.

Вклад в константу лептонного распада F_n из диаграмм А и В, изображённых на рисунке 3.5, даётся формулами

$$F_n^{(a)}(p^2) = h_{P_n} \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'n}(p^2) \int dB \int \frac{d^4 p'}{2\pi^4} \int d^4 x e^{ipx} \int d^4 y e^{ip'y} \text{Tr} S_f(y, x) V^{n'}(x) S_{f'}(x, y) \gamma_\mu (1 - \gamma_5),$$

$$F_n^{(b)}(p^2) = h_{P_n} \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'n}(p^2) \int dB \frac{1}{\mathcal{K}} \sum_f \text{Tr} S_f(x, x) V_{Wff}^{n'}(x).$$

После стандартных вычислений получаем выражение для f_{P_n}

$$f_{P_n} = h_{P_n} \sum_{n'} \mathcal{O}_{n'n}(-M_n^2) \frac{1}{4\pi^2} \left\{ \text{Tr}_v \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dt ds_1 ds_2 \left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right)^{m_{f_1}^2/4v\Lambda^2} \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right)^{m_{f_2}^2/4v\Lambda^2} \right.$$

$$\times t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \frac{1+s_1 s_2}{(s_1+s_2+2(1+s_1 s_2)tv)^3} \left(m_{f_1} \frac{s_1+2tv(1-\xi_1(1+s_1^2))}{1-s_1^2} \right.$$

$$\left. + m_{f_2} \frac{s_2+2tv(1-\xi_2(1+s_2^2))}{1-s_2^2} \right) \exp \left(\frac{M_{P_n}^2}{2v\Lambda^2} \frac{s_1 s_2 + 2(\xi_1^2 s_1 + \xi_2^2 s_2)tv}{s_1+s_2+2(1+s_1 s_2)tv} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& -2\xi_1 m_{f_1} \text{Tr}_v \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 ds dt d\tau \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m_{f_1}^2/4v\Lambda^2} t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \frac{vst\tau}{(s+2vt)^3} \exp\left(\frac{M_{Pn}^2 \xi_1^2 st\tau^2}{\Lambda^2 (s+2vt)} \right) \\
& -2\xi_2 m_{f_2} \text{Tr}_v \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 ds dt d\tau \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{m_{f_2}^2/4v\Lambda^2} t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \frac{vst\tau}{(s+2vt)^3} \exp\left(\frac{M_{Pn}^2 \xi_2^2 st\tau^2}{\Lambda^2 (s+2vt)} \right) \Bigg\}. \quad (3.12)
\end{aligned}$$

Результаты вычисления констант лептонных распадов приведены в таблице 3.5. В согласии с аргументами, основанными на механизме спонтанного нарушения киральной симметрии [121] и расчётами с помощью правил сумм [122; 123], константы распада возбуждённых состояний октета мезонов значительно меньше, чем константы распада их основных состояний.

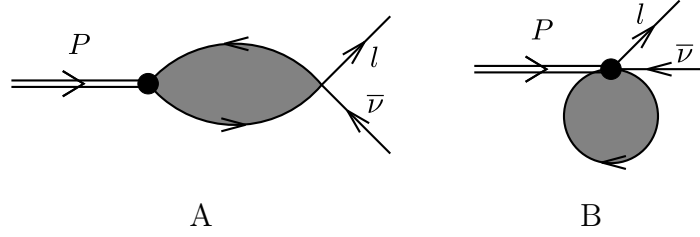


Рис. 3.5. Диаграммы, дающие вклад в f_P .

3.4. Выводы

Операторы Дирака и Клейна-Гордона в присутствии фонового абелева (анти)самодуального поля содержат четырёхмерный гармонический осциллятор, роль которого для описания спектра возбуждённых мезонов отмечена Фейнманом [62]. Гармонический осциллятор также заложен в модели AdS/QCD с мягкой стенкой [84]. С технической точки зрения физика конформного фазового пространства, связанная с осциллятором, выражается в гауссовых экспонентах в пропагаторах и в вершинах мезон-кварковых взаимодействий. Гауссовы экспоненты возникают из-за абелевых (анти)самодуальных полей и определяют эквидистантный характер спектра мезонов, рассчитанный из уравнения (3.2) (см. также изложение нелокальной версии модели Кутковского [124; 125]).

В предыдущих оценках [58; 59] недиагональные элементы квадратичной части действия не учитывались. Диагонализация приводит к некоторому изменению величины параметров (см. рисунок 3.2), но качественно не меняет результатов доменной модели для основного состояния мезонов. Параметры модели определяются с помощью фита по массам $\pi, \rho, K, K^*, \eta', J/\psi, \Upsilon$. Все остальные массы и константы распадов вычисляются непосредственно и без подстройки параметров. В частности, для вычисления масс лёгких, тяжёло-лёгких мезонов и тяжёлых кваркониев используется одна сильная константа связи. Диагонализация по радиальному квантовому числу и реализация киральной симметрии оказываются

ключевыми факторами для описания констант лептонных распадов радиально возбуждённых мезонов. В низшем (древесном) приближении общая точность подхода лежит в пределах 15% (за исключением $g_{V\gamma}$ для тяжёлых кваркониев и массы $\pi(1800)$).

Инвариантность эффективного мезонного действия относительно калибровочных преобразований фонового поля и её влияние на $F_{P\gamma^*\gamma}$ и g_{VPP}

4.1. Введение

Полученные коллаборацией ВаВаг данные [126] о переходном электромагнитном формфакторе пиона $F_{\pi\gamma^*\gamma}$ свидетельствуют о росте величины $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ при большой виртуальности Q^2 , что несовместимо с предсказанием теорем факторизации, известным как предел Бродского-Лепажжа [127]

$$F_{\pi\gamma^*\gamma} \sim \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3Q^2} \int_0^1 dx \frac{\phi_\pi^{\text{as}}(x)}{x} = \frac{\sqrt{2}f_\pi}{Q^2}, \quad \phi_\pi^{\text{as}}(x) = 6x(1-x). \quad (4.1)$$

Здесь $f_\pi = 131$ МэВ, а $\phi_\pi^{\text{as}}(x)$ — асимптотика амплитуды распределения пиона при больших Q^2 . Результаты эксперимента коллаборации Belle [128] показывают качественно отличающееся от результатов ВаВаг поведение при больших импульсах, но всё же не исключают, что предел (4.1) может быть превышен. Эти эксперименты мотивировали активные теоретические исследования переходного электромагнитного формфактора пиона $F_{\pi\gamma^*\gamma}$ и факторизации в КХД в эксклюзивных адронных процессах. Переходные формфакторы исследовались с помощью правил сумм на световом конусе [129–131], аномальных правил сумм [132; 133], локально дуальных правил сумм [134], в основанном на теореме k_T -факторизации пертурбативном подходе [135; 136], с помощью дисперсионных соотношений [137], голографической КХД на световом конусе [113; 138–140], уравнений Дайсона-Швингера [141], нелокальных киральных кварковых моделей [142–145], кварковой модели на световом конусе [146], модели векторной доминантности и её модификациях [147; 148], эффективной киральной теории с резонансами [149], модели инстантонной жидкости [150]. Вклад аномалии Адлера-Белла-Джакива в процесс $\pi^0 \rightarrow \gamma^*\gamma$ исследовался в работе [151].

Расхождение между ограничением (4.1) и данными ВаВаг вызвало дискуссию о корректности последних [130; 141]. Результаты исследований указывают, что поправки от операторного разложения и поправки более высоких порядков по α_s в (4.1) слишком малы для того, чтобы объяснить данные коллаборации ВаВаг. Поэтому необходимо также рассматривать нелокальные либо не получаемые из локального операторного разложения вклады, которые

могут возникать из нелокальных конденсатов, инстантонов и коротких струн [132]. Также рост $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ при больших Q^2 может быть описан с помощью «плоской» (не равной нулю в точках $x = 0$ и $x = 1$) амплитуды распределения [152–154].

Данная глава посвящена изучению переходных электромагнитных формфакторов псевдоскалярных мезонов, констант сильных распадов векторных мезонов g_{VPP} и влияния на них вакуумного доменно структурированного поля в рамках доменной модели вакуума КХД. Самая важная для этих явлений особенность доменной модели — инвариантность эффективного мезонного действия (1.21) по отношению к калибровочным преобразованиям вакуумного поля. Пропагатор кварков в вакуумном поле и зависящие от ковариантных производных нелокальные мезон-кварковые вершины трансляционно инвариантны лишь с точностью до калибровочного преобразования. Как следствие, энергия-импульс сохраняется только во всей диаграмме, описывающей взаимодействие мезонов, лептонов и фотонов, но не сохраняется в каждой вершине отдельно. Усреднение диаграмм по вакуумному полю приводит к появлению вкладов, обычно отсутствующих в моделях адронизации, опирающихся на глобальную калибровочную инвариантность. Показано, что типичные для доменной модели вакуумные глюонные поля не вызывают роста $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ при больших Q^2 , и асимптотически формфактор пиона ведёт себя как

$$F_{\pi\gamma^*\gamma} \sim \kappa_{\gamma^*\gamma} \frac{\sqrt{2}f_\pi}{Q^2}, \quad \kappa_{\gamma^*\gamma} = 1, 2, 3. \quad (4.2)$$

То есть $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ приближается к константе в согласии с предсказанием теорем факторизации, но величина константы $\kappa_{\gamma^*\gamma}$ существенно отличается от единицы. Однако вычисленная в модели асимптотика формфактора в симметричной кинематике (два фотона с одинаковой виртуальностью Q^2)

$$F_{\pi\gamma^*\gamma^*} \sim \kappa_{\gamma^*\gamma^*} \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3Q^2}, \quad \kappa_{\gamma^*\gamma^*} = 1, \quad (4.3)$$

воспроизводит предсказание теорем факторизации

$$F_{\pi\gamma^*\gamma^*} \sim \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3Q^2} \int_0^1 dx \phi_\pi^{\text{as}}(x) = \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3Q^2}.$$

Отклонение константы $\kappa_{\gamma^*\gamma}$ от единицы возникает из уже упомянутого несохранения энергии-импульса в каждой вершине диаграммы. В симметричной кинематике этот эффект подавлен и не влияет на асимптотическое поведение формфактора. Такое отличие кинематических режимов выглядит естественно в свете того, что факторизация в КХД строго применима только в симметричной кинематике, то есть при большой виртуальности обоих фотонов [130; 155].

Инвариантность амплитуд по отношению к калибровочным преобразованиям фонового глюонного поля оказывается критически важной для описания констант сильных распадов

векторных мезонов. Ограничение локальной инвариантности до глобальной приводит к сильно отличающимся от экспериментальных константам распада g_{VPP} . Этим можно объяснить, почему в моделях типа Намбу-Йона-Лазинио [156; 157] константа распада $g_{\rho\pi\pi}$ сильно недооценена.

4.2. Переходные формфакторы и константы распада в два фотона

Слабые и электромагнитные взаимодействия могут быть введены в эффективное мезонное действие калибровочно-инвариантным образом. При этом появятся два типа взаимодействий — стандартное взаимодействие с локальным током и взаимодействие с нелокальной мезон-кварковой вершиной. Способ получения взаимодействий второго типа приведён в приложениях А и Б. Диаграммное изображение взаимодействия мезона с двумя фотонами в низшем порядке по мезон-кварковой константе связи приведено на рисунке 4.1. Взаимодействия фотона с нелокальными вершинами содержатся в диаграммах С и D. Однако непо-

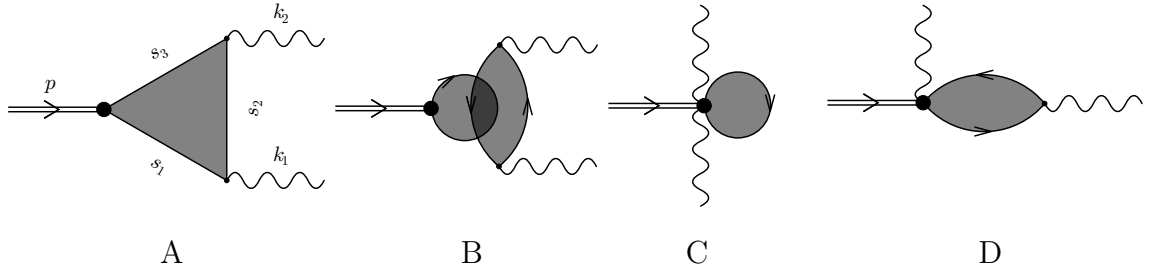


Рис. 4.1. Диаграммы, потенциально дающие вклад в переходный формфактор. В используемом приближении вклад даёт только диаграмма А.

средственное вычисление показывает, что вклад диаграмм С и D исчезает. Две оставшиеся диаграммы включают только локальные взаимодействия фотонов с кварковыми токами. Причём диаграмма В непосредственно включает корреляции в вакуумном глюонном поле. Эта диаграмма аналогична вкладу в модели инстантонной жидкости, рассмотренному в работе [150]. Вклад в формфакторы π и η от диаграммы В присутствует только при нарушенной флейворной симметрии $SU_F(3)$ ($m_{u/d} \neq m_s$). Поэтому можно ожидать, что η' и η_c более чувствительны к корреляциям вакуумного поля, учитываемым в диаграмме В. Подробнее это будет описано после вычисления вклада диаграммы А. Её вклад во взаимодействие мезона $\phi^{aP00}(x)$ с двумя фотонами $A_\mu(y)$, $A_\nu(z)$ описывается формулой

$$T_{\mu\nu}^{an}(x, y, z) = h_{aP0n} \sum_{n', f} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \text{Tr} \int dB e_f^2 \mathcal{M}_{ff}^b \mathcal{C}_{n'0} F_{n'0}(x) i\gamma_5 S_f(x, y) \gamma_\mu S_f(y, z) \gamma_\nu S_f(z, x). \quad (4.4)$$

Здесь f — флейворный индекс, a — индекс флейворного мультиплетта, Tr обозначает след по цветовым и спинорным индексам. Радиальное квантовое число n начинается с нуля. Ме-

зон-кварковая константа h_{aP00} определяется формулой (3.3). Коэффициенты $\mathcal{O}_{nn'}^{ab}$ описывают преобразование от вспомогательных полей Φ_n^b к физическим мезонным полям ϕ_n^a и осуществляют то же преобразование с вершинами взаимодействий соответствующих полей. Коэффициенты зависят от импульса (см. формулу (1.23)), здесь же они взяты на массовой оболочке мезона с квантовыми числами $aP0n$. Коэффициенты $\mathcal{O}_{nn'}^{ab}$ и массы вычисляются самосогласованно при диагонализации квадратичной части действия (1.23) и решении уравнения (3.2). Для η и η' коэффициенты \mathcal{O}_{0n}^{ab} описывают смешивание не только вершин F_{n0} , но и компонент η^0 и η^8 (см. таблицу 4.1). В импульсном представлении вклад (4.4) имеет следующую структуру:

$$T_{\mu\nu}^{an}(p^2, k_1^2, k_2^2) = ie^2 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2) \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta} T^{an}(p^2, k_1^2, k_2^2). \quad (4.5)$$

Таблица 4.1. Элементы матрицы смешивания $\mathcal{O}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}$ для π , η , η' и η_c . Для π и η_c матрица $\mathcal{O}_n^{\pi/\eta_c} \equiv \mathcal{O}_{0n}^{\pi/\eta_c}(-M_{\pi/\eta_c}^2)$ описывает вес вершин (1.19) с разным радиальным квантовым числом n в мезон-кварковом взаимодействии. Для η и η' смешивание октетной и синглетной компонент ($a = 0, 8$) учитывается одновременно со смешиванием состояний с разным n .

meson	a	\mathcal{O}_0	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_4	\mathcal{O}_5	\mathcal{O}_6
π	–	0.7595	-0.4510	0.3067	-0.2294	0.1826	-0.1515	0.1293
η_c	–	0.6225	-0.47789	0.3788	-0.3079	0.2554	-0.2155	0.1846
η	0	0.244	-0.1437	0.1036	-0.0812	0.0662	-0.0553	0.0471
	8	-0.6724	0.4495	-0.3189	0.2406	-0.191	0.1574	-0.1334
η'	0	+0.0139	-0.5106	0.4346	-0.2968	0.198	-0.1388	0.1049
	8	-0.6140	-0.0201	0.0985	-0.0664	0.0312	-0.0096	-0.0013

Таблица 4.2. Константы распада псевдоскалярных мезонов в два фотона.

Мезон	$g_{P\gamma\gamma}^{\text{exp}}, \text{ GeV}^{-1}$ [117]	$g_{P\gamma\gamma}, \text{ GeV}^{-1}$
π^0	0.274	0.272
η	0.274	0.267
η'	0.344	0.44
η_c	0.067	0.055

Далее используются безразмерные обозначения для масс и импульсов $p^2 \equiv p^2/\Lambda^2$, $k_1^2 \equiv k_1^2/\Lambda^2$, $k_2^2 \equiv k_2^2/\Lambda^2$, $m_f \equiv m_f/\Lambda$. Используя выражения (1.15) для пропагаторов кварков

и (1.19) для мезон-кварковых вершин, получаем

$$\begin{aligned}
T^{an}(p^2, k_1^2, k_2^2) &= \frac{h_{aP0n}}{16\pi^2\Lambda} \sum_{n',f,v} \frac{1}{vn'!} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{M}_{ff}^b q_f^2 m_f \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \\
&\times \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)(1-s_3^2)} \\
&\times \frac{1}{\phi^2} \left[\lambda_1 \frac{F_1}{\phi^2} + \lambda_2 \left(\frac{F_2}{\phi^2} + m_f^2 \frac{F_3}{\phi} - p^2 \frac{F_4}{\phi^3} + k_1^2 \frac{F_5}{\phi^3} + k_2^2 \frac{F_6}{\phi^3} \right) \right. \\
&\quad \left. + \lambda_3 \left[(p^2 - k_1^2 - k_2^2)^2 - 4k_1^2 k_2^2 \right] \frac{F_7}{\phi^4} \right] \\
&\times \exp \left\{ -k_1^2 \frac{\phi_{11}}{2v\phi} - k_2^2 \frac{\phi_{12}}{2v\phi} - p^2 \frac{\phi_1}{4v\phi} \right\}.
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Здесь q_f — электрический заряд кварка с ароматом f в единицах заряда электрона. Полиномы $\phi, \phi_1, \phi_{11}, \phi_{12}$ даются выражениями

$$\begin{aligned}
\phi &= s_1 + s_2 + s_3 + s_1 s_2 s_3 + 2vt(1 + s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3), \\
\phi_1 &= (s_1 - s_2 + s_3 - s_1 s_2 s_3) vt + 2s_1 s_3, \\
\phi_{11} &= s_2 [s_1 + tv(1 + s_1 s_3)], \quad \phi_{12} = s_2 [s_3 + tv(1 + s_1 s_3)].
\end{aligned}$$

Выражения для полиномов $F_i(s_1, s_2, s_3, t)$ приведены в приложении В.1.

Функции λ_i происходят из усреднения диаграммы по направлению вакуумного поля с помощью формулы (1.24). Перед усреднением выражение для диаграммы представляется в виде интеграла по переменным s_1, s_2, s_3 и t , и подынтегральное выражение содержит экспоненциальный фактор

$$\begin{aligned}
&\exp \{ i f_{\mu\nu} J_{\mu\nu} \}, \\
J_{\mu\nu} &= \frac{\phi_2(s_1, s_2, s_3, t)}{2v\phi(s_1, s_2, s_3, t)} (k_{1\mu} k_{2\nu} - k_{1\nu} k_{2\mu}), \quad \phi_2 = s_2 (s_1 s_3 + (s_1 + s_3) tv).
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Появление такого фактора — прямое следствие инвариантности эффективного мезонного действия по отношению к калибровочным преобразованиям фонового поля. Это свойство заключается в том, что мезон-кварковые вершины (1.19) зависят от ковариантных производных, а пропагатор кварков (1.16) содержит экспоненциальный фазовый фактор. Получающиеся в результате усреднения функции λ_i имеют вид

$$\begin{aligned}
\lambda_1(r) &= \frac{\sin r}{r}, \quad \lambda_2(r) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda_1(r), \quad \lambda_3(r) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda_2(r), \\
r &= \sqrt{2 \left(J_{\mu\nu} J_{\mu\nu} \pm J_{\mu\nu} \tilde{J}_{\mu\nu} \right)} = \frac{\phi_2}{v\phi} \sqrt{k_1^2 k_2^2 - (k_1 k_2)^2} = \frac{\phi_2}{2v\phi} \sqrt{4k_1^2 k_2^2 - (p^2 - k_1^2 - k_2^2)^2}.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

На массовой поверхности мезона $p^2 = -M^2$ аргумент становится мнимым, $r = i\rho$,

$$\rho = \frac{\phi_2}{2v\phi} \sqrt{M^4 + (k_1^2 - k_2^2)^2 + 2M^2(k_1^2 + k_2^2)}, \quad (4.9)$$

и функции λ_i переходят в

$$\lambda_1 = \frac{\sinh \rho}{\rho}, \quad \lambda_2 = -\frac{\cosh \rho}{\rho^2} + \frac{\sinh \rho}{\rho^3}, \quad \lambda_3 = \frac{\sinh \rho}{\rho^3} - 3\frac{\cosh \rho}{\rho^4} + 3\frac{\sinh \rho}{\rho^5}. \quad (4.10)$$

В отличие от экспоненты с функцией ϕ_1 в формуле (4.6), эти факторы выражают собой непертурбативное влияние конфайнмирующих глюонных полей на формфакторы.

Далее используется обозначение P для пары индексов (an) . Переходный формфактор мезона P в асимметричной кинематике определяется как

$$F_{P\gamma^*\gamma}(Q^2) = T_P(-M_P^2, Q^2, 0),$$

и в симметричной как

$$F_{P\gamma^*\gamma^*}(Q^2) = T_P(-M_P^2, Q^2, Q^2).$$

Ширина распада на пару фотонов выражается через константу распада $g_{P\gamma\gamma}$:

$$\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\pi}{4} \alpha^2 M_P^3 g_{P\gamma\gamma}^2, \quad g_{P\gamma\gamma} = T_P(-M_P^2, 0, 0). \quad (4.11)$$

Экспериментальные и вычисленные значения $g_{P\gamma\gamma}$ приведены в таблице 4.2. Результаты расчётов переходных формфакторов π , η , η' и η_c в сравнении с экспериментальными данными приведены на рисунках 4.3 и 4.4.

4.3. Асимптотика формфакторов $F_{P\gamma^*\gamma^{(*)}}$

Поведение функций λ_i при больших Q^2 зависит от рассматриваемого кинематического режима. Например, в симметричном ($k_1^2 = k_2^2 = Q^2$) и асимметричном ($k_1^2 = Q^2$, $k_2^2 = 0$) режимах

$$\begin{aligned} \rho_{\text{sym}} &= \frac{\phi_2}{2v\phi} \sqrt{M^4 + 4M^2 Q^2} \rightarrow \frac{\phi_2}{v\phi} M|Q| \text{ при } k_1^2 = k_2^2 = Q^2 \gg M^2, \\ \rho_{\text{asym}} &= \frac{\phi_2}{2v\phi} (M^2 + Q^2) \rightarrow \frac{\phi_2}{2v\phi} Q^2 \text{ при } k_2^2 = 0, k_1^2 = Q^2 \gg M^2. \end{aligned}$$

То есть функции λ_i растут экспоненциально с увеличением $|Q|$ в симметричном режиме и с увеличением Q^2 в асимметричном режиме.

Для изучения асимптотики формфактора (4.6) при $p^2 = -M^2$ достаточно рассмотреть интеграл

$$\begin{aligned}
I^{fn}(M^2, k_1^2, k_2^2) &= \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \exp \left\{ -\frac{k_1^2 \phi_{11} + k_2^2 \phi_{12}}{2v\phi} + \frac{M^2 \phi_1}{4v\phi} \right\} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{1}{\phi^2} \left[\lambda_1 \frac{F_1}{\phi^2} + \lambda_2 \left(\frac{F_2}{\phi^2} + m_f^2 \frac{F_3}{\phi} + M^2 \frac{F_4}{\phi^3} + k_1^2 \frac{F_5}{\phi^3} + k_2^2 \frac{F_6}{\phi^3} \right) + \lambda_3 \left[(M^2 + k_1^2 + k_2^2)^2 - 4k_1^2 k_2^2 \right] \frac{F_7}{\phi^4} \right]
\end{aligned} \tag{4.12}$$

при различных значениях импульсов k_1^2 и k_2^2 . Далее используются безразмерные обозначения $M \equiv M/\Lambda$. Функции λ_i (4.10) можно представить в виде

$$\lambda_1(\rho) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\kappa \exp \kappa \rho, \quad \lambda_2(\rho) = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\kappa (\kappa^2 - 1) \exp \kappa \rho, \quad \lambda_3(\rho) = \frac{1}{16} \int_{-1}^1 d\kappa (\kappa^2 - 1)^2 \exp \kappa \rho.$$

Интеграл (4.12) примет вид

$$\begin{aligned}
I^{fn}(M^2, k_1^2, k_2^2) &= \int_{-1}^1 d\kappa \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{k_1^2 \phi_{11} + k_2^2 \phi_{12}}{2v\phi} + \frac{M^2 \phi_1}{4v\phi} + \kappa \frac{\phi_2}{2v\phi} \sqrt{M^4 + (k_1^2 - k_2^2)^2 + 2M^2(k_1^2 + k_2^2)} \right\} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{1}{\phi^2} \left[\frac{F_1}{2\phi^2} + \frac{1}{4}(\kappa^2 - 1) \left(\frac{F_2}{\phi^2} + m_f^2 \frac{F_3}{\phi} + M^2 \frac{F_4}{\phi^3} + k_1^2 \frac{F_5}{\phi^3} + k_2^2 \frac{F_6}{\phi^3} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{16}(\kappa^2 - 1)^2 \left[(M^2 + k_1^2 + k_2^2)^2 - 4k_1^2 k_2^2 \right] \frac{F_7}{\phi^4} \right]. \tag{4.13}
\end{aligned}$$

Далее рассматриваются два кинематических режима.

4.3.1. Асимметричная кинематика: $k_1 = Q^2, k_2^2 = 0$

В этом случае интеграл принимает вид

$$\begin{aligned}
I^{fn}(M^2, Q^2, 0) &= \int_{-1}^1 d\kappa \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{Q^2 \phi_{11}}{2v\phi} + \frac{M^2 \phi_1}{4v\phi} + \kappa \frac{\phi_2}{2v\phi} (M^2 + Q^2) \right\} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{1}{\phi^2} \left[\frac{1}{2} \frac{F_1}{\phi^2} + \frac{1}{4}(\kappa^2 - 1) \left(\frac{F_2}{\phi^2} + m_f^2 \frac{F_3}{\phi} + M^2 \frac{F_4}{\phi^3} + Q^2 \frac{F_5}{\phi^3} \right) + \frac{1}{16}(\kappa^2 - 1)^2 (M^2 + Q^2)^2 \frac{F_7}{\phi^4} \right].
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Для изучения асимптотики при больших Q^2 удобно ввести полиномы

$$\chi_1 = s_1 + tv + s_1 s_3 tv, \quad \chi_2 = s_1 s_3 + (s_1 + s_3)tv,$$

$$\chi_3 = 2s_1s_3(1 + s_2\kappa) + tv(s_1 - s_2 + s_3 - s_1s_2s_3 + 2s_2\kappa(s_1 + s_3)),$$

чтобы представить выражение в экспоненте формулы (4.14) в следующем виде:

$$-\frac{Q^2\phi_{11}}{2v\phi} + \frac{M^2\phi_1}{4v\phi} + \kappa\frac{\phi_2}{2v\phi}(M^2 + Q^2) = -\frac{s_2(\chi_1 - \kappa\chi_2)}{2v\phi}Q^2 + \frac{\chi_3}{4v\phi}M^2.$$

Отсюда видно, что поведение интеграла (4.14) при больших Q^2 определяется малой окрестностью $s_2 = 0$. Это соответствует ультрафиолетовому режиму для трансляционно-инвариантной части H_f (1.16) кваркового пропагатора, соединяющего два фотона (см. рисунок 4.1). При больших импульсах H_f ведёт себя как свободный пропагатор, однако трансляционно-неинвариантная фаза в полном пропагаторе (1.15) может связывать поведение на больших и малых расстояниях в диаграмме А на рисунке 4.1, меняя асимптотику формфактора.

Оставляя только члены низшего порядка в разложении подынтегрального выражения возле $s_2 = 0$, находим лидирующую асимптотику интеграла

$$I^{fn}(-M^2, Q^2, 0) \sim \mathcal{I}_{\gamma^*\gamma}^{fn}/Q^2.$$

Не зависящий от Q^2 коэффициент $\mathcal{I}_{\gamma^*\gamma}^{fn}$ определяется выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\gamma^*\gamma}^{fn} = & \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_3 \int_{-1}^1 d\kappa \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{\frac{m_f^2}{4v}} \\ & \times \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_3^2)} \exp \left\{ M^2 \frac{\chi_3}{4v\phi} \right\} \\ & \times \frac{2v}{(\chi_1 - \kappa\chi_2)\phi} \left[\frac{1}{2} \frac{F_1}{\phi^2} + \frac{1}{4} (\kappa^2 - 1) \left(\frac{F_2}{\phi^2} + \frac{2v}{(\chi_1 - \kappa\chi_2)\phi^2} \frac{\partial F_5}{\partial s_2} \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{16} (\kappa^2 - 1)^2 \frac{4v^2}{(\chi_1 - \kappa\chi_2)^2\phi^2} \frac{\partial^2 F_7}{\partial s_2^2} \right] \Big|_{s_2=0}. \quad (4.15) \end{aligned}$$

Теперь по переменной κ можно проинтегрировать:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d\kappa \frac{1}{\chi_1 - \kappa\chi_2} &= \frac{1}{\chi_2} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2}, \\ \int_{-1}^1 d\kappa \frac{\kappa^2 - 1}{\chi_1 - \kappa\chi_2} &= -2 \frac{\chi_1}{\chi_2^2} + \frac{\chi_1^2}{\chi_2^3} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2} - \frac{1}{\chi_2} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2}, \\ \int_{-1}^1 d\kappa \frac{\kappa^2 - 1}{(\chi_1 - \kappa\chi_2)^2} &= \frac{4}{\chi_2^2} - 2 \frac{\chi_1}{\chi_2^3} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2}, \\ \int_{-1}^1 d\kappa \frac{(\kappa^2 - 1)^2}{(\chi_1 - \kappa\chi_2)^3} &= -12 \frac{\chi_1}{\chi_2^4} + 6 \frac{\chi_1^2}{\chi_2^5} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2} - \frac{2}{\chi_2^3} \ln \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2}, \\ \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1 - \chi_2} &= \frac{1 + s_3}{1 - s_3} \frac{s_1 + tv + s_1tv}{s_1 + tv - s_1tv}. \end{aligned}$$

Подставив это выражение в (4.13), выполняем численное интегрирование по оставшимся переменным. В результате получаем коэффициент $\kappa_{\gamma^*\gamma} = 1.23$ в формуле (4.2).

Если пренебречь эффектом вакуумного поля, убрав слагаемое $\kappa\chi_2$ из (4.15), то вычисление асимптотики приводит к значению $\varkappa_{\gamma^*\gamma} = 1.014$, что близко к пределу (4.1), предсказываемому факторизацией.

4.3.2. Симметричная кинематика: $k_2^2 = k_1^2 = Q^2$

Интеграл принимает вид

$$\begin{aligned}
I^{fn}(M^2, Q^2, Q^2) &= \int_{-1}^1 d\kappa \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \\
&\quad \times \exp \left\{ -\frac{\phi_{11} + \phi_{12}}{2v\phi} Q^2 + \frac{\phi_1}{4v\phi} M^2 + \kappa \frac{\phi_2}{2v\phi} \sqrt{M^4 + 4M^2 Q^2} \right\} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_2^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{1}{\phi^2} \left[\frac{1}{2} \frac{F_1}{\phi^2} + \frac{1}{4} (\kappa^2 - 1) \left(\frac{F_2}{\phi^2} + m_f^2 \frac{F_3}{\phi} + M^2 \frac{F_4}{\phi^3} + Q^2 \frac{F_5 + F_6}{\phi^3} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{16} (\kappa^2 - 1)^2 (M^4 + 4M^2 Q^2) \frac{F_7}{\phi^4} \right]. \quad (4.16)
\end{aligned}$$

При $Q^2 \gg M^2$ третье слагаемое в экспоненте (4.16) не даёт вклада в лидирующую асимптотику, так как оно линейно по $|Q|$. То есть фактор (4.7) не влияет на асимптотику, в чём и заключается главное различие между симметричным и асимметричным кинематическими режимами. Получаем

$$I^{fn}(-M^2, Q^2, Q^2) \sim \mathcal{I}_{\gamma^*\gamma^*}^{fn}/Q^2,$$

коэффициент $\mathcal{I}_{\gamma^*\gamma^*}^{fn}$ определяется формулой

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_{\gamma^*\gamma^*}^{fn} &= 2v \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{1}{\phi^4} \left[F_1 - \frac{1}{3} F_2 \right] \exp \left\{ M^2 \frac{\phi_1}{4v\phi} \right\} \Big|_{s_2=0}.
\end{aligned}$$

Используя выражения для полиномов F_1 , F_2 , ϕ и ϕ_1 при $s_2 = 0$, получаем

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}_{\gamma^*\gamma^*}^{fn} &= 8v \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{m_f^2/4v} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_3^2)} \\
&\quad \times \frac{(1+s_1 s_3)[(1-s_1 s_3)(s_1+s_3) + 2vt(1-s_1^2)(1-s_3^2)]}{(s_1+s_3+2vt(1+s_1 s_3))^3} \\
&\quad \times \exp \left\{ M^2 \frac{2s_1 s_3 + vt(s_1+s_3)}{4v(s_1+s_3+2vt(1+s_1 s_3))} \right\}.
\end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (4.6), находим

$$Q^2 F_{P_{an}\gamma^*\gamma^*}(Q^2) \sim \Lambda \frac{h_{aP0n}}{16\pi^2} \sum_{n',f,v} \frac{1}{v} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{M}_{ff}^b q_f^2 m_f \mathcal{I}_{\gamma^*\gamma^*}^{fn'}.$$

В частности, при $a = 3$ и $n = 0$, что соответствует пиону, получаем

$$Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma^*}(Q^2) \sim \frac{\sqrt{2}}{3} f_\pi$$

с константой

$$f_\pi = m \frac{h_\pi}{4\pi^2} \sum_{n,v} \mathcal{O}_{0n}^{33} \int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_3 \int_0^1 dt t^n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \left[\left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right) \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right) \right]^{\frac{m^2}{4v\Lambda^2}} \frac{1}{(1-s_1^2)(1-s_3^2)} \\ \times \frac{(1+s_1s_3)[(1-s_1s_3)(s_1+s_3) + 2vt(1-s_1^2)(1-s_3^2)]}{(s_1+s_3+2vt(1+s_1s_3))^3} \\ \times \exp \left\{ \frac{M^2}{4v\Lambda^2} \frac{2s_1s_3 + vt(s_1+s_3)}{(s_1+s_3+2vt(1+s_1s_3))} \right\}. \quad (4.17)$$

В последней формуле восстановлена размерность массы кварка m и пиона M . Константа f_π , определяемая формулой (4.17), совпадает с вкладом в константу лептонного распада (3.12) диаграммы А на рисунке 3.5.

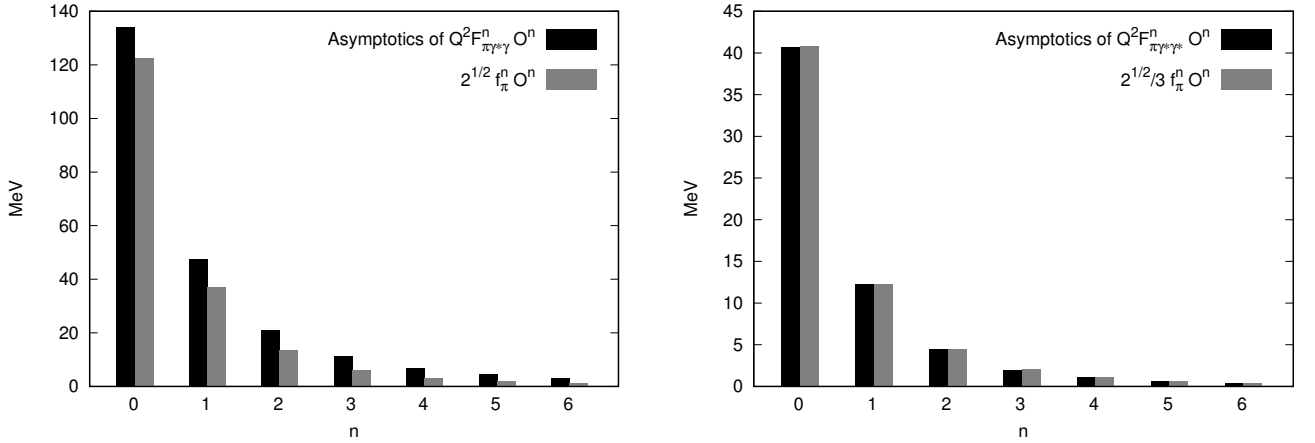


Рис. 4.2. Сравнение вкладов в $\sqrt{2}f_\pi$ и асимптотику $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ при больших Q^2 (левая иллюстрация) и асимптотику $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma^*}$ (правая иллюстрация) от мезон-кварковых вершин (1.19) с различными значениями радиального квантового числа n . O^n обозначает элементы \mathcal{O}_{0n}^{33} (приведены в таблице 4.1), соответствующие основному состоянию π^0 и диагонализующие квадратичную часть эффективного действия.

Таким образом, конфайнмирующие глюонные поля в модели не меняют форму асимптотического поведения формфакторов при больших Q^2 , но могут дать вклад в коэффициент при лидирующей асимптотике $1/Q^2$ из-за влияния фактора (4.7) (см. также рисунок 4.2). В симметричной кинематике, в согласии с результатами работ [142–144], такого вклада нет, и модель воспроизводит предел (4.3). В асимметричной кинематике такой вклад приводит к превышению над пределом (4.2) на примерно 23%, что, однако, не противоречит имеющимся экспериментальным данным. Пренебрегая вкладом вакуумных полей, взяв $\rho = 0$ в подынтегральном выражении (4.6), можно воспроизвести и предел (4.2).

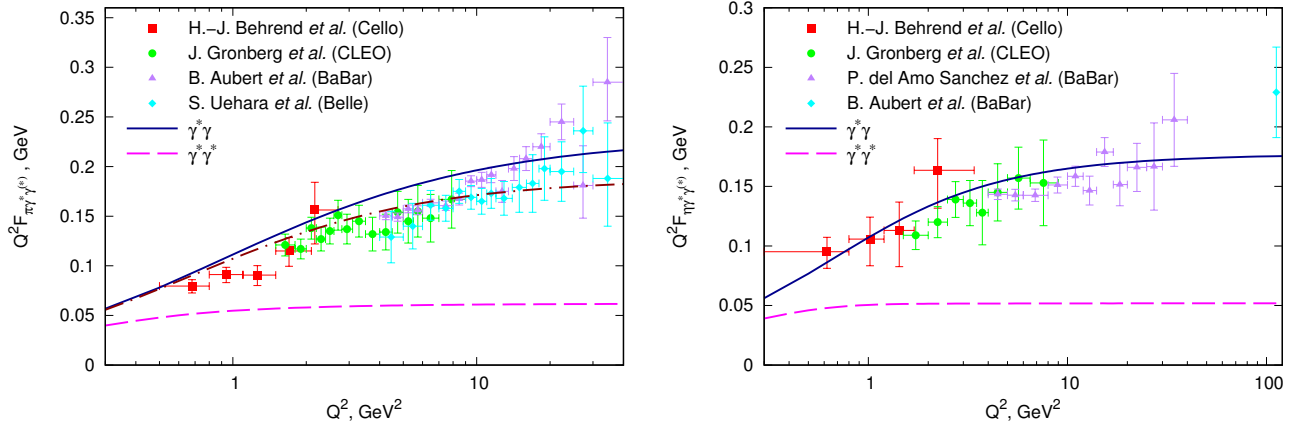


Рис. 4.3. Вклад треугольной диаграммы в переходные формфакторы π и η -мезонов в асимметричном и симметричном кинематических режимах. Экспериментальные данные взяты из [126; 128; 158–160]. Штрих-пунктирной линией изображён результат расчёта, в котором не учтён вклад вакуумного поля в виде функций λ_i (см. приложение 4.3).

В рамках используемого подхода удаётся описать также формфактор η . Полученные результаты, включающие также массы, константы лептонных распадов и переходные константы различных мезонов, константы распада векторных мезонов укладываются в самосогласованную схему. Однако расчёт формфакторов η' и η_c показывает, что учёт неоднородности вакуумного ансамбля необходимо усовершенствовать.

4.4. Сильные распады векторных мезонов

В предыдущем разделе раскрыта важная для описания формфакторов роль конфаймирующих глюонных полей модели и связанной с ними калибровочной инвариантности эффективного квантового действия. Рассмотрение констант распада векторных мезонов также указывает на особую роль таких глюонных полей.

Амплитуда распада векторного мезона на пару псевдоскалярных мезонов (см. рисунок 4.6) содержит два формфактора

$$A_\mu = 2q_\mu A_1(p^2, q^2, pq) + p_\mu A_2(p^2, q^2, pq).$$

Здесь p_μ — импульс распадающегося мезона, $q_\mu = k_{1\mu} - k_{2\mu}$ — относительный импульс мезонов в конечном состоянии. Константа распада определяется как

$$g_{VPP} = A_1(p^2, q^2, pq), \quad p^2 = -M_1^2, \quad k_1^2 = -M_2^2, \quad k_2^2 = -M_3^2.$$

Изображённая на рисунке 4.6 диаграмма, соответствующая амплитуде A_μ , приводит к выра-

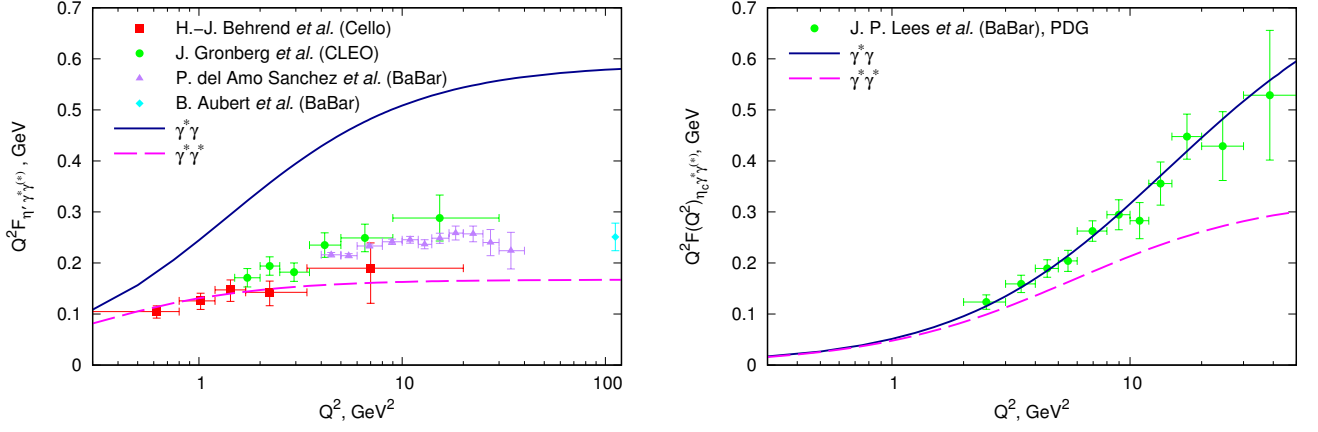


Рис. 4.4. Вклад треугольной диаграммы в переходный формфактор η' (левая иллюстрация) и η_c (правая иллюстрация) в симметричном и асимметричном кинематических режимах. Экспериментальные данные взяты из [126; 158–160].

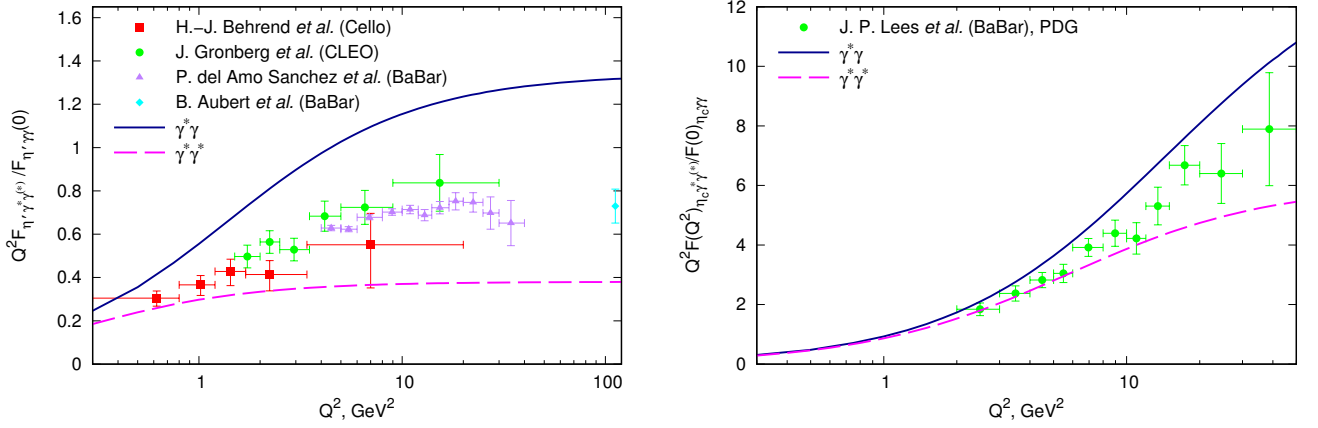


Рис. 4.5. Вклад треугольной диаграммы в переходный формфактор η' и η_c , нормированный в $Q^2 = 0$. С такой нормировкой расхождение в константах распада компенсировано. Экспериментальные данные взяты из [126; 158–160] и [161] соответственно.

жению

$$A_{aV, bP, cP}^\mu(p, k_1, k_2) = h_{aV00} h_{bP00} h_{cP00} \sum_{n_1 n_2 n_3} \mathcal{O}_{0n_1}^a(p) \mathcal{O}_{0n_2}^b(k_1) \mathcal{O}_{0n_3}^c(k_2) \tilde{\Gamma}_{aVn_1, bPn_2, cPn_3}^\mu(p, k_1, k_2),$$

$$\Gamma_{aVn_1, bPn_2, cPn_3}^\mu(x, y, z) = \int dB \text{Tr} \gamma^\mu \mathcal{M}^a F_{n_1}(x) S(x, y) i\gamma_5 \mathcal{M}^b F_{n_2}(y) S(y, z) i\gamma_5 \mathcal{M}^c F_{n_3}(z) S(z, x).$$

Здесь явно выписаны индексы флейворных мультиплетов (a, b, c), и матрицы \mathcal{O} диагональны

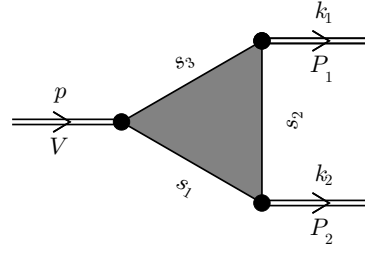


Рис. 4.6. Диаграмма, описывающая взаимодействие трёх мезонов. Серым цветом обозначено усреднение по вакуумному полю.

по этому индексу. Выражение для константы $g_{VP_1P_2}$ может быть структурно записано как

$$g_{VP_1P_2} = h_V h_{P_1} h_{P_2} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 ds_1 ds_2 ds_3 dt_1 dt_2 dt_3 \left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right)^{\frac{m_1^2}{4v}} \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right)^{\frac{m_2^2}{4v}} \left(\frac{1-s_3}{1+s_3} \right)^{\frac{m_3^2}{4v}} \\ \times \exp \left(\sum_{i=1}^3 \phi_i M_i^2 \right) \left[\lambda_1 + \lambda_1 \sum_{i=1}^3 F_{1i} M_i^2 + \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^3 F_{2i} M_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1,2,3 \\ i \leq j}} F_{3ij} M_i^2 M_j^2 \right) \right. \\ \left. + \lambda_3 \sum_{\substack{i,j,k=1,2,3 \\ i \leq j \leq k}} F_{4ijk} M_i^2 M_j^2 M_k^2 \right].$$

Здесь M_1 — масса векторного мезона, M_2 и M_3 — массы псевдоскалярных мезонов, ϕ и F — рациональные функции переменных s_i и t_i . Массы m_f соответствуют кварковому составу мезонов.

Функции $\lambda_i(\zeta)$ возникают в результате усреднения по конфигурациям фонового поля и определяются теми же формулами (4.8), что и для переходных формфакторов, только аргумент меняется на

$$\zeta = \psi \sqrt{(M_1^2 - M_2^2 - M_3^2)^2 - 4M_2^2 M_3^2}.$$

Здесь ψ — функция s_i и t_i , отличающаяся от (4.9).

Результаты расчётов приведены в таблице 4.3. Величина $g_{\omega\pi\pi}$ равна нулю тождественно из-за идеального смешивания ω и ϕ , а также изоспиновой симметрии $SU_F(2)$ ($m_u = m_d$). Если пренебречь трансляционно-неинвариантными фазовыми факторами в кварковых пропагаторах и зависимостью от вакуумного поля в мезон-кварковых вершинах (что означает замену локальной калибровочной инвариантности на глобальную), то аргумент функций λ_i обнуляется, и

$$\lambda_1(0) = 1, \quad \lambda_2(0) = -\frac{1}{3}, \quad \lambda_3(0) = \frac{1}{15}.$$

При этом результаты меняются кардинально, как можно видеть из четвёртого столбца в таблице 4.3. Сложность в одновременном описании масс мезонов и их констант сильных

распадов — известная проблема, причём обычно константа $g_{\rho\pi\pi}$ сильно занижена [156; 157].

Один из главных результатов этого раздела заключается в том, что калибровочная инвариантность эффективного мезонного действия чрезвычайно важна для согласованного описания масс и сильных констант распада g_{VPP} . Это наблюдение подкрепляет выводы предыдущего раздела, посвящённого переходным формфакторам $P \rightarrow \gamma^*\gamma$.

Таблица 4.3. Сильные константы распада $V \rightarrow PP$. Здесь g_{VPP} — результат полного расчёта с учётом калибровочной инвариантности, g_{VPP}^* — упрощённый расчёт лишь с глобальной инвариантностью эффективного мезонного действия.

Распад	g_{VPP}^{exp} [117]	g_{VPP}	g_{VPP}^*
$\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	5.95	7.61	1.14
$\omega \rightarrow \pi^+\pi^-$	0.17	0	0
$K^{*\pm} \rightarrow K^\pm\pi^0$	3.23	3.56	0.65
$K^{*\pm} \rightarrow K^0\pi^\pm$	4.57	5.03	0.91
$\varphi \rightarrow K^+K^-$	4.47	5.69	1.11
$D^{*\pm} \rightarrow D^0\pi^\pm$	8.41	7.94	16.31
$D^{*\pm} \rightarrow D^\pm\pi^0$	5.66	5.62	11.53

4.5. Выводы

Константы распада в два фотона для η_c и в особенности для η' сильно отличаются от экспериментальных данных, значительно уступая в точности результатам расчётов для π и η . На первый взгляд может показаться, что изображённый на рисунке 4.4 формфактор η_c удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Однако из рисунка 4.5 видно, что это результат взаимной компенсации ошибок в константе распада и в функциональной форме формфактора. Формфактор η' сильно отклоняется от эксперимента в обоих случаях.

Такое расхождение, особенно учитывая в целом небольшую систематическую погрешность применяемого подхода в описании широкого класса явлений в низкоэнергетической физике мезонов, наталкивает на мысль о том, что некий эффект остался неучтённым. В модели инстантонной жидкости известен вклад в переходный формфактор $F_{P\gamma^*\gamma}$, аналогичный диаграмме В на рисунке 4.1, который при некоторых условиях может быть весомым. Этот вклад подробно исследован в работе [150]. Показано, что при нарушенной флейворной симметрии $SU_F(2)$, то есть при разных токовых массах лёгких кварков, рассматриваемый

эффект значительно меняет поведение форм-фактора пиона при больших Q^2 . Эффект пропадает при точной флейворной симметрии $SU_F(2)$.

Этот подход можно распространить на все псевдоскалярные мезоны. Можно ожидать, что вклад диаграммы В на рисунке 4.1 в формфакторы η^8 и η^0 не равен нулю при нарушенной флейворной симметрии $SU_F(3)$. При точной симметрии $SU_F(3)$ вклад останется только для η^0 , для η^8 же он становится равным нулю, так как пропорционален следу матрицы Гелл-Манна на t^8 . То есть самый сильный эффект ожидается для η^0 , причём со знаком, противоположным вкладам в октетные состояния. Та же аргументация применима и к η_c .

В настоящем подходе физические мезоны η и η' вместе с радиальными возбуждениями получаются в результате смешивания основных и радиально возбуждённых состояний η^0 и η^8 , причём смешивание с η_c пренебрежимо мало. Физические мезонные поля диагонализуют квадратичную часть эффективного действия (1.21), коэффициенты смешивания приведены в таблице 4.1. Так как в смешивании участвуют не только синглетное и октетное состояния η^0 и η^8 , но и их радиальные возбуждения, то такую схему нельзя параметризовать двумя углами (подробнее см. [A1]). В смешивание дают вклад обе двухточечные диаграммы, изображённые на рисунке 1.12, причём вторая из них связана с конечным размером доменов. Хотя упрощённая схема учёта конечного размера доменов достаточна для описания масс η и η' , она всё же не позволяет вычислить потенциальный вклад диаграммы В на рисунке 4.1. Входящая туда поддиаграмма поляризации вакуума трансляционно инвариантна несмотря на присутствие трансляционно неинвариантных фаз в кварковых пропагаторах. В результате создаваемая вакуумным полем структура (4.5) полностью пропадает.

Заключаем, что в нынешнем рассмотрении эффект корреляций, заключённый в диаграмме В на рисунке 4.1, пропадает из-за используемых приближений: вместо кваркового пропагатора внутри домена используется пропагатор в бесконечном объёме. Это несоответствие можно устранить, выразив пропагатор через собственные моды кварков внутри домена, заполненного однородным абелевым (анти)самодуальным полем (для сферических доменов найдены аналитически в работе [162]).

Заключение

В работе исследовалась модель вакуума КХД, представленная почти всюду однородными абелевыми (анти)самодуальными полями. Также изучалась и модифицировалась модель конфайнмента и адронизации, основанная на таких вакуумных полях, сформулированная в работах [45; 57; 58].

В подходе к квантовому эффективному действию глюонного поля найдены решения уравнений для глюонного поля, интерполирующие между дискретными глобальными минимумами эффективного действия. Минимумы соответствуют разным вакуумным конфигурациям абелева (анти)самодуального глюонного поля, связанным друг с другом дискретными преобразованиями симметрии. На основе этих решений построен ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей как сеть доменных стенок [A2].

Найдены спектры и собственные моды кварков, глюонов и духов Фаддеева-Попова внутри домена с плоскими стенками и на самих доменных стенках. Собственные моды заряженных по цвету полей на доменных стенках соответствуют квазичастицам, характерным для режима деконфайнмента. На примере пересечения доменных стенок с цилиндрической симметрией (хромоманнитная трубка) показано, что существует критический размер области, занимаемый доменной стенкой, при котором глюонные квазичастичные моды становятся тахионными вследствие неустойчивости Нильсена-Олесена [A2].

Построено нелокальное эффективное мезонное действие, диагональное по радиальному квантовому числу. Действие включает электромагнитные и слабые взаимодействия, а также инвариантно относительно калибровочных преобразований фонового поля. Массы радиально возбуждённых мезонов, состоящих из u, d, s, c, b -кварков, константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов и электромагнитные переходные константы векторных мезонов (включая радиально возбуждённые), константы сильных распадов векторных мезонов g_{VPP} рассчитаны взаимно согласованным образом. Показано, что для корректного описания g_{VPP} критически важна инвариантность эффективного мезонного действия относительно калибровочных преобразований фонового поля [A1; A3].

Согласованно с массами и константами распадов рассчитаны переходные электромагнитные формфакторы $F_{P\gamma^*\gamma}$ и константы $g_{P\gamma\gamma}$. Показано, что $Q^2 F_{P\gamma^*\gamma}$ при асимптотически больших Q^2 приближается к константе, которая превышает предел Бродского-Лепажя, что обусловлено влиянием конфайнмирующих глюонных полей. В то же время стандартный факторизационный предел достигается для $Q^2 F_{P\gamma^*\gamma^*}$, так как конфайнмирующие абелевы (анти)самодуальные поля не дают вклада в асимптотику в этом кинематическом режиме.

Рассчитаны формфакторы η, η', η_c и проанализированы их особенности [A3].

Из изложенного следуют задачи для дальнейшего развития доменной модели. Представление вакуумного ансамбля в виде сети доменных стенок позволяет найти корреляции полей с использованием численных методов. В упрощённое рассмотрение главы 2 следует добавить взаимодействие квазичастиц с нейтральными глюонными модами, которые размоет одномерную структуру трубки с хромомагнитным полем и оставит лишь некоторую долю азимутальной асимметрии. Добавление конечной плотности и температуры в эту систему позволит исследовать её термодинамические свойства и роль в описании кварк-глюонной плазмы.

Приложение А

Включение $U(1)$ -калибровочного взаимодействия

Рассмотрим производящий функционал

$$Z = \int d\mathcal{B} D\bar{q} Dq \exp \left\{ - \iint d^4x d^4y \bar{q}_f(x) S_f^{-1}(x, y) q_f(y) + g^2 \sum_{aJ} C_J \iint d^4x d^4y D(y|\Lambda^2) J^{aJ}(x, y) J^{aJ}(x, y) \right\}.$$

Билокальные токи $J^{aJ}(x, y)$ определяются как

$$J^{aJ}(x, y) = \bar{q}_f(x + \xi y) M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \widehat{B}_\mu(z) \right] q_{f'}(x - \xi'y)$$

$$\xi = \frac{m_{f'}}{m_f + m_{f'}}, \quad \xi' = \frac{m_f}{m_f + m_{f'}}.$$

Чтобы сделать лагранжиан калибровочно инвариантным, производим замену

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ie_f A_\mu(x)$$

и добавляем выражение [163]

$$\exp \left[-ie_f \int_{x+\xi y}^x dz_\mu A_\mu(z) - ie_{f'} \int_x^{x-\xi'y} dz_\mu A_\mu(z) \right]$$

в билокальный ток $J^{aJ}(x, y)$. Ток принимает вид

$$J^{aJ}(x, y|A) = \bar{q}_f(x + \xi y) M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \widehat{B}_\mu(z) - ie_f \int_{x+\xi y}^x dz_\mu A_\mu(z) - ie_{f'} \int_x^{x-\xi'y} dz_\mu A_\mu(z) \right] q_{f'}(x - \xi'y).$$

Раскладывая ток $J^{aJ}(x, y|A)$ по степеням электрического заряда e , получаем

$$J^{aJ}(x, y|A) = J^{aJ}(x, y) \left(1 - ie_f \int_{x+\xi y}^x dz_\mu A_\mu(z) - ie_{f'} \int_x^{x-\xi'y} dz_\mu A_\mu(z) + \dots \right).$$

Интегрирование может осуществляться вдоль прямой:

$$i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \widehat{B}_\mu(z) = -\frac{i}{2} x_\mu \widehat{B}_{\mu\nu} y_\nu,$$

$$\int_a^b dz_\mu A_\mu(z) = \int_a^b dz_\mu \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) e^{ipz} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) \int_a^b dz_\mu e^{ipz},$$

$$\int_a^b dz_\mu e^{ipz} = \int_0^1 d\tau (b-a)_\mu e^{ip(a+\tau(b-a))} = e^{ipa} \int_0^1 d\tau \frac{1}{i\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} e^{ip\tau(b-a)},$$

$$\int_{x+\xi y}^x dz_\mu A_\mu(z) = - \int_x^{x+\xi y} dz_\mu A_\mu(z) = - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) e^{ipx} \int_0^1 d\tau \frac{1}{i\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} e^{ip\tau\xi y},$$

$$\int_x^{x-\xi'y} dz_\mu A_\mu(z) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) e^{ipx} \int_0^1 d\tau \frac{1}{i\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} e^{ip\tau(-\xi'y)}.$$

Теперь первый член разложения тока по степеням заряда можно записать в виде

$$J^{aJ}(x, y|A) = J^{aJ}(x, y) \left(1 + \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \tilde{A}_\mu(p) e^{ipx} \int_0^1 d\tau \frac{1}{i\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \left\{ ie_f e^{ip\tau\xi y} - ie_{f'} e^{ip\tau(-\xi'y)} \right\} + \dots \right). \quad (\text{A.1})$$

Такое представление позволяет проинтегрировать переменную y (см. [57]), получив мезон-фотон-кварковую вершину

$$V_A^{aJln}(x) = \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \left\{ e_f V^{aJln} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) + ip\tau\xi \right) - e_{f'} V^{aJln} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) - ip\tau\xi' \right) \right\}. \quad (\text{A.2})$$

Например, взаимодействие мезона в основном состоянии с кварковым током и фотоном описывается вершиной

$$V_A^{aJ00} = M_{ff'}^a \Gamma^J \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \int_0^1 dt \left\{ e_f \exp \left[\frac{t}{\Lambda^2} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}} + ip\tau\xi \right)^2 \right] - e_{f'} \exp \left[\frac{t}{\Lambda^2} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}} - ip\tau\xi' \right)^2 \right] \right\}.$$

Здесь p — импульс фотона.

Приложение Б

Включение $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -калибровочного взаимодействия

Кварковые поля

$$Q = (u, c, t, d, s, b)^T,$$

диагонализующие массовую матрицу и взаимодействие Хиггса, преобразуются как

$$Q^{\omega, \varepsilon} = \exp \begin{pmatrix} ig\omega^3 T_u^3 + ig'Y_L \varepsilon & igV \frac{\omega^1 - i\omega^2}{2} \\ igV^\dagger \frac{\omega^1 + i\omega^2}{2} & ig\omega^3 T_d^3 + ig'Y_L \varepsilon \end{pmatrix} Q_L + \exp \begin{pmatrix} ig'Q_u \varepsilon & 0 \\ 0 & ig'Q_d \varepsilon \end{pmatrix} Q_R$$

под действием группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$, где V — матрица Кабиббо-Кобаяши-Маскава. Используются следующие обозначения:

$$L = \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad R = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad t^a = \frac{\sigma^a}{2}, \quad Y_L = \frac{1}{6}, \quad Y_R = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_u & 0 \\ 0 & Q_d \end{pmatrix},$$

$$t^3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_u^3 & 0 \\ 0 & T_d^3 \end{pmatrix}, \quad t^3 + Y_L = \begin{pmatrix} Q_u & 0 \\ 0 & Q_d \end{pmatrix}.$$

Чтобы обеспечить калибровочную инвариантность лагранжиана, модифицируем бислокальный ток

$$J^{aJ}(x, y) = \bar{Q}_f(x + \xi y) M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi' y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right] Q_{f'}(x - \xi' y) =$$

$$(\bar{Q}_{fL}(x + \xi y) + \bar{Q}_{fR}(x + \xi y)) M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi' y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right]$$

$$\times (Q_{f'L}(x - \xi' y) + Q_{f'R}(x - \xi' y))$$

следующим образом:

$$J^{aJ}(x, y) \rightarrow$$

$$\left\{ \bar{Q}_L(x + \xi y) P \exp \left[\int_{x+\xi y}^x dz_\mu \begin{pmatrix} -ieQ_u A_\mu - ig \frac{T_u^3 - \sin^2 \theta_W Y_L}{\cos \theta_W} Z_\mu & -i \frac{g}{\sqrt{2}} V W_\mu^+ \\ -i \frac{g}{\sqrt{2}} V^\dagger W_\mu^- & -ieQ_d A_\mu - ig \frac{T_d^3 - \sin^2 \theta_W Y_L}{\cos \theta_W} Z_\mu \end{pmatrix} \right] \right.$$

$$\left. + \bar{Q}_R(x + \xi y) \exp \left[\int_{x+\xi y}^x dz_\mu \begin{pmatrix} -ieQ_u A_\mu + ig \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} Q_u Z_\mu & 0 \\ 0 & -ieQ_d A_\mu + ig \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} Q_d Z_\mu \end{pmatrix} \right] \right\}_f$$

$$\times M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi' y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right] \times$$

$$\left\{ P \exp \left[\int_x^{x-\xi' y} dz_\mu \begin{pmatrix} -ieQ_u A_\mu - ig \frac{T_u^3 - \sin^2 \theta_W Y_L}{\cos \theta_W} Z_\mu & -i \frac{g}{\sqrt{2}} V W_\mu^+ \\ -i \frac{g}{\sqrt{2}} V^\dagger W_\mu^- & -ieQ_d A_\mu - ig \frac{T_d^3 - \sin^2 \theta_W Y_L}{\cos \theta_W} Z_\mu \end{pmatrix} \right] \right\} Q_L(x - \xi' y)$$

$$+ \exp \left[\int_x^{x-\xi'y} dz_\mu \begin{pmatrix} -ieQ_u A_\mu + ig \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} Q_u Z_\mu & 0 \\ 0 & -ieQ_d A_\mu + ig \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} Q_d Z_\mu \end{pmatrix} \right] Q_R(x - \xi'y) \Bigg\}_{f'}$$

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Здесь P — антиупорядочивание по пути (значение параметра увеличивается слева направо).

Теперь можно рассмотреть пертурбативное разложение биллокального тока. Рассмотрим взаимодействие W^+ с заряженным мезоном. Этому взаимодействию соответствует выражение

$$\left\{ \bar{Q}_L(x + \xi y) \int_{x+\xi y}^x dz_\mu \begin{pmatrix} 0 & -i\frac{g}{\sqrt{2}} V W_\mu^+ \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}_f M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right] Q_{f'}(x + \xi'y) +$$

$$\bar{Q}(x + \xi y) M_{ff'}^a \Gamma^J \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right] \left\{ \int_x^{x-\xi'y} dz_\mu \begin{pmatrix} 0 & -i\frac{g}{\sqrt{2}} V W_\mu^+ \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q_L(x - \xi'y) \right\}_{f'} =$$

$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{Q}_{f_1}(x + \xi y) \exp \left[-i \int_{x+\xi y}^{x-\xi'y} dz_\mu \hat{G}_\mu(z) \right] \times$$

$$\left\{ R \Gamma^J \begin{pmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{f_1 f} M_{ff'}^a \delta_{f' f_2} \int_{x+\xi y}^x dz_\mu W_\mu^+ + \Gamma^J L \delta_{f_1 f} M_{ff'}^a \begin{pmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{f' f_2} \int_x^{x-\xi'y} dz_\mu W_\mu^+ \right\}$$

$$Q_{f_2}(x - \xi'y).$$

Продельвая ту же процедуру, что и при выводе (A.1), получаем искомую вершину в виде

$$V_{W^+ f_1 f_2}^{aJln} = \frac{g}{\sqrt{2}} \int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial p_\mu}$$

$$\left\{ R \begin{pmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{f_1 f} V_{ff'}^{aJln} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) + ip\tau\xi \right) \delta_{f' f_2} - \delta_{f_1 f} V_{ff'}^{aJln} \left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) - ip\tau\xi' \right) \begin{pmatrix} 0 & V \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{f' f_2} L \right\}.$$

Приложение В

Переходные формфакторы $P \rightarrow \gamma^* \gamma^{(*)}$

В.1. Формулы для переходного формфактора

Входящие в (4.6) полиномы $F_i(s_1, s_2, s_3, t)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
F_1 = & -2 (2s_1^4 (2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (s_2^2 (s_3^2 - 2) + s_2s_3 (s_3^2 - 1) + s_3^2 (2s_3^2 - 1)) \\
& + tv (s_2^4s_3 (s_3^2 - 4) - 2s_2^3 (s_3^4 - s_3^2 + 1) + s_2^2s_3 (s_3^2 + 3) + 2s_2s_3^2 - 2s_3^3 + s_3) \\
& - s_2s_3(s_2 - s_3)(s_2 + s_3)(s_2s_3 + 1)) \\
& + s_1^3 ((s_2 - 1)(s_2 + 1)tv (s_2^2 (5s_3^4 + 3s_3^2 - 4) + s_2 (5s_3^2 - 9) s_3 + 4s_3^4 - 4s_3^2 - 2) \\
& + 2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (5s_2^2 (s_3^2 - 1) s_3 + s_2 (s_3^4 + s_3^2 - 2) + 6s_3^3 - 4s_3) \\
& + 2 (s_2 (-s_2^3s_3 + 2s_2 (s_2^2 - 1) s_3^3 - (s_2^2 + 1) s_3^2 + s_3^4 + 1) + s_3)) + s_1^2 (2s_2^4s_3^2 \\
& - 2s_2^2 (s_3^4 + 3s_3^2 - 2) + 2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (s_2^2 (3s_3^4 - s_3^2 + 2) + s_2 (s_3 - s_3^3) - 2s_3^4 + 2s_3^2 - 2) \\
& + tv (4 (s_3^3 + s_2) + s_2 (3s_2^2 + 5) s_3^4 - s_2 (7s_2^2 + 9) s_3^2 + (7s_2^4 - 11s_2^2 + 4) s_3^3 + (s_2^4 - 3s_2^2 + 2) s_3) \\
& - 4s_2s_3 (s_3^2 - 1) + 4s_3^2 - 2) \\
& + 2s_1 (s_2^4 (-s_3^3) - s_2^3s_3^4 + s_2^3s_3^2 + s_2^3 - 2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 ((2s_2^2 + 3) s_3^3 - 2 (s_2^2 + 1) s_3 + s_2s_3^4 - s_2) \\
& - (s_2 - 1)(s_2 + 1)tv (s_2^2 (3s_3^4 - 1) + s_2 (3s_3^2 - 5) s_3 + s_3^4 + 2s_3^2 - 4) + 2s_2^2s_3 + s_2s_3^2 - 2s_2 + s_3^3 - 2s_3) \\
& + 2tv (s_2^4 (s_3 - 2s_3^3) + 2s_2^3 (-s_3^4 + s_3^2 + 1) + 3s_2^2s_3 + 2s_2 (s_3^2 - 2) + 2s_3 (s_3^2 - 2)) \\
& - 4(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (s_3 (s_2 (s_2 (2s_3^2 - 1) s_3 + s_3^2 - 1) + 2s_3) - 2) + 2(s_2 + s_3)^2(s_2s_3 - 1))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2 = & -2 (2 ((2 (s_3^2 - 3) s_3^2 - (7s_3^2 + 4) tvs_3 + 2 (2 - 5s_3^2) t^2v^2) s_2^4 \\
& + (s_3 (4s_3^2 + 6 (s_3^2 - 1) tvs_3 + 6 (s_3^2 - 1) t^2v^2 - 5) - 2tv) s_3^3 \\
& + (4s_3^4 + 2s_3^2 + (13s_3^2 + 7) tvs_3 + 4 (s_3^4 + 2) t^2v^2 + 1) s_2^2 \\
& + (s_3^3 - 14 (s_3^2 - 1) t^2v^2 s_3 + 2 (-2s_3^4 + s_3^2 + 2) tv) s_2 - 3s_3(s_3 + tv)(2s_3tv + 1) s_1^4 \\
& + (2s_3 (6s_3^2 - 5) s_2^4 + 2 (4s_3^4 - 5s_3^2 + 2) s_3^2 + (8s_3^3 - 4s_3) s_2^2 + 2 (s_3^4 - s_3^2 - 1) s_2 - 12s_3^3 \\
& + 2 (-17s_3 (s_3^2 - 1) s_2^4 + 3 (s_3^4 + s_3^2 - 2) s_3^2 + s_3 (11 - 5s_3^2) s_2^2 \\
& + (-11s_3^4 - 3s_3^2 + 14) s_2 + 6s_3 (s_3^2 - 2)) t^2v^2 + 6s_3 \\
& - (s_2 - 1)(s_2 + 1) (-12s_3^4 + s_2 (27 - 31s_3^2) s_3 + s_2^2 (5s_3^4 - 13s_3^2 + 4) - 6) tv) s_1^3 \\
& + ((-6s_3^4 + 10s_3^2 + (25s_3^2 - 1) tvs_3 - 2 (7s_3^4 - 29s_3^2 + 10) t^2v^2 + 2) s_2^4 \\
& - (s_3^2 - 1) (4tv + s_3(3tv(5s_3 + 2tv) + 4)) s_2^3 \\
& - (s_3 (17tv + s_3 (2s_3^2 + 25tv s_3 + 6 (s_3^2 + 5) t^2v^2 + 6)) + 4) s_2^2 \\
& + (s_3^2 - 1) (12tv + s_3(tv(7s_3 + 6tv) - 8)) s_2 - 12 (s_3^4 - 3s_3^2 + 1) t^2v^2 - 6s_3^2 (s_3^2 - 2) + 18s_3tv) s_1^2 \\
& + 2 (-5s_3^3s_2^4 + 4s_3s_2^4 - 5s_3^4s_2^3 + 5s_3^2s_2^3 - s_2^3 - 2s_3^3s_2^2 + s_3^2s_2 + 3s_3^3 \\
& + 2 (10s_3 (s_3^2 - 1) s_2^4 - 3 (s_3^4 - 1) s_3^2 + s_3 (s_3^2 - 4) s_2^2 + 7 (s_3^4 - 1) s_2 - 3s_3^3 + 6s_3) t^2v^2 \\
& - (s_2 - 1)(s_2 + 1) ((s_2^2 - 3) s_3^4 + 9s_2s_3^3 + 2 (s_2^2 + 6) s_3^2 - 7s_2s_3 - s_2^2) tv) s_1 \\
& + 2s_2 (s_3(s_2s_3 - 1)(s_2 + s_3)^2 + 2 (2s_2 (s_2^2 + 2) s_3^4 \\
& + (7 - 3s_2^2) s_3^3 - s_2 (5s_2^2 + 3) s_3^2 + (3s_2^2 - 7) s_3 + 2s_2) t^2v^2 \\
& + (4s_3^4 - 6s_3^2 + s_2 (2s_3^2 - 1) s_3 + s_2^3 (s_3 - 2s_3^3) + 2s_2^2 (-s_3^4 + s_3^2 + 1)) tv))
\end{aligned}$$

$$F_3 = \frac{4}{v} (s_1(s_2 - s_3) + s_2s_3 - 1)(s_1s_2s_3 + s_1 + s_2 + s_3)(tv(s_1 + s_3) + s_1s_3)s_2$$

$$\begin{aligned}
F_4 = & -\frac{1}{v}2s_2(s_1(s_2 - s_3) + s_2s_3 - 1)(tv(s_1 + s_3) + s_1s_3) (s_1^3s_2^3s_3^3 + s_1^3s_2^2s_3^2 - 2s_1^3s_2s_3^3 + s_1^3s_2s_3 - 2s_1^3s_3^2 \\
& + s_1^3 + s_1^2s_2^3s_3^2 + s_1^2s_2^2s_3^3 + 2tv(s_1s_2s_3 + s_1 + s_2 + s_3) (s_1^2(s_2(s_3(s_2 - 2s_3) + 2) - s_3) \\
& + s_1 (s_2^2 - 1) (s_3^2 - 1) - s_2(s_3(s_2 - 2s_3) + 2) + s_3) \\
& + 2 (s_1^2 - 1) (s_3^2 - 1) t^2v^2 (s_2s_3 (s_1 (s_2^2 - 3) - 3s_2) - 3s_1s_2^2 + s_1 + s_2^3 - 3s_2 + s_3) - 2s_1^2s_2s_3^2 \\
& + s_1^2s_2 - 2s_1^2s_3^3 + s_1^2s_3 - s_1s_2^3s_3 - s_1s_2^2 + s_1s_2s_3^3 + s_1s_3^2 - s_2^3 - s_2^2s_3 + s_2s_3^2 + s_3^3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_5 = & -\frac{1}{v}2s_2(s_1(s_2 - s_3) + s_2s_3 - 1)(tv(s_1 + s_3) + s_1s_3) (-s_1^3s_2^3s_3^3 + 2s_1^3s_2^3s_3 - s_1^3s_2^2s_3^2 + 2s_1^3s_2^2 \\
& - s_1^3s_2s_3 - s_1^3 - s_1^2s_2^3s_3^2 + 2s_1^2s_2^3 - s_1^2s_2^2s_3^3 \\
& + 4 (s_1^2 - 1) s_2 (s_3^2 - 1) t^2v^2 (s_1 (s_2^2 - 2) s_3 - s_1s_2 + s_2^2 - s_2s_3 - 2) + 2tv(s_1s_2s_3 + s_1 + s_2 \\
& + s_3) (s_1^2(s_2(s_3(s_2 - 2s_3) + 2) - s_3) - s_1 (s_2^2 - 1) (s_3^2 - 1) - s_2(s_3(s_2 - 2s_3) + 2) + s_3) \\
& + 2s_1^2s_2^2s_3 - s_1^2s_2 - s_1^2s_3 - s_1s_2^3s_3 - s_1s_2^2 + s_1s_2s_3^3 + s_1s_3^2 - s_2^3 - s_2^2s_3 + s_2s_3^2 + s_3^3)
\end{aligned}$$

$$F_6(s_1, s_2, s_3, t) = F_5(s_3, s_2, s_1, t)$$

$$\begin{aligned}
F_7 = & -\frac{1}{2v^2}s_2^2(tv(s_1 + s_3) + s_1s_3)^2 (2s_1^4 (s_2^4s_3(s_3(tv(3s_3 + 2tv) + 2) + 2tv) \\
& + s_2^3s_3 (1 - 2tv (3 (s_3^2 - 1) tv + s_3 (s_3^2 - 2)))) + s_2^2 (-2s_3^4 - (5s_3^2 + 3) s_3tv - 4 (s_3^4 - s_3^2 + 1) t^2v^2 - 1) \\
& + s_2 (-s_3^3 + 6 (s_3^2 - 1) s_3t^2v^2 - 2tv) + s_3(s_3 + tv)(2s_3tv + 1)) \\
& + s_1^3 (2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (3s_2^2s_3 (s_3^2 - 1) - s_2 (5s_3^4 + s_3^2 - 6) + 2s_3 (s_3^2 - 2)) \\
& + (s_2 - 1)(s_2 + 1)tv (s_2^2 (3s_3^4 + s_3^2) + s_2 (9 - 5s_3^2) s_3 - 4s_3^4 - 2) \\
& + 2 (s_2^4s_3 + s_2^3 (3s_3^2 - 2) - 2s_2^2s_3^3 - s_2 (s_3^4 + s_3^2 - 1) + 2s_3^3 - s_3)) \\
& + s_1^2 (s_2^4 (- (3s_3^2 + 5) s_3tv + 2 (s_3^2 - 1) s_3^2 + 2 (s_3^4 - 7s_3^2 + 2) t^2v^2 - 2) \\
& + s_2^3s_3 (s_3^2 - 1) (tv(9s_3 + 2tv) + 4) + s_2^2 ((3s_3^2 + 11) s_3tv + 2 (s_3^2 - 1) s_3^2 + 2 (5s_3^4 - 3s_3^2 + 4) t^2v^2 + 4) \\
& - s_2 (s_3^2 - 1) tv (s_3^2 + 2s_3tv + 8) + 2s_2^3 (s_3^2 - 2) + 4 (s_3^4 - 3s_3^2 + 1) t^2v^2 - 6s_3tv) + 2s_1 (s_2^4s_3^3 \\
& - 2s_2^4s_3 + s_2^3s_3^4 - 3s_2^3s_3^2 + s_2^3 + (s_2 - 1)(s_2 + 1)tv (s_2^2 (s_3^4 - 2s_3^2 - 1) + s_2 (3s_3^2 - 5) s_3 - s_3^4 + 4s_3^2) \\
& - 2(s_2 - 1)(s_2 + 1)t^2v^2 (2s_2^2 (s_3^2 - 1) s_3 - 3s_2 (s_3^4 - 1) + s_3^3 - 2s_3) + 2s_2^2s_3 + s_2s_3^2 - s_3^3) \\
& - 2s_2tv (s_2 (s_3^2 - 1) s_3 + 2s_2^2 + 2s_3^4 - 4s_3^2) \\
& + 4s_2t^2v^2 (3 (s_2^2 - 1) s_3^3 + s_2 (s_2^2 + 3) s_3^2 - 3 (s_2^2 - 1) s_3 - 2s_2s_3^4 - 2s_2) - 2s_2s_3(s_2 + s_3)^2(s_2s_3 - 1) .
\end{aligned}$$

В.2. Диаграммы с нелокальными мезон-фотонными вершинами

Это приложение посвящено диаграммам C,D на рисунке 4.1. Способ вывода нелокальных вершин описан в приложении A. Например, взаимодействию нейтрального псевдоскалярного мезона с фотоном соответствует вершина

$$V_{A_\mu(k)}^{aP0n}(x) = i\gamma_5 \mathcal{C}_{0n} \sum_f \mathcal{M}_{ff}^a e_f \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} \left\{ \frac{\partial}{\partial k_\mu} F_{n0} \left(\left(\overleftrightarrow{D}(x) + \frac{i}{2} k\tau \right)^2 \right) + (k \rightarrow -k) \right\},$$

где использованы безразмерные обозначения. Вклад диаграммы C в импульсном представлении записывается в виде

$$\begin{aligned}
C_{\mu\nu}^{an}(p, k_1, k_2) &= h_{aP0n} \sum_{n',f} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{C}_{0n'} \mathcal{M}_{ff}^a e_f^2 \int dx e^{i(p-k_1)x} \int dy e^{-ik_2y} \\
&\times \int dB \left[\int_0^1 d\tau \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial k_{2\mu}} \text{Tr} i\gamma_5 F_{n0} \left(\left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) + \frac{i}{2} k_2 \tau \right)^2 \right) S_f(x, y) \gamma_\mu S_f(y, x) + (k_2 \rightarrow -k_2) \right] \\
&= \pm (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2) h_{aP0n} \sum_{n',f} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{C}_{0n'} \mathcal{M}_{ff}^a e_f^2 \int dB \left[\int_0^1 ds_1 \int_0^1 ds_2 \int_0^1 d\tau \int_0^1 dt t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \right. \\
&\quad \times \left(\frac{1-s_1}{1+s_1} \right)^{\frac{m_f}{4v}} \left(\frac{1-s_2}{1+s_2} \right)^{\frac{m_f}{4v}} \exp \{ i f_{\rho\eta} k_{1\rho} k_{2\eta} \phi_1 + \phi_2 k_1^2 + \phi_3 k_1 k_2 + \phi_4 k_2^2 \} \\
&\quad \times (F_1 \delta_{\mu\nu} + F_2 k_{1\mu} k_{1\nu} + F_3 k_{1\mu} k_{2\nu} + F_4 k_{1\nu} k_{2\mu} + F_5 k_{2\mu} k_{2\nu} + F_6 f_{\alpha\mu} k_{1\alpha} k_{1\nu} + F_7 f_{\alpha\mu} k_{1\alpha} k_{2\nu} \\
&\quad + F_8 f_{\alpha\nu} k_{1\alpha} k_{1\mu} + F_9 f_{\alpha\nu} k_{1\alpha} k_{2\mu} + F_{10} f_{\alpha\nu} k_{2\alpha} k_{1\mu} + F_{11} f_{\alpha\nu} k_{2\alpha} k_{2\mu} + F_{12} f_{\alpha\mu} f_{\beta\nu} k_{1\alpha} k_{1\beta} \\
&\quad \left. + F_{13} f_{\alpha\mu} f_{\beta\nu} k_{1\alpha} k_{2\beta} + F_{14} f_{\mu\nu} \right) + (k_2 \rightarrow -k_2) \Big]. \quad (\text{B.1})
\end{aligned}$$

Здесь \pm соответствует самодуальному и антисамодуальному полям, ϕ_i, F_i — рациональные функции s_1, s_2, t, τ . Усреднение по вакуумному полю даётся формулой (1.24), и для диаграммы С тензор $J_{\mu\nu}$ имеет вид

$$J_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (k_{1\mu} k_{2\nu} - k_{1\nu} k_{2\mu}) \phi_1.$$

При усреднении $C_{\mu\nu}^{an}$ по dB получаем ноль.

Входящая в диаграмму D на рисунке 4.1 вершина взаимодействия мезона с двумя фотонами определяется формулой

$$\begin{aligned}
V_{A_\mu(k)A_\nu(q)}^{aP0n}(x) &= i\gamma_5 \mathcal{C}_{0n} \sum_f \mathcal{M}_{ff}^a e_f \int_0^1 \frac{d\tau_1}{\tau_1} \int_0^1 \frac{d\tau_2}{\tau_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial k_\mu} \frac{\partial}{\partial q_\nu} F_{n0} \left(\left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) + \frac{i}{2} k \tau_1 + \frac{i}{2} q \tau_2 \right)^2 \right) \right. \\
&\quad \left. + (k \rightarrow -k) + (q \rightarrow -q) + (k \rightarrow -k, q \rightarrow -q) \right\}.
\end{aligned}$$

Для вклада диаграммы D в импульсном представлении получаем

$$\begin{aligned}
D_{\mu\nu}^{an}(p, k_1, k_2) &= h_{aP0n} \sum_{n',f} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{C}_{0n'} \mathcal{M}_{ff}^a e_f^2 \int dx e^{i(p-k_1-k_2)x} \int_0^1 \frac{d\tau_1}{\tau_1} \int_0^1 \frac{d\tau_2}{\tau_2} \int dB \\
&\quad \times \left[\frac{\partial}{\partial k_{1\mu}} \frac{\partial}{\partial k_{2\nu}} \text{Tr} i\gamma_5 F_{n0} \left(\left(\overleftrightarrow{\mathcal{D}}(x) + \frac{i}{2} k_1 \tau_1 + \frac{i}{2} k_2 \tau_2 \right)^2 \right) S_f(x, x) \right. \\
&\quad \left. + (k_1 \rightarrow -k_1) + (k_2 \rightarrow -k_2) + (k_1 \rightarrow -k_1, k_2 \rightarrow -k_2) \right] \\
&= \pm (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - k_1 - k_2) h_{aP0n} \sum_{n',f} \mathcal{O}_{nn'}^{ab} \mathcal{C}_{0n'} \mathcal{M}_{ff}^a e_f^2 \int_0^1 d\tau_1 \int_0^1 d\tau_2 \int dB \left[\int_0^1 ds \int_0^1 dt t^{n'} \frac{\partial^{n'}}{\partial t^{n'}} \right. \\
&\quad \times \left(\frac{1-s}{1+s} \right)^{\frac{m_f}{4v}} F_{15} \left(\frac{\partial}{\partial k_{1\mu}} \frac{\partial}{\partial k_{2\nu}} \exp \{ \phi_5 k_1^2 + \phi_6 k_1 k_2 + \phi_7 k_2^2 \} \right. \\
&\quad \left. \left. + (k_1 \rightarrow -k_1) + (k_2 \rightarrow -k_2) + (k_1 \rightarrow -k_1, k_2 \rightarrow -k_2) \right) \right].
\end{aligned}$$

Здесь ϕ_i, F_i — рациональные функции s, t, τ_1, τ_2 . Усреднение по dB вновь даёт ноль.

Список публикаций по теме диссертации

- A1. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Regge spectra of excited mesons, harmonic confinement and QCD vacuum structure // Phys. Rev. — 2016. — Т. D93, № 9. — С. 094010. — DOI: [10.1103/PhysRevD.93.094010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.094010). — arXiv: [1603.01447](https://arxiv.org/abs/1603.01447) [hep-ph].
- A2. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum and the chromomagnetic trap formation under extreme conditions // Eur. Phys. J. — 2015. — Т. A51, № 4. — С. 45. — DOI: [10.1140/epja/i2015-15045-8](https://doi.org/10.1140/epja/i2015-15045-8). — arXiv: [1403.0415](https://arxiv.org/abs/1403.0415) [hep-ph].
- A3. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Influence of confining gluon configurations on the $P \rightarrow \gamma^* \gamma$ transition form factors // Phys. Rev. — 2017. — Т. D95, № 7. — С. 074038. — DOI: [10.1103/PhysRevD.95.074038](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.074038). — arXiv: [1612.02621](https://arxiv.org/abs/1612.02621) [hep-ph].
- A4. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum: confinement, chiral symmetry, hadronization // EPJ Web Conf. — 2017. — Т. 137. — С. 03014. — DOI: [10.1051/epjconf/201713703014](https://doi.org/10.1051/epjconf/201713703014). — arXiv: [1612.02700](https://arxiv.org/abs/1612.02700) [hep-ph].
- A5. *Nedelko S., Voronin V.* Pion transition form factor in the Domain model of QCD vacuum // EPJ Web Conf. — 2017. — Т. 138. — С. 02005. — DOI: [10.1051/epjconf/201713802005](https://doi.org/10.1051/epjconf/201713802005). — arXiv: [1612.02687](https://arxiv.org/abs/1612.02687) [hep-ph].
- A6. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Radial Meson Excitations and Abelian Self-Dual Gluon Fields // Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. — 2015. — Т. 39. — С. 1560105. — DOI: [10.1142/S2010194515601052](https://doi.org/10.1142/S2010194515601052). — arXiv: [1511.03904](https://arxiv.org/abs/1511.03904) [hep-ph].
- A7. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum: confinement, chiral symmetry, hadronization // PoS. — 2015. — Т. BaldinISHEPPXXII. — С. 017.
- A8. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* QCD Vacuum as Domain Wall Network // Quantum Field Theory at the Limits: from Strong Fields to Heavy Quarks (HQ 2016) Dubna, Russia, July 18-30, 2016 / под ред. А. Али [и др.]. — 2016. — arXiv: [1612.02678](https://arxiv.org/abs/1612.02678) [hep-ph].

Список литературы

1. *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* QCD and Resonance Physics. Theoretical Foundations // Nucl. Phys. — 1979. — Т. B147. — С. 385—447. — DOI: [10.1016/0550-3213\(79\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90022-1).
2. *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* QCD and Resonance Physics: Applications // Nucl. Phys. — 1979. — Т. B147. — С. 448—518. — DOI: [10.1016/0550-3213\(79\)90023-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90023-3).
3. *Greensite J.* An introduction to the confinement problem // Lect. Notes Phys. — 2011. — Т. 821. — С. 1—211. — DOI: [10.1007/978-3-642-14382-3](https://doi.org/10.1007/978-3-642-14382-3).
4. *Mohapatra R. K., Srivastava A. M.* Domain growth and fluctuations during quenched transition to quark-gluon plasma in relativistic heavy-ion collisions // Phys. Rev. — 2013. — Т. C88. — С. 044901. — DOI: [10.1103/PhysRevC.88.044901](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.88.044901). — arXiv: [1210.4718 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1210.4718).
5. *Atreya A., Srivastava A. M., Sarkar A.* Spontaneous CP violation in quark scattering from QCD Z(3) interfaces // Phys. Rev. — 2012. — Т. D85. — С. 014009. — DOI: [10.1103/PhysRevD.85.014009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.014009). — arXiv: [1111.3027 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1111.3027).
6. *Forcrand P. de, Kurkela A., Vuorinen A.* Center-Symmetric Effective Theory for High-Temperature SU(2) Yang-Mills Theory // Phys. Rev. — 2008. — Т. D77. — С. 125014. — DOI: [10.1103/PhysRevD.77.125014](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.125014). — arXiv: [0801.1566 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0801.1566).
7. *Thomas E., Zhitnitsky A. R.* Long range order in gauge theories. Deformed QCD as a toy model // Phys. Rev. — 2013. — Т. D87, № 8. — С. 085027. — DOI: [10.1103/PhysRevD.87.085027](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.085027). — arXiv: [1208.2030 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1208.2030).
8. Pseudoparticle Solutions of the Yang-Mills Equations / A. A. Belavin [и др.] // Phys. Lett. — 1975. — Т. B59. — С. 85—87. — DOI: [10.1016/0370-2693\(75\)90163-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90163-X).
9. *Callan Jr. C. G., Dashen R. F., Gross D. J.* The Structure of the Gauge Theory Vacuum // Phys. Lett. — 1976. — Т. B63. — С. 334—340. — DOI: [10.1016/0370-2693\(76\)90277-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(76)90277-X).
10. *Jackiw R., Rebbi C.* Vacuum Periodicity in a Yang-Mills Quantum Theory // Phys. Rev. Lett. — 1976. — Т. 37. — С. 172—175. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.37.172](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.37.172).
11. *Polyakov A. M.* Quark Confinement and Topology of Gauge Groups // Nucl. Phys. — 1977. — Т. B120. — С. 429—458. — DOI: [10.1016/0550-3213\(77\)90086-4](https://doi.org/10.1016/0550-3213(77)90086-4).

12. *Shuryak E. V.* Hadrons Containing a Heavy Quark and QCD Sum Rules // Nucl. Phys. — 1982. — T. B198. — C. 83–101. — DOI: [10.1016/0550-3213\(82\)90546-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(82)90546-6).
13. *Diakonov D., Petrov V. Yu.* Instanton Based Vacuum from Feynman Variational Principle // Nucl. Phys. — 1984. — T. B245. — C. 259–292. — DOI: [10.1016/0550-3213\(84\)90432-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(84)90432-2).
14. *Shuryak E. V.* The Role of Instantons in Quantum Chromodynamics. 1. Physical Vacuum // Nucl. Phys. — 1982. — T. B203. — C. 93. — DOI: [10.1016/0550-3213\(82\)90478-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(82)90478-3).
15. *Caldi D. G.* Quark Mass Generation by Instantons // Phys. Rev. Lett. — 1977. — T. 39. — C. 121. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.39.121](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.39.121).
16. *Carlitz R. D., Creamer D. B.* Light Quarks and Instantons // Annals Phys. — 1979. — T. 118. — C. 429. — DOI: [10.1016/0003-4916\(79\)90133-7](https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90133-7).
17. *Carlitz R. D., Creamer D. B.* Instanton Induced Interactions // Phys. Lett. — 1979. — T. B84. — C. 215–218. — DOI: [10.1016/0370-2693\(79\)90288-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)90288-0).
18. *Shuryak E. V., Verbaarschot J. J. M.* Mesonic correlation functions in the random instanton vacuum // Nucl. Phys. — 1993. — T. B410. — C. 55–89. — DOI: [10.1016/0550-3213\(93\)90573-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90573-8). — arXiv: [hep-ph/9302239](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9302239) [hep-ph].
19. *Schäfer T., Shuryak E. V., Verbaarschot J. J. M.* Baryonic correlators in the random instanton vacuum // Nucl. Phys. — 1994. — T. B412. — C. 143–168. — DOI: [10.1016/0550-3213\(94\)90497-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(94)90497-9). — arXiv: [hep-ph/9306220](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9306220) [hep-ph].
20. *Diakonov D., Petrov V. Yu., Pobylytsa P. V.* The Wilson Loop and Heavy Quark Potential in the Instanton Vacuum // Phys. Lett. — 1989. — T. B226. — C. 372–376. — DOI: [10.1016/0370-2693\(89\)91213-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)91213-6).
21. *Liu Y., Shuryak E., Zahed I.* Confining dyon-antidyon Coulomb liquid model. I. // Phys. Rev. — 2015. — T. D92, № 8. — C. 085006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.92.085006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.085006). — arXiv: [1503.03058](https://arxiv.org/abs/1503.03058) [hep-ph].
22. *Liu Y., Shuryak E., Zahed I.* Light quarks in the screened dyon-antidyon Coulomb liquid model. II. // Phys. Rev. — 2015. — T. D92, № 8. — C. 085007. — DOI: [10.1103/PhysRevD.92.085007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.085007). — arXiv: [1503.09148](https://arxiv.org/abs/1503.09148) [hep-ph].
23. *'t Hooft G.* Topology of the Gauge Condition and New Confinement Phases in Nonabelian Gauge Theories // Nucl. Phys. — 1981. — T. B190. — C. 455–478. — DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90442-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90442-9).

24. *Ambjorn J., Olesen P.* A Color Magnetic Vortex Condensate in QCD // Nucl. Phys. — 1980. — T. B170. — C. 265–282. — DOI: [10.1016/0550-3213\(80\)90150-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(80)90150-9).
25. *Diakonov D., Maul M.* Center vortex solutions of the Yang-Mills effective action in three and four dimensions // Phys. Rev. — 2002. — T. D66. — C. 096004. — DOI: [10.1103/PhysRevD.66.096004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.096004). — arXiv: [hep-lat/0204012](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0204012) [hep-lat].
26. Interaction of confining vortices in SU(2) lattice gauge theory / M. Engelhardt [и др.] // Phys. Lett. — 1998. — T. B431. — C. 141–146. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(98\)00583-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00583-8). — arXiv: [hep-lat/9801030](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9801030) [hep-lat].
27. *Olesen P.* Confinement and Random Fields // Nucl. Phys. — 1982. — T. B200. — C. 381–390. — DOI: [10.1016/0550-3213\(82\)90094-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(82)90094-3).
28. *Faber M., Greensite J., Olejnik S.* Direct Laplacian center gauge // JHEP. — 2001. — T. 11. — C. 053. — DOI: [10.1088/1126-6708/2001/11/053](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2001/11/053). — arXiv: [hep-lat/0106017](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0106017) [hep-lat].
29. *Bali G. S., Schilling K., Schlichter C.* Observing long color flux tubes in SU(2) lattice gauge theory // Phys. Rev. — 1995. — T. D51. — C. 5165–5198. — DOI: [10.1103/PhysRevD.51.5165](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.5165). — arXiv: [hep-lat/9409005](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9409005) [hep-lat].
30. *Michael C., Teper M.* Towards the Continuum Limit of SU(2) Lattice Gauge Theory // Phys. Lett. — 1987. — T. B199. — C. 95–100. — DOI: [10.1016/0370-2693\(87\)91469-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(87)91469-9).
31. *Trewartha D., Kamleh W., Leinweber D.* Connection between center vortices and instantons through gauge-field smoothing // Phys. Rev. — 2015. — T. D92, № 7. — C. 074507. — DOI: [10.1103/PhysRevD.92.074507](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.074507). — arXiv: [1509.05518](https://arxiv.org/abs/1509.05518) [hep-lat].
32. *Forcrand P. de, D'Elia M.* On the relevance of center vortices to QCD // Phys. Rev. Lett. — 1999. — T. 82. — C. 4582–4585. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.82.4582](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.4582). — arXiv: [hep-lat/9901020](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9901020) [hep-lat].
33. *Engelhardt M.* Center vortex model for the infrared sector of SU(3) Yang-Mills theory: Topological susceptibility // Phys. Rev. — 2011. — T. D83. — C. 025015. — DOI: [10.1103/PhysRevD.83.025015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.025015). — arXiv: [1008.4953](https://arxiv.org/abs/1008.4953) [hep-lat].
34. *Trewartha D., Kamleh W., Leinweber D.* Evidence that centre vortices underpin dynamical chiral symmetry breaking in SU(3) gauge theory // Phys. Lett. — 2015. — T. B747. — C. 373–377. — DOI: [10.1016/j.physletb.2015.06.025](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.06.025). — arXiv: [1502.06753](https://arxiv.org/abs/1502.06753) [hep-lat].

35. $Z(N)$ interface tension in a hot $SU(N)$ gauge theory / T. Bhattacharya [и др.] // Nucl. Phys. — 1992. — Т. B383. — С. 497–524. — DOI: [10.1016/0550-3213\(92\)90086-Q](https://doi.org/10.1016/0550-3213(92)90086-Q). — arXiv: [hep-ph/9205231](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9205231) [hep-ph].
36. West S. T., Wheeler J. F. Critical properties of the $Z(3)$ interface in (2+1)-dimensions $SU(3)$ gauge theory // Nucl. Phys. — 1997. — Т. B486. — С. 261–281. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(96\)00636-0](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(96)00636-0). — arXiv: [hep-lat/9607005](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9607005) [hep-lat].
37. Boorstein J., Kutasov D. Wilson loops, winding modes and domain walls in finite temperature QCD // Phys. Rev. — 1995. — Т. D51. — С. 7111–7123. — DOI: [10.1103/PhysRevD.51.7111](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.7111). — arXiv: [hep-th/9409128](https://arxiv.org/abs/hep-th/9409128) [hep-th].
38. Smilga A. V. Are $Z(N)$ bubbles really there? // Annals Phys. — 1994. — Т. 234. — С. 1–59. — DOI: [10.1006/aphy.1994.1073](https://doi.org/10.1006/aphy.1994.1073).
39. $Z(N)$ domains in gauge theories with fermions at high temperature / V. M. Belyaev [и др.] // Phys. Lett. — 1992. — Т. B277. — С. 331–336. — DOI: [10.1016/0370-2693\(92\)90754-R](https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)90754-R).
40. Deka M., Digal S., Mishra A. P. Meta-stable States in Quark-Gluon Plasma // Phys. Rev. — 2012. — Т. D85. — С. 114505. — DOI: [10.1103/PhysRevD.85.114505](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.114505). — arXiv: [1009.0739](https://arxiv.org/abs/1009.0739) [hep-lat].
41. Simulation of $Z(3)$ walls and string production via bubble nucleation in a quark-hadron transition / U. S. Gupta [и др.] // Phys. Rev. — 2010. — Т. D82. — С. 074020. — DOI: [10.1103/PhysRevD.82.074020](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.074020). — arXiv: [1007.5001](https://arxiv.org/abs/1007.5001) [hep-ph].
42. Asakawa M., Bass S. A., Müller B. Center domains and their phenomenological consequences // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Т. 110, № 20. — С. 202301. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.202301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.202301). — arXiv: [1208.2426](https://arxiv.org/abs/1208.2426) [nucl-th].
43. Pagels H., Tomboulis E. Vacuum of the Quantum Yang-Mills Theory and Magnetostatics // Nucl. Phys. — 1978. — Т. B143. — С. 485–502. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90065-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90065-2).
44. Minkowski P. On the Ground State Expectation Value of the Field Strength Bilinear in Gauge Theories and Constant Classical Fields // Nucl. Phys. — 1981. — Т. B177. — С. 203–217. — DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90388-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90388-6).
45. Kalloniatis A. C., Nedelko S. N. Confinement and chiral symmetry breaking via domain-like structures in the QCD vacuum // Phys. Rev. — 2001. — Т. D64. — С. 114025. — DOI: [10.1103/PhysRevD.64.114025](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.114025). — arXiv: [hep-ph/0108010](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0108010) [hep-ph].
46. Leutwyler H. Constant Gauge Fields and their Quantum Fluctuations // Nucl. Phys. — 1981. — Т. B179. — С. 129–170. — DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90252-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90252-2).

47. *Faddeev L. D.* Mass in Quantum Yang-Mills Theory: Comment on a Clay Millennium problem. — arXiv: [0911.1013](https://arxiv.org/abs/0911.1013) [math-ph].
48. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* Poincare recurrence theorem and the strong CP-problem // Phys. Rev. — 2006. — T. D73. — C. 034006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.73.034006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.034006). — arXiv: [hep-ph/0503168](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0503168) [hep-ph].
49. *Galilo B. V., Nedelko S. N.* Impact of the strong electromagnetic field on the QCD effective potential for homogeneous Abelian gluon field configurations // Phys. Rev. — 2011. — T. D84. — C. 094017. — DOI: [10.1103/PhysRevD.84.094017](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.094017). — arXiv: [1107.4737](https://arxiv.org/abs/1107.4737) [hep-ph].
50. *Trottier H. D., Woloshyn R. M.* The Savvidy 'ferromagnetic vacuum' in three-dimensional lattice gauge theory // Phys. Rev. Lett. — 1993. — T. 70. — C. 2053–2057. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.70.2053](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.2053). — arXiv: [hep-lat/9210028](https://arxiv.org/abs/hep-lat/9210028) [hep-lat].
51. *Galilo B. V., Nedelko S. N.* Weyl group, CP and the kink-like field configurations in the effective SU(3) gauge theory // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2011. — T. 8. — C. 67–72. — DOI: [10.1134/S1547477111020051](https://doi.org/10.1134/S1547477111020051). — arXiv: [1006.0248](https://arxiv.org/abs/1006.0248) [hep-ph].
52. *Eichhorn A., Gies H., Pawłowski J. M.* Gluon condensation and scaling exponents for the propagators in Yang-Mills theory // Phys. Rev. — 2011. — T. D83. — C. 045014. — DOI: [10.1103/PhysRevD.83.045014](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.045014). — arXiv: [1010.2153](https://arxiv.org/abs/1010.2153) [hep-ph]. — [Erratum: Phys. Rev.D83,069903(2011)].
53. Symmetry breaking, subgroup embeddings and the Weyl group / D. P. George [и др.] // Phys. Rev. — 2013. — T. D87, № 10. — C. 105009. — DOI: [10.1103/PhysRevD.87.105009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.105009). — arXiv: [1203.1048](https://arxiv.org/abs/1203.1048) [hep-th].
54. *Leutwyler H.* Vacuum Fluctuations Surrounding Soft Gluon Fields // Phys. Lett. — 1980. — T. B96. — C. 154–158. — DOI: [10.1016/0370-2693\(80\)90234-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90234-8).
55. *Savvidy G. K.* Infrared Instability of the Vacuum State of Gauge Theories and Asymptotic Freedom // Phys. Lett. — 1977. — T. B71. — C. 133–134. — DOI: [10.1016/0370-2693\(77\)90759-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90759-6).
56. *Matinyan S. G., Savvidy G. K.* Vacuum Polarization Induced by the Intense Gauge Field // Nucl. Phys. — 1978. — T. B134. — C. 539–545. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90463-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90463-7).
57. *Efimov G. V., Nedelko S. N.* Nambu-Jona-Lasinio model with the homogeneous background gluon field // Phys. Rev. — 1995. — T. D51. — C. 176–189. — DOI: [10.1103/PhysRevD.51.176](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.176).

58. Meson masses within the model of induced nonlocal quark currents / Ya. V. Burdanov [и др.] // Phys. Rev. — 1996. — Т. D54. — С. 4483–4498. — DOI: [10.1103/PhysRevD.54.4483](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.54.4483). — arXiv: [hep-ph/9601344](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9601344) [hep-ph].
59. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* Realization of chiral symmetry in the domain model of QCD // Phys. Rev. — 2004. — Т. D69. — С. 074029. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.119903](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.119903), [10.1103/PhysRevD.69.074029](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.074029). — arXiv: [hep-ph/0311357](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0311357) [hep-ph]. — [Erratum: Phys. Rev.D70,119903(2004)].
60. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* CP-violating theta parameter in the domain model of the QCD vacuum // Phys. Rev. — 2005. — Т. D71. — С. 054002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.71.054002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.054002). — arXiv: [hep-ph/0412042](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0412042) [hep-ph].
61. *Vachaspati T.* Kinks and domain walls: An introduction to classical and quantum solitons. — Cambridge University Press, 2010. — ISBN 9780521141918, 9780521836050, 9780511242908.
62. *Feynman R. P., Kislinger M., Ravndal F.* Current matrix elements from a relativistic quark model // Phys. Rev. — 1971. — Т. D3. — С. 2706–2732. — DOI: [10.1103/PhysRevD.3.2706](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.3.2706).
63. *Leutwyler H., Stern J.* Covariant Interactions of Two Spinless Particles: All Local Solutions of the Angular Condition // Nucl. Phys. — 1978. — Т. B133. — С. 115–144. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90171-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90171-2).
64. *D’Elia M., Mariti M., Negro F.* Susceptibility of the QCD vacuum to CP-odd electromagnetic background fields // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Т. 110, № 8. — С. 082002. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.082002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.082002). — arXiv: [1209.0722](https://arxiv.org/abs/1209.0722) [hep-lat].
65. Magnetic field-induced gluonic (inverse) catalysis and pressure (an)isotropy in QCD / G. S. Bali [и др.] // JHEP. — 2013. — Т. 04. — С. 130. — DOI: [10.1007/JHEP04\(2013\)130](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2013)130). — arXiv: [1303.1328](https://arxiv.org/abs/1303.1328) [hep-lat].
66. Paramagnetic squeezing of QCD matter / G. S. Bali [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Т. 112. — С. 042301. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.042301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.042301). — arXiv: [1311.2559](https://arxiv.org/abs/1311.2559) [hep-lat].
67. Magnetic Susceptibility of Strongly Interacting Matter across the Deconfinement Transition / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Т. 111. — С. 182001. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.182001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.182001). — arXiv: [1307.8063](https://arxiv.org/abs/1307.8063) [hep-lat].

68. Magnetic susceptibility and equation of state of $N_f = 2 + 1$ QCD with physical quark masses / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. — 2014. — Т. D89, № 5. — С. 054506. — DOI: [10.1103/PhysRevD.89.054506](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.054506). — arXiv: [1310.8656](https://arxiv.org/abs/1310.8656) [hep-lat].
69. Anisotropy of the quark-antiquark potential in a magnetic field / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. — 2014. — Т. D89, № 11. — С. 114502. — DOI: [10.1103/PhysRevD.89.114502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.114502). — arXiv: [1403.6094](https://arxiv.org/abs/1403.6094) [hep-lat].
70. Skokov V., Illarionov A. Yu., Toneev V. Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions // Int. J. Mod. Phys. — 2009. — Т. A24. — С. 5925—5932. — DOI: [10.1142/S0217751X09047570](https://doi.org/10.1142/S0217751X09047570). — arXiv: [0907.1396](https://arxiv.org/abs/0907.1396) [nucl-th].
71. (Electro-)Magnetic field evolution in relativistic heavy-ion collisions / V. Voronyuk [и др.] // Phys. Rev. — 2011. — Т. C83. — С. 054911. — DOI: [10.1103/PhysRevC.83.054911](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.83.054911). — arXiv: [1103.4239](https://arxiv.org/abs/1103.4239) [nucl-th].
72. Kharzeev D. E., McLerran L. D., Warringa H. J. The Effects of topological charge change in heavy ion collisions: 'Event by event P and CP violation' // Nucl. Phys. — 2008. — Т. A803. — С. 227—253. — DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2008.02.298](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.02.298). — arXiv: [0711.0950](https://arxiv.org/abs/0711.0950) [hep-ph].
73. Tuchin K. Particle production in strong electromagnetic fields in relativistic heavy-ion collisions // Adv. High Energy Phys. — 2013. — Т. 2013. — С. 490495. — DOI: [10.1155/2013/490495](https://doi.org/10.1155/2013/490495). — arXiv: [1301.0099](https://arxiv.org/abs/1301.0099) [hep-ph].
74. Cho Y. M. Colored Monopoles // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Т. 44. — С. 1115. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.44.1115](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.44.1115). — [Erratum: Phys. Rev. Lett.44,1566(1980)].
75. Cho Y. M., Kim J. H., Pak D. G. QCD effective action with a most general homogeneous field background // Mod. Phys. Lett. — 2006. — Т. A21. — С. 2789—2797. — DOI: [10.1142/S0217732306021918](https://doi.org/10.1142/S0217732306021918). — arXiv: [hep-ph/0701086](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0701086) [hep-ph].
76. Shabanov S. V. On a low energy bound in a class of chiral field theories with solitons // J. Math. Phys. — 2002. — Т. 43. — С. 4127—4134. — DOI: [10.1063/1.1488671](https://doi.org/10.1063/1.1488671). — arXiv: [hep-th/0202146](https://arxiv.org/abs/hep-th/0202146) [hep-th].
77. Shabanov S. V. Geometry of the physical phase space in quantum gauge systems // Phys. Rept. — 2000. — Т. 326. — С. 1—163. — DOI: [10.1016/S0370-1573\(99\)00085-X](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(99)00085-X). — arXiv: [hep-th/0002043](https://arxiv.org/abs/hep-th/0002043) [hep-th].

78. *Shabanov S. V., Klauder J. R.* Towards a nonperturbative path integral in gauge theories // Phys. Lett. — 1999. — T. B456. — C. 38–47. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(99\)00493-1](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00493-1). — arXiv: [hep-th/9902017](https://arxiv.org/abs/hep-th/9902017) [hep-th].
79. *Prokhorov L. V.* Phase Space In Theories With A Gauge Group // Sov. J. Nucl. Phys. — 1982. — T. 35. — C. 129–135. — [Yad. Fiz.35,229(1982)].
80. *Faddeev L. D., Niemi A. J.* Spin-Charge Separation, Conformal Covariance and the SU(2) Yang-Mills Theory // Nucl. Phys. — 2007. — T. B776. — C. 38–65. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2006.12.011](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2006.12.011). — arXiv: [hep-th/0608111](https://arxiv.org/abs/hep-th/0608111) [hep-th].
81. *Faddeev L. D., Niemi A. J.* Partial duality in SU(N) Yang-Mills theory // Phys. Lett. — 1999. — T. B449. — C. 214–218. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(99\)00100-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00100-8). — arXiv: [hep-th/9812090](https://arxiv.org/abs/hep-th/9812090) [hep-th].
82. *Kondo K.-I., Shinohara T., Murakami T.* Reformulating SU(N) Yang-Mills theory based on change of variables // Prog. Theor. Phys. — 2008. — T. 120. — C. 1–50. — DOI: [10.1143/PTP.120.1](https://doi.org/10.1143/PTP.120.1). — arXiv: [0803.0176](https://arxiv.org/abs/0803.0176) [hep-th].
83. *Praschifka J., Roberts C. D., Cahill R. T.* QCD Bosonization and the Meson Effective Action // Phys. Rev. — 1987. — T. D36. — C. 209. — DOI: [10.1103/PhysRevD.36.209](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.36.209).
84. Linear confinement and AdS/QCD / A. Karch [и др.] // Phys. Rev. — 2006. — T. D74. — C. 015005. — DOI: [10.1103/PhysRevD.74.015005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.015005). — arXiv: [hep-ph/0602229](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0602229) [hep-ph].
85. *Brodsky S. J., Teramond G. F. de* Hadronic spectra and light-front wavefunctions in holographic QCD // Phys. Rev. Lett. — 2006. — T. 96. — C. 201601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.201601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.201601). — arXiv: [hep-ph/0602252](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0602252) [hep-ph].
86. *Leutwyler H., Stern J.* Covariant Quantum Mechanics on a Null Plane // Phys. Lett. — 1977. — T. B69. — C. 207–210. — DOI: [10.1016/0370-2693\(77\)90645-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90645-1).
87. *Leutwyler H., Stern J.* Relativistic Dynamics on a Null Plane // Annals Phys. — 1978. — T. 112. — C. 94. — DOI: [10.1016/0003-4916\(78\)90082-9](https://doi.org/10.1016/0003-4916(78)90082-9).
88. *Leutwyler H., Stern J.* Harmonic Confinement: A Fully Relativistic Approximation to the Meson Spectrum // Phys. Lett. — 1978. — T. B73. — C. 75–79. — DOI: [10.1016/0370-2693\(78\)90175-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(78)90175-2).
89. *Leutwyler H., Stern J.* Local Spin 1/2 Wave Equations and Harmonic Confinement // Nucl. Phys. — 1979. — T. B157. — C. 327–364. — DOI: [10.1016/0550-3213\(79\)90509-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90509-1).

90. Unquenched gluon propagator in Landau gauge / P. O. Bowman [и др.] // Phys. Rev. — 2004. — Т. D70. — С. 034509. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.034509](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.034509). — arXiv: [hep-lat/0402032](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0402032) [hep-lat].
91. Lattice study of the infrared behavior of QCD Green's functions in Landau gauge / A. Sternbeck [и др.] // PoS. — 2006. — Т. LAT2006. — С. 076. — arXiv: [hep-lat/0610053](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0610053) [hep-lat].
92. *Mitter M., Pawłowski J. M., Strodthoff N.* Chiral symmetry breaking in continuum QCD // Phys. Rev. — 2015. — Т. D91. — С. 054035. — DOI: [10.1103/PhysRevD.91.054035](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.054035). — arXiv: [1411.7978](https://arxiv.org/abs/1411.7978) [hep-ph].
93. *Fischer C. S., Maas A., Pawłowski J. M.* On the infrared behavior of Landau gauge Yang-Mills theory // Annals Phys. — 2009. — Т. 324. — С. 2408–2437. — DOI: [10.1016/j.aop.2009.07.009](https://doi.org/10.1016/j.aop.2009.07.009). — arXiv: [0810.1987](https://arxiv.org/abs/0810.1987) [hep-ph].
94. *Maris P., Tandy P. C.* Bethe-Salpeter study of vector meson masses and decay constants // Phys. Rev. — 1999. — Т. C60. — С. 055214. — DOI: [10.1103/PhysRevC.60.055214](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.60.055214). — arXiv: [nucl-th/9905056](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9905056) [nucl-th].
95. *Fischer C. S., Kubrak S., Williams R.* Mass spectra and Regge trajectories of light mesons in the Bethe-Salpeter approach // Eur. Phys. J. — 2014. — Т. A50. — С. 126. — DOI: [10.1140/epja/i2014-14126-6](https://doi.org/10.1140/epja/i2014-14126-6). — arXiv: [1406.4370](https://arxiv.org/abs/1406.4370) [hep-ph].
96. *Dorkin S. M., Kaptari L. P., Kämpfer B.* Accounting for the analytical properties of the quark propagator from the Dyson-Schwinger equation // Phys. Rev. — 2015. — Т. C91, № 5. — С. 055201. — DOI: [10.1103/PhysRevC.91.055201](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.91.055201). — arXiv: [1412.3345](https://arxiv.org/abs/1412.3345) [hep-ph].
97. *Maas A.* Propagators and topology // Eur. Phys. J. — 2015. — Т. C75, № 3. — С. 122. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3342-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3342-8). — arXiv: [1410.7954](https://arxiv.org/abs/1410.7954) [hep-lat].
98. *Maas A.* On the spectrum of the Faddeev-Popov operator in topological background fields // Eur. Phys. J. — 2006. — Т. C48. — С. 179–192. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-006-0003-y](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-006-0003-y). — arXiv: [hep-th/0511307](https://arxiv.org/abs/hep-th/0511307) [hep-th].
99. *Maas A.* Instantons, monopoles, vortices, and the Faddeev-Popov operator eigenspectrum // Nucl. Phys. — 2007. — Т. A790. — С. 566–569. — DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2007.03.096](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2007.03.096). — arXiv: [hep-th/0610011](https://arxiv.org/abs/hep-th/0610011) [hep-th].
100. Modified instanton profile effects from lattice Green functions / P. Boucaud [и др.] // Phys. Rev. — 2004. — Т. D70. — С. 114503. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.114503](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.114503). — arXiv: [hep-ph/0312332](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0312332) [hep-ph].

101. *Souchlas N.* A dressed quark propagator representation in the Bethe–Salpeter description of mesons // J. Phys. — 2010. — T. G37, № 11. — C. 115001. — DOI: [10.1088/0954-3899/37/11/115001](https://doi.org/10.1088/0954-3899/37/11/115001).
102. *Nielsen N. K., Olesen P.* An Unstable Yang-Mills Field Mode // Nucl. Phys. — 1978. — T. B144. — C. 376–396. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90377-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90377-2).
103. *Ozaki S.* QCD effective potential with strong $U(1)_{em}$ magnetic fields // Phys. Rev. — 2014. — T. D89, № 5. — C. 054022. — DOI: [10.1103/PhysRevD.89.054022](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.054022). — arXiv: [1311.3137 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1311.3137).
104. The magnetic susceptibility in QCD / C. Bonati [и др.] // PoS. — 2014. — T. LATTICE2013. — C. 184. — arXiv: [1312.5070 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1312.5070).
105. *Arteaga D.* Quasiparticle excitations in relativistic quantum field theory // Annals Phys. — 2009. — T. 324. — C. 920–954. — DOI: [10.1016/j.aop.2008.12.002](https://doi.org/10.1016/j.aop.2008.12.002). — arXiv: [0801.4324 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0801.4324).
106. *Yukalov V. I.* Phase transitions and heterophase fluctuations // Physics Reports. — 1991. — T. 208, № 6. — C. 395–489. — ISSN 0370-1573. — DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(91\)90074-V](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(91)90074-V).
107. *Yukalova V. I., Yukalov E. P.* Models of mixed hadron-quark-gluon matter // PoS. — 2012. — T. Baldin-ISHEPP-XXI. — C. 046. — arXiv: [1301.6910 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1301.6910).
108. *Yukalov V. I.* Mesoscopic Phase Fluctuations: General Phenomenon In Condensed Matter // International Journal of Modern Physics B. — 2003. — T. 17, № 12. — C. 2333–2358. — DOI: [10.1142/S0217979203018259](https://doi.org/10.1142/S0217979203018259). — eprint: <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217979203018259>.
109. *Nielsen H. B., Olesen P.* A Quantum Liquid Model for the QCD Vacuum: Gauge and Rotational Invariance of Domained and Quantized Homogeneous Color Fields // Nucl. Phys. — 1979. — T. B160. — C. 380–396. — DOI: [10.1016/0550-3213\(79\)90065-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90065-8).
110. *Teramond G. F. de, Brodsky S. J.* Hadronic spectrum of a holographic dual of QCD // Phys. Rev. Lett. — 2005. — T. 94. — C. 201601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.94.201601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.201601). — arXiv: [hep-th/0501022 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/hep-th/0501022).
111. *Teramond G. F. de, Brodsky S. J.* Light-Front Holography: A First Approximation to QCD // Phys. Rev. Lett. — 2009. — T. 102. — C. 081601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.081601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.081601). — arXiv: [0809.4899 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0809.4899).

112. *Deur A., Brodsky S. J., Teramond G. F. de* On the Interface between Perturbative and Nonperturbative QCD // *Phys. Lett.* — 2016. — T. B757. — C. 275–281. — DOI: [10.1016/j.physletb.2016.03.077](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.03.077). — arXiv: [1601.06568](https://arxiv.org/abs/1601.06568) [hep-ph].
113. *Swarnkar R., Chakrabarti D.* Meson structure in light-front holographic QCD // *Phys. Rev.* — 2015. — T. D92, № 7. — C. 074023. — DOI: [10.1103/PhysRevD.92.074023](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.074023). — arXiv: [1507.01568](https://arxiv.org/abs/1507.01568) [hep-ph].
114. Nuclear physics in soft-wall AdS/QCD: Deuteron electromagnetic form factors / T. Gutsche [и др.] // *Phys. Rev.* — 2015. — T. D91, № 11. — C. 114001. — DOI: [10.1103/PhysRevD.91.114001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.114001). — arXiv: [1501.02738](https://arxiv.org/abs/1501.02738) [hep-ph].
115. *Forshaw J. R., Sandapen R.* An AdS/QCD holographic wavefunction for the ρ meson and diffractive ρ meson electroproduction // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — T. 109. — C. 081601. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.081601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.081601). — arXiv: [1203.6088](https://arxiv.org/abs/1203.6088) [hep-ph].
116. *Gherghetta T., Kapusta J. I., Kelley T. M.* Chiral symmetry breaking in the soft-wall AdS/QCD model // *Phys. Rev.* — 2009. — T. D79. — C. 076003. — DOI: [10.1103/PhysRevD.79.076003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.076003). — arXiv: [0902.1998](https://arxiv.org/abs/0902.1998) [hep-ph].
117. *Patrignani C.* [и др.] Review of Particle Physics // *Chin. Phys.* — 2016. — T. C40, № 10. — C. 100001. — DOI: [10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001).
118. Precise heavy-light meson masses and hyperfine splittings from lattice QCD including charm quarks in the sea / R. J. Dowdall [и др.] // *Phys. Rev.* — 2012. — T. D86. — C. 094510. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.094510](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.094510). — arXiv: [1207.5149](https://arxiv.org/abs/1207.5149) [hep-lat].
119. *Dolezal Z.* Heavy flavour physics results from the ATLAS experiment // *PoS.* — 2015. — T. Bormio2015. — C. 035.
120. Beauty mesons in lattice QCD with exact chiral symmetry / T.-W. Chiu [и др.] // *Phys. Lett.* — 2007. — T. B651. — C. 171–176. — DOI: [10.1016/j.physletb.2007.06.017](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.06.017). — arXiv: [0705.2797](https://arxiv.org/abs/0705.2797) [hep-lat].
121. *Holl A., Krassnigg A., Roberts C. D.* Pseudoscalar meson radial excitations // *Phys. Rev.* — 2004. — T. C70. — C. 042203. — DOI: [10.1103/PhysRevC.70.042203](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.70.042203). — arXiv: [nuc1-th/0406030](https://arxiv.org/abs/nuc1-th/0406030) [nucl-th].
122. *Kataev A. L., Krasnikov N. V., Pivovarov A. A.* The Use of the Finite Energetic Sum Rules for the Calculation of the Light Quark Masses // *Phys. Lett.* — 1983. — T. B123. — C. 93. — DOI: [10.1016/0370-2693\(83\)90966-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90966-8).

123. *Gorishnii S. G., Kataev A. L., Larin S. A.* Next Next-to-leading Perturbative QCD Corrections and Light Quark Masses // *Phys. Lett.* — 1984. — T. B135. — C. 457–462. — DOI: [10.1016/0370-2693\(84\)90315-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)90315-0).
124. *Efimov G. V., Ganbold G.* Meson spectrum and analytic confinement // *Phys. Rev.* — 2002. — T. D65. — C. 054012. — DOI: [10.1103/PhysRevD.65.054012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.054012). — arXiv: [hep-ph/0103101](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0103101) [[hep-ph](#)].
125. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N., Smekal L. von* Spectral density in resonance region and analytic confinement // *Phys. Rev.* — 2004. — T. D70. — C. 094037. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.094037](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.094037). — arXiv: [hep-ph/0406069](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0406069) [[hep-ph](#)].
126. *Aubert B.* [и др.] Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor // *Phys. Rev.* — 2009. — T. D80. — C. 052002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.052002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.052002). — arXiv: [0905.4778](https://arxiv.org/abs/0905.4778) [[hep-ex](#)].
127. *Lepage G. P., Brodsky S. J.* Exclusive Processes in Perturbative Quantum Chromodynamics // *Phys. Rev.* — 1980. — T. D22. — C. 2157. — DOI: [10.1103/PhysRevD.22.2157](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.22.2157).
128. *Uehara S.* [и др.] Measurement of $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle // *Phys. Rev.* — 2012. — T. D86. — C. 092007. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.092007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.092007). — arXiv: [1205.3249](https://arxiv.org/abs/1205.3249) [[hep-ex](#)].
129. Comparing antithetic trends of data for the pion-photon transition form factor / A. P. Bakulev [и др.] // *Phys. Rev.* — 2012. — T. D86. — C. 031501. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.031501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.031501). — arXiv: [1205.3770](https://arxiv.org/abs/1205.3770) [[hep-ph](#)].
130. *Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* Transition form factors of the pion in light-cone QCD sum rules with next-to-next-to-leading order contributions // *Nucl. Phys.* — 2009. — T. B821. — C. 291–326. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2009.06.027](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2009.06.027). — arXiv: [0905.4004](https://arxiv.org/abs/0905.4004) [[hep-ph](#)].
131. Light Cone Sum Rules for the $\pi^0\gamma^*\gamma$ Form Factor Revisited / S. S. Agaev [и др.] // *Phys. Rev.* — 2011. — T. D83. — C. 054020. — DOI: [10.1103/PhysRevD.83.054020](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.054020). — arXiv: [1012.4671](https://arxiv.org/abs/1012.4671) [[hep-ph](#)].
132. *Klopot Y., Oganessian A., Teryaev O.* Transition Form Factors and Mixing of Pseudoscalar Mesons from Anomaly Sum Rule // *Phys. Rev.* — 2013. — T. D87, № 3. — C. 036013. — DOI: [10.1103/PhysRevD.87.036013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.036013), [10.1103/PhysRevD.88.059902](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.059902). — arXiv: [1211.0874](https://arxiv.org/abs/1211.0874) [[hep-ph](#)]. — [Erratum: *Phys. Rev.D*88,no.5,059902(2013)].

133. Matching lightcone- and anomaly-sum-rule predictions for the pion-photon transition form factor / A. G. Oganesian [и др.] // Phys. Rev. — 2016. — Т. D93, № 5. — С. 054040. — DOI: [10.1103/PhysRevD.93.054040](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.054040). — arXiv: [1512.02556](https://arxiv.org/abs/1512.02556) [hep-ph].
134. *Lucha W., Melikhov D.* The Puzzle of the $\pi \rightarrow \gamma\gamma^*$ transition form factor // J. Phys. — 2012. — Т. G39. — С. 045003. — DOI: [10.1088/0954-3899/39/4/045003](https://doi.org/10.1088/0954-3899/39/4/045003). — arXiv: [1110.2080](https://arxiv.org/abs/1110.2080) [hep-ph].
135. *Li H.-n., Mishima S.* Pion transition form factor in k(T) factorization // Phys. Rev. — 2009. — Т. D80. — С. 074024. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.074024](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.074024). — arXiv: [0907.0166](https://arxiv.org/abs/0907.0166) [hep-ph].
136. *Kroll P.* The form factors for the photon to pseudoscalar meson transitions - an update // Eur. Phys. J. — 2011. — Т. C71. — С. 1623. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-011-1623-4](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1623-4). — arXiv: [1012.3542](https://arxiv.org/abs/1012.3542) [hep-ph].
137. *Gorchtein M., Guo P., Szczepaniak A. P.* Form factors of pseudoscalar mesons // Phys. Rev. — 2012. — Т. C86. — С. 015205. — DOI: [10.1103/PhysRevC.86.015205](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.86.015205). — arXiv: [1102.5558](https://arxiv.org/abs/1102.5558) [nucl-th].
138. *Brodsky S. J., Cao F.-G., Teramond G. F. de* Evolved QCD predictions for the meson-photon transition form factors // Phys. Rev. — 2011. — Т. D84. — С. 033001. — DOI: [10.1103/PhysRevD.84.033001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.033001). — arXiv: [1104.3364](https://arxiv.org/abs/1104.3364) [hep-ph].
139. *Zuo F., Jia Y., Huang T.* $\gamma^*\rho^0 \rightarrow \pi^0$ Transition Form Factor in Extended AdS/QCD Models // Eur. Phys. J. — 2010. — Т. C67. — С. 253–261. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-010-1277-7](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1277-7). — arXiv: [0910.3990](https://arxiv.org/abs/0910.3990) [hep-ph].
140. *Stoffers A., Zahed I.* $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \pi^0$ Form Factor from AdS/QCD // Phys. Rev. — 2011. — Т. C84. — С. 025202. — DOI: [10.1103/PhysRevC.84.025202](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.84.025202). — arXiv: [1104.2081](https://arxiv.org/abs/1104.2081) [hep-ph].
141. Abelian anomaly and neutral pion production / H. L. L. Roberts [и др.] // Phys. Rev. — 2010. — Т. C82. — С. 065202. — DOI: [10.1103/PhysRevC.82.065202](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.82.065202). — arXiv: [1009.0067](https://arxiv.org/abs/1009.0067) [nucl-th].
142. *Dorokhov A. E.* Photon-Pion Transition Form Factor: BABAR Puzzle is Cracked. — arXiv: [1003.4693](https://arxiv.org/abs/1003.4693) [hep-ph].
143. *Dorokhov A. E.* Photon-pion transition form factor at high photon virtualities within the nonlocal chiral quark model // JETP Lett. — 2010. — Т. 92. — С. 707–719. — DOI: [10.1134/S0021364010220145](https://doi.org/10.1134/S0021364010220145).

144. *Dorokhov A. E., Kuraev E. A.* Pion transition form factor in the constituent quark model // Phys. Rev. — 2013. — T. D88, № 1. — C. 014038. — DOI: [10.1103/PhysRevD.88.014038](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.014038). — arXiv: [1305.0888](https://arxiv.org/abs/1305.0888) [hep-ph].
145. *Kotko P., Praszalowicz M.* Photon Distribution Amplitudes in nonlocal chiral quark model // Phys. Rev. — 2010. — T. D81. — C. 034019. — DOI: [10.1103/PhysRevD.81.034019](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.034019). — arXiv: [0912.0029](https://arxiv.org/abs/0912.0029) [hep-ph].
146. *Lih C.-C., Geng C.-Q.* $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma$ transition form factor within Light Front Quark Model // Phys. Rev. — 2012. — T. C85. — C. 018201. — DOI: [10.1103/PhysRevC.85.018201](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.85.018201). — arXiv: [1201.2220](https://arxiv.org/abs/1201.2220) [hep-ph].
147. *Lichard P.* Vector meson dominance and the π^0 transition form factor // Phys. Rev. — 2011. — T. D83. — C. 037503. — DOI: [10.1103/PhysRevD.83.037503](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.037503). — arXiv: [1012.5634](https://arxiv.org/abs/1012.5634) [hep-ph].
148. *Ruiz Arriola E., Broniowski W.* Pion transition form factor in the Regge approach and incomplete vector-meson dominance // Phys. Rev. — 2010. — T. D81. — C. 094021. — DOI: [10.1103/PhysRevD.81.094021](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.094021). — arXiv: [1004.0837](https://arxiv.org/abs/1004.0837) [hep-ph].
149. Two-photon form factors of the π^0 , η and η' mesons in the chiral theory with resonances / H. Czyz [и др.] // Phys. Rev. — 2012. — T. D85. — C. 094010. — DOI: [10.1103/PhysRevD.85.094010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.094010). — arXiv: [1202.1171](https://arxiv.org/abs/1202.1171) [hep-ph].
150. *Kochelev N. I., Vento V.* Gluonic components of the pion and the transition form factor $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ // Phys. Rev. — 2010. — T. D81. — C. 034009. — DOI: [10.1103/PhysRevD.81.034009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.034009). — arXiv: [0912.2172](https://arxiv.org/abs/0912.2172) [hep-ph].
151. *Pham T. N., Pham X. Y.* Chiral Anomaly Effects and the BaBar Measurements of the $\gamma \gamma^* \rightarrow \pi^0$ Transition Form Factor // Int. J. Mod. Phys. — 2011. — T. A26. — C. 4125—4131. — DOI: [10.1142/S0217751X11054140](https://doi.org/10.1142/S0217751X11054140). — arXiv: [1101.3177](https://arxiv.org/abs/1101.3177) [hep-ph].
152. *Dorokhov A. E.* Rare decay $\pi^0 \rightarrow e^+ e^-$ as a Test of Standard Model // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2010. — T. 7. — C. 229—234. — DOI: [10.1134/S1547477110040023](https://doi.org/10.1134/S1547477110040023). — arXiv: [0905.4577](https://arxiv.org/abs/0905.4577) [hep-ph].
153. *Radyushkin A. V.* Shape of Pion Distribution Amplitude // Phys. Rev. — 2009. — T. D80. — C. 094009. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.094009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.094009). — arXiv: [0906.0323](https://arxiv.org/abs/0906.0323) [hep-ph].
154. *Polyakov M. V.* On the Pion Distribution Amplitude Shape // JETP Lett. — 2009. — T. 90. — C. 228—231. — DOI: [10.1134/S0021364009160024](https://doi.org/10.1134/S0021364009160024). — arXiv: [0906.0538](https://arxiv.org/abs/0906.0538) [hep-ph].

155. *Radyushkin A. V., Ruskov R. T.* Transition form-factor $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ and QCD sum rules // Nucl. Phys. — 1996. — T. B481. — C. 625–680. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(96\)00492-0](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(96)00492-0). — arXiv: [hep-ph/9603408](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9603408) [hep-ph].
156. Strong and radiative meson decays in a generalized Nambu-Jona-Lasinio model / V. Bernard [и др.] // Phys. Lett. — 1993. — T. B305. — C. 163–167. — DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)91122-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)91122-4). — arXiv: [hep-ph/9302245](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9302245) [hep-ph].
157. *Deng H.-B., Chen X.-L., Deng W.-Z.* Meson Decays in an Extended Nambu–Jona-Lasinio model with Heavy Quark Flavors // Chin. Phys. — 2014. — T. C38, № 1. — C. 013103. — DOI: [10.1088/1674-1137/38/1/013103](https://doi.org/10.1088/1674-1137/38/1/013103). — arXiv: [1304.5279](https://arxiv.org/abs/1304.5279) [hep-ph].
158. *Behrend H. J.* [и др.] A Measurement of the π^0 , η and η' electromagnetic form-factors // Z. Phys. — 1991. — T. C49. — C. 401–410. — DOI: [10.1007/BF01549692](https://doi.org/10.1007/BF01549692).
159. *Gronberg J.* [и др.] Measurements of the meson - photon transition form-factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transfer // Phys. Rev. — 1998. — T. D57. — C. 33–54. — DOI: [10.1103/PhysRevD.57.33](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.57.33). — arXiv: [hep-ex/9707031](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9707031) [hep-ex].
160. *Amo Sanchez P. del* [и др.] Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta$ and $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta'$ transition form factors // Phys. Rev. — 2011. — T. D84. — C. 052001. — DOI: [10.1103/PhysRevD.84.052001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.052001). — arXiv: [1101.1142](https://arxiv.org/abs/1101.1142) [hep-ex].
161. *Lees J. P.* [и др.] Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta_c$ transition form factor // Phys. Rev. — 2010. — T. D81. — C. 052010. — DOI: [10.1103/PhysRevD.81.052010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.052010). — arXiv: [1002.3000](https://arxiv.org/abs/1002.3000) [hep-ex].
162. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* On the chirality of quark modes // Phys. Rev. — 2002. — T. D66. — C. 074020. — DOI: [10.1103/PhysRevD.66.074020](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.074020). — arXiv: [hep-ph/0208064](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0208064) [hep-ph].
163. *Terning J.* Gauging nonlocal Lagrangians // Phys. Rev. — 1991. — T. D44, № 3. — C. 887–897. — DOI: [10.1103/PhysRevD.44.887](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.44.887).