

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Баушев Антон Николаевич

Тёмная материя: проблемы и решения

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

**Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

Дубна 2017

Оглавление

1	Введение	7
2	Умеренная релаксация и формирование структур во Вселенной	23
2.1	Умеренная релаксация	23
2.1.1	Умеренная релаксация: главная идея	23
2.1.2	Энергетический спектр	28
2.1.3	Расчеты	34
2.1.4	Сравнение с наблюдениями	41
2.1.5	Выводы	46
2.2	Сходимость численного моделирования методом N тел	47
2.2.1	Проверка сходимости с помощью метода Фоккера-Планка	51
2.2.2	Обсуждение	56

2.3	Самые мелкие структуры ТМ (клампы) и их выживаемость в рамках модели умеренной релаксации	64
2.3.1	Введение	64
2.3.2	Характерные параметры клампов	68
2.3.3	Разрушение клампов: случай самых неустойчивых гало, $k = 1$	69
2.3.4	Карликовые галактики Местной Группы. Segue 1.	73
2.3.5	Сценарий прочных клампов с плато, $k = c_{vir}/4$	75
2.3.6	Сравнение выживаемости клампов, образованных в предположении умеренной релаксации, и стандартных клампов с центральным пиком плотности	76
2.3.7	Феноменология: предсказания аннигиляционного сигнала и их неопределенность	79

3 Распределение ЧТМ по скоростями и прямое детектирование **85**

3.1	Распределение ЧТМ по скоростям в Солнечной Системе	85
3.1.1	Введение	85
3.1.2	Расчеты	89

3.1.3	Обсуждение	94
3.2	Прямое детектирование внегалактической темной материи на Земле	98
3.2.1	Темная оболочка Местной Группы	98
3.2.2	Результаты и их обсуждение	109
3.3	Взаимодействие темной материи с барионной вследствие наличия подструктур в ТМ	114
3.3.1	Введение	114
3.3.2	Структура неоднородностей темной материи	115
3.3.3	Взаимодействие клампов с газовым потоком	117
3.3.4	Обсуждение	121
4	Непрямое детектирование	128
4.1	Аннигиляция темной материи в гравитационном поле чер- ной дыры	128
4.1.1	Введение	128
4.1.2	Вычисления	129
4.1.3	Частный случай аннигиляции в два фотона	133

4.2	Верхние пределы на сечение аннигиляции ТМ на основании гамма-наблюдений карликовой галактики Segue 1	137
4.2.1	Описание модели	137
4.2.2	Анализ данных	146
4.2.3	Результаты и их обсуждение	149
4.3	Аннигиляция темной материи в ранней Вселенной	153
4.3.1	Основная идея	153
4.3.2	Расчеты	154
4.3.3	Может ли избыток внегалактического гамма-фона в диапазоне 0,5 – 20 МэВ быть следами аннигиляции темной материи?	163
5	Астрофизические конкуренты	173
5.1	Гравитационный коллапс звезд, сопровождающийся релятивистскими выбросами	173
5.1.1	Введение	173
5.1.2	Физические процессы	177
5.1.3	Схема симуляций и описание вычислительных моделей	182

5.1.4	Полученные результаты	185
5.1.5	Обсуждение результатов	191
5.1.6	Заключение	194
5.2	Рентгеновские пульсары	196
5.2.1	Наблюдения и анализ спектров.	198
5.2.2	Результаты и обсуждение.	204
5.2.3	Заключение.	216
6	Заключение	218

Глава 1

Введение

Первые подозрения о существовании темной материи (ниже мы будем использовать сокращение ТМ для темной материи и ЧТМ для частицы или частиц темной материи) возникли еще в 30-ые годы XX века, когда Цвикки обнаружил [24], что ряд известных скоплений галактик, с одной стороны, выглядят вполне вириализованными, то есть, грубо говоря, распределение галактик по скоростям и в пространстве вполне соответствует гравитационно связанной системе, в которой галактики уже совершили несколько оборотов вокруг центра. С другой стороны, скопления очевидно не были гравитационно связанными, если учитывать только массу звезд и газа: при наблюдаемых дисперсиях скоростей галактики совершенно не удерживались гравитационным полем скопления и свободно разлетались из него. Ни о какой вириализации в таких условиях речь идти не могла, и через ~ 100 млн. лет скопления должны были бы просто разлететься (напомним, что возраст Вселенной на два порядка больше). Цвикки предположил, что, помимо звезд и газа, скопления содержат еще некий невидимый, слабовзаимодействующий компонент. Тогда этому наблюдению не придали особого значения.

В 1978 г. были обнаружены знаменитые "плоские хвосты" кривых вращения галактик [25]. Если бы содержимое галактик сводилось к звездам и межзвездной среде, линейная скорость обращения отдельных облаков газа, расположенных далеко за пределами звездного диска галактики, падала бы, как $r^{-1/2}$. Наблюдения, однако, показали, что она остается почти постоянной вплоть до очень больших расстояний от центра галактики. Естественным объяснением этого факта стало наличие вокруг

галактик темного слабозаимодействующего гало с профилем плотности $\rho \propto r^{-2}$. Альтернативным объяснением могло бы стать нарушение II или гравитационного законов Ньютона (т.н. модифицированная ньютонова динамика, MOND). По некоторым причинам эта гипотеза сейчас представляется крайне неубедительной. Вкратце главная трудность состоит в том, что ТМ проявляет себя, по меньшей мере, на трех астрономических масштабах: в кривых вращения галактик (причем эти кривые имеют сходные, но все же различные плоские хвосты кривых вращения), в динамике скоплений галактик, и в пространственном спектре реликтового излучения (см. ниже). Если бы действительно имела место некая модификация динамики Ньютона, правомерно было бы ожидать, по крайней мере, ее универсальности. Предложить некую единую универсальную модификацию ньютоновой динамики, которая объясняла бы все аномалии, которые в противном случае приходится списывать на наличие темной материи, пока никому не удалось, несмотря на весьма многочисленные попытки. Таким образом, существование темной материи стало практически общепринятым.

В 2003 году были измерены [26] гармоники высоких порядков в угловом распределении реликтового излучения, и оказалось, что уже в момент формирования реликтового излучения так называемое барионное вещество (хотя речь, фактически, идет о веществе, состоящем из всех частиц Стандартной Модели, включая, например, излучение) давало лишь пятую часть полной плотности Вселенной [27]. Учитывая, что плотность темной энергии в ту эпоху была пренебрежимо мала, мы приходим к выводу, что $\sim 80\%$ вещества уже тогда составляла темная материя. Это ставит крест на попытках предложить астрофизические механизмы образования ТМ (хотя они и до этих наблюдений испытывали почти непреодолимые трудности) и показывает, что ТМ является существенно космологическим феноменом.

Самая распространенная в настоящее время гипотеза состоит в том, что ТМ состоит из элементарных частиц, рожденных в ранней Вселенной, хотя есть и другие возможности, вроде черных дыр, в изобилии возникших в ранней Вселенной (стоит, однако, подчеркнуть, что астрофизические черные дыры на роль ТМ совершенно не годятся. Механизм образования черных дыр-кандидатов в ТМ должен быть весьма экзотическим, в стандартных космологических сценариях они не возникают). В этом

случае темная материя, наиболее вероятно, представляет собой смесь равных количеств частиц и античастиц, хотя есть и другие возможности, например, нарушение симметрии между частицами и античастицами или тождественность частиц и античастиц, как в случае легчайшей суперсимметричной частицы - нейтралино. ЧТМ должна быть незаряженной и взаимодействовать весьма слабо. Частица с подходящими свойствами еще не обнаружена, несмотря на обилие теоретических кандидатов, предсказываемых различными моделями в квантовой теории поля. Если мы сделаем довольно естественное предположение, что ЧТМ находились в тепловом равновесии с другими частицами в ранней Вселенной, мы можем оценить их сечение аннигиляции исходя из довольно точно определенной доли ТМ в современной Вселенной [28, 29]:

$$\langle\sigma v\rangle \simeq \frac{2 \cdot 10^{-27} \text{ (см}^3\text{/s)}}{\Omega_{DM} h^2} \quad (1.1)$$

Для значения [26] $\Omega_{DM} h^2 = 0.113$ мы получаем $\langle\sigma v\rangle \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ (см}^3\text{/сек)}$, т.е., сечение, характерное для обычных слабых взаимодействий на энергиях ~ 100 ГэВ. Это довольно серьезный аргумент в пользу того, что темная материя состоит из тяжелых частиц (вимпов, от английской аббревиатуры WIMP), вступающих в более-менее стандартные слабые взаимодействия. Впрочем, никак нельзя исключить и сценариев, где ЧТМ никогда не были в термодинамическом равновесии (для этого их сечение взаимодействия должно быть чрезвычайно малым, но недостатка в подобных кандидатах не ощущается), и тогда оценка (1.1) совершенно несправедлива и является сильно завышенной, а совпадение доли ТМ в современной Вселенной со значением, предсказываемым для ЧТМ, вступающих в стандартные слабые взаимодействия, является просто совпадением.

Поразительно, что, несмотря на огромные усилия, мы мало что узнали о физической природе темной материи с 1978 года, когда выяснилось, что ТМ существует и взаимодействует гравитационно. До сих пор ничего не известно о том, вступает ли она еще в какие-либо взаимодействия, если не считать все улучшающихся ограничений сверху на сечения этих предполагаемых взаимодействий. Известно, что негравитационное взаимодействие ЧТМ, если и есть, весьма слабó. Есть несколько путей подступиться к физической природе темной материи, и именно обсуждению

некоторых важных аспектов этих путей и посвящена настоящая диссертация.

Задача о физической природе ТМ чрезвычайно важна. Дело в том, что, несмотря на весьма значительные затраченные усилия, к настоящему моменту (этот текст написан в начале 2017 года) нет никаких экспериментальных подтверждений того, что существует какая-либо элементарная физика за пределами Стандартной Модели. На Большом Адронном Коллайдере (БАК) никаких указаний на новую физику элементарных частиц не обнаружено. Предел возможностей БАК пока не достигнут, но уже недалек, а строительство существенно превосходящей его установки в обозримом будущем не планируется. Однако в общепринятой сейчас Стандартной Модели приемлемого кандидата на роль частицы (или частиц) темной материи нет. Таким образом, наличие темной материи — один из сильнейших доводов (и практически единственный в настоящее время прямой экспериментальный аргумент) в пользу того, что физика частиц не ограничивается Стандартной Моделью.

Есть веские аргументы утверждать, что ТМ не была горячей ($v \ll c$) в эпоху, когда сформировалось реликтовое излучение [27]. Однако она могла быть теплой (т.е. на момент формирования первых структур $z \sim 20$ средняя дисперсия скоростей ЧТМ была нерелятивистской, но все-таки могла оказать некоторое влияние на образование структур, то есть была ~ 10 км/сек) или холодной (дисперсией скоростей которой можно полностью пренебречь). В большинстве сценариев (в частности, для всех видов вимпов) ТМ должна быть холодной, хотя есть и сценарии с теплой ТМ (стерильное нейтрино небольшой массы и т.д.). Теоретически отличить эти два случая можно, исследуя мелкомасштабные структуры во Вселенной.

В последние годы появились факты, будто бы указывающие на то, что либо темная материя является теплой, либо ЧТМ взаимодействуют друг с другом негравитационным образом: противоречие между результатами моделирования профилей плотности темной материи в центрах галактик и наблюдениями стало несомненным. В то время, как при моделировании профили всегда получаются примерно одинаковыми и с острым пиком плотности в центре гало, большинство наблюдений говорят о большом разнообразии профилей, к тому же с плоским плато в центре¹. Это могло

¹В англоязычной литературе используемым в этой диссертации терминам "пик" и "плато" соответствуют 'cusp' и 'core', соответственно.

бы дать ценнейшую информацию о природе ТМ; нужно, однако, быть уверенными, что симуляции не страдают от численных эффектов. Именно рассмотрение этой важнейшей задачи является главным предметом данной диссертации и изложено в ее первой главе.

Идея моделирования методом N тел состоит в замещении реальных частиц темной материи с помощью меньшего количества тяжелых пробных частиц, взаимодействующих по Ньютону, так, что средняя плотность остается неизменной. Это позволяет уменьшить количество частиц и сделать задачу вычислимой. Для того, чтобы избежать нефизических близких столкновений, ньютонов потенциал тела "смягчают" на малых расстояниях от частиц: потенциал растет по Ньютону лишь до некоторого радиуса ρ , а внутри ρ устанавливается практически постоянным. В космологических симуляциях начальные условия обычно выбираются в виде случайного гауссова поля, таким образом, чтобы они моделировали реальные начальные космологические возмущения. После этого симуляции запускают, и система свободно эволюционирует, при этом в ней образуются структуры, в том числе сложная иерархическая система гало различных масс. Важно отметить, что, несмотря на то, что общее количество пробных частиц в современных симуляциях иногда превышает $\sim 10^9$, одно гало в космологических симуляциях редко содержит более $\sim 10^6$ частиц.

Вторым способом выяснения физической природы темной материи является ее так называемый прямой поиск или прямое детектирование. Метод полностью основан на предположении, что частицей ТМ является вимп, а его суть заключается в детектировании возможных столкновений вимпов с атомными ядрами [30]. Сечение рассеяния вимпа на нуклоне очень мало, а скорость вимпов в Галактике ~ 300 км/сек, поэтому столкновения являются низкоэнергичными (характерная энергия измеряется десятками КэВ) и весьма редкими событиями, поэтому для их наблюдения требуется низкий фон (что предполагает подземную лабораторию), очень высокая радиационная чистота и изощренная техника эксперимента.

Прямой поиск весьма чувствителен к распределению ЧТМ по скоростям, которое нельзя измерить непосредственно, и теоретические представления о котором довольно туманны. Именно этим вопросам посвящена вторая глава этой диссертации.

Помимо исследования формирования структур и прямого поиска, применя-

ется непрямой поиск, т.е., поиск вторичных частиц, порождаемых темной материей. Этот метод более универсален, чем прямое детектирование, и применим далеко не только к вимпам, хотя и он совершенно не способен обнаружить многих кандидатов на роль ЧТМ. Как мы уже отмечали, ТМ с высокой вероятностью является смесью частиц и античастиц (в качестве частного случая, ЧТМ может быть тождественна своей античастице, например, легчайшая суперсимметричная частица – нейтралино), и поэтому везде, где она есть, должна наблюдаться ее аннигиляция. Интенсивность аннигиляции пропорциональна ρ^2 , и поэтому особый интерес в этом случае представляют области с высокой плотностью ТМ.

Менее вероятный, но тоже возможный сценарий состоит в том, что ЧТМ являются долгоживущими, но все же нестабильными. В этом случае сигнал пропорционален просто количеству ТМ, и ее высокая плотность не дает особых преимуществ. Предпринимаются попытки наблюдать самые разнообразные продукты аннигиляции или распада ТМ: позитроны, нейтрино, антипротоны и т.д. Однако особенно выгодны для непрямого поиска фотоны: их легко детектировать (по сравнению с нейтрино), и они не отклоняются космическими магнитными полями и прямо указывают на свой источник (в отличие от заряженных частиц). Некоторым важным вопросам непрямого детектирования посвящена третья глава.

Основную трудность для прямого поиска представляет существование множества конкурирующих астрофизических источников жесткого излучения с самыми разными свойствами. Рассмотрению некоторых из них посвящена четвертая глава.

Основной целью диссертации является развитие методов выяснения физической природы темной материи. Везде, где это возможно, используется аналитический подход, так как в этом случае наиболее ясна связь между сделанными исходными предположениями и их физическими следствиями. Основное внимание уделяется задачам, актуальным для физических программ современных экспериментов в физике высоких энергий.

Весьма сложная, нелинейная проблема формирования структур во Вселенной по-прежнему далека от решения. Одним из многообещающих подходов к данной задаче является моделирование методом N тел. Однако результаты подобного моделирования до некоторой степени совпадают с результатами наблюдений только

в случае скоплений галактик [31], а в случае менее массивных структур возникают явные противоречия. Моделирование формирования структур в холодной темной материи приводит к формированию гало универсальной формы (гало различной массы имеют одинаковый профиль плотности, с точностью до преобразования подобия). Мы будем называть этот профиль Универсальный Профиль Плотности (УПП). Моделирование предсказывает, что УПП имеет острый пик плотности в центре. Ранее предлагался профиль Наварро-Френка-Вайта [32] (далее НФВ)

$$\rho = \frac{\rho_s r_s^3}{r(r + r_s)^2}, \quad (1.2)$$

ведущий себя в центре как $\rho \propto r^{-1}$. Концентрация гало определяется как $c_{vir} = r_s/R_{vir}$. В последнее время профиль Эйнасто [33]

$$\rho = \rho_s \exp \left[-2n \left\{ \left(\frac{r}{r_s} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} \right] \quad (1.3)$$

оказался предпочтительнее [34, 35, 36, 37]. Он имеет конечную плотность в центре; однако полученные значения его показателя оказались столь высоки ($n \simeq 5 - 6$), что профиль по-прежнему пикообразным.

Напротив, многочисленные наблюдения (например, [38, 39, 40, 41]) свидетельствуют в пользу платообразного профиля в центре темных гало (т.е., плотность темной материи по мере приближения к центру растет лишь до определенного предела, а в самом центре имеется участок с почти постоянной плотностью). [42] моделировали профили плотности темной материи большого массива спиральных галактик профилем Эйнасто, рассматривая показатель n как свободный параметр. Оказалось, что Эйнасто подгоняет наблюдательные данные заметно лучше, чем НФВ или псевдоизотермальный с плато. Однако найденное значение показателя n оказалось очень малым ($n \simeq 0.5 - 1$), что соответствует платообразному профилю [43, 44].

В течение довольно долгого времени была популярна версия, что противоречие между предсказываемым пиком и наблюдаемым плато исчезнет, когда моделирование начнет учитывать наличие барионной материи [45]. Эта версия с самого начала вызывала определенные сомнения. Главным источником недоумения был тот факт, что наилучшее согласие между наблюдениями и пикообразными профилями,

получаемыми при моделировании, наблюдалось как раз у объектов, содержащих значительную долю барионной материи, например, у скоплений галактик [31], а наибольшее расхождение [46] возникает у карликовых галактик, которые иногда содержат менее 10^{-6} барионной материи, и трудно поверить, что столь ничтожное количество вещества достаточно для разрушения центрального пика.

Наконец были выполнены симуляции, учитывающие наличие барионов, и их результаты практически похоронили надежды разрешить противоречие таким путем [47]. Действительно, наличие барионов влияло на профили образующихся гало, и, подбирая параметры, в принципе, оказалось возможным неплохо подогнать многие реальные гало. Фундаментальная трудность заключается в том, что для каждого конкретного выбора параметров симуляций все гало оказываются подобными, т.е. УПП сохраняется, хотя и отличается от УПП для чистой темной материи. Однако свойства наблюдаемых гало весьма разнообразны, среди них встречаются объекты как с пикообразным, так и с платообразным профилем ТМ, и наблюдаемое разнообразие галактик явно невозможно описать одним УПП, каким бы он ни был: удачный подгон профилей одних галактик вариацией параметров моделирования неизбежно приведет к резкому расхождению для других галактик.

В принципе, противоречие между наблюдениями и результатами численного моделирования может указывать на неприменимость стандартной Λ CDM космологии и в этом смысле пролить свет на физическую природу темной материи. Можно было бы предположить, что ТМ не является холодной, либо имеется негравитационное взаимодействие между частицами. Однако прежде, чем сделать столь сильные выводы о природе темной материи, нужно быть уверенным, что результаты моделирования объективны и свободны от численных эффектов.

Как показано в [12, 13], энергетическая эволюция системы играет определяющую роль в образовании центрального пика: если энергетическая эволюция системы умеренная, в центре неизбежно формируется плато, а для формирования пика энергообмен должен быть интенсивным. Поэтому верное моделирование энергообмена между частицами при образовании темного исключительно важно: его переоценка вследствие численных эффектов приведет к формированию ложного пика.

Хотя ТМ и предполагается бесстолкновительной, механизм энергетической

релаксации у нее есть. Это так называемая интенсивная релаксация [48]. Суть данного механизма проста: в процессе нелинейного коллапса гало в нем должны возникать значительные неоднородности плотности. Эти неоднородности создают мелкомасштабное гравитационное поле, которое интенсивно перераспределяет энергию между частицами. Аналитические расчеты показывают, что данный механизм может быть весьма эффективным в центре гало. Однако интенсивная релаксация "работает" только во время коллапса гало: уже сформировавшееся гало имеет стационарное гравитационное поле. Более того, данный механизм эффективен только в центре гало, а при удалении от центра он быстро слабеет [48].

В численных моделировании, однако, возникает еще один, совершенно нефизический механизм релаксации: столкновение тестовых частиц. Точный учет его влияния представляет собой довольно сложную задачу и требует учета распределения частиц в пространстве и по скоростям. Есть, однако, простой и довольно точный метод оценить это влияние, связанный с введением усредненных "характерных" величин для скорости v и радиусов частиц r [49, eqn. 1.32]. Подставив в это выражение динамическое время $\tau_d \sim r/v$, мы получим:

$$\frac{\langle \Delta v \rangle}{\delta t} \simeq 0 \quad \frac{\langle \Delta v^2 \rangle}{\delta t} \simeq \frac{8v^2 \ln \Lambda}{N(r)} \cdot \frac{v}{r} \quad (1.4)$$

Здесь $N(r)$ — число частиц внутри радиуса r , $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм.

Время столкновительной релаксации τ_r может быть определено как момент, когда $\Delta v^2 \simeq v^2$, и мы получаем из (1.4)

$$\tau_r = \frac{N(r)}{8 \ln \Lambda} \cdot \frac{r}{v} \quad (1.5)$$

Т.к. реальные гало содержат $\sim 10^{65}$ частиц, столкновительная релаксация в них ничтожна. В симуляциях, однако, число тел сравнительно невелико, и релаксация (как мы видели, отсутствующая в реальных системах и потому являющаяся чистым численным эффектом), может быть существенной за вычислительное время t_0 .

Главная цель тестов сходимости для симуляций — найти t_0/τ_r , при котором профиль плотности еще не искажен численными эффектами, в частности, влиянием столкновений тестовых частиц, τ_r быстро растет с радиусом: влияние столкновений может быть пренебрежимым на краях гало, но уже недопустимо большим в центре.

Можно ввести радиус сходимости r_{conv} для гало для заданной длительности симуляций t_0 , так что влияние столкновений уже существенно внутри r_{conv} , но им еще можно пренебречь для $r > r_{conv}$.

Конечно, существует обширная литература, посвященная данной тематике. Однако, в силу отсутствия надежных теоретических предсказаний поведения темной материи вблизи центра гало, основным и, по сути, единственным методом проверки сходимости симуляций является стабильность профиля и его независимость от параметров симуляции (впрочем, обычно изменяемых в небольших пределах). Это делается следующим образом: проводятся космологические симуляции, из них выделяется отдельное гало, определяется его профиль. После этого, гало "пересобирается" (в англоязычной литературе эта операция называется *resampling*) с изменением параметров: радиуса сглаживания или числа частиц (но, конечно, с сохранением профиля). Если после этого профиль остается стабильным - считается, что влияние численных эффектов невелико.

Главной целью диссертации является подробное рассмотрение формирования профиля плотности в центре гало. Во-первых, мы покажем, что предположение об умеренной релаксации гало темной материи в ходе его формирования автоматически приводит к профилю плотности, который хорошо соответствует наблюдаемым в центральных областях галактик. Профиль нечувствителен к начальным условиям. Он имеет центральное плато; в области плато профиль плотности ведет себя как профиль Эйнаста с малым индексом ($n \sim 0.5$). На больших расстояниях профиль имеет обширную область с $\rho \propto r^{-2}$. Произведение центральной плотности гало на радиус плато практически не зависит от массы гало.

Во-вторых, будут раскрыты противоречия в критериях сходимости космологических симуляций, применяемых в настоящее время. Методом Фоккера-Планка мы исследуем поведение вычислительных схем и покажем, что между частицами в симуляциях происходят столкновения, что ставит под сомнение надежность определения как функции распределения скоростей, так и профиля плотности в центре гало. По-видимому, острые пики плотности в центре гало, наблюдаемые при моделировании и рассматривающиеся в настоящее время как сильный аргумент против модели холодной темной материи, являются не более чем вычислительным артефак-

том.

Кроме того, мы рассмотрим малые подструктуры (клампы), возможно, присутствующие в крупных гало темной материи. Данный вопрос очень важен для непрямого поиска темной материи, т.к., несмотря на то, что подструктуры, вообще говоря, являются довольно рыхлыми и неустойчивыми образованиями, в стандартных космологических сценариях именно они должны давать основной вклад в аннигиляцию темной материи.

Мы подробно обсудим распределение ЧТМ по скоростям, которое весьма существенно для экспериментов по прямому поиску ТМ. Будет получено распределение частиц по скоростям для "изотермического" профиля $\rho \sim r^{-2}$ в случае, когда оно сильно анизотропно, оценен вклад внегалактической ТМ в общее содержание темной материи около Земли и рассмотрено формирование т.н. толстого диска темной материи в нашей Галактике. Последний факт очень важен для прямого поиска ТМ: если ТМ в какой-либо степени увлекается в дисковое вращение обычной материей, это снижает скорость ЧТМ относительно Земли и может сильно уменьшить сигнал прямого детектирования.

Будет рассмотрена возможность наблюдения аннигиляции ТМ, происходящей в разнообразных астрономических системах: в окрестностях черных дыр, в карликовых галактиках-спутниках, входящих в Местную Группу и в ранней Вселенной ($z \sim 300$). Непрямой поиск темной материи требует надежных методов выделения продуктов ее аннигиляции на фоне жесткого излучения, имеющего обычное астрофизическое происхождение. В диссертации мы обсудим некоторые из астрономических источников частиц высоких энергий. Чем лучше мы будем понимать спектральные свойства компактных источников космического излучения - тем легче нам будет обнаружить аномалии, связанные с аннигиляцией ТМ, или, в случае отсутствия сигнала, хотя бы поставить лучшие верхние пределы на сечение этого процесса.

Цели и методы исследования

В диссертации решаются следующие основные задачи.

1) Развитие метода умеренной релаксации и его применение к формированию структур во Вселенной. Выявление следствий модели умеренной релаксации, которые мо-

гут быть проверены наблюдательно.

- 2) Проверка надежности существующих методов проверки сходимости космологических симуляций. Разработка путей улучшения этих методов.
- 3) Анализ распределения и выживаемости подструктур темной материи на основе подхода умеренной релаксации. Оценка возможного фактора усиления сигнала от аннигиляции темной материи.
- 4) Оценка плотности внегалактической ТМ и распределения по скоростям ее частиц.
- 5) Получение распределения по скоростям частиц темной материи, соответствующего "изотермическому" профилю плотности $\rho \propto r^{-2}$, в предельно анизотропном случае.
- 6) Рассмотрение взаимодействия потока газа с подструктурами темной материи через их мелкомасштабное гравитационное поле. Анализ возможности частичного увлечения ТМ вслед за барионной при формировании Галактики с образованием т.н. толстого диска темной материи.
- 7) Расчет аннигиляции темной материи в гравитационном поле шварцшильдовой черной дыры, точно учитывающий угловое распределение продуктов реакции и все эффекты ОТО.
- 8) Нахождение верхних пределов на сечение аннигиляции ЧТМ в различных каналах на основании наблюдений карликового сфероида Segue 1 гамма-обсерваторией Fermi.
- 9) Рассмотрение аннигиляции ТМ в ранней Вселенной ($z \sim 300$) и расчет потока и спектра фотонов от нее, которое может измерить земной наблюдатель.
- 10) Моделирование некоторых астрофизических источников жесткого излучения, сигнал от которых может конкурировать с сигналом аннигиляции темной материи.

Основным методом, применяемым в диссертации, является аналитический подход, позволяющий лучше понять фундаментальную физику проблемы и зависимость решения задачи от сделанных начальных предположений. Помимо этого, при проведении анализа наблюдений гамма-обсерваторией Fermi использовались стандартные хорошо известные методы обработки наблюдений. Для решения ряда задач применялись также хорошо разработанные методы численного моделирования. Однако особенностью диссертации является применение простых аналитических моделей для описания весьма сложных явлений, а хорошее согласие полученных результатов с наблюдательными данными (в ряде случаев, гораздо лучшее, чем у сложного

численного моделирования) доказывает не только применимость этих моделей, но и правильность выбора начальных предположений при их создании.

Научная новизна и значимость

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту, являются новыми и важными для развития современной физики темной материи. Приоритет автора в получении решения основных задач диссертации признается мировым сообществом, что подтверждается цитированием и использованием его результатов в дальнейших исследованиях другими учеными как в нашей стране, так и за рубежом.

В диссертации существенно развита теория образования структур во Вселенной. С помощью предположения об *умеренной* энергетической релаксации соискателю удалось объяснить четыре особенности галактических гало темной материи, которые были давно известны, но не находили убедительного объяснения в рамках стандартной теории образования структур: наличие плато, а не пика, в центре гало; поведение профиля плотности в области плато как профиля Эйнаста с малым индексом ($n \sim 0.5$); обширная область с $\rho \propto r^{-2}$; постоянство произведения центральной плотности гало на радиус плато. Более того, с помощью анализа сходимости компьютерных симуляций, применяемых для моделирования формирования структур во Вселенной, соискатель сумел указать на уязвимость общепринятых критериев сходимости и предложить решение широко известного противоречия между предсказываемыми симуляциями пиками и наблюдаемыми плато профилями плотности ТМ в центрах галактических гало. До этого в литературе доминировала точка зрения, что противоречие указывает на физические свойства темной материи, т.е. что она либо не была холодной, либо вступает в какие-то негравитационные взаимодействия сама с собой или с барионным веществом [47]. Будь это так — мы бы получили ценнейшую информацию о природе темной материи. Большое внимание, уделяемое этому вопросу в международной научной литературе, неудивительно. В настоящее время существование ТМ является, по сути, единственным прямым экспериментальным аргументом в пользу существования физики, выходящей за пределы Стандартной Модели: поиск на БАК и других установках пока положительных результатов не дал. Ничего не дали и прямые и не прямые поиски ТМ. В таких условиях любая

достоверная информация о физической природе ТМ чрезвычайно ценна. К сожалению, соискателю удалось показать, что острые пики плотности в центре гало, наблюдаемые при моделировании и рассматриваемые в настоящее время как сильный аргумент против модели холодной темной материи, наиболее вероятно, являются не более чем вычислительным артефактом.

Большой практический интерес представляют и результаты предпринятых А. Н. Баушевым исследований распределения ЧТМ по скоростям в окрестностях Земли (вторая глава диссертации). В настоящее время в мире одновременно работают порядка десяти экспериментов по прямому поиску темной материи, и их результаты противоречивы. Например, DAMA [50] уже давно наблюдает сигнал, который можно интерпретировать как ЧТМ с массой ~ 10 ГэВ, а наблюдения других установок, в частности, XENON [51], исключают существование такой частицы. Т.к. результаты прямого детектирования очень чувствительны к распределению ЧТМ по скоростям, реалистичные модели этого распределения имеют большую практическую значимость.

Обсуждение наиболее перспективных источников для непрямого поиска, и потенциальных трудностей при интерпретации полученного сигнала, вызванных наличием астрофизических источников жесткого излучения, по своим свойствам похожего на сигнал аннигиляции ТМ (третья и четвертая главы диссертации), также весьма актуально.

Положения, выносимые на защиту сформулированы в Заключение диссертации.

Публикации и личный вклад автора

Основные результаты диссертации опубликованы в виде 19 статей в ведущих российских и зарубежных физических журналах, входящих в Перечень ВАК [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]. Из этих работ 14 выполнены без соавторов [1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19]. Помимо этого, по материалам диссертации опубликованы 2 работы в трудах конференций и рабочих совещаний [20, 21]. Кроме того, в двух препринтах [22, 23], которые доступны в электронных базах данных, содержатся некоторые дополнительные материалы. Основные работы по

диссертации имеют высокую цитируемость и хорошо известны специалистам.

Вклад автора во все полученные результаты является определяющим. Автором осуществлялись: формулировка задач, разработка путей и методов их решения, развитие необходимого математического аппарата, подготовка текстов публикаций, а также переписка с редакциями научных журналов и рецензентами.

В работе [3] вклад А.Н. Баушева является полностью определяющим, соавтор участвовал лишь в постановке задачи и частично в обсуждении полученных результатов. Статья [9] имеет трех авторов, однако вклад соискателя доминирует: им осуществлялась постановка задачи, все теоретические расчеты, расчеты пространственного и спектрального распределения источников, обсуждение полученных результатов, подготовка текста публикации и переписку с редакциями научных журналов и рецензентами. В работе [7] А.Н. Баушеву принадлежит основной вклад в проведение аналитических вычислений, обсуждение полученных результатов, подготовку текста публикации и переписку с редакциями научных журналов и рецензентами, тогда как численные результаты были получены соавтором данной работы М.В. Барковым. Публикации [15, 16] являются результатом сотрудничества А.Н. Баушева с коллаборацией СТА, и в их написание вложен труд большого коллектива ученых.

Структура диссертации и использованные обозначения и сокращения

Диссертация состоит из Введения, 4-х Глав (каждая из которых, в свою очередь, разбита на параграфы) и Заключения. Хотя большинство обозначений являются сквозными для всей работы, в каждом параграфе мы, вообще говоря, используем свой набор обозначений, каждый раз уточняя его по ходу изложения, так что это не может привести к недоразумениям. В первой Главе рассматривается вопрос о формировании структур во Вселенной. Показано, что предположение об умеренной энергетической релаксации позволяет объяснить четыре особенности профилей плотности темной материи в центрах галактических гало, которые были давно известны из наблюдений, но не находили убедительного объяснения в рамках стандартной теории образования структур: наличие плато, а не пика, в центре гало; поведение профи-

ля плотности в области плато как профиля Эйнасто с малым индексом ($n \sim 0.5$); обширная область с $\rho \propto r^{-2}$; постоянство произведения центральной плотности гало на радиус плато. Представлен анализ критериев сходимости космологических симуляций, используемых в настоящее время, и их достоверность поставлена под сомнение. Предложены более надежные методы оценки сходимости. Кроме того, в первой Главе рассматривается устойчивость подструктур ТМ по отношению к приливным воздействиям. Основные результаты первой Главы опубликованы в работах [5, 10, 12, 13, 14, 18].

Во второй Главе рассматривается функция распределения ЧТМ по скоростям с точки зрения земного наблюдателя. Обсуждается влияние на это распределение различных факторов: вероятной сильной анизотропии распределения, наличия значительной внегалактической компоненты и толстого диска темной материи. Основные результаты второй Главы опубликованы в [6, 8, 11, 17]. В третьей Главе диссертации изучается возможность наблюдения с Земли сигнала аннигиляции темной материи, возможно, происходящей в окрестностях черных дыр, в карликовых галактиках-спутниках, входящих в Местную Группу и в ранней Вселенной ($z \sim 300$). Методы и подходы, обсуждаемые во третьей Главе, опубликованы в статьях [2, 4, 9, 15, 16, 19]. Четвертая Глава посвящена компактным астрономическим источникам жесткого излучения, она основывается на работах [1, 3, 7]. В Заключение формулируются основные выводы и перечисляются результаты диссертации, выносимые на защиту.

В диссертации использованы следующие сокращения и нестандартные термины: ТМ — темная материя, ЧТМ — частица (или частицы) темной материи, НФВ (профиль, концентрация, потенциал) — (профиль, концентрация, потенциал) Наварро-Френка-Вайта [32], УПП — Универсальный Профиль Плотности, используемым в этой диссертации терминам "пик" и "плато" в англоязычной литературе соответствуют 'cusp' и 'core', соответственно. Термином "вимп" (от англ. WIMP) мы называем массивные частицы, вступающие в слабое взаимодействие, термином "кламп" (от англ. 'clump') — относительно маломассивные гало или другую подструктуру, неоднородность темной материи.

Глава 2

Умеренная релаксация и формирование структур во Вселенной

В первом параграфе этой главы мы рассмотрим образование гало темной материи при условии ограниченности энергетической эволюции системы в ходе формирования гало (мы назовем это условие *умеренной* энергетической релаксацией) и выясним наблюдательные следствия этого предположения.

Во втором параграфе мы исследуем применяемые сейчас в литературе стандартные критерии сходимости космологических симуляций и их уязвимые места.

В третьем параграфе мы рассмотрим выживаемость подструктур ТМ и покажем, что практически вся (порядка 80%) темная материя во Вселенной должна полностью сохранить свои подструктуры (клампы) даже при самых пессимистических предположениях об их строении.

2.1 Умеренная релаксация

2.1.1 Умеренная релаксация: главная идея

В этом разделе мы применим энергетический подход к задаче о формировании темных гало и покажем, что он, вероятно, дает ключ к разрешению противоречия между центральными пиками и плато. Более того, мы предложим объяснения ряда давно известных свойств профилей галактических гало.

Во-первых, многие галактики (по крайней мере, спиральные) имеют в своем темном гало довольно обширную область с профилем плотности $\rho \propto r^{-2}$: область соответствует знаменитому плоскому хвосту в их кривых вращения. Именно эта особенность позволила доказать само существование темной материи [25]. В то же время, ни один из двух популярных модельных профилей (НФВ или Эйнасто), которые используются для интерпретации результатов численного моделирования, не имеет такой области. Конечно $\gamma = d \log \rho / d \log r$ обоих профилей достигает значения -2 в некоторой точке. Однако в обоих случаях индекс изменяется непрерывно, и точка, где $\gamma = -2$, ничем не выделена, и поэтому нет оснований ожидать частого формирования обширной области с $\rho \sim r^{-2}$. Конечно, образование реальных структур — гораздо более сложный процесс, и возникновение этой области может быть результатом влияния барионов, подструктур, диска галактики и т.д. Тем не менее, устойчивое возникновение "псевдоизотермического" участка $\rho \sim r^{-2}$ в профилях плотности большого массива галактик с весьма различными физическими свойствами [52] наводит на мысль о существовании фундаментальной и универсальной физической причины его формирования.

Во-вторых, наблюдения показывают, что произведение центральной плотности ρ_c гало на радиус центрального плато r_{core} является почти постоянным для самых разнообразных галактик, в то время как их физические параметры, в частности, ρ_c и r_{core} по отдельности, меняются в довольно широком диапазоне. Этот эффект был впервые обнаружен [53], а затем подтвержден несколькими независимыми наблюдениями (см. [54] и ссылки в ней). Для того, чтобы иметь возможность сравнить результаты, полученные с использованием различных профилей плотности, мы введем универсальное определение радиуса плато r_{core} как радиуса, на котором

$$\frac{d \log \rho(r_{core})}{d \log r} = -1. \quad (2.1)$$

Авторы [54] использовали профиль Буркерта [55]

$$\rho(r) = \frac{\rho_c r_b^3}{(r + r_b)(r^2 + r_b^2)}. \quad (2.2)$$

Легко видеть, что $r_{core} = r_b/2$.

Последние оценки на основании комплексного анализа кривых вращения и моделей распределения массы ~ 1000 спиральных и карликовых неправильных галактик поздних и ранних типов с надежно определенными массовыми профилями, а также анализа данных слабого гравлинзирования для массива спиральных и эллиптических галактик [54] дают $\log(\rho_c r_b) = 2.15 \pm 0.2$ в единицах $\log(M_\odot \text{pc}^{-2})$. Также было показано, что наблюдаемые кинематические данные для карликовых сфероидальных галактик, входящих в Местную Группу, тоже хорошо согласуются с этим значением. Результат был получен для галактик, принадлежащих к различным хаббловским типам, а их профили плотности были определены несколькими независимыми методами.

Несмотря на то, что, как мы увидим, распределение плотности ТМ в центре гало может совершенно отличаться от профиля НФВ, по причине популярности профиля НФВ мы будем использовать НФВ-концентрацию гало c_{vir} . Обозначим $\epsilon = \frac{v^2}{2} + \phi$ полную удельную энергию материи, где ϕ — гравитационный потенциал. Легко показать (см. начало параграфа 2.1.2), что в самом общем случае частицы, которые впоследствии формируют гало, первоначально (до начала коллапса) имеют практически одинаковую полную энергию (их энергии отличаются не более, чем в два раза). При коллапсе гало возникают значительные неоднородности и каустики, и их сильное мелкомасштабное гравитационное поле перераспределяет энергию между частицами и теоретически может изменить энергетический спектр гало весьма сильно. Возникает вопрос: насколько сильной может быть подобная релаксация, т.е., может ли спектр измениться до неузнаваемости, или отношение конечной полной энергии ϵ_f к начальной ϵ_i все же ограничено для большинства частиц?

В принципе, отношение ϵ_f/ϵ_i может быть произвольно велико, например, в случае так называемой бурной релаксации [48]. Ее идея состоит в том, что возникающее в процессе коллапса мелкомасштабное гравитационное поле перераспределяет энергию между частицами столь эффективно, что последние полностью забывают свое начальное состояние. Однако равновесное состояние, полученное в [48], имеет бесконечную полную массу, и его применимость к конечным системам дискуссионна. Большая часть массы будущего гало вначале располагается во внешних слоях протоголо, с большими значениями начального радиуса r (т.к. их объем растет как r^2).

В то же время, [48] показали, что эффективность бурной релаксации быстро падает с радиусом r : даже в этой работе, предлагающей бурную релаксацию, релаксация внешних слоев сильной не была. Более того, симуляции показывают, что заметная доля массы выпадает на гало позже, когда основной коллапс (и, соответственно, сильная релаксация, уже закончилась) [56]. Это вещество обладает сравнительно большой полной энергией и едва ли может заметно релаксировать.

К сожалению, образование гало — сильно нелинейный процесс, и надежд на аналитическое решение задачи при реалистических условиях практически нет. В литературе встречаются самые разные подходы к этой задаче [57, 58]. [59] рассматривали возможность иерархического формирования темных гало. Эта теория, однако, ведет к очень резкому пику в центре ($\rho \propto r^{-2}$) в случае стандартного спектра (Зельдовича-Гаррисона) начальных космологических возмущений. Подобная форма пика несовместима с современными наблюдениями, в то время, как спектр Зельдовича-Гаррисона надежно подтвержден [60]. Другой подход к проблеме основан на применении H -функции Больцмана [61, 62], т.е., фактически, энтропии системы. Конечно, система не может достичь своего максимума энтропии (изотермического профиля), но авторы считают, что направление увеличения определяет направление эволюции системы. Однако [63] справедливо отметили трудности подобного подхода. Сильная релаксация (даже если она действительно возникает) происходит через общее гравитационное поле. Этот процесс обратим, т.е. энтропия в нем совершенно не растет [63, 64]. Хорошей иллюстрацией могут служить такие стационарные профили, как [65] или [66]. Эти системы очень далеки от максимума энтропии (хотя бы потому, что локальное распределение частиц по скоростям не является Максвелловским). Несмотря на это, системы, очевидно, вообще не могут эволюционировать, т.к. их гравитационные поля стационарны. Единственный процесс, который гарантирует рост энтропии — это столкновительная релаксация типа (2.40), но она-то, по-видимому, отсутствует у реальных темных гало. Поэтому не вполне понятно, как можно использовать фактически термодинамический подход к бесстолкновительной системе.

Главная задача, которую мы ставим в этой работе — показать, что платообразный профиль, очень похожий на наблюдаемый у галактик, естественно и даже

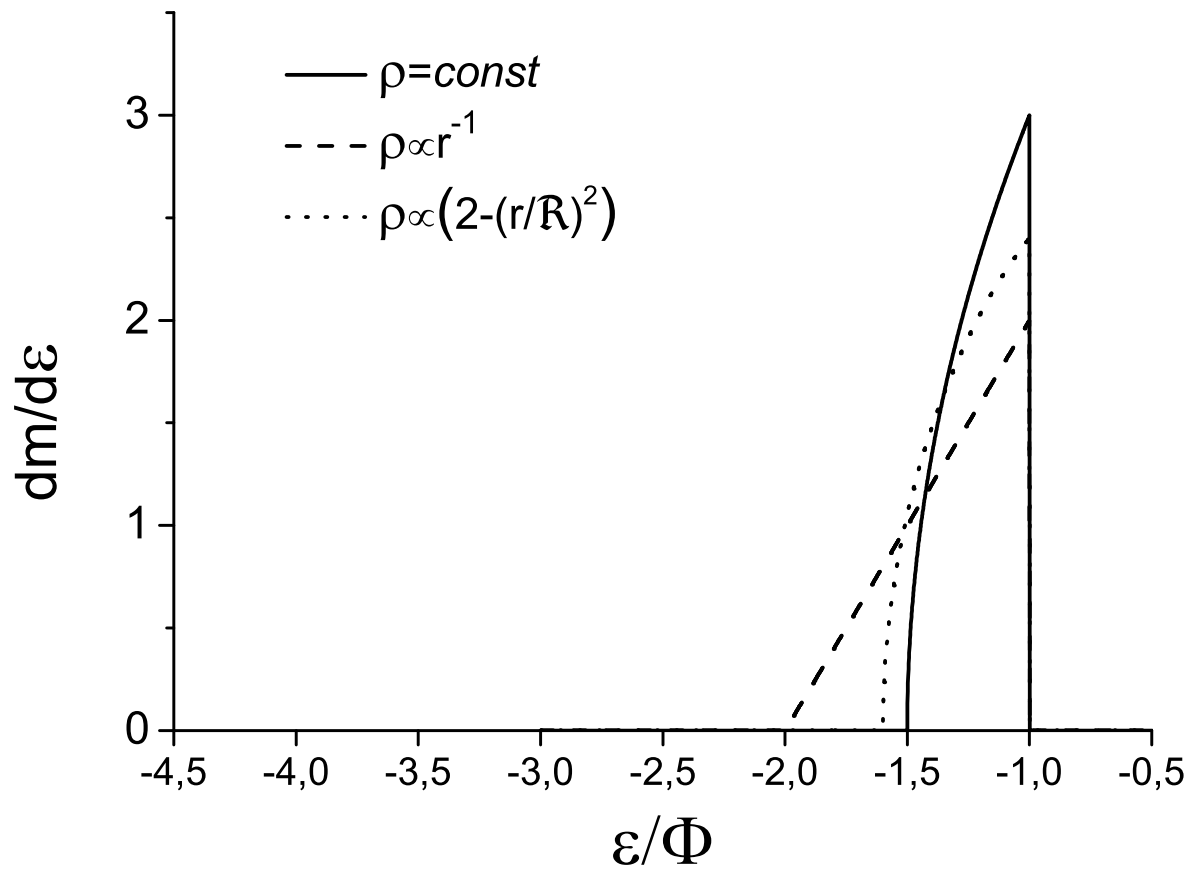


Рис. 2.1: Энергетические спектры $\frac{dm}{d\varepsilon}$ для различных форм начального возмущения.

Очевидно, что частицы с $\varepsilon > -\Phi$ отсутствуют.

неизбежно возникает у гало, если сделать единственное предположение о характере энергетической эволюции в ходе его формирования [12, 13]: если мы предположим, что релаксация в ходе формирования гало была *умеренной* в следующем смысле:

1. *Конечная полная удельная энергия ϵ_f для большинства частиц отличается от начальной ϵ_i не более, чем в $k \leq c_{vir}/4$ раз.*

$$k \equiv \frac{\epsilon_f}{\epsilon_i} \leq \frac{c_{vir}}{4}. \quad (2.3)$$

2. *Некоторая часть материи может нарушать условие (2.3), но ее полная масса должна быть мала по сравнению с полной массой*

гало, содержащейся внутри радиуса $r = \frac{2R_{vir}}{c_{vir}}$

$$M < \int_0^{2R_{vir}/c_{vir}} dM_{halo}. \quad (2.4)$$

Смысл этого условия будет ясен из дальнейшего изложения.

Концентрация c_{vir} для Млечного Пути лежит где-то между 12 и 17 [67] и должна быть даже больше для меньших галактик [37]. Поэтому условие умеренной релаксации означает, что энергии большинства частиц меняются не более, чем в 3-4 раза даже в случае гигантской галактики Млечного Пути, а для менее массивных галактик условие еще мягче.

Нужно отметить, что мы предполагаем умеренную релаксацию только для гало галактической массы и меньше, но не для скоплений галактик. Кроме того, предположение об умеренной релаксации является не более, чем гипотезой, которая в настоящее время не может быть строго доказана. Однако эта гипотеза, в отличие от многих других, приводит к профилям плотности, подтверждаемым прямыми астрономическими наблюдениями.

2.1.2 Энергетический спектр

Рассмотрим начальное распределение материи (здесь и ниже в этой главе мы будем иметь дело только со сферически симметричными конфигурациями и пренебрежем

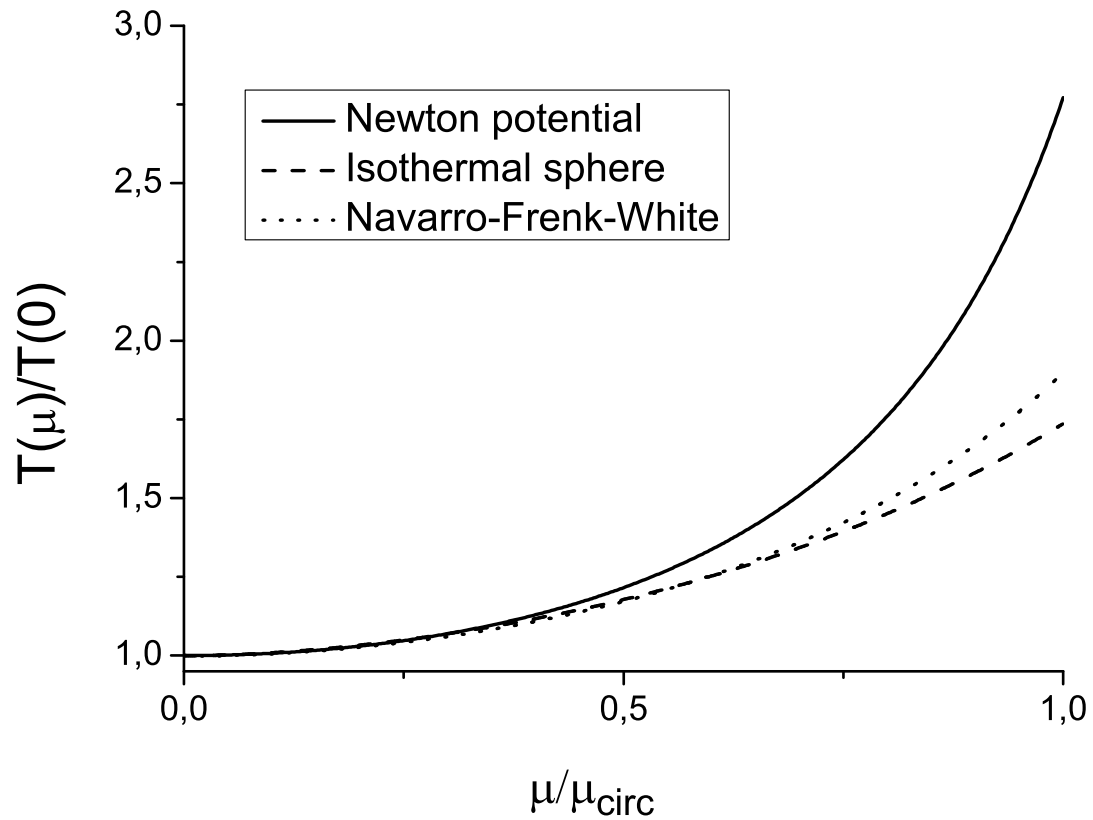


Рис. 2.2: Отношения $T(\mu)/T(0)$ для Ньютонова потенциала $\phi \propto -1/r$ (сплошная линия), изотермической сферы $\phi \propto \ln(r)$ (штриховая линия) и НФВ-профиля с концентрацией $c_{\text{vir}} = 5$ (точечная линия). Нормировка потенциала выбрана так, чтобы полная масса внутри R_{vir} была одинаковой во всех трех случаях. μ_{circ} соответствует круговой орбите.

наличием барионов). Пусть масса и начальный радиус гало равны m и \mathfrak{R} , $\mathfrak{R} \simeq R_{vir}$. Если темная материя холодна, начальная скорость ее частиц может быть принята за ноль без ограничения общности [68] (как мы увидим ниже, выводы этой главы применимы и для теплой ТМ). Для начала рассмотрим случай, когда вещество первоначально равномерно распределено внутри \mathfrak{R} ($\rho = const$, решение Толмена). Тогда внутри сферы:

$$\phi(r) = \frac{Gm}{\mathfrak{R}} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{r}{\mathfrak{R}} \right)^2 - \frac{3}{2} \right), \quad (2.5)$$

$$dm = 3 \frac{m}{\mathfrak{R}} \left(\frac{r}{\mathfrak{R}} \right)^2 dr, \quad (2.6)$$

и мы получаем начальное распределение вещества по энергии:

$$\frac{dm}{d\epsilon} = \left(\frac{3\mathfrak{R}}{G} \right) \sqrt{3 + \frac{2\epsilon}{\Phi}}; \quad \epsilon \in \left[-\frac{3}{2}\Phi; -\Phi \right] \quad (2.7)$$

где $\Phi \equiv \frac{Gm}{R_{vir}} \simeq \frac{Gm}{\mathfrak{R}}$. С помощью аналогичных вычислений можно получить распределение вещества по энергии для начального возмущения плотности $\rho \propto r^{-1}$

$$\frac{dm}{d\epsilon} = \frac{2m}{\Phi} \left(2 + \frac{\epsilon}{\Phi} \right); \quad \epsilon \in \left[-2\Phi; -\Phi \right] \quad (2.8)$$

Как видно на Рис. 2.1, распределения (2.7) и (2.8) отличаются не так уж сильно: все частицы лежат в довольно узком интервале $[-2\Phi; -\Phi]$, при этом большинство частиц имеют энергии, близкие к $-\Phi$. Более того, начальное энергетическое распределение для любого реалистичного (т.е., гладкого) начального возмущения лежит между (2.7) и (2.8): возмущение коллапсирует, когда $\frac{\delta\rho}{\rho} = \beta \simeq 1$, и β слабо зависит от его формы. Следовательно, если начальная форма $\delta\rho(r)$ — гладкая функция, распределения ϕ и dm отличаются от (2.5) и (2.6) только на множитель порядка 2. Как результат, распределение $dm/d\epsilon$ не так уж сильно отличается от однородного (2.7). В качестве иллюстрации, мы рассмотрели профиль $\rho \propto (2 - (r/\mathfrak{R})^2)$, который является неплохим приближением для реалистичного начального возмущения. Соответствующий ему начальный энергетический спектр показан на Рис. 2.1 и оказывается весьма близким к (2.7).

Можно утверждать, что начальное распределение частиц по энергии близко к (2.7) для любой разумной формы начального возмущения. Если мы разделим

начальное распределение на сферические слои толщины dr , ϵ постоянно в пределах одного слоя, а объем слоя растет как $\left(\frac{r}{\mathfrak{R}}\right)^2$. Как результат, даже в случае весьма крутого и явно нефизичного профиля начального возмущения ($\delta\rho \propto r^{-1}$) в начальном энергетическом распределении доминируют частицы с $\epsilon \simeq -\Phi$ (что соответствует $r = \mathfrak{R}$). Сильное отклонение от профиля (2.7) возможно только в случае экстремально крутого профиля начальных возмущений (например, $\delta\rho \propto r^{-3}$), которые явно не могут описывать реальные начальные возмущения темной материи.

Таким образом, при любом разумном начальном возмущении плотности темной материи, ее начальное энергетическое распределение будет весьма близко к (2.7), по крайней мере, в следующем смысле: большинство частиц будут иметь энергии, близкие к $-\Phi$, а их распределение по энергиям будет весьма узким. Например, в случае распределения (2.7), начальные энергии всех частиц лежат в пределах $\epsilon \in \left[-\frac{3}{2}\Phi; -\Phi\right]$. Такое заключение верно и для теплой темной материи. В самом деле, размытие энергетического спектра за счет "теплоты" темной материи примерно равно ее "температуре" в момент коллапса структуры, и она должна быть существенно меньше Φ , чтобы коллапс вообще имел место.

Сделанное нами предположение об умеренности энергетической релаксации системы в ходе ее формирования, будучи скомбинированным с выявленным свойством начального распределения частиц по энергиям, ведет к чрезвычайно важному следствию: некоторому сходству энергетических спектров сформированных гало, которое мы обсудим одним параграфом ниже. Прежде всего возникает вопрос: как система вообще может эволюционировать, если энергии большинства частиц остаются близкими к начальным? Однако эволюция профиля плотности возможна даже при строгом сохранении энергии каждой частицы. Действительно, каждая частица совершает колебания в гравитационном поле формирующейся структуры. Вначале они колеблются строго синфазно, однако впоследствии фазы этих колебаний расходятся, даже если энергия каждой частицы совершенно не меняется, ведь период колебаний частиц зависит от их энергии ϵ . Однако даже в том случае, когда энергии двух частиц в точности совпадают, фазы их колебаний все равно медленно расходятся из-за небольших отклонений от сферичности, возмущений и т.д. В конце концов, все фазы оказываются полностью перемешаны и равновероятны. Именно это состо-

ание соответствует сформированному стационарному гало. Важно подчеркнуть, что перемешивание фаз происходит постоянно, в отличие от энергетической релаксации, которая возможна только за короткий промежуток коллапса гало.

В конце концов, коллапс приводит к образованию стационарного гало с постоянным гравитационным потенциалом $\phi(r)$. Каждая частица в нем может быть описана удельным угловым моментом $\mu = |[\vec{v} \times \vec{r}]|$ и максимальным радиусом r_0 , на который она может удалиться от центра. Радиус r_0 однозначно связан с μ и удельной энергией частицы соотношением $\epsilon = \phi(r_0) + \mu^2/(2r_0^2)$. Рассмотрим распределение частиц $f(r_0)$ по параметру r_0 в итоговом гало.

$$dm = f(r_0) dr_0 \quad (2.9)$$

Если релаксация гало умеренная, $f(r_0)$ имеет весьма характерный вид. В самом деле, потенциальный колодец итогового гало гораздо глубже, чем у начального возмущения. Если характеризовать глубину колодца параметром $q \equiv |(\phi(R_{vir}) - \phi(0))/(\phi(R_{vir}) - \phi(\infty))|$, то, как можно видеть из формул 2.7-2.8, для начального возмущения $q \leq 1$, в то время, как сформированное гало галактики всегда имеет $q \gg 1$. Например, для НФВ-профиля $q \simeq c_{vir}$ [6, 32]. Принимая параметры Млечного Пути $M_{vir} = 10^{12} M_\odot$, $R_{vir} = 250$ кпс [67], получаем $-\Phi = -\phi(R_{vir}) \simeq (130 \text{ km/s})^2$, в то время, как скорость убегания из Галактики на орбите Солнца заведомо превышает 525 km/s [69], а может быть и значительно больше (650 km/s [49, 70]). Таким образом, $q \geq 10$ для Млечного Пути, и может быть еще выше для менее массивных систем. Удельная энергия частиц, захваченных в этой потенциальной яме, в принципе может лежать в интервале $\epsilon = -\Phi$ ($r_0 \simeq R_{vir}$) и $\epsilon = -q\Phi \simeq -c_{vir}\Phi$ ($r_0 = 0$). Если, однако, предположение об умеренной релаксации (2.3), которое мы выдвинули, справедливо, распределение частиц по энергиям в итоговом гало гораздо уже. В самом деле, как мы могли видеть, в начальном энергетическом распределении частицы сильно концентрируются к $\epsilon = -\Phi$ при любой разумной форме начального возмущения. Например, $\rho \propto (2 - (r/\mathfrak{R})^2)$ можно рассматривать как неплохое приближение реалистичного начального возмущения, и мы видим, что энергии всех частиц лежат в интервале $\epsilon \in [-\Phi; -1.6\Phi]$ (см. Рис. 2.1). Если предположение (2.3) верно, из него следует,

что и в сформировавшемся гало большинство частиц концентрируются к $\epsilon = -\Phi$: обмен энергией между частицами в ходе релаксации - более или менее случайный процесс, а полная энергия системы сохраняется. Таким образом, узость начального распределения частиц по энергиям, ограничение (2.3) на перераспределение энергии между частицами и резкое углубление потенциальной ямы, создаваемой гало, в ходе его формирования, приводят к тому, что r_0 большинства частиц в сформировавшемся гало оказываются порядка R_{vir} .

Однако соотношение (2.3) имеет и еще одно, более важное для нас следствие: итоговое гало практически не содержит частиц с энергиями, меньшими $\epsilon = -1.6\Phi \times \frac{c_{vir}}{3} \simeq -\frac{c_{vir}}{2}\Phi$. Значение r_0 , соответствующее $\epsilon = -\frac{c_{vir}}{2}\Phi$, зависит от профиля плотности гало, однако оно заведомо превосходит¹ $2\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$, что соответствует случаю гравитационного поля точечной массы M_{vir} ; для НФВ-профиля с высокой концентрацией $\epsilon = -\frac{c_{vir}}{2}\Phi$ соответствует $r_0 \simeq 2.5\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$. Т.к. условие (2.3) постулирует, что гало содержит незначительное количество частиц с энергией $\epsilon < -\frac{c_{vir}}{2}\Phi$, это означает, что в гало очень мало частиц с $r_0 \in [0; 2\frac{R_{vir}}{c_{vir}}]$. В сущности, частиц с $r_0 \sim 2\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$ тоже должно быть немного: начальное распределение $\rho \propto (2 - (r/\mathfrak{R})^2)$ содержит очень мало частиц с $\epsilon \simeq -1.6\Phi$. Мы можем заключить, что распределение $f(r_0)$ имеет резкий максимум около $r_0 \sim R_{vir}$ и практически равно нулю от $r_0 = 0$ до $r_0 \sim (2 - 3)\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$.

Последнее свойство особенно важно для нас: хотя доля частиц с $r_0 \leq (2 - 3)\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$ мала, сама область $r \leq (2 - 3)\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$ весьма велика (40-50 кпс для нашей Галактики) и содержит весьма значительную долю массы всего объекта. Это означает, что главный вклад в профиль плотности темной материи на этом участке вносят частицы, которые приходят сюда извне, т.е. частицы, r_0 которых заметно превосходит $(2 - 3)\frac{R_{vir}}{c_{vir}}$. Далее мы будем рассматривать даже меньшую область $r \leq \frac{R_{vir}}{c_{vir}}$, где, таким образом, для подавляющего большинства частиц будет выполняться соотношение $r \ll r_0$. Однако эта область все еще весьма значительна

¹Здесь мы пренебрегли частью энергии частицы, связанной с угловым моментом $\frac{\mu^2}{2r^2}$. Однако даже в наихудшем случае круговой орбиты r_0 будет не более, чем в два раза меньше радиального случая.

($\frac{R_{vir}}{c_{vir}} \simeq 20$ кпс для Млечного Пути). Более того, $r = \frac{R_{vir}}{c_{vir}}$ соответствует радиусу на котором НФВ-профиль ведет себя как $\frac{d \log \rho(r)}{d \log r} = -2$. Следовательно, мы вправе ожидать, что, если гало имеет плато в центре, его радиус будет меньше, чем радиус рассматриваемой области.

Как мы сейчас покажем, если профиль плотности ТМ в центре гало в основном создан частицами с $r \ll r_0$, этот профиль плотности обязательно будет универсальным, т.е. не зависящим от распределения $f(r_0)$, и близким к профилю Эйнасто с $n \simeq 0.5$.

2.1.3 Расчеты

Покажем [11, 12], что профиль плотности, создаваемый в центре частицами, прилетающими туда с периферии гало, оказывается универсальным и не зависит от формы распределения $f(r_0)$. Прежде всего, договоримся о распределении частиц по угловому моменту. В согласии с результатами численного моделирования (см, например, [71]) будем считать его гауссовым:

$$dm \propto \frac{2\mu}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\alpha^2}\right) d\mu, \quad (2.10)$$

где $\alpha \equiv \alpha(r_0)$ — ширина распределения, вообще говоря, зависящая от r_0 . Тогда полное распределение можно записать в виде:

$$dm = f(r_0) \frac{2\mu}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\alpha^2}\right) dr_0 d\mu. \quad (2.11)$$

Как мы уже упоминали, большинство частиц имеют $r_0 \sim R_{vir}$, и поэтому только частицы с малыми угловыми моментами μ могут проникать в интересующую нас область $r \sim r_{core} \ll R_{vir}$. Это означает, что распределение рассматриваемых частиц в центре гало главным образом определяется поведением выражения (2.11) при $\mu \simeq 0$, где оно конечно. Поэтому наши вычисления нечувствительны к форме распределения частиц по удельному угловому моменту μ : мы получим аналогичный результат для любого другого распределения с тем же самым распределением $2\mu f(r_0)/\alpha^2(r_0)$ в окрестности нуля $\mu \rightarrow 0$.

Т.к. энергия каждой частицы сохраняется,

$$\frac{\mu^2}{2r_0^2} + \phi(r_0) = \epsilon = \frac{v_r^2}{2} + \frac{\mu^2}{2r^2} + \phi(r), \quad (2.12)$$

а радиальная и касательная компоненты ее скорости равны, соответственно

$$v_r = \sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(r)) - \mu^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)} \quad v_\tau = \frac{\mu}{r}. \quad (2.13)$$

Ноль подкоренного выражения определяет максимальный удельный угловой момент, обладая которым частица может достичь радиуса r .

$$\mu_{max}^2 = 2(\phi(r_0) - \phi(r)) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)^{-1}. \quad (2.14)$$

Мы можем переписать выражение (2.13) как

$$v_r = \frac{\sqrt{r_0^2 - r^2}}{rr_0} \sqrt{\mu_{max}^2 - \mu^2}. \quad (2.15)$$

Частица с максимальным радиусом (радиусом перицентра ее орбиты) r_0 и минимальным радиусом (радиусом апоцентра) r_{min} дает вклад в плотность гало на всем интервале $[r_{min}, r_0]$. Вклад одной частицы массы m на интервале dr пропорционален времени, которое она проводит на этом интервале [8].

$$\frac{dm}{m} = \frac{dt}{T} = \frac{dr}{v_r T} \quad (2.16)$$

Здесь T — это полупериод частицы, т.е., время за которое она один раз проходит от своего апоцентра до перицентра

$$\frac{dm}{m} = \frac{\delta\rho \cdot 4\pi r^2 dr}{m} = \frac{dt}{T(r_0, \mu)} = \frac{dr}{v_r T(r_0, \mu)}, \quad (2.17)$$

а $\delta\rho$ — вклад частицы в общую плотность гало на радиусе r . Мы получаем, что

$$\delta\rho = \frac{m}{4\pi r^2 v_r T(r_0, \mu)}.$$

Чтобы получить распределение плотности, создаваемое всеми частицами, мы должны подставить сюда распределение (2.11) вместо m и проинтегрировать по dr_0 и $d\mu$:

$$\rho = \int_0^{R_{vir}} \int_0^{\mu_{max}} \frac{2\mu f(r_0) dr_0 d\mu}{4\pi v_r r^2 T(r_0, \mu) \alpha^2(r_0)} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\alpha^2(r_0)}\right). \quad (2.18)$$

Строго говоря, T является функцией от μ . Однако в практически интересных случаях эта зависимость весьма слабая, особенно для малых μ , потому что $T(r_0, \mu)$ имеет экстремум при $\mu = 0$ и слабо меняется вблизи него. Как мы можем видеть на Рис. 2.2, $T(\mu)$ отличается от $T(0)$ не более, чем на 25% для любого разумного потенциала, если $\mu \leq 0.5\mu_{circ}$, где мы обозначили μ_{circ} угловой момент, соответствующий круговой орбите. Нас интересует центр гало, которого могут достигать только частицы с малым μ . Поэтому мы приближение $T(r_0, \mu) \simeq T(r_0) \equiv T(r_0, 0)$ является в нашем случае весьма точным. Тогда мы можем провести одно из интегрирований в (2.18), подставив значение (2.15) для v_r и использовать соотношение

$$\int_0^{\mu_{max}} \frac{2\mu}{v_r} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\alpha^2(r_0)}\right) d\mu = \frac{2rr_0\alpha(r_0)}{\sqrt{r_0^2 - r^2}} D\left(\frac{\mu_{max}}{\alpha(r_0)}\right), \quad (2.19)$$

Где $D(x) \equiv e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$ — функция Доусона. Мы можем существенно упростить выражение (2.19) в центре гало, где $r \ll r_0$. В частности, из (2.14) следует, что $\mu_{max} \simeq r\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(0))}$. Мы получаем

$$\rho = \int_0^\infty \frac{f(r_0)}{2\pi\alpha(r_0)T(r_0)r} D\left(r\frac{\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(0))}}{\alpha(r_0)}\right) dr_0. \quad (2.20)$$

Мы можем вынести функцию Доусона из-под интеграла с помощью вышеупомянутых свойств функции $f(r_0)$. Во-первых, она практически равна нулю для малых r_0 : это означает, что интегрирование в (2.20) фактически проводится не от 0, а от $\frac{2R_{vir}}{c_{vir}}$. Во-вторых, как мы могли видеть, в уже сформировавшемся гало преобладают частицы с $r_0 \sim R_{vir}$. Отсюда следует, что главный вклад в интеграл (2.20) дают частицы с $r_0 \simeq R_{vir}$: грубо говоря, из интервала $r_0 \in [R_{vir}/2; R_{vir}]$. Эти два свойства $f(r_0)$ означают, что $f(r_0)$ весьма резко зависит от r_0 на данном интервале. Напротив, $\alpha(r_0)$, вероятно, медленно меняется на $[R_{vir}/2; R_{vir}]$: часто предполагают, что зависимость $\alpha(r_0)$ — степенная с показателем от -1 до 1 [72]. $\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(0))}$ меняется еще медленнее: например, $\sqrt{(\phi(R_{vir}) - \phi(0))/(\phi(R_{vir}/2) - \phi(0))} \simeq 1.13$ для профиля НФВ с $c_{vir} = 15$. Более того, D — конечная и не очень резкая функция своего аргумента. По сравнению с резким поведением функции $f(r_0)$, мы можем пренебречь зависимостью аргумента функции D в (2.20) от r_0 и подставить туда некое

значение, осредненное по гало (см пояснения ниже).

$$r_c = \left\langle \frac{\alpha(r_0)}{\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(0))}} \right\rangle \simeq \frac{\langle \alpha(r_0) \rangle}{\sqrt{2|\phi(0)|}}. \quad (2.21)$$

Тогда мы можем преобразовать (2.20) и получить окончательный результат:

$$\rho = \rho_c \frac{r_c}{r} D\left(\frac{r}{r_c}\right), \quad \rho_c = \frac{1}{2\pi r_c} \int_0^\infty \frac{f(r_0) dr_0}{\alpha(r_0) T(r_0)}. \quad (2.22)$$

Т.к. $D(r/r_c) \simeq r/r_c$ при $r/r_c \rightarrow 0$, ρ_c — действительно является центральной плотностью гало. Как видим, в нашей модели она всегда конечна. В то же время, форма профиля зависит от единственного параметра — r_c .

Рассмотрим вопрос о преобразовании (2.20) в (2.22) более подробно. Рассмотрим свертку двух функций $\int g_1(x)g_2(x, y)dx$, где $g_1(x)$ финитна, т.е., $g_1(x)$ заметно отличается от нуля на некотором интервале $x \in [x_1, x_2]$, а $g_2(x, y)$ слабо зависит от x на этом интервале для любого y . Тогда мы можем грубо оценить

$$\int g_1(x)g_2(x, y)dx \simeq g_2(\langle x \rangle, y) \int g_1(x)dx, \quad (2.23)$$

где $\langle x \rangle$ — значение x , осредненное на $[x_1, x_2]$. Действительно, равенство (2.23) становится точным, если шириной распределения $g_1(x)$ можно пренебречь $\int \delta(x - x_0)g_2(x, y)dx = g_2(x_0, y)$. Оно также абсолютно точно, если $g_2(x, y)$ не меняется вовсе для $x \in [x_1, x_2]$: $\int g_1(x)g_2(y)dx = g_2(y) \int g_1(x)dx$. Если $g_2(x, y)$ зависит от x на $[x_1, x_2]$, равенство (2.23) является приближенным. Нас, однако, интересует точность преобразования (2.20) в (2.22) с помощью (2.23). Покажем, что в данном случае приближение (2.23) — весьма хорошее.

Прежде всего, нужно найти наилучший путь получить r_c (см. (2.21)), т.е., осреднить $\frac{\sqrt{2|\phi(0)|}}{\alpha(r_0)}$ по гало. Т.к. нас интересует самый центр гало, мы рассматриваем случай $r \rightarrow 0$. Функция Доусона $D(x) \simeq x$ для малых x , и из (2.20) мы получаем

$$\rho_c = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{f(r_0)}{\alpha(r_0)T(r_0)} \frac{\sqrt{2|\phi(0)|}}{\alpha(r_0)} dr_0. \quad (2.24)$$

Разделим это соотношение на (2.27)

$$\frac{1}{r_c} = \frac{\int_0^\infty \frac{f(r_0)}{\alpha(r_0)T(r_0)} \frac{\sqrt{2|\phi(0)|}}{\alpha(r_0)} dr_0}{\int_0^\infty \frac{f(r_0)dr_0}{\alpha(r_0)T(r_0)}}. \quad (2.25)$$

Это выражение можно рассматривать как своего рода осреднение $\frac{\sqrt{2|\phi(0)|}}{\alpha(r_0)}$ по гало с использованием $\frac{f(r_0)}{\alpha(r_0)T(r_0)}$ в качестве весовой функции. Данный метод дает наилучшее приближение выражению (2.20) в центре гало.

Чтобы оценить точность преобразования (2.20) в (2.22), рассмотрим более-менее реалистичные модели для функций $f(r_0)$, $\alpha(r_0)$, $T(r_0)$ и сравним профили плотности, полученные с помощью (2.20) и (2.22). Предположим, что $f(r_0)$ — гауссиана

$$\begin{cases} f(r_0) \propto \exp\left(-\frac{(r_0 - a)^2}{2\sigma^2}\right), & r_0 > 0.1R_{vir} \\ f(r_0) = 0, & r_0 < 0.1R_{vir}, \end{cases} \quad (2.26)$$

где $a = 0.7R_{vir}$, $\sigma = 0.2R_{vir}$. Параметры выбраны так, чтобы полная энергия получившегося гало примерно совпадала с начальной, $f(r_0)$ была финитной, а центральная область $\frac{2R_{vir}}{c_{vir}}$ лежала за пределами 3σ , если $c_{vir} \sim 15$, что является характерным значением для галактик. $T(r_0)$ в основном определяется движением частицы вблизи апоцентра [11]. Т.к. $M(r_0) \simeq M_{vir}$ если $r_0 \sim R_{vir}$, можно предположить, что $T(r_0) \propto \sqrt{r_0}$, как в случае гравитационного поля точечной массы M_{vir} . Похожее рассуждение позволяет нам предположить, по аналогии с (2.29) и (2.38), что $\alpha(r_0) \propto \sqrt{M(r_0)r_0} \propto \sqrt{r_0}$ и $\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(0))} \simeq \sqrt{2|\phi(0)|}$. Нормировка функций $f(r_0)$, $\alpha(r_0)$ и $T(r_0)$ несущественна, т.к. нас интересует только форма профиля, причем в координатах $\log \rho / \log r$. Нужно, однако, правильно выбрать значение $\sqrt{2|\phi(0)|}$, чтобы получить желаемое значение r_c с помощью выражения (2.25). Мы выбираем $r_c = 0.05R_{vir}$, в точности, как на Рис. 2.3.

На рис. 2.4 показан профиль плотности, полученный для данной модели с помощью точной формулы (2.20) (сплошная линия) и приближения (2.22) (штриховая линия). Очевидно, различие весьма мало, особенно в центре гало и на больших радиусах, а общая форма кривых полностью совпадает. Мы можем заключить, формула (2.22) весьма точной для реалистичных моделей гало.

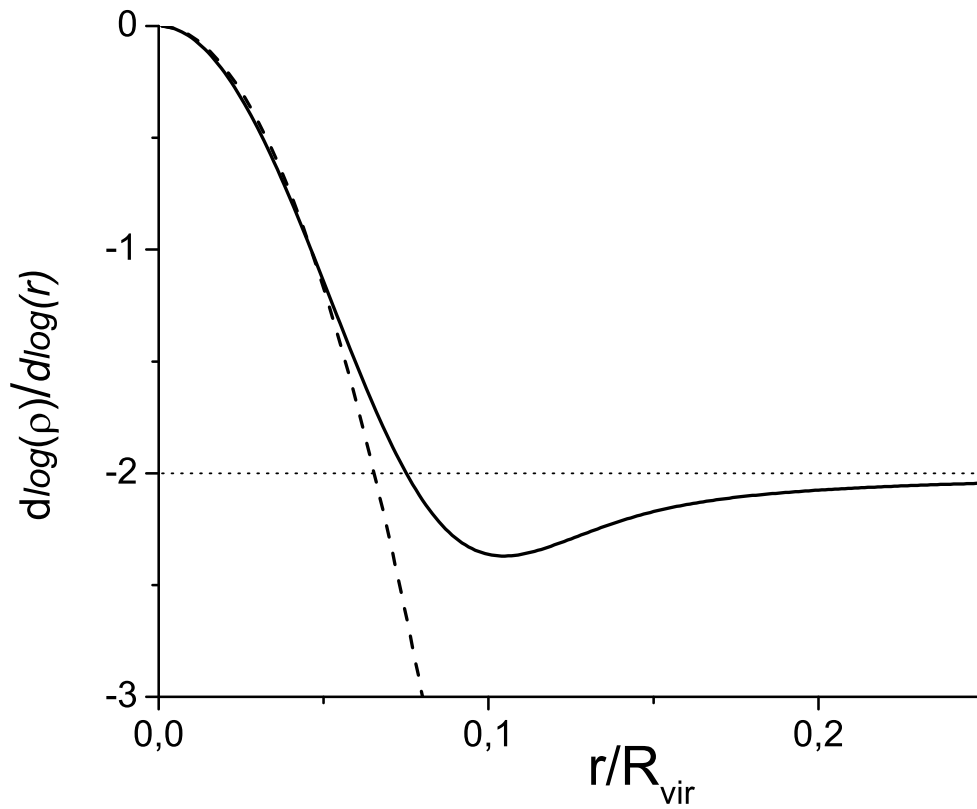


Рис. 2.3: Профиль плотности (2.22) рассматриваемой модели (с $r_c = 0.05R_{vir}$, сплошная линия). Для сравнения приведен профиль Эйнасто с $n = 0.5$ и $r_s = 0.017R_{vir}$ (штриховая линия).

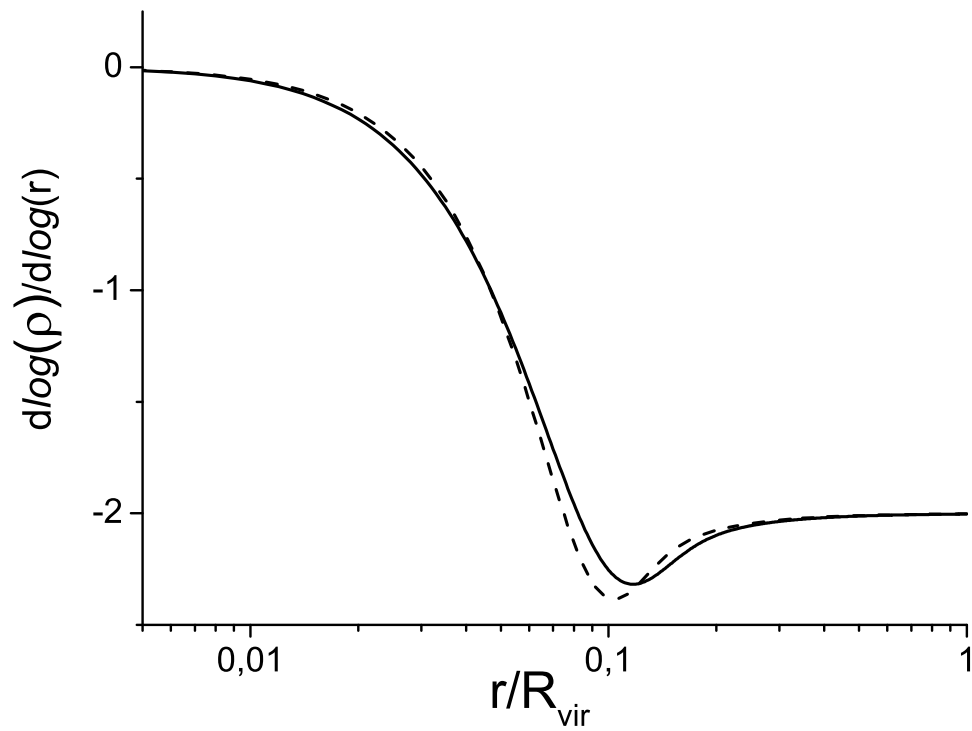


Рис. 2.4: Формы профилей плотности, вычисленные с помощью точного соотношения (2.20) (сплошная линия) и его приближения (2.22) (штриховая линия). Видно, что приближение (2.22) близко к точному решению.

2.1.4 Сравнение с наблюдениями

На рис. 2.3 представлен профиль (2.22) с $r_c = 0.05R_{vir}$ (сплошная линия). Для сравнения приведен профиль Эйнасто с $n = 0.5$ и $r_s = 0.017R_{vir}$ (штриховая линия). В центре профили весьма похожи. Согласно результатам наблюдений, профиль Эйнасто с $n = 0.5$ хорошо описывает профили ТМ в центре спиральных галактик [42], т.е. (2.22) позволяет объяснить эти наблюдательные данные. Кроме того, кривая (2.22) описывает профиль с плато $r_{core} \simeq r_c$; с помощью (2.1) можно уточнить $r_{core} \simeq 0.924r_c$.

Профиль (2.22) всегда переходит в $\rho \propto r^{-2}$ на больших расстояниях, что может объяснить наличие плоских областей в кривых вращения огромного массива галактик с очень различными физическими свойствами. Возникает, однако, вопрос: при получении соотношения (2.22) мы предполагали, что $r_0 \gg r$. Верно ли еще это приближение (и, следовательно, формула (2.22)) для тех r , где профиль (2.22) уже ведет себя, как $\rho \propto r^{-2}$? Как мы могли видеть, выр. (2.22) действительно для $r < \frac{2R_{vir}}{c_{vir}}$. В то же время, профиль $\rho \propto r^{-2}$ возникает при $r \gg r_c$. Согласно (2.21), значение r_c зависит от $\langle \alpha \rangle$ и $\sqrt{2|\phi(0)|}$. Ниже мы покажем, что наилучшее согласие между теорией и наблюдениями достигается, если $\langle \alpha \rangle$ сравнительно мало (2.38). Подставляя (2.38) и $|\phi(0)| \simeq c_{vir}\Phi$ в (2.21), мы можем грубо оценить $r_c \simeq R_{vir}/(28\sqrt{2c_{vir}})$. Проиллюстрируем это на примере Млечного Пути. Здесь $\frac{2R_{vir}}{c_{vir}} \simeq 30$ кпс, т.е., примерно радиус диска, в то время, как $r_c \simeq R_{vir}/(28\sqrt{2c_{vir}}) \simeq 1.6$ кпс, что сравнимо с размером балджа. Т.е. $\frac{2R_{vir}}{c_{vir}} \gg r_c$, выражение (2.22) еще вполне применимо для $r \gg r_c$, и мы можем ожидать обширную область с профилем плотности $\rho \propto r^{-2}$ между $\sim 2r_c \simeq 3.2$ и ~ 30 кпс.

Теперь мы можем исследовать в рамках нашей модели, как произведение $\rho_c r_c$ зависит от массы гало. Согласно соотношению (2.22),

$$\rho_c r_c = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{f(r_0) dr_0}{\alpha(r_0) T(r_0)}. \quad (2.27)$$

Мы можем существенно упростить это выражение с помощью трюка, который использовался для преобразования выражения (2.20) в (2.22): пренебречь довольно

слабой зависимостью функций $\alpha(r_0)$ и $T(r_0)$ от r_0 (по сравнению с $f(r_0)$) и подставить вместо них некие значения, усредненные по гало. Тогда выражение (2.22) может быть переписано как

$$\rho_c r_c \simeq \frac{1}{2\pi} \frac{\int_0^\infty f(r_0) dr_0}{\langle \alpha \rangle \langle T \rangle} = \frac{1}{2\pi} \frac{M_{vir}}{\langle \alpha \rangle \langle T \rangle}. \quad (2.28)$$

Теперь нужно оценить $\langle \alpha \rangle$ и $\langle T \rangle$. Попробуем предположить, что $\langle \alpha \rangle$ принимает свое максимально возможное значение: оно едва ли может быть больше, чем

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{4} \sqrt{GM_{vir} R_{vir}} \quad (2.29)$$

поскольку в противном случае значительная часть частиц гало не будет гравитационно связана. Ниже мы обсудим применимость этого предположения и покажем, что значение $\langle \alpha \rangle$, вероятно, заметно меньше максимально возможного значения.

Полупериод $T(r_0)$ главным образом определяется ускорением свободного падения в точке r_0 (где $v_r = 0$) и не очень чувствителен к распределению плотности в центре гало. Как мы видели, значительная доля частиц должны иметь $r_0 \sim R_{vir}$. Поэтому мы примем как оценку $\langle T \rangle$ время, необходимое для частицы без углового момента, чтобы упасть с радиуса $r = R_{vir}/2$ на точечную массу M_{vir} ,

$$\langle T \rangle = \int_0^{R_{vir}} \frac{dr}{v_r} = \frac{\pi}{8} \frac{R_{vir}^{3/2}}{\sqrt{GM_{vir}}}. \quad (2.30)$$

В самом деле, $\langle r_0 \rangle$ едва ли может быть меньше, чем $R_{vir}/2$: $r_0 \sim R_{vir}$ для большинства частиц в нашей модели. С другой стороны, мы несколько недооцениваем $\langle T \rangle$ полагая точечную массу вместо реального распределения. Следовательно, (2.30), скорее всего, недооценивает $\langle T \rangle$.

Удобно ввести ϱ — среднюю плотность гало: $M_{vir} = \frac{4}{3}\pi R_{vir}^3 \varrho$. Подставляя выражения (2.29) и (2.30) в (2.28), мы получаем

$$\rho_c r_c = \frac{2^{16/3}}{\pi^{4/3} 3^{2/3}} M_{vir}^{1/3} \varrho^{2/3} \simeq 4.21 M_{vir}^{1/3} \varrho^{2/3}. \quad (2.31)$$

По мере роста M_{vir} , множитель $M_{vir}^{1/3}$ медленно растет, а $\varrho^{2/3}$ — медленно уменьшается, т.к. меньшие гало формируются при меньшем z , когда средняя плотность Вселенной была выше. Грубым счетом, средняя плотность структуры пропорциональна плотности Вселенной в момент z , когда эта структура сколлапсировала [73],

то есть, $\varrho \propto (z + 1)^3$. В самом деле, структуры коллапсируют, когда их контраст плотности $\delta\rho/\rho$ достигнет определенной величины (близкой к 1), которая не зависит от их массы [68, section 7.2.2]. Строго говоря, зависимость z от M_{vir} неоднозначна: начальные космологические возмущения можно рассматривать как случайное гауссово поле, и структуры одинаковых масс могли иметь разные начальные амплитуды и коллапсировать при несколько различных z . Можно, однако, говорить о некоем среднем значении z , при котором формировались структуры массы M_{vir} .

Мы принимаем следующие параметры Млечного Пути: $M_{vir} = M_{MW} = 10^{12}M_{\odot}$, $R_{vir} = 250$ кпс [67]. Они соответствуют $\varrho_{MW} = 1.5 \cdot 10^4 M_{\odot} \text{кпс}^{-3}$. Вместо массы M_{vir} , мы можем характеризовать структуры волновым числом k , которое в настоящую эпоху имело бы первичное возмущение, из которого эта структура образовалась. Конечно, $M_{vir} \propto k^{-3}$. Масса Млечного пути $M_{vir} \simeq 10^{12}M_{\odot}$ соответствует $k_{MW} \simeq (0.6 \text{Мпс})^{-1}$ [68]. Отсюда $k = k_{MW}(M_{vir}/M_{MW})^{-1/3}$.

Форма зависимости $z(M_{vir})$ определяется выбранной космологической моделью. Мы примем самую стандартную Λ CDM-космологию с $H_0 = 67.3(\text{Мпс}^{-1} \text{ км/сек})$ (т.е., $H_0^{-1} = 4.58 \cdot 10^{17}$ сек), $\Omega_m = 0.315$ [60]. В этом случае z зависит от M_{vir} логарифмически [68, eq. 5.47]

$$z + 1 \propto \ln \left(\frac{0.4(\sqrt{2} - 1)c}{H_0 \sqrt{\Omega_m} \sqrt{z_{eq} + 1}} k \right). \quad (2.32)$$

Для красного смещения на момент равенства плотностей материи и излучения мы примем $z_{eq} = 3100$ [68]. Подставляя сюда $\varrho \propto (z + 1)^3$ и $k = k_{MW}(M_{vir}/M_{MW})^{-1/3}$, мы получаем

$$\varrho \propto \ln^3 \left[\frac{0.4(\sqrt{2} - 1)ck_{MW}}{H_0 \sqrt{\Omega_m} \sqrt{z_{eq} + 1}} \left(\frac{M_{vir}}{M_{MW}} \right)^{-1/3} \right]. \quad (2.33)$$

Удобно ввести обозначение

$$X \equiv \frac{0.4(\sqrt{2} - 1)ck_{MW}}{H_0 \sqrt{\Omega_m} \sqrt{z_{eq} + 1}}. \quad (2.34)$$

Тогда выражение (2.33) может быть переписано как

$$\varrho \propto \ln^3 \left[X (M_{vir}/M_{MW})^{-1/3} \right] \propto \left(1 - \frac{\ln(M_{vir}/M_{MW})}{3 \ln X} \right)^3. \quad (2.35)$$

Следовательно,

$$\varrho = \varrho_{MW} \left(1 - \frac{\ln(M_{vir}/M_{MW})}{3 \ln X} \right)^3. \quad (2.36)$$

Теперь мы можем подставить эти значения в (2.31). Чтобы сравнить результат с наблюдениями, нужно найти $\rho_c r_b$ вместо $\rho_c r_c$. Используя независимое от профиля определение радиуса плато (2.1), мы получаем $r_{core} = r_b/2$ и $r_{core} \simeq 0.924 r_c$. Следовательно, $\rho_c r_c \simeq 0.541 \rho_c r_b$, и мы приходим к окончательному результату

$$\rho_c r_b = 7.78 \varrho_{MW}^{2/3} M_{MW}^{1/3} \left(\frac{M_{vir}}{M_{MW}} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{\ln(M_{vir}/M_{MW})}{3 \ln X} \right)^2. \quad (2.37)$$

Наблюдения говорят о том, что для большого массива разнообразных галактик $\log(\rho_c r_b) \simeq const = 2.15 \pm 0.2$ в единицах $\log(M_\odot \text{pc}^{-2})$ [54]. На Рис. 2.5 представлена зависимость (2.31) (сплошная линия), предсказываемая моделью умеренной релаксации. Конечно, произведение $\rho_c r_b$ не совсем постоянно; однако, оно меняется лишь в три раза при изменении вириальной массы галактики от $10^9 M_\odot$ до $10^{12} M_\odot$, что покрывает практически весь возможный интервал галактических масс. Это означает, что изменение $\rho_c r_b$ не выходит из 3σ -интервала вокруг постоянного значения $\rho_c r_b$, полученного в наблюдениях, и в этом смысле наша теория предсказывает постоянство $\rho_c r_b$ и согласуется с наблюдениями.

И так, модель умеренной релаксации естественным образом предсказывает постоянство $\rho_c r_b$ во всем диапазоне масс галактик, что отлично согласуется с наблюдениями. С другой стороны, значение постоянной $\rho_c r_b$, предсказываемое соотношением (2.31) примерно в 7 раз ниже, чем наблюдаемое значение. Этого противоречия можно избежать, если предположение (2.29) о значении $\langle \alpha \rangle$ на самом деле, неверно. Действительно предположение (2.29) состоит в том, что $\langle \alpha \rangle$ имеет максимально возможное значение. Это совсем не обязательно верно; есть некоторые основания полагать, что среднеквадратичный угловой момент частиц темной материи в гало довольно мал[8]. Согласно (2.28), $\rho_c r_b$ обратно пропорционально $\langle \alpha \rangle$. Если мы подставим

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{28} \sqrt{GM_{vir} R_{vir}} \quad (2.38)$$

вместо (2.29) в (2.28), мы получим зависимость $\rho_c r_b$ от M_{vir} , которая отлично согласуется с наблюдениями (штриховая линия на Рис. 2.5).

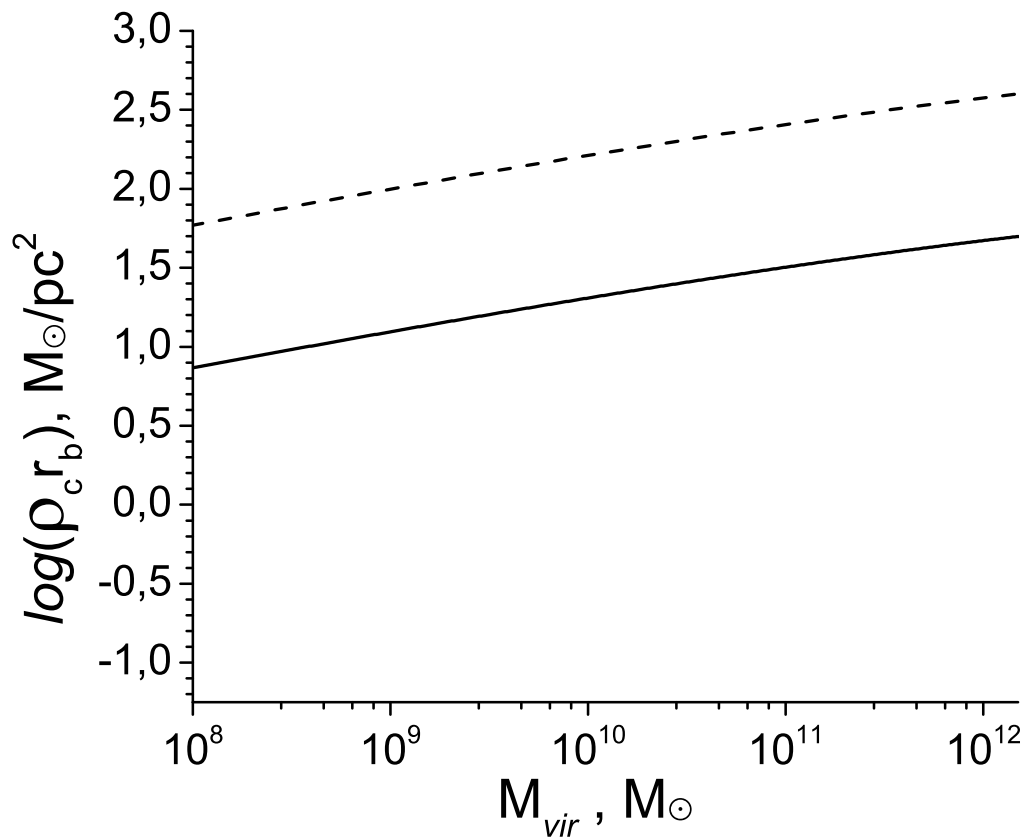


Рис. 2.5: Значение (2.37) произведения $\rho_c r_b$ для различных масс гало (сплошная линия). На всем интервале значений масс галактик ($M_{vir} \simeq 10^9 - 10^{12} M_\odot$) произведение $\rho_c r_b$ практически постоянно. Согласно выр. (2.28), $\rho_c r_b$ обратно пропорционально $\langle \alpha \rangle$. Штриховая линия показывает произведение $\rho_c r_b$, если мы используем меньшее значение для $\langle \alpha \rangle$ (Выр. (2.38) вместо (2.29)). Кривая, задаваемая штриховой линией, хорошо согласуется с наблюдательным результатом ($\log(\rho_c r_b) = 2.15 \pm 0.2$ в единицах $\log(M_\odot \text{pc}^{-2})$).

Важно подчеркнуть, что заключение о постоянстве произведения $\rho_c r_b$ для объектов галактических масс является имманентным свойством модели умеренной релаксации и не зависит от выбора констант в уравнениях (2.29) или (2.38). Для более массивных гало ($M_{vir} \geq 10^{13} M_\odot$) модель предсказывает еще более слабую зависимость $\rho_c r_b$ от M_{vir} ; однако сама модель едва ли применима для столь массивных объектов (см. ниже). Очень маленькие гало ($M_{vir} < 10^6 M_\odot$) должны иметь $\rho_c r_b \propto M_{vir}^{1/3}$, то есть $\rho_c r_b$ для них уже не вполне постоянно, однако зависимость от M_{vir} остается довольно слабой.

2.1.5 Выводы

Таким образом, предположение об умеренной релаксации гало темной материи в ходе его формирования автоматически приводит к профилю плотности, который хорошо соответствует наблюдаемым в центральных областях галактик. Профиль нечувствителен к начальным условиям. Он имеет центральное плато; в области плато профиль плотности ведет себя как профиль Эйнасто с малым индексом ($n \sim 0.5$). На больших расстояниях профиль имеет обширную область с $\rho \propto r^{-2}$. Произведение центральной плотности гало на радиус плато практически не зависит от массы гало.

Это именно та форма, которая наблюдается в центрах галактических гало темной материи. С другой стороны, она плохо описывает профили скоплений галактик, в которых нередко наблюдают центральный пик. Это означает, что релаксация гигантских гало ($M_{vir} > 10^{13} M_\odot$, скопления галактик) является бурной, или, во всяком случае, сильной. А вот у темных гало галактик и более мелких объектов релаксация, по-видимому, умеренная.

Наиболее правдоподобным объяснением этого факта является то, что концентрация c_{vir} малых гало заметно выше. Как мы показали, для того, чтобы релаксация была сильной, энергии значительной доли частиц должны измениться в $\sim c_{vir}$ раз относительно начальных значений (так, что эти частицы имеют $r_0 \simeq 0$ и образуют центральный пик). Следовательно, для скоплений галактики релаксацию можно назвать сильной, если энергия частиц уменьшается в 3 – 5 раз (для этих объектов $c_{vir} = 3 - 5$). Такое изменение, по-видимому, возможно даже в бесстолк-

новительной системе. Однако $c_{vir} \sim 15$ даже для массивных галактик и может быть значительно выше для карликовых объектов. Тогда для сильной релаксации необходимо, чтобы энергия значительной доли частиц изменилась в $15 - 20$ раз, такое требование представляется весьма сильным для бездиссипативной системы. Вероятно, некоторые другие факторы, такие, как наличие барионной компоненты, также влияют на интенсивность релаксации. Этот вопрос заслуживает дальнейшего изучения.

2.2 Сходимость численного моделирования методом N тел

Но почему результаты компьютерного симулирования кардинально расходятся с вышеизложенной теорией? В этом параграфе мы попытаемся ответить на этот вопрос.

Как было показано выше (и в [12, 13]), энергетическая эволюция системы играет ключевую роль в формировании центрального пика плотности: если энергетическая релаксация системы умеренна, в центре неизбежно образуется плато; для формирования пика значительная часть частиц гало должна изменить свою энергию во много ($\sim c_{vir}/4$) раз по сравнению с начальными значениями. Это условие является довольно мягким в случае скоплений галактик, которые обладают малыми НФВ-концентрациями ($c_{vir} \simeq 3 - 6$), но требует изменение энергии значительной части частиц, по крайней мере, на порядок, в случае гало отдельных галактик ($c_{vir} \simeq 12 - 20$).

Существует несколько возможных способов релаксации гало ТМ. Прежде всего, барионная материя, также содержащаяся в гало, может внести свой вклад в этот процесс, хотя карликовые галактики имеют лишь малую долю барионов и, тем не менее, не имеют никаких пиков в центре [43]. Однако даже в абсолютно бесстолкновительном гало довольно эффективное перераспределение энергии между частицами все-таки возможно за счет так называемой бурной релаксации [48]. Суть этого механизма проста: когда гало коллапсирует, в нем возникают сильные неоднородности плотности (каустики и т.д.), которые создают мелкомасштабное гравитационное

поле, являющееся посредником, обеспечивающим обмен энергией между частицами. Аналитические расчеты показывают, что механизм может быть очень эффективным в центре гало. Однако бурная релаксация «работает» только во время коллапса гало: уже сформировавшееся гало имеет стационарное гравитационное поле. Кроме того, эффективность бурной релаксации быстро падает с радиусом [48].

Здесь мы исследуем другой, совершенно нефизический механизм релаксации [10]: парные столкновения частиц. В случае реальных систем этот процесс полностью отсутствует: как мы покажем ниже, масса частиц реальной темной материи настолько мала, что их гравитационные столкновения не играют никакой роли. Наоборот, пробные частицы довольно массивны ($\sim 10^{-6}$ от общей массы гало) и могут эффективно сталкиваться, перераспределяя энергию и импульс. В природе, где масса ЧТМ составляет $< 10^{-60}$ от массы гало, этот процесс совершенно несущественен.

Точное исследование влияния столкновений — весьма сложная задача: она требует тщательного рассмотрения вопроса о скорости частиц и их пространственном распределении. Есть, однако, простой (но достаточно надежный) и широко используемый метод для оценки влияния столкновительной релаксации, основанный на использовании "характерных", усредненных значений величин скорости v и радиуса орбиты r частиц, вместо точного рассмотрения их реального распределения [49, выр. 1.32]. подставляя орбитальное время r/v в это уравнение, мы получаем:

$$\frac{\langle \Delta v \rangle}{\delta t} \simeq 0 \quad \frac{\langle \Delta v^2 \rangle}{\delta t} \simeq \frac{8v^2 \ln \Lambda}{N(r)} \cdot \frac{v}{r} \quad (2.39)$$

Здесь $N(r)$ — количество частиц внутри радиуса r , $\ln \Lambda$ — Кулоновский логарифм. Вообще говоря, $\ln \Lambda$ зависит от радиуса. Согласно [49, параграф 1.2.1], $\ln \Lambda = b_{max}/b_{min}$, где b_{max} и b_{min} — характерные максимальное и минимальное значения прицельного параметра. b_{max} — максимальный радиус, где средняя проекционная плотность пробных тел $N(r)/\pi r^2$ может с разумной точностью рассматриваться как постоянная. b_{min} определяется радиусом, на котором либо нарушается предположение о прямолинейной траектории частиц, либо нарушается ньютонов потенциал. Т.к. $\ln \Lambda$ лишь логарифмически зависит от b_{max} и b_{min} , как правило, достаточно грубых оценок этих величин. Для звездных систем [49, параграф 1.2.1] оценили $b_{max} \simeq R_{vir}$ и $b_{min} \simeq b_{90}$, где b_{90} — значение прицельного па-

раметра, при котором частицы рассеиваются друг на друге на 90° градусов. Тогда $\Lambda = R_{vir}/b_{90} \simeq R_{vir}v^2/(Gm) \simeq N$, и именно эта оценка Λ была использована в [74].

В случае моделирования методом N тел, для того, чтобы избежать нефизических близких столкновений, ньютонов потенциал тела "смягчают" на малых расстояниях от частиц: потенциал растет по Ньютону лишь до некоторого радиуса ϱ , а внутри ϱ устанавливается практически постоянным. Очевидно, b_{90} не должен быть больше, чем ϱ , поэтому разумно выбрать $b_{min} = \varrho$, а средняя проекционная плотность пробных тел быстро падает на краях гало. Рассмотрим центр НФВ-профиля (2.2), где $\rho \propto r^{-1}$: тогда проекционная плотность $N(r)/\pi r^2$ остается постоянной вплоть до $r = r_s$, и $b_{max} \simeq r_s$. Итак, в этом важном частном случае $\Lambda \sim r_s/\varrho$; [75] предложили $\Lambda = 3r_s/\varrho$, т.е. Λ в центре НФВ-гало практически не зависит от радиуса. Для других видов профиля зависимость может быть более ощутимой; однако, $\ln \Lambda$ не может сильно зависеть от радиуса в центре гало: эта величина зависит от b_{max} и b_{min} лишь логарифмически. Кроме того, гравитационное трение, действующее на частицу, пропорционально $\ln \Lambda$, и оно, очевидно, не может быть ни нулевым ни бесконечным в центре гало. Следовательно, $\ln \Lambda$ конечен, но не равен 0 при $r = 0$. Из соображений симметрии, $\ln \Lambda$ имеет экстремум при $r = 0$, и поэтому не может сильно изменяться вблизи собственного экстремума. Как мы могли видеть, в важном частном случае НФВ-профиля $\ln \Lambda$ просто постоянен. Для гало с НФВ-концентрацией $c_{vir} = 10$ и характерным значением $\varrho \simeq 10^{-3}R_{vir}$ мы получаем $\ln \Lambda \simeq 6$.

Время столкновительной релаксации τ_r обычно определяется как момент, когда $\Delta v^2 \simeq v^2$, и мы получаем из (2.39)

$$\tau_r = \frac{N(r)}{8 \ln \Lambda} \cdot \frac{r}{v} \quad (2.40)$$

Так как реальные темные гало содержат $\sim 10^{65}$ частиц, в природе столкновительная релаксация не играет никакой роли. Напротив, при компьютерном моделировании количество пробных частиц в отдельном гало относительно мало, и нефизическая релаксация за время моделирования t_0 может быть весьма существенной.

Основная цель теста сходимости, чтобы найти максимальное отношение

t_0/τ_r , при котором результаты симуляций (в частности, профиль плотности) еще не искажены влиянием столкновений. τ_r быстро растет с ростом радиуса: влияние столкновительной релаксации все еще может быть незначительным на окраине гало, но уже значительным в его центре. Таким образом, мы можем ввести радиус сходимости r_{conv} для данного гало при заданном t_0 , так что столкновения уже заметны внутри r_{conv} , но для $r > r_{conv}$ ими еще можно пренебречь.

Конечно, этот аспект сходимости метода N тел был объектом широкого изучения; мы отметим здесь лишь несколько принципиальных работ из весьма обширной литературы. Из-за отсутствия надежных аналитических предсказаний о распределении ТМ вблизи центра гало, основной (и, фактически, единственный применяемый) метод проверки сходимости состоит в том, чтобы найти условия, при которых структура смоделированных гало не зависит от численных параметров моделирования. [76] установили, что $r_{conv} \sim R_{vir}/\sqrt[3]{N_{vir}}$ (R_{vir} и N_{vir} — вириальный радиус гало и число пробных частиц в нем), и таким образом r_{conv} должен содержать около тысячи пробных частиц. [77] получили аналогичную оценку числа частиц, но дополнительно подчеркнули, что r_{conv} должен превышать радиус сглаживания q , по крайней мере, в три раза. [78], напротив, утверждают, что достаточно иметь ~ 200 пробных частиц внутри r_{conv} , если разумно выбрать остальные параметры моделирования. [75] рассматривали профили плотности подструктур и нашли, что в данном случае даже ~ 200 пробных частиц может быть достаточно из-за относительно короткого динамического времени, связанного с маломассивностью подструктур. [79] приводил доводы в пользу обратного: двухчастичные столкновения в подструктурах могут быть столь эффективным, что влияют на все формирование иерархической структуры ТМ.

Тем не менее, [74] остается фундаментальной работой о сходимости метода N тел; именно критерий, предложенный в этой статье используется в современных симуляциях для определения r_{conv} (см., например, [37]). Для того, чтобы определить r_{conv} , [74] рассматривали зависимость от времени средней плотности внутри некоторого радиуса r . Было установлено, что в центре гало довольно быстро формируется профиль с пиком (близким к $\rho \propto r^{-1}$), после чего средняя плотность остается практически постоянной вплоть до, по крайней мере, то контраст плотно-

сти остается почти постоянной до, по крайней мере, $t_0 \simeq 1.7\tau_r$ (как и мы в этой работе, [74] использовали время релаксации (2.40)). Таким образом, критерий для r_{conv} , предложенный [74] — $\tau_r \geq 0.6t_0$. Такое отношение ($t_0/\tau_r \simeq 2$) представляется удивительно большим: в самом деле, это означает, что столкновения пробных частиц не оказывают заметного влияния на моделирование даже на временном интервале, значительно превышающем время релаксации. Тем не менее, предпринятые в дальнейшем тем же методом тесты сходимости показали, что критерий может быть еще мягче: НФВ-подобный профиль в центре сохраняется почти без изменений в десятки раз дольше, чем аналитические оценки τ_r [75, 80]. Если принять стабильность профиля в качестве единственного и достаточного доказательства сходимости, это приводит к весьма оптимистической оценке разрешения моделирования методом N тел в центре гало.

Цель данного параграфа — указать на существенный изъян вышеупомянутых способов проверки сходимости метода N тел. Сам факт того, что результаты моделирования сходятся к некоторому стационарному (или квазистационарному) решению, не гарантирует, что это решение имеет отношение к поведению реальных систем. В самом деле, мы покажем, что столкновения пробных частиц могут привести к стойкому возникновению центральных пиков плотности в многочисленных симуляциях. В этом случае вышеупомянутые критерии сходимости (типа $\tau_r \geq 0.6t_0$), обычно используемые в литературе, значительно завышают центральное разрешение метода N тел.

2.2.1 Проверка сходимости с помощью метода Фоккера-Планка

Рассмотрим столкновения пробных частиц в центре сформировавшегося сферического гало. Распределение плотности в центре будем считать степенным $\rho \sim r^{-\beta}$ (важно, что $\beta < 2$). Тогда количество частиц, заключенных внутри радиуса r и масса гало зависят от радиуса как:

$$N(r) = N_0 \left(\frac{r}{r_b} \right)^{3-\beta} \quad M(r) = \mu N_0 \left(\frac{r}{r_b} \right)^{3-\beta} \quad (2.41)$$

где μ — масса пробной частицы, r_b — радиус, на котором степенной профиль $\rho \sim r^{-\beta}$ заканчивается; $r_b = r_s$ в случае профиля НФВ. Гравитационный потенциал гало равен

$$\phi(r) = G \frac{\mu N_0}{(2 - \beta) r_b} \left(\frac{r}{r_b} \right)^{2-\beta} = \frac{\Phi^2}{(2 - \beta)} \left(\frac{r}{r_b} \right)^{2-\beta} \quad (2.42)$$

если принять $\phi(0) = 0$ и ввести обозначение $\Phi = \sqrt{\frac{G\mu N_0}{r_b}}$. Мы в точности следуем упрощенному методу, использованному в [49] для получения соотношения (2.39): вместо точных функций распределения, мы будем использовать характерные, усредненные по времени значения радиуса r , скорости v и импульса $p = \mu v$ частицы. В рамках этого подхода задача становится одномерной: состояние системы полностью определяется суммарно одной функцией $N(r)$, зависящей от одной координаты (например, r). Центр гало, конечно, вириализован. Средняя кинетическая энергия частицы равна $\epsilon_k = p^2/(2\mu)$, средняя потенциальная $\epsilon_p = \mu\phi(r)$. Потенциал (2.42) является степенной функцией с показателем $(2 - \beta)$.

Запишем теорему вириала для одной частицы, движущейся в потенциальном поле $\phi(r)$. Обозначим три компоненты ее координат и импульса как x_i и p_i . Тогда (мы здесь используем соглашение Эйнштейна о суммировании: подразумевается суммирование по повторяющимся символам)

$$\frac{d(p_i x_i)}{dt} = x_i \frac{dp_i}{dt} + p_i \frac{dx_i}{dt} = -m x_i \frac{d\phi}{dx_i} + 2T \quad (2.43)$$

Здесь мы использовали, что $\frac{dp_i}{dt} = F_i = -m \frac{d\phi}{dx_i}$ и $p_i \frac{dx_i}{dt} = p_i v_i = 2T$, где T — кинетическая энергия частицы. Введем среднее по времени значение для некоей величины A : $\bar{A} \equiv \frac{1}{t} \int_0^t A dt$ и применим эту операцию к выражению 2.43.

$$\frac{(p_i x_i)_t - (p_i x_i)_0}{t} = -m \overline{\left(x_i \frac{d\phi}{dx_i} \right)} + 2\bar{T} \quad (2.44)$$

Если движение частицы ограничено, величина $(p_i x_i)$ тоже ограничена, в то время, как t может быть произвольно большим. Поэтому левая часть уравнения стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$. Уравнение 2.44 можно существенно упростить, если ϕ — однородная функция, т.е. $\phi(\lambda x_1, \lambda x_2, \lambda x_3) = \lambda^a \phi(x_1, x_2, x_3)$. Тогда $x_i \frac{d\phi}{dx_i} = a\phi$. Т.к. $m\phi$ есть потенциальная энергия частицы Π , мы получаем

$$\frac{a}{2} \bar{\Pi} = \bar{T} \quad (2.45)$$

В частности, если $\phi(r) \propto r^{(2-\beta)}$, потенциал является однородной функцией степени $a = 2 - \beta$.

Из теоремы вириала следует, что ϵ_k и ϵ_p пробных частиц связаны

$$\epsilon_k = \frac{2 - \beta}{2} \epsilon_p \quad (2.46)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{p^2}{2\mu} &= \frac{2 - \beta}{2} \frac{\mu\Phi^2}{(2 - \beta)} \left(\frac{r}{r_b}\right)^{2-\beta} \\ p &= \mu\Phi \left(\frac{r}{r_b}\right)^{1-\frac{\beta}{2}} \quad r = r_b \left(\frac{p}{\mu\Phi}\right)^{\frac{2}{2-\beta}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Последнее уравнение устанавливает взаимно однозначное соответствие между характерными значениями r и p , и мы можем использовать p вместо r . В частности, $v = p/\mu$. Если рассматривать все частицы внутри радиуса r , их распределение по модулю импульса можно записать как

$$N(p) = N_0 \left(\frac{p}{\mu\Phi}\right)^{\frac{6-2\beta}{2-\beta}} \quad (2.48)$$

$$n(p) \equiv \frac{dN(p)}{dp} = \frac{(6 - 2\beta) N_0}{(2 - \beta) \mu\Phi} \left(\frac{p}{\mu\Phi}\right)^{\frac{4-\beta}{2-\beta}} \quad (2.49)$$

Эти столкновения приводят к своего рода диффузии пробных тел в фазовом пространстве. Рассеяния на большие углы исключены сглаживанием потенциала, поэтому эволюция функции распределения $n(p)$ может быть описана уравнением Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial n(p)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left\{ \tilde{A}n(p) + \frac{\partial}{\partial p}[Bn(p)] \right\} \quad (2.50)$$

где

$$\tilde{A} = \frac{\langle \Delta p \rangle}{\delta t} = \mu \frac{\langle \Delta v \rangle}{\delta t} \quad B = \frac{\langle \Delta p^2 \rangle}{2\delta t} = \frac{\mu^2 \langle \Delta v^2 \rangle}{2 \delta t} \quad (2.51)$$

Подставляя сюда соотношение (2.39), мы получаем, что $\tilde{A} = 0$ и

$$B = \frac{4p^3 \ln \Lambda}{r\mu N} = \frac{4\mu^2\Phi^3 \ln \Lambda}{r_b N_0} \left(\frac{p}{\mu\Phi}\right)^{-\frac{2+\beta}{2-\beta}} \quad (2.52)$$

Диффузионный поток частиц равен [81]

$$s = -\tilde{A}n(p) - \frac{\partial}{\partial p}[Bn(p)] \quad (2.53)$$

Т.к. мы свели задачу к одномерной, количество частиц, пересекающих поверхность в фазовом пространстве $p = const$ (или, что тоже самое в силу взаимно однозначного соответствия (2.47), $r = const$) за единицу времени равно $dN(r)/dt = -s$. Подставляя выражение (2.52) для B и выр. (2.49) для $n(p)$ в (2.53), получаем

$$-s = \frac{16(3 - \beta)(1 - \beta)}{(2 - \beta)^2} \frac{\Phi \ln \Lambda}{r_b} \left(\frac{p}{\mu \Phi} \right)^{-\frac{\beta}{2-\beta}} \quad (2.54)$$

Что бы оценить временной масштаб τ_{col} влияния столкновительной Фоккер-Планковской диффузии на профиль плотности, нужно оценить отношение частиц, диффундирующих через радиус r за время симуляций t_0 к полному числу частиц $N(r)$ внутри этого радиуса, т.е. $\tau_{col} = N(r) \left/ \left| \frac{dN(r)}{dt} \right| \right.$. Подставляя сюда $\tau_r(r)$ вместо $N(r)$ согласно (2.40), мы получаем из (2.54)

$$\tau_{col} = \frac{(2 - \beta)^2}{2(3 - \beta)|1 - \beta|} \tau_r \quad (2.55)$$

Замечательно, что характерное время эволюции в единицах τ_r зависит только от β , но не от радиуса.

Очевидно, $\tau_{col} \gg \tau_r$ для $\beta \simeq 1$, т.е. в случае $\rho \propto r^{-1}$ система практически не эволюционирует из-за столкновений, хотя влияние столкновений на ее свойства уже является определяющим. Этот результат означает, что стабильность НФВ-профиля r^{-1} ничего не говорит об отсутствии влияния столкновений. Возможно, именно столкновения пробных частиц могут создавать стабильный профиль плотности r^{-1} в симуляциях. Более того, профиль $\rho \propto r^{-1}$ является своего рода аттрактором: из (2.54) можно видеть, что диффузионный поток меняет свой знак при $\beta = 1$. Если изначально профиль более пологий, чем $\rho \propto r^{-1}$, диффузия Фоккера-Планка направлена к центру, т.е. стремится сделать профиль круче, и наоборот, диффузия стремится сделать профиль с $\beta > 1$ более пологим. На Рис. 2.6 показано характерное время, за которое Фоккер-Планковская диффузия заметно меняет форму центрального профиля $\rho \propto r^{-\beta}$ (в единицах времени релаксации τ_r , см. выр. (2.55)). Можно видеть, что если β заметно отличается от 1, профиль эволюционирует по направлению к $\rho \propto r^{-1}$ за время, меньшее τ_r . Напротив, профиль $\rho \propto r^{-1}$ "живет" гораздо дольше ($t_0 \gg \tau_r$).

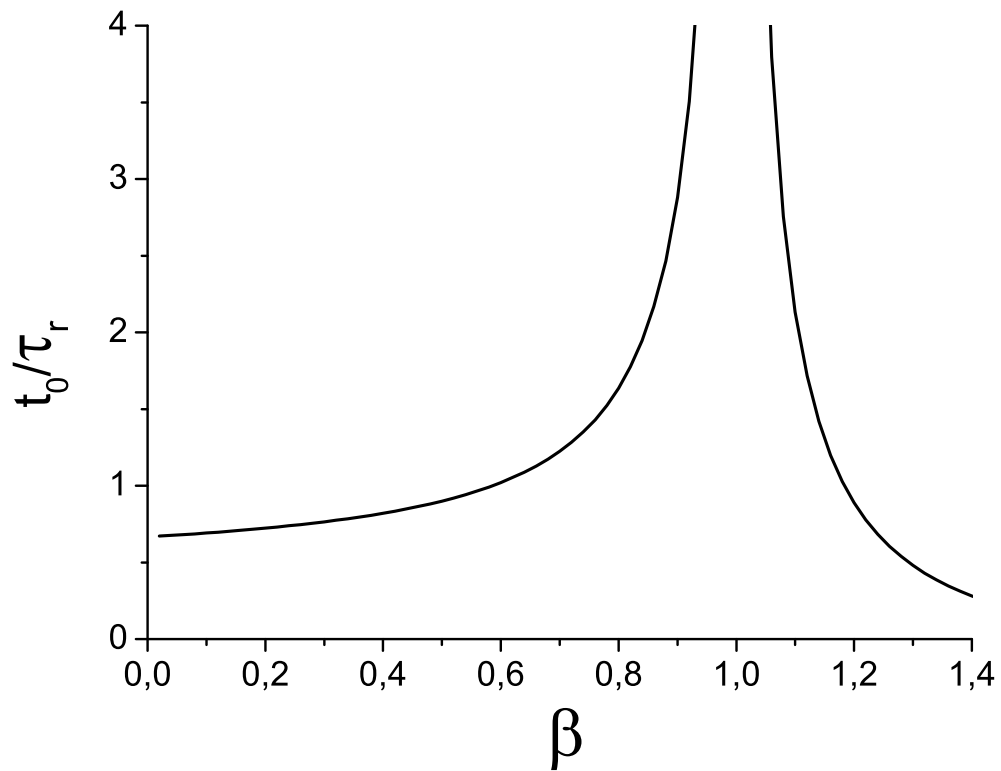


Рис. 2.6: Время t_0 , за которое Фоккер-Планковская диффузия заметно меняет форму центрального профиля $\rho \propto r^{-\beta}$ (в единицах времени релаксации τ_r , см. выр. (2.55)). Можно видеть, что если β заметно отличается от 1, профиль эволюционирует по направлению к $\rho \propto r^{-1}$ за время, меньшее τ_r . Напротив, профиль $\rho \propto r^{-1}$ "живет" гораздо дольше ($t_0 \gg \tau_r$).

2.2.2 Обсуждение

Таким образом, мы пришли к главному выводу этого параграфа: тот факт, что результаты численного моделирования сходятся к некоторому «стационарному» (или квазистационарному) профилю плотности, не гарантирует, что симуляции адекватно описывают поведение реальной темной материи. Численные эффекты также могут создавать некие стабильные псевдорешения.

Конечно, наша модель была довольно грубой: мы рассматривали β в качестве константы: поэтому мы можем только установить характерное время, в течение которого профиль значительно изменяется, и направление эволюции, но не в состоянии проследить саму эволюцию во времени. Кроме того, мы использовали "характерные", усредненные значения скоростей v и радиусов r частиц, а не их полную функцию распределения. Наш анализ определенно не работает, если $r \lesssim \varrho$. Однако этот упрощенный подход позволил нам в точности следовать методике, использованной в обсуждаемой в этом параграфе работе [74], где был получен общепринятый в настоящее время критерий сходимости метода N тел.

Тем не менее, наличие решения-аттрактора, в центре гало похожего на профиль НФВ ($\rho \propto r^{-\beta}$, с $\beta \simeq 1$), по-видимому, является имманентным результатом взаимодействия частиц и не зависит от упрощений, которые мы делали в рамках нашей модели. Действительно, [82, 83] рассматривали сферические скопления звезд с функцией распределения, зависящей только от энергии и времени (распределение скоростей предполагалось изотропным). Коэффициенты диффузии в уравнении Фоккера-Планка оценивались в локальном приближении. Хотя уравнения в этом случае гораздо более сложны, аттрактор, очень похожий на полученный в настоящей работе, имеет место и здесь [84]. Единственное отличие состоит в том, что показатель степени $\beta = 4/3$ вместо значения НФВ $\beta = 1$. Однако расхождение не кажется очень значительным. Во-первых, радиус сходимости r_{conv} в случае применения метода N тел обычно содержит сотни или тысячи пробных частиц, и поэтому статистический шум достаточно высок и не позволяет реконструировать профиль плотности и определить β на $r \sim r_{conv}$ очень точно. Во-вторых, модель [82, 83] также не вполне точна: коэффициенты диффузии вычисляются в локальном приближении (что вряд

ли подходит для гало, присутствующего в симуляциях, на $r \sim r_{conv}$, учитывая, что внутри этого радиуса содержатся лишь считанные сотни пробных частиц), не принимается во внимание сглаживание потенциала. И, наконец, имеется эффект, который уплощает профиль в центре, приближая его к НФВ.

Исчезновение центрального пика на временах $t \sim 50\tau_r$

Как было справедливо отмечено в в [84], условие $s = 0$ (т.е. прекращение диффузии Фоккера-Планка) означает динамическое, но не термодинамическое равновесие системы. Полное уравнение Больцмана имеет единственное стационарное решение — изотермическую сферу. Уравнение Фоккера-Планка получается путем разложения полного интеграла столкновений в уравнении Больцмана в ряд Тейлора и отбрасыванием всех его членов выше второго порядка [81]. Поэтому стационарное решение уравнения Фоккера-Планка не обязательно стационарно относительно полного интеграла столкновений. Действительно, дисперсия скоростей частиц (и, следовательно, «температура») падает по направлению к центру гало для любого профиля плотности, менее крутого, чем $\rho \propto r^{-2}$ (см., например, первую часть уравнения (2.47)). Таким образом, практически любые реалистичные (и, в частности, все рассмотренные в этой работе или в [84]) профили плотности имеют неравномерное распределение температуры, и поэтому столкновения частиц должны по-прежнему перераспределить энергию, приводя к процессам переноса. Тем не менее, тот факт, что мы рассматриваем стационарное решение уравнения Фоккера-Планка, имеет важное следствие: главные члены разложения интеграла столкновений в данном случае компенсируются. Процессы переноса, как мы видели, возможны и даже неизбежны, но они вызваны членами высшего порядка интеграла столкновений, которые поэтому заметно меньше. Вследствие этого обстоятельства решения-аттракторы должны "жить" намного дольше, чем любые другие распределения плотности в центре гало, т.е. гораздо дольше, чем τ_r . Тем не менее, в конце концов и они разрушаются членами кинетического уравнения высших порядков. Так как процесс вызван столкновениями и неравномерным распределением «температуры» в системе, этот эффект можно рассматривать как своего рода "дополнительную теплопроводность".

Мы можем оценить время жизни НФВ-подобного профиля. Согласно [84,

уравн. 22], тепловой поток $Q = dE/dt$ по направлению к центру в случае рассматриваемого в этой работе решения-аттрактора с $\beta = 4/3$

$$Q = \frac{25\pi \log \Lambda \mu \phi^{3/2}(r)}{768\sqrt{2} r} \quad (2.56)$$

С помощью (2.46), можно оценить $\phi(r) \simeq \frac{2}{2-\beta} \frac{v^2}{2} = \frac{3}{2}v^2$, а полная кинетическая энергия частиц внутри радиуса r равна: $E_{tot}(r) \simeq N(r) \frac{\mu v^2}{2}$. Подставляя эти оценки и уравнение (2.40) для τ_r в (2.56), мы получаем:

$$Q = \frac{25\pi\sqrt{3} E_{tot}(r)}{8192 \tau_r} \quad (2.57)$$

Отношение $\tau_{th} = E_{tot}/Q$ дает временной масштаб τ_{th} , на котором "дополнительная теплопроводность" заметно влияет на систему. Время тепловой релаксации, конечно, гораздо больше, чем столкновительной, $\tau_{th} \simeq 60\tau_r$, и это отношение не зависит от радиуса. Итак, похожее на НФВ решение-аттрактор "живет" гораздо дольше, чем τ_r . Однако и оно, в конце концов, размывается за десятки времен релаксации из-за влияния членов кинетического уравнения высшего порядка.

Действительно, [80] и [75] сообщают, что пик плотности в центре гало размывается и трансформируется в плато, когда время симуляций достигает нескольких десятков τ_r . Авторы работ рассматривали этот эффект как первый признак влияния столкновений пробного частиц. Наши расчеты, однако, показывают, что столкновения проявляются гораздо раньше, при $t_0 \lesssim \tau_r$: возможно, именно они и формируют вышеупомянутый пик. Его размытие при $t_0 \sim 50$ может быть результатом "дополнительной теплопроводности": характерное время совпадает. Дополнительный теплоперенос, также являющийся результатом столкновений пробных частиц, гораздо медленнее, чем диффузия Фоккера-Планка, и поэтому становится заметным примерно в 50 раз позже.

Таким образом, то свойство, что столкновения частиц приводят к формированию похожего на профиль НФВ пик в центре гало за время $\sim \tau_r$, как представляется, носит весьма общий характер и не зависит от модели. Так как это решение является аттрактором, профиль будет стабилен вплоть до $t_0 \gg \tau_r$. Тем не менее, принимая во внимание, что движущей силой процесса являются нефизические столкновения пробных тел, стабильность этого пика является ничем иным, как

артефактом моделирования. Профиль NFW все еще может быть действительным. Конечно, это еще не дает нам основания утверждать, что профиль НФВ является вычислительным артефактом. Если НФВ-концентрация гало мала ($c_{vir} \sim 3$), профиль плотности выходит на режим $\rho \propto r^{-1}$ на больших радиусах, где, конечно, $t_0 \ll \tau_r$, и столкновительная релаксация не может быть существенной. Нельзя исключать и того, что бурная релаксация (как мы доказали выше, сильная энергетическая релаксация абсолютно необходима для формирования центрального пика) может формировать НФВ-профиль и у реальных гало, там, где в симуляциях уже $t_0 \geq \tau_r$. Можно, однако, утверждать, что если $t_0 \geq \tau_r$, результатам моделирования нельзя доверять, и они требуют дополнительной проверки: диффузия Фоккера-Планка тоже может приводить к образованию похожего на НФВ профиля. Так как не видно никакого очевидного способа различить эти два процесса, критерий $t_0 \ll \tau_r$ кажется единственным надежным условием того, что нефизическими численными эффектами столкновений можно пренебречь, в то время, как критерий $\tau_r \geq 0.6t_0$ [74] значительно переоценивает разрешение метода N тел в центре гало.

Как все-таки проверить правильность симуляций?

Наши предложения могут снять проблему "пики или плато", которая появляется в основном на масштабе отдельных галактик и их карликовых спутников. Во-первых, результаты моделирования методом N тел вступают в противоречие с наблюдательными данными только при применении вышеупомянутых оптимистических критериев сходимости $\tau_r \geq 0.6t_0$. Как мы видели, следует использовать более консервативный критерий $t_0 \ll \tau_r$, что увеличивает радиус сходимости в несколько раз. Тогда разрешение численного моделирования может быть просто слишком низким, чтобы разрешить плато в центры галактических гало ТМ, которые, как правило, составляют лишь несколько процентов от вириального радиуса.

Во-вторых, предположение об умеренной энергетической релаксации галактических гало неизбежно приводит к центральному профилю плотности ТМ, который намного лучше соответствует данным наблюдений, чем профили с центральным пиком, полученные в симуляциях методом N тел: умеренная релаксация приводит к профилю с плато, обширной областью с $\rho \propto r^{-2}$ и постоянным произведением цен-

тральной плотности ТМ и радиуса плато, практически не зависящим от массы гало [13]. Напротив, симуляции свидетельствуют в пользу очень сильной энергетической релаксации [36, 85]. Мы, однако, могли видеть, что нефизичные столкновения пробных частиц могут значительно усиливать энергетический обмен в центре гало, что, по-видимому, и приводит к образованию пика и расхождениям с наблюдениями.

Таким образом, критерии сходимости, основанные лишь на устойчивости профиля плотности, вроде [74], представляются явно недостаточными. Отсутствие столкновительной релаксации гарантировано только при выполнении условия $t_0 \ll \tau_r$. Возникает вопрос: каким образом мы можем количественно оценить влияние столкновений и оптимизировать предел на t_0/τ_r ? Прямой путь заключается в рассмотрении эволюции полной энергии частицы энергия ϵ в зависимости от среднего радиуса ее орбиты и времени. Действительно, бурная релаксация эффективна только в течение короткого промежутка коллапса гало [48], после чего гравитационное поле гало становится стационарным, а полная энергия каждой частицы должна остаться более или менее постоянной. Есть несколько факторов, которые могут повлиять на распределение энергии частиц в уже сформировавшемся гало.

1. Уже сформировавшееся гало может гравитационно захватить дополнительное вещество из окружающей среды [11, 56]. Его аккреция может привести к возникновению "вторичной бурной релаксации".
2. Приливное воздействие близлежащих гало
3. Наличие подструктур
4. Медленная эволюция сформировавшегося гало, например, постепенный рост его НФВ-концентрации
5. Нефизичные столкновения пробных частиц

Первые четыре пункта соответствуют вполне физическим процессам, в то время как пятый — численный эффект и должен быть тщательно избегаем. Влияние столкновения, как представляется, наиболее существенно в центре гало, поэтому мы должны сосредоточить наше внимание на этой области. Центральный регион практически

не содержит подструктур, которые разрушаются большими приливными эффектами (см. следующий параграф). Приливные возмущения со стороны соседних гало малы из-за малости центральной области по сравнению с расстояниями между гало. Мы можем полностью избежать влияния поздней аккреции (пункт 1) и влияния приливов, если будем рассматривать изолированное гало. Более того, даже в случае более сложных симуляций, содержащих много гало, нетрудно оценить долю вещества, аккрецировавшего в центральную область уже после формирования гало и учесть наличие подструктур. Таким образом, мы можем оценить влияние всех факторов 1-3.

Как практически отличить физический процесс 4 от численного эффекта 5? Здесь мы предложим несколько способов независимой проверки отсутствия или наличия заметного влияния столкновений пробных тел при численном моделировании, которая может быть выполнена даже в реальном времени в процессе моделирования. Прежде всего, нужно определить полную энергию ϵ каждой частицы в момент, когда гало (и его гравитационное поле) только что стало стационарным. Маркером этого момента может служить исчезновение начальных колебаний плотности и каустик, т.е. отсутствие быстрых колебаний профиля плотности и гравитационного потенциала в центре гало. После этого мы можем рассматривать поведение относительного изменения энергии частиц $\Delta\epsilon/\epsilon$ как функции от времени и среднего радиуса орбиты частиц. Влияние процессов 4 и 5 на энергетическую эволюцию резко отличаются. Процесс 4 приводит к медленному регулярному сдвигу энергии частиц, причем процесс 5, напротив, приводит к случайным блужданиям энергии частиц. При этом относительное изменение энергии $\Delta\epsilon/\epsilon$ должно иметь близкое к гауссову распределение с дисперсией σ , примерно пропорциональной \sqrt{t} , то есть $\sigma \simeq \sqrt{t/\tau_r} \propto \sqrt{t/N(r)}$. Эволюция энергий частиц, вызванная столкновениями пробных частиц, носит стохастический характер, что и позволяет отличить ее от последствий реальных физических процессов (1-4). Более сложный метод выявления столкновений — рассматривать адиабатические инварианты, связанные с частицами. Действительно, величины адиабатических интегралов $\oint p_i dq_i$ (где q_i and p_i — обобщенные координаты и импульсы частиц) должны сохраняться, если гравитационное поле гало изменяется медленно [86]. Напротив, столкновения частиц должны

приводить к случайным вариациям адиабатических инвариантов.

Можно предложить несколько практических способов для оценки влияния нефизических столкновений частиц в моделировании методом N тел [10]. Каждый из них имеет свои сильные и слабые стороны. Можно рассмотреть стандартные космологические симуляции, содержащих много различных гало, и выбрать одно из них. После этого нужно найти момент t_{in} , когда распределение плотности гало становится практически стационарным. Даже самые массивные гало в стандартной Λ CDM-космологии вполне формируются к моменту $z = 1$. Напомним, что $z = 1$ соответствует $\sim 40\%$ от возраста современной Вселенной, то есть гало имеет практически стационарные профиль плотности и гравитационное поле в течение большей части своего физического возраста. Затем нам нужно рассмотреть энергетическую эволюцию системы пробных частиц $|\epsilon(t) - \epsilon(t_{in})/\epsilon(t_{in})|$, как это было описано выше. Реальная физическая эволюция гало, такая, как постепенный рост НФВ-концентрации, приводит к регулярному изменению энергии, похожему для всех частиц, которое можно легко оценить, оценив изменение гравитационного потенциала. Случайное блуждание энергии частиц недвусмысленно указывает на влияние нефизических столкновений. Трудность этого способа заключается в том, что гало в космологических симуляциях никогда не бывают в точности сферически симметричны. Это значительно усложняет задачу, делая ее трехмерной и не вполне замкнутой.

Второй способ оценки влияния столкновений — симулировать одну из хорошо известных аналитических моделей стационарного изолированного гало, таких, как гало Пламмера, Хернквиста или Осипкова [49]. В этом случае распределения частиц по скоростям и профиль плотности не должны зависеть от времени. Не должно быть и никакой релаксации, так как гравитационное поле стационарно. Таким образом, любая эволюция функции распределения или интегралов движения отдельных частиц будет явным признаком численных эффектов.

Оба вышеупомянутых теста применимы только для уже сформировавшегося гало и непригодны для исследования коллапса гало. Однако столкновения пробных частиц могут привести к нежелательному влиянию численных эффектов и в процессе коллапса. Действительно, в хорошо известном решении Толмана (начальное возмущение сферически симметрично, однородно $\rho = const$, и не имеет углового момента

[87]) все частицы достигают центра одновременно, и плотность гало становится бесконечной. В случае реалистичного начального возмущения ρ растет по направлению к центру, а угловой момент вещества не в точности равен нулю. Тем не менее, в самом общем случае, начальный контраст плотности мал $\delta\rho/\rho \ll 1$, а начальный момент равен нулю [68], хотя он может быть приобретен позже в результате приливного взаимодействия. Поэтому динамика коллапса на ранней стадии похожа на решение Толмана, то есть любое реальное гало в ходе коллапса проходит через стадию высокого сжатия. Несмотря на то, что этот этап довольно короток, столкновения пробных частиц могут существенно перераспределить их энергии, так как частота столкновений пропорциональна ρ^2 . Таким образом, столкновения пробных тел могут создать ложную бурную релаксацию. Кроме того, гало в ходе бурной релаксации (даже если она действительно имеет место) имеет весьма сложную структуру распределения плотности и гравитационного поля. Адекватно ли в ходе симуляций тонкая структура многочисленных каустик и других неоднородностей моделируется сравнительно небольшим количеством пробных тел? Правильная оценка эффективности релаксации сильно зависит от ответа на данный вопрос. Таким образом, вопрос о пределах надежности метода N тел требует дальнейшего рассмотрения, и устойчивости профиля в качестве единственного критерия сходимости явно недостаточно.

Критерии сходимости, полученные с помощью прямого и подробного рассмотрения энергетической эволюции системы должны быть значительно более надежными, чем те, которые основаны просто на стабильности профиля плотности. Стационарные решения, полученные в данной работе или в [84] могут служить хорошей иллюстрацией. Профили плотности, соответствующие этому решению-аттрактору, достаточно стабильны, даже если $t \gg \tau_r$, хотя они, собственно, и сформированы нефизическими столкновениями пробных тел. Однако, несмотря на стабильность профиля, энергии частиц демонстрируют случайные вариации, явно демонстрируя влияние столкновений. Уравнения (2.39), (2.40)) показывают, что, когда $t = \tau_r$, $\Delta\epsilon/\epsilon \simeq 1$, т.е. случайные флуктуации энергии легко выявляются гораздо раньше τ_r . Таким образом, нечувствительность профиля плотности к параметрам моделирования сама по себе не является достаточным критерием сходимости, и для того, чтобы полагаться на результаты численного моделирования, необходимо более

подробное исследование фазовой эволюции системы. В этом параграфе мы предложили несколько простых тестов, которые может быть выполнен в любом коде моделирования. Второй из вышеописанных тестов был проделан в [23] и полностью подтвердил предсказания, сделанные в этом параграфе.

2.3 Самые мелкие структуры ТМ (клампы) и их выживаемость в рамках модели умеренной релаксации

2.3.1 Введение

Самое общее космологическое рассмотрение предсказывает, что, наряду с большими темными гало, соответствующими видимым астрономическим объектам, таким, как галактики или скопления галактик, в темной материи должны существовать и гораздо меньшие структуры. Действительно, инфляция неизбежно приводит к спектру Зельдовича-Харрисона первичных космологических возмущений, который является плоским и содержит возмущения любого масштаба с примерно одинаковой амплитудой [5, 18, 68]. Возмущения с массами ниже некоторого предела M_{cut} могут быть уничтожены в ранней Вселенной свободным перетеканием частиц. Если темная материя холодная и невзаимодействующая (что является наиболее популярной ныне гипотезой) M_{cut} в основном определяется массой частиц темной материи m_{dm} . Грубо говоря, $M_{cut} \sim M_{Pl}^3/m_{dm}^2$, где M_{Pl} — масса Планка. Для $m_{dm} = 100$ ГэВ, разные оценки M_{cut} варьируются от $10^{-12}M_{\odot}$ [88] до $10^{-6}M_{\odot}$ [89]. Обозначим массу и радиус клампа m_{cl} и r_{cl} .

Мы не случайно рассматриваем частицы ТМ с массой 100 ГэВ. Если предположить, что ТМ в ранней Вселенной находилась в термодинамическом равновесии с остальным веществом, ее нынешняя доля во Вселенной позволяет оценить сечение аннигиляции ТМ $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26}$ см³/сек. Это — типичное значение для слабых взаимодействий, что позволяет предположить, что ЧТМ вступает в слабые взаимодействия. Конечно, возможны другие объяснения доли ТМ в современной Вселен-

ной, и "правильное" значение сечения может быть просто совпадением. Тем не менее, слабовзаимодействующие массивные частицы (вимпы) в настоящее время являются одним из самых популярных кандидатов на роль ЧТМ. Масса вимпов в реалистичных моделях, как правило, превышает 100 ГэВ. Более легкий вимп тоже возможен, но теоретик вынужден принимать специальные меры предосторожности, чтобы избежать противоречий с результатами БАК, так как легкому вимпу, как правило, сопутствуют легкие заряженные частицы. Таким образом, наличие крошечных структур темной материи (традиционно называемых «клампы») не теоретическое предположение, но неизбежное свойство многих моделей холодной темной материи, если масса ЧТМ превышает ~ 1 МэВ.

Правильная оценка степени неоднородности темной материи имеет решающее значение, особенно для непрямого поиска ТМ. Действительно, количество аннигиляций в объеме dV за интервал времени dt

$$\frac{1}{2} \langle \sigma v \rangle \frac{\rho^2}{m_{dm}^2} d\tau dV \quad (2.58)$$

где $\langle \sigma v \rangle$ — усредненное произведение сечения аннигиляции ТМ на относительную скорость частиц при столкновении.

Таким образом, аннигиляционный сигнал пропорционален так называемому фактору усиления $C = \langle \rho^2 \rangle / \langle \rho \rangle^2$, который учитывает усиление аннигиляционного сигнала за счет наличия подструктур темной материи. В стандартных космологических сценариях самые маленькие гало коллапсируют первыми и поэтому имеют наибольшую среднюю плотность. Поэтому именно они дают главный вклад в усиление сигнала подструктурами. Мы можем ввести характерный радиус r_s , на котором профиль плотности гало становится круче, чем r^{-2} , т.е., на r_s $d \log \rho / d \log r = -2$. Тогда мы можем ввести концентрацию гало $c_{vir} \equiv r_s / R_{vir}$. В случае профиля НФВ, это определение совпадает со стандартным.

Информация о самых маленьких структурах ТМ в настоящее время явно недостаточна. Во-первых, астрономические наблюдения клампов невозможны, так как их гравитационный потенциал слишком мал, чтобы удерживать барионную материю. Теоретические воззрения на структуру клампов и их распределение тоже довольно туманны. Масса клампа очень мала ($< 10^{-6} M_{\odot}$ для темной материи, со-

стоящей из нейтралино) по сравнению с массами галактик, и поэтому мы вынуждены экстраполировать результаты и соотношения, полученные в стандартных симуляциях методом N тел, на много порядков величин [90]. К тому же, как мы увидим ниже, количество клампов в настоящее время сильно зависит от их взаимодействия с различными барионными объектами: звездами, галактиками, галактическими дисками и т.д. Это делает надежное моделирование подструктур очень трудной задачей [10].

Основная часть клампов, образовавшихся в ранней Вселенной, не сохранилась до нашего времени. Есть множество механизмов их разрушения, и все они могут быть разделены на две группы. Значительная доля клампов была уничтожена почти сразу же после их возникновения приливными возмущениями со стороны больших структур в процессе формирования иерархической структуры Вселенной. Везде в этом параграфе мы будем пользоваться стандартной Λ CDM-космологией. В рамках этого сценария иерархическое разрушение клампов не чувствительно к их профилю плотности. Действительно, спектр начальных возмущений в этом случае является плоским, и объекты самых разных масс коллапсируют почти одновременно. Временной интервал между формированием мельчайших клампов и более массивных объектов, которые захватывают клампы и разрушают их своим гравитационным полем, меньше времени вирилизации клампов. Следовательно, даже если в настоящее время клампы имеют центральные пики плотности, они сформировались позже. Таким образом, мы можем использовать упрощенный метод расчета иерархического разрушения клампов [91]: вычислим энергию, которая "закачивается" в кламп за одно приливное взаимодействие и умножим на число приливных взаимодействий. Клампы считаются разрушенными, когда "закачанная" приливными встрясками энергия становится равной его начальной полной энергии $|E| \sim GM/R$. Эта оценка приводит к спектру масс клампов, переживших иерархическое формирование структур, имеющему вид $\propto dM/M^2$, и показывает, что только около 0.1–0.5% клампов пережили этот процесс в каждом логарифмическом интервале масс. Моделирование методом N тел [92] подтверждают этот спектр масс, но предполагают в несколько раз большую "выживаемость" клампов. Однако даже 0.1–0.5% выживших клампов достаточно, чтобы обеспечить весьма большой фактор усиления [93].

Вторую большую группу механизмов разрушения клампов можно назвать

астрофизической. Клампы могут уничтожаться отдельными звездами, звездными дисками галактик, приливными возмущениями в гравитационном поле галактик, газовыми облаками и т.д. В отличие от иерархического разрушения, этот процесс продолжается до сих пор, и его эффективность существенно определяется внутренней структурой клампов. Мы рассмотрим эти процессы и попытаемся показать, что, с одной стороны клампы могут быть гораздо менее стойкими, чем это обычно считается, а с другой стороны, даже при самых пессимистических предположениях об их структуре кламповая структура в большей части ТМ современной Вселенной не разрушена.

В случае, если гало темной материи возникают в результате умеренной релаксации, их профиль плотности (кроме самой центральной области) может быть сходен с профилем плотности гало, образовавшегося в результате бурной релаксации (см. Рис 2.7) Однако разрушение таких клампов происходит совершенно иначе, чем в стандартных сценариях. Дело в том, что в первом случае радиусы орбит частиц, принадлежащих клампу, всегда сравнимы с его радиусом $r_0 \simeq r_{cl}$, в то время, как при бурной релаксации преобладают частицы с маленькими орбитами (см. рассуждение под формулой 2.9). Как мы показали выше, умеренная релаксация может быть описана параметром релаксации k (2.3). Чем больше k — тем сильнее релаксация, и тем прочнее получаются клампы. Самые неустойчивые клампы получаются, если $k = 1$, то есть если релаксация незначительна, и поэтому ЧТМ в клампах имеют орбиты с $r_0 \sim r_{cl}$ (см. первый параграф этой главы). Разумно ожидать, что умеренная релаксация гораздо сильнее ($k \simeq c_{vir}/4$) [13]. Тем не менее, в этом параграфе мы будем для простота рассматривать в основном случай $k = 1$, поскольку он приводит к самой пессимистической оценке устойчивости клампов. Таким образом, хотя выбор между сценариями бурной и умеренной релаксации сейчас не очевиден, модель, которую мы рассмотрим в этом параграфе, может быть использована для оценки минимального значения фактора усиления C .

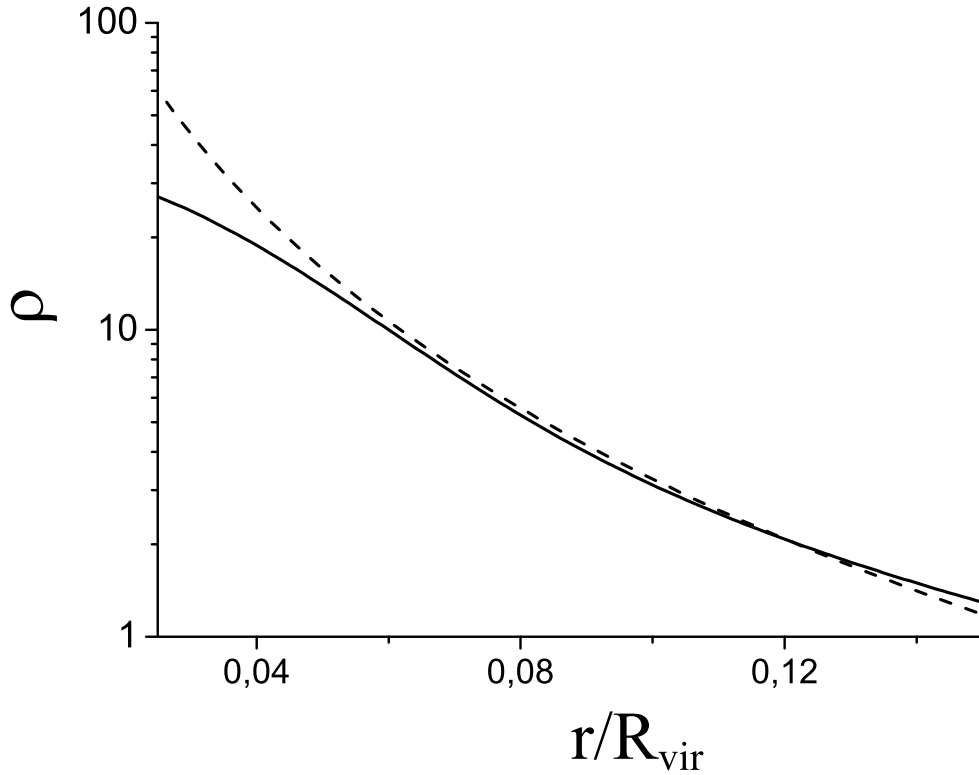


Рис. 2.7: Профиль плотности клампа, образовавшегося в результате умеренной релаксации (сплошная линия). Для сравнения приведен профиль НФВ с НФВ-концентрацией $c_{vir} = 25$ (штриховая линия). Плотность дана в произвольных единицах.

2.3.2 Характерные параметры клампов

Если частицей ТМ является вимп с массой, превосходящей 100 ГэВ, минимальную массу клампа можно оценить как $10^{-6}M_{\odot}$, что соответствует $R_{vir} \sim 0.05$ пс. Средняя плотность клампа $\bar{\rho}$ определяется из $\bar{\rho} \cdot \frac{4}{3}\pi R_{vir}^3 = M_{vir}$. Мы будем использовать следующие обозначения: $m_6 = M_{vir}/10^{-6}M_{\odot}$, $r_6 = R_{vir}/0.05$ пс, $\bar{\rho}_6 = 1.9 \cdot 10^{-3} M_{\odot}/\text{пс}^3$. Для клампа с массой $M_{vir} = 10^{-6}M_{\odot}$ мы имеем $m_6 = r_6 = \bar{\rho}_6 = 1$.

В рассматриваемой модели почти все ЧТМ имеют орбиты с $r_0 \sim R_{vir}$, и динамическое время для клампа можно определить как $t_f \sim \sqrt{\frac{R_{vir}^3}{GM_{vir}}} \propto (G\bar{\rho})^{-1/2}$. Если $M_{vir} = 10^{-6}M_{\odot}$, $t_f \sim 10^8$ лет. В стандартной Λ CDM-космологии $\bar{\rho}$ зависит

от массы клампа лишь логарифмически [13, 68], и поэтому клампы всех масс имеют сравнимые динамические времена, которые существенно превосходят характерные времена для любых механизмов разрушения клампов. Поэтому разрушение клампов можно рассматривать в приближении мгновенного возмущения.

2.3.3 Разрушение клампов: случай самых неустойчивых гало, $k = 1$

Есть несколько механизмов разрушения клампов в нашей Галактике, мы будем рассматривать только наиболее важные из них. Как мы показали выше, случай $k = 1$ соответствует $r_0 \sim r_{cl}$ и позволяет получить наиболее пессимистическую оценку выживаемости клампов. Мы будем активно использовать этот факт в данном параграфе.

Разрушение клампов звездами гало

Клампы могут разрушаться при столкновениях со звездами. Обозначим среднюю массу, численную плотность и дисперсию скоростей звезд m_* , n_* и σ_* , соответственно. Дисперсия скоростей клампов σ_{cl} . Можно ввести $\sigma = \sqrt{\sigma_*^2 + \sigma_{cl}^2}$. Характерное время разрушения клампа столкновениями со звездами равно [49, выр. 8.55]:

$$t_d \simeq \frac{17}{200} \frac{\sigma m_{cl} r_{cl}^2}{G m_*^2 n_* r_0^3}, \quad (2.59)$$

Т.к. $r_0 \sim r_{cl}$, мы получаем:

$$t_d \simeq \frac{17}{200} \frac{\sigma m_{cl}}{G m_*^2 n_* r_{cl}}, \quad (2.60)$$

Практически все время клампы проводят в гало Млечного Пути. Концентрация звезд в гало может быть оценена [93] как $n_* = (\rho_h/m_*)(r_\odot/r)^3$, где $r_\odot = 8.5$ кпс, $\rho_h = 1.4 \cdot 10^{-5} M_\odot/\text{пс}^3$, $m_* \simeq 0.4 M_\odot$. Нужно проинтегрировать n_* вдоль галактической траектории клампа, от минимального r_{min} до максимального r_{max} радиуса его орбиты. Однако n_* очень быстро падает с радиусом, и участок орбиты около r_{min} дает почти весь вклад в разрушение клампа. Предположив $\sigma = 200$ км/сек, мы получаем из (2.60):

$$t_d \simeq (r/r_\odot)^3 m_6^{2/3} \cdot 8 \cdot 10^{10} \text{ лет}. \quad (2.61)$$

Получается, что t_d превышает возраст Вселенной даже для маломассивных объектов. Только очень маленькие клампы $M_{vir} < 10^{-7} M_\odot$ могут быть разрушены столкновениями со звездами гало.

Разрушение диском Млечного Пути

Однако клампы могут быть разрушены и приливными возмущениями галактического диска как целого. Одно прохождение клампа сквозь диск увеличивает его внутреннюю энергию на

$$\delta E = \frac{16\pi^2 G^2 o_d^2 r_0^2}{3v_\perp^2}, \quad (2.62)$$

где o_d — поверхностная плотность диска Галактики, v_\perp — перпендикулярный к диску компонент скорости клампа. Мы принимаем модель [93]

$$o_d(r) = \frac{M_d}{2\pi r_d^2} e^{-r/r_d}, \quad (2.63)$$

с $M_d = 8 \cdot 10^{10} M_\odot$, $r_d = 4.5$ кпс. Разделив модуль полной энергии клампа $|E| \sim \frac{Gm_{cl}}{r_{cl}}$ на (2.62), мы получаем количество прохождений через диск N_d , необходимое для разрушения клампа

$$N_d = \frac{3r_d^4 v_\perp^2}{8GM_d^2} \frac{m_{cl}}{r_{cl}^3} e^{2r/r_d}. \quad (2.64)$$

Подставляя сюда (см. детали в [14]) $v_\perp \sim 100$ км/сек, мы получаем $N_d \simeq 4.5 \cdot 10^{-4} \bar{\rho}_6 e^{2r/r_d}$. Таким образом, N_d зависит только от средней плотности клампа. Т.к. в стандартной Λ CDM-космологии [13, 68] $\bar{\rho}$ зависит от массы клампа только логарифмически, эффективность разрушения клампов диском Галактики почти не зависит от их массы.

Движение клампа в Галактике может быть охарактеризовано минимальным r_{min} и максимум r_{max} расстоянием его орбиты от центра Галактики. Уравнение (2.64) показывает, что единственного прохода через диск достаточно для разрушения разложить клампа, если $r_{min} < 17$ кпс. Столь высокая эффективность рассматриваемого механизма в центральной области Млечного Пути оправдывает наше пренебрежение другими факторами, разрушающими клампы (приливным воздействием балджа, газовыми туманностями и т.д.): в тех регионах, где они эффективны, клампы разрушаются в любом случае.

С другой стороны, поверхностная плотность диска (а с ней и эффективность разрушения клампов) быстро падает с радиусом. Клампы проходят через диск дважды за каждый оборот. Рассмотрим клампы с круговой орбитой радиусом 25 кпс. Орбитальный период обращения Солнечной системы вокруг галактического центра $T_{MW} \sim 230$ млн лет. Если мы принимаем, что Млечный Путь имеет профиль плотности $\rho \propto r^{-2}$ (что является, конечно, очень грубым приближением), $T \propto r$ [8], т.е. орбитальный период клампа составляет $T \simeq 230 \text{ млн лет} \cdot 25 \text{ кпс} / 8 \text{ кпс} \simeq 700$ млн лет. Таким образом, рассматриваемый нами клампы прошел сквозь диск ~ 30 раз за время существования Галактики. Согласно уравнению 2.64, клампы должен был быть разрушен за ~ 30 проходов. Таким образом, $r = 25$ кпс — это примерно граница области, где клампы были разрушены возмущениями от диска за время жизни Галактики. Клампы с большим r также могут быть уничтожены, если у них вытянутые орбиты, и поэтому проходят через диск близко к центру. Тем не менее, доля этих клампов падает примерно как r^{-2} и становится пренебрежимо малой на расстояниях, превышающих $r \sim 50$ кпс.

Разрушение гравитационным полем Млечного Пути

Если орбита клампа вытянута, он периодически приближается к центру Галактики и испытывает своего рода приливные удары. Каждый удар увеличивает энергию клампа на [49, формула 8.43]

$$\delta E = \frac{4G^2 M_p^2(r_{min})}{3v^2 r_{min}^4} \langle r_0^2 \rangle, \quad (2.65)$$

где v — скорость клампа в точке r_{min} , $M_p(r_{min})$ — полная масса тела, создающего приливный удар (в нашем случае, Млечного Пути) внутри r_{min} , и $\langle r^2 \rangle$ — среднеквадратичное расстояние массы клампа от его центра. Если профиль плотности клампа имеет вид $\rho \propto r^{-2}$ и $r_0 = r_{cl}$, то $\langle r^2 \rangle = r_0^2/3 = r_{cl}^2/3$. Хотя настоящие клампы, вероятно, имеют несколько иные профили, мы можем использовать $\langle r^2 \rangle = r_{cl}^2/3$ в наших оценочных расчетах. Разделив модуль энергии клампа $|E| \simeq Gm_{cl}/r_{cl}$ на δE , мы получаем количество оборотов вокруг центра Галактики, необходимое,

чтобы его разрушить

$$N_d = \frac{9}{4} \left(\frac{v^2 r_{min}}{GM_p(r_{min})} \right) \left(\frac{m_{cl}}{M_p(r_{min})} \right) \left(\frac{r_{min}}{r_{cl}} \right)^3. \quad (2.66)$$

Если орбита заметно вытянута, мы можем оценить $v^2 \simeq GM_p(r_{min})/r_{min}$.

$$N_d(r) \simeq 2 \frac{\bar{\rho}_{cl}}{\bar{\rho}_p(r)}, \quad (2.67)$$

где $\bar{\rho}_p(r)$ — средняя плотность тела, создающего приливные возмущения, внутри радиуса r . Иными словами, кламп может быть эффективно разрушен, если он проходит через области, где его средняя плотность сравнима с плотностью тела, создающего приливные возмущения. Процесс разрушения снова зависит только от $\bar{\rho}_{cl}$ и поэтому практически не зависит от массы клампа. Согласно (2.67), радиус орбиты клампа должен быть равен $r \sim 18$ кпс, чтобы он был разрушен за один оборот вокруг центра Галактики, и $r \sim 50$ кпс — чтобы он был разрушен за время жизни Галактики.

Следует подчеркнуть, что эффективность вышеописанного механизма сильно зависит от эксцентриситета орбиты: кламп, движущийся по круговой или почти круговой орбите, вообще не испытывает приливных ударов. Тем не менее, есть механизм разрушения клампов, который совершенно не чувствителен к форме орбиты. Действительно, рассмотрим одну из ЧТМ, входящих в кламп и удаляющуюся от его центра на максимальное расстояние r_0 . Приливные силы со стороны гравитационного поля Галактики могут быть оценены как $(GM_p(r)/r^2) \cdot (r_0/r)$ в системе отсчета центра клампа, где r — расстояние клампа от центра Галактики. Работа этой силы на протяжении орбиты рассматриваемой частицы $\sim r_0 \cdot (GM_p(r)/r^2) \cdot (r_0/r)$. Если она сравнима с энергией связи частицы в клампе $\sim Gm_{cl}/r_0$, частица может быть просто вырвана из него. Мы, как и раньше, предполагаем $r_0 \sim r_{cl}$. Тогда условие разрушения клампа имеет следующий вид

$$\frac{M_p(r)}{r^3} > \frac{m_{cl}}{r_{cl}^3} \quad \text{or} \quad \bar{\rho}_{cl} < \bar{\rho}_p(r). \quad (2.68)$$

Если сравнить это соотношение с (2.67), видно, что оно примерно эквивалентно условию, при котором кламп с протяженной орбитой разрушается за один или два оборота вокруг центра Галактики. Таким образом, прямое приливное разрушение в целом

менее эффективно, чем приливные удары. С другой стороны, уравнение (2.68) гарантирует, что все клампы (в наиболее пессимистичном для их выживания сценарии, когда $r_0 \sim r_{cl}$) разрушены внутри $r \sim 20$ кпс, независимо от формы их орбит.

Подведем промежуточные итоги: клампы в гало Млечного Пути разрушаются ее диском и приливными эффектами в гравитационном поле Галактики. Эффективность этих двух механизмов сопоставима. Столкновения гало-звезды неэффективны. Все клампы внутри ~ 20 кпс от центра Галактики разрушены (напомним, что мы рассматриваем наиболее пессимистический сценарий). В пределах от 20 до 50 кпс лежит серая зона, в которой некоторые клампы уже разрушены, но некоторые еще сохранились. Нет механизма, эффективно разрушающего клампы за пределами 50 кпс от центра Млечного Пути, даже при самых пессимистичных предположениях о прочности клампов.

2.3.4 Карликовые галактики Местной Группы. Segue 1.

Среди всех астрофизических объектов, содержащих темную материю, карликовые спутники Местной группы привлекают особое внимание, т.к. они очень перспективны для обнаружения аннигиляции темной материи уничтожения. Несмотря на то, что плотность темной материи в этих объектах значительно ниже, чем в центре Галактики, они, как правило, не содержат источников космических лучей, и поэтому почти любой сигнал высокой энергии от карликовых галактик является отличным кандидатом в следы аннигиляции ТМ.

Объект Segue 1 привлекает наибольшее внимание среди многочисленных карликовых спутников в Местной Группе [94]. Он сочетает в себе несколько преимуществ: это ближайший к Земле объект, он находится на высокой галактической широте (и, следовательно, проектируется на низкий фон гамма-излучения) и, как ожидается, должен производить самый сильный сигнал аннигиляции ТМ [95], хотя последнее утверждение небесспорно. Современные наблюдения могут существенно ограничить модели темной материи, состоящей из вимпов (с поперечным сечением, соответствующим количеству ТМ в современной Вселенной $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{см}^3/\text{сек}$) только при условии, что Segue 1 обладает значительным фактором

усиления (см. [9] или второй параграф третьей главы данной диссертации). Поэтому вопрос о существовании подструктур в карликовых сфероидах чрезвычайно важен.

Segue 1 имеет самое высокое отношение массы к светимости из всех наблюдаемых галактик, что означает, что Segue 1 почти полностью состоит из темной материи. Ее распределение можно моделировать с помощью профиля Эйнасто

$$\rho = \rho_e \exp \left[-2n \left\{ \left(\frac{r}{r_e} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} \right] \quad (2.69)$$

с $\rho_e = 0.11 M_{\odot} \text{ пс}^{-3}$, $r_e = 150 \text{ пс}$ и $n = 3.3$ [96]. К сожалению, параметры профиля известны очень плохо и содержат огромную неопределенность: все звезды ($\simeq 66$), которые в настоящее время относят к Segue 1, лежат внутри $10'$ ($\simeq 67 \text{ пс}$) от его центра, что в два раза меньше, чем r_e . Для иллюстрации, совершенно другой набор параметров $\rho_e = 0.094 M_{\odot} \text{ пс}^{-3}$, $r_e = 70 \text{ пс}$ дает примерно столь же хорошую подгонку результатов наблюдений [97].

Очевидно, никакого диска Segue 1 не имеет. Однако клампы в нем могут разрушаться звездами или приливными силами в его гравитационном поле. Рассмотрим оба этих механизма.

Segue 1 должен содержать порядка тысячи звезд [98] на расстоянии менее $\sim 67 \text{ пс}$ от центра. Мы можем очень грубо оценить $n_* \simeq 8 \cdot 10^{-4} \text{ пс}^{-3}$. Подставляя $m_* = 0.4 M_{\odot}$ и $\sigma = 60 \text{ км/сек}$ (что примерно соответствует скорости убегания из центра Segue 1 [9]), мы получаем

$$t_d \simeq m_6^{2/3} \cdot 10^9 \text{ лет}. \quad (2.70)$$

Таким образом, мельчайшие клампы в объекте могут быть разрушены звездами. Однако этот механизм неэффективен уже для клампов с массой $m_6 > 30$, т.е., $m > 3 \cdot 10^{-5} M_{\odot}$.

Напротив, разрушение клампов под действием гравитационного поля Segue 1 чрезвычайно эффективно. Из соотношения (2.69) видно, что равенство $\bar{\rho}_{cl} = \bar{\rho}_p(r)$ наблюдается на расстоянии $\sim 1300 \text{ пс}$ от центра Segue 1 (конечно, если распределение плотности (2.69) еще справедливо на столь больших расстояниях).

2.3.5 Сценарий прочных клампов с плато, $k = c_{vir}/4$

Случай $k = 1$ является экстремальным и поэтому не очень вероятным, даже если клампы образуются в результате умеренной релаксации. Можно ожидать, что k зависит от НФВ-концентрации гало c_{vir} . Наиболее вероятное значение $k = c_{vir}/4$ [13], что близко к максимальному значению k , при котором релаксацию еще можно считать умеренной. Поэтому нужно отдельно рассмотреть случай $k = c_{vir}/4$.

Прежде всего, теперь k зависит от c_{vir} . Если $k = c_{vir}/4$, $\langle r_0 \rangle \gtrsim r_{cl}/k = 4R_{vir}/c_{vir}$ [12], и мы можем подставить это значение в (2.65) и (2.62). Последние симуляции позволяют предположить, что степенной рост c_{vir} с уменьшением массы гало в конце концов прекращается, и НФВ-концентрация маломассивных объектов растет гораздо медленнее. Детальный анализ [99] показал, что даже самые маленькие гало имеют $c_{vir} \simeq 60$. Мы будем использовать это значение как наиболее правдоподобное.

Выражение (2.64) для числа орбитальных оборотов, необходимое для разрушения клампа диском Галактики, превращается в

$$N_d = \frac{3r_d^4 v_{\perp}^2 c_{vir}^2}{128GM_d^2} \frac{m_{cl}}{r_{cl}^3} e^{2r/r_d}. \quad (2.71)$$

Рассуждение, аналогичное тому, который приведено ниже уравнения (2.64) показывает, что $r = 15$ кпс является примерно границей области, где клампы были разрушены диском за время жизни Галактики в сценарии прочных клампов с плато, $k = c_{vir}/4$. Это значение существенно меньше, чем для самых хрупких клампов с $k = 1$, но больше, чем значение, полученное для НФВ-клатпов $r \sim 8$ кпс [93]. Таким образом, устойчивость клампов с плато может варьироваться в широком диапазоне. Тем не менее, остается заметная разница между клампами с центральным пиком и плато.

Выражение (2.68) превращается в

$$\frac{c_{vir}^2}{16} \rho_{cl} < \bar{\rho}_p(r). \quad (2.72)$$

Это уравнение показывает, что карликовые сфероиды, вроде Segue 1, настолько плотны, что трудно ожидать выживания в них любых клампов, образовавшихся

в результате умеренной релаксации. В самом деле, если мы примем для клампов $c_{vir} \simeq 60$, то клампы будут эффективно разрушаться в области, где $\bar{\rho}_p(r) > 225\rho_{cl}$. Соотношение (2.69) показывает, что все клампы внутри $\sim 2r_e$, т.е. внутри 300 пс от центра Segue 1, должны быть разрушены.

Вывод об отсутствии каких-либо подструктур ТМ, вероятно, справедлив для всех карликовых спутников в Местная Группа. Спутники, как мы наблюдаем их сейчас, наиболее вероятно, являются центральными и самыми плотными частями древних карликовых галактик, которые были сильно разрушены приливным действием Млечного Пути и МЗ1. В результате их плотность очень высока, и клампы легко разрушаются при приближении к их центрам. Следует также учитывать, что приливные возмущения, разрушившие древние карликовые галактики, разрушали и клампы в них.

2.3.6 Сравнение выживаемости клампов, образованных в предположении умеренной релаксации, и стандартных клампов с центральным пиком плотности

Итак, мы можем сравнить выживаемость клампов, образованной в предположении умеренной релаксации (далее мы для краткости будем называть их УР-клямпы) с выживаемостью стандартных НФВ-клямпов [91, 93]. Как мы видели, в нашем случае клампы разрушаются намного легче.

Этот результат неудивителен. Клямпы стандартной модели значительно более стабильны не из-за существования центрального пика самого по себе: УР-клямпы также могут быть весьма сжаты к центру и иметь большую центральную плотность (Рис. (2.7)). Принципиальным отличием этих двух сценариев являются орбиты ЧТМ. Частицы, образующие пик в модели НФВ, "живут" в этом пике: они имеют небольшие квази-круговые орбиты с максимальным удалением от центра лампы расстояния $r_0 \simeq 0$. Согласно уравнению. 2.62, энергия приливных возмущений пропорциональны r_0^2 . Уже одного этого факта достаточно для сохранения пика. Кроме того, частицы с $r_0 \simeq 0$ имеют очень короткий динамическое время, поэтому приливное возмущения являются адиабатическими для этих частиц, и уравнения типа (2.64) от

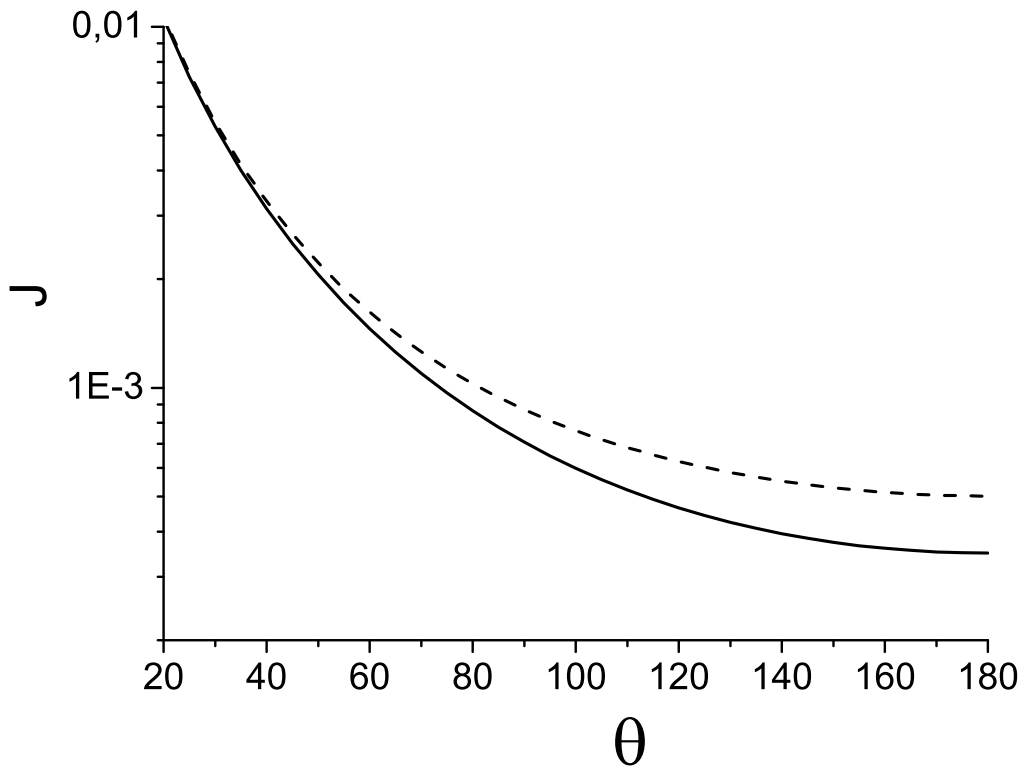


Рис. 2.8: Аннигиляционный сигнал J от Млечного Пути в зависимости от угла θ между линией наблюдения и направлением на центр Галактики. Нормировка J произвольна. Сплошная линия соответствует сценарию, в котором клампы полностью разрушены на расстоянии $r_{destr} = 50$ кпс от центра Галактики, штриховая линия — на расстоянии $r_{destr} = 10$ кпс. Фактор усиления на расстоянии 50 кпс от центра Галактики $C_{50} = 20$.

(2.67) для них заведомо неверны. Сохранения адиабатических инвариантов делает центральный пик чрезвычайно устойчивым к приливным возмущениям. НФВ-клямпы легко теряет свои внешние слои, но пики остаются практически неуязвимым. Они могут быть разрушены только в балдже Млечного Пути, на расстоянии менее ~ 3 кпс от центра галактики [93], и, скорее всего, должны сохраняться в карликовых галактиках. Так как именно пики вносят основной вклад в фактор усиления C , то оно должно быть весьма значительным в стандартной НФВ-модели.

УР-клямпы устроены совершенно по-другому. Они тоже могут иметь очень высокую центральную плотность, и их профиль может быть относительно близко к

НФВ, за исключением небольшой центральной области, где они обязательно имеют плато (см. Рис. (2.7)). Однако большинство ЧТМ имеют радиус апоцентра орбиты r_0 , сопоставимый с вириальным радиусом клампа. Это верно даже для области плато: большинство частиц только "наведываются" в центр гало, имея $r_0 \gg r_c$, где r_c — радиус плато. Как мы могли видеть, приливным эффектам гораздо проще оторвать частицы с большими радиусами апоцентра орбиты r_0 , которые к УР-клампов гораздо больше, и поэтому они гораздо легче разрушаются.

Очевидно, самое большое возможное значение $\langle r_0 \rangle = R_{vir}$, что соответствует параметру релаксации $k = 1$. Именно это предположение мы использовали в данной работе для получения нижнего предела устойчивости клампов. Наиболее вероятным значением k является $k \simeq c_{vir}/4$, где c_{vir} — НФВ-концентрация гало [13]. Тогда $\langle r_0 \rangle \simeq 2R_{vir}/c_{vir}$, и устойчивость клампов несколько выше. Тем не менее, для УР-клампов она по-прежнему значительно ниже, чем для НФВ-клампов.

Мы показали, что выживаемость клампов сильно зависит от их внутренней структуры, а она не вполне ясна. Т.к. аннигиляционный сигнал быстро нарастает с ростом плотности ТМ, компактные области с высокой плотностью ТМ привлекают наибольшее внимание при ее непрямом поиске. Наши вычисления показывают, что все подструктуры в этих областях могут быть разрушены при весьма естественных астрономических обстоятельствах.

Важно, что клампы в Млечном Пути должны выживать на расстояниях, превышающих 50 кпс от центра Галактики даже при самых пессимистичных предположений об их структуре. Это означает, что подструктуры должны сохраниться практически во всей темной материи во Вселенной. Например, если рассматривать Местную Группу, $\sim 80\%$ ее ТМ содержится в гало Млечного Пути и М31 за пределами 50 кпс от их центров и, вероятно, в общем темном гало всей системы [100]. Говоря шире, основная часть ТМ во Вселенной содержится в структурах с низкой плотностью, таких, как темные оболочки скоплений галактик, стенки сот и волокна крупномасштабной структуры Вселенной и т.д. Вся эта темная материя должна полностью сохранить свою комковатую структуру. Этот факт весьма важен для оценок вклада во внегалактический фон гамма-излучения, который может быть создан аннигиляцией темной материи.

2.3.7 Феноменология: предсказания аннигиляционного сигнала и их неопределенность

Следует подчеркнуть, что феноменологические следствия наличия подструктур ТМ не сводятся к усилению аннигиляции на некоторый фиксированный фактор C : изменяется сама зависимость сигнала от плотности ТМ ρ . Если темная материя однородна, аннигиляционный сигнал пропорционален ρ^2 . Если доминирует аннигиляция в клампах, сигнал пропорционален числу клампов в единице объема, т.е., ρ . Поэтому, если в современных структурах ТМ имеется заметная подструктура, сигнал аннигиляции ТМ должен быть усилен, а фактор усиления должен быть, грубо говоря, пропорционален ρ^{-1} .

Обсудим неопределенности и возможные наблюдаемые предсказания нашей модели. Как мы показали, клампы выживают вне 50 кпс от центра Галактики даже при самых пессимистических предположениях об их структуре. С другой стороны, [93] показали, что даже довольно прочные НФВ-клатпы почти полностью разрушены на расстояниях менее 8 кпс от центра. Мы можем заключить, что 20 — 50 кпс — довольно надежная оценка максимального расстояния от центра Млечного Пути, где клампы даже с плато в центре еще могут быть разрушены. Оценки фактора усиления гораздо более туманны.

Краткое изложение стандартной теории расчета фактора усиления C

Если сопутствующая численная плотность клампов в интервале масс $[M; M + dM]$ на красном смещении z равна $dp(M, z)/dM$, фактор усиления C может быть представлен как следующее произведение (см. подробности в [101]):

$$C = \Delta \cdot F_{coll}(z) \cdot [B_{halo}]. \quad (2.73)$$

Здесь Δ — средний избыток плотности в гало, определяемый космологической моделью, $F_{coll}(z) = \int \frac{dp}{dM} M dM / \langle \rho \rangle$ — доля массы ТМ, сколлапсировавшая в различные гало к моменту z ($\langle \rho \rangle$ — средняя плотность Вселенной). B_{halo} — фактор усиления для одного гало $B_{halo} = \int \left(\frac{\rho}{\langle \rho \rangle_{halo}} \right)^2 d^3r / \int d^3r$, где $\langle \rho \rangle_{halo}$ — средняя плотность гало, и $[B_{halo}] \equiv \int B_{halo} \frac{dp}{dM} M dM / \int \frac{dp}{dM} M dM$.

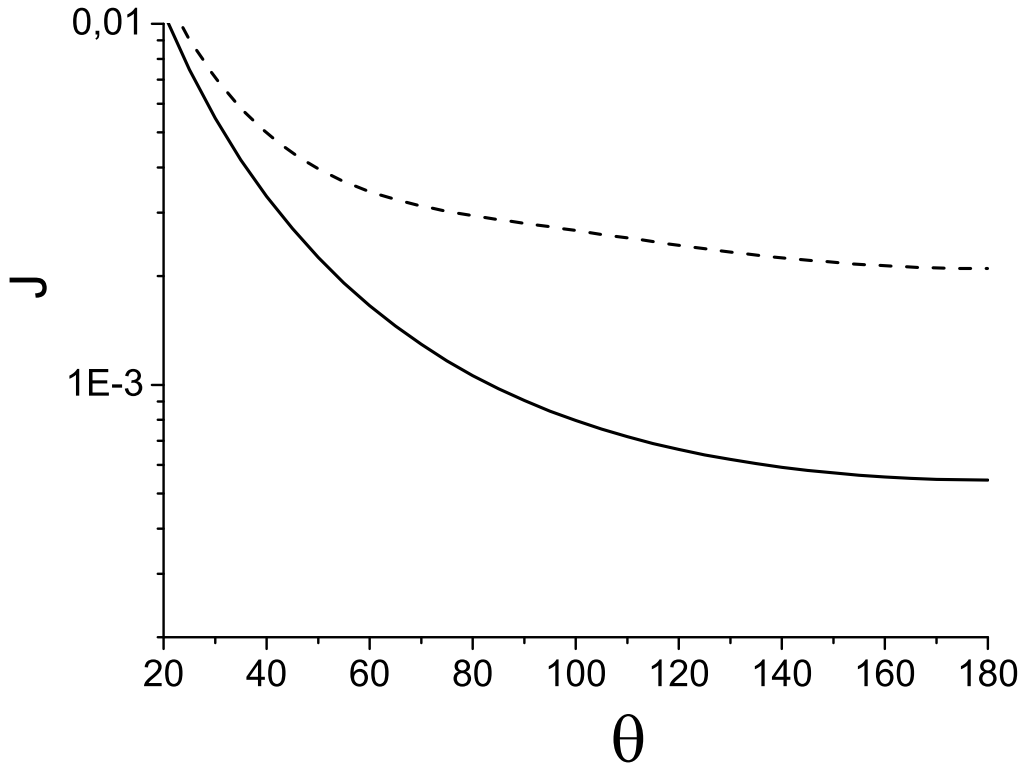


Рис. 2.9: Аннигиляционный сигнал J от Млечного Пути в зависимости от угла θ между линией наблюдения и направлением на центр Галактики. Нормировка J произвольна. Сплошная линия соответствует сценарию, в котором клампы полностью разрушены на расстоянии $r_{destr} = 50$ кпс от центра Галактики, штриховая линия — на расстоянии $r_{destr} = 10$ кпс. Фактор усиления на расстоянии 50 кпс от центра Галактики $C_{50} = 100$.

Как можно видеть, усиление определяется тремя функциями: функцией масс гало $p(M, z)$, фактором усиления для одного гало B_{halo} как функцией от концентрации (т.е. степени сжатия) гало c_{vir} , и зависимостью степени сжатия гало $c_{vir}(M, z)$ от его массы и z .

$$B_{halo} = \frac{c_{vir}^3(1 - 1/(1 + c_{vir})^3)}{9(\ln(1 + c_{vir}) - c_{vir}/(1 + c_{vir}))^2} \quad (2.74)$$

для случая НФВ-гало.

Усиление аннигиляции в случае клампов, имеющих плато в центре

Что меняется в этой картине, если рассматривать вышеприведенную модель вместо традиционной НФВ? Удивительно, но функция масс должна быть почти той же самой для сценариев с пиком и плато в центре клампов. Действительно, два основных фактора, определяющих $p(M, z)$ — это спектр первичных космологических возмущений и разрушение клампов в процессе формирования иерархической структуры Вселенной. Первый фактор никак не связан с профилями плотности сформировавшихся клампов. Второй процесс (в рамках стандартной Λ CDM-космологии) также не чувствителен к профилю плотности клампов, т.к., как мы уже обсуждали, объекты самых разных масс в Λ CDM-космологии возникают почти одновременно, и время иерархического разрушения много меньше времени их вирилизации. Поэтому подход, использованный в [91] и рассматривающий точно такие же невириализованные клампы, справедлив и в нашем случае и приводит к той же функции масс.

Единственный процесс, который заметно влияет на распределение $dp(M, z)/dM$ и существенно зависит от профилей плотности гало — это астрофизическое разрушение клампов. Рассмотрим Местную Группу галактик. Как мы могли видеть, клампы, расположенные дальше 50 кпс от центра Галактики, выживают даже при самых пессимистических предположениях об их устойчивости. В то же время, $\sim 70\%$ массы темной материи Млечного Пути лежит за пределами этого радиуса [75], и мы можем предположить, что примерно такая же ситуация имеет место в туманности Андромеды. Более того, наряду с темными гало больших и малых галактик, входящих в ее состав, Местная Группа, по-видимому, содержит примерно такое же количество ТМ, не связанной в гало и формирующей общее гало Местной группы [11, 49, 100]. Мы приходим к заключению, что $\sim 85\%$ темной материи в Местной Группе полностью сохранила свою комковатую структуру, и если мы рассматриваем большой объем темной материи, значительно превышающий максимальный размер гало, изменение усредненной $dp(M, z)/dM$ совсем невелико.

Конечно, B_{halo} зависит от профиля плотности гало. Однако даже в случае НФВ-клатпов с бесконечной центральной плотностью аннигиляционный сигнал ($\propto \rho^2 \cdot 4\pi r^2 \propto const$) никакой особенности в центре не имеет. Сильное отличие плато

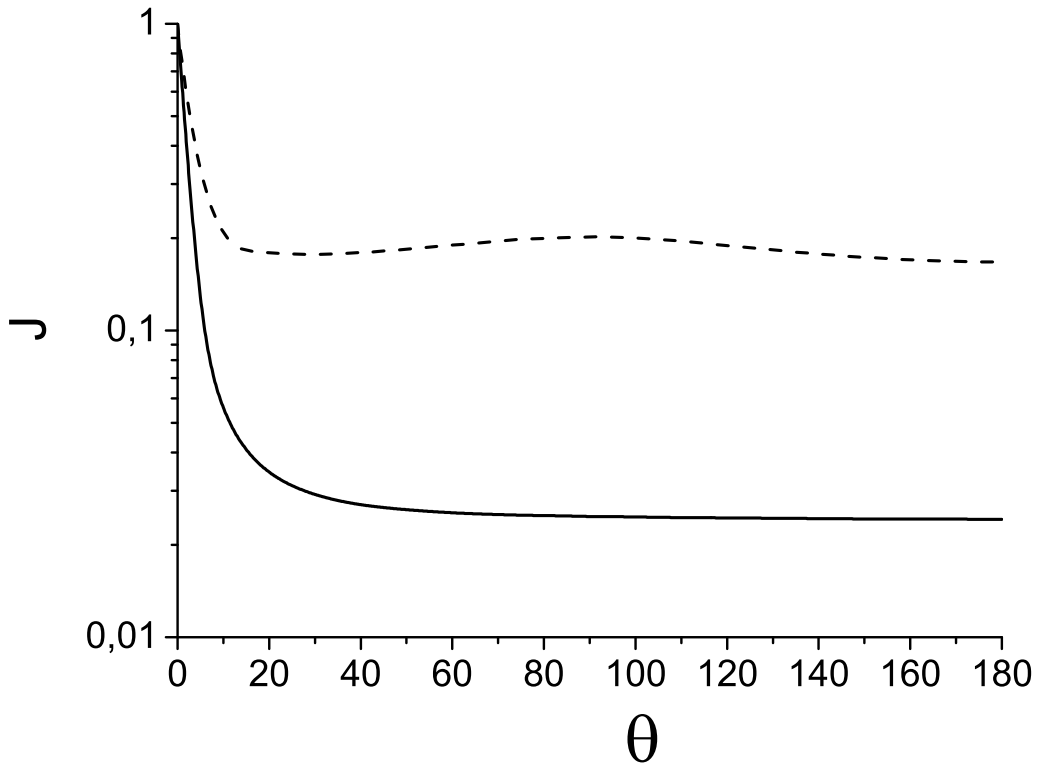


Рис. 2.10: Аннигиляционный сигнал J от Млечного Пути в зависимости от угла θ между линией наблюдения и направлением на центр Галактики. Нормировка J произвольна. Сплошная линия соответствует сценарию, в котором клампы полностью разрушены на расстоянии $r_{destr} = 50$ кпс от центра Галактики, штриховая линия — на расстоянии $r_{destr} = 10$ кпс. Фактор усиления на расстоянии 50 кпс от центра Галактики $C_{50} = 10^4$.

от пика возникает только при $r \ll r_s$, поэтому B_{halo} может отличаться лишь на множитель $\lesssim 2$ (см. *минимальную* модель в [9] или во втором параграфе главы 3 этой работы). Итак, разница в значении B_{halo} между профилем с пиком и профилем с плато гораздо меньше неопределенностей в $c_{vir}(M, z)$.

Действительно, неопределенность $c_{vir}(M, z)$ (особенно, ее зависимость от M) является самым слабым местом любой теории непрямого поиска ТМ. Так как $dp(M, z)/dM$ быстро падает с M , преобладающий вклад в $[B_{halo}]$ дают самые маленькие клампы, и нам необходимо знать их НФВ-концентрацию. Обычно $c_{vir}(M, z)$ определяется из результатов космологических симуляций, которые предсказывают

степенную зависимость c_{vir} от M [101]. Однако отношение масс самых маленьких гало с еще разрешимым профилем плотности к массам наиболее крупных гало едва ли превышает 3 – 4 порядка даже в современных больших симуляциях, содержащих $\sim 10^9$ пробных частиц. Массовая иерархия темных гало в реальной Вселенной охватывает по крайней мере 21 порядок. Таким образом, оценки c_{vir} для самых маленьких клампов основаны на очень дальней интерполяции. Вызывает сомнение, имеет ли место степенное поведение $c_{vir}(M, z)$ в таком огромном диапазоне масс [90]. Последние симуляции позволяют предположить, что $c_{vir} < 70$ даже для самых маленьких гало [99]. Более того, $B_{halo} \propto c_{vir}^3$, если $c_{vir} \gg 1$, т.е. B_{halo} чувствительно даже к небольшим изменениям c_{vir} . Все эти факты делают предсказания $[B_{halo}]$ сильно зависими от предположений о поведении $c_{vir}(M, z)$. Обсудим несколько возможных сценариев на примере Млечного Пути.

Таким образом, если мы рассмотрим большой объем темной материи, значительно превышающий максимальный размер гало, разница между сценариями с пиком и плато в центре гало может быть на удивление мала, особенно если принять во внимание неизбежные большие неопределенности обоих сценариев. Например, если мы могли бы измерить внегалактическая фон от аннигиляции ТМ, мы не смогли бы сделать выбор между сценариями из-за нашего незнания зависимости $c_{vir}(M, z)$ для малых клампов. Однако, если мы рассматриваем отдельное гало, предсказания для этих сценариев могут существенно отличаться.

Чтобы проиллюстрировать это, мы рассмотрим гало Млечного Пути, так как она является популярным объектом для непрямого поиска ТМ. Для простоты, мы предполагаем, что клампы появляются скачком на некотором радиусе r_{destr} : все подструктуры внутри этого радиуса совершенно разрушены, а вне его — совершенно не повреждены. Для того, чтобы учесть неопределенность c_{vir} , мы постулируем общий фактор усиления C_{50} на радиусе $r = 50$ кпс от центра Галактики. Абсолютное значение сигнала зависит от природы частиц ТМ, и мы выбираем его нормировку произвольно (но одинаковую для всех случаев). Иллюстрации (2.8-2.10) показывают аннигиляционный сигнал J от Млечного Пути в зависимости от угла θ между линией наблюдения и направлением на центр Галактики. Сплошная линия соответствует $r_{destr} = 50$ кпс, что примерно соответствует сценарию наименее устойчивых

клампов с $k = 1$, пунктирная линия — to $r_{destr} = 10$ кпс, что приблизительно соответствует весьма прочным НФВ-клампам [93]. Рис. 2.8, 2.9, 2.10 соответствуют $C_{50} = 20, 100, 10^4$, соответственно.

Как видим, разница между сценариями несущественна, если фактор усиления не очень велик ($C_{50} = 20$, Рис. 2.8). Пунктирная линия на Рис. 2.9 приблизительно совпадает с Рис. 5 в [93]: модель с $r_{destr} = 10$ кпс и $C_{50} = 100$ действительно соответствует рассмотренной в [93], и предполагает НФВ-клампы и сохранение степенного поведения $c_{vir}(M)$, полученного в численных симуляциях, вплоть до малых масс клампов. Случаи $C_{50} = 20$ и $C_{50} = 10^4$ описывают более медленный и более быстрый рост $c_{vir}(M)$, соответственно. Можно видеть, что разница между сценариями с пиком и плато в центре гало становится весьма значительной, если $C_{50} \geq 100$: внешние участки гало создают весьма яркий фон, и он заметно тусклее в сценариях, где клампы легко уничтожить. Фон значительно изменяет угловой профиль сигнала. Однако даже в случае огромного фактора усиления $C_{50} = 10^4$, фон, излученный внешними сильно неоднородными областями гало недостаточен, чтобы затмить сигнал от центра Галактики.

Глава 3

Распределение ЧТМ по скоростями и прямое детектирование

В этой главе мы рассмотрим распределение ЧТМ по скоростям, которое весьма существенно для экспериментов по прямому поиску ТМ. В первом параграфе мы получим распределение частиц по скоростям для "изотермического" профиля $\rho \sim r^{-2}$ в случае, когда оно сильно анизотропно; во втором — оценим вклад внегалактической ТМ в общее содержание темной материи около Земли; в третьем — рассмотрим формирование т.н. толстого диска темной материи в нашей Галактике. Последний факт очень важен для прямого поиска: если ТМ в какой-либо степени увлекается в дисковое вращение обычной материей, это снижает скорость ЧТМ относительно Земли и может сильно уменьшить сигнал прямого детектирования.

3.1 Распределение ЧТМ по скоростям в Солнечной Системе

3.1.1 Введение

Одним из наиболее очевидных проявлений существования темной материи являются огромные невидимые гало (с профилями плотности, близкими к $\rho \sim r^{-2}$), окружающие галактики [70]. Млечный Путь также окружен подобным гало. Мы обозначим радиус орбиты Солнечной Системы, среднюю скорость вращения Галактики и скорость

убегания на этом радиусе, как r_{\odot} , v_{\odot} и v_{esc} , соответственно. Обозначим также радиальную и тангенциальную компоненты скорости ЧТМ как v_r и $v_{\rho} \equiv \sqrt{v_{\phi}^2 + v_{\theta}^2}$. Распределение ЧТМ по скоростям внутри гало известно плохо; как правило, предполагается, что оно максвеллово с отсечкой при $v > v_{esc}$ [102].

$$f(v) = \frac{N}{(\sqrt{\pi}v_{\odot})^3} \exp\left(-\frac{v^2}{v_{\odot}^2}\right), \quad v < v_{esc} \quad (3.1)$$

Мы принимаем $r_{\odot} = 8$ кпс, $v_{\odot} = 220$ км/сек, $v_{esc} = 643$ км/сек. N — константа нормировки, для выбранного набора параметров $N \simeq 1.001$. Стоит отметить, что v_{orb} мало меняется вдоль гало.

Распределение (3.1) сталкивается с рядом трудностей. Действительно, в рамках бесстолкновительной динамики оно естественным образом получается из профиля плотности $\rho \sim r^{-2}$, в том предположении, что функция f изотропна в каждой точке, т.е. f зависит только от $|v|$ (так называемая "изотермическая" модель). Однако предположение об изотропии выглядит совершенно неправдоподобным. Действительно, если распределение (3.1) верно, подавляющее большинство ЧТМ в гало должны иметь очень большой удельный угловой момент $\mu \equiv \mathfrak{M}/m_{\chi} = [v \times r]$. Средний угловой момент частиц (как и гало) близок к нулю. Однако их среднеквадратичный удельный момент равен $\sqrt{\langle \mu^2 \rangle} \simeq 1800$ кпс · км/сек на r_{\odot} . Более того, так как в "изотермической" модели $\mu \sim r v_{orb}$, а v_{orb} практически постоянен в гало, если $\rho \sim r^{-2}$, среднеквадратичный удельный момент достигает громадных значений $\sqrt{\langle \mu^2 \rangle} \sim 4 \cdot 10^4$ кпс · км/сек на краю гало ($r \sim 200$ кпс). В то же время, согласно современным космологическим представлениям, не только полный угловой момент гало, но и момент каждой частицы должны были пренебрежимо малы на линейной стадии формирования структур во Вселенной [68].

Гало может получить некоторый угловой момент позже, например, как результат приливных возмущений или поглощения меньших гало. Некоторые результаты звездной динамики часто используются для того, чтобы показать, что частицы темной материи могут получить большой угловой момент в процессе формирования Галактики [48]. Однако аналогия между динамикой ЧТМ и звездной динамикой не может быть полной. Дело в том, что звезды являются компактными объектами, и их гравитационное поле может быть сильным, по крайней мере, около самих звезд. На-

оборот, мелкомасштабное гравитационное поле темной материи всегда сравнительно мало [6]. Поэтому многие релаксационные механизмы звездных систем, вроде рассеяния звезд друг на друге или взаимодействия с межзвездной средой, абсолютно неэффективны для ЧТМ. Хорошим примером такого рода является столкновительная релаксация, которую мы подробно рассмотрели во втором параграфе первой главы этой диссертации.

Уже рассмотренная нами в первой главе бурная релаксация [48] является, пожалуй, единственным способом придать значительный угловой момент ЧТМ. Однако он действует также на звезды гало; кроме того, его эффективность уменьшается с радиусом, и поэтому он должен даже сильнее влиять на релаксацию звезд гало, так как звездное гало Галактики является более компактным.

Резюмируем: все объекты гало изначально имели $v_\rho \simeq 0$ и впоследствии приобретали угловой момент вследствие различных процессов релаксации, слияния гало или приливных эффектов. Все эти механизмы увеличивали $\langle v_\rho^2 \rangle$ звезд гало, по крайней мере, не слабее, чем частиц темной материи. Следовательно, распределение скоростей старейшего звездного населения гало Галактики должно быть ближе к максвелловскому, чем распределение частиц темной материи. В частности, дисперсия тангенциальных скоростей $\sigma(v_\rho)$ ЧТМ не может быть больше, чем у звезд гало на том же радиусе.

Современные наблюдения самых старых звезд гало - субкарликов - подтверждают вышеприведенные рассуждения [103]. Дисперсия их тангенциальных скоростей $\sigma(v_\rho) \equiv \sigma_0 \simeq 80$ км/сек, что соответствует $\sqrt{\langle \mu^2 \rangle} \simeq 900$ кпс · км/сек, в два раза ниже, чем (3.1). Кроме того, распределение сильно отличается от максвелловского: $\sigma(v_r)$ гораздо больше, чем $\sigma(v_\rho)$. Следовательно, $\sigma(v_\rho)$ для ЧТМ в окрестностях Солнечной Системы не должна превышать $\sigma_0 = 80$ км/сек и может быть даже ниже. Во-вторых, наблюдения показывают, что даже звезды гало все еще не прорелаксировали, и их орбиты являются довольно вытянутыми. С другой стороны, если распределение (3.1) верно для ЧТМ, эллиптичность большинства их орбит мала, и поэтому они являются единственным известным науке классом объектов гало, которые движутся по почти круговым орбитам. Представляется гораздо более естественным предположить обратное, и мы приходим к исходным предположениям,

которые мы используем в этом параграфе:

1) Удельный угловой момент μ , по крайней мере, основной части частиц довольно мал, и их орбиты являются вытянутым (ниже мы уточним это предположение количественно).

2) Гало Галактики стационарно и сферически симметрично. Последнее предположение не совсем точно: часть темной материи может образовывать так называемый толстый диск [104], кроме того, влияние звездного диска также имеет место. Тем не менее, наше предположение вполне допустимо в оценочном рассмотрении.

3) Третье и самое спорное предположение касается профиля плотности темного гало. Мы предполагаем, что профиль имеет вид $\rho \propto r^{-2}$ вплоть до некоторого большого радиуса R , где он заканчивается, и дальше темная материя совершенно отсутствует. В чистом виде такая ситуация, конечно, не может иметь места. Попробуем обосновать применимость этого предположения.

Во-первых, профиль $\rho \propto r^{-2}$ не может простираться до бесконечности, иначе гало имело бы бесконечную массу. Начиная с некоторого радиуса плотность начинает спадать гораздо быстрее. Например, плотность одого из самых популярных профилей, Эйнасто [33], убывает экспоненциально. Кроме того, внешние области гало довольно слабо связаны в гравитационном поле и могут быть легко сорваны приливными эффектами. Это во всяком случае происходит на границе полости Роша в системе Млечный Путь - туманность Андромеды. Под R мы будем понимать радиус, на котором профиль начинает спадать гораздо быстрее, чем $\rho \propto r^{-2}$. В интервале между r_{\odot} и R профиль плотности ТМ известен откровенно плохо, и предположение $\rho \propto r^{-2}$ является простым, но вполне приемлемым [105]. Что же до распределения плотности в центре гало, то там закон $\rho \propto r^{-2}$, конечно, нарушается, но, как мы увидим, ответ нашей задачи от него зависит очень слабо. Он в основном определяется профилем плотности для $r \sim R$.

Кроме того, мы не ставим задачу определить распределение ЧТМ по скоростям абсолютно точно. Распределение (3.1) является, в некотором смысле, предельным случаем, когда функция f распределения по скоростям изотропна в каждой точке при профиле $\rho \propto r^{-2}$. Представляет интерес получить противоположный предельный случай, когда f предельно анизотропно (частицы движутся практиче-

ски радиально) при том же профиле плотности. Именно этот случай и возникает при выполнении трех вышеизложенных условий.

3.1.2 Расчеты

Мы принимаем для Млечного Пути $R = 210$ кпс, что соответствует его полной массе $M = 2.3 \cdot 10^{12} M_{\odot}$. Модуль гравитационного потенциала на краю гало равен $\Phi = GM/R$. Легко видеть, что $\Phi = v_{\odot}^2$. Т.к. $\rho \sim r^{-2}$, масса внутри некоего радиуса равна $\frac{r}{R}M$, гравитационное поле имеет вид $\vec{g} = G\frac{M}{rR}$, и для гравитационного потенциала в гало мы получаем:

$$\phi = -\Phi \left(1 + \ln \frac{R}{r} \right) \quad (3.2)$$

Начнем наше рассмотрение со случая, когда ЧТМ не имеют углового момента вообще. Тогда их траектории радиальны ($v = |v_r|$), и задача становится одномерной. В этом случае распределение частиц в гало может быть полностью описано единственной функцией $\psi(r, v)$, где $\psi(r, v)drdv$ — полная масс ТМ в элементе фазового пространства $drdv$. ψ отличается от стандартной одномерной функции распределения лишь несущественным множителем — массой ЧТМ m_{χ} . Так как мы предполагаем, что на частицы темной материи действует только сила тяжести, m_{χ} для нас несущественна, и наши расчеты формально справедливы даже для ТМ, состоящей из первичных черных дыр, а такое определение ψ позволяет нам избежать нежелательной зависимости от массы ЧТМ. Плотность гало связана с функцией ψ очевидным соотношением

$$\eta \equiv 4\pi r^2 \rho(r) = \int_0^{\infty} \psi(r, v) dv \quad (3.3)$$

Здесь мы ввели вместо ρ более удобную переменную η , $\eta = const$ если $\rho \sim r^{-2}$. В нашем случае $\eta = M/R$, и мы получаем определяющее условие на ψ :

$$\int_0^{\infty} \psi(r, v) dv = \frac{M}{R} \quad (3.4)$$

Каждая частица темной материи совершает радиальные колебания вокруг галактического центра. Обозначим r_0 максимальное расстояние, на которое она может

удаляться от центра. Ее скорость в потенциале (3.2) равна

$$|v_r| = v = \sqrt{2\Phi \ln \frac{r_0}{r}} \quad (3.5)$$

и мы получаем полезные соотношения:

$$r_0 = r \exp\left(\frac{v^2}{2\Phi}\right), \quad \frac{\partial r_0}{\partial v} = \frac{vr_0}{\Phi}, \quad T = r_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\Phi}} \quad (3.6)$$

Здесь T — время, необходимое частице, чтобы упасть с радиуса r_0 на центр. Введем функцию ξ распределения частиц по параметру r_0 , так что $\xi(r_0)dr_0$ — масса ЧТМ, радиусы апоцентров r_0 которых лежат в интервале $[r_0; r_0 + dr_0]$. r -координата этих частиц колеблется в пределах от 0 до r_0 , и они дают вклад в плотность гало над всем этим интервале. Действительно, доля времени, которую ЧТМ проводит в интервале $[r; r + dr]$, равна $dt/T = dr/(vT)$. Так как общая масса частиц из подсистемы $[r_0; r_0 + dr_0]$ равна $\xi(r_0)dr_0$, их вклад в массу гало в интервале dr

$$dM = \frac{\xi(r_0)}{vT} dr dr_0 \quad (3.7)$$

На радиусе r частицы из рассматриваемой подсистемы попадают в интервал скоростей dv , определяемый соотношением $\frac{\partial r_0}{\partial v} dv = dr_0$. Подставляя его в (3.7) и учтя, что $dM = \psi(r, v) dr dv$, мы получаем общее соотношение для $\psi(r, v)$:

$$\psi(r, v) = \frac{\xi(r_0) \frac{\partial r_0}{\partial v}}{vT} \quad (3.8)$$

Теперь подставим сюда (3.5) и (3.6):

$$\psi(r, v) = \sqrt{\frac{2}{\pi\Phi}} \xi \left[r \exp\left(\frac{v^2}{2\Phi}\right) \right] \quad (3.9)$$

Мы сможем легко найти функцию ξ , если предположим, что граница гало резкая, т.е. плотность подчиняется закону $\rho \sim r^{-2}$ вплоть до радиуса R и равна нулю на больших радиусах. Тогда максимальная скорость, которую ЧТМ могут иметь на радиусе r , равна

$$v_{max} = \sqrt{2\Phi \ln \frac{R}{r}} = v_{\odot} \sqrt{2 \ln \frac{R}{r}} \quad (3.10)$$

С помощью прямой подстановки можно убедиться, что функция

$$\xi(r_0) = \frac{M}{\sqrt{\pi} R \sqrt{\ln \frac{R}{r_0}}} \quad (3.11)$$

удовлетворяет условию (3.4). Эта функция имеет особенность при $r_0 = R$. Итак, основная часть ЧТМ приходит к нам с самого края гало. Функция распределения равна

$$\psi(r, v) = \frac{2M}{\pi R \sqrt{v_{max}^2 - v^2}} \quad (3.12)$$

где v_{max} определяется формулой (3.10), $v \in [0; v_{max}]$. Распределение по радиальной скорости v_r можно легко получить из (3.12): $\psi(r, v_r) = \psi(r, -v_r) = \psi(r, v)/2$, где $v_r \in [-v_{max}; v_{max}]$. Нормированное распределение по скорости в окрестностях Солнечной Системы имеет вид

$$f(v) = \frac{2}{\pi \sqrt{v_{max}^2 - v^2}} \simeq \frac{2}{\pi \sqrt{(2.2v_{\odot})^2 - v^2}} \quad (3.13)$$

Распределение имеет особенность на $v_{max} \simeq 2.55v_{\odot} \simeq 562$ км/сек, это — результат предположения о том, что плотность за пределами $r = R$ сразу падает до нуля. На самом деле существует некоторая характерная длина l спадания плотности за пределами R , например если спадание экспоненциально $\rho \propto \exp(-r/r_d)$, мы можем рассматривать r_d как l . Тогда особенность на v_{max} превращается в сглаженный пик. Т.к. ускорение свободного падения на $r = R$ равно $g = GM/R^2$, можно легко оценить ширину пика:

$$\frac{\delta v}{v} \simeq \frac{1}{2} \frac{gl}{v^2} = \frac{l}{4R \ln \frac{R}{r}} \quad (3.14)$$

Для Солнечной системы $\delta v \simeq (l/R) \cdot 50$ км/сек. Если $l \ll R$, распределение по скоростям останется узким.

Чтобы проиллюстрировать это рассуждение, рассмотрим следующий профиль плотности:

$$dM/dr = \begin{cases} const, & \text{if } r \leq R; \\ const \cdot \exp\left(-\frac{r-R}{r_d}\right), & \text{if } r > R \end{cases} \quad (3.15)$$

В этом случае мы не можем найти аналитическое выражение для $\xi(r)$. Однако если $r_d \ll R$, можно пренебречь изменением гравитационного поля на масштабе r_d и найти приближенное решение. На Рис. 3.1 показаны распределение (3.13) (для резкой границы гало, сплошная линия) и для профиля плотности (3.15) (точечная линия,

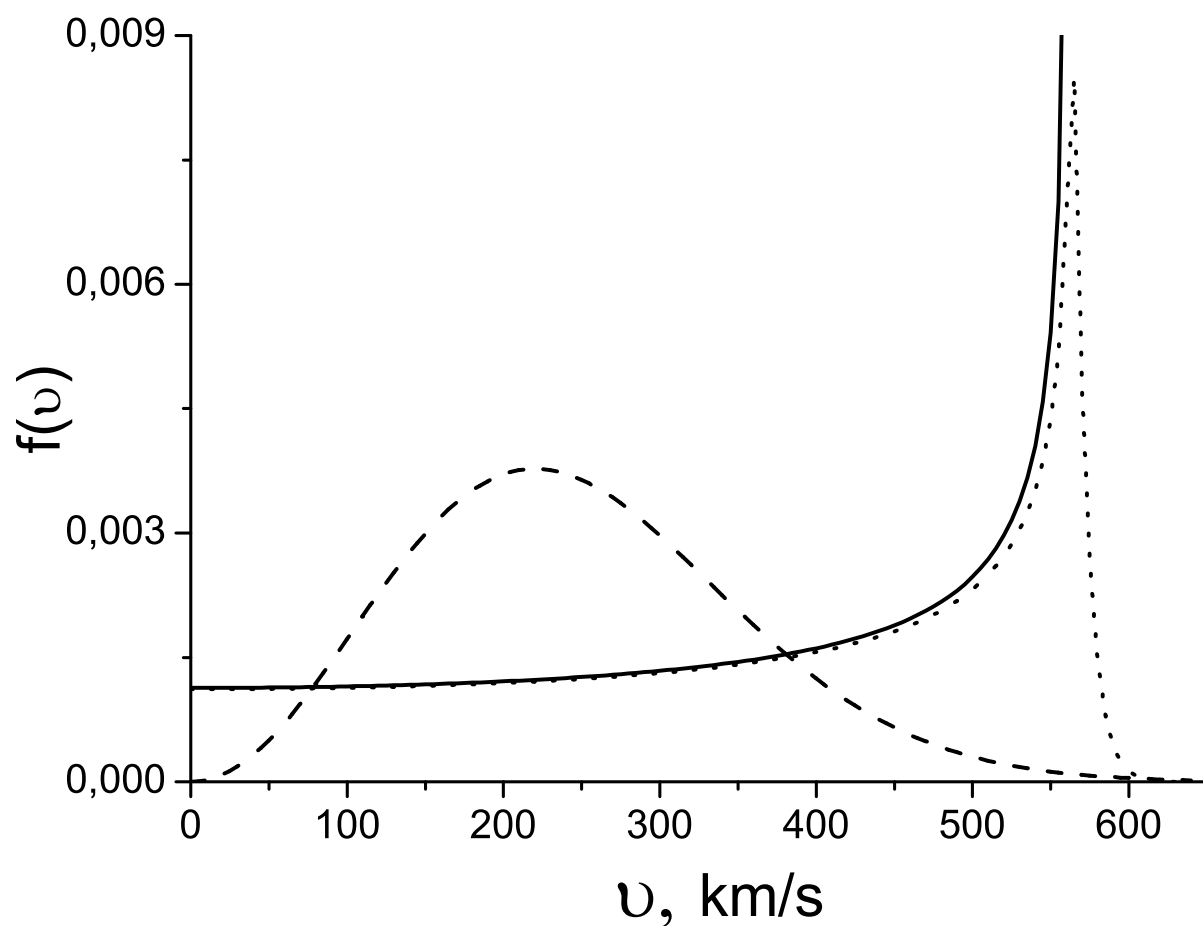


Рис. 3.1: Анизотропное (3.13) (сплошная линия) и максвелловское ((3.1), штриховая линия) распределения ЧТМ по модулю скорости. Точечная линия показывает изменение анизотропного распределения в случае, если резкую внешнюю границу гало размыть согласно (3.15).

мы приняли $r_d = 0.1R = 21$ кпс). Видно, что в случае сглаженного края гало особенность на $v_{max} \simeq 562$ км/сек превращается в сглаженный пик, который, тем не менее, довольно узок, и общая форма распределения остается прежней.

Угловой момент ЧТМ вряд ли может быть в точности равен нулю. Если частица обладает неким удельным моментом μ , ее скорость в гравитационном поле (3.2) равна:

$$v_\rho = \frac{\mu}{r}; \quad |v_r| = \sqrt{2\Phi \ln \frac{r_0}{r} - \mu^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)} \quad (3.16)$$

Т.к. (3.16) отличается от (3.5), распределение (3.11), строго говоря, уже несправедливо. Его, однако, можно использовать, если разница между (3.16) и (3.5) мала. Математически это можно записать как:

$$2\Phi \ln \frac{r_0}{r} \gg \mu^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) \quad (3.17)$$

Как мы уже обсуждали выше, удельный угловой момент большинства ЧТМ едва ли может превышать 900 кпс \cdot км/сек. Подставляя $r_0 = R$, $r = r_\odot$ в неравенство, мы видим, что его правая часть равна 110^2 км²/сек², а левая $\sim 550^2$ км²/сек². Следовательно, неравенство выполняется около Солнечной Системы, влияние углового момента на динамику большинства ЧТМ здесь еще незначительно, и для r_\odot мы можем по-прежнему использовать (3.11). Поэтому распределение ЧТМ по v_r в этом приближении совпадает с (3.13). Однако частицы теперь имеют еще и некоторое распределение по v_ρ . Для простоты предположим, что $f \propto \exp(-v_\rho^2/2\sigma_0^2)$, где $\sigma_0 = 80$ км/сек, хотя распределение в принципе может быть и заметно уже. Тогда нормированное распределение ЧТМ по скоростям вблизи Солнечной системы можно хорошо аппроксимировать как

$$f(v) = \frac{\exp\left(-\frac{v_\rho^2}{2\sigma_0^2}\right)}{2\pi^2\sigma_0^2\sqrt{v_{max}^2 - v_r^2}} \quad (3.18)$$

где $v_r \in [-v_{max}; v_{max}]$, $v_{max} = 562$ км/сек. Распределение (3.18) сильно анизотропно и фактически представляет собой два встречных потока ЧТМ.

3.1.3 Обсуждение

На Рис. 3.1 показаны распределения (3.13) и (3.1) (сплошная и пунктирная линия, соответственно). Можно видеть, что (3.13) гораздо Уже и обладает гораздо более высокой средней скоростью. Физическая причина этого очевидна: в случае распределения Максвелла (3.1) большинство ЧТМ движутся по орбитам, близким к круговым, поэтому лишь очень немногие ЧТМ с края гало достигают орбиты Солнечной Системы. Наоборот, в анизотропном случае, рассматриваемом в этом параграфе, большинство ЧТМ происходит с края гало и поэтому гораздо сильнее ускоряются гравитационным полем. Следовательно, вопрос о том, какое из распределений, (3.1) или (3.13), лучше соответствует действительности, сводится к вопросу о том, может ли заметная часть ЧТМ с края гало достигать орбиты Солнца. Помимо аргументов, представленных выше, заметим, что, согласно (3.16), частица, падающая с $r = R$, должны иметь удельный угловой момент, превышающий $\mu \sim 4000$ кпс \cdot км/сек, чтобы не достичь радиуса $r = 8$ кпс. Это значение огромно, оно значительно превышает не только характерный момент объектов гало, но даже удельный угловой момент диска, и поэтому представляется весьма маловероятным. Таким образом, частицы от края гало свободно достигают Земли, и можно ожидать, что их спектр должен быть ближе к (3.13).

Аналогичное рассуждение позволяет исследовать зависимость распределения скоростей (3.13) от профиля плотности. Наше предположение о существовании большого региона с профилем $\rho \propto r^{-2}$ приблизительно верно для массивных спиральных галактик, таких как Млечный Путь [105]. Однако мы получили (3.13) при дополнительном предположении, что край гало более или менее резкий. В то же время, внешняя область гало может иметь профиль плотности круче, чем r^{-2} , но не настолько крутой, чтобы его можно было рассматривать как обнуление профиля ступенью. В качестве примера можно указать двойное степенное гало [106]. Как это обстоятельство может повлиять на профиль скорости? Ответ на этот вопрос зависит от массовой доли этой области с крутым профилем плотности по отношению к общей массе гало. Если доля мала, то распределение мало отличается от (3.13), как мы показали в случае с распределением (3.15). Теперь рассмотрим случай, когда эта

доля значительна. Обозначим радиус, на котором профиль становится значительно круче, чем r^{-2} , символом \mathfrak{R} ; Ниже мы будем называть область гало за \mathfrak{R} "внешним гало".

Как мы могли видеть, в модели с резким краем большинство частиц происходит с края гало. Математически этот факт выражается в том, что распределение $\xi(r_0)$ мало при $r_0 \ll R$ и стремится к бесконечности на краю гало (3.11). Легко показать, что в случае наличия массивного внешнего гало ЧТМ в основном приходят из него, а доля частиц с $r_0 \ll \mathfrak{R}$ мала. Рассмотрим систему частиц с $r_0 > \mathfrak{R}$. Согласно (3.7), их вклад в массы гало в интервале dr зависит от r только как $v_r^{-1}(r)$. Однако $v_r^{-1}(r)$ внутри области, где $\rho \propto r^{-2}$, изменяется довольно медленно, поскольку потенциал (3.2) там зависит от r только логарифмически. Таким образом, частицы, падающие с края гало, обеспечивают почти одинаковый вклад в массу гало на каждом радиусе внутри области $dM \approx const$, что соответствует профилю $\rho \approx r^{-2}$. Функцию $\xi(r_0)$ нужно выбрать так, чтобы она воспроизводила профиль плотности, в частности, участок с профилем $\rho \propto r^{-2}$. Однако, как мы только что показали, частицы из внешнего гало также дают профиль, очень близкий к $\rho \approx r^{-2}$, и нужно совсем немного частиц с $r_0 < \mathfrak{R}$, чтобы довести его в точности до r^{-2} . Следовательно, $\xi(r_0)$ мала для $r_0 < \mathfrak{R}$, и доминирующая часть ЧТМ по-прежнему приходит с гало края. Таким образом, это свойство распределения не зависит от деталей профиля плотности, будучи автоматическим следствием лишь предположения о сильной анизотропии распределения ЧТМ по скоростям и плоской формы потенциала (3.2).

Функция $\xi(r_0)$ однозначно определяет распределение ЧТМ по модулю скорости, и вышеупомянутые общие свойства функции $\xi(r_0)$ автоматически ведут к общим свойствам $f(v)$. Для Млечного Пути \mathfrak{R} весьма велик ($\mathfrak{R} > 100$ кпс, [105]), что соответствует $v \simeq 500$ км/сек для наземного наблюдателя. Ниже этого значения распределение в целом аналогично (3.13), и оно мало зависит от от профиля плотности внешнего гало, так как эта часть распределения создается частицами с $r_0 < \mathfrak{R}$. Напротив, распределение в области $v_{esc} > v > 500$ км/сек сильно зависит от распределения плотности на краю гало и может резко отличаться от (3.13). Теперь, однако, мы можем оценить, как выглядит распределение $f(v)$, если профиль $\rho \propto r^{-2}$ справедлив только до $\mathfrak{R} \simeq 100$ кпс, а на бóльших радиусах гало имеет

массивную внешнюю часть, например, хвост, как у НФВ-профиля. Мы вправе ожидать, что $f(v)$ аналогично (3.13) на скоростях менее $v = 500$ км/сек и полностью определяется профилем плотности внешнего гало для $v_{esc} > v > 500$ км/сек. Т.к. внешнее гало довольно протяженно, можно ожидать, что особенность в (3.13) сильно сглажена. Рис. 3.1 служит иллюстрацией всех этих свойств, несмотря на то, что профиль плотности (3.15) лишь незначительно отличается от исходного профиля с резким внешним краем. Таким образом, основные характерные особенности распределения (3.13) нечувствительны к профилю плотности гало: распределение ЧТМ по скоростям является совсем не максвелловским, значительная часть частиц приходит с края гало, образуя пик на высоких скоростях в распределении $f(v)$.

Разница между (3.1) и (3.13) важна для нескольких разделов физики темной материи. Идея метода прямого поиска состоит в регистрации столкновений вимпов с ядрами вещества детектора. Эти события сравнительно малоэнергичны (для характерных параметров энергия ядра отдачи составляет килоэлектронвольты) и редки, и для своего наблюдения требуют сверхчистых условий. Сигнал с детектора, грубо говоря, может быть представлен, как произведение некоторой части, которая практически не зависит от распределения ЧТМ по скоростям, и интеграла [30]

$$I(v) = \int_{v_{min}}^{\infty} \frac{\tilde{f}(v)}{v} d\vec{v} \quad (3.19)$$

Здесь v_{min} — минимальная скорость ЧТМ, при которой детектор ее еще зафиксирует, $\tilde{f}(v)$ — распределение ЧТМ по скоростям в системе отсчета Земли, полученное из (3.1) или (3.13) преобразованием Галилея (см. подробности в [102], параграф 3.3). Из-за орбитального движения Земли вокруг Солнца I меняется в течение года, и наблюдения этой модуляции могут подтвердить ТМ-природу сигнала, а в эксперименте вообще DAMA наблюдают именно их, а не абсолютную величину сигнала. Рис. 3.2 показывает отношение удвоенных амплитуд $2A = I_{max} - I_{min}$ сигнала прямого детектирования (3.19) для анизотропного распределения (3.18) и распределения Максвелла (3.1), как функцию v_{min} . Можно видеть весьма существенную разницу между этими сценариями.

Разница между распределениями (3.1) и (3.13) может быть важной не только для прямого поиска ТМ [8, 17]. Например, предпринимаются попытки наблюдения

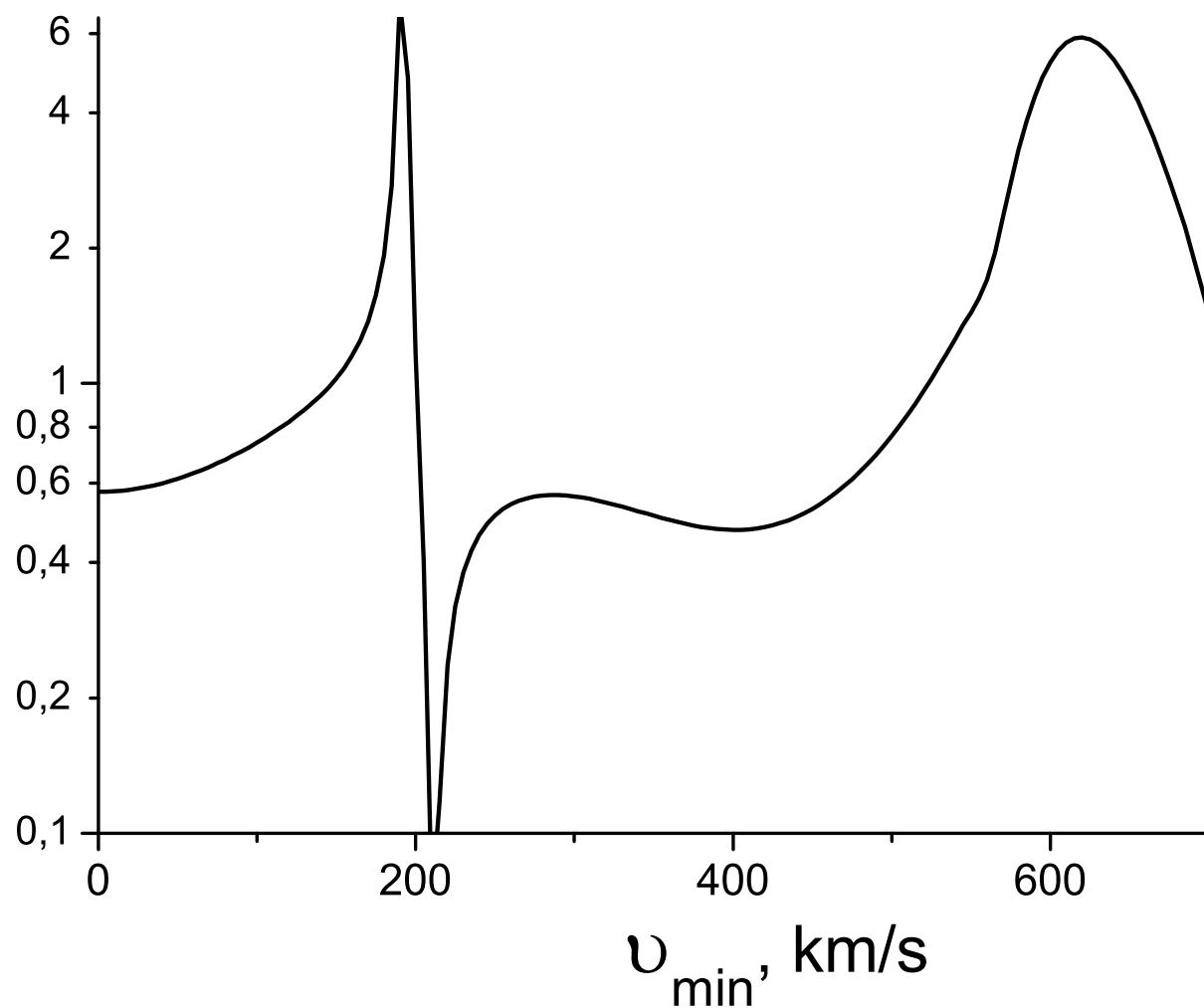


Рис. 3.2: Отношение удвоенных амплитуд $2A = I_{max} - I_{min}$ сигнала прямого детектирования (3.19) для анизотропного распределения (3.18) и распределения Максвелла (3.1).

нейтрино от аннигиляции темной материи, захваченной в центре Солнца или Земли. Конечно, интенсивность сигнала зависит от количества захваченных ЧТМ. Очень грубо говоря, оно пропорционально $\tilde{f}(0)$. Можно видеть, что для распределения (3.13) $\tilde{f}(0)$ примерно в 20 меньше, чем для стандартного максвелловского распределения (3.1).

Если говорить о непрямом поиске ТМ в целом, то при доминировании s -канала аннигиляции ТМ (что случается чаще всего), $\langle\sigma v\rangle \simeq const$, и аннигиляционный сигнал нечувствителен к распределению ЧТМ по скоростям. Если, однако, доминирует p -канал, $\sigma \simeq const$, и сигнал пропорционален средней скорости столкновения частиц, $\langle v_c \rangle \simeq 0.8v_{max}$ в случае распределения (3.13) и $\langle v_c \rangle = \sqrt{8/\pi} v_{orb}$ для распределения Максвелла (3.1). v_{max} относится к v_{orb} согласно (3.10), и можно видеть, что значение $\langle v_c \rangle$ при анизотропном распределении (3.13) гораздо ниже на краю гало и кораздо выше в центре Галактики, чем в случае распределения Максвелла. Около Солнечной Системы, однако, они почти одинаковы. Наконец, эффект Зоммерфельда (см. следующую главу) обратно пропорционален $\langle v_c \rangle$, и если он играет какую-либо роль в аннигиляции темной материи, он также чувствителен к распределению частиц по скоростям.

3.2 Прямое детектирование внегалактической темной материи на Земле

3.2.1 Темная оболочка Местной Группы

Согласно современным космологическим представлениям, темные гало галактик, входящих в Местную Группу (МГ), таких как туманность Андромеды М31, Млечный Путь или туманность Треугольника М33, являются не отдельными островами островами темной материи, а, если так можно выразиться, горами на одном, гораздо большем острове: по-видимому, МГ полностью погружена в общее облако темной материи, а гало больших и малых галактик, входящих в МГ, — лишь локальные уплотнения этого облака [49]. Значительная часть ТМ, входящей в сверхскопление Девы (в которое входит и Местная Группа), также не локализована в гало, а размазана

более или менее равномерно по всему объему сверхскопления [107]. Некоторая часть этой ТМ (особенно из оболочки Местной Группы) может проникать в центральные области нашей Галактики и даже достигать Земли, давая вклад в сигнал прямого детектирования темной материи. При определенных условиях он может даже доминировать: как мы увидим, доля внегалактической ТМ довольно мала ($\sim 12\%$), но частицы, принадлежащие к этой компоненте, имеют огромную скорость, сравнимую со скоростью убегания из Галактики (~ 600 км/с) или даже выше, что резко отличает их от галактической ТМ. Сигнал прямого детектирования, даваемый внегалактической ТМ, имеет и еще ряд особенностей, которые мы обсудим ниже. К сожалению, параметры темной оболочки Местной Группы известны очень плохо. Поэтому речь в этом параграфе пойдет лишь об оценках величин [11].

Местная Группа состоит из двух гигантских галактик (Млечного Пути и туманности Андромеды, также известной как М31), менее массивной туманности Треугольника М33 и десятков карликовых галактик. По-видимому, Местная Группа также погружена в общую гигантскую оболочку из темной материи, масса которой сравнима с массой всех галактик, входящих в Местную Группу (см. [49, 100, 107, 108] и ссылки в [100]). К сожалению, многие параметры Местной Группы известны не очень точно. В этом параграфе мы примем следующие значения: радиус орбиты Солнечной Системы $l_{\odot} = 8$ кпс, масса Млечного Пути $M_{MW} = 10^{12} M_{\odot}$, масса туманности Андромеды $M_{31} = 1.6 \times 10^{12} M_{\odot}$, расстояние между ними $d = 750$ кпс [100]. Тангенциальные компоненты скоростей даже массивных членов Местной Группы известны плохо, и мы почти ничего не знаем о распределении и динамических параметра диффузного компонента. Поэтому исследование его движения в сложном гравитационном поле нескольких тел является довольно сложной и недоопределенной задачей. Однако наша цель гораздо проще: мы хотели бы смоделировать лишь процесс проникновения ЧТМ из оболочки к Солнечной системе. Принимая во внимание все вышеуказанные факторы неопределенности, мы будем стараться построить простую модель, которая не будет претендовать на описание всех свойств Местной Группы, но позволит нам оценить плотность и распределение скорости частиц внегалактической темной материи в Солнечной системе.

Рассмотрим следующую модель: система стационарна и сферически-

симметрична. В такой системе удельный угловой момент $\mu \equiv [\vec{v} \times \vec{r}]$ и максимальный радиус r_0 на который частица может удалиться от центра остаются постоянными, т.к. гравитационное поле является стационарным и центральным, с потенциалом $\phi(r)$, зависящим только от r . r_0 частиц, относящихся к оболочке системы, лежат в некотором интервале $[r_{in}, r_{out}]$. Мы примем $r_{in} = 300$ кпс, что примерно соответствует радиусу полости Роша Млечного Пути в системе Млечный Путь - М31, $r_{out} = 600$ кпс, в согласии с [100]. Частицы имеют некоторое распределение $\xi(r_0)$ по r_0 в интервале $[r_{in}, r_{out}]$. В согласии с результатами последних симуляций [36, 37], мы предполагаем, что удельный угловой момент этих ЧТМ $\mu \equiv |[\vec{v} \times \vec{r}]|$ имеет гауссово распределение. Таким образом, полное распределение (т.е. масса частиц dm в интервале $dr_0 d\mu$) задается формулой:

$$dm = \xi(r_0) \frac{2\mu}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{\mu^2}{\alpha^2}\right) d\mu dr_0, \quad r_0 \in [r_{in}, r_{out}] \quad (3.20)$$

где α , является функцией от r_0 . Примем полную массу оболочки $M_{env} = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \xi(r_0) dr_0 = 10^{12} M_\odot$. Это значение заметно меньше полной массы оболочки Местной Группы, которая оценивается, как $\sim M_{MW} + M_{31} = 2.6 \times 10^{12} M_\odot$ [100]. Однако мы учитываем, что большая часть общей оболочки окружает и аккрецирует на туманность Андромеды, и взяли только $M_{MW}/(M_{MW} + M_{31})$ часть от общей массы оболочки.

На первый взгляд кажется, что вышеизложенная модель никак не может описывать движение темной материи в Местной Группе: из-за огромных возмущений со стороны туманности Андромеды и меньших членов Местной Группы, гравитационное поле системы никак нельзя рассматривать как центральное на масштабах ~ 600 кпс. Однако нас интересует только процесс проникновения темной материи из оболочки Местной Группы к Солнечной системе, а этот процесс полностью определяется угловыми моментами ЧТМ: только частицы с очень малыми моментами могут достигать Земли. Движение частицы вблизи Солнечной системы практически не зависит от М31 ($l_\odot \ll d$) и вполне может быть описано вышеприведенной моделью. Когда частица движется с окраин Местной Группы к Земле, ее угловой момент, конечно, сильно меняется под влиянием приливных возмущений. Тем не менее, компьютерные симуляции утверждают, что распределение частиц по угловому моменту

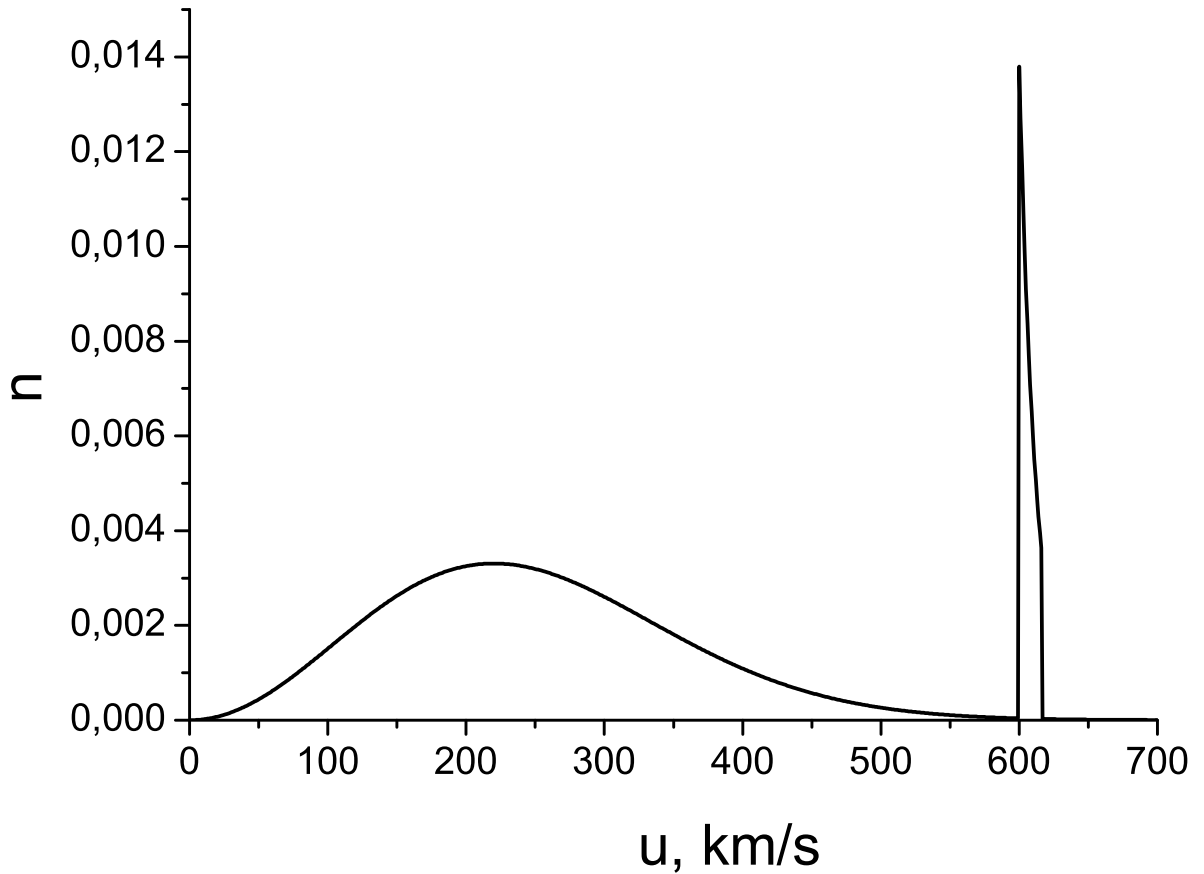


Рис. 3.3: Нормированное распределение ЧТМ по модулю скорости около Земли, в системе отсчета, которая не участвует во вращении Солнечной Системы вокруг центра Галактики. Распределение галактических ЧТМ полагается максвелловским (3.45). Внегалактическая компонента дает узкий высокий пик около 600 км/сек.

остается подобным гауссову вплоть до центра гало [36, 37, 72]. Поэтому уравнение (3.20) можно рассматривать как описание результирующего распределения падающих частиц с учетом возмущений со стороны остальных членов Местной Группы. К тому же, как мы увидим, форма распределения по угловому моменту не очень важна: в ответ войдет только значение при $\mu = 0$. Что же до возмущения энергий частиц, они имеют порядок GM_{31}/d , т.е., всегда малы, что является результатом того обстоятельства, что основное ускорение ЧТМ происходит глубоко внутри Млечного Пути, где гравитационное поле самой Галактики гораздо сильнее, а вот возмущения — заметно меньше.

Теперь нам нужно найти распределение частиц внутри r_{in} . Очень похожая

задача уже была рассмотрена нами в первой главе (см. также [12, 13]). Здесь мы лишь адаптируем те результаты для нужд нашей задачи. Точное распределение плотности внегалактической ТМ $\rho(r)$ внутри r_{in} зависит от r и равно:

$$\rho(r) = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^{\mu_{max}} \frac{\xi(r_0) r_0 \mu \exp(-\mu^2/\alpha^2) d\mu dr_0}{2\pi r \alpha^2(r_0) T(r_0, \mu) \sqrt{r_0^2 - r^2} \sqrt{\mu_{max}^2 - \mu^2}} \quad (3.21)$$

Здесь $T(r_0, \mu)$ — полупериод обращения частицы с радиусом апоцентра r_0 и удельным угловым моментом μ , т.е. время, необходимое частице, чтобы пройти от максимального радиуса ее орбиты r_0 до минимального, и μ_{max} — максимальный удельный угловой момент, с которым частица еще может достичь радиуса r

$$\mu_{max}^2 = 2(\phi(r_0) - \phi(r)) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)^{-1} \quad (3.22)$$

Нас интересует распределение ЧТМ на $r = l_\odot$. Т.к. $l_\odot \ll r_{in} < r_0$, мы можем упростить вышеприведенные выражения до

$$\rho = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^{\mu_{max}} \frac{\xi(r_0) \mu \exp(-\mu^2/\alpha^2) d\mu dr_0}{2\pi l_\odot \alpha^2(r_0) T(r_0) \sqrt{\mu_{max}^2 - \mu^2}} \quad (3.23)$$

$$\mu_{max}(l_\odot) = l_\odot \sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))} \quad (3.24)$$

Здесь мы учли, что для $\mu \in [0, \mu_{max}(l_\odot)]$ полупериод $T(r_0, \mu)$ практически не зависит от μ ($T(r_0, \mu) \simeq T(r_0, 0) \equiv T(r_0)$, см. подробности в [12]).

Выражение (3.23) можно значительно упростить, если учесть физические ограничения на $\alpha(r_0)$. С одной стороны, $\alpha(r_{out})$ едва ли может быть больше, чем

$$\alpha(r_{out}) = \frac{1}{3} r_{out} \sqrt{\frac{2G(M_{MW} + M_{env})}{r_{out}}} \quad (3.25)$$

т.к. в противном случае заметная доля частиц имела бы положительные полные энергии. С другой стороны, симуляции [36] показывают, что среднеквадратичный угловой момент частиц должен быть довольно высок и близок к верхнему пределу (3.25). Хотя есть довольно веские основания считать, что на самом деле α на самом деле может быть заметно меньше [8], в наших вычислениях мы будем использовать

значение (3.25), т.к. плотность внегалактической компоненты растет с уменьшением α , и, выбирая максимально возможную оценку для α , мы получим оценку снизу на внегалактическую компоненту. Зависимость α от r_0 известна плохо; симуляции рекомендуют $\alpha(r_0) \propto r_0$ [109]. Чтобы сделать расчеты более универсальными, мы будем рассматривать степенную зависимость

$$\alpha(r_0) = \alpha(r_{out}) \left(\frac{r_0}{r_{out}} \right)^i \quad (3.26)$$

Однако, чтобы упростить (3.23), нам понадобится выполнение существенно более мягкого условия $\alpha(r_0) \geq \mu_{max}(l_\odot)$. Это условие выполняется, если дисперсия тангенциальных скоростей в оболочке превышает $v_{esc} \frac{l_\odot}{r_{in}} \simeq 16$ км/сек. Такое предположение представляется вполне естественным. Если $\alpha(r_0) \geq \mu_{max}(l_\odot)$, мы можем упростить (3.23)

$$\rho = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^{\mu_{max}} \frac{\xi(r_0) \mu d\mu dr_0}{2\pi l_\odot \alpha^2(r_0) T(r_0) \sqrt{\mu_{max}^2 - \mu^2}} \quad (3.27)$$

Теперь нужно выяснить распределение ЧТМ по скоростям вблизи Солнечной Системы. Обозначим тангенциальную, радиальную компоненты и модуль скорости на $r = l_\odot$ как u_τ , u_r и u , соответственно. Также определим угол θ между скоростью частицы и направлением на центр Галактики $\sin \theta = u_\tau/u$. Т.к. $\mu = u_\tau l_\odot$ и $\mu_{max} = u l_\odot$, мы получаем $\sin \theta = \mu/\mu_{max}$. Функция распределения частиц по скоростям f (в системе отсчета, которая не вращается вокруг центра Галактики) в силу сферической симметрии системы может зависеть только от двух параметров: u и θ .

$$\rho = \int_{u=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\pi} f(u, \theta) u^2 du d\Omega \quad (3.28)$$

Чтобы найти угловое распределение скоростей ЧТМ, в (3.27) нужно перейти от координат (μ, r_0) к (u, θ) . Однако u и r_0 связаны взаимно однозначным соотношением

$$u = \sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))} \quad du = \frac{\left(\frac{d\phi(r_0)}{dr_0} \right) dr_0}{\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))}} \quad (3.29)$$

и мы можем использовать координаты (r_0, θ) , чтобы найти распределение скоростей по углу. Элемент телесного угла $d\Omega$ в фазовом пространстве равен

$$d\Omega = \frac{u}{u_r} \frac{2\pi u_\tau du_\tau}{4\pi u^2} = \frac{\mu d\mu}{2l_\odot \sqrt{\mu_{max}^2 - \mu^2} \sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))}} \quad (3.30)$$

Подставляя это соотношение в (3.27), получаем

$$\rho = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int \frac{\xi(r_0) \sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))} dr_0}{\pi \alpha^2(r_0) T(r_0)} d\Omega \quad (3.31)$$

Сравнивая (3.27) и (3.28) и используя соотношение (3.29), мы приходим к:

$$f(u, \theta) = \frac{\xi(r_0)}{\pi \alpha^2(r_0) T(r_0) \left(\frac{d\phi(r_0)}{dr_0} \right)} \quad (3.32)$$

Как можно видеть, распределение частиц f зависит только от r_0 (т.е., только от модуля скорости u , см. (3.29)), и не зависит от угла θ . Иными словами, распределение внегалактических ЧТМ по скоростям в окрестностях Солнечной Системы является изотропным (в системе отсчета, которая не вращается вокруг центра Галактики). Поэтому мы можем проинтегрировать (3.31) по $d\Omega$ ($\int d\Omega = 4\pi$):

$$\rho = \frac{\int_{\sqrt{2(\phi(r_{in}) - \phi(l_\odot))}}^{\sqrt{2(\phi(r_{out}) - \phi(l_\odot))}} \frac{8\xi(r_0)(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))}{\alpha^2(r_0) T(r_0) (d\phi(r_0)/dr_0)} du}{\sqrt{2(\phi(r_{in}) - \phi(l_\odot))}} \quad (3.33)$$

Чтобы завершить наше решение, нужно определить функции $M(r)$, $\phi(r_0)$, $T(r_0)$ и $\xi(r_0)$. К сожалению, сейчас у нас нет сколь-нибудь надежных наблюдательных данных о распределении массы в оболочке Местной Группы. Результаты компьютерных симуляций предлагают степенной профиль [32, 36, 37, 100]. Будем считать, что распределение масс в интервале $r_{out} > r > r_{in}$ может быть представлено (или, по крайней мере, удовлетворительно приближено) степенной зависимостью с некоторым показателем j

$$M(r) \simeq M_{MW} + M_{env} \left(\frac{r - r_{in}}{r_{out} - r_{in}} \right)^{j+1} \quad (3.34)$$

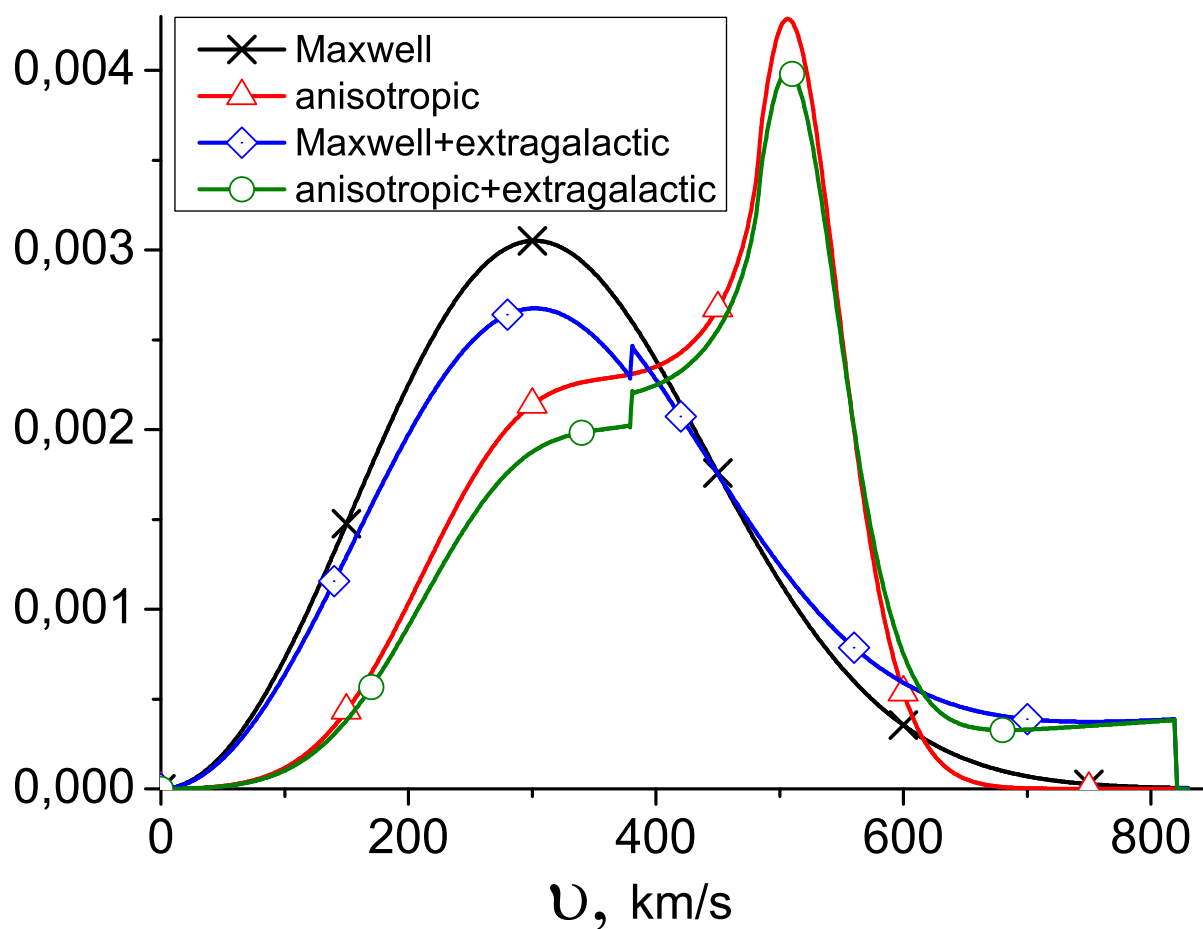


Рис. 3.4: Распределение ЧТМ по модулю скорости для земного наблюдателя для четырех моделей: максвелловской (3.45) (черная линия с крестами), анизотропной (3.46) (красная линия с треугольниками), смеси $\sim 12.3\%$ внегалактической компоненты (3.40) и 87.7% галактических ЧТМ с распределением Максвелла (3.45) (синяя линия с ромбами), смеси $\sim 12.3\%$ внегалактической компоненты (3.40) и 87.7% галактических ЧТМ с анизотропным распределением (3.46) (зеленая линия с окружностями). Все распределения нормированы на 1.

Функция $\frac{d\phi(r_0)}{dr_0} = \frac{GM(r_0)}{r_0^2}$ полностью определяется выражением (3.34).

$$\frac{d\phi(r_0)}{dr_0} = \frac{G}{r_0^2} \left[M_{MW} + M_{env} \left(\frac{r_0 - r_{in}}{r_{out} - r_{in}} \right)^{j+1} \right] \quad (3.35)$$

Интегрируя (3.20) по μ , мы получаем, что масса частиц с максимальными расстояниями, на которое они удаляются от центра системы, лежащими в интервале dr , равно $\xi(r)dr$. Естественно предположить, что $\frac{dM}{dr} = \xi(r)$. Дифференцируя (3.34), получаем

$$\xi(r_0) = \frac{(j+1)M_{env}}{r_{out} - r_{in}} \left(\frac{r_0}{r_{out} - r_{in}} \right)^j \quad (3.36)$$

Полупериод $T(r_0)$ частицы с максимальным радиусом удаления r_0 и нулевым удельным моментом равен

$$T(r_0) = \int_0^{r_0} \frac{dr}{v_r} = \int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{2[\phi(r) - \phi(r_0)]}} \quad (3.37)$$

Чтобы найти $T(r_0)$, нужно проинтегрировать (3.35) и подставить полученный гравитационный потенциал $\phi(r)$ в (3.37). Однако распределение (3.34) довольно сложно, поэтому аналитическое решение этой задачи представляет определенные трудности. Кроме того, есть несравнимо более простой путь получения хорошей аппроксимации. Прежде всего, $T(r_{in}) \simeq 10^{17}$, т.е. примерно время, необходимое для частицы, находящейся в поле точечной массы $M_{MW} = 10^{12}M_\odot$, чтобы упасть на центр с расстояния 300 кпс без начальной скорости. Во-вторых, т.к. отношение r_{out}/r_{in} в нашем случае довольно мало, мы можем аппроксимировать $T(r_0)$ степенной зависимостью. Показатель степени слабо зависит от распределения массы: $T(r_0) \propto r_0$ для изотермического профиля $\rho \propto r^{-2}$ [8], и $T(r_0) \propto r_0^{3/2}$ для гравитационного поля точечной массы. Разница в $T(r_0)$ для этих двух совершенно разных случаев не превосходит $\sqrt{2}$. Более того, реальный профиль темной оболочки Местной Группы круче, чем $\rho \propto r^{-2}$ для $r \in [r_{in}, r_{out}]$ [32, 33], но, конечно, более пологий, чем случай точечной массы. Легко видеть, что $T(r_0) \propto r^{1-\frac{j}{2}}$, если $M(r) \propto r^{j+1}$, и мы можем предположить, что для $r_0 \in [r_{in}, r_{out}]$ показатель степени здесь — тот же самый, что и в (3.35). Мы получаем

$$T(r_0) = T(r_{in}) \left(\frac{r_0}{r_{in}} \right)^{1-\frac{j}{2}} \quad (3.38)$$

и $T(r_{in}) = 10^{17}$. Чтобы получить хорошее приближение функции $\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))}$, нужно оценить потенциалы $\phi(r_0)$ и $\phi(l_\odot)$. $\phi(l_\odot) = -v_{esc}^2/2$ определяется четвертой космической скоростью с радиуса галактической орбиты Солнечной Системы v_{esc} . v_{esc} зависит от распределения вещества в Местной Группе и в настоящее время известна неточно; она безусловно превосходит 525 км/сек [69] и в принципе может быть гораздо больше (650 км/сек или даже выше [49, 70]), т.е., $|\phi(l_\odot)| > 1.3 \times 10^5$ км²/сек². С другой стороны, $|\phi(r_{out})| \simeq G(M_{env} + M_{MW})/r_{out} \simeq 1.4 \times 10^4$ км²/сек² и $|\phi(r_{out}) - \phi(r_{in})| \simeq GM_{MW}(r_{out} - r_{in})/r_{in}^2 \simeq 1.4 \times 10^4$ км²/сек². Следовательно, функция $\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))}$ остается практически постоянной для $r_0 \in [r_{in}; r_{out}]$ из-за малости $|\phi(r_{out}) - \phi(r_{in})|$ по сравнению с $|\phi(r_{in}) - \phi(l_\odot)|$. Поэтому мы можем аппроксимировать $\sqrt{2(\phi(r_0) - \phi(l_\odot))} \simeq \sqrt{2(\phi(r_{in}) - \phi(l_\odot))} \equiv V$. Легко видеть, что $(v_{esc} - V)/v_{esc} \simeq \phi(r_{out})/(2\phi(l_\odot)) \simeq 5\%$, т.е. V должна быть весьма близка к скорости убегания из Галактики с орбиты Солнечной Системы. В согласии с вышеприведенными оценками v_{esc} , мы принимаем $V = 600$ км/сек. Скорости всех частиц лежат в очень узком интервале ΔV

$$\Delta V = \sqrt{V^2 + 2(\phi(r_{out}) - \phi(r_{in}))} - V \quad (3.39)$$

Теперь нужно подставить выражения (3.26), (3.38), (3.36) для $\alpha(r_0)$, $T(r_0)$, $\xi(r_0)$, соответственно, и (3.25) для $\alpha(r_{out})$ в (3.33). Удобно ввести $k \equiv r_{out}/r_{in} = 2$. После элементарных вычислений получаем:

$$\rho = 9 \frac{(j+1)}{\left(\frac{3}{2}j - 2i\right)} \frac{k^{2j}(k^{\frac{3}{2}j-2i} - 1)}{(k-1)^{j+1}} \frac{V}{GT(r_{in})r_{out}} \quad (3.40)$$

Форма функции n распределения по модулю скорости в фазовом пространстве выглядит, как

$$n(u) \propto \frac{du^3}{4\pi u^2} r_0^{\frac{3}{2}j-2i-1} \left(\frac{dr_0}{du} \right) \quad (3.41)$$

где нужно заменить r_0 на $u \in [V, V + \Delta V]$ с помощью соотношений (3.36) и (3.35). Выражения (3.40), (3.41) полностью определяют решение нашей задачи.

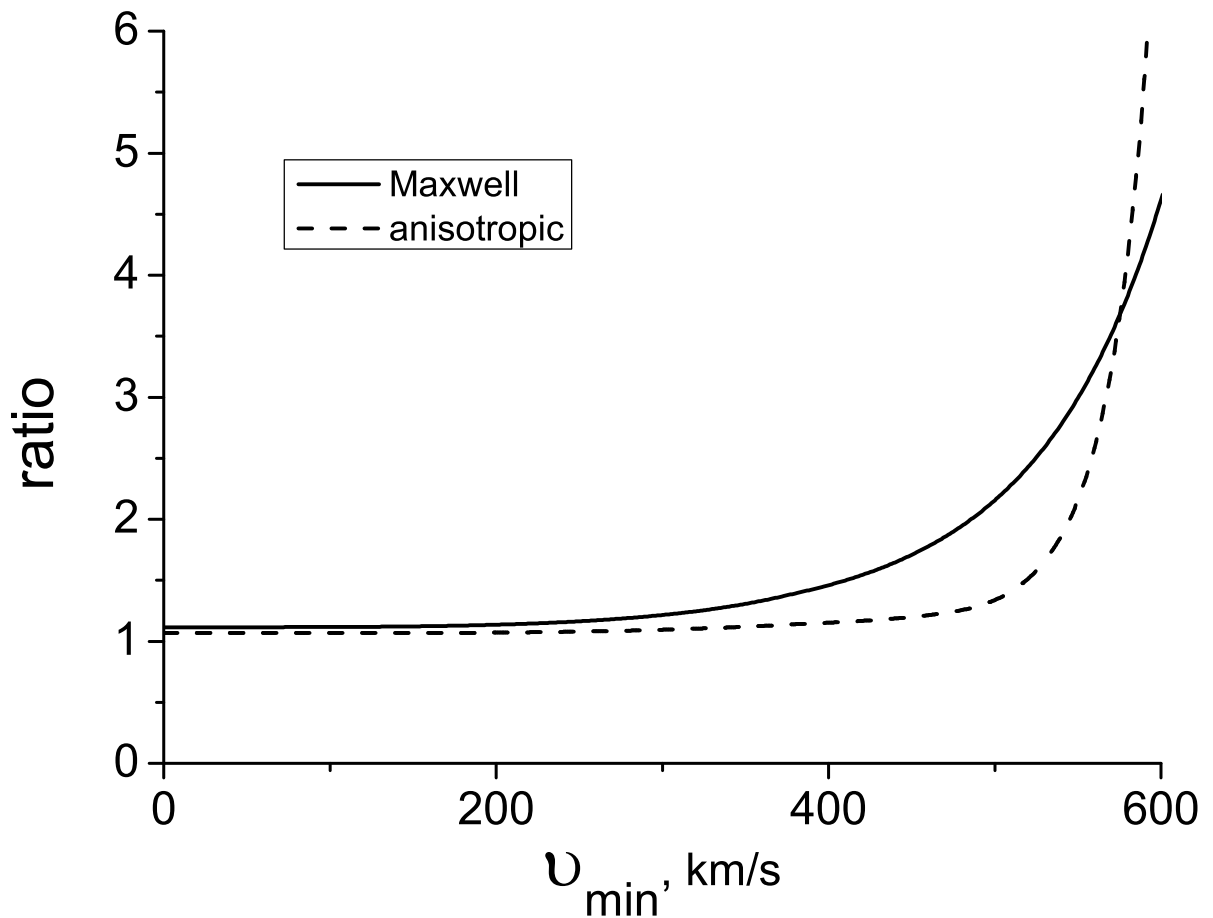


Рис. 3.5: Отношение сигнала прямого детектирования, полученного от смеси $\sim 12.3\%$ внегалактической компоненты и 87.7% галактических ЧТМ к сигналу, вызванному чистой галактической ТМ. Доля и распределение по скоростям внегалактической компоненты были рассчитаны в соответствии с (3.40). Мы использовали две модели распределения галактических ЧТМ по скорости: максвелловскую (3.45) (сплошная линия) и анизотропную (3.46) (пунктирная линия). Внегалактическая темная материя практически не влияет на сигнал, если $v_{min} < 300$ км/сек, но полностью доминирует, если $v_{min} > 450 - 500$ км/сек.

3.2.2 Результаты и их обсуждение

Немного известно про распределение ТМ в оболочке Местной Группы. С другой стороны, как можно видеть из соотношения (3.40), результат довольно слабо зависит от выбора i и j (как результат относительной малости отношения r_{out}/r_{in}). Представляется разумным выбрать i и j по аналогии с хорошо известным решением для "изотермического" гало ($dM/dr = const$ и максвелловское распределение ЧТМ по скоростям, с "температурой", постоянной вдоль гало), что соответствует $i = 1, j = 0$. Подставляя эти значения вместе с $T(r_{in}), \alpha(r_{in})$ и V в (3.40), получаем плотность внегалактической темной материи в Солнечной Системе $\rho = 3.7 \times 10^{-2}$ ГэВ/см³.

Рис. 3.3 показывает, что распределение внегалактических ЧТМ по скоростям весьма узкое: модули скорости всех частиц попадают в интервал $\Delta V \simeq 16$ км/сек, что является следствием малости $|\phi(r_{out}) - \phi(r_{in})|$ по сравнению с $-\phi(l_{\odot})$. Таким образом, два свойства распределения внегалактической ТМ по скоростям модельно-независимы: скорости ЧТМ из оболочки Местной Группы лежат в узком диапазоне, а их угловое распределение изотропно.

Плотность внегалактической ТМ оказывается весьма большой: 3.7×10^{-2} ГэВ/см³ — это более 12% от полной плотности ТМ в окрестностях Земли $\simeq 0.3$ ГэВ/см³ [27]. Возникает вопрос: насколько надежна подобная оценка? Выше мы уже обсудили приближение системы сферически симметричной моделью и нашли его приемлемым. Предположение о том, что $\xi(r_0)$ резко обрывается на r_{in} и r_{out} , также не вполне физично. Несомненно, наш результат является оценкой, но ее нельзя назвать оптимистической. В самом деле, как следует из соображений размерности, для любой модели оболочки Местной Группы плотность внегалактической ТМ, с точностью до числового множителя, равна

$$\rho \propto \frac{M_{env} v_{esc}}{\langle \alpha \rangle^2 \langle T \rangle} \quad (3.42)$$

где $\langle \alpha \rangle$ и $\langle T \rangle$ — средние значения соответствующих величин. Наши расчеты подтверждают эту зависимость: она может быть получена из (3.33). v_{esc} почти не зависит от выбора модели. $\langle T \rangle$ в основном определяется размером полости Роша для Млечного Пути, и, таким образом, также более или менее модельно независима. Основным источником неопределенности является масса оболочки M_{env} . Мы исходим из пред-

положения [100], что M_{env} примерно равна сумме полных масс галактик Местной Группы. Мы использовали максимально возможное значение (3.25) для α : если бы α была еще выше, значительная часть массы оболочки была бы гравитационно несвязанной и быстро испарилась бы. Так как $\rho \propto \alpha^{-2}$, этот выбор является весьма консервативным с точки зрения оценки плотности внегалактической ТМ.

Таким образом, существуют две возможные ситуации, когда (3.40) значительно переоценивает плотность внегалактической ТМ: если масса темной оболочки Местной Группы на самом деле гораздо ниже, чем суммарная масса входящих в нее галактик, или если распределение ЧТМ в оболочке сильно отличается от гауссова (3.20), что, как нетрудно показать, означало бы, что практически все частицы там имеют круговые орбиты. Последнее предположение кажется весьма маловероятным. Прежде всего, это резко противоречит результатам численного моделирования [36]. Есть и сильный косвенный контраргумент: крупнейший член Местной Группы, М31, имеет довольно низкий угловой момент и, следовательно, очень вытянутую орбиту [108]. Вполне вероятно, что Млечный Путь и М31 в конце концов испытают центральное столкновение. Таким образом, наличие в диффузной оболочке Местной Группы значительной доли ЧТМ, которые имеют очень вытянутые орбиты и могут достигать Земли, представляется кажется вполне возможным.

Эти 12% внегалактической ТМ могут быть особенно важны для экспериментов по прямому поиску темной материи. Данная методика основана на наблюдении предполагаемых столкновений частиц ТМ с ядрами вещества в детекторе. Напомним уже упомянутый нами в этой главе факт: ожидаемый сигнал, грубо говоря [30], пропорционален интегралу

$$I(v_{min}) = \int_{v_{min}}^{\infty} \frac{\tilde{n}(v)}{v} d^3\vec{v} \quad (3.43)$$

Здесь $\tilde{n}(v)$ — распределение в земной системе отсчета, оно должно быть получено из (3.41), (3.45), или (3.46) преобразованием Галилея. v_{min} есть скорость отсечения, т.е. минимальная скорость частицы, к которой данный детектор чувствителен (см. подробности в [30]).

$$v_{min}^2 \simeq \frac{E_A (m_\chi + m_A)^2}{2 m_A m_\chi^2} \quad (3.44)$$

где m_χ и m_A — массы частицы ТМ и ядра-мишени, соответственно, E_A — энергия срабатывания детектора, зависящая от его конструкции. Для оценки влияния внегалактической ТМ на сигнал прямого детектирования, мы должны выбрать модель для распределения галактических ЧТМ по скоростям. В настоящее время в основном используется распределение Максвелла, главным образом, из-за своей простоты и общеизвестности:

$$n(u) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}v_\odot)^3} \exp\left(-\frac{u^2}{v_\odot^2}\right) \quad (3.45)$$

v_\odot — орбитальная скорость Солнечной Системы. Однако есть веские основания полагать (см. предыдущий параграф), что распределение галактических ЧТМ сильно анизотропно и имеет вид

$$n(u) = \frac{\exp\left(-\frac{u_\tau^2}{2\sigma_0^2}\right)}{2\pi^2\sigma_0^2\sqrt{u_{max}^2 - u_r^2}} \quad (3.46)$$

где $u_r \in [-v_{max}; v_{max}]$, $u_{max} \simeq 560$ км/сек, $\sigma_0 = 80$ км/сек, u_r и u_τ — радиальная и тангенциальная компоненты скорости частицы, соответственно [8].

Мы рассчитали сигнал прямого детектирования, который соответствует смеси из 3.7×10^{-2} ГэВ/см³ внегалактической и 0.263 ГэВ/см³ галактической темной материи и нашли отношение этого сигнала к произведенному чистой галактической ТМ с той же полной плотностью (0.3 ГэВ/см³). При этом мы использовали обе модели распределения по скоростям галактической ТМ: максвелловскую (3.45) и анизотропную (3.46). Оба полученных соотношения представлены на Рис. 3.5, сплошная линия соответствует максвелловскому распределению, штриховая — анизотропному. Можно видеть, что, если $v_{max} < 300$ км/сек, влияние внегалактической компоненты на сигнал почти незаметно. Однако с ростом v_{max} ситуация резко меняется: если v_{max} превышает $450 - 500$ км/сек, внегалактический сигнал доминирует. В этом, конечно, нет ничего удивительного: все внегалактические частицы имеют скорость, превышающую 600 км/сек, в то время, как доля галактических частиц со скоростями, превышающими ~ 450 км/сек, невелика и продолжает быстро падать по мере увеличения скорости отсечки. Поэтому вклад внегалактической ТМ в сигнал прямого детектирования может быть весьма существенным, особенно если масса частицы ТМ m_χ мала. Действительно, если малая m_χ соответствует большой v_{max} (3.44),

т.к. мы можем детектировать только быстрые частицы. Коллаборация DAMA [50] уже давно сообщает о детектировании ТМ с массой ~ 10 ГэВ. Оставляя в стороне вопрос о реальности и природе данного сигнала (другие эксперименты его не подтверждают [51]), отметим, что, если частица ТМ столь легка, $v_{max} > 450$ км/сек для большинства детекторов, т.е. сигнал внегалактической темной материи должен даже доминировать в данном случае.

Отметим, что, строго говоря, мы должны были бы обрезать распределения (3.45) и (3.46) на $u = v_{esc}$. Однако доля частиц со скоростями $u > v_{esc}$ в обоих распределениях совершенно ничтожна, и такое обрезание едва ли повлияло бы на результат, вклад внегалактической ТМ был бы даже немного выше.

В заключение кратко рассмотрим внегалактическую ТМ, не принадлежащую к Местной группе. Современные астрономические наблюдения [107] наводят на мысль о том, что сверхскопление галактик в Деве имеет общую диффузную оболочку. Мы практически ничего не знаем о распределении ее частиц ТМ, но разумно предположить, что они распределены в пространстве сравнительно однородно, а дисперсия их скоростей сравнима с дисперсией скоростей доступных наблюдению членов сверхскопления ($v_{\infty} \sim 500$ км/сек). Наблюдения оценивают плотность диффузионной компоненты $\rho \sim 10^{-6}$ ГэВ/см³. Гравитационное поле Галактики должно несколько увеличивать это значение вблизи Солнечной Системы. Можно оценить это увеличение как $1 + v_{esc}^2/v_{\infty}^2$, где $v_{esc} \simeq 650$ км/сек — скорость убегания из Галактики с орбиты Солнечной Системы [6]. Таким образом, плотность диффузионной компоненты сверхскопления лишь в 3 раза превышает среднюю и едва ли превосходит 10^{-5} ГэВ/см³. Это значение весьма мало, однако частицы ТМ, принадлежащие диффузионной компоненте сверхскопления Девы, обладают громадными скоростями ($v > 1000$ км/сек) и потенциально могут давать весьма характерный сигнал.

Краткие результаты:

1) Частицы, принадлежащие диффузионной компоненте Местной Группы, составляют порядка $\gtrsim 10\%$ от полной плотности темной материи вблизи Земли.

2) Скорости внегалактических частиц ТМ — около ~ 600 км/сек, т.е., гораздо выше, чем у галактической темной материи. Частицы имеют изотропное распределение по скоростям, чем, вероятно, также отличаются от галактической ТМ.

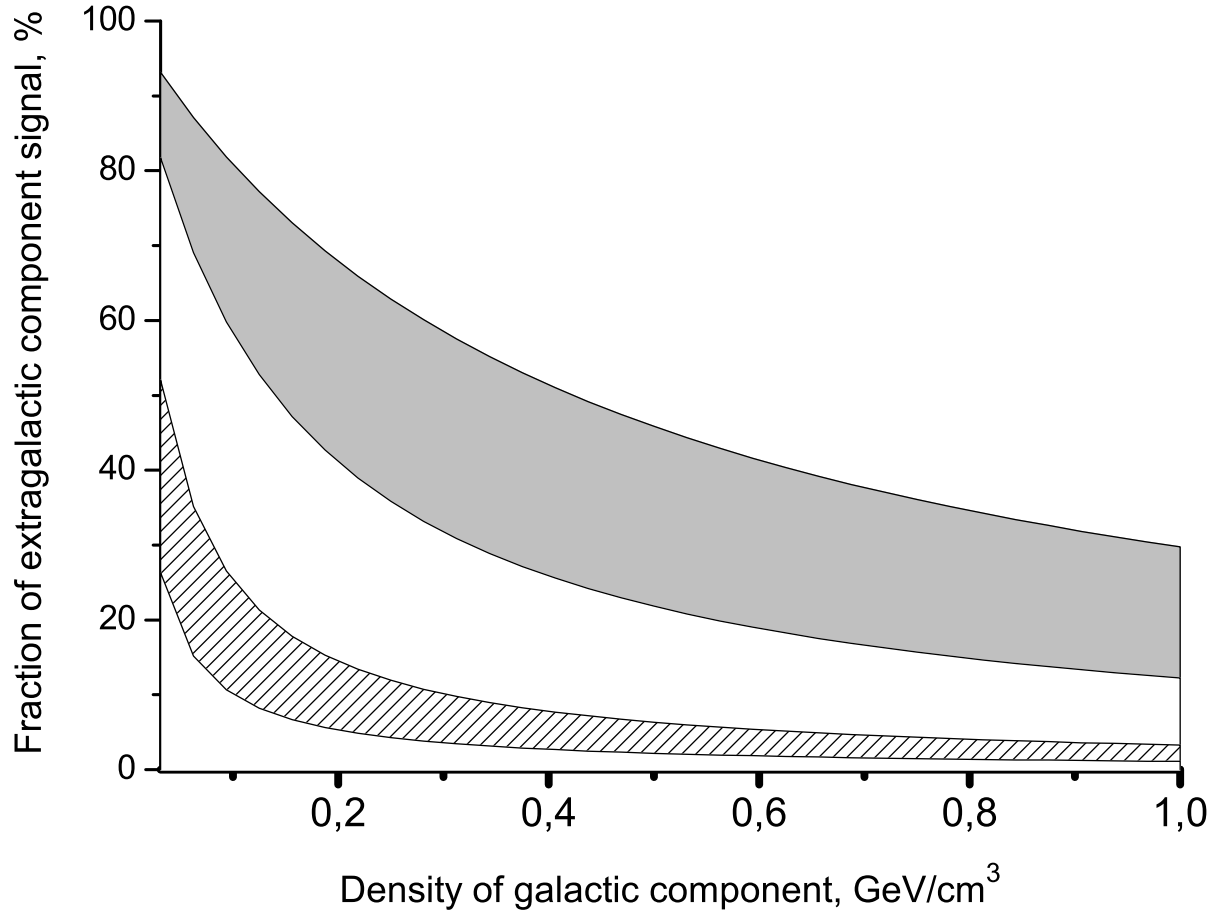


Рис. 3.6: Доля сигнала прямого детектирования, которую дает внегалактическая компонента, в зависимости от плотности галактической составляющей около Солнечной Системы. Заштрихованная полоса соответствует модели темной оболочки Местной Группы с $i = 1$, $j = 0$, серая - оболочке с $i = 1$, $j = 1$. Мы принимаем $v_{min} = 500$ км/сек, Верхняя и нижняя граница каждой полосы соответствует распределениям галактических ЧТМ по скоростям, задаваемым соотношениями (3.45) и (3.46), соответственно.

Распределение частиц по модулю скорости очень узкое ($\Delta V \sim 20$ км/сек).

3) Внегалактическая темная материя должна дать существенный вклад в сигнал прямого поиска ТМ. Если детектор чувствителен только к быстрым ЧТМ ($v > 450$ км/сек), внегалактический сигнал может даже доминировать.

4) Плотность других видов внегалактической ТМ (например, частицы, принадлежащие диффузной темной оболочке сверхскопления в Деве) должна быть относительно мала и сравнима со средней плотностью ТМ во Вселенной. Однако эти частицы могут вызывать столкновения anomalously высоких энергий в детекторах прямого поиска темной материи.

3.3 Взаимодействие темной материи с барионной вследствие наличия подструктур в ТМ

3.3.1 Введение

Эксперименты по прямому детектированию ТМ [110] налагают весьма жесткие ограничения сверху на сечение взаимодействия ЧТМ с нуклонами. Таким образом, на первый взгляд, наличие ТМ в нашей Галактике не влияет на движение барионной материи сквозь нее; ТМ лишь вносит свой вклад в общую массу Галактики и, следовательно, в крупномасштабное гравитационное поле Млечного Пути.

Этот вывод, однако, справедлив только если распределение темной материи является однородным. Как мы уже обсуждали в третьем параграфе первой главы, согласно современным космологическим концепциям темная материя, вероятно, содержит большое количество клампов самых разных масс, и тогда их гравитационное поле оказывает дополнительное влияние на барионное вещество. Например, если поток газа проходит через неоднородную ТМ, гравитационное притяжение клампов возмущает поток. Это приводит к обмену импульсом между потоком газа и темной материей и частичному преобразованию кинетической энергии потока в тепловую.

Для вимпа с массой ~ 100 ГэВ нижний предел массы клампов оценивается от $10^{-12} M_{\odot}$ [88] до $10^{-6} M_{\odot}$ [89]. Самые большие клампы можно наблюдать непосредственно: это не что иное, как гало галактик и их скоплений. Небольшие клампы

в настоящее время недоступны для наблюдений. В то же время, сам факт их существования или несуществования чрезвычайно важен для теории ТМ: например, если будет доказано, что клампов с малой массой нет или мало, это будет означать, что темная материя состоит не из вимпов. Вторая причина интереса к маломассивным клампам состоит в том, что, если темная материя может аннигилировать, это происходит в основном в клампах [91]. В реалистичных космологических моделях маломассивные клампы образуются раньше, и поэтому имеют бóльшую плотность, чем массивные, и именно они дают основной вклад в сигнал аннигиляции. Таким образом, наличие и пространственное распределение маломассивных клампов очень важно для непрямого поиска ТМ (см. главу 3).

Как мы увидим, увлекающее действие на кламп в потоке барионной материи всегда растет с массой клампа [6], а самые маленькие клампы вряд ли могут быть увлечены любым реальным астрофизическим потоком газа. С другой стороны, клампы образуют подобие иерархической структуры, в которой мелкие объекты связаны в гравитационном поле больших. Поэтому мелкие клампы могут быть увлечены вместе с более тяжелыми объектами, к которым они принадлежат.

3.3.2 Структура неоднородностей темной материи

Прежде всего, необходимо выяснить распределение плотности и гравитационного потенциала в неоднородной ТМ. К сожалению, эту задачу еще только предстоит решить. В литературе рассматриваются многочисленные модели структуры профилей плотности клампов. В этом параграфе мы будем использовать результаты [111] в качестве одного из возможных сценариев, не вдаваясь в обсуждение того, какая из моделей формирования структуры является наиболее правдоподобной, что выходит далеко за рамки этой работы. К тому же, как мы увидим, результат не очень чувствителен к параметрам профиля плотности клампов.

Как и [111], мы примем НФВ-профиль плотности клампов

$$\rho_{NFW} = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2} \quad (3.47)$$

где ρ_s и r_s — характерные плотность и радиус центральной части клампа (в частности, r_s — радиус, на котором $d \log \rho / d \log r = -2$). Напомним, что профиль (3.47)

не может быть верен для произвольно больших r , т.к. в противном случае масса клампа расходится при $r \rightarrow \infty$.

Вместо ρ_s и r_s удобно использовать вириальный радиус R_{vir} , массу M_{vir} и параметр сжатия (или НФВ-концентрацию)

$$c_{vir} \equiv \frac{R_{vir}}{r_s} \quad (3.48)$$

Эти величины связаны следующими соотношениями (см. подробности в [111])

$$M_{vir} = \frac{4\pi}{3} \Delta_{vir} \rho_u R_{vir}^3 \quad (3.49)$$

$$M_{vir} = 4\pi \rho_s r_s^3 A(c_{vir}) \quad (3.50)$$

$$A(c_{vir}) \equiv \ln(c_{vir} + 1) - \frac{c_{vir}}{c_{vir} + 1}$$

Здесь ρ_u — средняя плотность Вселенной, Δ_{vir} — вириальное превышение плотности. Для современной эпохи $\Delta_{vir} \simeq 337$. Из соотношений (3.48-3.50) можно видеть, что среди величин ρ_s , r_s , R_{vir} , M_{vir} и c_{vir} только две являются независимыми. Нам будет удобно использовать M_{vir} и c_{vir} .

Гравитационный потенциал клампа:

$$\phi(r) = -\frac{GM_{vir}}{r_s A(c_{vir})} \frac{r_s}{r} \ln\left(\frac{r}{r_s} + 1\right) \quad (3.51)$$

Следует отметить, что, в отличие от ньютоновского, потенциал клампа в центре конечен.

$$\phi_0 = -\frac{GM_{vir}}{r_s A(c_{vir})} \quad (3.52)$$

Выражение (3.51) для гравитационного поля клампа не может быть верным для произвольно большого радиуса r . Во-первых, как мы уже отмечали, полная масса клампа с профилем плотности (3.47) расходится при $r \rightarrow \infty$. Во-вторых, выражение (3.51) определено неприменимо на радиусах, где $M < \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} r^3$ (M — масса клампа, $\bar{\rho}$ — плотность ТМ, осредненная по области, значительно превышающей размер клампа, например, для окрестностей Солнечной Системы $\bar{\rho} \simeq 0.3 \text{ GeV}/\text{cm}^3$ [27]). Действительно, это условие означает, что ТМ, не входящая в кламп, уже преобладает внутри радиуса не входит в комок уже преобладает внутри сферы радиуса r и дает вклад в гравитационное поле на этом радиусе. Отсюда мы можем приблизительно оценить радиус R_{Ξ} "сферы влияния" клампа, где его гравитационное поле

доминирует, а выражение (3.51) еще применимо $R_{\Xi} = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\bar{\rho}}}$. Как мы могли видеть в третьем параграфе первой главы этой диссертации, в силу приливного разрушения R_{Ξ} фактически является радиусом клампа.

Под массой клампа мы в этом параграфе будем подразумевать его вириальную массу M_{vir} . Может показаться странным, что мы используем M_{vir} , в то время, как R_{Ξ} может быть заметно меньше R_{vir} . Однако из (3.47) легко видеть, что зависимость массы клампа от радиуса лишь логарифмическая, и поэтому $M(R_{\Xi})$ не сильно отличается от M_{vir} , если $R_{\Xi} \gg r_s$. Более того, профиль (3.47) заведомо не сохраняется для $r > R_{\Xi}$ из-за приливных возмущений. Поэтому предположение $M \equiv M_{vir}$ вполне уместно в нашем оценочном расчете. Удобно использовать

$$\Xi \equiv \frac{R_{\Xi}}{r_s} = \sqrt[3]{\frac{3M_{vir}}{4\pi\bar{\rho}r_s^3}} = c_{vir} \sqrt[3]{\frac{\Delta_{vir}\rho_u}{\bar{\rho}}} \quad (3.53)$$

вместо R_{Ξ} .

3.3.3 Взаимодействие клампов с газовым потоком

Характер взаимодействия клампов с потоком газа зависит от соотношения между R_{Ξ} и длиной свободного пробега l_{fl} молекул газа. Мы начнем наше рассмотрение со случая, когда $R_{\Xi} \ll l_{fl}$. Тогда мы можем рассматривать газовый поток как поток невзаимодействующих частиц и наблюдать за движением каждой частицы в отдельности. Динамическое трение между клампом и потоком появляется в результате рассеяния молекул газа в гравитационном поле клампа [49, 112].

Рассмотрим поток частиц с массами m , движущихся со скоростью v_{∞} на бесконечности и рассеиваемых на потенциале (3.51). Полная передача момента за единицу времени (т.е. сила \mathfrak{F} , действующая на кламп) равна:

$$\mathfrak{F} = \int_0^{R_{\Xi}} \Delta p_x \cdot n v_{\infty} \cdot 2\pi\varpi d\varpi \quad (3.54)$$

Здесь ϖ — прицельный параметр траектории и n — объемная концентрация молекул газа. Задачу можно упростить, если вспомнить, что гравитационное поле клампа — довольно слабое, и угол рассеяния θ мал. Тогда после несложных вычислений мы

получаем выражение для ускорения клампа $w \equiv \mathfrak{F}/M_{vir}$:

$$w = \frac{\pi\nu G^2 M_{vir}}{3v_\infty^2 A^2(c_{vir})} \cdot \ln^3 \left(\frac{c_{vir}}{2} \sqrt[3]{\frac{\Delta_{vir}\rho_u}{\bar{\rho}}} \right) \quad (3.55)$$

Мы ввели плотность газа $\nu = mn$. Можно видеть, что результат малочувствителен к точному определению c_{vir} или Ξ до тех пор, пока $c_{vir} \gg 1$ и $\Xi \gg 1$.

Чтобы завершить вычисление, мы должны выписать зависимость $c_{vir}(M_{vir})$ в явной форме. К сожалению, нет сколь-нибудь достоверных оценок этого соотношения в области малых масс гало. [111] сообщают о степенном росте концентрации гало c_{vir} с уменьшением M_{vir} , и `citер ahn05` подтверждают этот вывод. Тем не менее, если мы пытаемся интерполировать эту степенную зависимость в область самых низких возможных масс, мы получаем абсурдно огромные значения c_{vir} . Вероятно, в этой области степенное соотношение уже не справедливо; однако, концентрация гало должна быть весьма большой ($c_{vir} \gg 1$). Следуя [101], мы принимаем, что c_{vir} постоянно ($c_{vir} = 70$) для малых масс $M_{vir} \leq 10^{10} M_\odot$ (хотя такое предположение не выглядит правдоподобным). Учитывая неопределенность в определении c_{vir} и вышеупомянутую слабую зависимость результата от c_{vir} и Ξ , мы можем пренебречь разницей между R_Ξ и R_{vir} (т.е., мы принимаем $\bar{\rho} = \Delta_{vir}\rho_u$, что вполне естественно для галактических гало). Тогда $c_{vir} = \Xi$, и легко видеть, что если $c_{vir} \gg 1$, $\frac{\ln^3(\Xi/2)}{A^2(c_{vir})} \simeq \ln \left(\frac{c_{vir}}{2} \right)$, и мы можем упростить выражение (3.55):

$$w = \frac{\pi\nu G^2 M_{vir}}{3v_\infty^2} \cdot \ln \left(\frac{c_{vir}}{2} \right) \quad (3.56)$$

Говоря формально, выражение (3.56) быстро растет при $v_\infty \rightarrow 0$. Однако, если v_∞ мала, угол рассеяния θ становится большим, и (3.56) более неприменимо. Чтобы оценить максимально возможное ускорение клампа w_{max} , нужно более аккуратное рассмотрение вопроса.

В более общем случае, (3.54) можно переписать как

$$\mathfrak{F} = 2\pi\nu v_\infty^2 \int_0^{R_\Xi} (1 - \cos\theta) \varpi d\varpi \quad (3.57)$$

Т.к. $(1 - \cos\theta) \leq 2$, мы можем утверждать, что

$$\mathfrak{F} \leq 2\pi\nu v_\infty^2 R_\Xi^2 \quad (3.58)$$

С другой стороны, если v_∞ очень мала, угол рассеяния велик, и $(1 - \cos \theta)$ — не малое число. Поэтому выражение (3.58) можно рассматривать, как оценку \mathfrak{F} в пределе малых скоростей. Следовательно, сила \mathfrak{F} растет как v_∞^2 , если v_∞ мала, и убывает как v_∞^{-2} на больших скоростях v_∞ . Можно оценить v_∞^2 , при котором \mathfrak{F} достигает максимума, приравнявая (3.55) и (3.58):

$$v_\infty^2 = \frac{GM_{vir}}{R_{vir}} \sqrt{\frac{\ln(c_{vir}/2)}{6}} \quad (3.59)$$

Подставив это выражение в (3.58), получаем

$$w_{max} = 2\pi\nu GR_{vir} \sqrt{\frac{\ln(c_{vir}/2)}{6}} \quad (3.60)$$

Максимальное ускорение клампа слабо (как $\sqrt[3]{M_{vir}}$) зависит от его массы, и если $c_{vir} = 70$, $w_{max} \simeq 4.8\nu GR_{vir}$.

Случай $R_\Xi \geq l_{fl}$ требует гидродинамического подхода. Картина линий тока вокруг клампа зависит от числа Маха на бесконечности $M_M \equiv v_\infty/a$, где a — скорость звука. Точно рассчитать протекание газа в потенциальном поле (3.51) чрезвычайно трудно. Однако задачу решали численно [113, 114], и мы можем легко получить простые оценки. Кроме того, мы можем использовать сходство между рассматриваемой задачей и аккрецией газа на компактные астрофизические объекты: последняя проблема изучена весьма тщательно [115]. Случай $v_\infty < a$ соответствует сферической аккреции [116], случай $v_\infty > a$ — цилиндрической аккреции [117]. Подчеркнем, однако, важное отличие нашего случая: потенциал (3.51) везде конечен $|\phi| \leq |\phi_0|$.

Если $v_\infty \gg a$, мы можем пренебречь давлением. Тогда поле скоростей потока совпадает с бесстолкновительным случаем, кроме узкой зоны за клампом, где линии тока пересекаются, и возникает ударная волна. (см. детали в [117]). Форма ударного фронта не вполне ясна, и мы остановимся на простейшем предположении, что это конус с вершиной в центре клампа и углом раствора $\sim \frac{1}{M_M} = \frac{a}{v_\infty}$ [115], что соответствует телесному углу $d\Omega = \pi \left(\frac{a}{v_\infty}\right)^2$. Таким образом, все пространство вокруг клампа можно разделить на две области: область I до ударной волны, где поле скоростей потока совпадает с бесстолкновительным случаем, и коническая область II за фронтом ударной волны. Поэтому полная сила, действующая на кламп

(и, следовательно, его ускорение) представляет собой сумму его взаимодействия с потоком в областях I и II (w_1 and w_2 , соответственно). Чтобы вычислить w_1 , мы можем использовать (3.56), как в бесстолкновительном случае.

Чтобы оценить w_2 , предположим, что ударная волна сильная. Тогда газ за ее фронтом в $\frac{\gamma+1}{\gamma-1}$ раз плотнее, чем перед ним, и избыточная плотность в области II равна $\nu_{over} = \frac{2}{\gamma-1}\nu$. Полная сила притяжения \mathfrak{F}_2 между клампом и уплотнением вещества за ударной волной может быть грубо оценена как

$$\mathfrak{F}_2 = \int_0^{R_\Xi} G \frac{M_{vir} dm}{r^2} \quad (3.61)$$

где $dm = \nu_{over} r^2 d\Omega = \frac{2}{\gamma-1} \nu r^2 d\Omega$. Подставляя сюда выражение для $d\Omega$, мы после простых преобразований получаем:

$$w_2 = \frac{2\pi}{\gamma-1} G \nu R_{vir} \frac{a^2}{v_\infty^2} \quad (3.62)$$

Интересно сравнить вклады \mathfrak{F}_1 и \mathfrak{F}_2 . Разделив (3.56) на (3.62), получаем:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{(\gamma-1)}{6} \frac{A(c_{vir}) \ln(c_{vir}/2)}{c_{vir}} \frac{|\phi_0|}{a^2} \quad (3.63)$$

Можно видеть, что отношение w_1/w_2 растет с M_{vir} . Равенство достигается при

$$M_{vir} = \frac{12a^3 \sqrt{2\pi \Delta_{vir} \rho_u}}{(G(\gamma-1) \ln(c_{vir}/2))^{3/2}} \quad (3.64)$$

Например, если $c_{vir} \equiv 70$, $a = 1$ км/сек, $\gamma = 4/3$, эта формула дает $M_{vir} \simeq 3 \cdot 10^6 M_\odot$. Таким образом, вклад \mathfrak{F}_2 доминирует для всех клампов, кроме гигантских.

Легко видеть, что в противоположном случае, когда $v_\infty \ll a$, характер течения определяется соотношением между потенциалом центра клампа и a^2 . Если $|\phi_0| < a^2$, сила, действующая на кламп, пренебрежимо мала. Действительно, течение в этом случае всюду дозвуковое.. Поэтому, в силу парадокса Даламбера, увлекающая сила создается исключительно вязкостью, которая для астрономических потоков всегда очень мала. $|\phi_0| > a^2$ для $M_{vir} > 2.5 \cdot 10^3 M_\odot$, если мы примем $c_{vir} \equiv 70$, $a = 1$ км/сек. Следовательно, малые клампы не взаимодействуют с потоком.

Если $|\phi_0|$ достаточно велик, поток газа в какой-то области становится сверхзвуковым, и там может появиться ударная волна. Возникновение волны приводит к сильному увеличению силы сопротивления. По аналогии с предыдущим случаем, мы можем сделать вывод, что только линии тока, пересекающие ударную волну, дают заметный вклад в увлекающую силу. Едва ли можно найти точное гидродинамическое решение задачи. Тем не менее, мы можем легко оценить силу. Разумно предположить, что ударная волна может возникнуть только на линиях, проходящих через область, где $|\phi| > a^2$. Ее радиус r_c определяется уравнением (3.51)

$$\phi(r_c) = -\frac{GM_{vir}}{r_s A(c_{vir})} \frac{\ln(r_c/r_s + 1)}{r_c/r_s} = a^2 \quad (3.65)$$

Хорошим приближением для r_c является

$$r_c = r_s \frac{\phi_0}{a^2} \ln \left(\frac{\phi_0}{a^2} \right) \quad (3.66)$$

Теперь мы можем грубо оценить силу, действующую на кламп, как $\frac{\nu v_\infty^2}{2} \cdot \pi r_c^2$

$$\mathfrak{F} = \frac{\pi}{2} \nu v_\infty^2 r_s^2 \left(\frac{\phi_0}{a^2} \right)^2 \ln^2 \left(\frac{\phi_0}{a^2} \right) \quad (3.67)$$

Можно видеть что сила возрастает как v_∞^2 , если $v_\infty \ll a$ и убывает как v_∞^{-2} , если $v_\infty \gg a$. Следовательно, мы можем предположить, что сила достигает максимального значения при $v_\infty \simeq a$.

Рассматривая соотношения (3.56), (3.62) и (3.67), мы можем сделать весьма общий вывод: увлекающий эффект всегда растет с массой клампа. Действительно, во всех рассмотренных случаях ускорение $w = \mathfrak{F}/M_{vir}$ растет с ростом M_{vir} . Закон этого роста, однако, различен. В наиболее важном случае сверхзвукового потока и больших гало ускорение растет довольно медленно ($w \sim M_{vir}^{1/3}$), если масса гало ниже предела (3.64). Для более тяжелых гало ускорение пропорционально их массе ($w \sim M_{vir}$), см. Рис. 3.7.

3.3.4 Обсуждение

Теперь мы можем применить полученные результаты к реальным астрофизическим системам. В качестве первого примера, рассмотрим результат столкновения

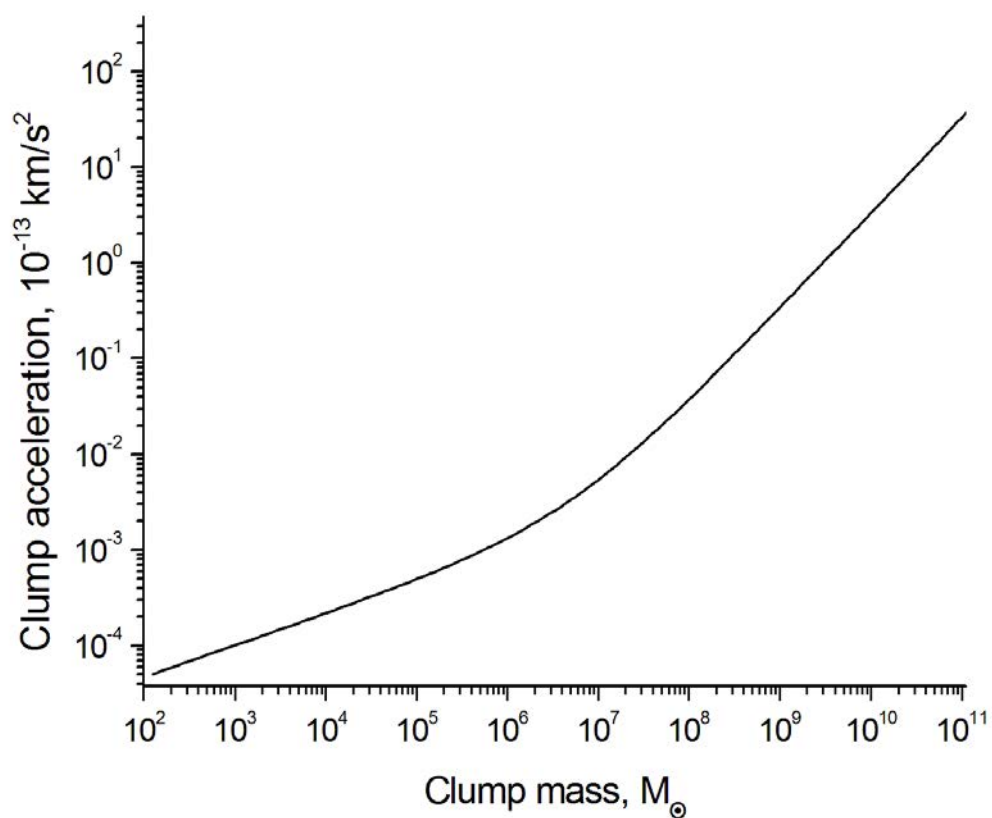


Рис. 3.7: Зависимость ускорения клампа от его массы. Сила, действующая на кламп, определяется суммой (3.56) и (3.62). Мы взяли $\nu = 10^{-25} \text{ g/cm}^3$, $v_{\infty} = 1 \text{ км/сек}$, $a = 10 \text{ км/сек}$, $\gamma = 4/3$, $c_{vir} = 70$.

двух скоплений галактик, известный как скопление "пуля" 1E 0657-56. В процессе столкновения горячий рентгеновский газ протекал через темную материю. Прием скорость столкновения (т.е. v_∞) равной 4700 км/сек, $\nu = 1.5 \cdot 10^{-27} \text{г/см}^3$ ($n \simeq 10^{-3} \text{см}^{-3}$), $a \simeq 1000 \text{км/сек}$ [118]. Легко видеть, что предел (3.64) не может быть достигнут при любой разумной M_{vir} , и нужно использовать формулу (3.62). Для очень массивных гало ($M_{vir} = 10^8 M_\odot$) мы получаем $w \simeq 5 \cdot 10^{-17} \text{м/сек}^2$. Увеличение скорости гало за характерное время столкновения $\sim 10^8$ лет равно $\delta v \sim 14 \text{м/сек}$, что, конечно, пренебрежимо мало. Следовательно, рассмотренный механизм при столкновениях галактик или скоплений галактик не может влиять на распределение ТМ из-за высоких относительных скоростей объектов.

Механизм также не приводит к сколь-нибудь существенному обмену импульсом между межзвездной средой в диске нашей Галактики и темной материей. Действительно, рассмотрим гигантское гало с массой $10^6 M_\odot$ (более тяжелые объекты едва ли могут присутствовать в диске Галактики в настоящее время). Нужно использовать формулу (3.62). Горячая межзвездная среда в диске имеет температуру $\sim 10^4 \text{К}$ и плотность $\nu \simeq 2 \cdot 10^{-28} \text{г/см}^3$, холодная — температуру $\sim 100 \text{К}$ и плотность $\nu \simeq 2 \cdot 10^{-28} \text{г/см}^3$ [119]. Однако увлекающая сила, действующая на кламп, не зависит от температуры газа: межзвездная среда находится в гидродинамическом равновесии, и поэтому ее плотность $\nu \propto T^{-1} \propto a^{-2}$. Следовательно, сомножитель νa^2 в (3.62) не меняется. Для определенности рассмотрим горячее облако ($a \simeq 10 \text{км/сек}$). Оценив скорость вращения диска как $v_\infty \simeq 150 \text{км/сек}$, мы получаем $w \simeq 8 \cdot 10^{-15} \text{м/сек}^2$. Возраст Галактики $\sim 10^{10}$ лет, и даже если рассматриваемый нами гигантский кламп все это время не покидал диска, его скорость изменилась лишь на $\delta v = 30 \text{м/сек}$.

Рассмотрим формирование нашей Галактики [120]. В настоящее время детали этого процесса не вполне ясны. Млечный Путь, вероятно, образовался в результате коллапса протогалактики, размер которой был, как минимум, на порядок больше, чем нынешний радиус диска Галактики. Поглощение более мелких структур также играло важную роль в этом процессе.

Коллапс изначально происходит практически как свободное падение. В дальнейшем, однако, столкновительные процессы в газе приводят к разделению барион-

ной и темной компонент. Сжатие бесстолкновительной ТМ прекращается, и формируется обширное и почти сферически симметричное гало. Газовая компонента может высвечивать свою энергию, и поэтому продолжает сжиматься и формирует сравнительно компактный тонкий диск. Посмотрим, может ли значительная передача импульса от ТМ к барионной материи иметь место во время коллапса.

Примем характерное значение радиуса, на котором ТМ отделилась от барионной материи в ходе коллапса, равным ~ 30 кпс $\simeq 10^{23}$ см, барионную массу Галактики — то $3 \cdot 10^{11} M_{\odot} \simeq 6 \cdot 10^{44}$ г. Тогда средняя плотность газа равна $\nu \simeq 1.5 \cdot 10^{-25}$ г/см³. Примем температуру протогалактики $\sim 10^4$ К, что соответствует скорости звука $a \simeq 10$ км/сек. Подставив это значение (и $\gamma = 4/3$, $c_{vir} = 70$) в (3.64), получаем $M_{vir} = 3 \cdot 10^9 M_{\odot}$. Для масс, меньших этого значения, нужно использовать (3.62). Мы принимаем время разделения барионной и темной материи равным $t = 0.1 t_{col}$, где t_{col} — характерное время коллапса Галактики ($t_{col} \sim 10^9$ лет). Подставив все эти значения в (3.62), мы получаем:

$$\delta v = \frac{2\pi}{\gamma - 1} G \nu R_{vir} \frac{a^2}{v_{\infty}^2} \simeq 0.5 \left(\frac{a}{v_{\infty}} \right)^2 \left(\frac{M_{vir}}{M_{\odot}} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\frac{\text{км}}{\text{сек}} \right] \quad (3.68)$$

Так как скорости темной и барионной компонент одинаковы в начале коллапса, а сила увлечения достигает своего максимума, когда разность скоростей компонент — порядка скорости звука, мы можем оценить минимальную массу клампа, который может увлечен барионной материей, путем подстановки $v_{\infty} = a$ в (3.68).

$$\delta v_{max} \simeq 0.33 \left(\frac{\nu}{10^{-25} \text{ г/см}^3} \right) \left(\frac{M_{vir}}{M_{\odot}} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\frac{\text{км}}{\text{сек}} \right] \quad (3.69)$$

Если взять $\delta v = 50$ км/сек в качестве заметного изменения скорости, мы получаем $M_{vir} \sim 10^6 M_{\odot}$. Изменение скорости $\delta v = 10$ км/сек соответствует $M_{vir} \sim 10^4 M_{\odot}$. В обоих случаях кламп должен быть весьма массивным, чтобы его заметно увлекло потоком газа. С другой стороны, в момент формирования Галактики в ней могли присутствовать и более массивные гало (вплоть до $M_{vir} \geq 10^9 M_{\odot}$).

Передача импульса от газа к темной материи приводит к, по крайней мере, трем важным следствиям. Во-первых, крупные клампы, увлеченные коллапсирующим газом, были разрушены приливными силами. Однако их темная материя вошла

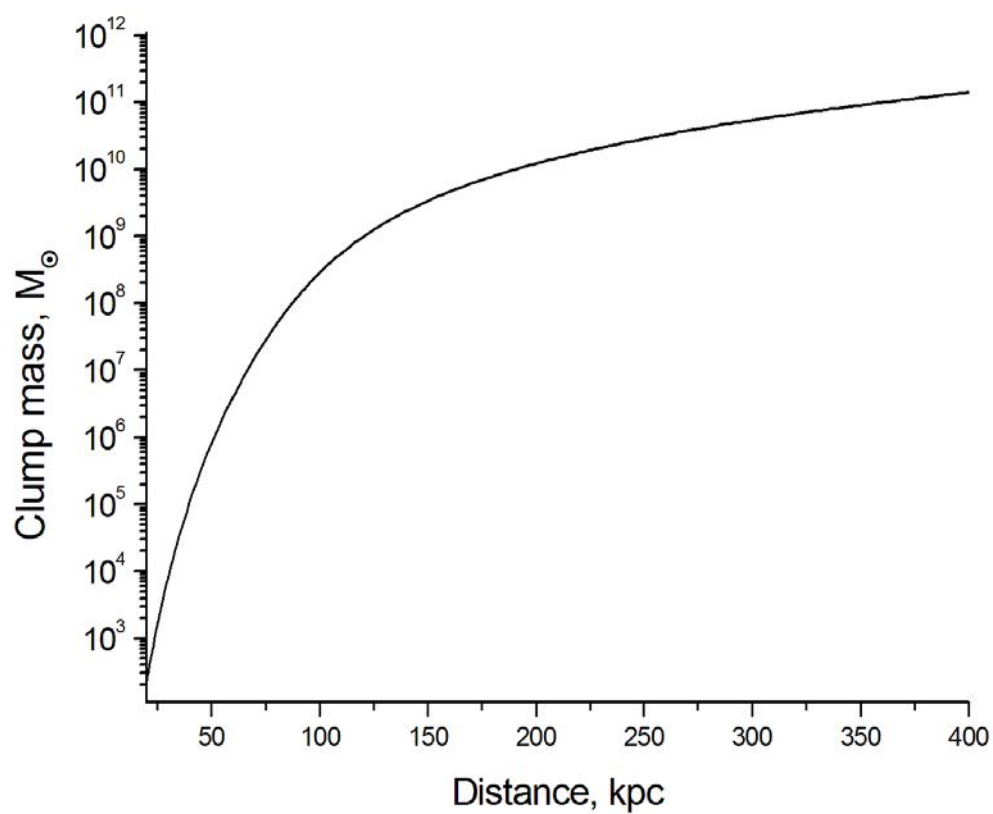


Рис. 3.8: Минимальная масса клампа, при которой он в процессе эволюции Галактики может свою скорость более, чем на $\delta v = 10$ км/сек, в зависимости от его расстояния от центра Галактики. Сила, действующая на кламп, определяется суммой (3.56) и (3.62).

в гало, образуя более компактную и сплюснутую подструктуру, возможно, обладающую некоторым вращением, в отличие от основного гало (обычно эту подструктуру называют толстым диском ТМ). Этот эффект уже был обнаружен численно [104].

Во-вторых, объемная концентрация клампов в толстом диске должна быть выше, чем в среднем в гало. В самом деле, в ходе коллапса газ может увлекать в толстый диск только клампы, в то время, как однородная ТМ в гало осталась почти сферически симметричной. Действительно, газ может увлекать только крупные гало, которые впоследствии разрушаются приливными силами. Однако крупные гало содержат иерархическую систему мелких клампов, которые таким образом перемещаются в толстый диск. Эти маломассивные клампы слишком малы, чтобы быть разрушенными приливными силами, и толстый диск оказывается обогащенным ими. В то же время, именно маломассивные клампы дают основной вклад в возможный сигнал аннигиляции темной материи, даже если эти клампы составляют лишь малую часть общей массы ТМ. Таким образом, можно ожидать, что фактор усиления $C \equiv \langle \rho_{dm}^2 \rangle / \langle \rho_{dm} \rangle^2$ будет выше в толстом диске.

В-третьих, только клампы, расположенные относительно близко к центру Галактики, могут быть увлечены газом. Действительно, средняя плотность протогалактики увеличивалась по мере ее коллапса как r^{-3} . Следовательно, средняя сила увлечения быстро убывает с радиусом. По аналогии с уравнением (3.69), можно оценить минимальную массу клампа, скорость которого может быть изменена увлекательной силой более, чем на $\delta v = 10$ км/сек в ходе коллапса протогалактики. Мы определяем силу, действующую на кламп, как сумму (3.56) и (3.62), подставляя туда $v_\infty = a \simeq 10$ км/сек и вышеприведенные параметры протогалактики. Результаты представлены на Рис. 3.8. Можно видеть, что за пределами $r = 150$ кпс изменение скорости клампов не превышает 10 км/сек даже для гигантских гало с $M_{vir} \geq 2 \cdot 10^9 M_\odot$. Это означает, что структура ТМ на окраине гало остается неизменной, а клампы оттуда не были перенесены в толстый диск. Следовательно, фактор усиления внешних областей гало должен быть несколько выше, чем в среднем.

Интересно сравнить влияние вышеописанного эффекта с прямыми столкновениями ЧТМ с барионами. Число столкновений, происходящее в единице объема

в единицу времени, равно $\sigma n_b n_{dm} v_\infty$, каждое из них в среднем переносит импульс $\sim m_b v_\infty$. Здесь мы обозначили объемную концентрацию и массу ЧТМ и барионов как n_{dm}, m_{dm} и n_b, m_b , соответственно, σ — сечение рассеяния ЧТМ на барионах. Масса ТМ в единице объема равна $m_{dm} n_{dm}$, и ее среднее ускорение:

$$w \sim \frac{\sigma n_b n_{dm} v_\infty \cdot m_b v_\infty}{m_{dm} n_{dm}} = \sigma n_b v_\infty^2 \frac{m_b}{m_{dm}} \quad (3.70)$$

Для иллюстрации: для нейтралино 100 ГэВ сечение рассеяния выше 10^{-44} см² уже исключено экспериментами по прямому детектированию ТМ [51]. Эффект растет с увеличением относительной скорости столкновения. Тем не менее, даже для вышеупомянутого примера столкновения двух кластеров галактик, где скорость столкновения является, пожалуй, наибольшей, ускорение (3.70) не превышает $2 \cdot 10^{-34}$ м/сек², что по меньшей мере на восемь порядков ниже ускорения, вызванного механизмом, являющимся объектом рассмотрения этого параграфа.

Глава 4

Непрямое детектирование

В этой главе мы рассмотрим аннигиляцию ТМ: в окрестностях черных дыр, в карликовых галактиках-спутниках, входящих в Местную Группу и в ранней Вселенной ($z \sim 300$). Мы также рассмотрим возможность ее наблюдения с Земли.

4.1 Аннигиляция темной материи в гравитационном поле черной дыры

4.1.1 Введение

Рассмотрим аннигиляцию темной материи в гравитационном поле черной дыры [2, 20]. Есть несколько причин, по которым эта задача представляет значительный интерес. Во-первых, аннигиляция темной материи пропорциональна квадрату ее плотности, и, т.к. ее плотность в Галактике достигает наибольших значений в центре, аннигиляция там должна протекать наиболее интенсивно [110]. Наблюдательные данные указывают на наличие сверхмассивной черной дыры в центре нашей Галактики [121]. Во-вторых, как мы увидим далее, плотность темной материи дополнительно и весьма сильно увеличивается черной дырой. В-третьих, в окрестностях черной дыры физика процесса аннигиляция темной материи может заметно отличаться от остальных областей Вселенной.

[122] уже рассматривали влияние гравитационного поля черной дыры на аннигиляцию темной материи, однако в рамках весьма упрощенной модели. В частно-

сти, были полностью проигнорированы заметный рост скоростей и анизотропия распределения частиц ТМ в фазовом пространстве вблизи черной дыры. Между тем, скорость частиц ТМ там приближается к скорости света, и если предположить, что масса ЧТМ 100 ГэВ, энергия их столкновения при аннигиляции может достигать сотен ГэВ, что может заметно изменить ширину различных каналов аннигиляции и даже изменить ее главный канал (и, таким, образом, продукты). Мы ограничимся рассмотрением только невращающейся (шварцшильдовой) черной дыры и будем считать, что скорости ЧТМ на больших расстояниях от дыры невелики ($v \ll c$), что, впрочем, вполне естественное предположение.

4.1.2 Вычисления

Гравитационное поле невращающейся незаряженной черной дыры массы M_{BH} описывается метрикой Шварцшильда:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)} - r^2(\sin^2\zeta d\xi^2 + d\zeta^2) \quad (4.1)$$

где $r_g \equiv \frac{2GM_{BH}}{c^2}$ и c — скорость света. Траектории частиц, падающих на черную дыру, могут быть записаны как ([87, формулы 101.4 и 101.5]):

$$ct = \frac{E_0}{mc^2} \int \frac{dr}{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \left[\left(\frac{E_0}{mc^2}\right)^2 - \left(1 + \frac{M^2}{m^2 c^2 r^2}\right) \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \right]^{1/2}} \quad (4.2)$$

$$\phi = \int \frac{M dr}{r^2 \left[\frac{E_0^2}{c^2} - \left(m^2 c^2 + \frac{M^2}{r^2}\right) \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \right]^{1/2}} \quad (4.3)$$

где E_0 , m и M — полная энергия, масса и угловой момент частицы, соответственно. Величины E_0 и M являются, конечно, интегралами движения. Как мы уже неоднократно отмечали, ТМ холодна, и ее скорости вблизи центра Галактики определяется гравитационным потенциалом Галактики, т.е. $v \ll c$, что позволяет нам упростить выражения. Перейдя в систему единиц, где $c = 1$, $r_g = 1$, получаем из соотношений

(4.2) и (4.3):

$$t = \int \frac{r^2 \sqrt{r} dr}{(r-1) \sqrt{r^2 - \alpha^2(r-1)}} \quad (4.4)$$

$$\phi = \int \frac{\alpha dr}{\sqrt{r} \sqrt{r^2 - \alpha^2(r-1)}} \quad (4.5)$$

где $\alpha \equiv \frac{M}{mc}$. Для радиальной v_r , тангенциальной v_{tan} компонент скорости и ее модуля v ¹ мы получаем:

$$v_r = \frac{\sqrt{r^2 - \alpha^2(r-1)}}{r \sqrt{r}}; \quad v_{tan} = \frac{\alpha}{r} \sqrt{\frac{r-1}{r}} \quad (4.6)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (4.7)$$

Таким образом, угол θ между траекторией частицы и направлением на центр черной дыры равен:

$$\sin \theta = \frac{\alpha}{r} \sqrt{r-1}; \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{r^2 - \alpha^2(r-1)}}{r} \quad (4.8)$$

Из (4.7) можно видеть, что все частицы, достигшие радиуса r , имеют одинаковую величину скорости. Удобно ввести количество $\aleph(\theta)$ частиц в единице объема, движущихся под углом θ и в единицу телесного угла. Тогда количество частиц, пересекающих сферу радиуса r за единицу времени в единицу телесного угла, равно²:

$$4\pi r^2 \aleph v \cos \theta d\tau d\Omega \quad (4.9)$$

Если r фиксирован, мы получаем из (4.8):

$$\cos \theta d\Omega = \cos \theta d(2\pi(1 - \cos \theta)) = \pi d(\sin^2 \theta) = \pi d \frac{\alpha^2(r-1)}{r^2} = \pi \frac{r-1}{r^2} d\alpha^2 \quad (4.10)$$

Кроме того, подставим сюда выражение для интервала физического времени $d\tau$ через интервал координатного шварцшильдовского времени $dt = d\tau \sqrt{1 - \frac{1}{r}}$. тогда

¹Под v_r , v_{tan} и v мы понимаем физические, а не координатные скорости. Например, v_r равна $\frac{\sqrt{-g_{rr}} dr}{\sqrt{g_{tt}} dt}$, а не $\frac{dr}{dt}$.

²Мы используем факт, что в метрике Шварцшильда площадь сферы радиуса r по-прежнему равна $4\pi r^2$.

мы можем переписать (4.9):

$$4\pi^2 \aleph \frac{(\sqrt{r-1})^3}{r} d\alpha^2 dt \quad (4.11)$$

Рассмотрим частицы из интервала $[\alpha; \alpha + d\alpha]$. Т.к. α — интеграл движения, величины α и $d\alpha$ остаются постоянными вдоль пучка траекторий. Так как система (как и шварцшильдова метрика) стационарна, количество частиц из рассматриваемого интервала, пересекающих сферу любого радиуса r (при условии, что они ее вообще пересекают) за одинаковый интервал шварцшильдоваго времени dt должно быть одинаково. Из (4.11) следует:

$$4\pi^2 \aleph \frac{(\sqrt{r-1})^3}{r} = const \quad (4.12)$$

Чтобы найти \aleph , мы должны установить граничные условия на бесконечности. Из (4.12) следует, что $\aleph \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, в то время, как разумно было бы ожидать, что $\aleph \rightarrow n_\infty/4\pi$, где n_∞ — концентрация ЧТМ на бесконечности. Возникшее противоречие — результат нашего предположения о в точности нулевой скорости v_∞ частиц на бесконечности. Согласно [87], гравитационное сечение захвата нерелятивистских частиц равно

$$\sigma = 4\pi r_g^2 \left(\frac{c}{v_\infty} \right)^2$$

т.е., оно становится бесконечным, если $v_\infty \rightarrow 0$. Чтобы обойти эту трудность, нужно вспомнить, что в реальных ситуациях v_∞ никогда не равна нулю в точности: например, скорость частиц ТМ в окрестности Солнечной Системы $v_\infty \sim 300 \text{ km/s}$. Обрежем решение (4.12) на радиусе r_∞ , где скорость, заданная выражением (4.7), становится равной v_∞ . Согласно (4.7), $r_\infty = \frac{1}{v_\infty^2}$. Пренебрежем возмущением расщепления ТМ гравитационным полем черной дыры на бóльших радиусах³. Тогда количество частиц, пересекающих сферу радиуса r_∞ за единицу времени в единицу телесного угла равно:

$$4\pi r_\infty^2 n_\infty v_\infty \cos \theta \frac{d\Omega}{4\pi} d\tau = r_\infty^2 n_\infty v_\infty \cos \theta d\Omega d\tau \quad (4.13)$$

³Это предположение приемлемо, если $v_\infty \ll c$. Например, если $v_\infty = 300 \text{ km/s}$, то $r_\infty = 10^6 r_g$, т.е. гравитационное поле на радиусе r_∞ слабо.

Согласно (4.10) $\cos \theta d\Omega = \pi \frac{r-1}{r^2} d\alpha^2$. Т.к. $r_\infty \gg 1$, получаем $\cos \theta d\Omega = \frac{\pi d\alpha^2}{r_\infty}$; $d\tau = dt$. Тогда мы можем переписать (4.13) как:

$$\pi \frac{n_\infty}{v_\infty} d\alpha^2 dt \quad (4.14)$$

Сравнивая выражения (4.12), (4.13) и (4.14), мы получаем значение константы в (4.12):

$$\text{const} = \pi \frac{n_\infty}{v_\infty}$$

Подставляя это значение в (4.12), получаем:

$$4\pi^2 \aleph \frac{(\sqrt{r-1})^3}{r} = \pi \frac{n_\infty}{v_\infty}$$

$$\aleph = \frac{n_\infty}{4\pi v_\infty} \frac{r}{(\sqrt{r-1})^3} \quad (4.15)$$

При выводе формулы (4.12) и рассматривая частицы, пересекающие сферу радиуса r под углом θ , мы молчаливо подразумевали, что их мировые линии приходят с бесконечности. Это предположение верно для углов

$$\cos \theta \geq \frac{\sqrt{r^2 - 4(r-1)}}{r} \Xi(2-r) \quad (4.16)$$

где

$$\Xi(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

(подробнее о траекториях частиц в шварцшильдовом поле можно прочесть, например, в [87]). Мировые линии, для которых условие (4.16) не выполняется, начинаются на горизонте событий. Естественно, никаких частиц по ним приходить не может, и мы получаем окончательное выражение для \aleph :

$$\aleph = \begin{cases} \frac{n_\infty}{4\pi v_\infty} \frac{r}{(\sqrt{r-1})^3}, & \cos \theta \geq \frac{\sqrt{r^2 - 4(r-1)}}{r} \Xi(2-r) \\ 0, & \cos \theta < \frac{\sqrt{r^2 - 4(r-1)}}{r} \Xi(2-r) \end{cases} \quad (4.17)$$

4.1.3 Частный случай аннигиляции в два фотона

С помощью этого распределения можно рассчитать аннигиляционный сигнал для различных каналов аннигиляции, который измерит бесконечно удаленный наблюдатель. Как иллюстрацию, рассмотрим важный частный случай, когда частица и античастица темной материи аннигилируют с образованием двух фотонов ($\chi\tilde{\chi} \rightarrow 2\gamma$). Предположим, что масса ЧТМ $m_{\text{DM}} = 40$ ГэВ, а сечение аннигиляции описывается формулой Брейта-Вигнера:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (4.18)$$

Здесь E — энергия в системе центра масс, E_r — энергия, соответствующая резонансу. Мы примем $E_r = 91$ ГэВ, $\Gamma = 2.5$ ГэВ, что примерно соответствует параметрам Z_0 -бозона, хотя мы не подразумеваем никакого конкретного физического процесса, а рассматриваем лишь модельную задачу. Положим $\sigma_0 = 10^{-4}$ ГэВ $^{-2}$, что соответствует характерному значению для слабого взаимодействия вне резонанса $\sigma(50\text{ГэВ}) \simeq 10^{-8}$ ГэВ $^{-2}$. В системе центра масс фотоны вылетают сферически симметрично, а их энергия, конечно, растет с увеличением энергии столкновения. Однако система центра масс, вообще говоря, движется относительно неподвижной шварцшильдовой, поэтому в СО удаленного наблюдателя фотоны вылетают несимметрично, и их энергия также зависит от угла вылета.

Для расчета вылета фотонов на бесконечность мы используем стационарность задачи и получаем решение, точно учитывающее все эффекты ОТО. Во-первых, фотоны испытывают красное смещение: фотон, родившийся на радиусе r с энергией E_0 , достигает удаленного наблюдателя с энергией

$$E = E_0 \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}} \quad (4.19)$$

Во-вторых, фотоны, родившиеся под углом

$$\cos \theta \geq \sqrt{1 - \frac{27(r-1)}{4r^3}} \Xi\left(r - \frac{3}{2}\right), \quad (4.20)$$

съедаются черной дырой [123].

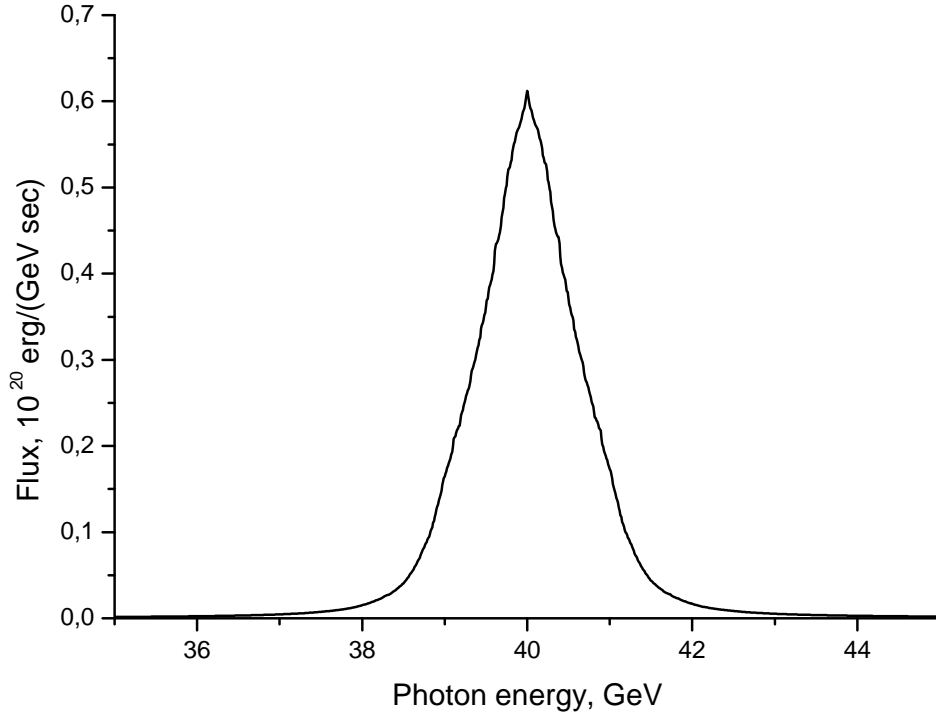


Рис. 4.1: Спектр гамма-излучения, возникающий в результате аннигиляции ТМ с образованием двух фотонов. Сечение описывается соотношением (4.18).

Примем массу черной дыры $M_{BH} = 3 \cdot 10^6 M_{\odot}$ (что соответствует $r_g = 10^{12}$ см), $v_{\infty} = 300$ км/с и $n_{\infty} = 2 \cdot 10^{-2}$ см $^{-3}$ (~ 0.8 ГэВ/см 3). Последнее значение соответствует окрестностям Солнечной Системы, в центре Галактики плотность должна быть выше, но, к сожалению, отсутствуют ее сколь-нибудь точные измерения. Результаты вычислений представлены на Рис. 4.1. Обсудим их.

Прежде всего, согласно выражению (4.17), концентрация частиц вблизи дыры ($r \sim r_g$) растет как n_{∞}/v_{∞} (напомним, что n_{∞} и v_{∞} — концентрация и скорости частиц на бесконечности). Т.к. аннигиляционный сигнал пропорционален квадрату плотности ЧТМ, он растет примерно в $(c/v_{\infty})^2$ раз по сравнению с полем темной материи, невозмущенным черной дырой. Так как темная материя изначально была холодна, скорости ЧТМ в Галактике создаются ее гравитационным полем и поэтому определяются гравитационным потенциалом рассматриваемой точки. Вблизи Солнечной Системы $v_{\infty} \simeq 300$ км/с; в центре Галактики v_{∞} выше, но того же поряд-

ка. Следовательно, можно ожидать усиления аннигиляционного сигнала на шесть порядков за счет роста плотности ТМ. К сожалению, объем области, где происходит подобный рост, довольно мал (порядка πr_g^3), хотя для черной дыры, находящейся в центре Галактики, $r_g \simeq 10^7$ км.

Во-вторых, несмотря на то, что скорости частиц в шварцшильдовом поле неограниченно приближаются к скорости света, максимальная энергия столкновения ЧТМ остается вполне конечной. Действительно, с помощью соотношений (4.6-4.7) можно убедиться, что сумма энергий частиц в системе центра масс равна:

$$E = 2m \frac{\sqrt{1 - v^2 \cos^2 \beta}}{\sqrt{1 - v^2}} = 2m \frac{\sqrt{r - \cos^2 \beta}}{\sqrt{r - 1}} \quad (4.21)$$

где 2β — угол между скоростями частиц. Наименьший радиус, на котором еще возможны лобовые столкновения ($\beta = \pi/2$) — это $r = 2$. Ему соответствует энергия столкновения $2\sqrt{2}m$. По мере приближения точки столкновения к горизонту событий энергии частиц продолжают расти, но максимально возможный угол β быстро уменьшается (т.к. скорости падающих частиц становятся почти параллельными). Если $r < 2$, он определяется формулой (4.16). Подставляя (4.16) в (4.21), мы получаем:

$$E_{max} = 2m\sqrt{r^2 + 4}$$

$$\lim_{r \rightarrow 1} E_{max} = 2\sqrt{5} m \quad (4.22)$$

Таким образом, несмотря на то, что энергии частиц в шварцшильдовом поле растут неограниченно, максимальная энергия столкновения частиц не превосходит $2\sqrt{5} m$. Поэтому, если порог некоторого канала аннигиляции превышает $2\sqrt{5} m$, этот процесс останется невозможным даже в окрестности черной дыры. Впрочем, даже для 40 ГэВных частиц этот предел превышает 170 ГэВ.

Таким образом, энергия столкновения ЧТМ может быть весьма высокой и таким образом влиять на соотношение различных каналов аннигиляции и даже менять основной канал. В частности, сильные резонансы могут возникать вблизи масс Z_0 и Хиггс-бозонов. Конечно, это может значительно усилить аннигиляцию и поменять ее продукты.

В-третьих, рассмотрим получающийся спектр аннигиляционного сигнала. В обычных условиях (вдали от экстремальных гравитационных полей) рассматривае-

мый канал аннигиляции ($\chi\tilde{\chi} \rightarrow 2\gamma$) должен давать очень узкую линию: ее ширина определяется разбросом скоростей сталкивающихся частиц:

$$\Delta E \sim m_{\text{DM}} v^2 \quad (4.23)$$

В рассматриваемом случае есть, по меньшей мере, три механизма уширения и смещения линии. Во-первых, энергия столкновения частиц (а значит, и энергии образующихся фотонов) существенно зависят от радиуса, на котором оно происходит, и угла между скоростями частиц (см. выражение 4.21). Во-вторых, центр масс сталкивающихся частиц, вообще говоря, движется, и при пересчете в лабораторную систему возникает лоренцев сдвиг. В-третьих, энергия фотонов, родившихся вблизи r_g , существенно уменьшается гравитационным красным смещением. Нужно отметить, что первый и третий эффекты имеют противоположные знаки и могут компенсировать друг друга. Несмотря на это, мы вправе были бы ожидать весьма широкую аннигиляционную линию.

Рис. 4.1, однако, показывает, что вышеприведенные эффекты хорошо компенсируют друг друга, и линия остается довольно узкой и почти не смещенной, что имеет большое практическое значение. Действительно, в литературе обсуждаются многочисленные методы [110] наблюдения признаков аннигиляции ТМ в центре Галактики (где, как мы уже упоминали, находится сверхмассивная черная дыра). Предлагается наблюдать как сами продукты аннигиляции, так и синхротронное излучение, которое они порождают. Здесь, однако, возникает принципиальная трудность: в центре Галактики концентрируется не только темная материя, но и пульсары, черные дыры звездных масс и прочие астрофизические источники жесткого излучения. Даже если мы зарегистрируем интересный сигнал из центра Галактики, нужно еще будет доказать, что он порожден именно аннигиляцией ТМ, а не каким-либо другим астрофизическим процессом. Если сигнал имеет широкий спектр, сделать это весьма трудно: обычно можно предложить удовлетворительную астрофизическую модель генерации широкого спектра, какой бы ни была его форма. А вот в случае наблюдения узкой линии на энергиях > 10 ГэВ, предложить альтернативный механизм ее формирования довольно трудно. Более того, энергия такой линии немедленно укажет массу ЧТМ. Поэтому потенциальная возможность наблюдать узкую аннигиля-

ционную линию всегда притягательна, даже если ширина соответствующего канала аннигиляции мала.

Как мы могли видеть, плотность ЧТМ вблизи черной дыры на несколько порядков выше. Более того, рост энергии столкновений частиц в этой области может существенно "расширить" канал аннигиляции в два фотона. Таким образом, черная дыра может быть довольно ярким источником аннигиляционной линии. Могут, однако, возникнуть опасения: а не превратится ли линия в широкий спектр ($\Delta E/E \sim 1$), например, из-за красного смещения? Рис. 4.1 показывает, что они беспочвенны: линия остается достаточно узкой ($\Delta E/E \sim 0.05$). С другой стороны, линия оказывается заметно шире, чем если бы она формировалась вдали от компактных объектов. В последнем случае ее ширина может быть оценена с помощью формулы (4.23), которая дает $\Delta E/E \sim (v_\infty/c)^2 \simeq 10^{-6}$. Таким образом, линию, возникающую в окрестности черной дыры, легко отличить от линии, возникающей в более обычных условиях.

4.2 Верхние пределы на сечение аннигиляции ТМ на основании гамма-наблюдений карликовой галактики Segue 1

4.2.1 Описание модели

Карликовые спутники Млечного Пути — практически идеальный источник для наблюдения аннигиляции ТМ [9]. Хотя плотность ТМ даже в их центре существенно ниже, чем в центре Галактики, они, как правило, совершенно не содержат источников космических лучей (чего никак нельзя сказать о центре Галактики), и поэтому практически любое жесткое излучение, зарегистрированное от этих карликовых галактик, было бы отличным кандидатом в следы аннигиляции темной материи. В этом смысле карликовые спутники Млечного Пути выгодно отличаются даже на фоне галактик с низкой поверхностной яркостью [22].

На текущий момент уже известны десятки карликовых спутников Млечного

Пути. В данной работе мы используем объект Segue 1, обладающий сразу несколькими преимуществами. Он ближайший к Солнечной Системе, имеет большую галактическую широту (и поэтому низкий фон), и среди всех спутников именно Segue 1, как ожидается, должен давать наибольший сигнал [95, 124, 125]. Т.к. источник расположен близко к потоку Стрельца, его природа была объектом дискуссий. Предполагали, что он является разрушенным звездным скоплением, по происхождению связанным с карликовой галактикой в Стрельце [126]. Однако изучение кинематики большего массива звезд (66 вместо 24) подтвердило, что Segue 1 — действительно, карликовая галактика [125]. Таблица 1 в [127] показывает, что полный сигнал от этого источника действительно должен быть наибольшим.

В литературе применялись подходы к поискам аннигиляционного сигнала ТМ, основанные на объединении наблюдательных данных, полученных от нескольких источников, либо непосредственно [127], либо с помощью байесовского анализа [128]. Объединение данных от нескольких источников представляется нам нецелесообразным: мало того, что расчетная светимость Segue 1 — самая большая, в вышеуказанной таблице имеются только два источника с хотя бы сопоставимой светимостью. Таким образом, статистика сигнала увеличится лишь незначительно, в то время, как складывание данных для разных источников, с совершенно разными уровнями фона и погрешностями оценок возможного аннигиляционного сигнала неизбежно приведет к значительному увеличению доверительных интервалов.

Все наше рассмотрение в этом параграфе основано на предположении, что вимп — это самая легкая суперсимметричная частица, нейтралينو. Однако единственное свойство нейтралино, которое мы используем — то, что нейтралино аннигилирует, главным образом, в пару тяжелых частиц (тяжелых кварков, Z или W бозонов, таонов и т.д.). Поэтому наши результаты легко обобщаются на любые вимпы, обладающие этим свойством.

Мы используем данные, полученные с помощью Fermi Large Area Telescope (LAT), так как этот инструмент обладает наибольшей чувствительностью к фотонам, которые могут возникать при аннигиляции нейтралино с массами в интервале от 10 ГэВ and 1 ТэВ. Черенковские телескопы, функционирующие в настоящее время, чувствительны только к фотонам с энергиями $\gtrsim 200$ ГэВ и поэтому могут

быть использованы только для поиска очень тяжелых ЧТМ [129]. Данные Fermi-LAT уже использовались в нескольких работах [94, 95, 97, 127]. Все они, однако, за исключением [97], рассматривали Segue 1 как точечный источник. Мы предприняли аккуратный анализ, учитывающий как спектральные, так и пространственные свойства источника, с использованием наблюдений заметно большей длительности, чем [97], что позволило улучшить результаты. Работа [127] рассматривала Segue-1 как точечный источник, но для расчета его потенциальной интенсивности использовала профиль НФВ [32], обладающий весьма высокой центральной плотностью и поэтому приводящий к весьма высокой оценке ожидаемого сигнала. Мы использовали более осторожное предположение о профиле Эйнасто, который предсказывает более слабый сигнал и поэтому приводит к более консервативным оценкам сечения аннигиляции, чем [127]. Как мы покажем ниже, модель Эйнасто вообще предсказывает сигнал, лишь чуть-чуть превосходящий минимально возможный при заданных наблюдательных данных для Segue 1, и поэтому весьма консервативна. Кроме того, мы рассматриваем возможное зоммерфельдово усиление аннигиляции [130], существенно зависящее от скорости столкновения частиц, и поэтому – от расстояния до центра галактики. В этом случае как полная светимость, так и угловое распределение источника зависят от выбора не только параметров зоммерфельдова усиления, но и от выбранного профиля плотности, и вычисление неопределенностей верхнего предела на сечение аннигиляции, определенного из наблюдения гамма-лучей, становится нетривиальной задачей.

Сразу оговоримся, что в этом параграфе мы везде предполагаем, что ЧТМ эквивалентна своей античастице (что, в частности, всегда верно для нейтралитона). Если это не так — интенсивность аннигиляции ополовинивается, и все верхние пределы на сечение аннигиляции должны быть умножены на 2. С другой стороны, основная цель нашего анализа — сравнить полученные из наблюдений верхние пределы с оценкой сечения, полученной на основании количества ТМ во Вселенной $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ [110] (см. ниже). Это значение тоже удваивается, если ЧТМ неэквивалентна своей античастице. Следовательно, в этом смысле отношение полученных верхних пределов к $\langle\sigma v\rangle_a$ не зависит от физической природы темной материи.

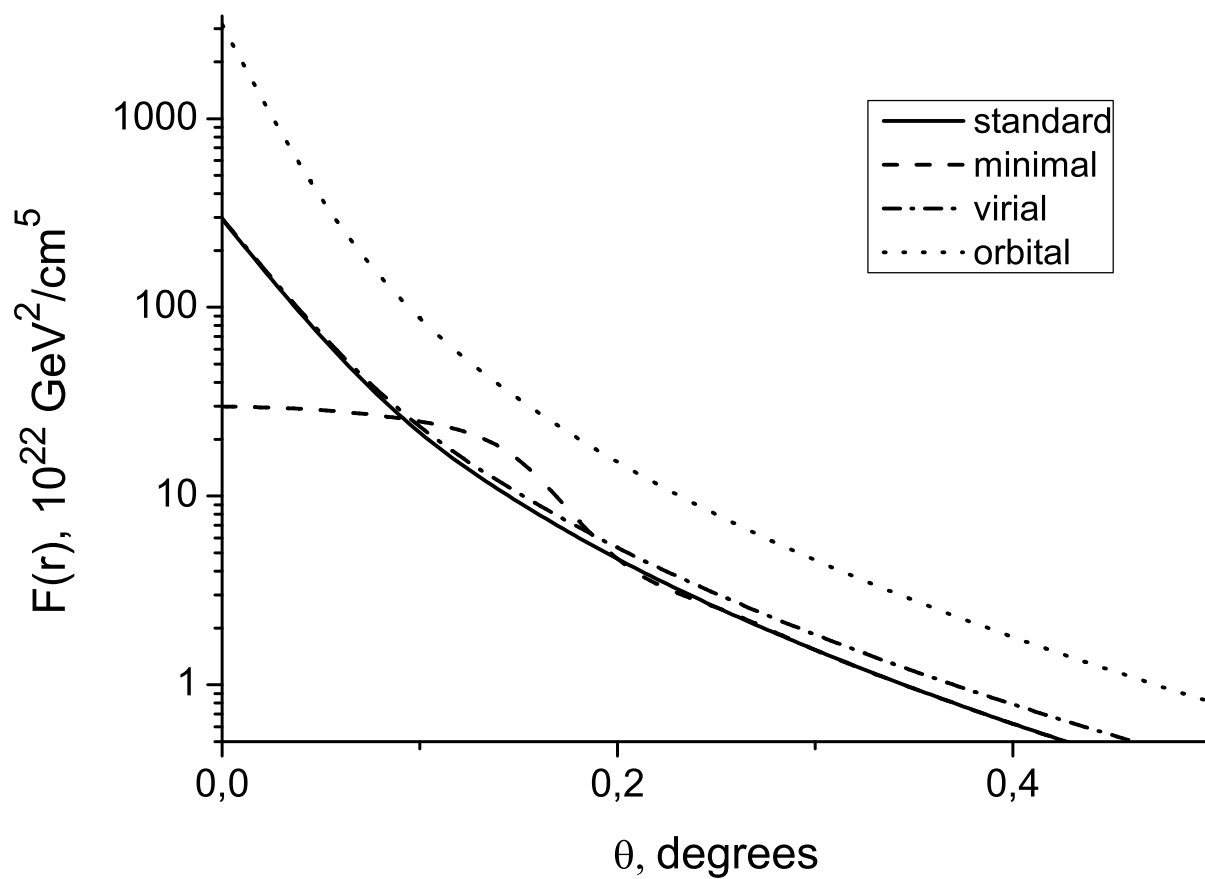


Рис. 4.2: Угловое распределение сигнала для четырех профилей, используемых в этой работе. Здесь θ — угловое расстояние от центра источника, $F(r)$ определяется формулой (4.25) для $C = 16$ а $\langle \sigma v \rangle = \langle \sigma v \rangle_c$.

Аннигиляционный сигнал (т.е. количество фотонов $d\mathfrak{N}$, приходящих к удаленному наблюдателю из элемента телесного угла $d\Omega$ за время dt на площадь dA в энергетическом интервале dE), вообще говоря, равен

$$I = \frac{d\mathfrak{N}}{dAd\Omega dE dt} = \frac{\langle\sigma v\rangle_c}{8\pi m_\chi^2} \cdot F \cdot \frac{dN}{dE} \quad (4.24)$$

где dN/dE — спектр фотонов, производимых единичным актом аннигиляции, и

$$F(r_p) = \int_{LOS} C \frac{\langle\sigma v\rangle}{\langle\sigma v\rangle_c} \rho^2 dl, \quad (4.25)$$

где $F(r_p)$ — произведение трех сомножителей проинтегрированное вдоль линии зрения (line-of-sight, LOS), проходящей на расстоянии r_p от центра источника. $C = \langle\rho^2\rangle/\langle\rho\rangle^2$ — так называемый фактор усиления (boost factor), который описывает усиление сигнала из-за возможного присутствия подструктур в темной материи источника. Вопрос об их присутствии в Segue 1 довольно туманен [14], и мы не будем его касаться, принимая $C \equiv 1$. Сомножитель $\langle\sigma v\rangle/\langle\sigma v\rangle_c$ учитывает возможную зависимость $\langle\sigma v\rangle$ от средней скорости частиц, например, при наличии заметного эффекта Зоммерфельда. $\langle\sigma v\rangle_c$ — некое характерное значение, выбранное так, чтобы в случае зависимости $\langle\sigma v\rangle$ от скорости $\langle\sigma v\rangle = \langle\sigma v\rangle_c = \text{constant}$.

$F(r_p)$ полностью описывает угловое распределение источника. Заметим, что обычно в литературе используются величины $J(\Omega) \equiv L(\Omega) = \int_{\Omega(r)} F(r_p[\Omega]) d\Omega$, причем J и L считаются функциями от угла. При таком определении они, в отличие от $F(r_p)$, зависят от расстояния до источника. Мы принимаем расстояние до Segue 1 равным 23 кпс.

Значения масс Segue 1 внутри нескольких радиусов были получены из наблюдений немногих (< 100) звезд, принадлежащих источнику, при этом форма профиля (Эйнасто или НФВ) предполагалась известной [см., например 124], [131]. Для описания углового распределения сигнала мы использовали четыре модели. Две первых предполагали независимость $\langle\sigma v\rangle$ от скорости.

Первая модель (которую мы называем *стандартная*) основана на профиле Эйнасто:

$$\rho = \rho_s \exp \left[-2n \left\{ \left(\frac{r}{r_s} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} \right] \quad (4.26)$$

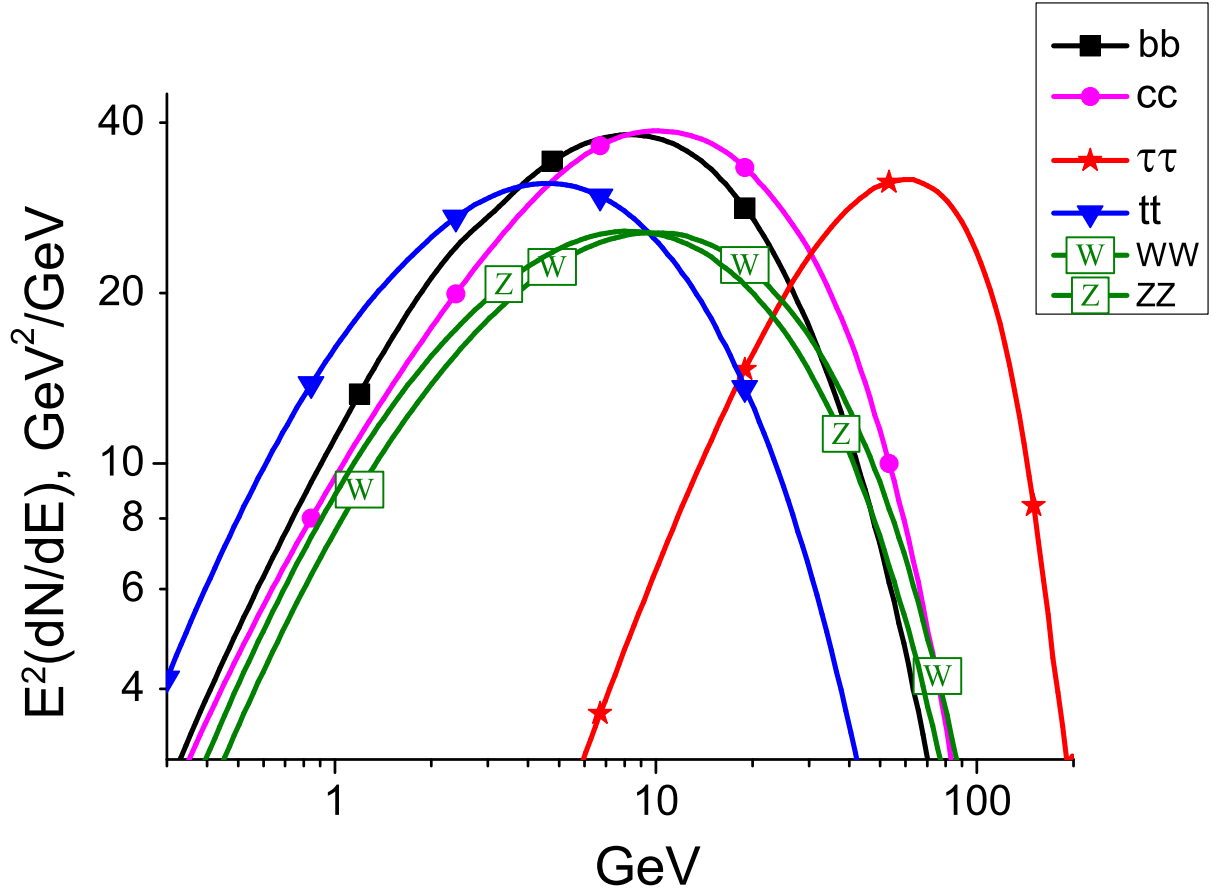


Рис. 4.3: Спектр фотонов, возникающий при аннигиляции пары нейтралино с массой 200-ГэВ по различным каналам (спектры нормализованы так, как если бы рассматриваемый канал аннигиляции был единственным). Каналы $b\bar{b}$, $c\bar{c}$, $\tau\bar{\tau}$, $t\bar{t}$, $W\bar{W}$ и $Z\bar{Z}$ изображены линиями с квадратами, кругами, звездами, треугольниками и буквами W и Z , соответственно.

с параметрами, выбранными в соответствии с [96]: $\rho_s = 1.1 \cdot 10^8 M_\odot \text{кпс}^{-3}$, $r_s = 0.15 \text{кпс}$ и $n = 3.3$. Для этого профиля мы принимаем $\langle\sigma v\rangle = \langle\sigma v\rangle_c$. Стоит отметить, что массы внутри радиусов звездных орбит и функция $F(r_p)$ в настоящее время измерены гораздо лучше, чем параметры ρ_s , r_s и n по отдельности. Некоторые авторы [97] использовали совершенно другой набор этих параметров, который, однако, соответствует весьма сходной функции $F(r_p)$. Отметим, что использованное нами значение $J_{tot} = \oint F d\Omega = 10^{19.2} \text{ГэВ}^2 \text{ср см}^{-5}$ меньше, чем $J_{tot} = 10^{19.6} \text{ГэВ}^2 \text{ср см}^{-5}$, использованное в [127].

Нужно отметить большую неопределенность определения профиля плотно-

сти источника Segue 1: практически все звезды лежат в пределах $10'$ ($\simeq 67$ пс) от центра [125], что существенно меньше, чем r_s . Мы используем вторую (*минимальную*) модель для того, чтобы проверить, насколько полученные нами ограничения на сечение аннигиляции зависят от конкретного выбора профиля плотности. Предполагается, что *минимальная* модель имеет в точности такое же распределение ТМ вне радиуса 67 пс и такую же полную массу темной материи внутри этого радиуса, что и *стандартная* модель (4.26), а вот внутри радиуса 67 пс, материя распределена совершенно однородно. В этом случае сигнал будет минимальным из всех моделей, совместимых с наблюдательными данными. Кроме того, такой консервативный выбор профиля плотности дает более широкое угловое распределение сигнала.

Среди всех возможных сценариев, для которых $\langle\sigma v\rangle$ зависит от v , мы рассматриваем эффект Зоммерфельда [130]. Если ЧТМ вступают только в стандартные взаимодействия, эффект Зоммерфельда может проявляться только для очень тяжелых вимпов, с ТэВными массами, но если имеются более легкие (и пока гипотетические) бозоны-медиаторы, усиление может возникать и для легких вимпов [132]. Аналогичные теоретические построения применялись и для объяснения избытка позитронов, зарегистрированного аппаратом Pamela [133].

Мы используем две модели с эффектом Зоммерфельда. Обе они имеют в точности тот же профиль плотности Эйнаста, что и *стандартная* модель, что позволяет найти гравитационный потенциал $\phi(r)$ источника Segue 1. Если эффект Зоммерфельда возникает, то, грубо говоря, $\langle\sigma v\rangle \sim 1/v$. Таким образом, вопрос сводится к зависимости средней скорости столкновений v от радиуса r . Мы нормируем $\langle\sigma v\rangle$, используя в качестве характерного значения скорости скорость убегания из центра Segue 1, $v_c = 2 \sqrt{-\phi(0)} \simeq 60$ км сек $^{-1}$:

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{v_c}{v} \langle\sigma v\rangle_c . \quad (4.27)$$

Кроме абсолютной интенсивности, эффект Зоммерфельда влияет и на угловой профиль источника: мы должны принять во внимание распределение скоростей частиц как функцию r . Свойства этого распределения еще не совсем ясны, [6, 8], поэтому мы рассмотрим две возможных гипотезы о распределении средней скорости

столкновения v внутри Segue 1. Можно предположить, что эта скорость пропорциональна скорости убегания, или, для простоты, $v = 2v_{esc}/\sqrt{2} = 2\sqrt{-\phi(r)}$. Очень похожая ситуация имеет место, если радиальное движение частиц доминирует [8]. В дальнейшем мы будем называть эту модель *вириальной*.

В противоположном случае, когда функция распределения более или менее изотропна, разумно предположить, что $v = \sqrt{2}v_{orb}(r)$, где $v_{orb}(r)$ — орбитальная скорость на радиусе r . Эта ситуация напоминает хорошо известный случай изотермического гало ТМ и, возможно, характерна для центра гало [12]. Кроме того, экспериментально обнаруженная малая дисперсия скоростей звезд в центре Segue 1, ~ 3.7 км сек $^{-1}$ [125] косвенно свидетельствует в пользу этого сценария. Мы назвать эту модель *орбитальной*.

Профили сигнала для каждой из четырех моделей показаны на Рис. 4.2.

Ошибки в определении фактора $F(r_p)$ на основании наблюдательных данных слабо зависят от радиуса и могут быть оценены [96] как

$$\sigma(\log_{10} F) \simeq 0.6 . \quad (4.28)$$

Если предположить, что распределение погрешностей в определении логарифма $F(r_p)$, $\log_{10} F$, является гауссовым, 2σ -интервал для $F(r_p)$ дополнительному произвольному множителю в соотношении (4.24), лежащему в диапазоне $0.063 - 16$. Ясно, что это и есть главный источник неопределенности в определении верхних пределов на сечение. Однако $F(r_p)$ — является внешним фактором для теста правдоподобия, применяемого нами для анализа данных *Fermi*-LAT, при условии, если угловой профиль источника реалистичен, и поэтому для заданного профиля и фактора усиления полученные ограничения на $\langle\sigma v\rangle$ в первом приближения пропорциональны этому дополнительному произвольному множителю в $F(r_p)$.

Угловой размер источника сравним с угловым разрешением спутника *Fermi*-LAT на энергиях, превышающих 10 ГэВ; для *стандартной* модели 68% сигнала приходят из круга с радиусом 0.17° , а 95% — с радиусом 0.54° вокруг центра источника. Т.к. мы используем тест правдоподобия для сигнала, сгруппированного в ячейки, хотелось бы по возможности уменьшить зависимость карты сигнала от небольшого сдвига сетки ячеек. Для этого мы несколько "размазываем" про-

филь, используя вместо $F(r_p)$, определяемого соотношением (4.25), мы используем $\tilde{F}(r_p) \equiv \int_{\Delta\Omega} F(r_p) d\Omega / \Delta\Omega$, где $\Delta\Omega \simeq 0.037^\circ \times 0.037^\circ$, что несколько меньше размера пикселя и приблизительно соответствует участку $15\text{pc} \times 15\text{pc}$ на расстоянии источника. Размер сглаживания примерно в 2.5 раза Уже, чем угловое разрешение *Fermi*-LAT на энергиях, превышающих 10 ГэВ, и поэтому его конкретный выбор не влияет на результаты подгонки с использованием теста правдоподобия.

Вопрос о спектре фотонов, возникающий в результате аннигиляции нейтралино, вообще говоря, довольно сложен. Наиболее вероятна аннигиляция с образованием пары частиц (кварков, лептонов, калибровочных бозонов и т.д.). Каналы с легкими конечными продуктами сильно подавлены требованием сохранения спиральности, и поэтому в основном образуются тяжелые частицы (b , t , c -кварки, W , Z -бозоны, τ -лептоны). Обозначим доли отдельных каналов буквами k (например, $k_{\tau\tau}$ — усредненная доля аннигиляций с образованием пары таонов). Тяжелые первичные продукты аннигиляции неустойчивы и быстро распадаются с образованием стабильных частиц, в том числе, фотонов (главным образом образующихся при распаде вторичных пионов). С помощью пакета DarkSUSY [134] мы получили спектр фотонов, возникающих в различных каналах аннигиляции.

Реальный спектр фотонов является линейной комбинацией спектров, возникающих в отдельных каналах аннигиляции, с коэффициентами k_i . Вклады различных каналов k_i (а следовательно, и спектр) зависят от выбора конкретной модели суперсимметрии. Чтобы избежать довольно сложного рассмотрения всего пространства параметров суперсимметрии, мы используем спектры отдельных каналов и получим верхние ограничения на произведения $k_i\sigma$. Мы используем два типа спектральных моделей для каждого значения массы ЧТМ: спектры соответствуют чистой аннигиляции в пары $b\bar{b}$ и $\tau\bar{\tau}$. Рис. 4.3 показывает спектры фотонов, возникающих при аннигиляции пары нейтралино с массой 200-ГэВ по различным каналам (спектры нормализованы так, как если бы рассматриваемый канал аннигиляции был единственным). Можно видеть, что спектры всех каналов, за исключением $\tau\bar{\tau}$ и $t\bar{t}$, весьма схожи со спектром $b\bar{b}$ -канала. Поэтому, ставя верхний предел на $k_{bb}\sigma$, мы фактически получаем ограничение на $(k_{bb} + k_{cc} + k_{WW} + k_{ZZ})\sigma$.

Отметим, что для заметной доли суперсимметричных моделей сумма $(k_{bb} +$

$k_{cc} + k_{WW} + k_{ZZ}$) близка к 1. Относительная ширина канала $\tau\bar{\tau}$ обычно заметно меньше 1, но спектр этого канала очень жесткий, и его легче заметить, так как фот быстро убывает с ростом энергии. Спектр $t\bar{t}$ -канала мягче, чем у $b\bar{b}$, но по нижеперечисленным причинам мы решили не использовать его как третью спектральную модель. Во-первых, для лёгких нейтралино этот канал вообще закрыт из-за огромной массы правдивого кварка. Во-вторых, сумма $(k_{bb} + k_{cc} + k_{WW} + k_{ZZ})$, как правило, по меньшей мере, сравнима с k_{tt} [135]. В-третьих, спектр $t\bar{t}$ -канала не так уж далек от спектра $b\bar{b}$.

Мы используем набор масс ЧТМ, покрывающий интервал масс ЧТМ от 40 до 5000 ГэВ [27] примерно равномерно, если использовать как координату $\log E$: 40, 50, 63, 80, 100, 126, 159, 199, 251, 316, 398, 501, 631, 794, 1000, 1259, 1585, 1995, 2512, 3162, 3981 и 5011 ГэВ. Всего мы используем 44 спектральных модели: $b\bar{b}$ и $\tau\bar{\tau}$ или каждой из 22 масс ЧТМ. Модели пространственного распределения ТМ, конечно, не зависели от массы частиц темной материи.

4.2.2 Анализ данных

Мы искали признаки гамма-излучения от карликовой галактики Segue 1 с использованием данных LAT, основного инструмента на борту космического аппарата Fermi, описание которого приведено в [136].

Анализ данных проводился с помощью Fermi-LAT ScienceTools версии 9.23.1, и с использованием функции отклика прибора P7SOURCE_V6. Фон космических лучей был уменьшен с помощью каталога событий P7SOURCE, который включает в себя только события, с высокой вероятностью порожденные фотонами. Мы также применили обрезание на зенитном угле 100° , чтобы минимизировать "перетекание" фотонов от лимба Земли, за исключением временных интервалов, когда вся интересующая нас область была вне пределов этого зенитного угла. Кроме того, мы исключили данные, полученные в момент прохождения Южной Атлантической Аномалии. Данные, используемые в этой работе, были получены в период с 8 августа 2008 г. по 4 февраля 2012 г.

Тест правдоподобия выполняется на карте с размером пиксела 0.05° в гно-

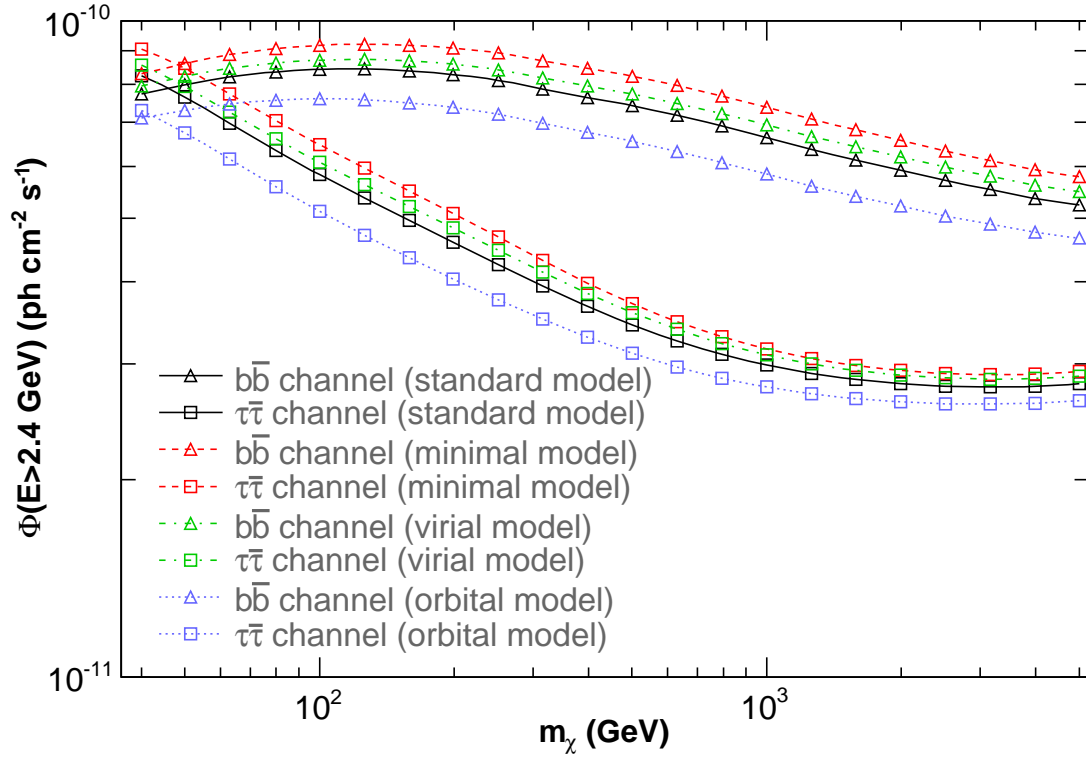


Рис. 4.4: 95% доверительный интервал для верхних ограничений на полный поток от источника Segue 1. Две кривые одинакового цвета соответствуют 100% $b\bar{b}$ -каналу (треугольники) and 100% $\tau\bar{\tau}$ -каналу (квадраты) для данной пространственной модели. Представлены все четыре пространственные модели, описанные в тексте.

монической (TAN) проекции, размером 10° вокруг точки $\alpha_{J2000} = 151.767^\circ$ и $\delta_{J2000} = 16.0819^\circ$, номинального центра Segue 1. Мы использовали только фотоны с энергией больше, чем 2.4 ГэВ, для которых 68 % функции распределения от точечного источника (PSF) находятся внутри $\sim 0.45^\circ$. Спектр аннигиляции всегда существенно жестче, чем фона, и поэтому высокая энергия порога помогает свести к минимуму загрязнение фоновым излучением.

Полная модель фона включает в себя семь источников, перечисленных во втором каталоге источников LAT [137], и стандартный галактический диффузный компонент LAT стандарт Galactic диффузный компонент излучения `gal_2yearp7v6_v0.fits` вместе с соответствующим изотропным шаблоном `iso_p7v6source.txt`, который учитывает внегалактическое излучение

и остаточное загрязнение космическими лучами. Все семь источников лежат вне зоны, которую мы изучали, и моделируются как точечные источники со степенными спектрами. Их пространственные и спектральные параметры были фиксированы на значениях, приведенных в каталоге, а нормировки диффузных компонент свободно варьировались.

Для описания источника Segue 1 использовался пространственный шаблон диаметром 2° с разрешением 0.05° , в соответствии с соотношениями 4.25 и 4.26. Несмотря на то, что разрешение немного больше, чем размер области сглаживания, примененного к профилю Segue 1, это не повлияло на результаты теста правдоподобия. Проведенный анализ с другими разрешениями показал стабильность полного потока в пределах 1%.

Как описано выше, мы используем две спектральных модели аннигиляции нейтрино, в кварки ($b\bar{b}$) и лептоны ($\tau\bar{\tau}$) для каждой из четырех моделей профиля: (*стандартной, минимальной, виртуальной и орбитальной*). Мы протестировали 22 значения массы ЧТМ в интервале от 40 ГэВ до 5011 ГэВ.

Мы анализировали данные для энергий от 2,4 ГэВ до 300 ГэВ. Нижний предел был выбран для оптимизации ограничений для нейтрино с массами выше 100 ГэВ. Никакого статистически значимого сигнала обнаружено не было. Таким образом, мы получаем верхние пределы для интегрального потока в диапазоне энергий 2.4 ГэВ - 300 ГэВ с использованием статистического теста правдоподобия. В таблице 4.1 указаны 95 % доверительные интервалы для верхних пределов на сигнал аннигиляции темной материи в источнике Segue 1 (для *стандартной* модели).

Рисунок 4.4 показывает верхние пределы интегрального потока как функцию массы нейтрино для двух каналов аннигиляции для всех четырех моделей профиля плотности, рассматриваемых в этой работе. Отметим, что для канала $b\bar{b}$ энергия получающихся при аннигиляции фотонов в среднем меньше, чем для $\tau\bar{\tau}$ (см. Рис. 4.3). Поэтому для канала $\tau\bar{\tau}$ фоновое излучение слабее и, следовательно, полученные верхние пределы ниже.

Анализ, проведенный с использованием данных Pass-6, обеспечивает более жесткие верхние пределы по сравнению с данными Pass-7, примерно на 10 % для нейтрино малой массы (т.е. $m_\chi < 100$ ГэВ для $b\bar{b}$ и $m_\chi < 501$ ГэВ для $\tau\bar{\tau}$ моде-

m_χ , GeV	Поток, $b\bar{b}$	Поток, $\tau\bar{\tau}$
50	7.98	7.65
100	8.43	5.83
501	7.42	3.44
1000	6.64	2.99
5011	5.24	2.80

Таблица 4.1: Верхние пределы на полный поток на энергиях, превышающих пороговую 2.4 ГэВ, от источника Segue 1 для вимпов различной массы (и *стандартной* пространственной модели). Доверительный уровень 95%, единицы 10^{-11} фотонов см^{-2} сек $^{-1}$.

лей) и около 20 % для массивных нейтралино. Скорее всего, этот эффект возникает из-за статистических колебаний. Шаблоны для диффузного и изотропного излучения различны для Pass 6 и Pass 7, и они оказывают доминирующее влияние на тест правдоподобия. В каталоге Pass-7 событий с энергиями от 2,4 до 300 ГэВ, мы находим 7 событий в круге 0.5° вокруг номинальной позиции Segue 1 (5 событий в каталоге событий Pass-6). На всей рассматриваемой области наблюдаются 920 событий, или в среднем 9,2 на квадратный градус.

Рис. 4.5 показывает ограничения на $\langle\sigma v\rangle$, накладываемые нашим анализом в предположении $k_{bb} = 1$ и $k_{\tau\tau} = 1$. Отметим, что они не учитывают погрешность (Выр. 4.28) в распределении плотности ТМ. Систематические и статистические погрешности, возникающие при моделировании звездной кинематики Segue 1, вообще являются основным источником ошибок, причем с неизвестным распределением, но, во всяком случае, они не являются чисто статистическими.

4.2.3 Результаты и их обсуждение

Можно сделать несколько выводов. Прежде всего, пределы для *стандартной* и *минимальной* моделей почти не отличаются, показывая, что пределы, полученные с использованием профиля Эйнасто, весьма консервативны и не очень чувствительны к выбору формы профиля плотности. Пределы для *стандартной* и *вириальной* модели практически совпадают. Это — следствие малого размера центральной

область источника, ведь его угловой размер меньше, чем r_s . В результате, ϕ (и поэтому средняя скорость ЧТМ) незначительно изменяется в пределах источника.

Орбитальная — единственная модель, для которой исключается реликтовое сечение аннигиляции $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ сек}^{-1}$ (в области малых масс нейтралино). Это связано с тем, что $v_{orb} \rightarrow 0$, если центральная плотность гало конечна. В результате сигнал из центра значительно возрастает. К сожалению, ограничение является существенным только для малых масс нейтралино и только в присутствии усиления Зоммерфельда. Как мы уже обсуждали, эффект Зоммерфельда для частиц малой массы может появиться только тогда, когда вимпы взаимодействуют через некий гипотетический маломассивный бозон, а не через известные калибровочные бозоны. Таким образом, мы можем исключить только довольно экзотические модели темной материи. Прямое сравнение наших результатов с результатами [127] затруднено, т.к. в данной работе статистическая погрешность определения J-фактора, получающаяся из-за погрешностей измерения профиля темной материи и звездной кинематических данных, рассматривалась как статистическая и включалась в общий тест правдоподобия.

Как мы уже упоминали, сумма каналов $(b\bar{b} + c\bar{c} + W\bar{W} + Z\bar{Z})$ доминирует для большинства суперсимметричных моделей, а ее суммарный спектр мало отличается от такового для $b\bar{b}$. Поэтому мы можем рассматривать предел, полученный для $b\bar{b}$ модели, как достаточно точное ограничение на полное сечение аннигиляции.

Но какие ограничения наши верхние пределы могут наложить на физические модели темной материи? Во-первых, все модели, в которых темная материя никогда не была в состоянии термодинамического равновесия с остальным веществом, предсказывают сечения аннигиляции значительно ниже, чем показанные на рисунке 4.5. Если темная материя когда-то была в состоянии термодинамического равновесия, можно оценить ее сечение аннигиляции в ту эпоху, исходя из количества ТМ во Вселенной в настоящий момент: $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ сек}^{-1}$ для майорановских частиц [110]. Как видим, полученные нами верхние пределы никогда не достигают $\langle\sigma v\rangle_a$, за исключением *орбитальной* модели; для всех остальных моделей они, по крайней мере, в 4 раза выше.

С другой стороны, разница не столь велика, и можно было бы ожидать, что

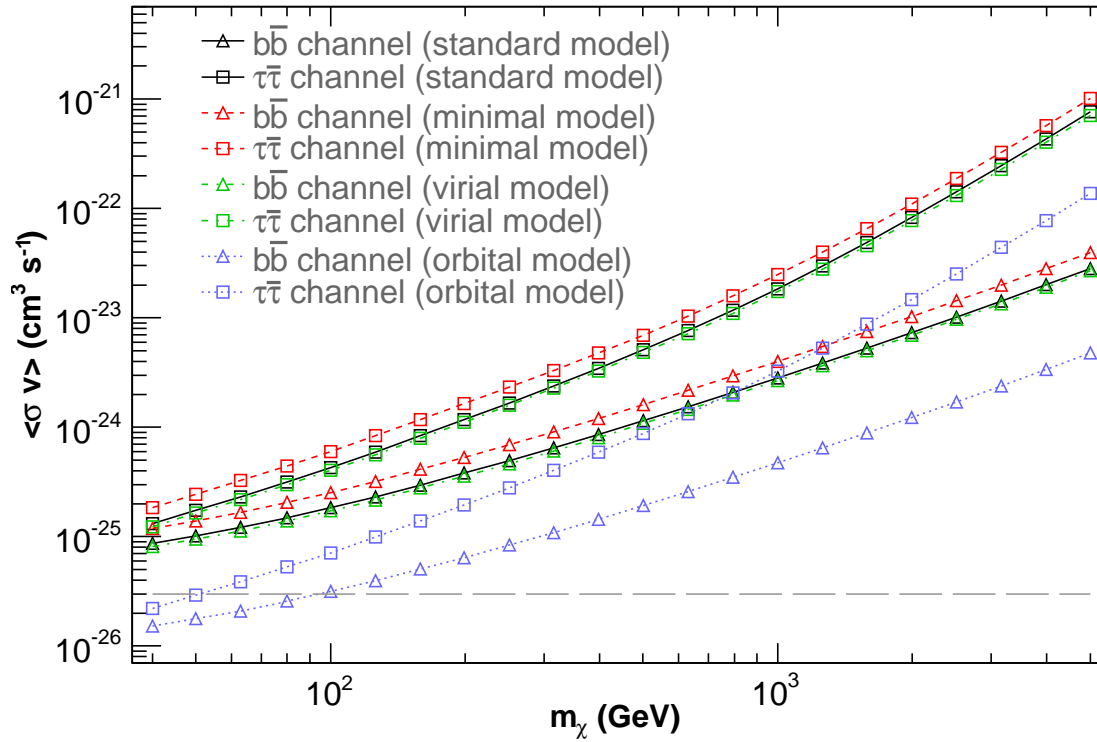


Рис. 4.5: 95% доверительный интервал для верхних пределов на $\langle\sigma v\rangle$ как функция от массы ЧТМ для случая $k_{bb} = 1$ (кривые с треугольниками) и $k_{\tau\tau} = 1$ (кривые с квадратами) для каждой из четырех пространственных моделей. Горизонтальная штриховая линия показывает реликтовое сечение аннигиляции, полученное на основании количества ТМ во Вселенной $\langle\sigma v\rangle_a \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ см}^3 \text{ сек}^{-1}$.

наши результаты исключают, по крайней мере, механизмы значительного усиления сигнала, такие, как сильный эффект Зоммерфельда или высокий фактор усиления C . К сожалению, даже этот вывод, вообще говоря, сделать нельзя. Когда темная материя "вымораживалась" из термодинамического равновесия с остальным веществом, средняя скорость ЧТМ составляла десятки тысяч километров в секунду. Сейчас эта скорость составляет сотни километров в секунду [8]. Если s -канал аннигиляции преобладает (как правило, это именно так), $\langle\sigma v\rangle \simeq \text{const} + \alpha v^2$. p -канал доминирует реже, и в этом случае $\langle\sigma\rangle \simeq \text{const} + \alpha v^2$ [135]. Мы приходим к выводу, что $\langle\sigma v\rangle$ для малых скорости, т.е. для современной эпохи, может быть примерно равен его значению при "вымораживании" (в первом случае), или вплоть до 100 раз меньше (во втором случае). В последнем случае мы не можем исключить даже усиления аннигиляции в сотни раз; только очень большие значения C и эффекта Зоммерфельда (> 500) могут быть отброшены.

Как видим, наблюдательные результаты не так уж существенно ограничивают реалистичные модели темной материи, за исключением ограничений на фактор усиления C и усиление Зоммерфельда, впрочем, тоже довольно щадящих. Возникает вопрос: что можно сделать для улучшения этих ограничений? Прежде всего, лучшее измерение профиля плотности Segue 1 уменьшило бы систематические погрешности (см. выражение 4.28), хотя, может быть, и несущественно улучшило бы верхние пределы. Однако так мы не достигнем даже сечения $\langle\sigma v\rangle_a$, определяемого из количества ТМ в современной Вселенной, в то время, как мы должны достигнуть хотя бы этого значения, чтобы наложить заметные ограничения на большой веер теоретически допустимых моделей ТМ. Как можно видеть на Рис. 4.5, пределы на $\langle\sigma v\rangle$ должны быть улучшены, по крайней мере, на два порядка для ЧТМ с массами порядка 1 ТэВ. Для более высоких масс ЧТМ уже существующие черенковские телескопы более чувствительны, чем *Fermi-LAT* [129]. Это едва ли возможно для спутниковых детекторов гамма-лучей ГэВ-диапазона, т.к. для этого необходимо работать в режиме доминирующего фона, в котором чувствительность увеличивается лишь как квадратный корень времени наблюдения. Уже изотропный, предположительно внегалактический фон, обеспечивает интегральный поток фотонов (с энергией выше 2,4 ГэВ) на 0.2° -пиксель, который составляет 2,5 % от нашего верхнего предела

для $b\bar{b}$ -модели. Улучшения углового разрешения детектора также не поможет из-за собственной угловой протяженности источника. Наблюдения гамма-квантов с энергиями ~ 20 ГэВ все же могут быть проведены, но также в режиме доминирующего фона. Поэтому крупные черенковские телескопы, такие, как СТА, представляются весьма многообещающей альтернативой. Основным преимуществом этих приборов является их огромная эффективная площадь $\sim 10^6$ м² [15, 16, 138], которая может быть достаточна, чтобы достигнуть $\langle\sigma v\rangle_a$ даже для тяжелых вимпов. Единственным существенным недостатком черенковских детекторов является их относительно высокая пороговая энергия (~ 50 ГэВ), то есть они принципиально неспособны обнаружить аннигиляцию вимпов в меньшей массой. С другой стороны, для большей части разумных моделей темной материи (например, CMSSM) маломассивные вимпы очень скоро будут исключены (или обнаружены!) с помощью БАК.

4.3 Аннигиляция темной материи в ранней Вселенной

4.3.1 Основная идея

В этом параграфе мы рассмотрим аннигиляцию ТМ в эпоху, близкую ко времени формирования реликтового излучения ($z \sim 1000$). Тогда средняя концентрация ЧТМ $n \propto (z + 1)^3$ была на девять порядков выше, чем сейчас, и на четыре порядка выше, чем в нашей Галактике вблизи Солнечной системы. Таким образом, мы можем ожидать, что аннигиляция, скорость которой пропорциональна n^2 , была очень интенсивной в ту эпоху [4, 19].

Из всех частиц, которые могут возникать при аннигиляции темной материи, мы будем рассматривать только фотоны, так как они не заряжены, и их можно легко наблюдать. Незаряженных частиц не взаимодействуют с магнитным полем Галактики, что позволяет измерить внегалактический фон достаточно надежно.

Чем моложе была Вселенная, тем выше были плотность ТМ и темпы аннигиляции. Однако излучение из очень ранней Вселенной не может достичь до нас из-за непрозрачности. Поэтому основная часть сигнала от реликтовой аннигиляции ТМ,

который мы могли бы наблюдать в настоящий момент, должна была возникнуть в момент, когда Вселенная только что стала прозрачной для фотонов, порождаемых аннигиляцией. Позже плотность ТМ быстро падала, уменьшая сигнал. Этот момент (и его красное смещение) зависит, конечно, от характерной энергии фотонов, другими словами, от физической природы темной материи.

Таким образом, аннигиляция ТМ в ранней Вселенной должна была привести к образованию своего рода реликтового излучения. Мы вычислим его поток и спектр. С одной стороны, такое излучение может быть обнаружено в спектре внегалактического фона. Отличительной особенностью этого излучения должна быть его высокая изотропность. С другой стороны, отсутствие такого сигнала может наложить некоторые ограничения модели ТМ.

В расчетах мы предполагаем, что темная материя однородна. Это — самое простое, но не естественно возможное предположение. Возможная амплитуда возмущений плотности темной материи и их влияние на сигнал аннигиляции будет обсуждаться в конце статьи. Мы также применим полученную теорию к одному из самых популярных кандидатов в частицы ТМ, вимпам, и покажем, что не исключено, что сигнал от их аннигиляции уже наблюдается.

4.3.2 Расчеты

Метрика однородной изотропной Вселенной может быть записана как $ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dl^2$, где dl — элемент трехмерной длины [87]. В согласии с наблюдениями [27], мы предположим, что трехмерная кривизна Вселенной равна нулю. Введем полярные координаты с центром в месте расположения наблюдателя. Тогда метрика может быть записана как:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2(d\zeta^2 + \sin^2\zeta d\xi^2)] \quad (4.29)$$

Мы выбираем нормировку a так, чтобы ее современное значение $a_0 = 1$ (в этом параграфе подындекс 0 используется для обозначения современных значений величин). Тогда z и a связаны как:

$$z + 1 = \frac{1}{a} \quad (4.30)$$

Количество актов аннигиляции в объеме dV за интервал собственного времени $d\tau$ равно (в случае однородности темной материи)

$$\frac{1}{2} \langle \sigma v \rangle n^2 d\tau dV \quad (4.31)$$

Здесь множитель $\frac{1}{2}$ соответствует случаю, когда частица ТМ эквивалентна своей античастице, как это имеет место для одного из самых популярных вимпов, нейтралино. В противном случае коэффициент должен быть в два раза меньше.

Здесь мы должны сделать два временных упрощающих предположения: мы предполагаем, что один акт аннигиляции производит один фотон фиксированной энергии β и что Вселенная прозрачна для фотонов (Позже мы обобщим этот результат, с учетом непрозрачности Вселенной и произвольного спектра испускаемых при аннигиляции фотонов). Рассмотрим элемент трехмерного пространства, который является частью сферического слоя $[r; r + dr]$ который виден локальному наблюдателю под телесным углом $d\omega$. Если эффективная площадь детектора равна dS , число фотонов, приходящих на него за интервал времени dt равно:

$$P = \frac{\langle \sigma v \rangle}{8\pi} \frac{n_0^2}{a^2} dt d\omega dr dS \quad (4.32)$$

Фотоны, которые испускаются с фиксированной энергией β , из-за красного смещения приходят к наблюдателю с меньшей энергией ε ; β и ε связаны обычным соотношением

$$\frac{\varepsilon}{\beta} = a \quad (4.33)$$

где a относится к моменту испускания. Бóльшим r соответствует меньшее a . Чтобы найти соотношение между ними, нужно записать уравнение движения фотона, т.е. $ds = 0$. Из (4.29) мы получаем для радиального движения $c dt = a dr$; откуда следует:

$$dr = \frac{c}{a} dt = \frac{c}{a} \frac{dt}{da} da = \frac{c}{a\dot{a}} da \quad (4.34)$$

Расширение Вселенной после радиационно-доминированной эпохи может быть описано как [27]:

$$\frac{\dot{a}}{a} = H_0 \sqrt{\Omega_m \left(\frac{1}{a}\right)^3 + \Omega_\Lambda} \quad (4.35)$$

Как мы увидим, интересующее нас излучение возникает при $\frac{1}{a} \gg 10$, и мы можем пренебречь Ω_Λ в этой формуле. Поэтому

$$\dot{a} = \frac{H_0 \sqrt{\Omega_m}}{\sqrt{a}} \quad (4.36)$$

Подставляя (4.34) и (4.36) в (4.32), мы получаем:

$$P = \frac{\langle \sigma v \rangle}{8\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{n_0^2 c}{a^2 \sqrt{a}} dt do da dS \quad (4.37)$$

или, если мы заменим a на ε/β , то, согласно (4.33),

$$\begin{aligned} P &= \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c}{8\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \left(\frac{\beta}{\varepsilon}\right)^{\frac{5}{2}} dt do d\frac{\varepsilon}{\beta} dS = \\ &= \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c}{8\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{\beta \sqrt{\beta}}{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon}} dt do d\varepsilon dS \end{aligned} \quad (4.38)$$

Таким образом, мы получаем искомую спектральную интенсивность потока фотонов Q , т.е. число фотонов, которые приходят к локальному наблюдателю из единицы телесного угла в единицу времени на единицу площади и в единичный энергетический интервал:

$$Q = \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c}{8\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{\beta \sqrt{\beta}}{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon}} \quad (4.39)$$

Можно видеть, что интеграл от этого уравнения по энергии расходится при $\varepsilon \rightarrow 0$. Конечно, это следствие нашего предположения, что произвольно ранняя Вселенная была прозрачной для фотонов, что, конечно, неверно. Фотоны взаимодействуют с барионной материей; предположим, что этот процесс характеризуется некоторым усредненным сечением \aleph . Тогда число взаимодействий первичных фотонов на элементе физической длины $dl = a dr$ равно

$$\frac{dN}{N} = -\aleph n^b dl = -\aleph \frac{n_0^b}{a^3} a dr = -\aleph c n_0^b \frac{da}{a^3 \dot{a}} \quad (4.40)$$

Здесь n^b — концентрация барионов $n^b = n_0^b/a^3$; мы также использовали соотношение (4.34). Для того, чтобы проинтегрировать это уравнение, предположим, что \aleph постоянна. Это предположение, строго говоря, не вполне строгое, оно означает, что мы пренебрегаем зависимостью поперечного сечения от энергии фотона (которая

сильно изменяется при его распространении из-за красного смещения) и возможные фазовые переходы во Вселенной. Однако, так как концентрации барионов n^b быстро убывает с расширением Вселенной, только моменты непосредственно после образования излучения вносят заметный вклад в непрозрачность. Таким образом, для применимости приближения постоянного сечения нам нужно только, чтобы зависимость сечения от энергии была не очень крутой, что, как правило, справедливо. Единственный фазовый переход, который происходит во Вселенной около $z \sim 1000$ — рекомбинация. Она резко меняет сечение фотонов с энергией $\lesssim 10$ эВ, приближение $\mathfrak{K} = \text{const}$, очевидно, в этом случае совершенно неприменимо. Однако энергия фотонов, генерируемых при аннигиляции темной материи, значительно выше, и рекомбинация слабо влияет на их поперечное сечение.

Здесь мы также предполагаем, что взаимодействие фотонов с барионной материей является чистым поглощением, и после взаимодействия фотоны просто исчезают. Это предположение является более грубым: вклад рассеяния может быть весьма значительным (см. [139] для подробностей), и тогда мы недооценим мягкую часть спектра. Тем не менее, основные характеристики спектра (характерная энергия и интенсивность) определяются моментом, когда Вселенная становится прозрачной для фотонов, порождаемых аннигиляцией, и он почти не зависит от того, является ли взаимодействие фотонов с барионным веществом поглощением или рассеянием. Следовательно, предположение вполне допустимо для оценочной модели, к тому же, ниже мы улучшим его.

Кроме того, мы вводим новую переменную χ для масштабного фактора Вселенной. Он имеет точно тот же смысл, что и a , но a представляет собой масштабный фактор в тот момент, когда фотон испускается, в то время, как χ представляет собой масштабный фактор, меняющийся в процессе распространения фотонов к удаленному наблюдателю. Следовательно, χ меняется от a до $a_0 \equiv 1$. Тогда (4.40) можно переписать в виде

$$\frac{dN}{N} = -\mathfrak{K}cn_0^b \frac{d\chi}{\chi^3 \dot{\chi}} = \frac{-\mathfrak{K}cn_0^b d\chi}{\chi^2 \sqrt{\chi} H_0 \sqrt{\Omega_m + \Omega_\Lambda \chi^3}} \quad (4.41)$$

Здесь мы использовали соотношение (4.35). Так как правая часть этого уравнения

быстро падает с ростом χ , мы можем упростить:

$$\frac{dN}{N} = -\aleph c n_0^b \frac{d\chi}{\chi^2 \sqrt{\chi} H_0 \sqrt{\Omega_m}} \quad (4.42)$$

Теперь соотношение (4.40) можно легко проинтегрировать.

$$\frac{N}{N_{initial}} = \exp \left(-\aleph c n_0^b \int_a^\chi \frac{d\chi}{\chi^2 \sqrt{\chi} H_0 \sqrt{\Omega_m}} \right) \quad (4.43)$$

Удобно ввести новую постоянную

$$\wp = \frac{\aleph c n_0^b}{H_0 \sqrt{\Omega_m}} \quad (4.44)$$

Из (4.43) мы получаем:

$$\frac{N}{N_{initial}} = \exp \left(-\frac{2}{3} \frac{\wp}{a \sqrt{a}} + \frac{2}{3} \frac{\wp}{\chi \sqrt{\chi}} \right) \quad (4.45)$$

Значение χ меняется от a до $a_0 = 1$. Т.к. $a \ll a_0 = 1$, мы можем опустить последний член в (4.45). Заменяя a на ε/β согласно (4.33), мы получаем:

$$\frac{N}{N_{initial}} = \exp \left(-\frac{2}{3} \wp \frac{\beta \sqrt{\beta}}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon}} \right) \quad (4.46)$$

Чтобы учесть непрозрачность ранней Вселенной, нужно умножить выражение (4.39) на этот экспоненциальный множитель. Наконец мы получаем:

$$Q = \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c}{8\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{\beta \sqrt{\beta}}{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon}} \exp \left(-\frac{2}{3} \wp \frac{\beta \sqrt{\beta}}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon}} \right) \quad (4.47)$$

Так как мы предположили, что один акт аннигиляции производит один фотон фиксированной энергии, это уравнение фактически определяет функцию Грина для реальной задачи. Если фотоны, возникающие при аннигиляции, имеют некоторое распределение $f(\beta) d\beta$, для получения спектра, измеряемого удаленным наблюдателем, мы должны свернуть $Q(\varepsilon, \beta)$, определяемую выражением (4.47), с распределением f :

$$\tilde{Q}(\varepsilon) = \int Q(\varepsilon, \beta) f(\beta) d\beta \quad (4.48)$$

Можно видеть, однако, что спектр (4.47) довольно широк, и если распределение $f(\beta)$ не очень широкое, форма итогового спектра будет также близка к (4.47).

Выражения (4.47), (4.48) применимы в самом общем случае, но они были получены на основании довольно грубого предположения, что взаимодействие фотона с барионной материей является чистым поглощением. Для того, чтобы сделать модель более реалистичной, мы должны конкретизировать кандидата на роль ЧТМ. Если мы сделаем довольно естественно предположение, что ЧТМ находились в тепловом равновесии с другими частицами в ранней Вселенной, мы можем оценить их сечение аннигиляции исходя из довольно точно определенной доли ТМ в современной Вселенной [28, 29]:

$$\langle\sigma v\rangle \simeq \frac{2 \cdot 10^{-27} \text{ (cm}^3/\text{s)}}{\Omega_{DM} h^2} \quad (4.49)$$

Для значения [26] $\Omega_{DM} h^2 = 0.113$ мы получаем $\langle\sigma v\rangle \simeq 3 \cdot 10^{-26} \text{ (cm}^3/\text{s)}$, т.е., сечение, характерное для обычных слабых взаимодействий на энергиях ~ 100 ГэВ. Это довольно серьезный аргумент в пользу того, что темная материя состоит из слабо-взаимодействующих тяжелых частиц (вимпов, от английской аббревиатуры WIMP). Ожидается, что они главным образом аннигилируют в фермион–антифермионную пару или пару калибровочных бозонов, с большой долей пар кварк-антикварк. Аннигиляция пары вимпов в конечном итоге приводит к образованию 30–40 фотонов (в процессе фрагментации, в основном за счет распада π -мезонов). Если масса вимпа ~ 100 ГэВ, большая часть фотонов имеют энергию от 2 до 4 ГэВ [29, 135].

Распространение фотонов на космологических красных смещениях подробно рассмотрены в [139]. Для фотонов с энергией 2-4 ГэВ основным каналом взаимодействия с барионной материей является рождение электрон-позитронных пар на атомах и ионах ($\gamma A \rightarrow Ae^+e^-$). Как мы увидим ниже, Вселенная становится прозрачной для 2-4 ГэВ фотонов заметно позже рекомбинации. Усредненное по химическому составу сечение рождения пар на одном барионе (массовая доля водорода и гелия 75 % и 25 %, соответственно):

$$\aleph = 4.64 \alpha r_e^2 \ln \left(\frac{513\mu}{\mu + 825} \right) \quad (4.50)$$

Здесь $\mu \equiv \frac{\varepsilon_\gamma}{m_e c^2}$, $r_e \equiv \frac{e^2}{m_e c^2}$. Можно видеть, что сечение весьма слабо зависит от энергии. $\aleph = 1.63 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ если $\mu = 4000$. Теперь нужно подставить полученные численные значения для $\langle\sigma v\rangle$ и \aleph в (4.47), но сначала мы можем несколько улучшить

модель. Чтобы сделать это, грубо оценим количество и энергию вторичных фотонов, порождаемых процессом $\gamma A \rightarrow Ae^+e^-$. Он производит один электрон и один позитрон: каждый из них уносит примерно половину энергии первичного фотона. Впоследствии позитрон аннигилирует с образованием двух фотонов. Следовательно, их энергия, в среднем, четверть от энергии первичного фотона. Конечно, на самом деле они должны иметь достаточно широкое распределение, но мы пренебрежем этим и предположим для простоты, что один первичный фотон с энергией ε производит два вторичных фотона с энергией $\varepsilon/4$. Поскольку сечение процесса (4.50) слабо зависит от энергии, мы предполагаем, что вторичный фотон взаимодействует с веществом с тем же сечением \aleph , что и первичный.

Рассеяние вторичных фотонов мы рассматриваем как чистое поглощение. Действительно, действительно, при рассеянии этих фотонов образуются третичные с энергией ~ 100 МэВ. В этом диапазоне энергий основным процессом рассеяния становится комптоновское рассеяние [139]. Его сечение быстро растет с уменьшением энергии фотонов, и поэтому фотоны низкой энергии рассеиваются снова и снова, быстро теряя энергию. Таким образом, рассеяние фотона с энергией ≤ 400 МэВ фактически эквивалентно его поглощению.

Обозначим количество вторичных фотонов буквой N_2 . Для того, чтобы получить дифференциальное уравнение, описывающее их распространение, можно использовать ту же процедуру, что и (4.41-4.47). Соотношение (4.42) приобретает вид

$$dN_2 = 2N_\varnothing \frac{d\chi}{\chi^2 \sqrt{\chi}} - N_2 \varnothing \frac{d\chi}{\chi^2 \sqrt{\chi}} \quad (4.51)$$

Второе слагаемое здесь описывает поглощение вторичных фотонов веществом, первый — описывает их генерацию с помощью упомянутого выше механизма (множитель 2 учитывает, что один акт поглощения первичного фотона образует два вторичных). Количество первичных фотонов N задается (4.45). В качестве граничного условия мы используем тот факт, что в момент генерации первичного фотона вторичные отсутствуют.

$$N_2 \Big|_{\chi=a} = 0 \quad (4.52)$$

Решением уравнения (4.51), удовлетворяющим граничному условию, является

$$N_2 = N_{initial} \frac{4}{3} \wp \left(\frac{1}{a\sqrt{a}} - \frac{1}{\chi\sqrt{\chi}} \right) \times \exp \left(\frac{2}{3} \frac{\wp}{\chi\sqrt{\chi}} - \frac{2}{3} \frac{\wp}{a\sqrt{a}} \right) \quad (4.53)$$

Чтобы получить значение, измеряемое земным наблюдателем, нужно подставить $\chi = a_0 = 1$. Т.к. $a \ll 1$

$$N_2 = N_{initial} \frac{4}{3} \wp \frac{1}{a\sqrt{a}} \exp \left(-\frac{2}{3} \frac{\wp}{a\sqrt{a}} \right) \quad (4.54)$$

Здесь $N_{initial}$ — начальное количество первичных фотонов. Как и при выводе соотношения (4.47), мы подставляем выражение (4.37) для $N_{initial}$

$$P_2 = \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c}{6\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{\wp}{a^4} \exp \left(-\frac{2}{3} \frac{\wp}{a\sqrt{a}} \right) dt do da dS \quad (4.55)$$

Мы предположили, что энергия вторичного фотона — в среднем, четверть от энергии первичного. Чтобы это учесть, нужно подставить вместо a выражение $\frac{4\varepsilon}{\beta}$, а не (4.33).

В конце концов, для потока вторичных фотонов Q_2 мы получаем:

$$Q_2 = \frac{\langle \sigma v \rangle n_0^2 c \wp}{384\pi H_0 \sqrt{\Omega_m}} \frac{\beta^3}{\varepsilon^4} \exp \left(-\frac{\wp}{12} \frac{\beta\sqrt{\beta}}{\varepsilon\sqrt{\varepsilon}} \right) \quad (4.56)$$

Полный сигнал — это сумма $Q + Q_2$. Если аннигиляция порождает фотоны с некоторым распределением f (один акт аннигиляции производит $f(\beta) d\beta$ фотонов в энергетическом интервале $d\beta$), нужно свернуть сумму с этим распределением, по аналогии с (4.48):

$$\tilde{Q}(\varepsilon) = \int (Q(\varepsilon, \beta) + Q_2(\varepsilon, \beta)) \cdot f(\beta) d\beta \quad (4.57)$$

Рис. 4.6 (взятый из [29]) демонстрирует спектры фотонов, возникающих в различных каналах аннигиляции вимпов. В интервале 1 — 5 ГэВ верхняя кривая (описывающая обычно доминирующий $b\bar{b}$ -канал аннигиляции) хорошо приближается функцией $f(\beta) \propto \beta^{-1} \exp(-0.15\beta)$. Мы будем использовать следующее распределение f (где β измеряется в ГэВах):

$$f(\beta) = \begin{cases} 26.7 \cdot \beta^{-1} \exp(-0.15\beta), & \beta \in (1 - 5) \text{ ГэВ} \\ 0, & \beta \notin (1 - 5) \text{ ГэВ} \end{cases} \quad (4.58)$$

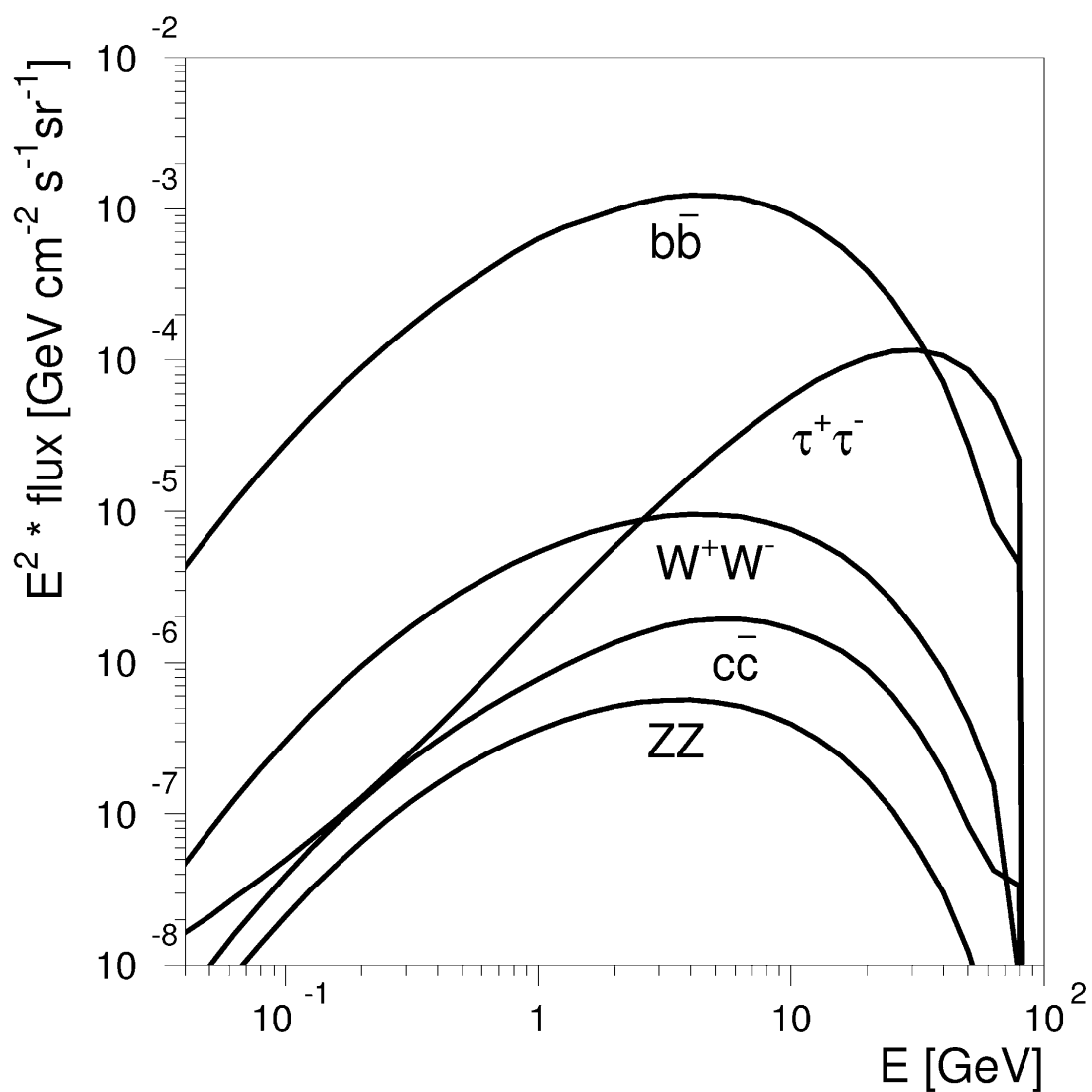


Рис. 4.6: Спектры фотонов, возникающих в различных каналах аннигиляции вимпов, взятый из [29] (нормировка произвольна, масса вимпа 100 ГэВ). Обычно канал $b\bar{b}$ доминирует [135].

Мы нормировали это соотношение с учетом того, что одна аннигиляция порождает ~ 30 фотонов.

Чтобы закончить вычисления, нужно конкретизировать космологические параметры. мы используем следующий набор (см. [27]): $\Omega_\Lambda = 0.75$, $\Omega_m = \Omega_{DM} + \Omega_b = 0.25$, $\Omega_b = 0.042$ (конечно, $\Omega_\Lambda + \Omega_{DM} + \Omega_b = 1$), постоянная Хаббла $H_0 = 2.4 \cdot 10^{-18} \text{сек}^{-1}$, температура реликтового излучения 2.725 К, барион-фотонное отношение $\eta \equiv n_b/n_{ph} = 6.1 \cdot 10^{-10}$. Для современной барионной концентрации получается $n_0^b = 2.5 \cdot 10^{-7} \text{см}^{-3}$. Концентрация ЧТМ, если принять массу ЧТМ $M = 50 \text{ГэВ} - n_0 = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{см}^{-3}$. Выражение (4.49) дает $\langle\sigma v\rangle \simeq 3 \cdot 10^{-26} (\text{см}^3/\text{сек})$.

Влияние реликтового гамма-излучения на историю реионизации Вселенной ничтожно. Действительно, для эпохи рекомбинации ($z \simeq 1200$): $n^b \simeq n_0^b z^3 = 4.3 \cdot 10^2 \text{см}^{-3}$, $n \simeq n_0 z^3 = 43 \text{см}^{-3}$. Количество аннигиляций в единице объема за единицу времени равно $\frac{1}{2} \langle\sigma v\rangle n^2 = 1.9 \cdot 10^{-23} \text{см}^{-3} \text{сек}^{-1}$. За характерное время (порядка времени рекомбинации иона водорода в ту эпоху 435 лет $\simeq 1.4 \cdot 10^{10} \text{сек}$ [27]) происходит $2.6 \cdot 10^{-13}$ аннигиляций, которые производят $2.6 \cdot 10^{-2}$ эВ энергии. Ионизация одного атома водорода требует ~ 14 эВ. Поэтому даже вся энергия, произведенная аннигиляцией, достаточна для ионизации всего $4 \cdot 10^{-4} \%$ атомов.

Примем $\aleph = \aleph(2\text{ГэВ}) = 1.63 \cdot 10^{-26} \text{см}^2$ (4.50). Тогда постоянная \wp равна $1.0 \cdot 10^{-4}$.

4.3.3 Может ли избыток внегалактического гамма-фона в диапазоне 0,5 – 20 МэВ быть следами аннигиляции темной материи?

Результирующий спектр реликтового гамма-излучения, рассчитанный с помощью (4.57), (4.58), (4.47) и (4.56), представлен на Рис. 4.7. Вместо потока фотонов \tilde{Q} , мы отобразили на графике величину $\varepsilon^2 * \text{поток}$ (т.е. $\varepsilon^2 \cdot \tilde{Q}$), которую традиционно используют для отображения экспериментальных данных. Отдельные вклады первичных (4.47) и вторичных (4.56) фотонов показаны штриховой и точечной линиями, соответственно. В этих координатах вклад вторичных фотонов выглядит малым, но

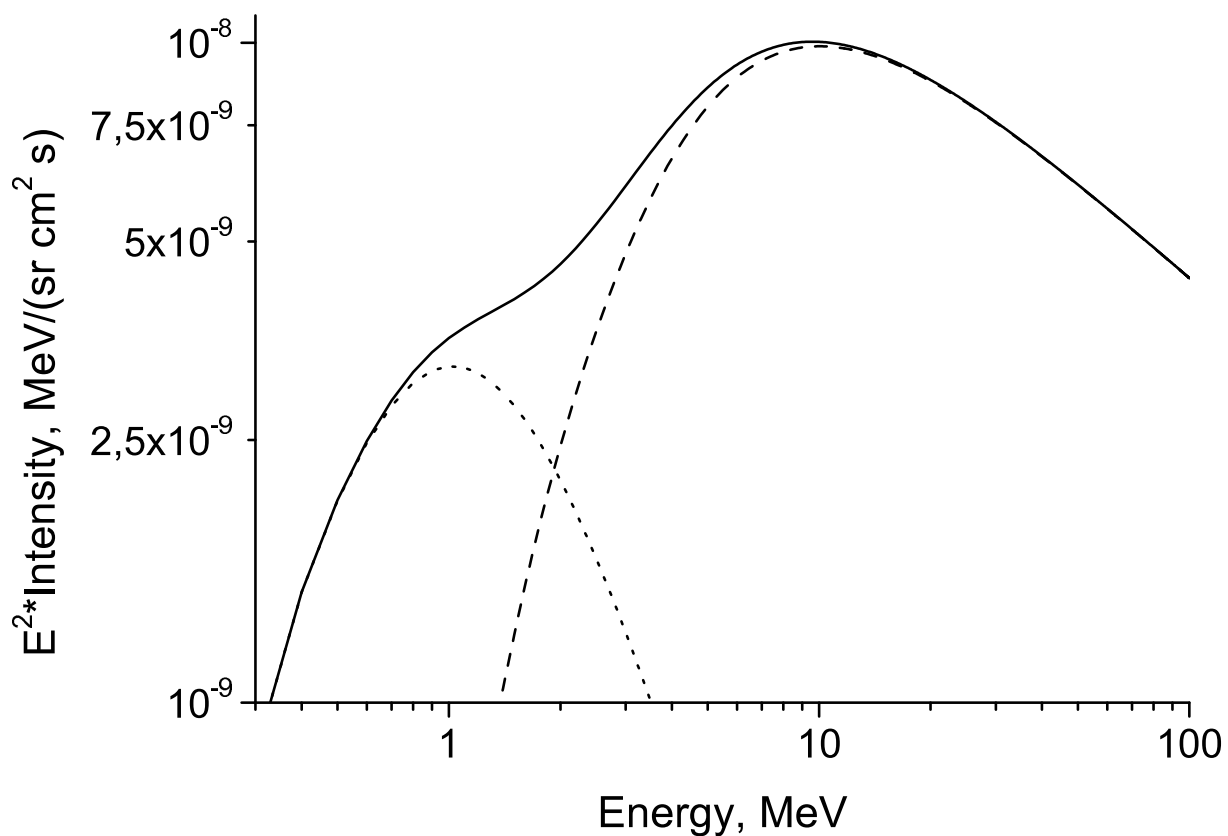


Рис. 4.7: Спектр реликтового гамма-излучения, рассчитанный с помощью (4.57), (4.58), (4.47) и (4.56). Отдельные вклады первичных и рассеянных фотонов показаны штриховой и точечной линиями, соответственно.

на самом деле их число значительно превосходит число первичных. Два главных вывода, которые мы можем сделать из графика: спектр имеет максимум на ~ 8 МэВ и в основном ложится в интервал от 0.5 до 20 МэВ. Нетрудно вычислить характерное красное смещение реликтового гамма-излучения. Из (4.47) следует, что величина $\varepsilon^2 \cdot \tilde{Q}$ имеет максимум на $\frac{\varepsilon}{\beta} = a = (2\varphi)^{2/3}$. Согласно (4.30), он соответствует $z \simeq 300$.

Сообщается, что фон космического гамма-излучения (см, например, [140, 141, 142, 143, 144]) имеет особенность в диапазоне энергий 0,5 – 20 МэВ. Особенность в виде небольшого выступа видна в спектре внегалактических гамма-излучения (Рис. 3 в [145]). Наклон спектра здесь заметно отличается от более мягких или более жестких участков спектра [145, 146, 147], что указывает на его иное происхождение.

Более того, эта спектральная полоса не может быть сформирована ни слишком мягким излучением нормальных активных ядер галактик, ни слишком жестким излучением блазаров (см. [140] и ссылки в ней). Попытки предложить в качестве ее источника гамма-распад ядер от остатков сверхновых типа Ia также не увенчались успехом: ожидаемый поток от сверхновых в несколько раз слабее наблюдаемого [101, 143, 144]. Нужно отметить, что точное определение энергетического интервала, в котором наблюдается особенность, как и ее интенсивность, зависят от модели, и поэтому значения, встречающиеся в литературе, значительно различаются [140, 141, 142, 143]. Однако во всех случаях избыток становится очевидным около 0,5 МэВ и исчезает при энергиях $\gtrsim 20$ MeV. Как видим, энергетический диапазон, в котором наблюдается особенность, хорошо соответствует интервалу, характерному для реликтового гамма-излучения от аннигиляции вимпов. Это совпадение выглядит многообещающим, т.к. вимп является в настоящее время одним из наиболее вероятных кандидатов на ЧТМ.

В то же время, интенсивность реликтового гамма-излучения, предсказываемая на основе уравнений (4.57), (4.58), (4.47), и (4.56), примерно на пять порядков слабее, чем наблюдаемая (как можно видеть на рисунке 4.7, особенность вблизи максимума на 10 МэВ имеет $\varepsilon^2 \cdot \text{поток} \simeq 10^{-8}$ МэВ/(ср см² сек) в то время как общий фон внегалактического гамма-излучения на 10 МэВ $\varepsilon^2 \cdot \text{поток} \simeq 2 \cdot 10^{-3}$ МэВ/(ср см² сек) [143, 146]). Это несоответствие может быть результатом

неприменимость предположения об однородности темной материи. В самом деле, современная структура Вселенной появилась из неких первоначальных возмущений, которые, вне всякого сомнения, уже существовали в эпоху $z \sim 300$. Согласно измерениям WMAP [26], в эпоху рекомбинации $z \simeq 1100 \div 1400$ относительные вариации плотности барионной материи были порядка 10^{-5} . Возмущения ТМ могли быть гораздо более интенсивным, т.к. они не были подавлены давлением излучения в эпоху до рекомбинации. К тому же они должны были быть значительно сильнее (не менее 10^{-3}), чтобы объяснить структуру современной Вселенной [148]. Так как рекомбинация произошла в эпоху доминирования материи, возмущения быстро росли, и в момент $z \sim 300$ уже могли достичь весьма большой амплитуды. Наличие неоднородностей плотности не влияет на спектр аннигиляционного сигнала, но увеличивает его интенсивность. Этот эффект, как правило, описывается фактором усиления

$$C \equiv \frac{\langle \rho^2 \rangle}{\langle \rho \rangle^2}$$

который возникает как множитель в выражении для интенсивности (см., например, выражение (4.25)). Конечно, C зависит от z .

Возникают два вопроса: во-первых, возможно ли, что рост структуры в ранней Вселенной протекал так быстро, что C достиг величины $10^5 - 10^6$ к моменту $z = 300$? Во-вторых, если интенсивное формирование структур имело место в какой-то момент $\tilde{z} < 300$, коэффициент $C(z)$ мог расти так быстро, что намного перевесил уменьшение сигнала из-за падения средней плотности ТМ. Это могло бы привести к появлению жесткого хвоста или даже второго жесткого максимума на энергии $(2-4)/\tilde{z}$ ГэВ в спектре реликтового сигнала, чего не наблюдается. К сожалению, теория эволюции возмущений ТМ все еще далека от окончательного построения. Они возникли из неких начальных колебаний, существовавших в очень ранней Вселенной. На радиационно-доминированной стадии эволюции Вселенной их рост был медленным. Самые маленькие возмущения были уничтожены свободной переносом ЧТМ (для нейтралитона с массой ~ 100 ГэВ этот предел оценивается как $10^{-12} - 10^{-6} M_{\odot}$ [88, 89]). Когда во Вселенной начинает доминировать нерелятивистская материя, возмущения начинают быстро расти, и в конце концов они становятся нелинейными и коллапсируют. Когда это происходит, самые маленькие струк-

туры коллапсируют первыми (в момент времени, который мы обозначим \tilde{z}) [148]. Подавляющее большинство клампов, возникших в ту эпоху, были впоследствии уничтожены в результате приливного взаимодействия с более крупными структурами, возникшими позже. Но и до сих пор именно самые малые клампы, образовавшиеся в эпоху \tilde{z} , дают главный вклад в аннигиляцию ТМ, т.к. они — самые плотные [14, 149, 150]. В момент \tilde{z} функция $C(z)$ претерпела быстрое увеличение с величины, близкой к 1, до очень большого значения. В дальнейшем возникновение крупных структур сопровождалось разрушением клампов, и $C(z)$ изменялся более плавно. Чтобы иметь возможность предположить, что избыток внегалактического гамма-излучения на энергиях 0,5 - 20 МэВ связан с аннигиляцией нейтралино, мы должны предположить, что $\tilde{z} > 300$, то есть первые структуры начали формироваться до того, как Вселенная стала прозрачной для фотонов, возникающих при аннигиляции.

Насколько реалистично такое предположение? К сожалению, нынешние оценки очень неопределенны. Даже минимально возможная масса клампа для нейтралино с массой 100 ГэВ определяется крайне неточно (от $10^{-12}M_{\odot}$ [88] до $10^{-6}M_{\odot}$ [89]), не говоря уж о профиле плотности клампов и точном моменте, когда флуктуации становятся нелинейными. Наблюдательные данные, как и численное моделирование в основном охватывают диапазон очень больших структур $10^{15} - 10^6 M_{\odot}$ (например, WMAP может наблюдать только самые большие возмущения с массами, соответствующими скоплениям галактик $\sim 10^{15} M_{\odot}$ [26]). Свойства меньших структур обычно получают аппроксимацией [141]. Однако для того, чтобы получить какие-либо параметры крошечных структур $10^{-6} - 10^{-12} M_{\odot}$, приходится распространить результаты аппроксимации на 12-18 порядков. Еще одним источником неопределенности является спектр изначальных колебаний. Как правило считается, что он имеет плоскую форму Зельдовича-Гаррисона. В этом случае момент первого интенсивного образования клампов оценивается как $\tilde{z} \simeq 80$, хотя некоторые отдельные структуры коллапсируют гораздо раньше [151]. Если такой сценарий действительно имел место, об интерпретации избытка на 0,5 - 20 МэВ как результата аннигиляции нейтралино в ранней Вселенной не может быть и речи: в противном случае возник бы сильный максимум на энергии $4/\tilde{z}$ ГэВ $\simeq 50$ МэВ, что противоречит наблюдениям.

С другой стороны, давайте предположим, что спектр изначальных колебаний был не совсем плоский, и интенсивность колебаний несколько нарастает по мере уменьшения их масштаба. В эпоху доминирования материи возмущения растут как $\delta\rho/\rho \propto t^{2/3}$ и $a(t) \propto t^{2/3}$, поэтому $\delta\rho/\rho \propto a$ [150]. Если мы предположим, что мелкомасштабные возмущения вышли из радиационно-доминированной эпохи с амплитудами, несколько превышающими те которые можно ожидать, исходя из спектра Зельдовича-Гаррисона, они коллапсируют раньше (при этом мы подразумеваем, что амплитуды крупномасштабных возмущений фиксируются таким образом, чтобы они воспроизводили наблюдаемую крупномасштабную структуру Вселенной). Учитывая, что массы самых крупных структур отличаются от массы самых мелких более, чем на 20 порядков, может оказаться достаточным даже небольшой наклон спектра первичных флуктуаций относительно плоского спектра Зельдовича-Гаррисона. Похожий сценарий был использован, например, в [150]. В контексте модели, рассматриваемой этими авторами, малые клампы получаются чрезвычайно плотными и коллапсируют сразу после выхода Вселенной из радиационно-доминированной эпохи ($\tilde{z} > 1500$). Стоит отметить, что ситуация, когда $\tilde{z} > 300$, реализуется в существенно менее экзотических сценариях, чем те, что были рассмотрены в [150].

Придадим более конкретную форму вышеприведенным рассуждениям. Спектр первичных флуктуаций, как правило, считается степенным:

$$|\delta^2(\mathbf{k})| \sim k^n \quad (4.59)$$

Случай, когда $n = 1$, называется спектром Зельдовича-Гаррисона. Момент, когда мода возмущений становится нелинейной и коллапсирует, определяется спектральной функцией [150]

$$\Gamma(k) \propto \frac{k^3 |\delta^2(\mathbf{k})|}{1 + (k/k_{eq})^4} \quad (4.60)$$

(в [150] $\Gamma(k)$ обозначена $F(k)$). Для всех возмущений, которые мы здесь рассматриваем, $k \gg k_{eq}$, и

$$\Gamma(k) \propto \frac{|\delta^2(\mathbf{k})|}{k} \propto k^{n-1} \quad (4.61)$$

Возмущения коллапсируют в момент $a^* = \frac{1}{1+z^*}$

$$a^* \propto \frac{1}{\sqrt{\Gamma(k)}} \propto k^{-\frac{n-1}{2}} \quad (4.62)$$

что согласуется с результатами [111]. В случае спектра Зельдовича-Гаррисона функция $\Gamma(k)$ плоская, поэтому возмущения самых разных масс возникают почти одновременно и имеют близкие средние плотности. Но если $n > 1$, мелкие структуры образуются гораздо раньше крупных, и поэтому они гораздо плотнее (т.к. плотность Вселенной в момент их коллапса была заметно выше).

С помощью формализма, использованного в [111, 141], мы можем построить простую модель образования структур во Вселенной. Выберем $|\delta^2(\mathbf{k})| \sim k^2$, т.е., $n = 2$ и минимальную возможную массу структуры $M_{min} = 10^{-7}M_{\odot}$. Т.к. масса структуры пропорциональна k^{-3} , мы получаем из (4.62):

$$a^* = \left(\frac{M}{M_{max}} \right)^{\frac{n-1}{6}} = \left(\frac{M}{M_{max}} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4.63)$$

Здесь мы ввели максимальную массу M_{max} возмущения, которое выходит на нелинейный режим к моменту $a = 1$. Это выражение повторяет [111], где было принято $M_{max} \simeq 1.5 \cdot 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ ($h = 0.7$). Тогда первые структуры в нашей модели образуются при $\tilde{a} = \frac{1}{2450}$, т.е. $\tilde{z} = 2450$. Мы можем переписать (4.62) как

$$a^* = \tilde{a} \cdot \left(\frac{M}{M_{min}} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4.64)$$

Следуя [141], мы представляем фактор усиления $C(z)$ как произведение трех сомножителей:

$$C(z) = \Delta(z) \cdot F_{coll}(z) \cdot [C^{halo}] \quad (4.65)$$

(см. все обозначения и детали модели в [111, 141]). Для плоской Λ CDM-Вселенной $\Delta(z) = (18\pi^2 + 82x - 39x^2)/(x+1)$, где $x = (\rho_m/\rho_{cr}) - 1$ и ρ_m, ρ_{cr} — плотность материи и критическая плотность Вселенной в заданный момент z .

Доля материи, сколлапсировавшей в структуры, равна:

$$F_{coll}(z) = \int_{M_{min}}^{M^*} \frac{dn}{dM} M dM / \rho_0 \quad (4.66)$$

Здесь и ниже M^* — максимальная масса структур, сколлапсировавших к моменту z . Теоретическое [149] и численное [152] моделирование дает для дифференциальной численной плотности структур в сопутствующей системе отсчета $\frac{dn}{dM} \propto M^{-2}$.

Подставляя это соотношение в (4.66) и используя (4.64), мы получаем:

$$F_{coll}(z) = \frac{F_{coll}^0}{46.8} \ln \left(\frac{M^*}{M_{min}} \right) = \frac{F_{coll}^0}{7.8} \ln \left(\frac{a}{\tilde{a}} \right) \quad (4.67)$$

где $F_{coll}^0 \equiv F_{coll}(a = 1)$. Мы применим значение, полученное [141] $F_{coll}^0 \simeq 0.8$.

Сомножитель $[C^{halo}] = \int C^{halo} M \frac{dn}{dM} dM / \int dM \frac{dn}{dM} M$ описывает "неоднородность одного гало". Если мы примем НФВ-профиль,

$$C^{halo} = \frac{c_{vir}^3 (1 - 1/(1 + c_{vir})^3)}{9(\ln(1 + c_{vir}) - c_{vir}/(1 + c_{vir}))^2} \quad (4.68)$$

Чтобы описать эволюцию параметра концентрации гало c_{vir} , мы используем соотношение из [111, 141] с $K = 8$, $F = 0.01$

$$c_{vir}(M, a) = K a \left(F \frac{M}{M^*} \right)^{-1/6} = K \frac{a}{\tilde{a}} \left(\frac{M_{min}}{FM} \right)^{1/6} \quad (4.69)$$

Это соотношение было получено подгонкой результатов моделирования методом N тел и поэтому справедлива только в пределах довольно узкого интервала значений M и z , который покрывают эти симуляции. Мы рассматриваем несравнимо более широкий интервал масс, и формула (4.69) дает абсурдно большое значение параметра c_{vir} для самых маленьких гало (например, для минимального клампа в настоящую эпоху она дает $c_{vir} \simeq 20000$). Столь громадное значение выглядит крайне маловероятным и показывает, что соотношение (4.69) требует корректировки. Следуя [141], мы предположим, что параметр концентрации c_{vir} растет согласно (4.69) лишь до $c_{vir} = 100$, а после этого остается постоянным.

Теперь наша упрощенная модель полностью определена. Эволюционная кривая фактора усиления $C(z)$, предсказываемая в ее рамках, представлена на рисунке 4.8. Мы можем сделать два принципиальных вывода. Во-первых, в рассматриваемой модели $\tilde{z} = 2450$ и $C(z = 300) \simeq 1.5 \cdot 10^5$, т.е. первые структуры появляются очень рано ($\tilde{z} \gg 300$), а в момент $z = 300$ фактор усиления достаточно велик, чтобы объяснить расхождение между наблюдаемой и предсказанной интенсивностями сигнала. Во-вторых, коэффициент усиления $C(z)$ растет после $z = 300$ сравнительно медленно. С того момента, когда Вселенная стала прозрачной для фотонов, порождаемых аннигиляцией, до настоящего момента он увеличивается только на порядок, в то время как сигнал без учета неоднородностей быстро падает как $z^{2.5}$ из-за

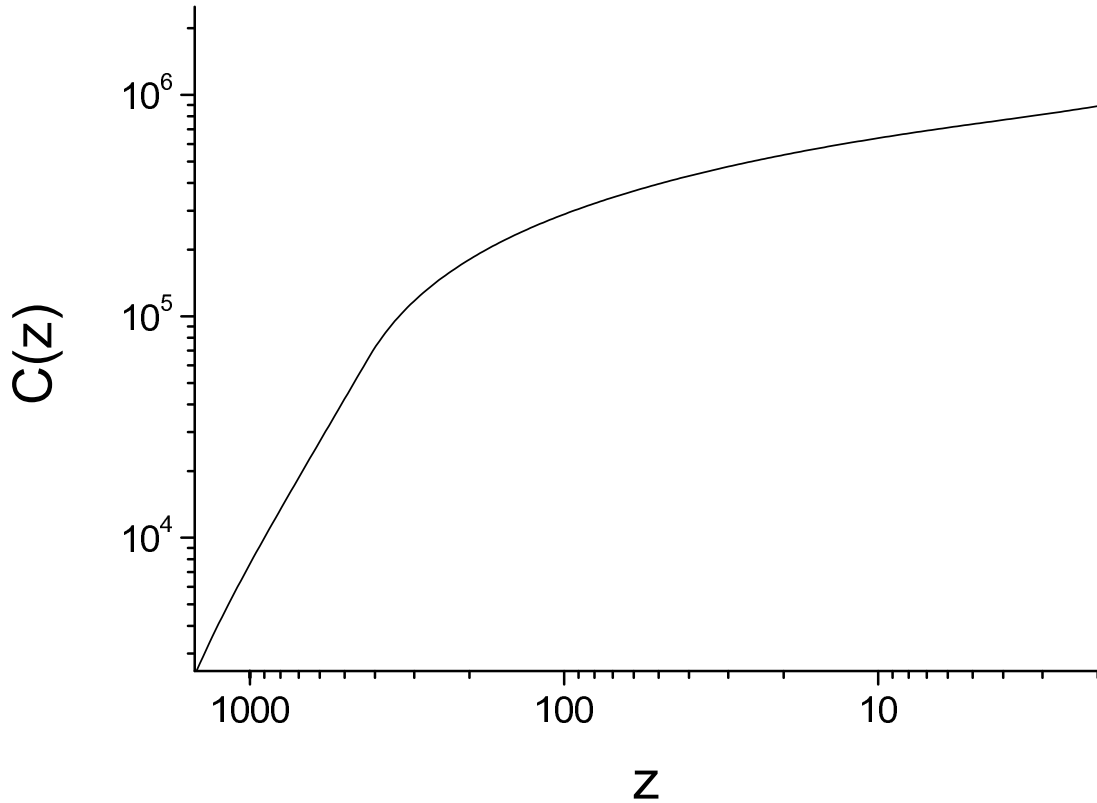


Рис. 4.8: Эволюция фактора усиления C с изменением z .

уменьшения плотность темной материи (4.37). Это означает, что почти весь сигнал появляется в момент $z = 300$, и результирующий спектр не имеет ни жесткого хвоста, ни вторичного жесткого максимума. В заключение отметим, что вышеописанная упрощенная модель является не более, чем иллюстрацией, однако она показывает, что структуры во Вселенной могут появляться очень рано, и что интерпретация наблюдаемой особенности как результата аннигиляции вимпов в ранней Вселенной в принципе возможна.

Аннигиляция ТМ уже привлекалась для объяснения избытка в области $0,5 - 20$ МэВ [141, 142, 143]. Поскольку спектр фотонов относительно мягок, авторы были вынуждены ввести маломассивную ЧТМ ($M < 100$ МэВ). Ей пришлось приписать значительное сечение аннигиляции, чтобы обеспечить наблюдаемую интенсивность сигнала $\langle \sigma v \rangle \simeq 2.5 \cdot 10^{-26}$ (см³/сек) [141], что, по крайней мере, не меньше, чем типичное сечение слабого взаимодействия на этих энергиях. Столь маломассивная ЧТМ с таким большим сечением уже исключена в обычных схемах (типа MSSM) опытами на ускорителях, но еще возможна в более сложных сценариях

[153, 154].

В предлагаемом нами сценарии можно обойтись обычными кандидатами на роль вимпов. Как мы могли видеть, красное смещение реликтового гамма-излучения составляет $z \sim 300$. Первоначально фотоны имели энергию $1 \div 5$ ГэВ, и они возникали при аннигиляции обычных вимпов, например, легких нейтрино. С другой стороны, если наша интерпретация верна, это говорит в пользу относительно легких вимпов ($M \sim 100$ ГэВ). Если $M \gg 100$ ГэВ, характерная энергия образующихся фотонов выше, а особенность в спектре должна быть жестче, чем наблюдаемая.

Таким образом, критической точкой для интерпретации избытка на энергиях $0,5 - 20$ МэВ как следов аннигиляции вимпов в ранней Вселенной является определение момента \tilde{z} , когда возникли первые структуры во Вселенной. Если структуры возникли до того, как Вселенная стала прозрачной для гамма-излучения, порождаемого аннигиляцией ТМ (т.е., $\tilde{z} > 300$), можно всерьез рассматривать возможность, что избыток в спектре внегалактического излучения на энергиях $0,5 - 20$ МэВ создан аннигиляцией вимпов. Характерная энергия избытка вполне допускает такую интерпретацию. Кроме того, вимпы в настоящее время — одни из самых популярных кандидатов в ЧТМ, поэтому такое совпадение выглядит неслучайным. Несоответствие прогнозируемой и наблюдаемой интенсивностей сигнала может быть естественным образом объяснено неоднородностями ТМ. Если, однако, первые структуры появились позже ($\tilde{z} < 300$), особенность, несомненно, не может возникнуть в результате аннигиляции стандартных вимпов. Дальнейший прогресс в понимании формирования структур во Вселенной сможет пролить свет на эту проблему.

Глава 5

Астрофизические конкуренты

Однако, помимо обсуждаемой в предыдущей главе аннигиляции темной материи, жесткое космическое излучение может порождаться и целым рядом чисто астрономических источников. Обсуждению некоторых из них посвящена эта глава. Чем лучше мы будем понимать спектральные свойства компактных астрономических источников космического излучения - тем легче нам будет обнаружить аномалии, связанные с аннигиляцией ТМ, или, в случае отсутствия сигнала, хотя бы поставить лучшие верхние пределы на сечение этого процесса.

5.1 Гравитационный коллапс звезд, сопровождающийся релятивистскими выбросами

5.1.1 Введение

Хотя кривые блеска и спектры излучения гамма-всплесков (здесь и ниже ГВ) весьма разнообразны, они, как представляется, состоят из двух групп, вероятно, разного происхождения: длинные всплески ($\Delta t < 2$ сек) с более мягким спектром и короткие всплески ($\Delta t < 2$ сек) с более жестким спектром [155, 156, 157]. Часто полагают, что длинные ГВ связаны с областями звездообразования [158, 159, 160]. Только эти регионы могут содержать массивные звезды, которые имеют астрономически очень короткое время жизни. В самом деле, недавние наблюдения дали сильные аргументы в пользу связи ГВ со смертью массивных звезд. Кривые блеска многих оптических

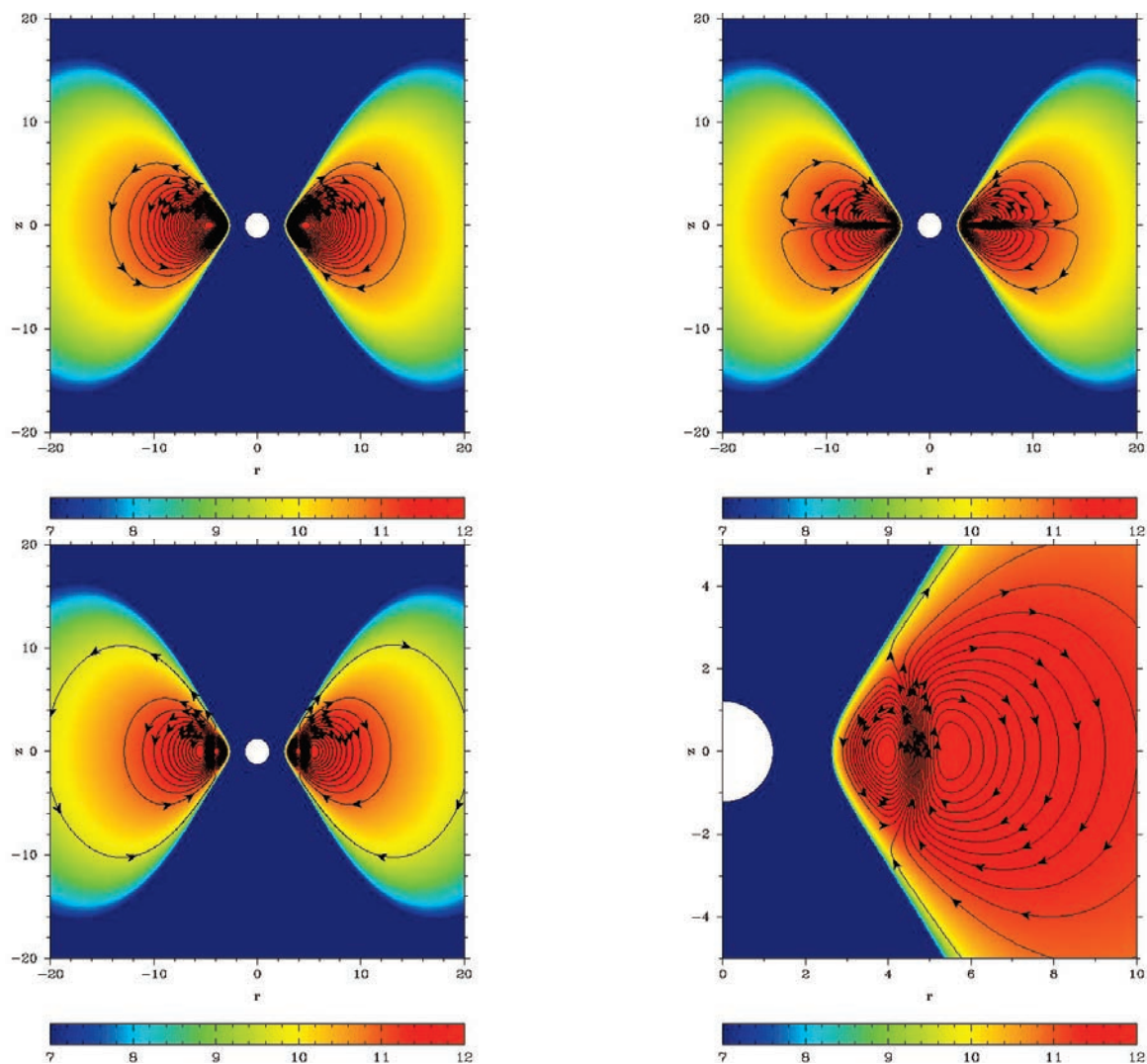


Рис. 5.1: Начальные условия для *слабозакрученной* (верхняя левая панель), *Квадрупольной 1* (верхняя правая панель), и *Квадрупольной 2* (нижняя панель) моделей. Начальные распределения логарифма плотности и магнитного поля показаны цветом и линиями, соответственно.

послесвечений ГВ демонстрируют черты, присущие взрывам сверхновых; кроме того, была твердо установлена связь несколько длинных ГВ с конкретными сверхновыми, например, GRB 980425 и SN 1998bw [161, 162, 163]. Доказательства этой связи в случае низкого красного смещения еще более убедительны: GRB 030329 ($z = 0.1685$; [164]) и связанная с ним сверхновая, SN 2003dh [165, 166, 167]. Спектры этих сверхновых показывают исключительно широкие эмиссионные линии, что указывает на аномально высокую скорость выброса, характерную для недавно предложенного класса объектов — гиперновых.

Самой популярной моделью "центрального двигателя" этих источников является так называемая "неудавшаяся сверхновая": сценарий предполагает, что коллапс железного ядра звезды-прародителя порождает черную дыру [168]. Если звезда не вращалась, ее коллапс, скорее всего, произойдет "тихо": вся звезда будет просто поглощена черной дырой. Однако, если удельный угловой момент экваториальной части оболочки звезды превышает значение, соответствующее последней устойчивой орбите вокруг черной дыры, коллапс становится сильно анизотропным. В то время, как в полярной области он может протекать более или менее свободно, экваториальные слои образуют плотный и массивный аккреционный диск. Тогда коллапс этих слоев задерживается, а гравитационная энергия, выделяемая в диске, может быть очень большой и привести к выбросу вещества при ГВ, преимущественно в полярных направлениях, где плотность массы аккрецирующего вещества значительно ниже [169]. Тем не менее, процесс, отвечающий за выбросы вещества при ГВ, еще до конца не выяснен и остается предметом исследований. Наиболее популярными сейчас механизмами являются нагрев аннигиляциями пар нейтрино [169, 170, 171], ветер из замагниченного диска [172, 173] и магнитное торможение вращения центральной черной дыры [174, 175].

Для получения надежных результатов в теории взрыва сверхновой, вызванного нейтрино, необходимы высокоточные самосогласованные модели динамики диска и распространения нейтрино. К настоящему времени были проведены только относительно грубые расчеты, и они показывают, что нейтринный нагрев не обязательно играет главную роль. [176] изучали скорость нагрева из-за аннигиляции нейтрино, испускаемых "горячими областями" различных геометрий и температур. Полученное

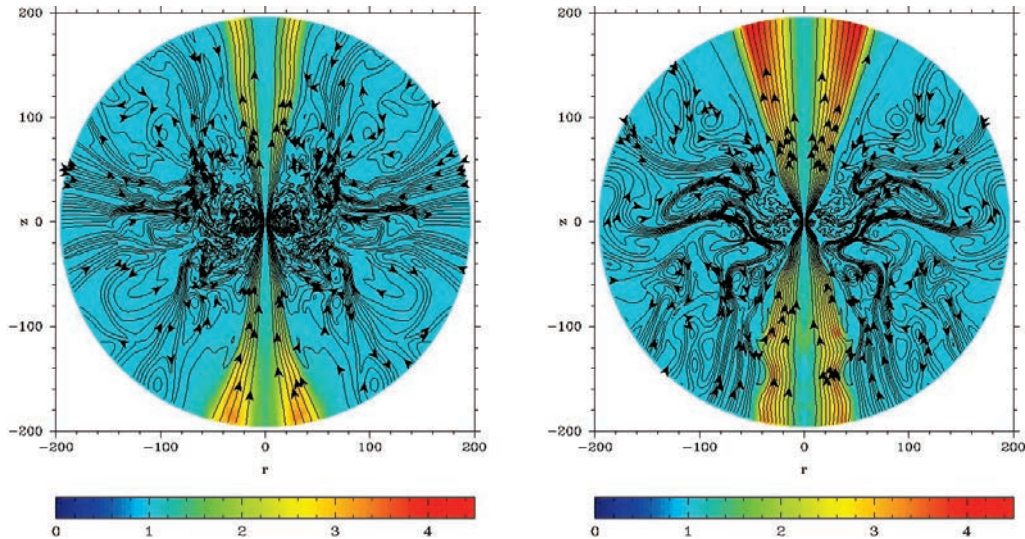


Рис. 5.2: Распределение Лоренц-фактора для $t = 0.2075$ сек. Левая панель показывает *слабозакрученную* модель (в которой отсутствует нейтринное охлаждение), правая панель — модель с *нейтринным охлаждением*.

энерговыведение лежит в интервале $(0.07 - 27) \times 10^{49}$ эрг/сек, а эффективность аннигиляции оказалась довольно низкой, порядка 10^{-3} . В недавней статье [177] был рассчитан нейтринный нагрев, производимый стандартным геометрически тонким аккреционным диском [178]. Показано, что эффективность процесса сильно зависит от параметров вращения черной дыры и быстро убывает с расстоянием как $r^{-4.7}$. Другие аспекты модели коллапсара были рассмотрены в [3]. [179] провели релятивистское МГД-моделирование аккреционных дисков с массами $(0.1 - 0.4)M_{\odot}$. Они обнаружили высокую непрозрачность диска для нейтрино, что приводит к низкой ($\simeq 0.01 - 0.02$) эффективности самой нейтринной эмиссии: подавляющее большинство нейтрино, генерируемых в диске, не могут его покинуть и падают в черную дыру. В своем ньютоновском моделировании гравитационного коллапса [180] рассматривали как нагрев, так и охлаждение вследствие нейтринных процессов. Они пришли к выводу, что передача энергии нейтрино веществу была недостаточна для создания ГВ, и что магнитный механизм более перспективен.

В последние годы роль магнитного поля в аккреции на черной дыры и формировании релятивистских истечений была предметом активного численного моделирования, что принесло многочисленные интересные и важные результаты

[181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191]. В этих исследованиях начальное распределение бралось в виде кеплеровского диска или равновесного тора, содержащего относительно слабое полоидальное магнитное поле, линии которого следовали кривым постоянной плотности или постоянного давления в диске. Было установлено, что дисковая аккреция обусловлена развитием магнитно-вращательной неустойчивости (МВН) [192, 193]. Помимо диска, в симуляциях рассматривались две других структуры — замагниченная корона диска и сильно замагниченная полярная воронка, через которую происходит релятивистское истечение от черной дыры. В этих исследованиях применялись простые адиабатические уравнения состояния, не учитывающие эффекты радиационного охлаждения, которые могут быть малы для некоторых типов активных ядер галактик, но не для дисков коллапсирующих звезд. [179] провели двумерное МГД-моделирование коллапса в метрике Керра с реалистическим уравнением состояния и с учетом нейтринного охлаждения, однако физический промежуток времени, соответствующий этим расчетам, был довольно коротким, $\simeq 0.06$ сек.

В этом параграфе мы моделируем (по аналогии с [188]) коллапс ядра массивной звезды [7]. При этом внешняя оболочка звезды образует массивный аккрецирующий тор.

5.1.2 Физические процессы

Уравнение состояния

В наших симуляциях мы используем следующее уравнение состояния:

$$P_g \equiv P(\rho, T) = P_0(\rho) + n_b k T + \frac{\sigma T^4}{3}, \quad (5.1)$$

где k — постоянная Больцмана, σ — постоянная Стефана — Больцмана, $n_b = \rho/m_p$ — концентрация барионов, m_p — масса протона, P , ρ и T — давление, плотность и температура; $P_0(\rho)$ описывает основное состояние холодной материи с вырожденным электронным газом, выражением для $P_0(\rho)$ служит аппроксимация табличной функции [194, 195, 196].

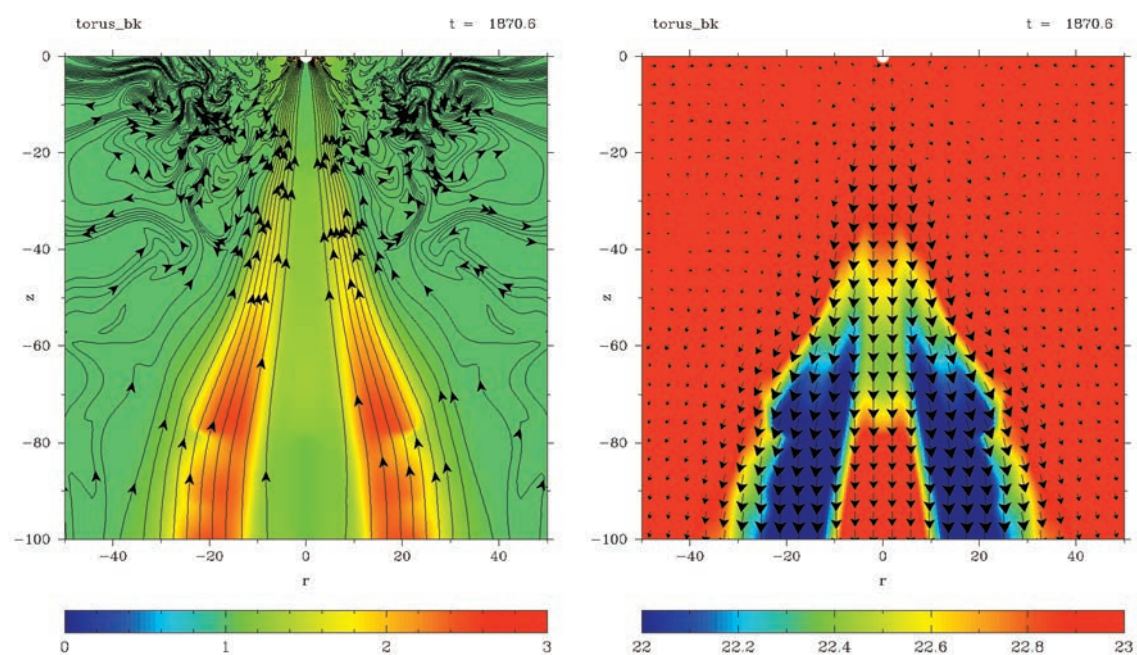


Рис. 5.3: Неустойчивость границы джета. Результаты были получены с помощью линейного решателя Римана с разрешением сетки 320x618. На левой панель показаны распределения Лоренц-фактора и магнитного поля, на правой — давление в логарифмическом масштабе и распределение скоростей (показано стрелками). Ясно видна ударная волна около ($r = \pm 20$; $z = -80$).

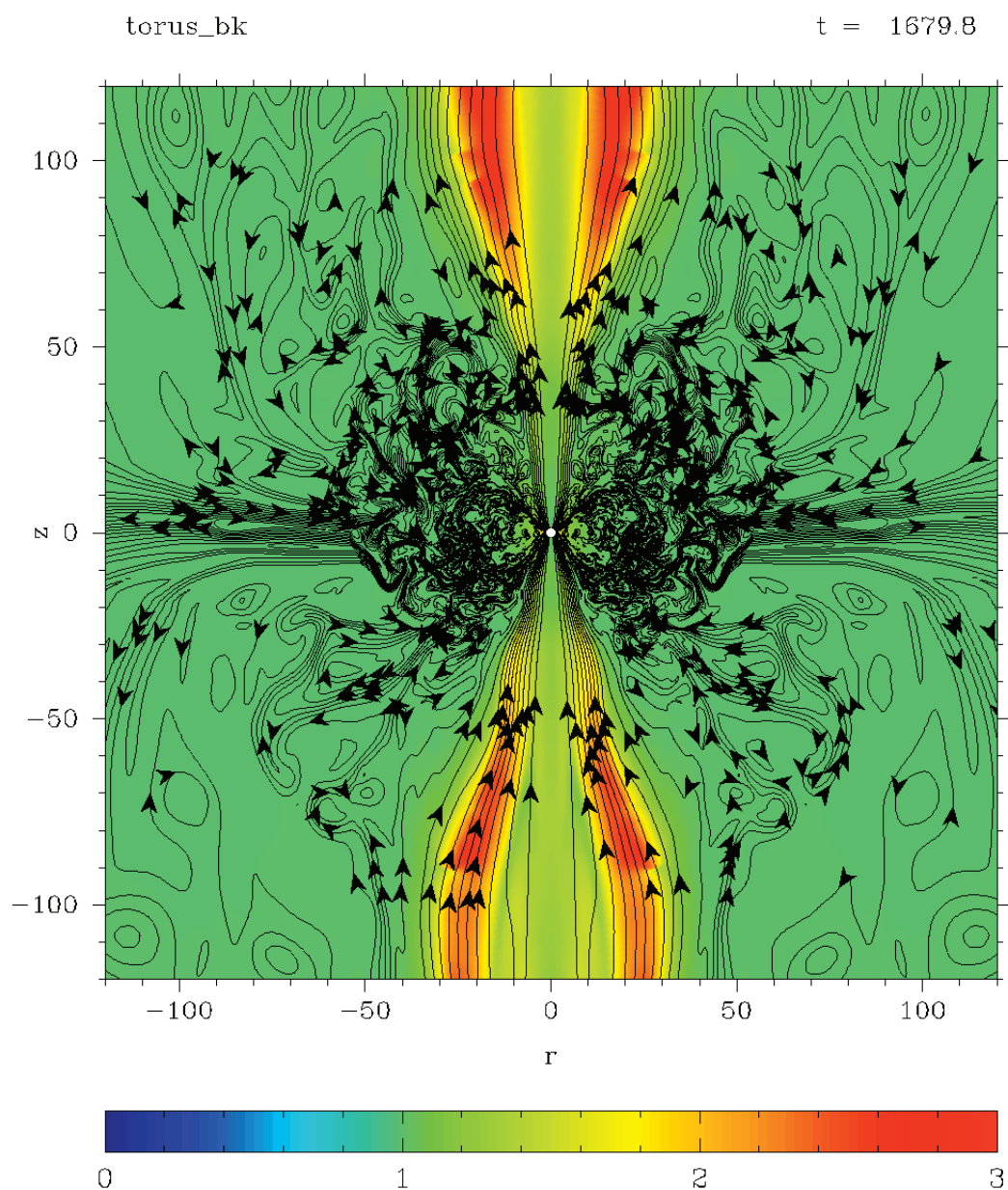


Рис. 5.4: Неустойчивость границы джета. Результаты были получены с помощью линейного решателя Римана с разрешением сетки 640×1233 . Представлены распределения Лоренц-фактора и магнитного поля. Можно видеть ударную волну около ($r = \pm 30$; $z = \pm 100$).

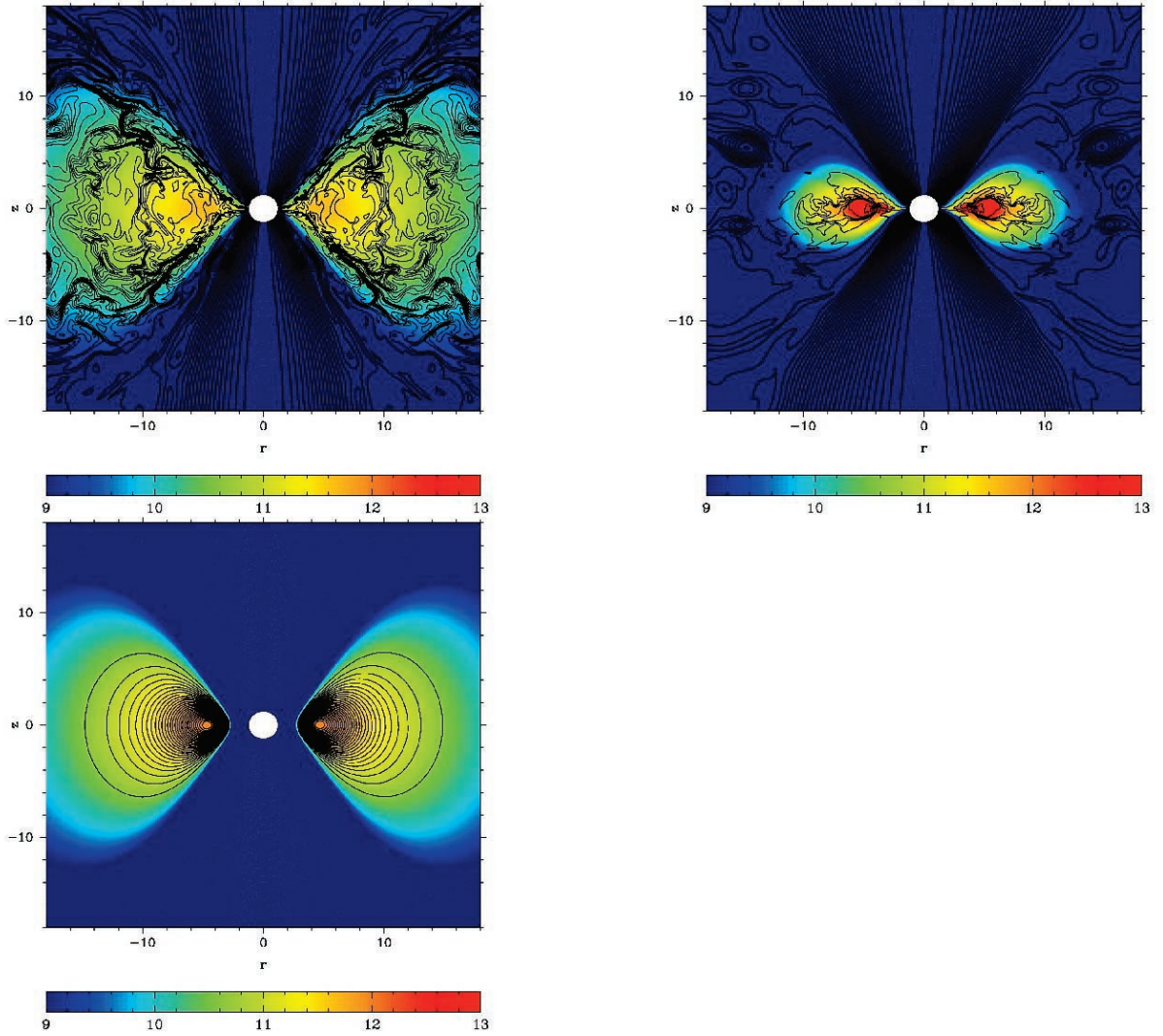


Рис. 5.5: Распределения $\log_{10}(\rho)$ и магнитных силовых линий. Начальное распределение показано на нижней панели. На верхних панелях представлено распределение через 0.2075 сек. эволюции системы, на левой — для *слабозакрученной* модели, на правой — для модели с *нейтринным охлаждением*.

Удельная энергия (на единицу массы) термодинамически определяется как

$$\epsilon = \epsilon_0(\rho) + \frac{3kT}{2m_p} + \frac{\sigma T^4}{\rho}. \quad (5.2)$$

Значение $\epsilon_0(\rho)$ было взято из [197]. Это уравнение состояния позволяет работать с веществом высокой плотности. Более точное уравнение состояния значительно "дороже" в вычислительном смысле, в то время, как игнорирование, например, пар e^+e^- в плазме может дать относительную погрешность в определении температуры, не превышающую 0.3 при высоких температурах [197].

Нейтринное охлаждение

По причинам, изложенным выше, в наших симуляциях мы пренебрегаем нагревом вещества взаимодействием с нейтрино и учитываем только потери на нейтринное излучение. Из [198] мы позаимствовали аппроксимации для потерь Q_p от аннигиляции пар e^+e^- , фотообразования нейтрино Q_{ph} и плазменной генерации нейтрино Q_{pl} , потери от URCA-процессов Q_u — из [199], синхротронного рождения нейтрино Q_s — из [200]:

$$F_\nu(\rho, T) = Q_p + Q_{ph} + Q_{pl} + Q_u + Q_s. \quad (5.3)$$

Нейтринное охлаждение введено в расчеты с помощью введения правой части в уравнение закона сохранения энергии-импульса

$$\partial_\nu(\sqrt{-g}T^\nu_\mu) = \sqrt{-g}Su_\mu, \quad (5.4)$$

где u^ν — 4-скорость плазмы, g - детерминант метрического тензора, S полные потери на нейтринное излучение, измеренные в сопутствующей системе отсчета.

Одна из целей нашего исследования — исследование чувствительности модели торовой аккреции к процессам нейтринного охлаждения. Мы сравниваем два случая: совершенно без охлаждения и оптически тонкий диск с нейтринным охлаждением. Первый случай является очень популярным [183, 184, 187, 189, 201], но менее реалистичным. Второй случай хорошо описывает легкий тор с массой в нескольких процентах от солнечной и может реализоваться при слиянии двух нейтронных звезд или падении нейтронной звезды на черную дыру. Случай промежуточной оптической толщины был рассмотрен в [202].

5.1.3 Схема симуляций и описание вычислительных моделей

Общая схема вычислений

Мы проводим наши вычисления в приближении идеальной релятивистской магнитогазодинамики с использованием решателей Римана. Подробности этого численного метода и результаты его тестирования изложены в [203, 204, 205]. Гравитационное поле моделируется метрикой Керра в координатах Керра-Шилда, $\{\phi, r, \theta\}$. Установим массу черной дыры $M_{BH} = 10M_{\odot}$ что соответствует $r_g = 14.847$ км ($r_g \equiv GM_{BH}/c^2$). Область двумерных осесимметричных вычислений — ($r_{in} < r < r_{out}, 0 \leq \theta \leq \pi$), где $r_{in} \equiv (1 + \sqrt{1 - a^2/2}) r_g$, $a \equiv cJ_{BH}/GM_{BH}^2$ — безразмерный угловой момент черной дыры (J_{BH} — просто угловой момент черной дыры), и $r_{out} \equiv 200r_g \simeq 2969$ км. Мы применяем свободный отток в качестве как внешнего, так и внутреннего граничных условий. Внутренняя граница находится сразу под горизонтом событий — такой выбор возможен, поскольку в координатах Керра-Шилда особенность на горизонте событий отсутствует. Общая масса в пределах вычислительной области мала (менее 25% от массы черной дыры), что позволяет пренебречь самогравитацией. Вычислительная сетка равномерна и имеет 320 ячеек по θ и почти однородна по $\log(r)$, где она имеет 459 ячеек с линейным размером, одинаковым в обоих направлениях.

В качестве начальной конфигурации мы используем равновесный плазменный тор с черной дырой в центре [205, 206, 207]. Значение удельного углового момента l_0 определяет значение эффективного потенциала

$$W(r, \theta) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{L}{A} \right|, \quad (5.5)$$

где

$$L = g_{t\phi}g_{t\phi} - g_{tt}g_{\phi\phi} \quad (5.6)$$

и

$$A = g_{\phi\phi} + 2l_0g_{t\phi} + l_0^2g_{tt} \quad (5.7)$$

Наша вычислительная схема не может работать с вакуумом. Чтобы обойти эту трудность, мы вводим минимальные возможные значения плотности и давления. Мы также контролируем напряженность магнитного поля и не позволяем ему падать

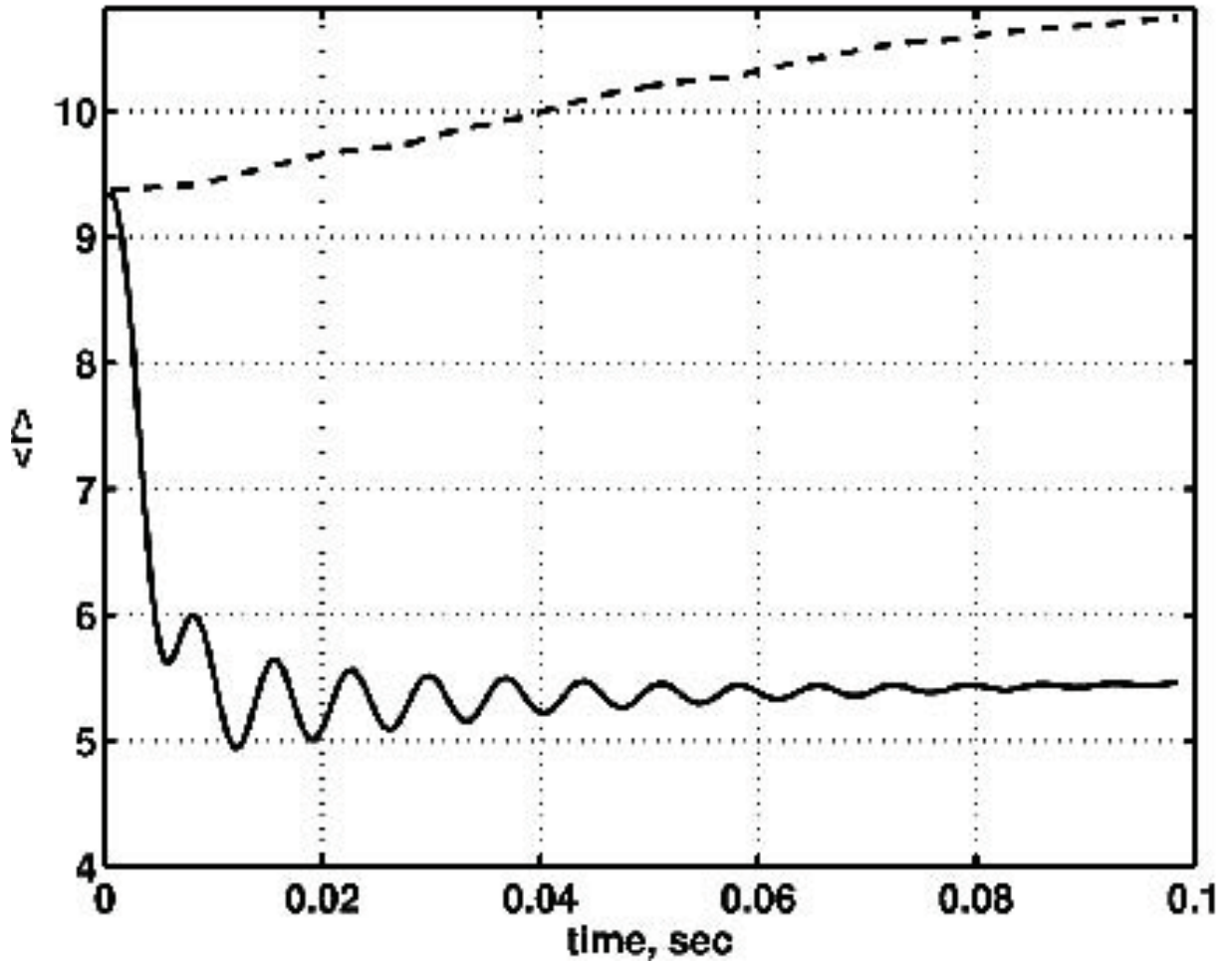


Рис. 5.6: Эволюция среднего радиуса τ для *слабозакрученной* модели (штриховая линия) и модели с *нейтринным охлаждением* (сплошная линия).

ниже $\rho_{min} \leq \frac{1}{6} \frac{B^2}{8\pi c^2}$ и $p_{min} \leq \frac{1}{100} \frac{B^2}{8\pi}$. Для типичной напряженности магнитного поля в нашей задаче эти неравенства, как правило, удовлетворяются с запасом в три порядка. Напряженность магнитного поля сверху ограничена процессами рождения электронно-позитронных пар при аннигиляции пар нейтринных пар и рождением пар e^+e^- в обратном комптоновском рассеянии [208].

Выбор моделей

Из всех параметров нас более всего интересует эффективность выделения энергии

$$\eta \equiv \frac{\int_0^T \dot{E}^{tot} dt}{\int_0^T \dot{M}_{BH} c^2 dt} \quad (5.8)$$

где \dot{E}^{tot} — полный поток энергии сквозь сферу радиуса $180r_g$, и \dot{M}_{BH} скорость аккреции на горизонте событий. Чтобы выяснить зависимость эффективности η выделения энергии от параметров аккреции, мы используем несколько моделей начальных условий, с различными конфигурациями начального магнитного поля и другими параметрами.

Исходная структура магнитного поля в диске в основном определяется динамо-эффектом. Динамо в аккреционных дисках было исследовано многими авторами [209, 210, 211] в контексте модели α - Ω . В зависимости от параметров динамо, получались стационарное дипольное или квадрупольное магнитное поле. Некоторые модели показали временные колебания. Для напряженности магнитного поля расчеты дали лишь грубые оценки. Чтобы воспроизвести вышеупомянутые симуляции, мы выбрали три различных топологий начального магнитного поля (по аналогии с [188]).

Из-за сильной зависимости тороидальной составляющей поля от полоидальной, мы изначально вводим чисто полоидальное магнитное поле. Это поле может быть описано векторным потенциалом с единственным ненулевым компонентом A_ϕ . В наших расчетах мы используем

$$A_\phi \propto \begin{cases} W(r, \theta)^3 & \text{дипольное поле} \\ -W(r, \theta)^3 \tanh\left(\frac{\theta - \pi/2}{w_\theta}\right) & \text{модель Квадрупольная 1} \\ -W(r, \theta)^3 \tanh\left(\frac{r - r_c}{w_r r_c}\right) & \text{модель Квадрупольная 2} \end{cases} \quad (5.9)$$

где $w_\theta = 0.05$ и $w_r = 0.1$ — параметры векторного потенциала. Мы принимаем дипольное начальное магнитное поле для *слабозакрученной, сильнозакрученной, шварцшильдовой, слабомагнитиченной* моделей и модели *с нейтринным охлаждением*. Модели *Квадрупольная 1* и *Квадрупольная 2* вначале имеют квадрупольное магнитное поле, создаваемое двумя противоположными диполями. Для первой из них они расположены над и под экваториальной плоскостью, а для второй — ближе и дальше от черной дыры. Топология магнитного поля представлена на Рис. 5.1. Во всех случаях начальное поле нормировано так, чтобы максимум отношения магнитного давления к газовому $\beta = P_m/P_g$ не превосходил $3 \cdot 10^{-2}$, за исключением *слабомагнитиченной* модели, для которой $\beta \leq 3 \cdot 10^{-4}$. Мы

Таблица 5.1: Начальные условия моделей.

модель	$l/(r_g c)$	a	M_{tor}	Нейтр. охл.	магн. поле	$max(P_m/P_g)$
<i>Квадрупольная 1</i>	2.8	0.9	2.55	нет	квадруполь	0.03
					вверх-вниз	
<i>Квадрупольная 2</i>	2.8	0.9	2.55	нет	квадруполь	0.03
					ближе-	
					дальше	
<i>слабозакруч.</i>	2.8	0.9	2.55	нет	диполь	0.03
<i>с нейтр.охл.</i>	2.8	0.9	2.55	есть	диполь	0.03
<i>сильнозакруч.</i>	4.0	0.9	1.87	нет	диполь	0.03
<i>шварцшильдова</i>	4.0	0.0	1.87	нет	диполь	0.03
<i>слабозамагнич.</i>	4.0	0.9	1.87	нет	диполь	0.0003

выбрали малое значение β для того, чтобы избежать сильного влияния магнитного давления на начальное гидродинамическое равновесие исходной конфигурации.

Безразмерный угловой момент черной дыры равен $a = 0.9$ для всех моделей, кроме *шварцшильдовой*, для которой $a = 0$. Удельный угловой момент и масса аккрецирующего тора равны $l = 2.8 \cdot r_g c = 1.247 \cdot 10^{17} \text{ } ^2^{-1}$, $M_{tor} = 2.55 M_\odot$ для *слабозакрученной*, *Квадрупольной 1*, *Квадрупольной 2* моделей и модели *с нейтринным охлаждением*, и $l = 4.0 \cdot r_g c = 1.782 \cdot 10^{17} \text{ } ^2^{-1}$, $M_{tor} = 1.87 M_\odot$ для *сильнозакрученной*, *шварцшильдовой* и *слабозамагниченной* моделей. Во всех моделях мы пренебрегаем нейтринным охлаждением, кроме, собственно, модели *с нейтринным охлаждением*. Сводка параметров моделей дана в Табл. 5.1.3.

5.1.4 Полученные результаты

Во всех моделях (кроме *шварцшильдовой*) после первичной релаксации возникает одинаковая стандартная конфигурация: сильно замагниченный джет, толстый диск и ветер от него. В наших расчетах мы обнаружили, что граница между джетом и ветром может быть неустойчивой (рост возмущений наиболее проявляется в модели *с нейтринным охлаждением* (см. Рис. 5.2), в южной полусфере в интервале

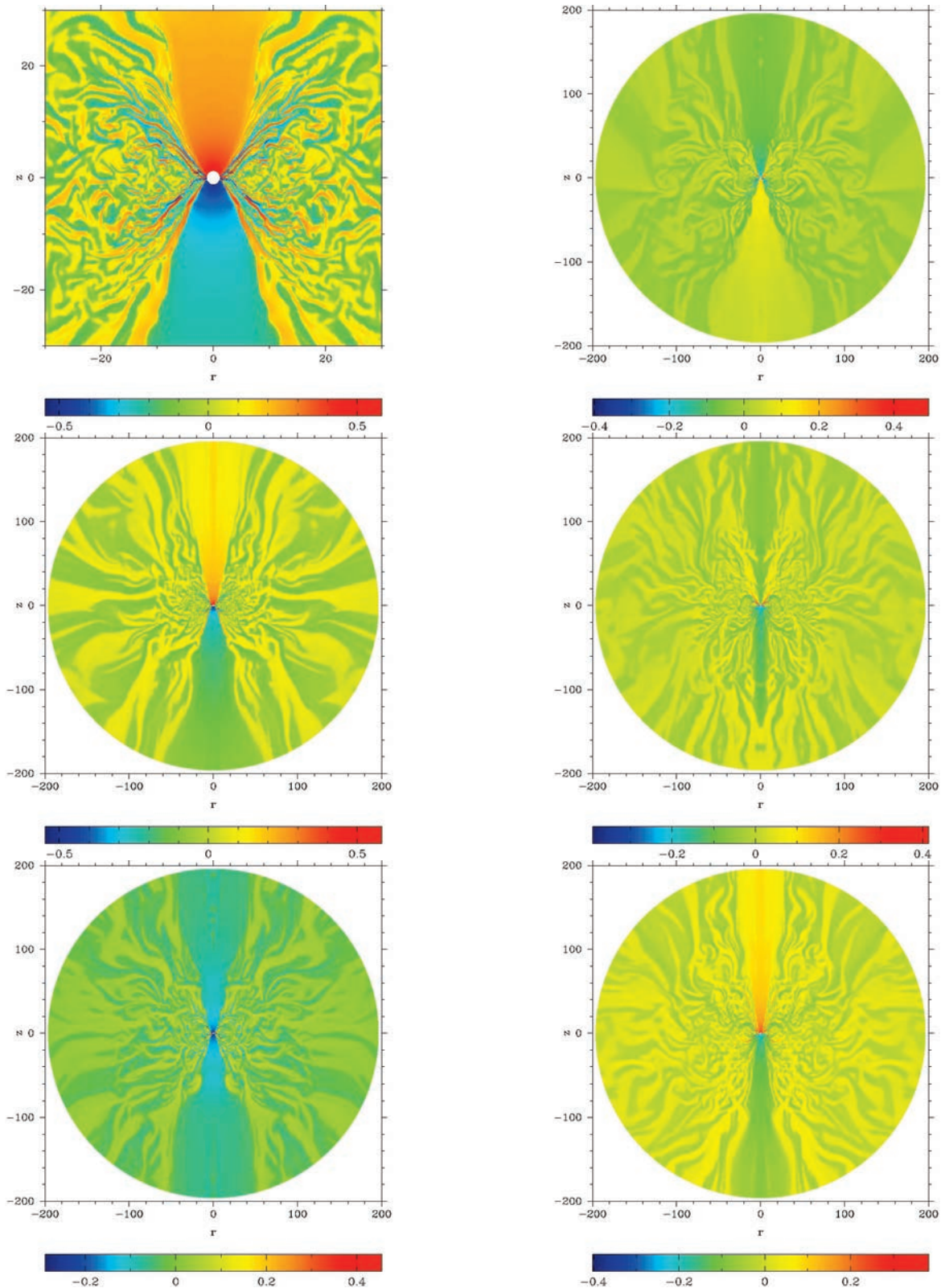


Рис. 5.7: Распределение $\text{sign}(B_r)(|B_r|/10^{16}G)^{1/4}$ (B_r — радиальная компонента магнитного поля). Левая панель показывает распределение в момент $t = 0.208$ сек. для центральной области *слабозакрученной* модели (верхний рисунок), общий вид *слабозакрученной* модели (средний рисунок) и *Квадрупольная 1* модель (нижний рисунок). На правой панели показаны конфигурации магнитного поля для модели *Квадрупольная 2* в моменты $t = 0.1288$ сек., $t = 0.2278$ сек. и $t = 0.4259$ сек.

радиусов $100 - 150r_g$). В [186] сообщается об аналогичном эффекте.

Чтобы удостовериться в нечисленной природе этого эффекта, мы предприняли несколько дополнительных симуляций с использованием двух разных решателей Римана (линеаризованного и HLL), с тремя различными разрешениями сетки для каждого (160x311, 320x618, 640x1233). Расчет велся в области $r_{in} = 1.32 \cdot r_g$, $r_{out} = 1000 \cdot r_g$, чтобы уменьшить влияние внешней границы. Чтобы избежать влияния нейтринного охлаждения, мы выбрали политропное уравнение состояния $p = K\rho^{4/3}$ и исключили все источники охлаждения или нагрева.

Все вычисления, предпринятые с помощью HLL-решателя Римана, привели к гладкой границе между джетом и ветром без ударных волн. Аналогичная картина наблюдалась, когда мы использовали линеаризованный решатель Римана на минимальном разрешении. Однако с увеличением разрешения линеаризованного решателя Римана граница джет-ветер становилась неустойчивой (Рис. 5.3, Рис. 5.4). На разрешениях 320x618 и 640x1233 формируется отчетливая ударная волна около $(r = \pm 20; z = -80)$ и $(r = \pm 30; z = \pm 100)$, соответственно.

Мы можем сделать вывод, что неустойчивость не является числовым артефактом, и линеаризованный решатель Римана с низкой вязкостью позволяет нам ее увидеть. Решатели с низким разрешением или высокой вязкостью подавляют эффект. Это может быть причиной отсутствия неустойчивости в [183]. Важно отметить, что этот эффект не связан с нейтринным охлаждением, в отличие от неустойчивости аккреционного тора, речь о которой пойдет ниже.

В начальной тороидальной конфигурации излучение и вырожденный электронный газ производят 80% и 20% от общего давления, соответственно. Поэтому нейтринное охлаждение становится очень важным. Структура аккреционного потока существенно не меняется: поток в модели с *нейтринным охлаждением* аналогичен потоку в *сильнозакрученной* (Рис. 5.5) и тоньше, чем в *слабозакрученной* модели.

Однако интенсивное нейтринное охлаждение в модели с *нейтринным охлаждением* приводит к существенной разбалансировке начальной конфигурации. Первоначально устойчивый тор коллапсирует в новую конфигурацию с пренебрежимо малым тепловым давлением. На Рис. Fig. 5.5 можно видеть влияние ней-

тринного охлаждения на структуру тора. Тор в отсутствие охлаждения сохраняет первоначальный размер и форму. Охлаждение приводит к разрушению исходной конфигурации. Максимальная плотность увеличивается до десяти раз и достигает значения 10^{13} г/см³. На начальном этапе расчетов центральная область тора быстро остывает и падает в потенциальную яму, в то время, как наружные части не сначала не охлаждаются. Интенсивное нейтринное охлаждение приводит к разбалансировке аккреционного тора. Из-за асимметрии потенциальной ямы нескомпенсированная гравитационная сила приводит к возникновению колебаний (Рис. 5.6, аналогичные результаты были получены в [212, 213]).

Таким образом, охлаждение приводит к возникновению интенсивных радиационных ударных волны, которые (а также полоидальное магнитное поле) сильно увеличивают эффективную вязкость. Если мы пренебрегаем охлаждением, колебания не возникают, средний радиус увеличивается из-за сильного истечения в виде ветра. В оптически тонком случае колебания возникают с амплитудой $\Delta r/r = 0.05$, где

$$r \equiv \frac{\int_M |r| dm}{\int_M dm} \quad (5.10)$$

— среднемассовый радиус, и быстро уменьшаются из-за высокой вязкость. Мы можем оценить время релаксации как $t_{relax} = t_{osc} \times Q$, где $Q = |(\Delta r_i + \Delta r_{i+1})/2(\Delta r_i - \Delta r_{i+1})| \simeq 3.8$, и Δr_i — максимальное отклонение i -ого колебания от равновесия. В нашем случае $t_{relax} \approx 0.027$ sec. Такие же колебания были обнаружены в случае промежуточной оптической толщины для нейтрино [202].

Очень интересный и важный эффект наблюдается в модели *Квадрупольная 2*. Структура магнитного поля в этой модели фактически представляет собой конфигурацию магнитного поля двух контуров с током, текущим в противоположном направлении, расположенных на различных радиусах в экваториальной плоскости. В этом случае магнитосфера выглядит как переменный диполь. На Рис. 5.7 можно видеть, что изначально магнитные линии вблизи черной дыры преимущественно ориентированы вверх. Через некоторое время силовые линии магнитного поля переворачиваются. Это происходит, когда внутренний контур с током падает под горизонт. Возможные физические следствия этого явления будут рассмотрены

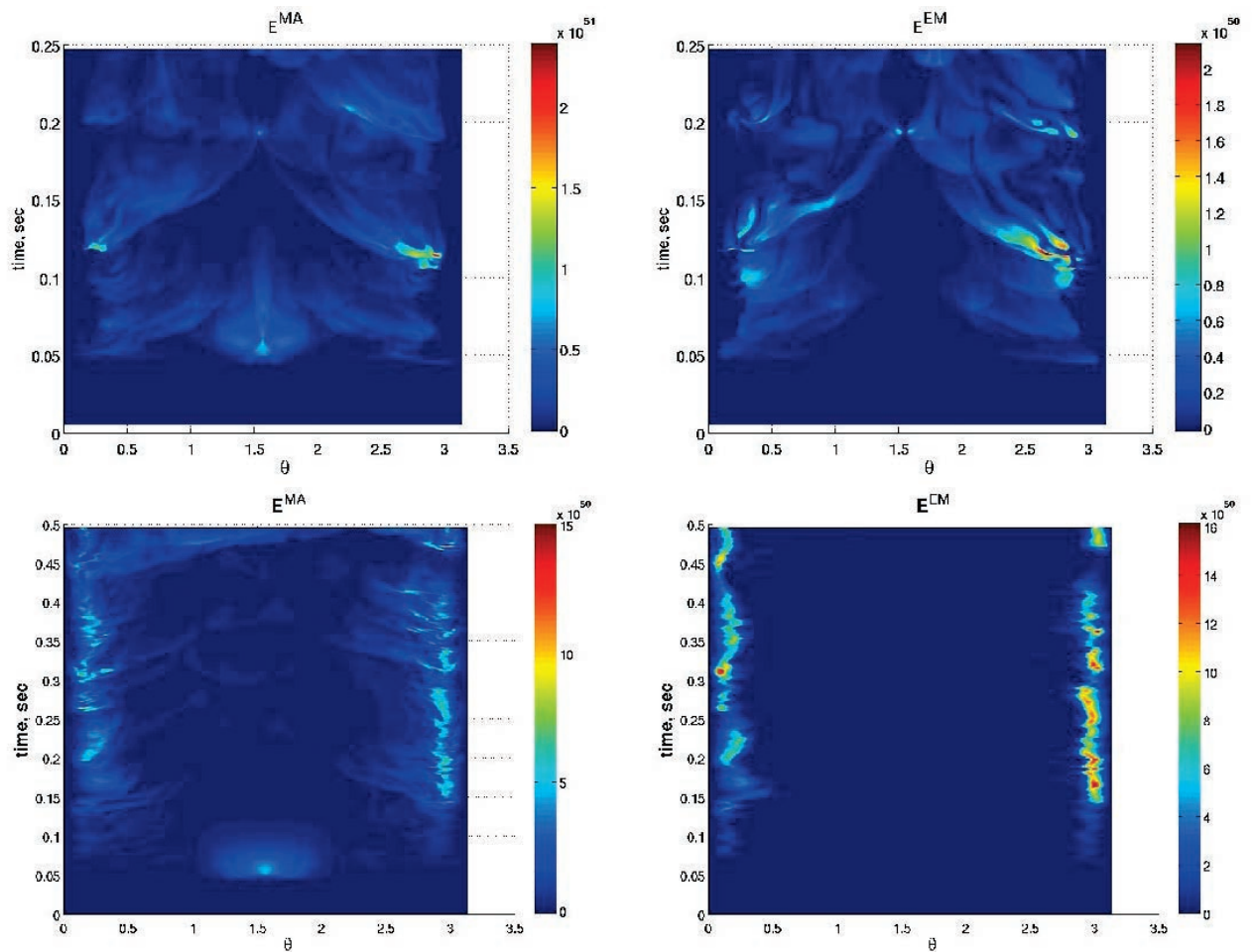


Рис. 5.8: Зависимость переносимого веществом (\dot{E}^{MA} , левая панель) и электромагнитного (\dot{E}^{EM} , правая панель) потоков энергии в единицу телесного угла на радиусе $R = 180r_g$ от θ и времени для *шварцшильдовой* (верхние рисунки) and *сильнозакрученной* (нижние рисунки) моделей.

Таблица 5.2: Главные результаты.

Назв. модели	l	a	\dot{M}_{BH}	\dot{M}_w	\dot{E}_{51}^{EM}	\dot{E}_{51}^{MA}	\dot{E}_{51}^{tot}	η
<i>слабозакруч.</i>	2.8	0.9	1.3937	0.0189	0.777	1.076	1.8530	7.4×10^{-4}
<i>с нейтр. охл.</i>	2.8	0.9	0.8588	0.0134	1.5024	1.4014	2.9039	1.9×10^{-3}
<i>Квадрупольная 1</i>	2.8	0.9	0.3976	0.00023	0.0022	0.0058	0.0080	1.1×10^{-5}
<i>Квадрупольная 2</i>	2.8	0.9	0.2126	0.00034	0.0019	0.0065	0.0083	2.2×10^{-5}
<i>сильнозакруч.</i>	4.0	0.9	0.053	0.0026	0.1283	0.1541	0.2824	3.0×10^{-3}
<i>шварцшильдова</i>	4.0	0.0	1.411	0.0086	0.0216	0.2320	0.2536	1.0×10^{-4}
<i>слабозамагнич.</i>	4.0	0.9	0.0023	5.5×10^{-6}	2.0×10^{-6}	8.16×10^{-5}	8.36×10^{-5}	2×10^{-5}

Здесь l — безразмерный угловой момент аккрецирующего вещества; \dot{M}_{BH} — темп аккреции $M_{\odot}\text{сек}^{-1}$; \dot{M}_w — количество массы, уносимое ветром за единицу времени $M_{\odot}\text{сек}^{-1}$ на радиусе $180r_g$; \dot{E}_{51}^{EM} , \dot{E}_{51}^{MA} , \dot{E}_{51}^{tot} потоки энергии, уносимые электромагнитным полем, веществом, и полный, на радиусе $180r_g$, в единицах $10^{51}\text{эргсек}^{-1}$; η — эффективность выделения энергии η (5.8). Отметим, что в случае *слабозамагнитной* модели аккреция начинается лишь после 0.75 сек., в то время, как симуляции продолжались лишь до 0.99 сек.

ниже.

Полоидальное магнитное поле играет решающую роль в эволюции и динамике аккреционных дисков, а также в процессе выкачивания вращательной энергии из черной дыры. Наши расчеты демонстрируют тесную связь между магнитными потоками через горизонт и в торе. В частности, поток через горизонт никогда не превышает максимальный поток в торе. О связи между магнитным потоком и условиями для запуска механизм Блендфорда-Жнаека ранее сообщалось в [214].

В *слабозакрученной*, *Квадрупольной 1* и *Квадрупольной 2* моделях мы кладем угловой момент тора $l = 2.8 \cdot r_g c$, близкий к предельной конфигурации, и поэтому даже малые возмущения ведут к аккреции. Если начальный момент увеличить до $l = 4.0 \cdot r_g c$ (*сильнозакрученная* модель), это снижает скорость аккреции в тридцать раз, но выделение энергии не падает так сильно (см. Табл. 5.1.4), так как значительная часть магнитного поля аккрецирует на черную дыру, увеличивая магнитный поток вблизи нее. В результате эффективность извлечения энергии в этом случае весьма высока $\eta = 3.0 \times 10^{-3}$.

Другим важным параметром является угловой момент черной дыры a . Де-

тальные исследования его влияния на формирование джетов было проведено в [183, 184, 185, 201]. Структура решения существенно меняется, если $a = 0$ (*шварцшильдова* модель, см. Табл. 10tabl2). Центральный сильно замагниченный джет не формируется вообще, энергия высвобождается через субрелятивистской замагниченный ветер. Полный поток энергии через систему "джет+ветер" практически одинаков для *шварцшильдовой* и *сильнозакрученной* моделей, В то время, как темп аккреции в первом случае в 27 раз выше.

Рассмотрим пространственно-временную эволюцию потока энергии сквозь сферу радиуса $R = 180 \cdot r_g$. Полный поток можно разделить на две части: электромагнитный \dot{E}^{EM} и переносимый веществом \dot{E}^{MA} . В случае *сильнозакрученной* модели (Рис. 5.8, нижний ряд) легко видеть, что энергия преимущественно уносится электромагнитным полем в джетах в струях и материей в ветре. Максимальный электромагнитный поток распространяется вблизи (но не на) оси. Максимумы потока энергии, переносимой веществом, сильно коррелируют с максимумами потока электромагнитной энергии, т.к. бóльшая часть потока, уносимого ветром, возникает из-за ударных волн, возникающих на границе между релятивистским джетом и ветром. Джет очень эффективно нагревает окружающий ветер, что может породить горячую корону вокруг аккреционного диска.

Иная ситуация наблюдается в случае *шварцшильдовой* модели (Рис. 5.8, верхний ряд): потоки энергии, переносимые электромагнитным полем и веществом, имеют гораздо более широкое угловое распределение. Сильно замагниченная зона не возникает, и мы видим замагниченный поток, в котором доминирует вещество.

5.1.5 Обсуждение результатов

Топология и напряженность магнитного поля играют ключевую роль в процессе аккреции на черную дыру. В нашем моделировании эффективность выделения энергии изменяется на два порядка, когда мы меняем топологию магнитного поля с диполя (модели *с нейтринным охлаждением* и *сильнозакрученная*) на квадруполь (модели *Квадрупольная 1* и *Квадрупольная 2*). В нашей работе мы решали двухмерную задачу, поэтому динамо-эффект возникать в принципе не мог. Однако

можно увидеть временные увеличения интенсивности магнитного поля, связанные с ростом турбулентности, вызванным МВН, и перекручиванием магнитных линий.

Механизм Блендфорда-Жнаека играет ведущую роль в извлечении энергии из вращающейся черной дыры при аккреции. Наши оценки эффективности высвобождения энергии в три раза ниже, чем в [185] и почти в 25 раз ниже, чем в [214, 215]. Мы объясняем это различиями между начальным магнитным полем: в [214], например, поток магнитного поля был в 4.8 раз выше.

Отмеченное нами в *Квадрупольная 2* модели переворачивание магнитного поля — весьма важный эффект. На Рис. 5.7 можно видеть, что изначально магнитные линии вблизи черной дыры преимущественно ориентированы вверх, но через некоторое время они преимущественно переориентируются в противоположную сторону. Физика этого явления тривиальна: структура магнитного поля в этой модели фактически представляет собой конфигурацию магнитного поля двух контуров с током, текущим в противоположном направлении, расположенных на различных радиусах в экваториальной плоскости. Когда внутренний контур с током падает под горизонт, направление магнитного поля в джете опрокидывается. Конечно, нет никаких оснований считать, что реальное магнитное поле в аккреционном диске — квадрупольное. Тем не менее, описанный выше механизм может иметь место в более общем случае. Полоидальное магнитное поле играет решающую роль в эволюции и динамике аккреционных дисков. Магнитно-вращательная неустойчивость (МВН) определяет скорость аккреции и может быть источником магнитного динамо в диске. В наших двухмерных расчетах динамо невозможно в принципе. Однако динамо-эффект на диске должен генерировать вихревые токи с противоположной ориентацией магнитного поля [211]. *Квадрупольная 2* модель показала, что это должно приводить к периодическому изменению направления магнитного поля в джете. В таком случае джет будет представлять собой цепь областей с различной ориентацией магнитного поля, что может быть ключом к пониманию "интригующей эволюции градиентов Фарадеева вращения на масштабе парсек в джете объекта VL Lас B1802+784" [216].

Процессы нейтринного охлаждения значительно подавляют ветер из аккреционного диска, но выделение энергии заметно не уменьшается; более того, иногда

эти процессы могут стабилизировать истечение. Вызванные нейтринными процессами колебания (Fig. 5.6) похожи на численный эффект от "включения" начальных условий: более реалистичные условия [169, 175] ведут к отсутствию заметных радиальных колебаний. Но даже если колебания реальны, их едва ли можно наблюдать с помощью детекторов гравитационных волн.

Чтобы убедиться в этом, можно выполнить простую оценку. В соответствии с результатами симуляций, аппроксимируем радиальные колебания тора как

$$\mathbf{r} = r_0 + \Delta r \sin(\omega t) \exp(-t/t_{relax}) \quad (5.11)$$

где $t_{relax} \approx 0.027$ сек, $\omega \approx \frac{2\pi}{t_{relax}} \cdot 6.7$ сек⁻¹, $\Delta r = 0.4r_g$, $r_0 = 5.5r_g$ и \mathbf{r} определяется соотношением (5.10). В квадрупольном приближении амплитуда гравитационных волн равна [217]:

$$h_{ij} = \frac{2G}{Rc^4} \ddot{I}_{ij} \quad (5.12)$$

где R — расстояние до источника, и I_{ij} — квадрупольный момент системы. В нашем случае $I_{zz} = M_{tor}\mathbf{r}^2/3$, $I_{xx} = I_{yy} = M_{tor}\mathbf{r}^2/6$. Получается:

$$h_{zz} \equiv h = \frac{2GM_{tor}}{3Rc^4} \ddot{\mathbf{r}}^2 \quad (5.13)$$

В момент $t = 0$ амплитуда колебаний тора максимальна и $\ddot{\mathbf{r}}^2 \simeq 2\omega^2 r_0 \Delta r$ (мы учли, что $\omega \gg 1/t_{relax}$).

$$h = \frac{4GM_{tor}\omega^2 r_0 \Delta r}{3Rc^4} \quad (5.14)$$

Следовательно, расстояние, на котором гравитационное излучение может быть обнаружено, равно

$$R = \frac{4GM_{tor}\omega^2 r_0 \Delta r}{3hc^4} \quad (5.15)$$

Эксперимент *LIGO* имеет чувствительность около $h \sim 10^{-22}$ [218], что соответствует $R = 400$ кпс. Мы также должны принимать во внимание тот факт, что максимальная чувствительность детектора достигается для длинных цугов гравитационных волн, а в нашем случае длительность сигнала коротка, порядка t_{relax} . Поэтому *LIGO* не сможет наблюдать осцилляции аккреционного диска, если источник не находится в нашей Галактике (или ее спутниках).

Во всех рассмотренных моделях, где черная дыра имела угловой момент, возникал сильно замагниченный релятивистский джет. Полученные нами параметры ускорения плазмы в джете (Рис. 5.2) находятся в хорошем согласии с [215, 219, 220].

Если принять коэффициент выделения энергии $\eta \sim 0.003$, соответствующий *сильнозакрученная* модели или модели *с нейтринным охлаждением*, можно оценить полную энергию, выделенную при аккреции, как $E_{tot} \approx \eta M_{torus} c^2 \approx 1.3 \cdot 10^{52}$ эрг. Однако это значение η не обязательно является универсальным: как мы могли видеть, другие конфигурации магнитного поля приводят к существенно отличным значениям η .

Сценарий образования гиперновой, рассматривающийся в этой статье является возможной альтернативой модели гиперновой, порождаемой магнетаром [221]. Оба сценария предсказывают формирование коллимированных джетов, достаточно энергичных, чтобы объяснить как гамма-всплеск, так и возникновение гиперновой. Чтобы выявить характерные черты и различать эти два сценария, необходимы дальнейшие высококачественные симуляции. В настоящее время уже можно сказать, что состав вещества в джетах должен быть разными. В сценарии коллапсара мы ожидаем, в джете сильно доминирует электромагнитный поток энергии ($\epsilon_{field}/\epsilon_{matt} \sim 1000$, где ϵ_{field} и ϵ_{matt} — поток энергии, переносимый электромагнитным полем и веществом, соответственно, а сам джет в основном состоит из e^+e^- -пар, в то время, как в сценарии магнетара в джете доминируют барионы, и он обладает средней замагниченностью ($\epsilon_{field}/\epsilon_{matt} \sim 1 - 100$).

Неустойчивость границы между джетом и ветром приводит к интересным эффектам. Скорость джета гораздо выше, чем скорость звука в ветре, и граничные возмущения порождают сильные ударные волны, распространяющиеся в ветре (Рис. 5.8). Волны эффективно нагревают ветер и могут породить горячую корону вокруг аккреционного диска, как в системе SS433 [222].

5.1.6 Заключение

Скорость аккреции и высвобождение энергии определяются четырьмя основными параметрами: структурой магнитного поля, угловым моментом черной дыры, удель-

ным моментом вращения аккрецирующего вещества, массой аккреционного диска аккрецирующей части звездной оболочки. Чтобы аккреция была длительной, угловой момент аккрецирующей материи должен быть достаточно высоким для формирования аккреционного диска вокруг черной дыры. Как показала *шварцшильдова* модель, если угловой момент черной дыры недостаточен, мощный замагниченный джет не формируется вообще, что полностью меняет картину аккреции. Кроме того, сравнение *слабозакрученной* и *сильнозакрученной* моделей показывает, что сравнительно малое изменение углового момента аккрецирующего вещества приводит к изменению эффективности аккреции. Нейтринные потери не препятствуют высвобождению энергии и могут даже стабилизировать замагниченный джет.

Наименее понятным и очень важным фактором, определяющим эффективность аккреции, является структура магнитного поля аккреционного диска. Как мы могли видеть из расчетов, простая замена дипольного поля квадрупольным уменьшает выделение энергии на два порядка. Магнитный поток вблизи черной дыры регулирует выделение энергии из эргосферы, а магнитосфера черной дыры формируется и поддерживается диском. В наших расчетах мы сами задавали начальное магнитное поле в торе. Однако ясно, что для прояснения этого вопроса необходимы самосогласованные симуляции магнитного динамо в диске.

Тем не менее, наши расчеты показывают, что в ходе аккреции массивного тора на вращающуюся черную дыру с массой $\sim 10M_{\odot}$ возникает очень интенсивный поток энергии, переносимый как электромагнитным полем, так и веществом. Общая выделяемая энергия вполне достаточна, чтобы объяснить взрывы гиперновых, такие, как GRB980425 или GRB 030329. Аккреция замагниченной материи на вращающуюся черную дыру — весьма перспективная модель "центрального двигателя" этих явлений.

Кроме того, мы обнаружили, что неустойчивость границы между джетом и ветром генерирует ударные волны, распространяющиеся в область ветра и нагревающие его. Этот эффект может привести к образованию горячей короны вокруг системы, аналогичной SS433.

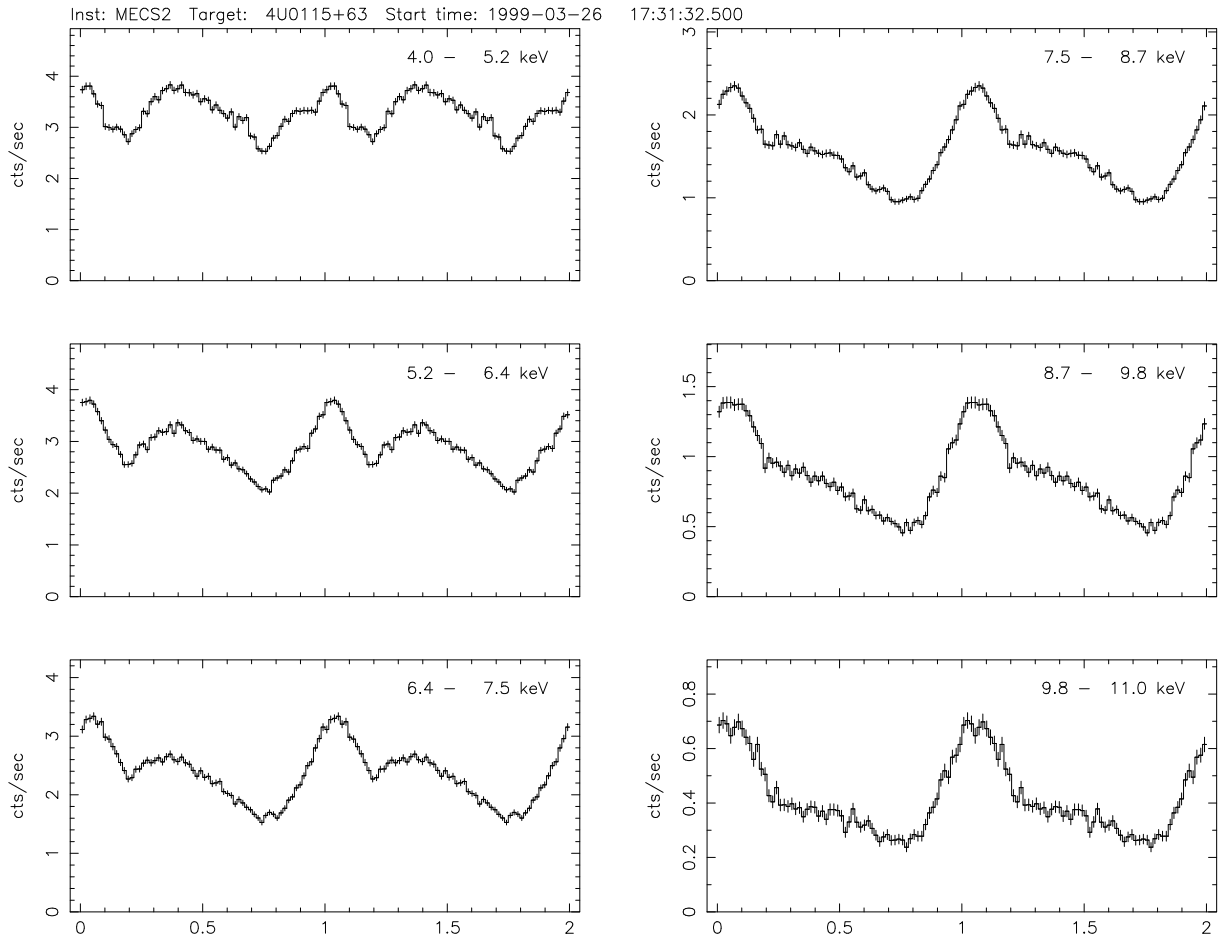


Рис. 5.9: Профили импульса источника 4U0115+63 в диапазоне энергий 4 – 11 кэВ.

5.2 Рентгеновские пульсары

4U0115+63 является хорошо известным транзиентным рентгеновским источником. Орбитальный период двойной системы равен 24.3 дням, а эксцентricность орбиты $e = 0.34$ [223]. Оптический компонент системы — звезда *V635 Cassiopeiae*, спектрального класса *O9* [224]. Рентгеновские вспышки источника 4U0115+63, впервые зарегистрированные спутником *UHURU* [225], позже наблюдались аппаратами *HEAO-1* [226], *CGRO/BATSE* [227], *RXTE* [228], *Ginga* [229], *Beppo-SAX* [230]. Источник пульсирует с периодом ~ 3.6 сек [226].

Циклотронная особенность в спектре 4U0115+63 была впервые найдена в 1979 году [231]. В 1983 была открыта вторая гармоника [232], позже были также обнаружены третья и четвертая [230, 233]. В работе [229] зависимость спектра 4U0115+63 от его фазы исследовалась на основе наблюдений спутника *Ginga*. Была обнаруже-

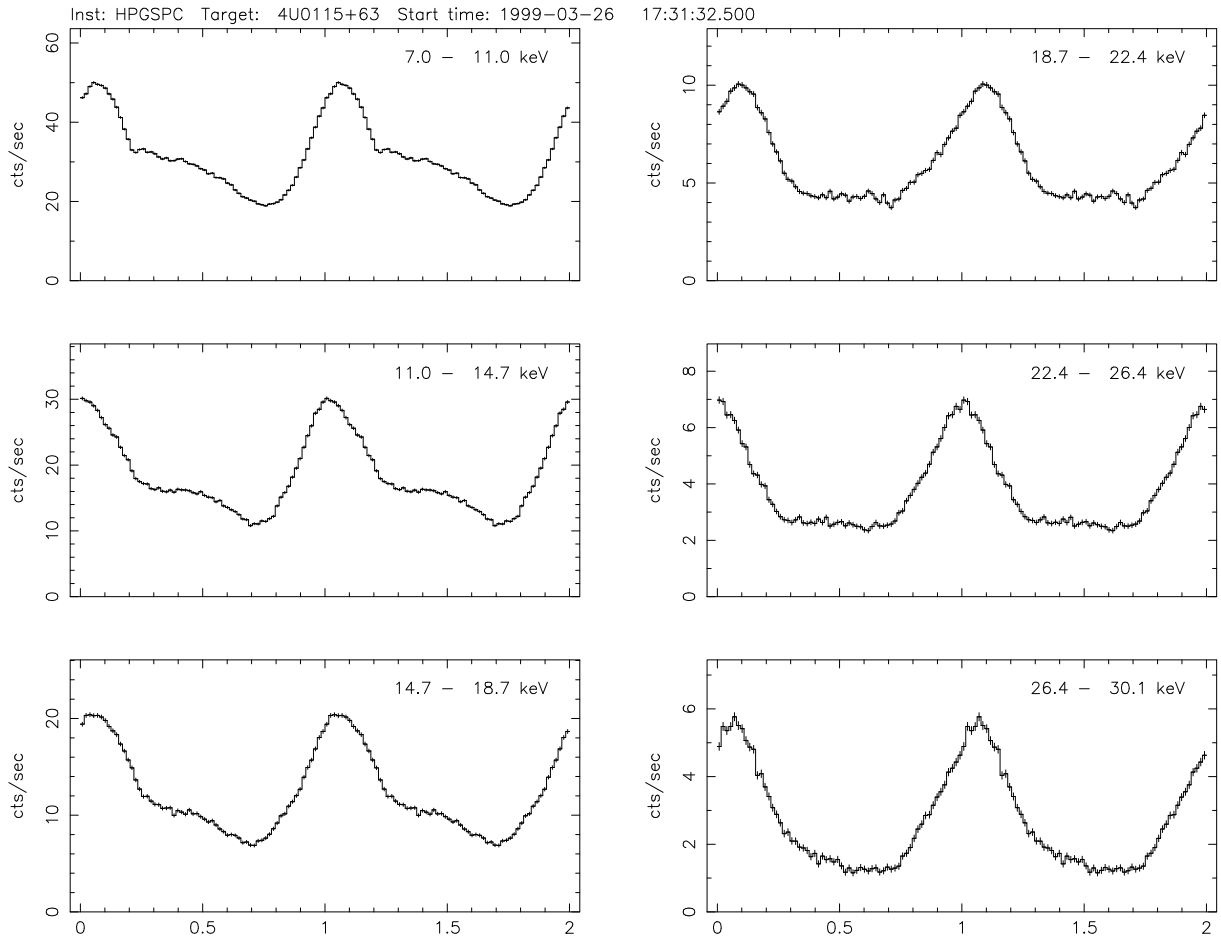


Рис. 5.10: Профили импульса источника 4U0115+63 в диапазоне энергий 7 – 30 кэВ.

на явная зависимость параметров циклотронной особенности от фазы и светимости источника.

К настоящему моменту 4U0115+63 остается единственным рентгеновским пульсаром, в спектре которого обнаружены циклотронные линии вплоть до четвертого порядка. Это обстоятельство делает его отличным пробным камнем для проверки теории гироманнитных процессов, происходящих в активной зоне рентгеновских источников [1, 21]. Обычно в спектре видна только одна циклотронная линия, и такой спектр может быть смоделирован с помощью весьма разнообразных теоретических моделей. Сложная гироманнитная особенность, с большим количеством параметров, как у источника 4U0115+63, может позволить нам выбрать из этого обилия подходящую теорию.

Данный параграф посвящена изучению зависимости спектральных свойств источника 4U0115+63 по результатам наблюдений его рентгеновской вспышки в мар-

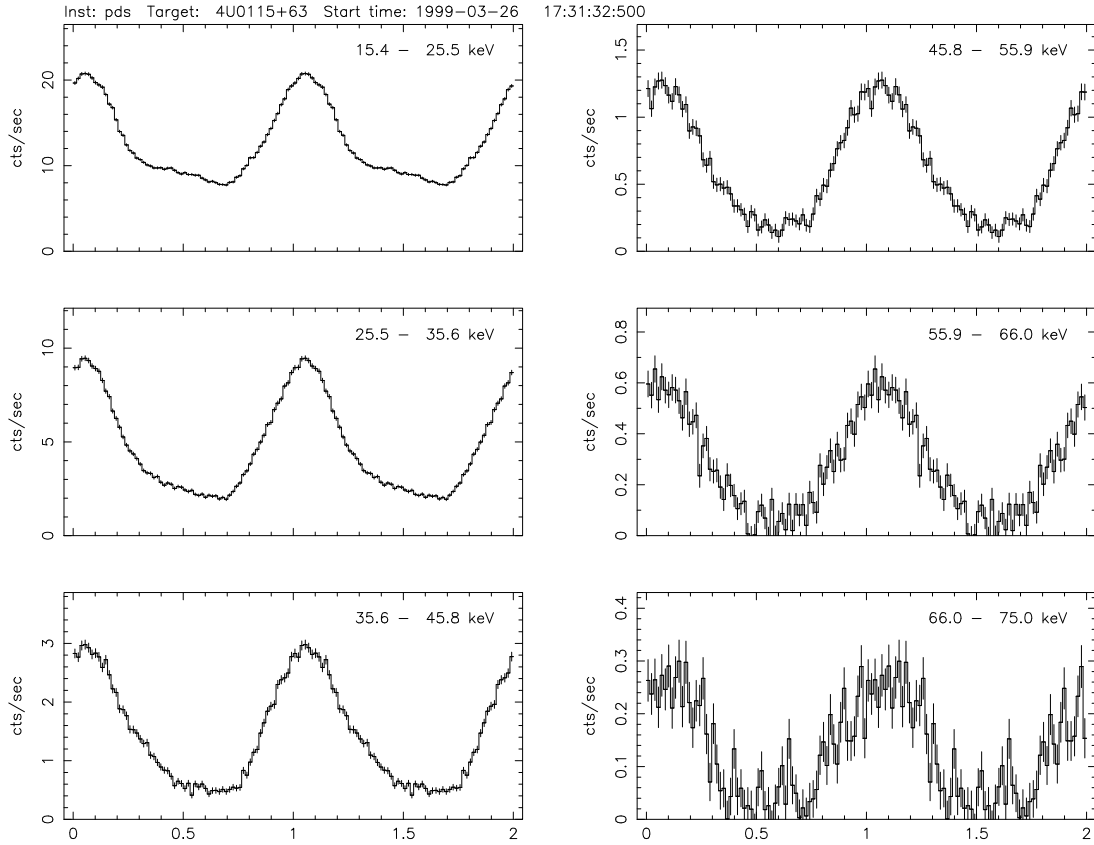


Рис. 5.11: Профили импульса источника 4U0115+63 в диапазоне энергий 15 – 75 кэВ.

те 1999 года, проведенных спутником *Beppo-Sax*. При этом мы сосредоточили внимание на циклотронной особенности и зависимости ее параметров от фазы пульсара. Полученные результаты позволяют нам анализировать физические условия в активной области и процессы которые могут привести к формированию спектра такого вида.

5.2.1 Наблюдения и анализ спектров.

Анализ кривых блеска.

Эта работа основана на наблюдениях, выполненных аппаратом *Beppo-Sax* 26 марта 1999 года (OP6714). Время наблюдения составило $17^h 12.5^s$. Так как первая циклотронная гармоника в спектре 4U0115+63 наблюдается на энергии ~ 12 кэВ [230, 232], мы использовали данные в энергетическом интервале от 2 кэВ до 75 кэВ. Этот интервал перекрывается тремя инструментами спутника *Beppo-Sax*: MECS(2 – 11 кэВ), HPGeSPC (7 – 30 кэВ), PDS(15 – 75 кэВ). Дополнительную информацию об этих

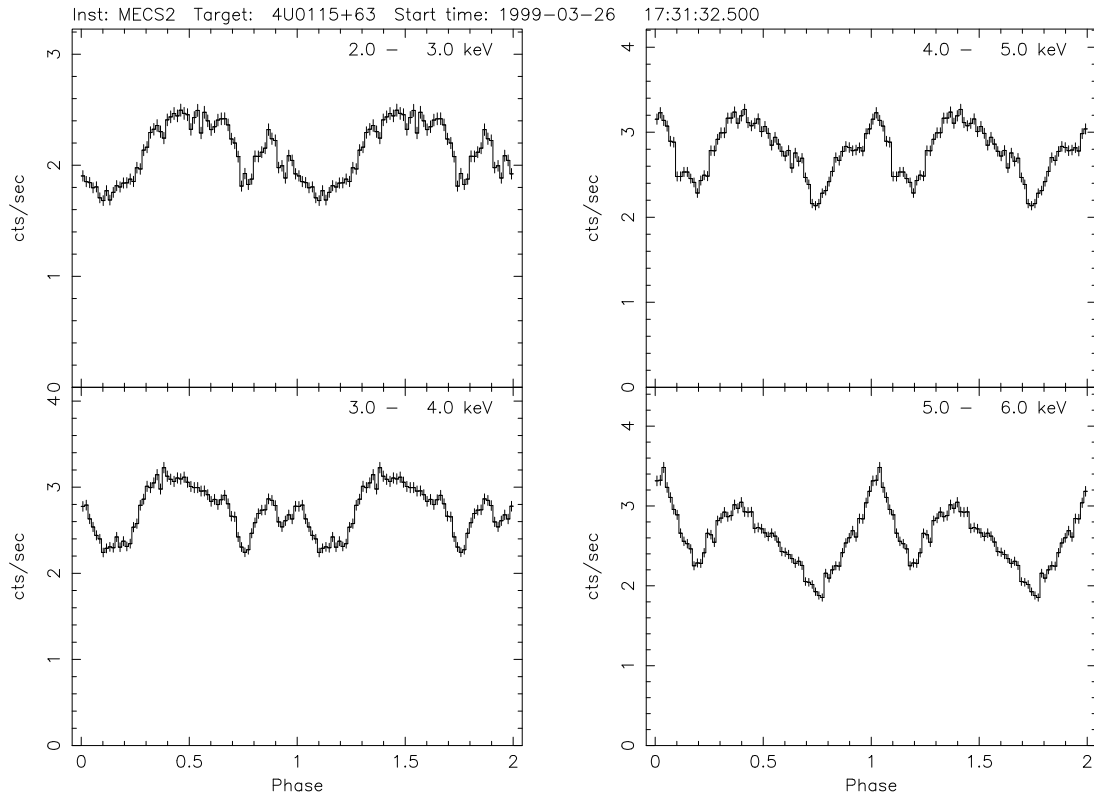


Рис. 5.12: Профили импульса источника 4U0115+63 в диапазоне энергий 2 – 6 кэВ.

приборах можно найти в [230, 234, 235, 236].

В первую очередь мы привели время прихода фотонов к барицентру Солнечной системы. После этого был определен [237] период пульсара. Он оказался равным 3.6143 ± 0.0002 сек, никаких измерений периода за время наблюдения обнаружено не было. Кривые блеска источника в различных интервалах энергии представлены на Рис. 5.9-5.11. Хорошо заметны главный мягкий пик (в интервале фаз **0,2-0,75** с максимумом около **0,4**) и жесткий пик (в интервале фаз **0,75-1,2**) с максимумом при **1,05**). Жесткий пик сравнительно узок, и его форма остается почти неизменной при энергиях, больших 4 кэВ. Форма главного мягкого пика, напротив, сильно зависит от энергии; при энергиях, больших 30 кэВ, он почти исчезает.

Чтобы изучить ситуацию более детально, мы построили самые "мягкие" кривые блеска с большим разрешением по энергии (Рис. 5.12). На этом рисунке появляется новая деталь: вторичный мягкий пик с максимумом около **0,85**, а жесткий пик исчезает. Кроме того, форма главного мягкого пика сильно меняется. На энергиях, превосходящих 3 кэВ, он имеет явный максимум в фазе **0,4** и спадающий участок

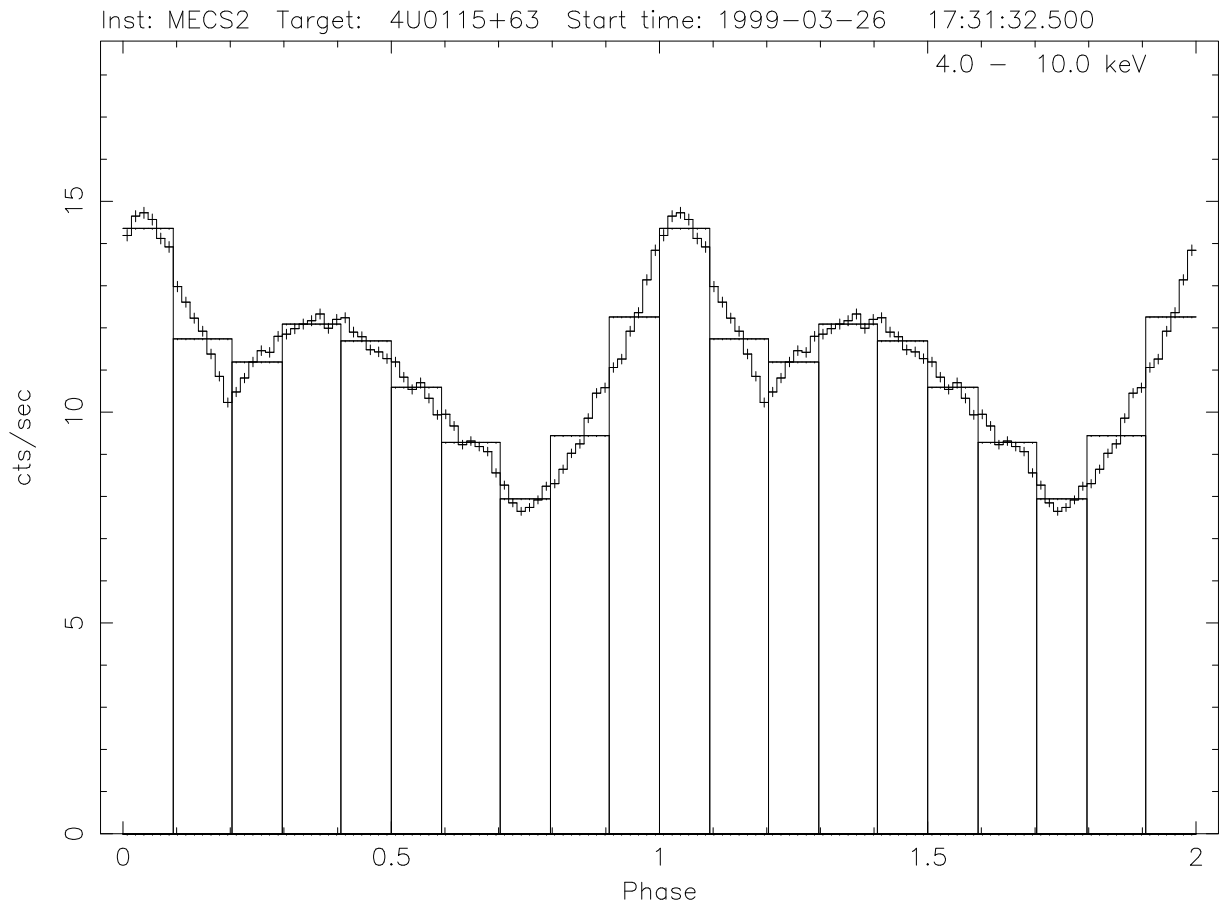


Рис. 5.13: Профиль импульса в диапазоне энергий 4–11 кэВ. Показан выбор фазовых интервалов.

в интервале **0,4 – 0,7**. Но на энергиях **2 – 3** кэВ пик становится плоским, без ярко выраженного максимума. Это могло бы быть объяснено влиянием вышеупомянутого вторичного мягкого пика, но если мы рассмотрим эволюцию кривой блеска от **5** до **2** кэВ, то увидим, что разность интенсивностей между максимальным значением в фазе **0,85** и минимальным значением в фазе **~0,75** остается почти постоянным, в то время как разность интенсивностей между значением в фазе **0,7** и минимальным значением в фазе **0,75** резко возрастает. Это означает, что появление вторичного мягкого пика и изменение формы главного мягкого пика являются двумя разными явлениями.

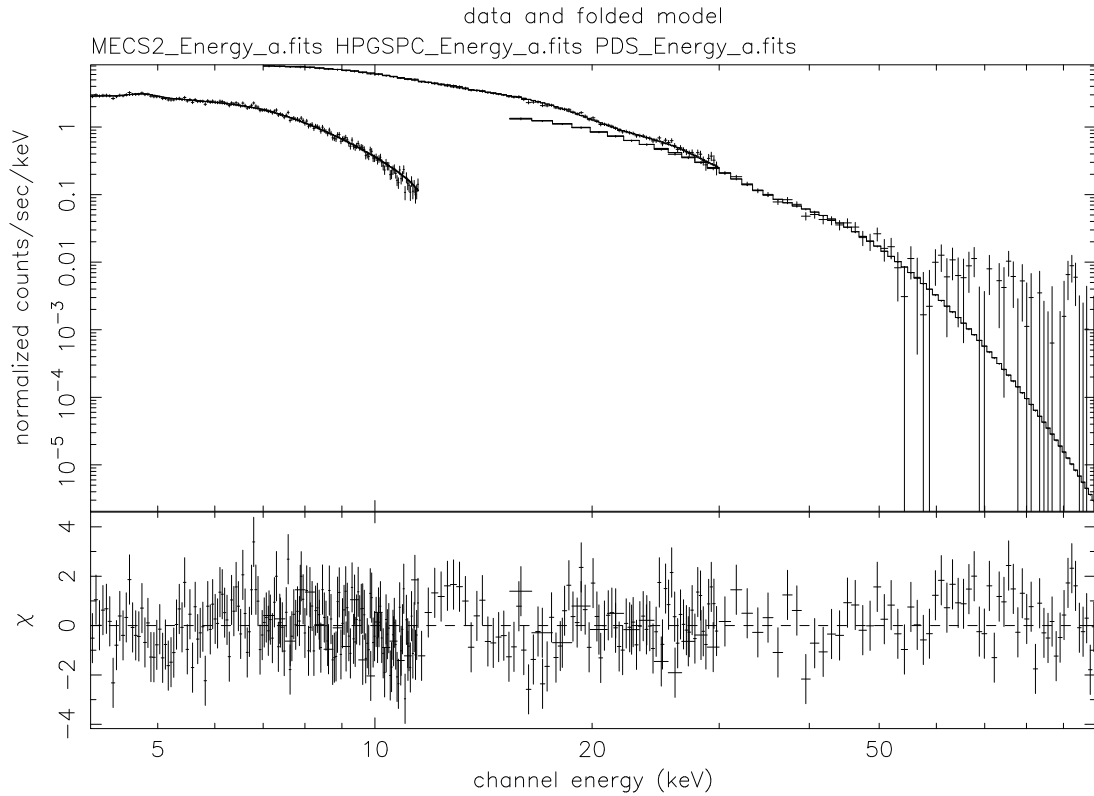


Рис. 5.14: Спектр источника в фазе **0,55**, в районе главного мягкого пика.

Анализ спектров.

Чтобы построить спектры пульсара при различных значениях его фазы, мы разбили полный фазовый интервал на десять равных частей. Выбор фазовых промежутков показан на Рис. 5.13.

Источник 4U0115+63 имеет степенной спектр с экспоненциальным завалом на больших энергиях; этот непрерывный спектр сильно искажен циклотронной абсорбцией [230, 232]. В нашей работе оказалось необходимым разбить полный период пульсара на два фазовых интервала и использовать для них две различные модели континуума. Первый из интервалов покрывает фазы от **0,4** до **0,8** и приблизительно соответствует спадающему участку главного мягкого пика; второй интервал охватывает все остальные фазы. Для первого интервала использовался континуум в виде степенного спектра с экспоненциальным завалом:

$$f(E) \propto E^a \exp\left(-\frac{E}{T_1}\right) \quad (5.16)$$

Для второго фазового интервала простой континуум оказался недостаточным. Мы

Фаза источника	a	T_1
0,45	$-0,673 \pm 0,074$	$5,48 \pm 0,14$
0,55	$-0,718 \pm 0,17$	$5,25 \pm 0,28$
0,65	$-0,253 \pm 0,18$	$6,15 \pm 0,40$
0,75	$-0,110 \pm 0,14$	$7,28 \pm 0,38$

Таблица 5.3: Свойства непрерывного спектра в фазовом интервале **0,4-0,8**

Фаза источника	a_1	a_2	E_{cut}	T_2
0,85	$-0,164 \pm 0,16$	$-2,65 \pm 0,38$	$12,0 \pm 0,38$	$25,0 \pm 5,5$
0,95	$0,0525 \pm 0,027$	$-0,349 \pm 0,043$	$6,78 \pm 0,10$	$10,8 \pm 0,24$
1,05	$0,539 \pm 0,20$	$-0,966 \pm 0,85$	$9,00 \pm 0,19$	$12,9 \pm 4,1$
1,15	$0,256 \pm 0,023$	$-1,33 \pm 0,052$	$8,69 \pm 0,10$	$17,7 \pm 0,61$
1,25	$-0,0926 \pm 0,033$	$-1,53 \pm 0,10$	$8,40 \pm 0,21$	$18,2 \pm 1,1$
1,35	$-0,219 \pm 0,065$	$-1,68 \pm 0,18$	$7,91 \pm 0,33$	$16,0 \pm 1,6$

Таблица 5.4: Свойства непрерывного спектра в фазовом интервале **0,8-1,4**

Фаза источника	D_1	D_2	D_3	D_4
0,45	$0,43 \pm 0,031$	$0,57 \pm 0,049$	$0,52 \pm 0,041$	—
0,55	$0,46 \pm 0,091$	$0,53 \pm 0,055$	$0,58 \pm 0,063$	—
0,65	$0,28 \pm 0,25$	$0,32 \pm 0,10$	$0,51 \pm 0,070$	—
0,75	$0,28 \pm 0,095$	$0,35 \pm 0,042$	$0,55 \pm 0,045$	—
0,85	$0,61 \pm 0,083$	$0,46 \pm 0,061$	$0,21 \pm 0,050$	—
0,95	$0,048 \pm 0,0090$	$0,44 \pm 0,017$	$0,27 \pm 0,041$	$0,32 \pm 0,025$
1,05	$0,47 \pm 0,14$	$0,59 \pm 0,087$	$0,35 \pm 0,043$	$0,43 \pm 0,25$
1,15	$0,23 \pm 0,0095$	$0,50 \pm 0,0071$	$0,48 \pm 0,37$	$0,26 \pm 0,033$
1,25	$0,21 \pm 0,020$	$0,46 \pm 0,010$	$1,0 \pm 3,6$	—
1,35	$0,23 \pm 0,026$	$0,37 \pm 0,016$	$0,55 \pm 0,37$	—

Таблица 5.5: Глубина циклотронных линий.

Фаза источника	w_1	w_2	w_3	w_4
0,45	$2,77 \pm 0,21$	$4,41 \pm 2,1$	$6,41 \pm 5,8$	—
0,55	$3,96 \pm 1,1$	$4,41 \pm 3,0$	$6,41 \pm 6,9$	—
0,65	$3,50 \pm 1,4$	$4,41 \pm 8,6$	$6,41 \pm 7,4$	—
0,75	$3,16 \pm 0,58$	$4,41 \pm 3,4$	$6,41 \pm 4,8$	—
0,85	$3,72 \pm 0,66$	$3,97 \pm 0,51$	$4,23 \pm 1,4$	—
0,95	$0,749 \pm 0,22$	$3,21 \pm 0,14$	$1,86 \pm 0,60$	$8,98 \pm 1,9$
1,05	$4,41 \pm 4,04$	$3,69 \pm 0,68$	$2,12 \pm 0,58$	$12,7 \pm 5,1$
1,15	$1,77 \pm 0,13$	$2,02 \pm 0,065$	$1,09 \pm 0,97$	$7,69 \pm 1,9$
1,25	$1,88 \pm 0,20$	$2,19 \pm 0,099$	$0,429 \pm 0,77$	—
1,35	$1,62 \pm 0,11$	$2,68 \pm 0,19$	$0,805 \pm 0,64$	—

Таблица 5.6: Ширина циклотронных линий.

Фаза источника	E_1	N_2	N_3	N_4
0,45	$12,2 \pm 0,10$	$1,72 \pm 0,038$	$2,55 \pm 0,092$	—
0,55	$12,56 \pm 0,28$	$1,69 \pm 0,052$	$2,55 \pm 0,11$	—
0,65	$12,39 \pm 1,2$	$1,51 \pm 0,056$	$2,52 \pm 0,30$	—
0,75	$12,19 \pm 0,44$	$1,62 \pm 0,034$	$2,84 \pm 0,12$	—
0,85	$11,15 \pm 0,17$	$1,77 \pm 0,020$	$3,08 \pm 0,089$	—
0,95	$11,19 \pm 0,15$	$1,9 \pm 0,027$	$2,76 \pm 0,046$	$3,77 \pm 0,11$
1,05	$12,23 \pm 0,76$	$1,84 \pm 0,12$	$2,69 \pm 0,17$	$3,79 \pm 0,34$
1,15	$12,8 \pm 0,73$	$1,86 \pm 0,0099$	$2,83 \pm 0,035$	$4,16 \pm 0,10$
1,25	$12,11 \pm 0,13$	$1,99 \pm 0,020$	$3,04 \pm 0,053$	—
1,35	$11,37 \pm 0,088$	$2,04 \pm 0,015$	$2,77 \pm 0,034$	—

Таблица 5.7: Энергия первой циклотронной гармоники и положения гармоник высших порядков относительно нее.

использовали здесь следующую модель непрерывного спектра:

$$f(E) = \begin{cases} AE^{a_1}, & E < E_{cut} \\ BE^{a_2} \exp\left(-\frac{E}{T_2}\right), & E > E_{cut} \end{cases} \quad (5.17)$$

Численные коэффициенты A и B были выбраны так, чтобы обеспечить непрерывность функции. Излом на энергии E_{cut} был полиномиально сглажен.

Для того, чтобы смоделировать циклотронную особенность, исходный непрерывный спектр был домножен на так называемые Гауссовы фильтры, по одному на каждую линию.

$$G_n(E) = 1 - D_n \exp\left(-\frac{(E - N_n \cdot E_1)^2}{2w_n^2}\right) \quad (5.18)$$

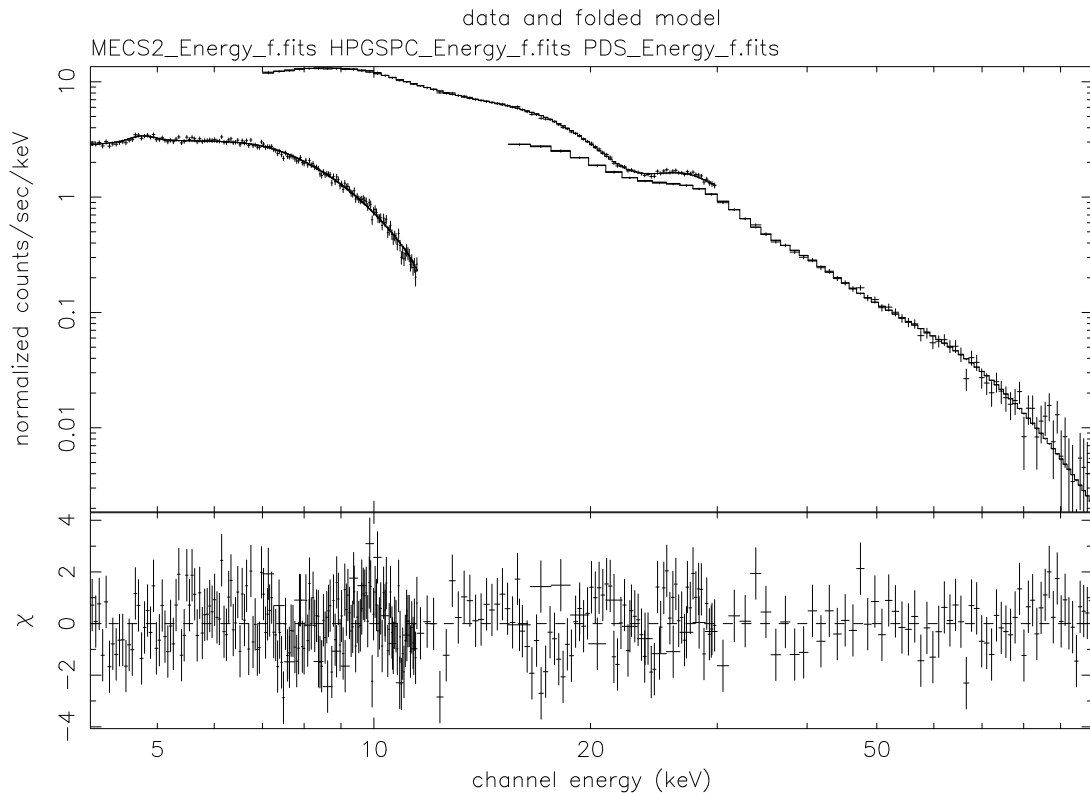
Здесь n — номер гармоники, E_1 — фундаментальная циклотронная энергия (энергия первой гармоники). Параметры N определяют положения гармоник высших порядков. Изначально они выбирались равными n , но при подгонке спектра рассматривались как свободные параметры, чтобы учесть возможную неэквидистантность циклотронных линий. Линии трех первых порядков присутствовали во всех фазах пульсара; введение четвертой гармоники оказалось необходимым только в фазах **0,9-1,2**. Линия железа в районе 5 — 7 кэВ обнаружена не была.

Вышеприведенная модель оказалась вполне пригодной для всех фаз источника, хотя в нескольких интервалах фаз и возникли некоторые трудности (см. Обсуждение). Результаты, полученные с помощью модели, представлены в таблицах 5.3-5.7 и на Рис. 5.16-5.21.

5.2.2 Результаты и обсуждение.

Кривые блеска в различных диапазонах энергии.

Как уже упоминалось выше, профиль импульса источника 4U0115+63 содержит два основных элемента: главный мягкий пик и жесткий пик. Возникает вопрос: возникают ли они на разных магнитных полюсах нейтронной звезды, или это карандашная и ножевая компоненты, излучаемые с одного и того же полюса? Обсудим обе эти возможности. Но сначала заметим, что, если излучение имеет ножевую диаграмму



baushev 3-Dec-2003 14:17

Рис. 5.15: Спектр источника в фазе **1,05**, в центре жесткого пика.

направленности, то наблюдатель должен пересекать ее плоскость дважды за период. Поэтому можно ожидать, что ножевая компонента породит две структуры в профиле импульса. Поэтому жесткий пик, скорее всего, имеет карандашную диаграмму направленности (на кривой блеска есть только один жесткий импульс), а вот два мягких пика могут порождаться как одной ножевой компонентой (разность фаз между ними как раз близка к **0,5**), так и независимыми компонентами, излучаемыми разными магнитными полюсами нейтронной звезды.

Если жесткий пик и главный мягкий пик возникают в одной и той же активной области (это предположение называется здесь и ниже *гипотеза 1*), то главный мягкий компонент имеет, конечно, ножевую диаграмму направленности (фазовый интервал между ним и жестким пиком достаточно велик), и вторичный мягкий пик почти наверняка порождается этой ножевой компонентой. Жесткий и главный мягкий пики вместе покрывают почти весь период пульсара. Следовательно, одна из активных зон пульсара видна в течение всего периода, в то время, как излучение

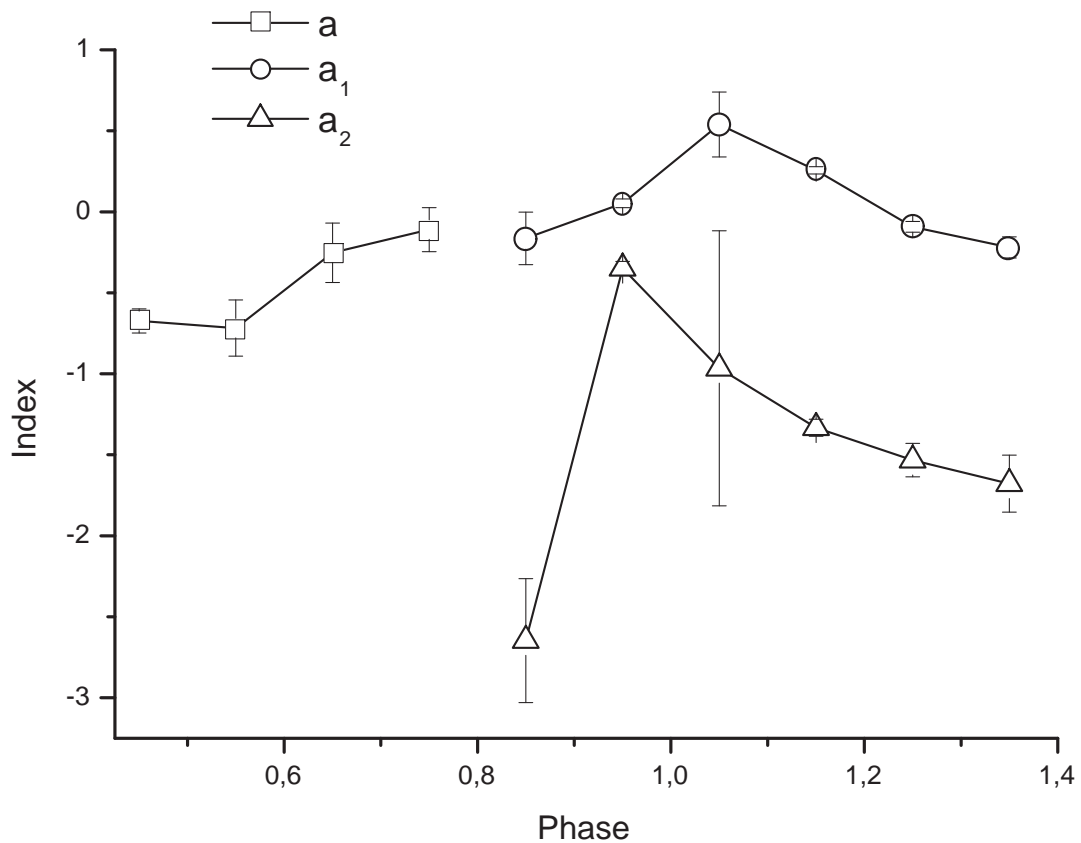


Рис. 5.16: Показатели степенного спектра. Подробное описание параметров a, a_1 и a_2 можно найти в формулах (5.16) и (5.17).

другой вообще не доходит к наблюдателю (или отсутствует). Это возможно, только если угол между нашим лучом зрения и осью вращения нейтронной звезды достаточно мал. Жесткий пик расположен заметно асимметрично относительно двух мягких. Это означает, что карандашная компонента сильно наклонена относительно оси ножевой. Более того, спектральные свойства главного и вторичного мягких пиков весьма различны, т.е. спектральные характеристики ножевой компоненты сильно зависят от азимута. Конечно, это возможно только при неосесимметричной аккреции. Значит, магнитное поле пульсара значительно отличается от дипольного.

Рассмотрим теперь вторую возможность, когда жесткий пик и главный мягкий пик возникают в различных активных областях нейтронной звезды (это предпо-

ложение называется здесь и ниже *гипотеза 2*). Тогда главный и вторичный мягкие пики могли бы быть двумя импульсами, порождаемыми ножевой компонентой, излучаемой вторым магнитным полюсом пульсара (*гипотеза 2а*). Наконец, возможно, что главный мягкий пик формируется карандашной компонентой, излучаемой вторым магнитным полюсом, а вторичный мягкий пик является просто более мягкой компонентой жесткого пика с широкой диаграммой направленности (*гипотеза 2б*). Но в любом случае мы приходим к выводу, что поле нейтронной звезды сильно отличается от дипольного. В случае, если справедлива *гипотеза 2а*, аргументом в пользу данного заключения служит тот факт, что жесткий пик расположен сильно асимметрично относительно двух мягких, а в случае, если справедлива *гипотеза 2б*, об отличии поля от дипольного говорит то обстоятельство, что фазовый интервал между жестким и главным мягким пиками заметно меньше 0.5. При рассмотрении *гипотезы 2* возникает вопрос: почему мы не видим жесткого излучения от второго магнитного полюса? Есть два правдоподобных объяснения этого факта. Как видно из представленных профилей импульса, диаграмма направленности жесткой компоненты довольно узкая, поэтому геометрия источника может быть такова, что вторая активная зона на поверхности нейтронной звезды дает жесткое излучение, но для нас оно невидимо. Возможно также, что излучение второй активной зоны вообще не содержит жесткой компоненты. Как мы уже отмечали, магнитное поле пульсара сильно отличается от дипольного. При таких условиях физические параметры аккреционного потока, и, следовательно, активных зон, вообще говоря, совершенно различны для разных магнитных полюсов нейтронной звезды. Это может приводить к отсутствию жесткой компоненты в излучении одного из полюсов.

Обе гипотезы (*гипотеза 1* и *гипотеза 2*) имеют аргументы за и против. Если предположить, что жесткий пик и главный мягкий пик возникают в разных активных зонах, то (учитывая вышеупомянутое отличие магнитного поля звезды от дипольного) можно ожидать, что циклотронные линии в спектрах жесткого и главного мягкого пиков будут иметь разную энергию первой гармоники. Как видно на Рис. 5.18, это не так. Изменения энергии, на которой наблюдается первая гармоника, не коррелируют с пиками излучения. Это обстоятельство свидетельствует в пользу *гипотезы 1*. Но *гипотеза 1* сталкивается с другой трудностью. Как будет видно из

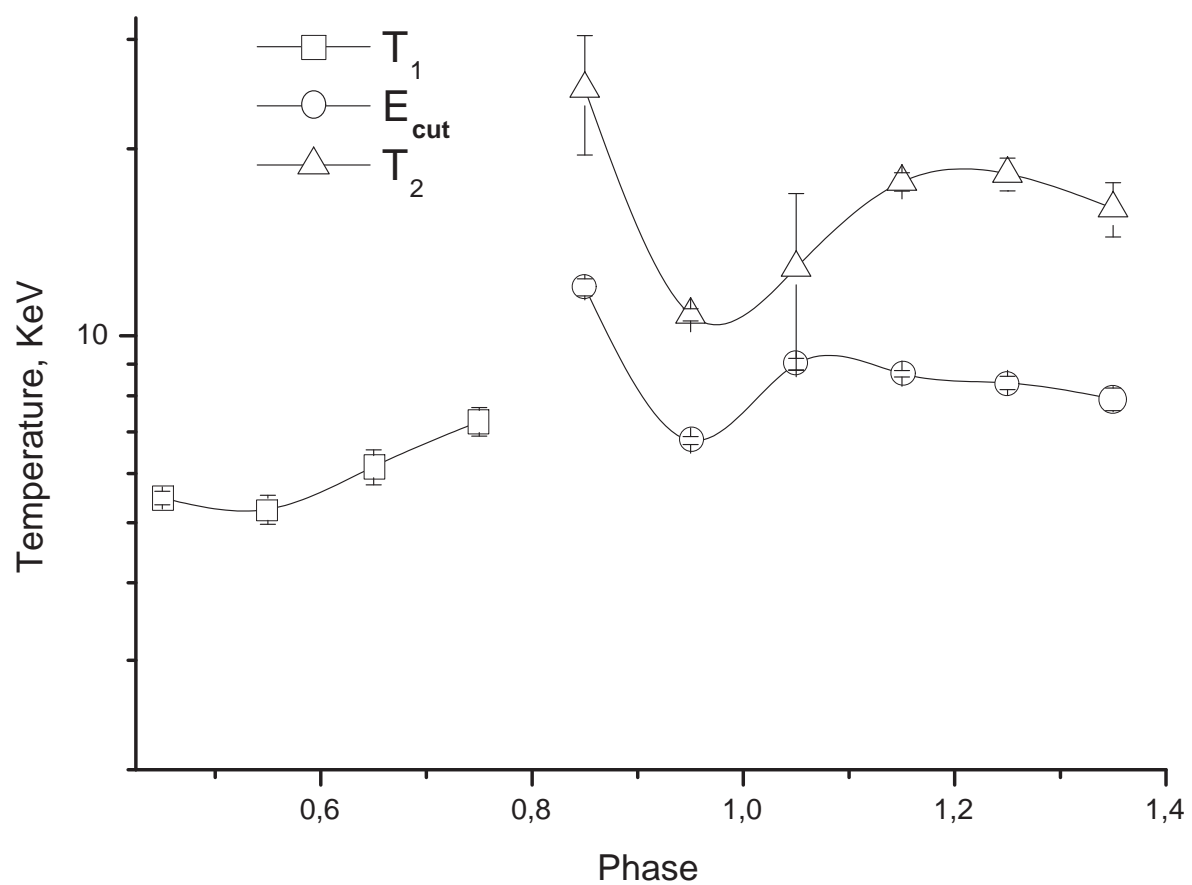


Рис. 5.17: Температуры T_1 и T_2 , и энергия экспоненциального завала E_{cut} . Подробное описание параметров T_1, T_2 и E_{cut} можно найти в формулах (5.16) и (5.17).

последующего обсуждения, основная часть излучение пульсара скорее всего возникает в результате комптонизации некоторого исходного, более холодного излучения, горячей плазмой. Форма получающегося спектра сильно зависит от температуры плазмы, в частности, спектр быстро спадает на энергиях, заметно превышающих температуру плазмы [238]. Вторичный мягкий пик исчезает уже на 3 — 4 кэВ, главный мягкий пик — на 25 — 30 кэВ, жесткий пик виден вплоть до самых больших энергий. Если мы принимаем *гипотезу 1*, это означает, что в одной активной зоне нейронной звезды присутствуют три области с плазмой совершенно разной температуры, которые, с одной стороны, имеют достаточную оптическую толщину, чтобы дать заметный пик на кривой блеска (причем каждый пик имеет свою диаграмму направленности), а с другой стороны, совершенно не влияют на излучение друг друга. Такая ситуация, конечно, возможна, но выглядит несколько искусственной. Вероятно, было бы более естественно предположить, что излучение возникает в двух различных активных зонах с разными физическими условиями.

Эволюция спектра источника при изменении его фазы.

Источник 4U0115+63 имеет степенной спектр с экспоненциальным завалом на больших энергиях. Такая форма в целом характерна для рентгеновских пульсаров и, вероятно, возникает в результате комптонизации излучения на горячей плазме в аккреционной колонке. Мы попытались подогнать наблюдаемый непрерывный спектр кривыми, полученными в работе [238], которые описывают результаты комптонизации на плазменном слое простой геометрии. Наши попытки не увенчались успехом. Это означает, что геометрия и распределение температуры в активной зоне пульсара весьма сложны. Вероятно, она состоит из нескольких слоев плазмы с различными температурами и оптическими толщинами.

Циклотронные линии присутствуют во всех фазах пульсара, но их параметры сильно зависят от фазы. Эта зависимость представлена в таблицах 5.3-5.4. Первая, вторая и третья гармоники наблюдались всегда; линия четвертого порядка обнаружена лишь при некоторых значениях фазы. Циклотронная особенность наиболее глубокая не в максимумах светимости, но на нисходящей участках пиков. Кроме того, здесь же достигает максимума и фундаментальная циклотронная энергия (энер-

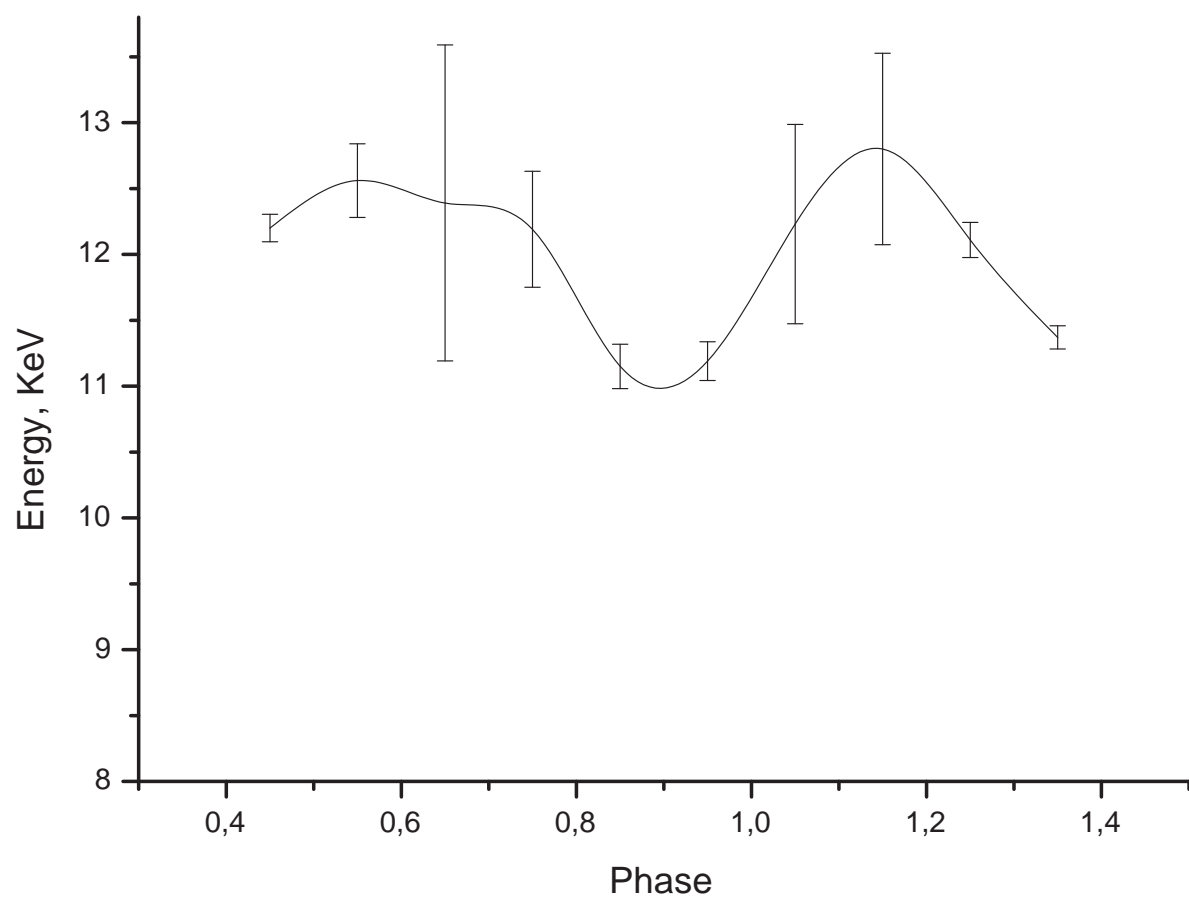


Рис. 5.18: Энергия первой циклотронной гармоники (фундаментальная циклотронная энергия E_1).

гия первой гармоники). Одно из возможных объяснений этого эффекта состоит в следующем: Излучение, распространяющееся точно вдоль аккреционной колонки, взаимодействует с веществом в большом интервале высот и в большом интервале напряженности магнитного поля. Это размывает циклотронную линию; кроме того, главная часть циклотронной особенности образуется высоко над поверхностью нейтронной звезды, где магнитное поле слабее. Напротив, излучение, выходящее наклонно относительно колонки, покидает ее быстрее, но пройденный им путь в глубоких слоях колонки — больше. Поэтому мы можем ожидать, что в этом случае циклотронная линия будет глубже и уже, и энергия, на которой она наблюдается, возрастет. Можно видеть, что это действительно так: ширина линий достигает максимума в моменты максимальной светимости источника. Возникает, однако, вопрос: почему вышеописанный эффект возникает только в нисходящей части пика, а в восходящей — отсутствует? Причиной может быть вышеупомянутая асимметрия аккреционной колонки, возникающая вследствие отклонения магнитного поля нейтронной звезды от дипольного. Различие между спектрами восходящей и нисходящей частей пика может, в свою очередь, рассматриваться как еще одно подтверждение сложной, недипольной структуры магнитного поля пульсара.

Фундаментальная циклотронная энергия непостоянна, она изменяется на величину порядка 10%, и эти изменения коррелируют с изменениями светимости пульсара. Гармоники сильно неэквидистантны, что особенно заметно по отношению энергий второй и первой циклотронных линий, которое заметно меньше 2 и в некоторых фазах приближается к 1.6. Как уже отмечалось в литературе [239], теоретическое объяснение этого эффекта вызывает затруднения. Как правило, неэквидистантность интерпретируют как результат сложной геометрии активной зоны пульсара и изменений напряженности магнитного поля в ее пределах. Проанализируем возможность такого объяснения. Рассмотрим нейтронную звезду радиуса ~ 10 км с дипольным магнитным полем (для оценочных расчетов такое предположение вполне приемлемо). Светимость источника 4U0115+63 составляет $\sim 10^{37}$ эрг/сек. Будучи определенным по нерелятивистской формуле

$$E_1 = \hbar \frac{eH}{m_e c} \quad (5.19)$$

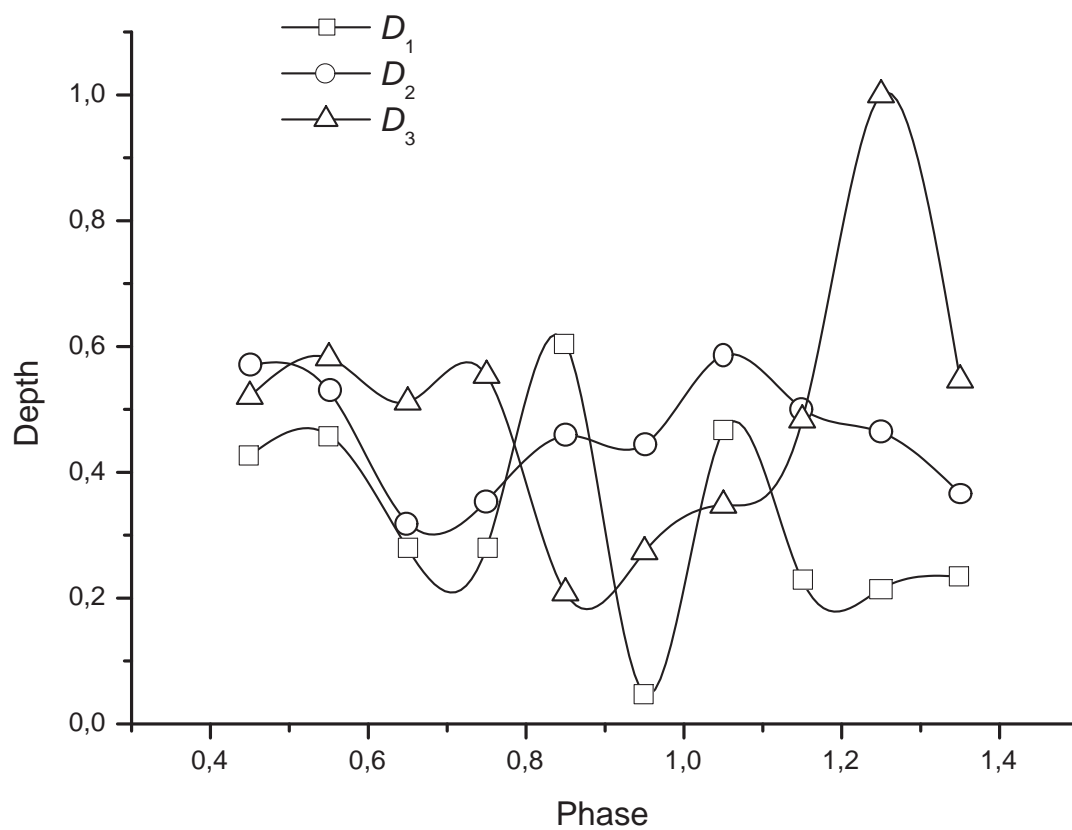


Рис. 5.19: Глубина циклотронных линий.

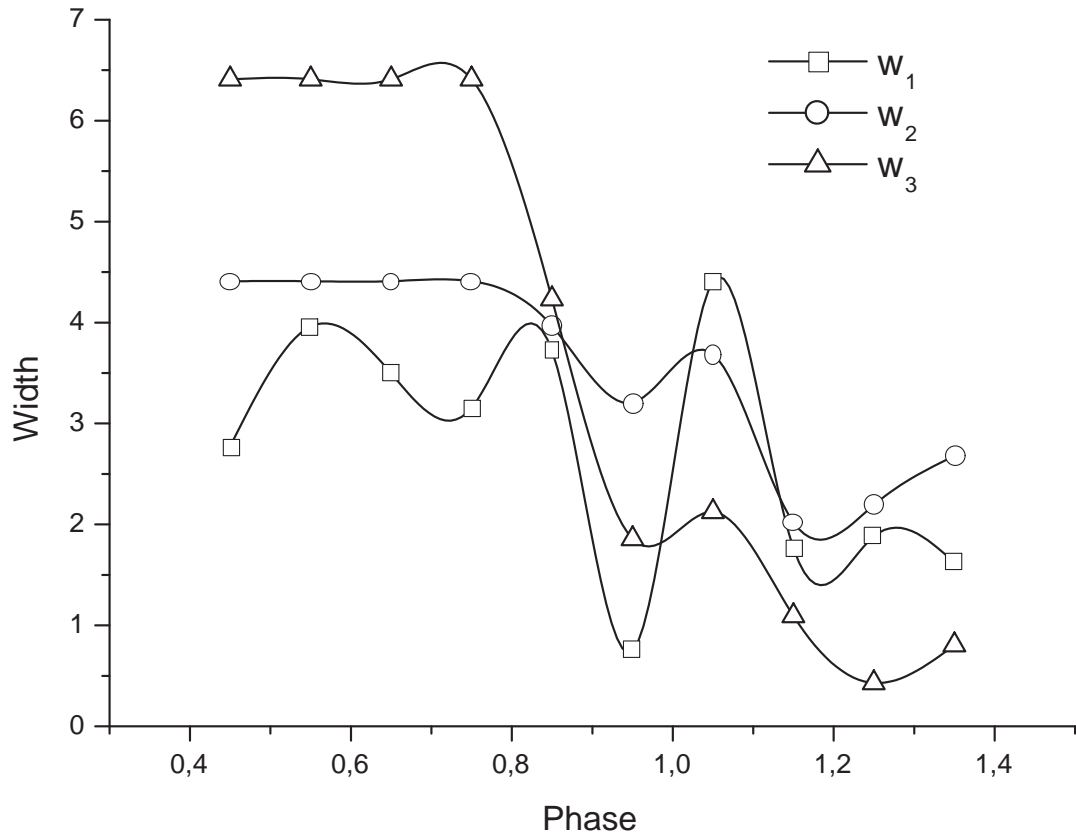


Рис. 5.20: Ширина циклотронных линий.

магнитное поле пульсара равно $1.1 \cdot 10^{12}$ Гс. Отсюда легко найти угловой размер χ активной зоны на поверхности нейтронной звезды:

$$\chi \simeq \sin \chi = 7.5 \cdot 10^{-4} H^{-\frac{2}{7}} L^{\frac{1}{7}} \quad (5.20)$$

В нашем случае $\chi \simeq 0.06$. Относительное изменение магнитного поля (и, следовательно, фундаментальной циклотронной энергии) в пределах столь малого пятна весьма невелико $\frac{\Delta H}{H} \approx 1.4 \cdot 10^{-3}$. Конечно, этого совершенно недостаточно для объяснения наблюдаемой ширины линий и их неэквидистантности.

В среднем вторая гармоника — самая сильная. Первая превосходит ее только в некоторых фазах вне главного пика (фазовый интервал **0,45-0,85**). В спектре фазы **1,15**, где циклотронная особенность наиболее выражена, глубины второй и третьей гармоник почти совпадают и существенно превосходят глубину первой. Та-

кое соотношение между глубинами гармоник выглядит весьма странно. Как показано в [240], сечения циклотронных процессов, усредненные по направлениям и поляризациям, относятся как:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 400 : 20 : 3 \quad (5.21)$$

Даже для направления, перпендикулярного магнитному полю, это отношение имеет вид:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 200 : 18 : 3 \quad (5.22)$$

Можно видеть, что в любом случае линия первого порядка должна быть гораздо интенсивнее остальных. В то же время, как видно из результатов наблюдений, вторая, и даже третья гармоника зачастую глубже первой. Наиболее правдоподобное объяснение этого факта было дано в серии статей (см. [241], [242], [243], [244], [245]). Авторы объясняли возникшее противоречие влиянием Раманова рассеяния. В тех физических условиях, которые присутствуют в аккреционной колонке, вероятность, например, перехода электрона со второго уровня Ландау на нулевой по каналу ($2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$) примерно в семь раз выше [246], чем по каналу ($2 \rightarrow 0$). Подобный процесс приводит к тому, что фотон с частотой n -ой ($n > 1$) циклотронной гармоники, рассеиваясь, распадается на n фотонов первой гармоники. Влияние же истинного поглощения пренебрежимо мало [247]. В результате интенсивность первой циклотронной гармоники (если она абсорбционная) существенно уменьшается.

Однако подобный механизм может заметно изменить только соотношение глубин между первой и второй гармоникой. Однако в ряде фаз глубины второй и третьей циклотронной линий совпадают, в то время как отношение резонансных сечений электронов во второй и третьей гармониках равно $\sigma_2/\sigma_3 \simeq 6$, то есть вторая гармоника должна быть гораздо интенсивнее третьей. Объяснить это противоречие влиянием Раманова рассеяния невозможно. Как показано в статье [246], вероятность образования фотона второй гармоники при резонансном рассеянии фотона третьей равна лишь 29%, и при этом порождается лишь один фотон второй гармоники, а не два, как в рассмотренном выше случае. Кроме того, как показано в ([243]), Раманово рассеяние фотонов n -ой гармоники может существенно влиять на форму спектра предыдущих только если оптическая толщина электронов на n -ой гармонике поряд-

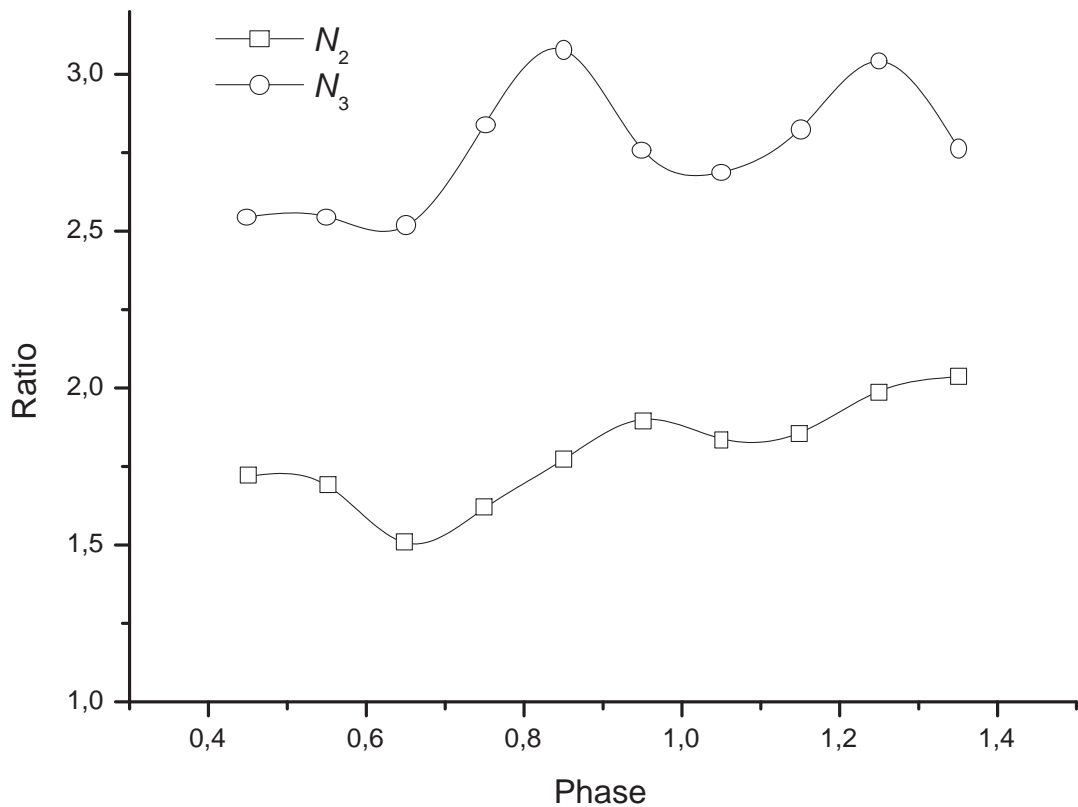


Рис. 5.21: Положения циклотронных линий. Определения параметров N_2 и N_3 см. в формуле (5.18).

ка (или больше) единицы. Однако, так как $\sigma_2/\sigma_3 \simeq 6$, то, если оптическая толщина электронов на третьей гармонике равна единице, то на второй она должна быть порядка шести. Поэтому почти все из тех 29% фотонов, которые все-таки образовались в результате Раманова рассеяния, испытают повторное рассеяние и распадутся на два фотона первой гармоники. Вследствие всех этих причин эффективность трансформации фотонов третьей гармоники в фотоны второй вследствие Раманова рассеяния совершенно ничтожна и не может заметно изменить отношение их глубин. Таким образом, в рамках абсорбционной модели трудно объяснить наблюдаемые соотношения между интенсивностями циклотронных гармоник, что заставляет думать об эмиссионной природе этих особенностей.

Трудности возникают и с теоретической интерпретацией наблюдаемой неэк-

видистантности циклотронных линий. Из-за вышеупомянутого соотношения между сечениями различных циклотронных процессов аккрецирующее вещество должно быть гораздо прозрачнее для фотонов с энергией вблизи второго циклотронного резонанса, чем вблизи первого. Поэтому вторая аккреционная линия должна возникать глубже, ближе к звезде, чем первая, в области с более сильным магнитным полем. Поэтому можно было бы ожидать, что вторая гармоника (согласно (5.19)) будет наблюдаться на энергиях, больших (или, по крайней мере, не меньших), чем $2 \cdot E_1$. Однако для большинства фаз эта энергия существенно меньше $2 \cdot E_1$, а в некоторых фазах опускается до $1.6 \cdot E_1$ (см. таблицу 5.7). Об аналогичных результатах сообщается в работе [233].

Третья гармоника абсурдно глубока в фазе **1,35**. Кроме того, доверительные интервалы параметра D_3 в фазах **1,25-1,45** слишком велики. Причиной этой трудности является заметное отличие формы циклотронных линий в спектре источника 4U0115+63 от Гауссовой, как уже сообщалось в работе [229]. К сожалению, в настоящее время нет общепринятой модели циклотронных линий в спектрах рентгеновских пульсаров. Феноменологическая Гауссова модель используется чаще всего, главным образом, из-за своей простоты. Мы испробовали несколько вариантов формы линия поглощения, и Гауссова оказалась наилучшей. Кроме того, излучение в фазе **1,25** есть смесь фотонов жесткого пика и главного мягкого пика, что, конечно, делает его спектр очень сложным.

5.2.3 Заключение.

Подведем итоги: Мы рассматривали кривые блеска источника 4U0115+63 в диапазоне 2—75 кэВ и его спектры для различных значений фазы, измеренные с помощью спутника *Верро-Sax*. Анализ полученных данных показывает, что магнитное поле нейтронной звезды сильно отличается от дипольного. Наши измерения подтвердили сильную зависимость циклотронной особенности от фазы пульсара; в то же время континуум меняется относительно слабо. Мы также подтверждаем наличие в спектрах некоторых фаз источника 4U0115+63 циклотронной линии четвертого порядка на энергии ~ 45 кэВ. Форма циклотронных линий сильно отличается от Гауссовой.

Рассмотрение физических процессов образования циклотронной особенности указывает на ряд серьезных трудностей абсорбционной модели. В частности, не вполне понятно, как в ее рамках объяснить наблюдаемые соотношения между глубиной циклотронных гармоник и их неэквидистантность.

Глава 6

Заключение

В диссертации получен целый ряд результатов, важных для развития современной теории темной материи. По сути, в диссертации открыт новый подход к исследованию формирования структур во Вселенной.

Достоверность результатов

Вычисления, проделанные в диссертации, основываются на использовании стандартных методов теоретической механики, динамики звездных систем и теоретической физики. Все новые результаты проверялись на предмет соответствия известным классическим достижениям в данной области теоретической физики. Применение при получении результатов, главным образом, аналитических преобразований давало возможность сравнительно легкой их проверки, что далеко не всегда просто сделать при использовании численного моделирования. Во многих случаях оригинальные результаты диссертации в дальнейшем проверялись и воспроизводились другими исследователями (см., например, [2, 9]). Кроме того, работы, положенные в основу этой диссертации, прошли весьма строгое рецензирование в первоклассных научных журналах, что тоже в некоторой степени удостоверяет их достоверность.

Основные результаты, выносимые на защиту

1. Разработан энергетический подход к формированию структур темной материи. Доказано, что гораздо лучшее согласие с результатами наблюдений может быть получено, если сделать единственное предположение, что релаксация в ходе формирования гало была *умеренной* в следующем смысле: конечная полная удельная энергия ϵ_f для большинства частиц отличается от начальной ϵ_i не более, чем в

$k \leq c_{vir}/4$ раз. При этом естественное объяснение получают четыре особенности, наблюдаемые в центрах галактических гало темной материи: наличие плато, а не пика, в центре гало; поведение профиля плотности в области плато как профиля Эйнаста с малым индексом ($n \sim 0.5$); обширная область с $\rho \propto r^{-2}$; постоянство произведения центральной плотности гало на радиус плато.

2. Раскрыты противоречия критериев сходимости космологических компьютерных симуляций, повсеместно применяемых в настоящее время. Использован метод Фоккера-Планка в центре гало и показано, что острые пики плотности в центре гало, наблюдаемые при моделировании и рассматриваемые в настоящее время как сильный аргумент против модели холодной ТМ, вероятно, являются не более, чем вычислительным артефактом. Предложены несколько существенно более надежных и научно обоснованных методов независимой проверки сходимости космологических компьютерных симуляций, которые могут быть применены даже в реальном времени в процессе моделирования.

3. Использован предложенный в диссертации энергетический подход к образованию подструктур темной материи для выяснения их распределения в различных астрономических объектах в настоящий момент. Показано, что подструктуры, расположенные дальше 50 кпс от центра Галактики, выживают даже при самых пессимистических предположениях об их устойчивости. Наличие подструктур приводит к возникновению своеобразного "трения" между темной материей и барионным веществом, и, как следствие, может приводить к формированию так называемого "толстого диска" Млечного Пути.

4. Изучены физические явления, влияющие на распределение ЧТМ по скоростям. Раскрыта значительная доля внегалактической ТМ в окрестностях Солнечной Системы, доказано ее изотропное распределение по скоростям. Изложены весомые аргументы в пользу того, что распределение по скоростям галактической компоненты ТМ, напротив, является весьма анизотропным.

5. Определены наиболее перспективные источники для наблюдательного поиска аннигиляции темной материи. Изучены особенности аннигиляционного сигнала для трех перспективных видов источников: черных дыр, карликовых сфероидов и ан-

нигиляции ТМ, происходящей в ранней Вселенной ($z \simeq 300$). Изучены некоторые источники космического излучения высоких энергий, сходного с образующимся при аннигиляции ТМ. Исходя из этого, представлены рекомендации по выбору наиболее перспективных источников для непрямого поиска темной материи.

Апробация

Результаты данной работы неоднократно докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ (Дубна), Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва), АстроКосмического Центра РАН (Москва), Института Ядерных Исследований (Москва), Института Космических Исследований (Москва), на теоретических семинарах зарубежных научных центров: DESY (Цойтен, Германия), DESY (Гамбург, Германия), МРІ (Мюнхен, Германия), Университет Хельсинки (Финляндия), LARTH (Анси, Франция), Университет Карлсруе (Германия), Католическом университете (Сантьяго, Чили), Университете Чили (Сантьяго, Чили); на ряде международных конференций:

- 2009, 1—5 июля, Рим, Италия, 11th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (TAUP2009)
- 2011, 17—18 марта, Модан, Франция, 3rd Workshop on directional detection of Dark Matter (CYGNUS 2011)
- 2011, 5—9 сентября, Мюнхен, Германия, 12th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (TAUP2011)
- 2012, 6—8 июня, Мёдон, Париж, Франция, Workshop 2012 "Warm Dark Matter Galaxy Formation in Agreement with Observations"
- 2012, 18—23 ноября, Бад Либенцель, Германия, Workshop on Data Analysis and Detector Technologies
- 2013, 24—25 января, Карлсруе, Германия, HAP Advanced Technologies Workshop
- 2013, 17—20 февраля, Мюнстер, Германия, Конференция HAP Dark Matter
- 2013, Тренто, Италия, 18—22 марта, конференция "The mass profile of galaxy clusters from the core to the outskirts: the need for a multi-wavelength approach"
- 2014, 21—25 июля, Инсбрук, Австрия, Alpine Cosmology Workshop 2014
- 2015, 23—30 июля, Дубна, Международная конференция "Theory challenges for LHC physics" (CALC 2015)

Литература

- [1] А. Н. Баушев, *Зависимость спектральных свойств двойного рентгеновского источника 4U0115+63 от фазы: результаты наблюдений спутника Верро-Sax.*, *Астрономический Журнал* **86**, 76 (2009).
- [2] A. Baushev, *Dark Matter Annihilation in the Gravitational Field of a Black Hole.*, *International Journal of Modern Physics D* **18**, 1195 (2009), 0805.0124.
- [3] A. Baushev and P. Chardonnet, *Electric Charge Estimation of a Newborn Black Hole.*, *International Journal of Modern Physics D* **18**, 2035 (2009), 0905.4071.
- [4] A. N. Baushev, *Dark matter annihilation at cosmological redshifts: possible relic signal from annihilation of weakly interacting massive particles.*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS)* **398**, 783 (2009), 0806.3108.
- [5] A. N. Baushev, *Phantom dark energy and cosmological solutions without the Big Bang singularity.*, *Physics Letters B* **684**, 69 (2010), 0809.0235.
- [6] A. N. Baushev, *Interaction of clumpy dark matter with interstellar medium in astrophysical systems.*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS)* **420**, 590 (2012).
- [7] M. V. Barkov and A. N. Baushev, *Accretion of a massive magnetized torus on a rotating black hole.*, *New Astronomy* **16**, 46 (2011), 0905.4440.

- [8] A. N. Baushev, *Principal properties of the velocity distribution of dark matter particles on the outskirts of the Solar system.*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS) **417**, L83 (2011).
- [9] A. N. Baushev, S. Federici, and M. Pohl, *Spectral analysis of the gamma-ray background near the dwarf Milky Way satellite Segue 1: Improved limits on the cross section of neutralino dark matter annihilation.*, Physical Review D(Phys. Rev. D) **86**, 063521 (2012), 1205.3620.
- [10] A. N. Baushev, *The real and apparent convergence of N-body simulations of the dark matter structures: Is the Navarro-Frenk-White profile real?*, Astroparticle Physics **62**, 47 (2015), 1312.0314.
- [11] A. N. Baushev, *Extragalactic Dark Matter and Direct Detection Experiments.*, Astrophysical Journal (ApJ) **771**, 117 (2013), 1208.0392.
- [12] A. N. Baushev, *Galaxy Halo Formation in the Absence of Violent Relaxation and a Universal Density Profile of the Halo Center.*, Astrophysical Journal (ApJ) **786**, 65 (2014), 1205.4302.
- [13] A. N. Baushev, *Relaxation of dark matter halos: how to match observational data?*, Astronomy & Astrophysics (A&A) **569**, A114 (2014), 1309.5162.
- [14] A. N. Baushev, *Can the dark matter annihilation signal be significantly boosted by substructures?*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP) **1**, 018 (2016), 1506.08609.
- [15] B. S. Acharya, C. Aramo, A. Babic, J. A. Barrio, A. Baushev, J. Becker Tjus, D. Berge, M. Bohacova, A. Bonardi, A. Brown, et al., *The Cherenkov Telescope Array potential for the study of young supernova remnants.*, Astroparticle Physics **62**, 152 (2015).
- [16] B. S. Acharya, M. Actis, T. Aghajani, G. Agnetta, J. Aguilar, F. Aharonian, M. Ajello, A. Akhperjanian, M. Alcubierre, J. Aleksić, et al., *Introducing the CTA concept.*, Astroparticle Physics **43**, 3 (2013).

- [17] A. N. Baushev, *Principal properties of the velocity distribution of dark matter particles near the Solar System.*, Journal of Physics Conference Series **375**, 012048 (2012), 1103.3828.
- [18] A. N. Baushev, *Phantom dark energy and the steady state 'on the average' universe.*, Journal of Physics Conference Series **203**, 012055 (2010).
- [19] A. N. Baushev, *Relic signal produced by the annihilation of dark matter particles.*, Journal of Physics Conference Series **203**, 012047 (2010).
- [20] A. Baushev, *Dark matter annihilation in the vicinity of a black hole.*, in *American Institute of Physics Conference Series*, edited by S. K. Chakrabarti, A. I. Zhuk, and G. S. Bisnovatyi-Kogan (2010), vol. 1206 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 277–281.
- [21] A. La Barbera, A. Baushev, C. Ferrigno, S. Piraino, A. Santangelo, A. Segreto, M. Orlandini, P. Kretschmar, I. Kreykenbohm, J. Wilms, et al., *A Study of Cen X-3 as Seen by INTEGRAL.*, in *5th INTEGRAL Workshop on the INTEGRAL Universe*, edited by V. Schoenfelder, G. Lichti, and C. Winkler (2004), vol. 552 of *ESA Special Publication*, p. 337.
- [22] A. N. Baushev, *Galaxy collisions as a mechanism of formation of ultra diffuse galaxies (UDG).*, ArXiv e-prints (2016), 1608.04356.
- [23] A. N. Baushev, L. del Valle, L. E. Campusano, A. Escala, R. R. Muñoz, and G. A. Palma, *Cusps in the center of galaxies: a real conflict with observations or a numerical artefact of cosmological simulations?.*, ArXiv e-prints (2016), 1606.02835.
- [24] F. Zwicky, ApJ **86**, 217 (1937).
- [25] V. C. Rubin, N. Thonnard, and W. K. Ford, Jr., ApJL **225**, L107 (1978).
- [26] D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, E. Komatsu, M. R.olta, C. L. Bennett, M. Halpern, G. Hinshaw, N. Jarosik, A. Kogut, et al., ApJS **148**, 175 (2003), astro-ph/0302209.

- [27] Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва* (Ленанд, 2016).
- [28] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The early universe*. (1990).
- [29] W. de Boer, C. Sander, V. Zhukov, A. V. Gladyshev, and D. I. Kazakov, *A&A* **444**, 51 (2005), [astro-ph/0508617](#).
- [30] G. Bélanger, E. Nezri, and A. Pukhov, *Phys. Rev. D* **79**, 015008 (2009), [0810.1362](#).
- [31] N. Okabe, Y.-Y. Zhang, A. Finoguenov, M. Takada, G. P. Smith, K. Umetsu, and T. Futamase, *ApJ* **721**, 875 (2010), [1007.3816](#).
- [32] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, *ApJ* **490**, 493 (1997), [astro-ph/9611107](#).
- [33] J. Эйнасто, *Труды Института Астрофизики* **51**, 87 (1965).
- [34] L. Gao, J. F. Navarro, S. Cole, C. S. Frenk, S. D. M. White, V. Springel, A. Jenkins, and A. F. Neto, *MNRAS* **387**, 536 (2008), [0711.0746](#).
- [35] J. Diemand, M. Kuhlen, P. Madau, M. Zemp, B. Moore, D. Potter, and J. Stadel, *Nature* **454**, 735 (2008), [0805.1244](#).
- [36] J. Stadel, D. Potter, B. Moore, J. Diemand, P. Madau, M. Zemp, M. Kuhlen, and V. Quilis, *MNRAS* **398**, L21 (2009), [0808.2981](#).
- [37] J. F. Navarro, A. Ludlow, V. Springel, J. Wang, M. Vogelsberger, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, and A. Helmi, *MNRAS* **402**, 21 (2010), [0810.1522](#).
- [38] W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, and V. C. Rubin, *AJ* **122**, 2396 (2001).
- [39] W. J. G. de Blok and A. Bosma, *A&A* **385**, 816 (2002), [arXiv:astro-ph/0201276](#).
- [40] D. Marchesini, E. D’Onghia, G. Chincarini, C. Firmani, P. Conconi, E. Molinari, and A. Zacchei, *ApJ* **575**, 801 (2002), [arXiv:astro-ph/0202075](#).

- [41] G. Gentile, P. Salucci, U. Klein, and G. L. Granato, MNRAS **375**, 199 (2007), arXiv:astro-ph/0611355.
- [42] L. Chemin, W. J. G. de Blok, and G. A. Mamon, AJ **142**, 109 (2011), 1109.4247.
- [43] S.-H. Oh, W. J. G. de Blok, E. Brinks, F. Walter, and R. C. Kennicutt, Jr., AJ **141**, 193 (2011), 1011.0899.
- [44] F. Governato, A. Zolotov, A. Pontzen, C. Christensen, S. H. Oh, A. M. Brooks, T. Quinn, S. Shen, and J. Wadsley, MNRAS **422**, 1231 (2012), 1202.0554.
- [45] A. Pontzen and F. Governato, MNRAS **421**, 3464 (2012), 1106.0499.
- [46] S. Garrison-Kimmel, M. Rocha, M. Boylan-Kolchin, J. S. Bullock, and J. Lally, MNRAS **433**, 3539 (2013), 1301.3137.
- [47] K. A. Oman, J. F. Navarro, A. Fattahi, C. S. Frenk, T. Sawala, S. D. M. White, R. Bower, R. A. Crain, M. Furlong, M. Schaller, et al., MNRAS **452**, 3650 (2015), 1504.01437.
- [48] D. Lynden-Bell, MNRAS **136**, 101 (1967).
- [49] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics: Second Edition* (Princeton University Press, 2008).
- [50] R. Bernabei, P. Belli, F. Montecchia, F. Nozzoli, F. Cappella, A. D'Angelo, A. Incicchitti, D. Prospero, R. Cerulli, C. J. Dai, et al., in *Particle Physics at the Year of Astronomy*, edited by H. Fritzsche, K. K. Phua, c.-e. B. E. Baaquie, A. H. Chan, N.-P. Chang, S. A. Cheong, L. C. Kwek, and C. H. Oh (2011), pp. 207–215.
- [51] E. Aprile, K. Arisaka, F. Arneodo, A. Askin, L. Baudis, A. Behrens, K. Bokeloh, E. Brown, T. Bruch, G. Bruno, et al., Physical Review Letters **107**, 131302 (2011), 1104.2549.
- [52] Y. Sofue and V. Rubin, ARA&A **39**, 137 (2001), arXiv:astro-ph/0010594.

- [53] J. Kormendy and K. C. Freeman, in *Dark Matter in Galaxies*, edited by S. Ryder, D. Pisano, M. Walker, and K. Freeman (2004), vol. 220 of *IAU Symposium*, p. 377, [arXiv:astro-ph/0407321](#).
- [54] F. Donato, G. Gentile, P. Salucci, C. Frigerio Martins, M. I. Wilkinson, G. Gilmore, E. K. Grebel, A. Koch, and R. Wyse, *MNRAS* **397**, 1169 (2009), [0904.4054](#).
- [55] A. Burkert, *ApJL* **447**, L25 (1995), [arXiv:astro-ph/9504041](#).
- [56] J. Wang, C. S. Frenk, J. F. Navarro, L. Gao, and T. Sawala, *MNRAS* **424**, 2715 (2012), [1203.4097](#).
- [57] P. Sikivie, I. I. Tkachev, and Y. Wang, *Phys. Rev. D* **56**, 1863 (1997), [astro-ph/9609022](#).
- [58] А. Г. Дорошкевич, В. Н. Лукаш, Е. В. Михеева, *УФН* **182**, 3 (2012), [1209.0388](#).
- [59] D. Syer and S. D. M. White, *MNRAS* **293**, 337 (1998).
- [60] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, et al., *ArXiv e-prints* (2013), [1303.5076](#).
- [61] S. Tremaine, M. Henon, and D. Lynden-Bell, *MNRAS* **219**, 285 (1986).
- [62] M. Stiavelli and G. Bertin, *MNRAS* **229**, 61 (1987).
- [63] A. Pontzen and F. Governato, *MNRAS* **430**, 121 (2013), [1210.1849](#).
- [64] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика* (Москва: Наука, 1995).
- [65] Л. П. Осипков, *Письма в Астрон. Журн.* **5**, 77 (1979).
- [66] W. Jaffe, *MNRAS* **202**, 995 (1983).
- [67] A. Klypin, H. Zhao, and R. S. Somerville, *ApJ* **573**, 597 (2002), [arXiv:astro-ph/0110390](#).

- [68] Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория* (Красанд, 2016).
- [69] B. W. Carney and D. W. Latham, in *Dark matter in the universe*, edited by J. Kormendy and G. R. Knapp (1987), vol. 117 of *IAU Symposium*, pp. 39–48.
- [70] Л. С. Марочник, А. А. Сучков, *Галактика*. (Москва: Наука, 1984).
- [71] M. Kuhlen, N. Weiner, J. Diemand, P. Madau, B. Moore, D. Potter, J. Stadel, and M. Zemp, *JCAP* **2**, 030 (2010), 0912.2358.
- [72] S. H. Hansen, B. Moore, M. Zemp, and J. Stadel, *JCAP* **1**, 014 (2006), arXiv:astro-ph/0505420.
- [73] A. Cooray and R. Sheth, *Phys. Rep.* **372**, 1 (2002), astro-ph/0206508.
- [74] C. Power, J. F. Navarro, A. Jenkins, C. S. Frenk, S. D. M. White, V. Springel, J. Stadel, and T. Quinn, *MNRAS* **338**, 14 (2003), astro-ph/0201544.
- [75] A. Klypin, F. Prada, G. Yepes, S. Hess, and S. Gottlober, *ArXiv e-prints* (2013), 1310.3740.
- [76] B. Moore, F. Governato, T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake, *ApJL* **499**, L5 (1998), astro-ph/9709051.
- [77] S. Ghigna, B. Moore, F. Governato, G. Lake, T. Quinn, and J. Stadel, *ApJ* **544**, 616 (2000), astro-ph/9910166.
- [78] A. Klypin, A. V. Kravtsov, J. S. Bullock, and J. R. Primack, *ApJ* **554**, 903 (2001), astro-ph/0006343.
- [79] J. Diemand, B. Moore, J. Stadel, and S. Kazantzidis, *MNRAS* **348**, 977 (2004), astro-ph/0304549.
- [80] E. Hayashi, J. F. Navarro, J. E. Taylor, J. Stadel, and T. Quinn, *ApJ* **584**, 541 (2003), astro-ph/0203004.

- [81] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*. (Москва: Наука, 1979).
- [82] L. Spitzer, *Dynamical evolution of globular clusters* (1987).
- [83] G. D. Quinlan, *New Astronomy* **1**, 255 (1996), [astro-ph/9606182](#).
- [84] N. W. Evans and J. L. Collett, *ApJL* **480**, L103 (1997), [astro-ph/9702085](#).
- [85] B. Moore, T. Quinn, F. Governato, J. Stadel, and G. Lake, *MNRAS* **310**, 1147 (1999), [arXiv:astro-ph/9903164](#).
- [86] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*. (Москва: Наука, 1988).
- [87] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*. (Москва: Наука, 1988).
- [88] K. P. Zybin, M. I. Vysotsky, and A. V. Gurevich, *Physics Letters A* **260**, 262 (1999).
- [89] S. Hofmann, D. J. Schwarz, and H. Stöcker, *Phys. Rev. D* **64**, 083507 (2001), [astro-ph/0104173](#).
- [90] D. Anderhalden and J. Diemand, *JCAP* **4**, 009 (2013), [1302.0003](#).
- [91] V. Berezhinsky, V. Dokuchaev, and Y. Eroshenko, *Phys. Rev. D* **73**, 063504 (2006), [astro-ph/0511494](#).
- [92] J. Diemand, P. Madau, and B. Moore, *MNRAS* **364**, 367 (2005), [arXiv:astro-ph/0506615](#).
- [93] V. Berezhinsky, V. Dokuchaev, and Y. Eroshenko, *Phys. Rev. D* **77**, 083519 (2008), [0712.3499](#).
- [94] A. Geringer-Sameth and S. M. Koushiappas, *Physical Review Letters* **107**, 241303 (2011), [1108.2914](#).
- [95] R. Essig, N. Sehgal, L. E. Strigari, M. Geha, and J. D. Simon, *Phys. Rev. D* **82**, 123503 (2010), [1007.4199](#).

- [96] J. Aleksić, E. A. Alvarez, L. A. Antonelli, P. Antoranz, M. Asensio, M. Backes, J. A. Barrio, D. Bastieri, J. Becerra González, W. Bednarek, et al., *JCAP* **6**, 035 (2011), 1103.0477.
- [97] P. Scott, J. Conrad, J. Edsjö, L. Bergström, C. Farnier, and Y. Akrami, *JCAP* **1**, 031 (2010), 0909.3300.
- [98] A. Frebel, J. D. Simon, and E. N. Kirby, *ApJ* **786**, 74 (2014), 1403.6116.
- [99] M. A. Sanchez-Conde and F. Prada, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **442**, 2271 (2014).
- [100] T. J. Cox and A. Loeb, *MNRAS* **386**, 461 (2008), 0705.1170.
- [101] K. Ahn, E. Komatsu, and P. Höflich, *Phys. Rev. D* **71**, 121301 (2005), astro-ph/0506126.
- [102] D. G. Cerdeño and A. M. Green, *Direct detection of WIMPs* (Cambridge University Press, 2010), p. 347.
- [103] M. C. Smith, N. W. Evans, V. Belokurov, P. C. Hewett, D. M. Bramich, G. Gilmore, M. J. Irwin, S. Vidrih, and D. B. Zucker, *MNRAS* **399**, 1223 (2009), 0904.1012.
- [104] J. I. Read, G. Lake, O. Agertz, and V. P. Debattista, *MNRAS* **389**, 1041 (2008), 0803.2714.
- [105] A. A. Dutton, C. Conroy, F. C. van den Bosch, F. Prada, and S. More, *MNRAS* **407**, 2 (2010), 1004.4626.
- [106] M. Lisanti, L. E. Strigari, J. G. Wacker, and R. H. Wechsler, *Phys. Rev. D* **83**, 023519 (2011), 1010.4300.
- [107] D. Makarov and I. Karachentsev, *MNRAS* **412**, 2498 (2011), 1011.6277.
- [108] F. D. Kahn and L. Woltjer, *ApJ* **130**, 705 (1959).
- [109] A. V. Macciò, A. A. Dutton, F. C. van den Bosch, B. Moore, D. Potter, and J. Stadel, *MNRAS* **378**, 55 (2007), arXiv:astro-ph/0608157.

- [110] G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk, Phys. Rep. **405**, 279 (2005), hep-ph/0404175.
- [111] J. S. Bullock, T. S. Kolatt, Y. Sigad, R. S. Somerville, A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, J. R. Primack, and A. Dekel, MNRAS **321**, 559 (2001), astro-ph/9908159.
- [112] S. Chandrasekhar, ApJ **97**, 255 (1943).
- [113] E. C. Ostriker, ApJ **513**, 252 (1999), astro-ph/9810324.
- [114] F. J. Sánchez-Salcedo and A. Brandenburg, ApJL **522**, L35 (1999).
- [115] В. М. Липунов, *Астрофизика нейтронных звезд*. (Москва: Наука, 1987).
- [116] H. Bondi, MNRAS **112**, 195 (1952).
- [117] H. Bondi and F. Hoyle, MNRAS **104**, 273 (1944).
- [118] M. Markevitch and A. Vikhlinin, Phys. Rep. **443**, 1 (2007), astro-ph/0701821.
- [119] L. Spitzer, *Physical processes in the interstellar medium* (1978).
- [120] J. Binney and M. Merrifield, *Galactic Astronomy* (1998).
- [121] R. Schödel, T. Ott, R. Genzel, A. Eckart, N. Mouawad, and T. Alexander, ApJ **596**, 1015 (2003), astro-ph/0306214.
- [122] P. Gondolo and J. Silk, Physical Review Letters **83**, 1719 (1999), astro-ph/9906391.
- [123] М. А. Подурец, Астрон. Журн. **8**, 868 (1965).
- [124] G. D. Martinez, J. S. Bullock, M. Kaplinghat, L. E. Strigari, and R. Trotta, JCAP **6**, 014 (2009), 0902.4715.
- [125] J. D. Simon, M. Geha, Q. E. Minor, G. D. Martinez, E. N. Kirby, J. S. Bullock, M. Kaplinghat, L. E. Strigari, B. Willman, P. I. Choi, et al., ApJ **733**, 46 (2011), 1007.4198.

- [126] M. Niederste-Ostholt, V. Belokurov, N. W. Evans, G. Gilmore, R. F. G. Wyse, and J. E. Norris, *MNRAS* **398**, 1771 (2009), 0906.3669.
- [127] M. Ackermann, M. Ajello, A. Albert, W. B. Atwood, L. Baldini, J. Ballet, G. Barbiellini, D. Bastieri, K. Bechtol, R. Bellazzini, et al., *Physical Review Letters* **107**, 241302 (2011), 1108.3546.
- [128] M. N. Mazziotta, F. Loparco, F. de Palma, and N. Giglietto, *Astroparticle Physics* **37**, 26 (2012), 1203.6731.
- [129] E. Aliu, S. Archambault, T. Arlen, T. Aune, M. Beilicke, W. Benbow, A. Bouvier, S. M. Bradbury, J. H. Buckley, V. Bugaev, et al., *Phys. Rev. D* **85**, 062001 (2012), 1202.2144.
- [130] J. Hisano, S. Matsumoto, M. M. Nojiri, and O. Saito, *Phys. Rev. D* **71**, 063528 (2005), hep-ph/0412403.
- [131] M. Geha, B. Willman, J. D. Simon, L. E. Strigari, E. N. Kirby, D. R. Law, and J. Strader, *ApJ* **692**, 1464 (2009), 0809.2781.
- [132] J. L. Feng, M. Kaplinghat, and H.-B. Yu, *Phys. Rev. D* **82**, 083525 (2010), 1005.4678.
- [133] O. Adriani, G. C. Barbarino, G. A. Bazilevskaia, R. Bellotti, M. Boezio, E. A. Bogomolov, L. Bonechi, M. Bongi, V. Bonvicini, S. Bottai, et al., *Nature* **458**, 607 (2009), 0810.4995.
- [134] P. Gondolo, J. Edsjö, P. Ullio, L. Bergström, M. Schelke, and E. A. Baltz, *JCAP* **7**, 008 (2004), astro-ph/0406204.
- [135] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, *Phys. Rep.* **267**, 195 (1996), hep-ph/9506380.
- [136] W. B. Atwood, A. A. Abdo, M. Ackermann, W. Althouse, B. Anderson, M. Axelsson, L. Baldini, J. Ballet, D. L. Band, G. Barbiellini, et al., *ApJ* **697**, 1071 (2009), 0902.1089.

- [137] P. L. Nolan, A. A. Abdo, M. Ackermann, M. Ajello, A. Allafort, E. Antolini, W. B. Atwood, M. Axelsson, L. Baldini, J. Ballet, et al., *ApJS* **199**, 31 (2012), 1108.1435.
- [138] A. Charbonnier, C. Combet, M. Daniel, S. Funk, J. A. Hinton, D. Maurin, C. Power, J. I. Read, S. Sarkar, M. G. Walker, et al., *MNRAS* **418**, 1526 (2011), 1104.0412.
- [139] A. A. Zdziarski and R. Svensson, *ApJ* **344**, 551 (1989).
- [140] Y. Inoue, T. Totani, and Y. Ueda, *ApJL* **672**, L5 (2008), 0709.3877.
- [141] K. Ahn and E. Komatsu, *Phys. Rev. D* **71**, 021303 (2005), astro-ph/0412630.
- [142] K. Ahn and E. Komatsu, *Phys. Rev. D* **72**, 061301 (2005), astro-ph/0506520.
- [143] Y. Rasera, R. Teyssier, P. Sizun, M. Cassé, P. Fayet, B. Cordier, and J. Paul, *Phys. Rev. D* **73**, 103518 (2006), astro-ph/0507707.
- [144] L. E. Strigari, J. F. Beacom, T. P. Walker, and P. Zhang, *JCAP* **4**, 017 (2005), astro-ph/0502150.
- [145] A. W. Strong, I. V. Moskalenko, and O. Reimer, *ApJ* **613**, 956 (2004), astro-ph/0405441.
- [146] P. Sreekumar, D. L. Bertsch, B. L. Dingus, J. A. Esposito, C. E. Fichtel, R. C. Hartman, S. D. Hunter, G. Kanbach, D. A. Kniffen, Y. C. Lin, et al., *ApJ* **494**, 523 (1998), astro-ph/9709257.
- [147] G. Weidenspointner, M. Varendorff, S. C. Kappadath, K. Bennett, H. Bloemen, R. Diehl, W. Hermsen, G. G. Lichti, J. Ryan, and V. Schönfelder, in *American Institute of Physics Conference Series*, edited by M. L. McConnell and J. M. Ryan (2000), vol. 510 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 467–470.
- [148] A. В. Гуревич, К. П. Зыбин, *УФН* **165**, 723 (1995).
- [149] V. Berezhinsky, V. Dokuchaev, and Y. Eroshenko, *Phys. Rev. D* **68**, 103003 (2003), astro-ph/0301551.

- [150] А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, В. А. Сирота, УФН **167**, 913 (1997).
- [151] A. M. Green, S. Hofmann, and D. J. Schwarz, JCAP **8**, 003 (2005), astro-ph/0503387.
- [152] J. Diemand, B. Moore, and J. Stadel, Nature **433**, 389 (2005), astro-ph/0501589.
- [153] C. Boehm, D. Hooper, J. Silk, M. Casse, and J. Paul, Physical Review Letters **92**, 101301 (2004), astro-ph/0309686.
- [154] C. Boehm and P. Fayet, Nuclear Physics B **683**, 219 (2004), hep-ph/0305261.
- [155] E. P. Mazets and S. V. Golenetskii, Ap&SS **75**, 47 (1981).
- [156] C. Kouveliotou, C. A. Meegan, G. J. Fishman, N. P. Bhat, M. S. Briggs, T. M. Koshut, W. S. Paciesas, and G. N. Pendleton, ApJL **413**, L101 (1993).
- [157] G. J. Fishman and C. A. Meegan, ARA&A **33**, 415 (1995).
- [158] J. S. Bloom, S. R. Kulkarni, and S. G. Djorgovski, AJ **123**, 1111 (2002), astro-ph/0010176.
- [159] A. S. Fruchter, A. J. Levan, L. Strolger, P. M. Vreeswijk, S. E. Thorsett, D. Bersier, I. Burud, J. M. Castro Cerón, A. J. Castro-Tirado, C. Conselice, et al., Nature **441**, 463 (2006), astro-ph/0603537.
- [160] С. И. Блинников, К. А. Постнов, Д. И. Косенко, О. С. Бартунов, Письма в Астрон. Журн. **31**, 365 (2005).
- [161] P. Soffitta, M. Feroci, L. Piro, J. in 't Zand, J. Heise, L. di Ciolo, J. M. Muller, E. Palazzi, and F. Frontera, Circular No. **6884** (1998).
- [162] T. J. Galama, P. M. Vreeswijk, J. van Paradijs, C. Kouveliotou, T. Augusteijn, H. Bönhardt, J. P. Brewer, V. Doublier, J.-F. Gonzalez, B. Leibundgut, et al., Nature **395**, 670 (1998), astro-ph/9806175.

- [163] E. Pian, L. Amati, L. A. Antonelli, R. C. Butler, E. Costa, G. Cusumano, J. Danziger, M. Feroci, F. Fiore, F. Frontera, et al., *ApJ* **536**, 778 (2000), [astro-ph/9910235](#).
- [164] J. Greiner, M. Peimbert, C. Esteban, A. Kaufer, A. Jaunsen, J. Smoke, S. Klose, and O. Reimer, *GRB Coordinates Network* **2020** (2003).
- [165] T. Matheson, P. M. Garnavich, K. Z. Stanek, D. Bersier, S. T. Holland, K. Krisciunas, N. Caldwell, P. Berlind, J. S. Bloom, M. Bolte, et al., *ApJ* **599**, 394 (2003), [astro-ph/0307435](#).
- [166] J. Hjorth, J. Sollerman, P. Møller, J. P. U. Fynbo, S. E. Woosley, C. Kouveliotou, N. R. Tanvir, J. Greiner, M. I. Andersen, A. J. Castro-Tirado, et al., *Nature* **423**, 847 (2003), [astro-ph/0306347](#).
- [167] V. V. Sokolov, T. A. Fatkhullin, V. N. Komarova, V. G. Kurt, V. S. Lebedev, A. J. Castro-Tirado, S. Guziy, J. Gorosabel, A. de Ugarte Postigo, A. M. Cherepaschuk, et al., *Bulletin of the Special Astrophysics Observatory* **56**, 5 (2003), [astro-ph/0312359](#).
- [168] S. E. Woosley, *ApJ* **405**, 273 (1993).
- [169] A. I. MacFadyen and S. E. Woosley, *ApJ* **524**, 262 (1999), [astro-ph/9810274](#).
- [170] R. Popham, S. E. Woosley, and C. Fryer, *ApJ* **518**, 356 (1999), [astro-ph/9807028](#).
- [171] M. A. Aloy, E. Müller, J. M. Ibáñez, J. M. Martí, and A. MacFadyen, *ApJL* **531**, L119 (2000), [astro-ph/9911098](#).
- [172] R. D. Blandford and D. G. Payne, *MNRAS* **199**, 883 (1982).
- [173] D. A. Uzdensky and A. I. MacFadyen, *ApJ* **647**, 1192 (2006), [astro-ph/0602419](#).
- [174] R. D. Blandford and R. L. Znajek, *MNRAS* **179**, 433 (1977).
- [175] M. V. Barkov and S. S. Komissarov, *MNRAS* **385**, L28 (2008), [0710.2654](#).

- [176] R. Birkel, M. A. Aloy, H.-T. Janka, and E. Müller, *A&A* **463**, 51 (2007), [astro-ph/0608543](#).
- [177] I. Zalamea and A. M. Beloborodov, in *American Institute of Physics Conference Series*, edited by C. Meegan, C. Kouveliotou, and N. Gehrels (2009), vol. 1133 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 121–123, [0812.4041](#).
- [178] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, *A&A* **24**, 337 (1973).
- [179] M. Shibata, Y.-I. Sekiguchi, and R. Takahashi, *Progress of Theoretical Physics* **118**, 257 (2007), [0709.1766](#).
- [180] S. Nagataki, R. Takahashi, A. Mizuta, and T. Takiwaki, *ApJ* **659**, 512 (2007), [astro-ph/0608233](#).
- [181] D. Proga, A. I. MacFadyen, P. J. Armitage, and M. C. Begelman, *ApJL* **599**, L5 (2003), [astro-ph/0310002](#).
- [182] J.-P. De Villiers, J. F. Hawley, and J. H. Krolik, *ApJ* **599**, 1238 (2003), [astro-ph/0307260](#).
- [183] J. F. Hawley and J. H. Krolik, *ApJ* **641**, 103 (2006), [astro-ph/0512227](#).
- [184] J. C. McKinney and C. F. Gammie, *ApJ* **611**, 977 (2004), [astro-ph/0404512](#).
- [185] J. C. McKinney, *ApJL* **630**, L5 (2005), [astro-ph/0506367](#).
- [186] J. C. McKinney, *MNRAS* **368**, 1561 (2006), [astro-ph/0603045](#).
- [187] J. C. McKinney and R. Narayan, *MNRAS* **375**, 513 (2007), [astro-ph/0607575](#).
- [188] K. Beckwith, J. F. Hawley, and J. H. Krolik, *ApJ* **678**, 1180–1199 (2008), [0709.3833](#).
- [189] K. Beckwith, J. F. Hawley, and J. H. Krolik, *MNRAS* **390**, 21 (2008), [0801.2974](#).
- [190] S. Nagataki, *ApJ* **704**, 937 (2009), [0902.1908](#).

- [191] J. C. McKinney and R. D. Blandford, MNRAS **394**, L126 (2009), 0812.1060.
- [192] S. Chandrasekhar, Proceedings of the National Academy of Science **46**, 253 (1960).
- [193] S. A. Balbus and J. F. Hawley, ApJ **376**, 214 (1991).
- [194] G. Baym, C. Pethick, and P. Sutherland, ApJ **170**, 299 (1971).
- [195] G. Baym, H. A. Bethe, and C. J. Pethick, Nuclear Physics A **175**, 225 (1971).
- [196] R. C. Malone, M. B. Johnson, and H. A. Bethe, ApJ **199**, 741 (1975).
- [197] Г. С. Бисноватый-Коган, *Физические вопросы теории звёздной эволюции* (Москва: Наука, 1989).
- [198] P. J. Schinder, D. N. Schramm, P. J. Wiita, S. H. Margolis, and D. L. Tubbs, ApJ **313**, 531 (1987).
- [199] Л. Н. Иванова, В. С. Имшенник, Д. К. Надёжин, Научн. информ. Астрон. сов. АН СССР **13**, 3 (1969).
- [200] V. G. Bezchastnov, P. Haensel, A. D. Kaminker, and D. G. Yakovlev, A&A **328**, 409 (1997), astro-ph/9708181.
- [201] C. F. Gammie, S. L. Shapiro, and J. C. McKinney, ApJ **602**, 312 (2004), astro-ph/0310886.
- [202] M. V. Barkov, in *American Institute of Physics Conference Series*, edited by M. Axelsson (2008), vol. 1054 of *American Institute of Physics Conference Series*, pp. 79–85, 0805.0414.
- [203] S. S. Komissarov, MNRAS **303**, 343 (1999).
- [204] S. S. Komissarov, MNRAS **350**, 1431 (2004), astro-ph/0402430.
- [205] S. S. Komissarov, MNRAS **368**, 993 (2006), astro-ph/0601678.
- [206] L. G. Fishbone and V. Moncrief, ApJ **207**, 962 (1976).
- [207] M. Abramowicz, M. Jaroszynski, and M. Sikora, A&A **63**, 221 (1978).

- [208] В. С. Бескин, Ю. Н. Истомина, В. И. Парьев, *Астрон. Журн.* **69**, 1258 (1992).
- [209] U. Torkelsson and A. Brandenburg, *A&A* **283**, 677 (1994).
- [210] R. Arlt and G. Rüdiger, *A&A* **349**, 334 (1999).
- [211] A. Bardou, B. von Rekowski, W. Dobler, A. Brandenburg, and A. Shukurov, *A&A* **370**, 635 (2001), [astro-ph/0011545](#).
- [212] O. Zanotti, J. A. Font, L. Rezzolla, and P. J. Montero, *MNRAS* **356**, 1371 (2005), [astro-ph/0411116](#).
- [213] P. J. Montero, O. Zanotti, J. A. Font, and L. Rezzolla, *MNRAS* **378**, 1101 (2007), [astro-ph/0702485](#).
- [214] S. S. Komissarov and M. V. Barkov, *MNRAS* **397**, 1153 (2009), [0902.2881](#).
- [215] M. V. Barkov and S. S. Komissarov, *International Journal of Modern Physics D* **17**, 1669 (2008), [0801.4861](#).
- [216] M. Mahmud, D. C. Gabuzda, and V. Bezrukovs, *MNRAS* **400**, 2 (2009), [0905.2368](#).
- [217] S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky, *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects* (1983).
- [218] J. R. Smith and LIGO Scientific Collaboration, *Classical and Quantum Gravity* **26**, 114013 (2009), [0902.0381](#).
- [219] S. S. Komissarov, M. V. Barkov, N. Vlahakis, and A. Königl, *MNRAS* **380**, 51 (2007), [astro-ph/0703146](#).
- [220] S. S. Komissarov, N. Vlahakis, A. Königl, and M. V. Barkov, *MNRAS* **394**, 1182 (2009), [0811.1467](#).
- [221] S. S. Komissarov and M. V. Barkov, *MNRAS* **382**, 1029 (2007), [0707.0264](#).

- [222] A. M. Cherepashchuk, K. A. Sunyaev, E. V. Seifina, E. A. Antokhina, D. I. Kosenko, S. V. Molkov, N. I. Shakura, K. A. Postnov, A. N. Timokhin, and I. E. Panchenko, in *The Obscured Universe. Proceedings of the VI INTEGRAL Workshop* (2007), vol. 622 of *ESA Special Publication*, p. 319, [astro-ph/0610235](#).
- [223] S. Rappaport, G. W. Clark, L. Cominsky, F. Li, and P. C. Joss, *ApJL* **224**, L1 (1978).
- [224] S. J. Unger, P. Roche, I. Negueruela, F. A. Ringwald, C. Lloyd, and M. J. Coe, *A&A* **336**, 960 (1998), [astro-ph/9802086](#).
- [225] W. Forman, H. Tananbaum, and C. Jones, *ApJL* **206**, L29 (1976).
- [226] L. A. Rose, F. E. Marshall, S. S. Holt, E. A. Boldt, R. E. Rothschild, P. J. Serlemitsos, S. H. Pravdo, and L. J. Kaluzienski, *ApJ* **231**, 919 (1979).
- [227] L. Bildsten, D. Chakrabarty, J. Chiu, M. H. Finger, D. T. Koh, R. W. Nelson, T. A. Prince, B. C. Rubin, D. M. Scott, M. Stollberg, et al., *ApJS* **113**, 367 (1997), [astro-ph/9707125](#).
- [228] W. Coburn, W. A. Heindl, R. E. Rothschild, D. E. Gruber, I. Kreykenbohm, J. Wilms, P. Kretschmar, and R. Staubert, *ApJ* **580**, 394 (2002), [astro-ph/0207325](#).
- [229] T. Mihara, K. Makishima, and F. Nagase, *ApJ* **610**, 390 (2004).
- [230] A. Santangelo, A. Segreto, S. Giarrusso, D. Dal Fiume, M. Orlandini, A. N. Parmar, T. Oosterbroek, T. Bulik, T. Mihara, S. Campana, et al., *ApJL* **523**, L85 (1999).
- [231] W. A. Wheaton, J. P. Doty, F. A. Primini, B. A. Cooke, C. A. Dobson, A. Goldman, M. Hecht, S. K. Howe, J. A. Hoffman, and A. Scheepmaker, *Nature* **282**, 240 (1979).
- [232] N. E. White, J. H. Swank, and S. S. Holt, *ApJ* **270**, 711 (1983).
- [233] W. A. Heindl, W. Coburn, D. E. Gruber, M. R. Pelling, R. E. Rothschild, J. Wilms, K. Pottschmidt, and R. Staubert, *ApJL* **521**, L49 (1999), [astro-ph/9904222](#).

- [234] G. Boella, L. Chiappetti, G. Conti, G. Cusumano, S. del Sordo, G. La Rosa, M. C. Maccarone, T. Mineo, S. Molendi, S. Re, et al., *A&A S* **122** (1997).
- [235] G. Manzo, S. Giarrusso, A. Santangelo, F. Ciralli, G. Fazio, S. Piraino, and A. Segreto, *A&A S* **122** (1997).
- [236] F. Frontera, E. Costa, D. dal Fiume, M. Feroci, L. Nicastro, M. Orlandini, E. Palazzi, and G. Zavattini, *A&A S* **122** (1997).
- [237] D. A. Leahy, R. F. Elsner, and M. C. Weisskopf, *ApJ* **272**, 256 (1983).
- [238] R. A. Sunyaev and L. G. Titarchuk, *A&A* **86**, 121 (1980).
- [239] A. Н. Байшев, *Астрон. Журн.* **79**, 921 (2002), 0804.1592.
- [240] A. K. Harding and J. K. Daugherty, *ApJ* **374**, 687 (1991).
- [241] J. C. L. Wang, D. Q. Lamb, T. J. Loredo, I. M. Wasserman, and E. E. Salpeter, *Physical Review Letters* **63**, 1550 (1989).
- [242] J. C. L. Wang, I. M. Wasserman, and E. E. Salpeter, *ApJ* **338**, 343 (1989).
- [243] D. Q. Lamb, J. C. L. Wang, and I. M. Wasserman, *ApJ* **363**, 670 (1990).
- [244] J. C. L. Wang, I. Wasserman, and D. Q. Lamb, *ApJ* **414**, 815 (1993).
- [245] M. Isenberg, D. Q. Lamb, and J. C. L. Wang, *ApJ* **505**, 688 (1998), [astro-ph/9703075](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9703075).
- [246] J. K. Daugherty and J. Ventura, *A&A* **61**, 723 (1977).
- [247] S. Bonazzola, J. Heyvaerts, and J. L. Puget, *A&A* **78**, 53 (1979).