

Акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт имени А.И.Лейпунского»

На правах рукописи

Войтенков Дмитрий Александрович

**Самосогласованные микроскопические расчеты
характеристик основного и низкоэнергетических
возбужденных состояний сферических ядер**

Специальность 01.04.16 —
«физика атомного ядра и элементарных частиц»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, профессор
Камерджиев С.П.

Обнинск – 2015

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Самосогласованная теория конечных ферми-систем с функционалом плотности и ее применение к анализу природы ядерного спаривания	17
1.1 Общие соотношения	17
1.1.1 Функционал плотности	17
1.1.2 Характеристики возбужденных состояний	22
1.2 Поверхностное и объемное спаривание в полумагических ядрах	24
1.3 Заключение	33
Глава 2. Квадрупольная поляризуемость и квадрупольные моменты сферических ядер в основном состоянии	35
2.1 Квадрупольные моменты нечетных ядер в основном состоянии и эффективные заряды	36
2.1.1 Квадрупольные моменты нечетных ядер в одно-квазичастичном приближении	36
2.1.2 Эффективные квадрупольные заряды в магических и полумагических ядрах	54
2.2 Квадрупольные моменты нечетно-нечетных околумагических ядер в основном состоянии	55
2.2.1 Квадрупольные моменты нечетных и нечетно-нечетных околумагических ядер	55
2.2.2 Феноменологический подход	56
2.2.3 Нечетные околумагические ядра	57
2.2.4 Нечетно-нечетные околумагические ядра.	58
2.3 Заключение	59

Глава 3. Квазичастично-фононное взаимодействие в самосогласованной теории конечных ферми-систем	62
3.1 Магические ядра, эффекты тэдпол	65
3.2 Обобщение на случай ядерного спаривания	70
3.3 Статические квадрупольные моменты возбужденных 2_1^+ состояний в изотопах олова и свинца, анализ различных эффектов	74
3.4 Заключение	77
Глава 4. Квазичастично-фононное взаимодействие в обобщенной и стандартной теории конечных ферми-систем	79
4.1 Учет квазичастично-фононного взаимодействия в обобщенной теории конечных ферми-систем для магических ядер	81
4.2 Оценки вклада квазичастично-фононного взаимодействия в квадрупольные моменты нечетных ядер	86
4.3 Заключение	90
Заключение	91
Литература	94
Приложение А. Интегралы от трех функций Грина в немагических ядрах.	103

Список обозначений

В работе используются следующие обозначения:

БКШ — Бардин-Купер-Шриффер

ЛМ — Ландау-Мигдал

МХФ — метод хаотических фаз

МХРД — методом хронологического расщепления диаграмм

ТКФС — теория конечных ферми систем

ОТКФС — обобщенная теория конечных ферми систем

МХР — метод хронологического расщепления диаграмм

КМХФ — квазичастичный метод хаотических фаз

КОС — корреляции в основном состоянии

КПВБ — квазичастиное приближение "временного блокирования"

КФВ — квазичастично-фононное взаимодействие

КФМ — квазичастично-фононная модель

ПВБ — приближение "временного блокирования"

РСФ — радиационная силовая функция

СХФБ — Скирм-Хартри-Фок-Боголюбов

ФГ — функция Грина

ХФБ — Хартри-Фок-Боголюбов

ЭФП — энергетический функционал плотности

Введение

Быстрое развитие техники физического эксперимента для измерений характеристик основного и возбужденных состояний ядер привело в последние годы к появлению огромного массива экспериментальных данных как для стабильных, так и, в особенности, для нестабильных ядер. Одновременно с этим в связи с развитием ядерных реакторов нового поколения идет процесс по увеличению потребностей в ядерных данных для реакторов. Оба этих процесса стимулируют развитие последовательной теории ядра, которая должна обладать большой предсказательной силой, необходимой для описания нестабильных ядер и тех весьма многочисленных характеристик стабильных ядер, затраты на измерение которых слишком велики. Такая теория, в отличие от чисто феноменологических подходов, должна использовать универсальные параметры, пригодные для описания широкого круга ядер, в идеале, всех ядер. Это в особенности необходимо для сильно протонно- и нейтронно-обогащенных ядер, представляющих большой интерес для астрофизики, для которых феноменологические подходы могут оказаться неприменимы. По этим причинам базой для современных теоретических подходов стал микроскопический метод хаотических фаз (МХФ) – для ядер без спаривания и квазичастичный метод хаотических фаз (КМХФ) – для ядер со спариванием (в дальнейшем, для краткости (К)МХФ). Оба метода учитывают взаимодействие квазичастиц между собой, при этом оба из них учитывают корреляции в основном состоянии (КОС). Количественно эти корреляции малы, но их учет важен в том смысле, что они (в отличие от метода Тама-Данкова) обеспечивают выполнение правила сумм Томаса-Райха-Куна при описании гигантских резонансов. Одним из вариантов (К)МХФ стал метод теории конечных ферми-систем (ТКФС) [1], сформулированный в терминах теории многих тел на языке квантовых функций Грина и графической техники Фейнмана.

Недостатком методов (К)МХФ в применении к описанию наблюдаемых характеристик ядер, необходимых для физики низких энергий, был слишком разреженный спектр возбуждений ядра до энергий 25 - 35 МэВ, что, в частности, для физики гигантских резонансов проявилось в неспособности объяснить ширину этих резонансов в рамках (К)МХФ. Это было следствием отсутствия учета взаимодействия одночастичных степеней свободы с коллективными низколежащими фоновыми степенями свободы (в дальнейшем, – связи с фононами). Вторым недостатком ранних методов (К)МХФ было использование двух наборов феноменологических параметров – одного для среднего поля Вудса-Саксона и другого для эффективного взаимодействия между нуклонами [1, 2].

Первый недостаток был преодолен в рамках методов квазичастично-фононной модели (КФМ) [2], теории ядерных полей, см. [3], и позднее в обобщенной теории конечных ферми систем (ОТКФС) [4]. Одновременно с этим развитием шел процесс, направленный на преодоление второго указанного недостатка, – развитие методов самосогласования, основанных на использовании энергетических функционалов плотности (ЭФП) [5]. Это было вызвано прежде всего потребностью описания нейтронно-обогащенных ядер, необходимых для астрофизических целей, а также, как выяснилось немного позднее, для ядерных данных (см. ниже). В самосогласованных методах и теории среднего поля ядра эффективное взаимодействие рассчитывается с использованием энергетического функционала плотности, при этом параметризуются либо силы Скирма, либо сам ЭФП. Иначе говоря, с помощью одного универсального набора параметров, в идеале пригодного для всех ядер, предполагается описание основного и возбужденного состояний всех ядер. В настоящее время вариантов сил Скирма так много, что неизбежным стал поиск универсального ЭФП. Относительно недавно метод ЭФП с параметризацией функционала был обобщен на ядра со спариванием в работе Фаянса с соавторами (в дальнейшем функционал Фаянса) [6] так, что этот

метод может быть применен для всех сферических [7] и деформированных ядер.

Включение в стандартный метод ТКФС [1] условия самосогласования привело к появлению самосогласованной ТКФС [8], а использование ЭФП Фаянса с найденными ими параметрами ЭФП позволило применить самосогласованную ТКФС для всех ядер, кроме самых легких. Примером успешного применения этого подхода может служить работа [9] по расчету магнитных моментов нечетных ядер в основном состоянии, в которой было получено разумное описание экспериментальных данных по магнитным моментам более чем в 100 сферических нечетных ядрах. В этом подходе использовалось, так называемое, одноквазичастичное приближение, в рамках которого одна квазичастица в фиксированном состоянии $\lambda = (n, l, j, m)$ с энергией ε_λ добавляется к четно-четному ядру и взаимодействует с остальными квазичастицами посредством эффективных сил Ландау-Мигдала (ЛМ). Согласно ТКФС квазичастица отличается от частицы в одночастичной модели в двух аспектах. Во-первых, она обладает локальным зарядом e_q , который, вообще говоря, не совпадает с "затравочным" зарядом нуклона и, во-вторых, четно-четный остов поляризован из-за взаимодействия ЛМ этой частицы и нуклонов остова, которое учитывается в рамках (К)МХФ. Другими словами, квазичастица получает поляризационный эффективный заряд e_{eff} , который находится из решение уравнений ТКФС. В многочастичной модели оболочек [10, 11] подобная величина вводится как феноменологический параметр, который характеризует поляризуемость остова, состоящего из внешних нуклонов. В случае немагических ядер термин квазичастица приобретает дополнительное значение. В добавок к уже упомянутой концепции ЛМ рассматриваются квазичастицы Боголюбова с числами заполнения $n_\lambda^B = (E_\lambda - \varepsilon_\lambda)/2E_\lambda$ и энергиями $E_\lambda = \sqrt{(\varepsilon_\lambda - \mu)^2 + \Delta_\lambda^2}$ и решением уравнений КМХФ вместо уравнений МХФ.

По этим причинам представляется необходимым выполнить расчеты для квадрупольных моментов в основном состоянии для нечетных ядер, в которых применимо вышеуказанное одноквазичастичное приближение, а также оценить справедливость последнего в немагических ядрах, в которых возможен вклад квазичастично-фононного взаимодействия (КФВ) в квадрупольные моменты. Этому посвящена глава 2 и частично глава 4.

Необходимость самосогласованного микроскопического описания вызвана также практическими потребностями для создания библиотек ядерных данных как для ядерных и термоядерных реакторов, так и для астрофизических целей. Хорошо известно, что среди ядер, свойства которых нужны для расчета ядерных реакций, имеется большое число нестабильных и нейтронно-обогащенных ядер, например, осколки деления, характеристики которых часто невозможно измерить. Поэтому, как указывается в справочниках [12, 13], для расчета ядерных данных необходима надежная теория, которая в состоянии предсказывать свойства нестабильных ядер. Кроме того, как утверждается в [12] и [13], современные феноменологические подходы для описания радиационных силовых функций ¹ (РСФ) не в состоянии описать эти функции в широкой области энергий вблизи и ниже энергии отделения нуклона. По этим двум причинам, начиная с 2006 г., в [12, 13] и современных кодах для расчета ядерных реакций EMPIRE и TALYS, кроме феноменологической РСФ, используется микроскопическое описание этих функций, основанное на самосогласованных расчетах среднего поля в методе Хартри-Фока-Боголюбова (ХФБ) и соответствующего (К)МХФ (ХФБ+КМХФ) [15]. Таким образом, для практической задачи формирования библиотек ядерных данных оказался необходимым самосогласованный подход.

¹Радиационная силовая функция была введена для описания гамма переходов с высоковозбужденных состояний, например с нейтронных резонансов [14]. Она является одной из важнейших величин в теории всех реакций с участием γ -квантов.

Однако, как недавно было показано авторами этого подхода [16], самосогласованное (К)МХФ не в состоянии описать все структуры радиационной силовой функции в изотопах Sn и, по мнению авторов [16] необходимо дополнительно учитывать КФВ (или связь с фононами), поскольку, чтобы объяснить эксперимент, авторы [16] были вынуждены "руками" вводить дополнительную силу сверх той, которая учитывалась в их КМХФ+ХФБ подходе. Иными словами, для задачи о ядерных данных необходимы самосогласованные расчеты со связью с фононами. Очевидно, что такие расчеты абсолютно необходимы также и для нестабильных ядер, например, осколков деления. Здесь необходимо подчеркнуть еще раз, что несамосогласованные расчеты со связью с фононами выполнялись в рамках КФМ [17] для многих сферических и деформированных ядер, в которых отчетливо прослеживается структура сечения фотопоглощения [2]. Поскольку сечение фотопоглощения просто связано с РСФ, если считать, что гипотеза Бринка-Акселя справедлива [12, 13], то те же структуры, согласно КФМ, должны проявляться и в РСФ. Более того, микроскопические РСФ для переходов между основным и возбужденным состояниями, т. е. РСФ вблизи энергии связи нейтрона, с учетом КФВ рассчитывались в работе [18] в рамках КФМ.

Наиболее распространенное определение РСФ включает в себя переходы между возбужденными состояниями. Если не использовать гипотезу Бринка-Акселя [12, 13], применимость которой, строго говоря, не очевидна, необходимо использовать теорию, которая рассчитывает эти переходы. В настоящее время имеется два подхода для решения этой задачи: первый – стандартный квантовомеханический подход, см. например [19], и подход, основанный на методах теории многих тел, точнее "теории ядерных полей" [3]. Представляет большой интерес рассчитать эти переходы с использованием современного самосогласованного базиса и современных методов теории многих тел, согласно которым следует учитывать *все поправки* к среднему полю порядка g^2 , где g – безразмерная амплитуда рождения фонона, ве-

личина которой меньше единицы в магических [20] и полумагических [21] ядрах. Графически эти поправки представлены на рис. 1, на котором первое слагаемое описывает обычное полюсное слагаемое, содержащее g^2 , а второе – неполюсное слагаемое порядка g^2 , так называемый фононный тэдпол [22].

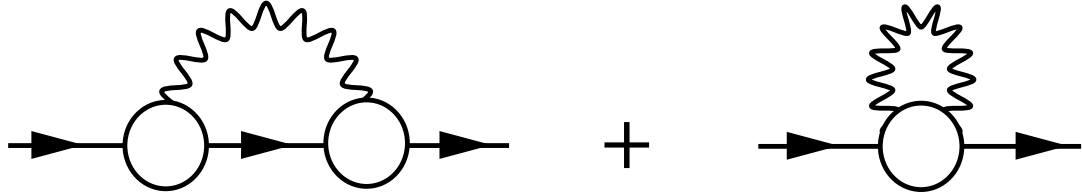


Рис. 1. Поправки второго порядка по амплитуде рождения фонона g для массового оператора, второе слагаемое – фононный тэдпол.

Задача расчета квадрупольных моментов в возбужденных состояниях, решаемая в данной работе, является простейшим и очень важным (диагональным) случаем для расчета переходов между возбужденными состояниями, она необходима для прямого расчета РСФ, не использующего гипотезу Бринка-Акселя. Эта задача решается в Главе 3. Однако эта задача – расчет квадрупольных моментов в возбужденном состоянии – представляет и большой самостоятельный интерес по двум причинам. Первая из них состоит в том, что в настоящее время имеется огромное количество экспериментальных данных для статических моментов в возбужденном состоянии [23] и для очень похожей задачи – расчета вероятностей переходов, которые не обсуждаются в настоящей работе, требуют современного микроскопического описания. Без использования самосогласования эта задача решалась давно (подробнее см. Введение к главе 3) в рамках как КФМ, так и в теории ядерных полей. С тех пор появилось много новых экспериментальных данных, и, что более необходимо, применение самосогласованного подхода позволяет расширить расчеты на нестабильные ядра, необходимые для целей астрофизики.

Вторая причина интереса к расчетам квадрупольных моментов в возбужденном состоянии состоит в специфике использованного метода теории многих тел. Именно эта характеристика на языке графиков Фейнмана описывается "треугольником", который содержит интеграл от трех одночастичных функций Грина. Следовательно, в задаче содержится эффект от "графиков идущих назад", или корреляции в основном состоянии нового вида, отличного от корреляций в основном состоянии, обусловленных "графиками идущими назад" в МХФ или КМХФ, которые содержат интегралы от двух функций Грина. Насколько известно автору настоящей работы, этот эффект специально не изучался (см. введение к главе 3). Представляет интерес рассмотреть этот вопрос, тем более что в работе [19], выполненной в рамках КФМ, он не учитывался. Всем этим вопросам посвящена глава 3.

Наконец, глава 4 настоящей работы посвящена отдельным вопросам, связанным с учетом КФМ для улучшения ОТКФС и для уточнения расчетов квадрупольных моментов в основном состоянии, описанных в главе 2. Необходимость улучшения ОТКФС вызвана тем, что в ней не учитывались эффекты тэдпола. Необходимость же уточнения расчетов квадрупольных моментов связана с тем, что в наших расчетах, представленных в главе 2, не учитывается возможный вклад в величину квадрупольного момента нечетного ядра от низколежащих коллективных 2_1^+ -уровней.

В настоящей работе использовались современные методы теории ядра, которые одновременно включают как самосогласованное описание среднего поля и эффективного взаимодействия между нуклонами на базе ЭФП, в том числе самосогласованное описание фононов, так и анализ роли квазичастично-фононного взаимодействия методами теории многих тел. Такой подход, который использует относительно небольшой набор универсальных для всех ядер параметров, обеспечивает большую предсказательную силу метода, который применим и для описания нейтронно-обогащенных нестабильных ядер. Указанные свойства нашего подхода позволили доста-

точно надежно предсказать неизвестные значения квадрупольных моментов нечетных и нечетно-нечетных ядер в основном состоянии и квадрупольных моментов 2_1^+ состояний изотопов свинца и олова.

Целью данной работы является микроскопическое самосогласованное описание с использованием современных методов теории многих тел квадрупольных моментов нечетных и нечетно-нечетных сферических ядер в основном состоянии, характеристик первых 2^+ уровней и их квадрупольных моментов в четно-четных сферических ядрах и улучшение ОТКФС путем включения эффектов фононного тэдпола.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Рассчитать квадрупольные моменты нечетных и нечетно-нечетных ядер в основном состоянии в рамках самосогласованной ТКФС на базе ЭФП Фаянса [6, 7] в рамках одно-квазичастичного приближения для нечетных ядер (Глава 2).

2. Рассчитать статические квадрупольные моменты в 2_1^+ состоянии в магических и немагических ядрах. Эти расчеты выполняются в рамках метода теории многих тел, развитым в раб. [8, 22] с использованием ЭФП Фаянса [6]. Следует подчеркнуть, что этот метод на языке графиков Фейнмана соответствует "треугольнику" и математически, и физически сильно отличается от расчетов, основанных на самосогласованном методе (К)МХФ: именно, в "треугольник" входят интегралы от трех функций Грина, в то время как (К)МХФ или ТКФС содержат интеграл от двух функций Грина. Кроме того, применение последовательного метода теории многих тел позволяет учесть в этой задаче все эффекты фононного тэдпола и рассчитать вклад корреляций в основном состоянии. Задача о статических моментах является диагональным случаем "треугольника", в то время, как задача о переходах между возбужденными состояниями является недиагональным случаем того же "треугольника" (Глава 3).

3. Исследовать эффекты фононного тэдпола в ОТКФС. В связи с открытием новых (мультипольных) гигантских резонансов в начале 70-х гг. и "ренессансом" физики гигантских резонансов (см. [24, 25]) в работах группы из Обнинска предпринимались попытки в рамках формализма ФГ обобщить метод (К)МХФ для описания возбужденных состояний, прежде всего гигантских резонансов, т.е. явно учесть более сложные конфигурации, чем те, которые учитывались в (К)МХФ [26–28]. Наиболее реальным оказался подход, включающий эффекты связи с фононами [29, 30]. В вышеуказанном приближении g^2 в рамках метода ФГ была сформулирована микроскопическая модель для магических ядер, в которой были учтены эффекты МХФ и два типа новых графиков с фононами – графики со вставками и поперечным фононом. При этом был введен, качественно обоснован и использован в расчетах новый ("очищенный") одночастичный базис. Обосновано использование старых локальных зарядов и эффективных сил ТКФС, а также отсутствие в этом приближении эффективного заряда фонона [31]. "Очищенный" базис стал естественным прототипом самосогласованного базиса в последующих самосогласованных расчетах в рамках ОТКФС. Далее необходимо в приближении g^2 рассмотреть влияние эффектов фононного тэдпола, т.е. учесть второе слагаемое на рис. 1. Это попытка предпринята в Главе 4.

4. В связи с тем, что в наших расчетах квадрупольных моментов не учитывался возможный вклад КФВ, необходимо оценить этот эффект, чтобы проверить правильность используемого расчетного метода (Глава 4).

История вопросов, рассмотренных в каждой главе, более подробно излагается во введениях к главам.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Впервые в рамках самосогласованной ТКФС и с использованием метода ЭФП с известными параметрами функционала получено разумное согласие с имеющимися экспериментальными данными квадруполь-

ных моментов для многих нечетных околомагических и полумагических ядер и предсказаны 20 неизвестных значений квадрупольных моментов нечетных ядер в основном состоянии.

2. С использованием рассчитанных значений квадрупольных моментов нечетных ядер и в приближении отсутствия взаимодействия между нечетным нейтроном и нечетным протоном получено разумное согласие с имеющимися экспериментальными данными для квадрупольных моментов 14 нечетно-нечетных околомагических ядер в основном состоянии.
3. В рамках самосогласованной ТКФС и с использованием метода ЭФП получено разумное согласие с экспериментальными данными и предсказаны квадрупольные моменты возбужденных 2_1^+ состояний четно-четных изотопов свинца и олова.
4. Показан вклад корреляций в основном состоянии и эффекта квадрупольной поляризуемости ядра в задачу о расчетах квадрупольных моментов возбужденных 2_1^+ состояний в четных изотопах олова и свинца.
5. Показана необходимость включения эффектов фононного тэдпола для улучшения ОТКФС, выполнена оценка роли КФВ в задаче о расчете квадрупольных моментов в основном состоянии.
6. Подтверждена поверхностная природа ядерного спаривания в задаче о расчете энергии первых 2^+ уровней в четно-четных полумагических ядрах.

Научная новизна:

1. Впервые в рамках единого самосогласованного подхода и с использованием хорошо известных ранее параметров ЭФП рассчитаны и предсказаны значения квадрупольных моментов многих как нечетных, так и нечетно-нечетных сферических ядер в основном состоянии и квадрупольные моменты возбужденных 2_1^+ состояний в полумагических ядрах.

2. Показано, что величина квадрупольного момента 2_1^+ -состояния в четно-четных ядрах определяется двумя, примерно одинаковыми по величине эффектами, — корреляциями в основном состоянии нового вида и эффектами ядерной среды. Впервые изучены эти корреляции и показан их большой количественный вклад в рассмотренные величины.
3. Получены результаты, обобщающие ОТКФС на случай учета эффектов фононного тэдпола. Выполнены оценки возможного вклада КФВ в величину квадрупольного момента нечетного ядра в основном состоянии, которые подтвердили правильность расчетов без учета КФВ.

Научная и практическая значимость.

Развитые методы необходимы для объяснения настоящих и будущих экспериментов по изучению характеристик основного и низкоэнергетических ядерных состояний, для расчета характеристик ядерных реакций, соответствующих характеристик нестабильных ядер и необходимы для прямого расчета радиационной силовой функции.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается тем, что в работе использованы хорошо известные и проверенные методы в теории многих тел, основные аналитические результаты диссертации подтверждаются подробными расчетами и согласуются с экспериментом. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами, либо для однотипной задачи либо в рамках более простой модели.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались и представлены в опубликованных тезисах на:

1. Международной конференции "Nuclear Structure and Related Topics" (NSRT09), г. Дубна, 30 июня – 4 июля 2009 г.
2. XII Международном Семинаре по электромагнитным взаимодействиям ядер, г. Москва, 17 – 20 сентября 2009 г.

3. LX Международной конференции по ядерной физике "Ядро 2010. Методы ядерной физики для фемто- и нанотехнологий", г. Санкт-Петербург, Петергоф, 6 - 9 июля 2010 г.
4. Международной конференции "Nuclear Structure and Related Topics"(NSRT12), г. Дубна, 2 – 7 июля 2012 г.

Личный вклад. Автор принимал активное участие в формулировке всех задач отраженных в диссертации, разработал методы их решения, создал компьютерные программы для расчета поставленных задач, выполнил численные расчеты и их интерпретацию, участвовал в написании статей по результатам расчетов.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 изданиях [32–40], 5 из которых изданы в печатных журналах, рекомендованных ВАК [33–37], 3 в зарегистрированных научных электронных изданиях, рекомендованных ВАК [38–40], 1 – в материалах международного семинара [32], 4 — в тезисах докладов на международных конференциях [41–44].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации составляет 104 страницы с 29 рисунками и 8 таблицами. Список литературы содержит 88 наименований.

Глава 1. Самосогласованная теория конечных ферми-систем с функционалом плотности и ее применение к анализу природы ядерного спаривания

Настоящая глава посвящена основным соотношениям методов ЭФП и ТКФС (самосогласованная ТКФС), необходимых для расчетов в последующих главах. В разделе 1.2 обсуждаются результаты автора по изучению плотностной зависимости эффективного спаривательного взаимодействия на примере свойств первых 2^+ уровней изотопов Sn и Pb, что имеет прямое отношение к старой проблеме об объемном и поверхностном спаривании в ядрах.

Глава 1 основана на работах автора [34, 36, 38, 39]

1.1. Общие соотношения

1.1.1. Функционал плотности

Поскольку спаривание присутствует в подавляющем большинстве ядер, мы используем подход, в котором метод ЭФП обобщен на ядра со спариванием. Для полноты кратко опишем метод ЭФП [6], используя в основном обозначения из работы [45]. В методе ЭФП энергия основного состояния ядра рассматривается как функционал от нормальной и аномальной плотностей $\rho(\mathbf{r})$ и $\nu(\mathbf{r})$:

$$E_0 = \int \mathcal{E}[\rho_n(\mathbf{r}), \rho_p(\mathbf{r}), \nu_n(\mathbf{r}), \nu_p(\mathbf{r})] d^3r, \quad (1.1)$$

где индексы n и p соответственно обозначают нейтрон и протон.

Согласно [6], нормальная часть ЭФП $\mathcal{E}_{\text{норм}}$ содержит слагаемые соответствующие центральному, спин-орбитальному и тензорному эффективным ядерным силам и кулоновскому взаимодействию для протонов. Главное сла-

гаемое содержит центральные силы, в котором член с $\mathcal{E}_{\text{norm}}$ имеет координатную зависимость вида Юкавы. Удобно ввести функцию:

$$D(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi r_c^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{r_c}\right) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (1.2)$$

для получения "поверхностной" части \mathcal{E}^s , которая обращается в 0 в бесконечной среде с $\rho(\mathbf{r}) = \text{const}$. Радиус функции Юкавы r_c берется одинаковым для изоскалярного и изовекторного канала. "Объемная" часть ЭФП, $\mathcal{E}^v(\rho)$ берется [6, 7, 45] в виде квадратичной функции от плотностей $\rho_+ = \rho_n + \rho_p$ и $\rho_- = \rho_n - \rho_p$:

$$\mathcal{E}^v(\rho) = C_0 \left[a_+^v \frac{\rho_+^2}{2} f_+^v(x) + a_-^v \frac{\rho_-^2}{2} f_-^v(x) \right], \quad (1.3)$$

где

$$f_{\pm}^v(x) = \frac{1 - h_{1\pm}^v x}{1 + h_{2\pm}^v x}. \quad (1.4)$$

Здесь $x = \rho_+ / (2\rho_0)$ – безразмерная ядерная плотность, где ρ_0 – плотность нуклонов одного вида в равновесной симметричной ядерной материи. Коэффициент $C_0 = (dn/d\varepsilon_F)^{-1}$ в выражении (1.3) – стандартный нормировочный коэффициент ТКФС.

Чтобы записать "поверхностный член" в компактном виде подобному (1.3), был введен "тильда" - оператор в работе [45], определяемый следующей процедурой свертки:

$$\widetilde{\phi}(\mathbf{r}) = \int D(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (1.5)$$

Тогда:

$$\mathcal{E}^s(\rho) = C_0 \frac{1}{2} \left[a_+^s (\rho_+ f_+^s) (\widetilde{f_+^s \rho_+}) + a_-^s (\rho_- f_-^s) (\widetilde{f_-^s \rho_-}) \right], \quad (1.6)$$

где

$$f_{\pm}^s(x) = \frac{1}{1 + h_{\pm}^s x}. \quad (1.7)$$

Все вышеперечисленные параметры: $a_{\pm}^v, a_{\pm}^s, h_{1\pm}^v, h_{2\pm}^v, h_{\pm}^s$ – безразмерные.

В импульсном пространстве, оператор (1.2) имеет вид

$$D(q) = -\frac{(qr_c)^2}{1 + (qr_c)^2}. \quad (1.8)$$

В пределе малых r_c (1.8) сводится к $D(q) = -(qr_c)^2$ и выражение (1.6) можно свести к скирмоподобной форме пропорциональной $(\nabla\rho)^2$.

Спин-орбитальное взаимодействие описывается соотношением

$$\mathcal{F}_{sl} = C_0 r_0^2 (\kappa + \kappa' \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2) [\nabla_1 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)] \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2), \quad (1.9)$$

где коэффициент r_0^2 вводится чтобы обезразмерить параметры κ, κ' . Оно может быть выражено через вышеупомянутую равновесную плотность, $r_0^2 = (3/(8\pi\rho_0))^{2/3}$.

В ядрах с частично заполненными спин-орбитальными дублетами, возникает, так называемая, спин-орбитальная плотность

$$\rho_{sl}^\tau(\mathbf{r}) = \sum_\lambda \mathbf{n}_\lambda^\tau \langle \phi_\lambda^{\tau*}(\mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{l})\phi_\lambda^\tau(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1.10)$$

где $\tau = n, p$ – изотопические индексы и выполнено усреднение по спиновым переменным. Новый член появляется в спин-орбитальном среднем поле индуцированным тензорными силами и первой гармоникой \hat{g}_1 спиновой амплитуды ЛМ. Объединяя эти вклады в эффективные тензорные силы, или первую спиновую гармонику, получаем

$$\mathcal{F}_1^s = C_0 r_0^2 (g_1 + g_1' \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2) (\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2). \quad (1.11)$$

В Таблице 1.1 представлены все параметры нормальной части ЭФП DF3-а. Следует заметить, что большая часть этих параметров совпадает с параметрами оригинального DF3 функционала [6]. За одним исключением, все параметры для центральных сил остаются прежними и только спин-орбитальная и первая спиновая гармоника изменяются [46]. Применение объемной части (1.3) к равновесной ядерной материи, т.е. когда исчезает давление $p(\rho) = \rho^2 \partial(\mathcal{E}/\rho)/\partial\rho$, позволяет определить параметры a_+^v, h_{1+}^v

через плотность ядерной материи ρ_0 , химический потенциал μ_0 и модуль сжимаемости $K_0 = 9dp/d\rho$. Параметр β_0 в энергии асимметрии определяет соотношение между параметрами a_-^v, h_{1-}^v и h_{2-}^v . Они приведены в верхней части Таблицы 1.1. Вместо ρ_0 , вводится радиус r_0 , приведенный выше. Значение, используемое в работе [6], было уточнено в [46], чтобы получить более точное описание зарядового радиуса [47]. Следует сделать еще одно замечание в Таблице 1.1. "Естественный" нормировочный коэффициент ТКФС $C_0 = 2\varepsilon_{0F}/(3\rho_0) = 308.2 \text{ МэВ фм}^3$ соответствует параметрам ядерной материи в третьей колонке таблицы и отличается от $C_0 = 300 \text{ МэВ фм}^3$, рекомендованного во втором издании Мигдала по ТКФС [48]. Для сравнения с другими статьями в рамках ТКФС были пересчитаны все силовые параметры с использованием последнего нормировочного коэффициента. Этим объясняется небольшое отличие от некоторых значений во второй колонке Таблицы 1.1 от оригинальных из [6]. Существенное различие между функционалами DF3 и DF3-а имеет место для "спин-зависимого" сектора в нижней части таблицы. Как было найдено в [46], второй функционал описывает спин-орбитальное расщепление дублетов лучше.

Аномальная составляющая ЭФП [6] имеет вид

$$\mathcal{E}_{\text{an}}(\mathbf{r}) = \sum_{\tau} \mathcal{F}^{\xi, \tau\tau}(\mathbf{r}; [\rho]) |\nu^{\tau}(\mathbf{r})|^2, \quad (1.12)$$

где эффективное спаривательное взаимодействие имеет вид:

$$\mathcal{F}^{\xi} = C_0 f^{\xi} = C_0 \left(f_{\text{ex}}^{\xi} + h^{\xi} x^{2/3} + f_{\nabla}^{\xi} r_0^2 (\nabla x)^2 \right). \quad (1.13)$$

Первые два слагаемых аналогичны используемым в ТКФС [49, 50] или в методе Скирма-Хартри-Фока-Боголюбова (СХФБ) [51]. Третье слагаемое в (1.13) является новым, введенным в [7]. В данной работе используется выражение (1.13) с $f_{\nabla}^{\xi} = 0$. В наших расчетах производится сравнение двух вариантов спаривания: "объемного" ($h^{\xi} = 0$) и "поверхностного" спаривания, в котором оба спаривательных параметра f_{ex}^{ξ} и h^{ξ} – отличны от нуля.

Таблица 1.1

Параметры нормальной части ЭФП (подробнее см. текст)

Параметр	DF3 [6]	DF3-a [46]
μ_0 , МэВ	-16.05	-16.05
r_0 , фм	1.147	1.145
K_0 , МэВ	200	200
β , МэВ	28.7	28.7
a_+^v	-6.598	-6.575
h_{1+}^v	0.163	0.163
h_{2+}^v	0.724	0.725
a_-^v	5.565	5.523
h_{1-}^v	0	0
h_{2-}^v	3.0	3.0
a_+^s	-11.4	-11.1
h_+^s	0.31	0.31
a_-^s	-4.11	-4.10
h_-^s	0	0
r_c , fm	0.35	0.35
κ	0.216	0.190
κ'	0.077	0.077
g_1	0	0
g_1'	-0.123	-0.308

В методе [6] спаривание рассматривалось в координатном представлении путем решения уравнения Горькова методом, развитым в [52].

Тем не менее, было обнаружено, что результаты практически эквивалентны результатам, полученным с помощью более простой схемы типа Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) с использованием диагональной щели

$\Delta_{\lambda\lambda'} = \Delta_\lambda \delta_{\lambda\lambda'}$ в достаточно большом модельном пространстве $\varepsilon_\lambda < E_{\max}$. Мы используем этот упрощенный подход для расчетов спаривания с $E_{\max} = 36$ МэВ. Этот метод не применялся для ядер, близких к границе стабильности, для которых диагональное приближение не работает [6]. Эффективное спаривательное взаимодействие (1.13) для БКШ приближения немного сильнее, чем в координатном представлении.

1.1.2. Характеристики возбужденных состояний

В рамках ТКФС отклик ядер на внешнее (в нашем случае квадрупольное) поле $V_0 \exp(i\omega t)$ определяется уравнением для эффективного поля. В системах с парными корреляциями уравнение для эффективного поля может быть записано в компактной форме:

$$\hat{V}(\omega) = \hat{V}_0(\omega) + \hat{\mathcal{F}}\hat{A}(\omega)\hat{V}(\omega), \quad (1.14)$$

где все слагаемые – матрицы. В стандартных обозначениях ТКФС [1] имеем:

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{V}_0 = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

$$\hat{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{F}^{\omega\xi} & \mathcal{F}^{\omega\xi} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi & \mathcal{F}^{\xi\omega} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

$$\hat{A}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathcal{L}(\omega) & \mathcal{M}_1(\omega) & \mathcal{M}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(\omega) & -\mathcal{N}_1(\omega) & \mathcal{N}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(-\omega) & -\mathcal{N}_1(-\omega) & \mathcal{N}_2(-\omega) \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

где \mathcal{L} , \mathcal{M}_1 и т.д. представляют собой интегралы по ε от двух различных функций Грина $G(\varepsilon)$ и функций Горькова $F^{(1)}(\varepsilon)$ и $F^{(2)}(\varepsilon)$, см. [1]. Здесь приводятся только первые из них, которые имеют наибольший интерес:

$$\mathcal{L} = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \left[G(\varepsilon)G(\varepsilon + \omega) - F^{(1)}(\varepsilon)F^{(2)}(\varepsilon + \omega) \right]. \quad (1.18)$$

Изотопические индексы в выражениях (1.15-1.17) для краткости опущены. В (1.16) \mathcal{F} – обычная амплитуда ЛМ

$$\mathcal{F} = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta \rho^2}, \quad (1.19)$$

в то время как амплитуды $\mathcal{F}^{\omega\xi} = \mathcal{F}^{\xi\omega}$ – смешанные производные второго порядка

$$\mathcal{F}^{\omega\xi} = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta \rho \delta \nu}. \quad (1.20)$$

В случае объемного спаривания имеем $\mathcal{F}^{\omega\xi} = 0$. Явная форма указанных выше выражений и (1.18) была получена для случая электрической (t-четной) симметрии, с которой мы имеем дело. Статический момент нечетного ядра выражается через диагональный матричный элемент $\langle \lambda_0 | V(\omega = 0) | \lambda_0 \rangle \equiv V_\lambda$ (см. следующий раздел) эффективного поля по состоянию λ_0 нечетного нуклона.

Оператор эффективного поля $\hat{V}(\omega)$ имеет полюс в области энергии возбуждения ω_s состояния $|s\rangle$

$$\hat{V}(\omega) = \frac{\left(\hat{V}_0 \hat{A}(\omega_s) \hat{g}_{0s} \right) \hat{g}_{0s}}{\omega - \omega_s} + \hat{V}_R(\omega). \quad (1.21)$$

Величина \hat{g}_{0s} – соответствующая амплитуда возбуждения. Она удовлетворяет уравнению, которое является однородным аналогом выражения (1.14) и нормирована следующим образом [1]:

$$\left(\hat{g}_{0s}^+ \frac{d\hat{A}}{d\omega} \hat{g}_{0s} \right)_{\omega=\omega_s} = -1, \quad (1.22)$$

в обычных обозначениях ТКФС.

Для определения вероятности возбуждения удобнее использовать оператор переходной плотности, который сопряжен с \hat{g}_{0s} :

$$\hat{\rho}_{0s}^{\text{tr}} = \hat{A} \hat{g}_{0s}. \quad (1.23)$$

Явное представление нормальной и аномальной компонент $\hat{\rho}_{0s}^{\text{tr}}$ следующей:

$$\rho_{0s}^{\text{tr}(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \delta G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon, \omega_s), \quad (1.24)$$

$$\rho_{0s}^{\text{tr}(1,2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \delta F^{(1,2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \varepsilon, \omega_s). \quad (1.25)$$

Уравнение ТКФС для переходной плотности для ядер с парной корреляцией

$$\hat{\rho}_{0s}^{\text{tr}} = \hat{A}(\omega_s) \hat{\mathcal{F}} \hat{\rho}_{0s}^{\text{tr}} \quad (1.26)$$

является полным аналогом набора уравнений КМХФ. Переходная плотность нормирована в соответствие с (1.22), а матричный элемент перехода для возбужденного состояния $|s\rangle$ с внешним полем V_0 определяется так:

$$M_{0s} = \int \hat{V}_0 \hat{\rho}_{0s}^{\text{tr}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (1.27)$$

1.2. Поверхностное и объемное спаривание в полумагических ядрах

Вопрос о поверхностной или объемной природе спаривания, по видимому, впервые был поставлен в 1965 г. [49] в рамках ТКФС. Именно эффект спаривательного взаимодействия в ядрах зависит от двух параметров γ_{in}^ξ и γ_{ex}^ξ

$$\gamma^\xi(r) = \gamma_{in}^\xi - (\gamma_{in}^\xi - \gamma_{ex}^\xi) \frac{n(0) - n(r)}{n(0)}, \quad (1.28)$$

где $n(r)$ — плотность ядра в точке r . Было получено, что $|\gamma_{in}^\xi/\gamma_{ex}^\xi| \approx 10$ [49, 50]. Поэтому поверхностным спариванием называют этот случай, когда $\gamma_{in}^\xi \ll \gamma_{ex}^\xi$, объемным спариванием называют случай, когда $\gamma_{in}^\xi = \gamma_{ex}^\xi$. В литературе часто обсуждаются оба варианта, но, видимо, большинство авторов принимает поверхностный характер ядерного спаривания, см. например, недавнюю статью [53], где изложена история вопроса.

Как известно, спаривание играет существенную роль для объяснения свойств низколежащих 2_1^+ уровней в ядрах [54]. Поэтому можно попытаться получить информацию о природе спаривания, если уметь достаточно надежно рассчитывать свойства 2_1^+ уровня, по крайней мере, в полумагических ядрах (в магических ядрах спаривание отсутствует [55] и 2_1^+ уровни имеют большую энергию, например, $E(2_1^+) = 4,08$ МэВ в ^{208}Pb , которая фактически определяется большим "магическим просветом" по сравнению с одноквазичастичной энергией $E_1 + E_2 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \lambda)^2 + \Delta^2} + \sqrt{(\varepsilon_2 - \lambda)^2 + \Delta^2} \geq 2\Delta \approx 2 - 2,5$ МэВ). С этой целью нами решалась полная система уравнений КМХФ для случая полумагических ядер, где поправки, обусловленные связью с фононами меньше, чем в ядрах с обеими немагическими подсистемами. В качестве образца возьмем ядро ^{118}Sn , которое находится в середине цепочки изотопов олова. Начнем с нормальных компонент. Как видно из рис.1.1, нормальные амплитуды перехода $g^{(0)}(r)$, найденные для этих двух видов спаривания достаточно близки друг к другу. Мы также называем амплитудами рождения фонона амплитуды перехода $g^{(0)}$, $g^{(1)}$, $g^{(2)}$, соответствующие вершинам V , $d^{(1)}$ и $d^{(2)}$.

Другая ситуация, по сравнению с амплитудой $g^{(0)}$, появляется для аномальной амплитуды перехода $g^{(1,2)}$ (см. рис. 1.2). Можно видеть, что эти компоненты в случае поверхностного спаривания приблизительно в 3 раза больше, чем для объемного спаривания. К сожалению, нет прямого пути наблюдать аномальную амплитуду перехода $g^{(1,2)}$, но есть косвенный способ. При сравнении рис. 1.1 и 1.2 следует принимать во внимание, что амплитуды $g^{(0)}$ и $g^{(1,2)}$ имеют одинаковую нормировку, поэтому их абсолютные значения можно сравнивать напрямую. Таким образом, видно, что в рассматриваемых ядрах аномальные компоненты сравнительно небольшие, приблизительно в 3 раза меньше, чем нормальные, даже в случае поверхностного спаривания. Поэтому можно рассматривать аномальные компоненты как малое возмущение и представить собственные энергии L-фонона

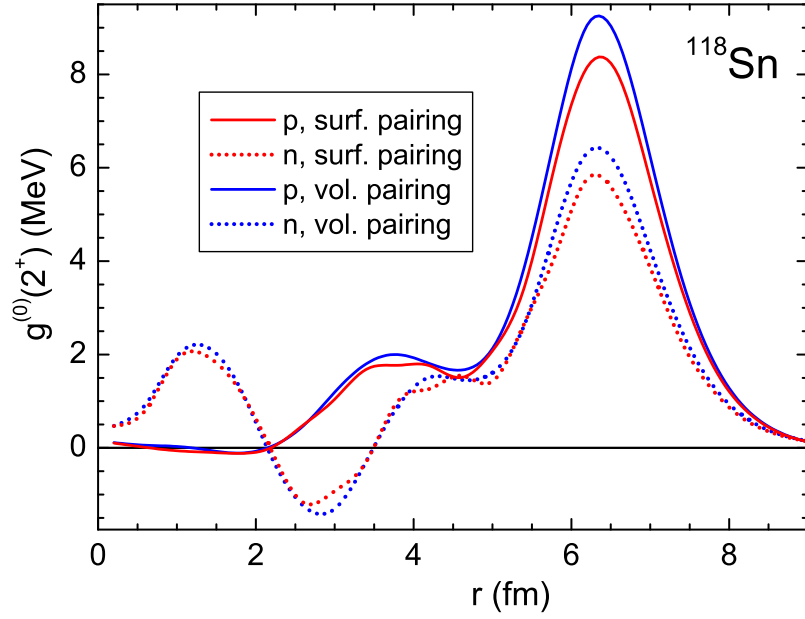


Рис. 1.1. Протонная и нейтронная нормальная амплитуда перехода $g^{(0)}$ в ядре ^{118}Sn .

как:

$$\omega_L = \omega_L^{(0)} + \delta\omega_L^{(1)} + \delta\omega_L^{(2)}, \quad (1.29)$$

где поправки для случая аномальных компонент имеют вид:

$$\delta\omega_L^{(1,2)} \propto -(g^{(1,2)})^2/\omega_L. \quad (1.30)$$

Здесь $g^{(1,2)}$ обозначает среднюю величину соответствующих матричных элементов. Таким образом, для поверхностного спаривания (отрицательная) поправка к энергии 2_1^+ уровня должна быть больше, что и видно в реальных расчетах. Для $B(E2)$ значений существует интерференция между нормальной амплитудой $g^{(0)}$ и аномальной $g^{(1,2)}$, поэтому зависимость результата от вида спаривания не так однозначна.

Результаты расчетов величин ω_2 в изотопах олова показаны на рис. 1.3. Видно, что для поверхностного спаривания величина ω_2 приблизительно на 0,3 МэВ меньше, чем для объемного, в качественном соответствии

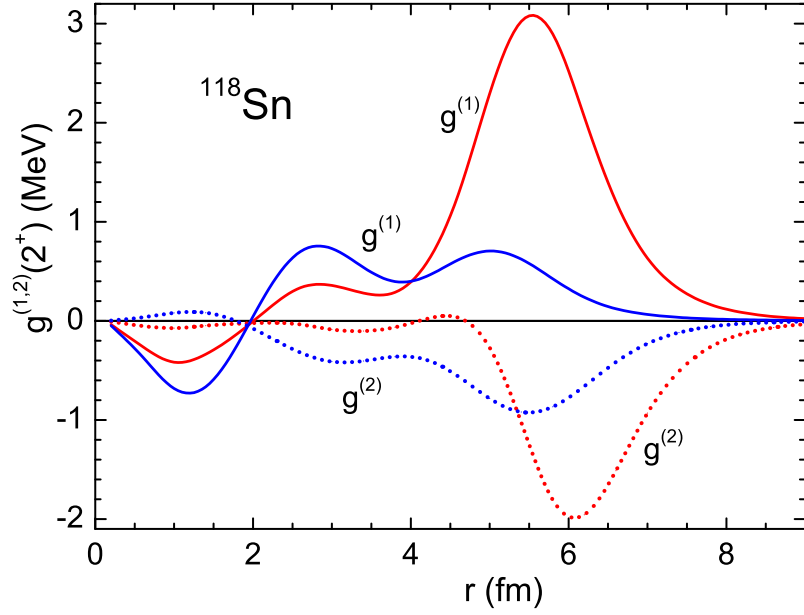


Рис. 1.2. Нейтронная аномальная амплитуда перехода $g^{(1,2)}$ в ядре ^{118}Sn . Красная сплошная и пунктирная линии соответствуют случаю поверхностного спаривания, синие — объемного спаривания.

с выражением (1.30). Вариант с поверхностным спариванием лучше описывает эксперимент. Среднеквадратичное отклонение теории от эксперимента $\delta\omega_{rms} = 0,16$ МэВ для случая поверхностного спаривания и $\delta\omega_{rms} = 0,37$ МэВ для объемного спаривания. При расчете среднеквадратичного значения $\delta\omega_{rms}$ были исключены дважды магические ядра и их соседи ^{102}Sn и $^{130-134}\text{Sn}$. Магические ядра исключены по причине отсутствия спаривания и, следовательно, рассматриваемого эффекта. Что касается соседей, причина в недостатках приближения "развитого спаривания". Во-первых, сохранение числа частиц в среднем, присущее этому приближению, работает для них довольно слабо, как это следует из анализа в [56]. Во-вторых, это справедливо для равенства операторов Δ^+ и Δ^- , см. [1], которое предполагается в этом приближении. Для изотопов же с числом нейтронов $N = N_{mag} - 2$ оператор Δ^+ связан с рассматриваемым ядром, в котором отсутствует спаривание нейтронов.

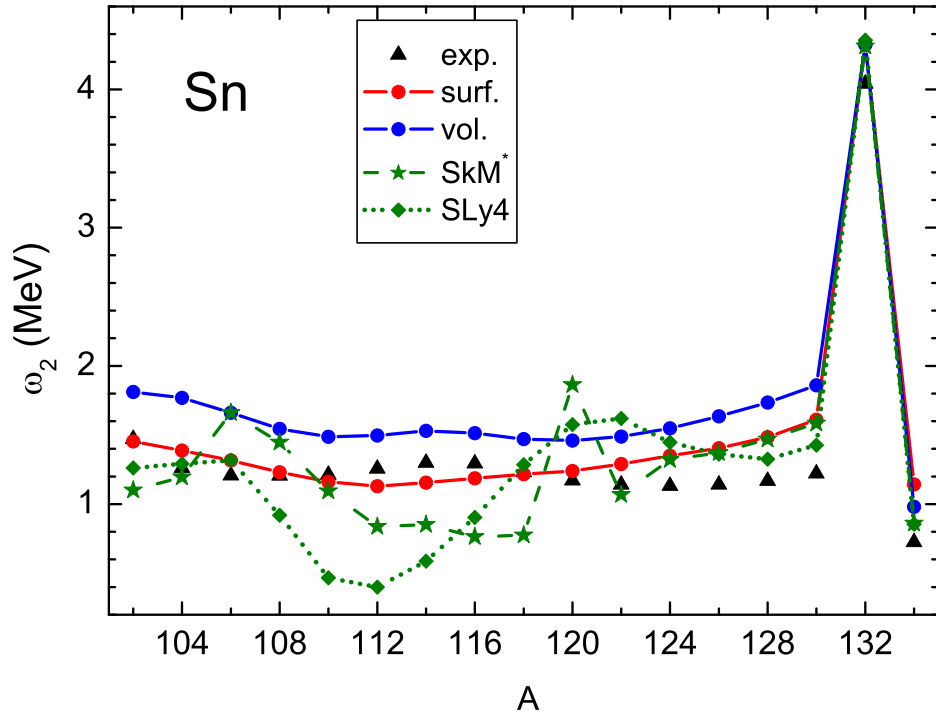


Рис. 1.3. Энергии возбуждения $\omega(2_1^+)$ для изотопов олова. Экспериментальные данные взяты из работы [57].

Значения $B(E2)$ в цепочке изотопов олова показаны на рис. 1.4. В этом случае дела обстоят не так однозначно из-за погрешностей эксперимента. Следует отметить, что в этом случае объемное спаривание выглядит немного лучше в случае, когда используются старые данные [34], но новые данные [63] лучше согласуются с версией поверхностного спаривания. В работе [58] было проведено сравнение в рамках метода СХФБ сил Скирма SkM* и SLy4, и было получено, что силы Скирма SkM* значительно лучше. Наши результаты для энергии возбуждения, особенно для случая поверхностного спаривания, гораздо лучше согласуются с экспериментом, чем оба варианта СХФБ. То же самое справедливо и для $B(E2)$. Общим недостатком обеих версий СХФБ является нерегулярная зависимость от A , тогда как зависимость экспериментальных данных от A – гладкая.

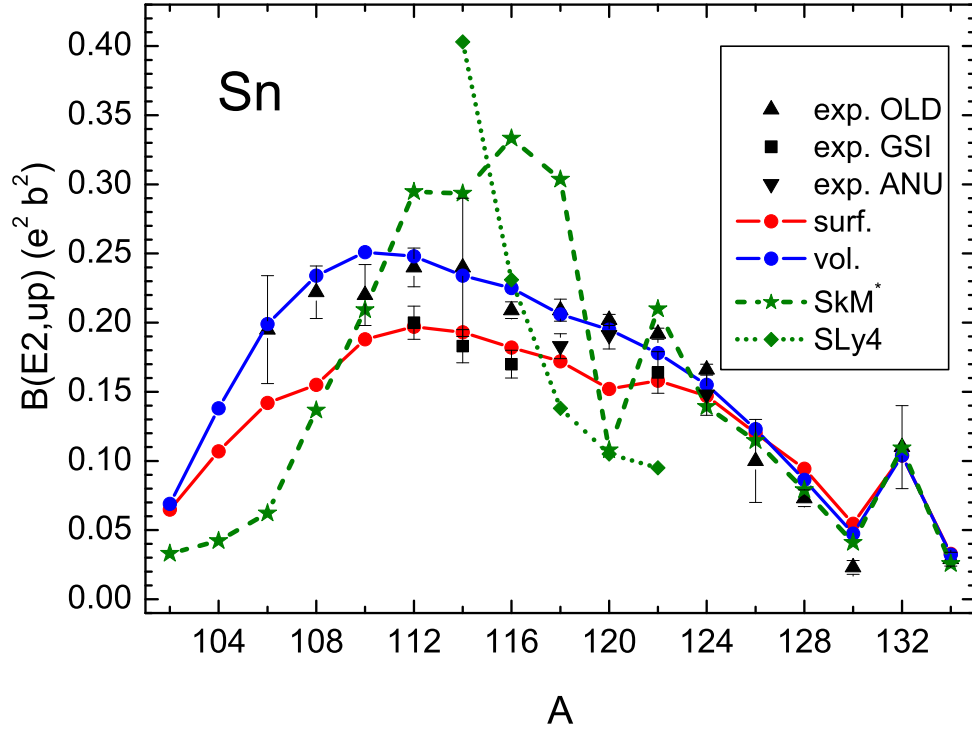


Рис. 1.4. Значения $B(E2, \uparrow)$ для изотопов олова. Прогноз для сил Скирма SkM* и SLy4 взят из работы [58]. Экспериментальные данные для $^{114-124}\text{Sn}$ из [57], для $^{126-134}\text{Sn}$ из [59], для $^{106-112}\text{Sn}$ из [60–62].

Для изотопов свинца ситуация качественно похожа, см. рис. 1.5, 1.6. Как упоминалось выше, значения ω_2 для объемного спаривания на 0,3 МэВ больше, чем в случае поверхностного спаривания. Мы имеем $\delta\omega_{rms} = 0,33$ МэВ для поверхностного спаривания и $\delta\omega_{rms} = 0,47$ МэВ для объемного спаривания. В соответствии с приведенными выше аргументами расчет величины $\delta\omega_{rms}$ выполнялся за исключением ядер $^{206-210}\text{Pb}$. Как можно видеть, точность расчетов хуже, чем для цепочки изотопов олова, но предсказания с использованием модели поверхностного спаривания выглядят лучше. Здесь результаты СХФБ для обеих версий сил Скирма выглядят намного лучше, чем для случая модели поверхностного спаривания в цепочке изотопов олова и их точность примерно такая же. Значения $B(E2)$ известны только для четырех изотопов свинца $^{204-210}\text{Pb}$, точность СХФБ

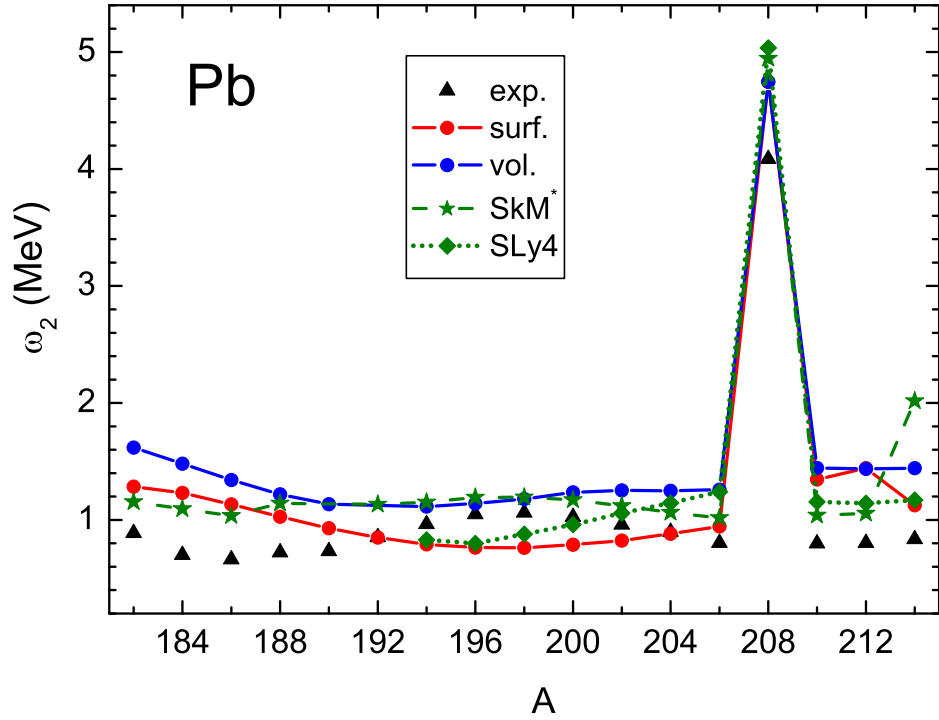


Рис. 1.5. Энергии возбуждения $\omega(2_1^+)$ для изотопов свинца. Прогноз по модели теории среднего поля с силами Скирама SkM* (штрихпунктирная зеленая линия) и SLy4 (пунктирная зеленая линия) взят из [58]. Результаты для ЭФП приведены сплошными линиями.

намного выше. Заметим, что ядро ^{204}Pb является единственным среди них адекватно описанным с помощью схем, подобных КМХФ.

Аналогичная процедура была выполнена для длинной цепочки стабильных и нестабильных изотопов Ni с $A = 54 - 80$. Однако в этом случае эффект для величины энергии ω_2 оказался не таким регулярным, как для изотопов Sn и Pb. Анализ показал, что рассмотрение аномальных амплитуд как малого возмущения плохо обосновано. Кроме того, в ядрах ^{70}Ni , ^{76}Ni , видимо, имеется эффект близости к магическим ядрам и для тяжелых изотопов Ni результаты сильно зависят от одночастичной схемы, т. к. нейтроны заполняют почти изолированный уровень $1g_{9/2}$. Более подробно этот анализ изложен в нашей работе [39].

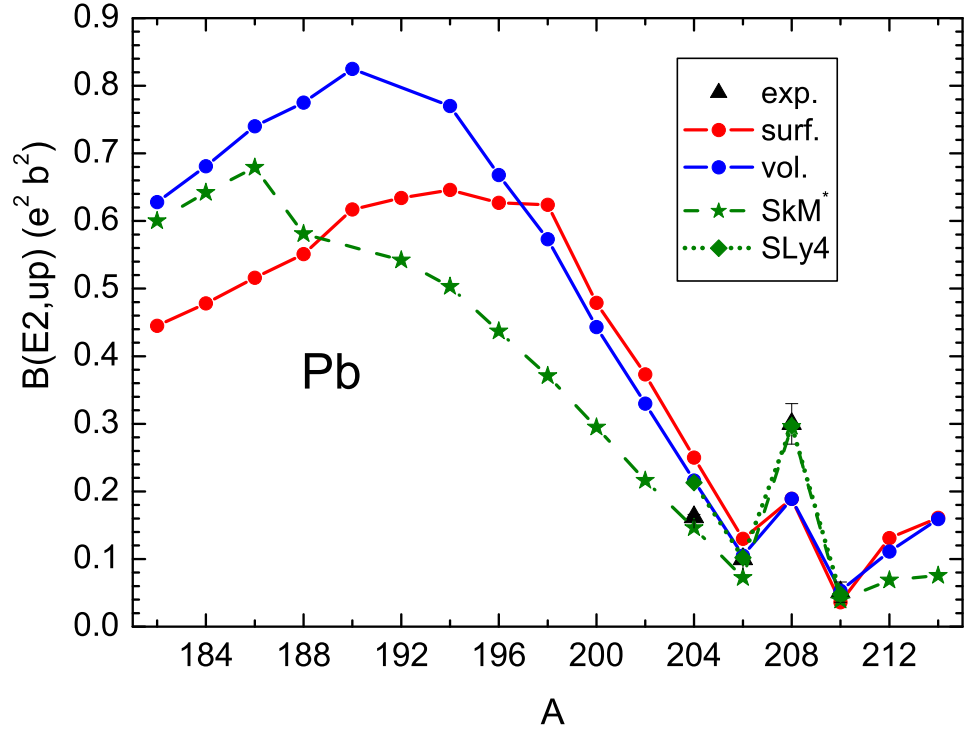


Рис. 1.6. Значения $B(E2, \uparrow)$ для изотопов свинца. Предсказания для сил Скирма взяты из [58].

Таким образом, в наших расчетах для изотопов Sn и Pb получено разумное согласие с экспериментом для энергии 2_1^+ уровней в случае поверхностного спаривания. Тем самым мы получили подтверждение поверхностной природы ядерного спаривания. Оба варианта спаривания рассматривались также в нашей работе [34] в которой рассчитаны квадрупольные моменты нечетных ядер в основном состоянии (см. Главу 2). Оказалось, что в среднем эффект плотностной зависимости спаривания в этом случае меньше, чем для квадрупольных переходов. Этот эффект зависит от конкретного ядра и одночастичного состояния, в котором находится нечетное ядро. В изотопах Sn этот эффект порядка 10 %, в изотопах Pb он больше и достигает 30-50 % для ^{203}Bi , ^{205}Bi и ^{205}Pb . Однако с учетом ошибок эксперимента и "околомагичности" указанных ядер сделать однозначный вывод

о роли плотностной зависимости спаривания в квадрупольных моментах не представляется возможным.

1.3. Заключение

Результаты расчетов с объемной моделью спаривания систематически оказываются выше результатов с поверхностной моделью на $\Delta\omega_2 \simeq 200 - 400$ кэВ. Что касается вероятностей перехода $B(E2, \uparrow)$, то влияние не регулярное, однако, как правило, полученные в рамках объемной модели значения вероятностей выше. Таким образом, можно сказать, что корреляция между этими двумя величинами типичная для модели Бора-Моттельсона, когда большей частоте всегда соответствует меньшая вероятность, не выполняется и результаты с поверхностной моделью спаривания для энергий возбуждения лучше согласуются с экспериментом.

Сравнение наших результатов с недавними результатами КМХФ расчетов [33] с силами Скирма по моделям SkM* и SLy4 показало, что для цепочки свинца они согласуются с экспериментальными данными несколько лучше, чем наши, в то время как для цепочки олова ситуация противоположная и наши предсказания оказались лучше. Поверхностная модель спаривания оказывается систематически лучше при описании энергий возбуждения ω_2 , в то время как вероятности, как правило, лучше воспроизводятся с объемной моделью спаривания. Таким образом, в то время как модели зарядовых радиусов [6] и первопринципные теории спаривания [64, 65] отдают предпочтение поверхностному спариванию, данные по $B(E2, \uparrow)$ не позволяют сделать однозначное заключение в пользу какой-то из моделей.

Что касается влияния плотностной зависимости спаривания, то для квадрупольных моментов оно проявляется менее заметно, чем в случае квадрупольных возбуждений, хотя в целом наши результаты скорее свидетельствуют в пользу поверхностной модели спаривания. Величина этого влияния зависит от ядра, а также от состояния, в котором находится непарный нуклон. В окрестности олова величина эффекта составляет, как пра-

вило, порядка 10 %. Однако в области свинца эффект заметно сильнее и достигает 30-50 % для $^{203,205}\text{Bi}$ и ^{205}Pb .

Глава 2. Квадрупольная поляризуемость и квадрупольные моменты сферических ядер в основном состоянии

Настоящая глава посвящена расчетам квадрупольных моментов нечетных (раздел 2.1) и нечетно-нечетных (раздел 2.2) ядер в основном состоянии. Как уже говорилось во Введении расчет магнитных моментов в основном состоянии нечетных ядер [9] показала хорошую применимость "квазиодночастичного" приближения. Это приближение используется в настоящей главе в разделе 2.1 для самосогласованного расчета квадрупольных моментов нечетных ядер на базе ЭПФ Фаянса. Другой подход, используемый в литературе, – многочастичная модель оболочек [10]. Этот подход весьма общий, т. к. он учитывает все основные межъядерные корреляции. Необходимость введения большого числа параметров эффективного взаимодействия, одночастичного среднего поля и эффективных зарядов частиц является недостатком многочастичной модели оболочек. Кроме того, область применения модели по техническим причинам ограничена ядрами с $A < 90 - 100$. В разделе 2.2 приводятся расчеты квадрупольных моментов нечетно-нечетных околomagических ядер в основном состоянии в простейшем приближении отсутствия взаимодействия между нечетными квазичастицами. В рамках этого приближения задача описания моментов нечетно-нечетных ядер сводится к расчету моментов соответствующих нечетных ядер. В §2.2.2 показано, что такой подход позволяет проверить это приближение феноменологически, используя экспериментальные значения соответствующих нечетных ядер, что частично является оправданием этого приближения.

Глава 2 основана на работах автора [34, 36, 38, 39].

2.1. Квадрупольные моменты нечетных ядер в основном состоянии и эффективные заряды

Результаты, полученные в рамках одно-квазичастичного приближения при описании магнитных моментов полумагических ядер [9, 66], делают его привлекательным для использования в рамках самосогласованной схемы для расчета квадрупольных моментов (подробнее см. Введение). Здесь мы рассмотрим нечетных соседей четных изотопов свинца и олова, описанных в предыдущей Главе. Насколько известно автору, систематических вычислений квадрупольных моментов в рамках самосогласованной схемы для этих ядер не выполнялось.

2.1.1. Квадрупольные моменты нечетных ядер в одно-квазичастичном приближении

Статический квадрупольный момент нечетного ядра в одночастичном состоянии λ определяется эффективным полем с внешним статическим полем $V_0 = \sqrt{16\pi/5}r^2Y_{20}(\theta)$ следующим образом [1, 2]:

$$Q_\lambda^{p,n} = (u_\lambda^2 - v_\lambda^2)V_\lambda^{p,n}, \quad (2.1)$$

где u_λ, v_λ – коэффициенты Боголюбова и

$$V_\lambda = -\frac{2j-1}{2j+2} \int V(r)R_{nlj}^2(r)r^2dr. \quad (2.2)$$

Зависящий от j множитель в уравнении (2.2) возникает из-за углового интеграла [20]. Для $j > 1/2$ он всегда отрицателен. Для нечетных соседей магических ядер фактор Боголюбова в уравнении (2.1) равен 1 для частицы и -1 для дырки.

Компоненты статического эффективного поля $\hat{V}(\omega=0)$, а именно $V^{n,p}(r)$ и $d_n^+(r)=d_n^{(1)}(r) + d_n^{(2)}(r)$, показаны на рис. 2.2 и 2.3 для изотопов ^{204}Pb и ^{116}Sn , соответственно. Отметим, что в статическом случае выполняется равенство $d^-(\omega=0)=0$ [1]. Можно видеть значительные поверхностные

максимумы в зависимостях $V^{n,p}(r)$ подобно тем же, как на рис. 2.1 и 1.1 для амплитуд переходов $g_{n,p}^{(0)}(r)$. Внутриобъемные ("квантовые") поправки достаточно малы; таким образом, интеграл в выражении (2.2) всегда положителен. Для протонов этот интеграл оказывается заметно больше, чем этот же интеграл с "голым" полем V^0 (см. обсуждение эффективного заряда ниже).

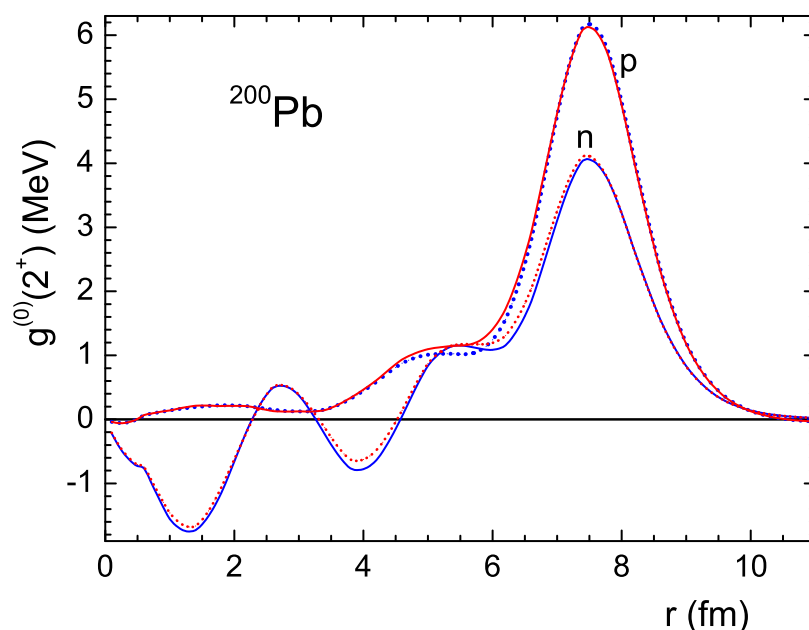


Рис. 2.1. Протонная и нейтронная нормальная компонента амплитуды перехода $g^{(0)}$ в ядре ^{200}Pb . Красные сплошная и пунктирная линии соответствуют случаю поверхностного спаривания, синие – объемного спаривания.

Соответствующие квадрупольные моменты для ядер с нечетным числом протонов $Z = 50 \pm 1$ и $Z = 82 \pm 1$ представлены в Таблице 1.2. Как отмечалось выше, фактор Боголюбова в уравнении (2.1) равен ± 1 . Для проверки нашего подхода мы выбрали только те ядра, для которых имеются экспериментальные данные, и те, которые должны описываться в рамках одно-квазичастичного приближения. В частности, мы исключили несколько легких изотопов Tl с известными экспериментально квадрупольными мо-

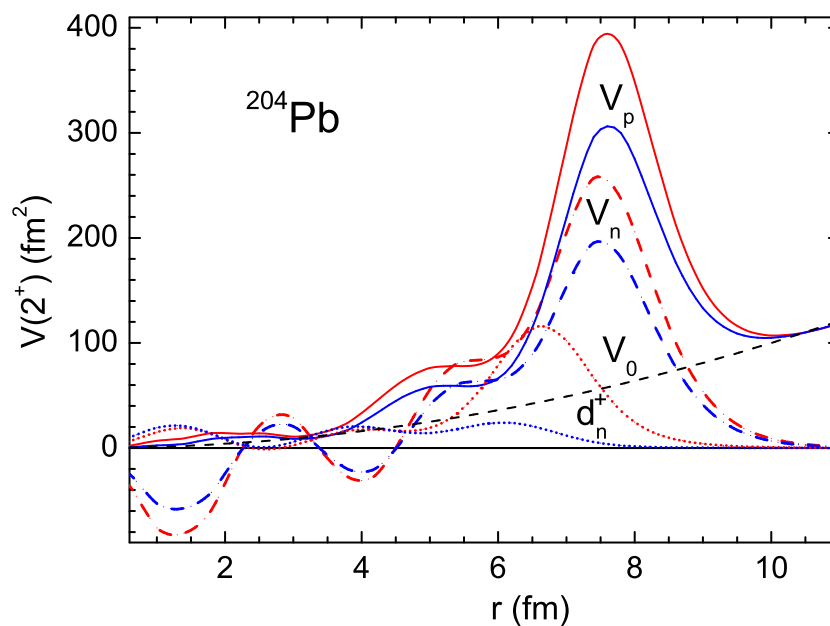


Рис. 2.2. Статические эффективные поля V_p (сплошные линии), V_n (штрихи) и d_n^+ (точки) в ядре ^{204}Pb . Красные линии соответствуют случаю поверхностного спаривания, синие – объемного спаривания.

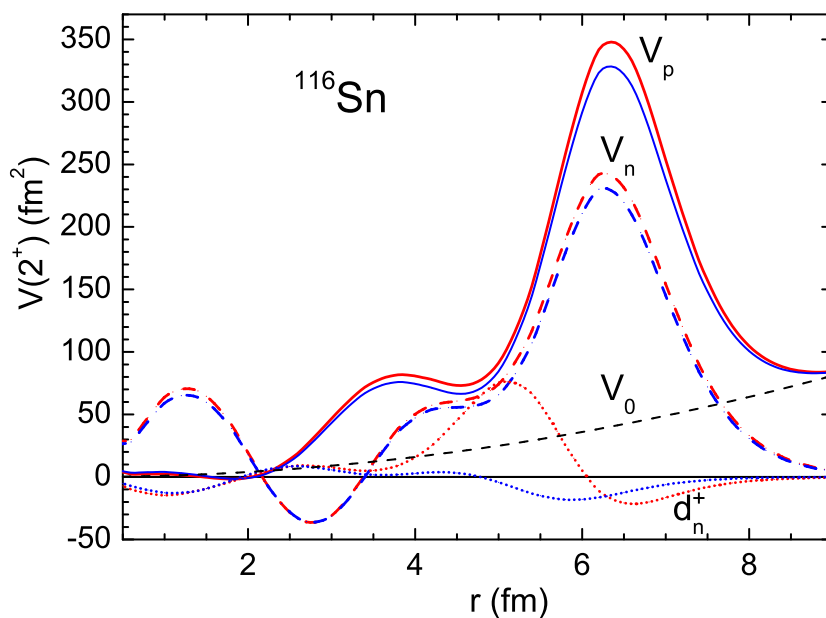


Рис. 2.3. Статические эффективные поля V_p (сплошные линии), V_n (штрихи) и d_n^+ (точки) в ядре ^{116}Sn . Красные линии соответствуют случаю поверхностного спаривания, синие – объемного спаривания.

ментами низколежащих $9/2^-$ состояний. Если предположить, что это одно-квазичастичные состояния $1h_{9/2}$, то они должны иметь значительно более высокие энергии возбуждения, чем на самом деле.

Таблица 2.1: Квадрупольные моменты Q (е б) нечетно-протонных ядер в состоянии λ . Теоретические значения Q_{th} и величины $\delta Q = Q_{th} - Q_{exp}$ приведены для функционала DF3-а. Q_0 – предсказание одночастичной модели. Звездочкой обозначено возбужденное состояние.

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_0	Q_{th}	δQ
^{39}K	$1d_{3/2}$	0.0585(6)	0.054	0.069	0.010
^{41}Sc	$1f_{7/2}$	-0.156(3)	-0.109	-0.139	0.017
		0.120(6)			-0.019
		0.168(8)			0.029
^{87}Rb	$2p_{3/2}$	+0.134(1)	+ 0.073	+0.132	-0.002
		+0.138(1)			-0.006
^{105}In	$1g_{9/2}$	+0.83(5)	+0.181	+0.833	0.00
^{107}In	$1g_{9/2}$	+0.81(5)	+0.183	+0.976	0.17
^{109}In	$1g_{9/2}$	+0.84(3)	+0.184	+1.113	0.27
^{111}In	$1g_{9/2}$	+0.80(2)	+0.185	+1.165	0.36
^{113}In	$1g_{9/2}$	+0.80(4)	+0.186	+1.117	0.32
^{115}In	$1g_{9/2}$	+0.81(5)	+0.187	+1.034	0.22
		0.58(9)			0.45
^{117}In	$1g_{9/2}$	+0.829(10)	+0.189	+0.963	0.136
^{119}In	$1g_{9/2}$	+0.854(7)	+0.190	+0.909	0.055
^{121}In	$1g_{9/2}$	+0.814(11)	+0.191	+0.833	0.019
^{123}In	$1g_{9/2}$	+0.757(9)	+0.192	+0.743	-0.014

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_0	Q_{th}	δQ
^{125}In	$1g_{9/2}$	+0.71(4)	+0.193	+0.663	-0.05
^{127}In	$1g_{9/2}$	+0.59(3)	+0.194	+0.550	-0.04
^{115}Sb	$2d_{5/2}$	-0.36(6)	-0.139	-0.882	-0.52
^{119}Sb	$2d_{5/2}$	-0.37(6)	-0.138	-0.763	-0.40
^{121}Sb	$2d_{5/2}$	-0.36(4)	-0.138	-0.721	-0.36
		-0.45(3)			-0.27
^{123}Sb	$1g_{7/2}$	-0.49(5)	-0.138	-0.739	-0.25
^{137}Cs	$1g_{7/2}$	+0.051(1)	+0.177	-0.031	-0.080
^{139}La	$1g_{7/2}$	+0.20(1)	+0.178	+0.103	-0.10
^{141}Pr	$2d_{5/2}$	-0.077(6)	-0.143	-0.120	-0.043
		-0.059(4)			-0.061
^{145}Eu	$2d_{5/2}$	+0.29(2)	+ 0.145	+0.156	-0.13
^{205}Tl	$2d_{3/2}^*$	+0.74(15)	+0.119	+0.227	-0.51
^{203}Bi	$1h_{9/2}$	-0.93(7)	-0.254	-1.323	-0.39
		-0.68(6)			-0.64
^{205}Bi	$1h_{9/2}$	-0.81(3)	-0.255	-0.945	-0.14
		-0.59(4)			-0.36
^{207}Bi	$1h_{9/2}$	-0.76(2)	-0.256	-0.454	0.31
		-0.55(4)			0.10
		-0.60(11)			0.15
^{209}Bi	$1h_{9/2}$	-0.516(15)	-0.257	-0.342	0.18
		-0.37(3)			0.03
		-0.55(1)			0.21
		-0.77(1)			0.43
		-0.40(5)			0.06
		-0.39(3)			0.05
^{213}Bi	$1h_{9/2}$	-0.83(5)	-0.260	-0.508	0.32

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_0	Q_{th}	δQ
		-0.60(5)			0.09

Таблица 2.2: Квадрупольные моменты Q (e b) нечетно-нейтронных ядер. Теоретические значения Q_{th} и различие $\delta Q = Q_{\text{th}} - Q_{\text{exp}}$ приведены для функционала DF3-а. Звездочкой обозначено возбужденное состояние.

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_{th}	δQ
^{39}Ca	$1d_{3/2}$	0.036(7)	+0.040	0.004
		0.040(6)		0.000
^{41}Ca	$1f_{7/2}$	-0.090(2)	-0.078	0.012
		-0.066(2)		-0.012
		-0.080(8)		0.002
^{85}Kr	$1g_{9/2}$	+0.443(3)	+0.507	0.064
^{87}Kr	$2d_{5/2}$	-0.30(3)	-0.355	-0.06
^{87}Sr	$1g_{9/2}$	+0.33(2)	+0.335	0.01
^{89}Sr	$2d_{5/2}$	-0.271(9)	-0.245	-0.026
^{89}Zr	$1g_{9/2}$	+0.28(10)	+0.262	-0.02
^{91}Zr	$2d_{5/2}$	-0.176(3)	-0.195	-0.019
		(-)0.257(13)		0.062
		-0.206(10)		0.011
^{109}Sn	$2d_{5/2}$	+0.31(10)	+0.250	-0.06
^{111}Sn	$1g_{7/2}$	+0.18(9)	+0.029	-0.13
^{115}Sn	$1g_{7/2}^*$	0.26(3)	+0.377	0.12
^{119}Sn	$2d_{3/2}^*$	0.094(11)	-0.035	-0.129
		-0.065(5)		0.030
		-0.061(3)		0.026

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_{th}	δQ
^{121}Sn	$2d_{3/2}$	-0.02(2)	+0.063	0.08
^{135}Xe	$2d_{3/2}$	+0.214(7)	+0.217	0.003
^{137}Xe	$2f_{7/2}$	-0.48(2)	-0.376	0.10
^{137}Ba	$2d_{3/2}$	+0.245(4)	+0.254	0.009
^{139}Ba	$2f_{7/2}$	-0.573(13)	-0.445	0.128
^{141}Nd	$2d_{3/2}$	+0.32(13)	+0.289	-0.03
^{143}Nd	$2f_{7/2}$	-0.61(2)	-0.518	0.09
^{143}Sm	$2d_{3/2}$	+0.4(2)	+ 0.296	0.1
^{145}Sm	$2f_{7/2}$	-0.60(7)	-0.537	0.06
^{197}Pb	$3p_{3/2}$	-0.08(17)	+0.195	0.27
^{199}Pb	$3p_{3/2}$	+0.08(9)	+0.272	0.19
^{201}Pb	$2f_{5/2}$	-0.01(4)	+0.137	0.15
^{203}Pb	$2f_{5/2}$	+0.10(5)	+0.284	0.18
^{205}Pb	$2f_{5/2}$	+0.23(4)	+0.336	0.09
^{209}Pb	$2g_{9/2}$	-0.3(2)	-0.264	0.1
^{211}Pb	$2g_{9/2}$	+0.09(6)	-0.283	-0.37
^{113}Sn	$1h_{11/2}^*$	0.41(4)	-0.776	-0.37
		0.48(5)		-0.30
^{115}Sn	$1h_{11/2}^*$	0.38(6)	-0.703	-0.32
^{117}Sn	$1h_{11/2}^*$	-0.42(5)	-0.593	-0.17
^{119}Sn	$1h_{11/2}^*$	0.21(2)	-0.469	-0.25
^{121}Sn	$1h_{11/2}^*$	-0.14(3)	-0.293	-0.15
^{123}Sn	$1h_{11/2}$	+0.03(4)	-0.123	-0.15
^{125}Sn	$1h_{11/2}$	+0.1(2)	+0.039	-0.1
^{135}Xe	$1h_{11/2}^*$	+0.62(2)	+0.504	0.12
^{137}Ba	$1h_{11/2}^*$	+0.78(9)	+0.588	-0.19
^{147}Gd	$1i_{13/2}^*$	-0.73(7)	-0.791	-0.06

Ядро	λ	Q_{exp}	Q_{th}	δQ
^{191}Pb	$1i_{13/2}^*$	+0.085(5)	+0.0004	-0.085
^{193}Pb	$1i_{13/2}^*$	+0.195(10)	+0.335	0.140
^{195}Pb	$1i_{13/2}^*$	+0.306(15)	+0.689	0.383
^{197}Pb	$1i_{13/2}^*$	+0.38(2)	+0.980	0.60
^{205}Pb	$1i_{13/2}^*$	0.30(5)	+0.665	0.37

Экспериментальные данные взяты из обзора [23]. Из нескольких изомерных состояний с возбужденными протонами мы ограничимся только двумя: $1g_{7/2}^*$ состоянием ^{121}Sb и $2d_{3/2}^*$ состоянием ^{205}Tl ядер, для которых гипотеза одно-квазичастичного приближения, по нашему мнению, более или менее справедлива.

Как видно из рис. 2.11, для протон-нечетных соседей изотопов олова разница между значениями квадрупольных моментов для поверхностного и объемного спариваний достаточно мала (в пределах 10 %). В области изотопов свинца отличие более заметное (см. рис. 2.12), но количество экспериментальных данных здесь очень мало, всего для 4 изотопов. Кроме того в изотопах $^{203,205}\text{Bi}$ и ^{205}Tl имеется нейтронное спаривание. Для этих ядер обсуждаемый эффект достигает 30-40 %.

Мы получили достаточно хорошее согласие расчетных и экспериментальных значений для длинной цепочки из 12 изотопов индия. В то же время для пяти изотопов Sb (шесть значений квадрупольных моментов) согласие с экспериментом значительно хуже, и рассогласование достигает 50-100 %. Похожая ситуация наблюдается для двух легких изотопов Bi. Для изотопа ^{209}Bi , в котором спаривание отсутствует, расчетные данные противоречат экспериментальным. По нашему мнению, главная причина этого заключается в пренебрежении эффектами связи с фононами.

Рассмотрим нейтрон-нечетные ядра – изотопы олова и свинца. Результаты расчетов представлены в Таблице 2.1 и на рис. 2.5 и 2.6. При выборе

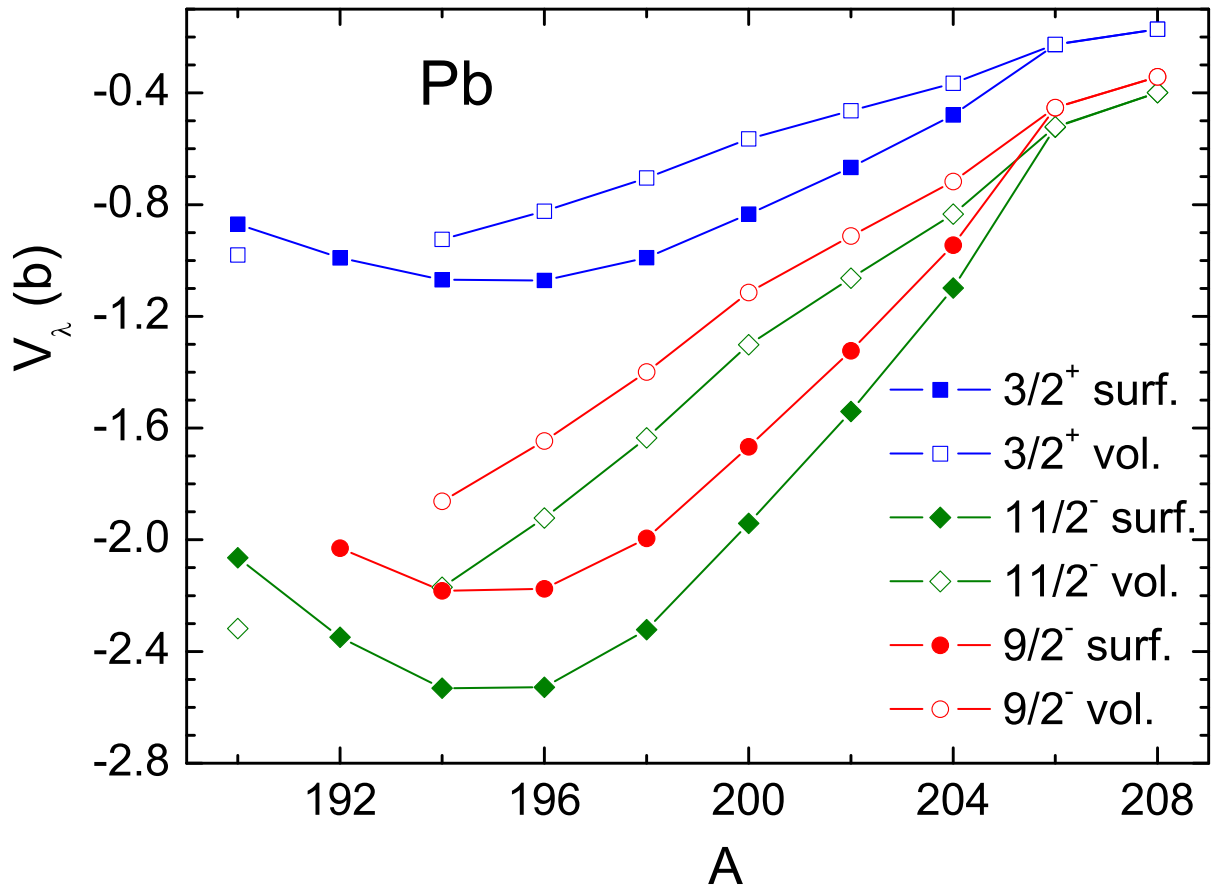


Рис. 2.4. Диагональные матричные элементы V_λ^p эффективного квадрупольного протонного поля в изотопах свинца. Закрашенные символы – поверхностное спаривание, не закрашенные символы – объемное спаривание.

изотопов для Таблицы 2.1 мы руководствовались теми же соображениями, что и при добавлении протонов. В этом случае к основным состояниям мы добавили также 12 возбужденных состояний. Во всех рассматриваемых ядрах, за исключением ^{209}Pb , проявляется эффект спаривания, и множитель $(u_\lambda^2 - v_\lambda^2)$ в выражении (2.1) становится нетривиальным. Он все время изменяется в зависимости от состояния и изотопа. Отметим, что при вычислении магнитного момента в выражении подобном выражению (2.1) появляется фактор $(u_\lambda^2 + v_\lambda^2) = 1$ [2], но в отличие от нашего случая он всегда равен 1. В нашем же случае множитель $(u_\lambda^2 + v_\lambda^2) = 1$ фактически определяет знак квадрупольного момента. Во всех случаях, когда знак экспериментального значения квадрупольного момента известен, получен-

ный нами знак расчетного значения совпадает с экспериментом. Это делает возможным использование наших результатов для предсказания знака квадрупольного момента, когда он неизвестен. Обсуждаемый множитель имеет вид $(u_\lambda^2 - v_\lambda^2) = (\varepsilon_\lambda - \mu)/E_\lambda$, т. е. зависит от одночастичной энергии ε_λ , отсчитываемой от химического потенциала μ . Имея в виду такую чувствительность, мы вычисляли эту величину для заданного нечетного ядра $(Z, N + 1)$ (N - четное) с учетом эффекта блокировки в задаче спаривания [2], помещая нечетный нейтрон в интересующее нас состояние λ . В качестве значения V_λ в выражении (2.1) мы брали полу-сумму соответствующих значений для двух соседних четных ядер. Полученное согласие результатов расчетов с экспериментальными данными можно считать хорошим, если $|Q_{\text{th}} - Q_{\text{exp}}| < 0.1 - 0.2$. Некоторые из значительных отклонений от экспериментальных данных, в частности уровни с высокими j : $1h_{11/2}$ в изотопах олова и $1i_{13/2}$ в изотопах свинца объясняются тем, что эти состояния находятся достаточно далеко от уровня Ферми. Таким образом, значения квадрупольного момента в значительной степени определяются структурой одночастичных уровней. Отметим также, что, как и в случае протонов, отличия значений, получаемых с двумя видами спаривания, как правило, незначительны, и только для состояний $1i_{13/2}$ в цепочке свинца достигают 20-30 %.

Чтобы оценить согласие с экспериментом количественно, мы рассчитываем среднеквадратичное отклонение теории от эксперимента

$$\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2} = \sqrt{\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_i (Q_i^{\text{th}} - Q_i^{\text{exp}})^2}. \quad (2.3)$$

В среднем, этот критерий можно рассматривать как разумный. Для 42 квадрупольных моментов для нейтронно-нечетных ядер среднеквадратичное отклонение между теорией и экспериментом не так уж мало $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2} = 0.189$ е в. Однако оно содержится в основном в 15 интродерных состояниях, для каждого из которых имеем $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2}[\text{intruder}] = 0.269$ е в. Для

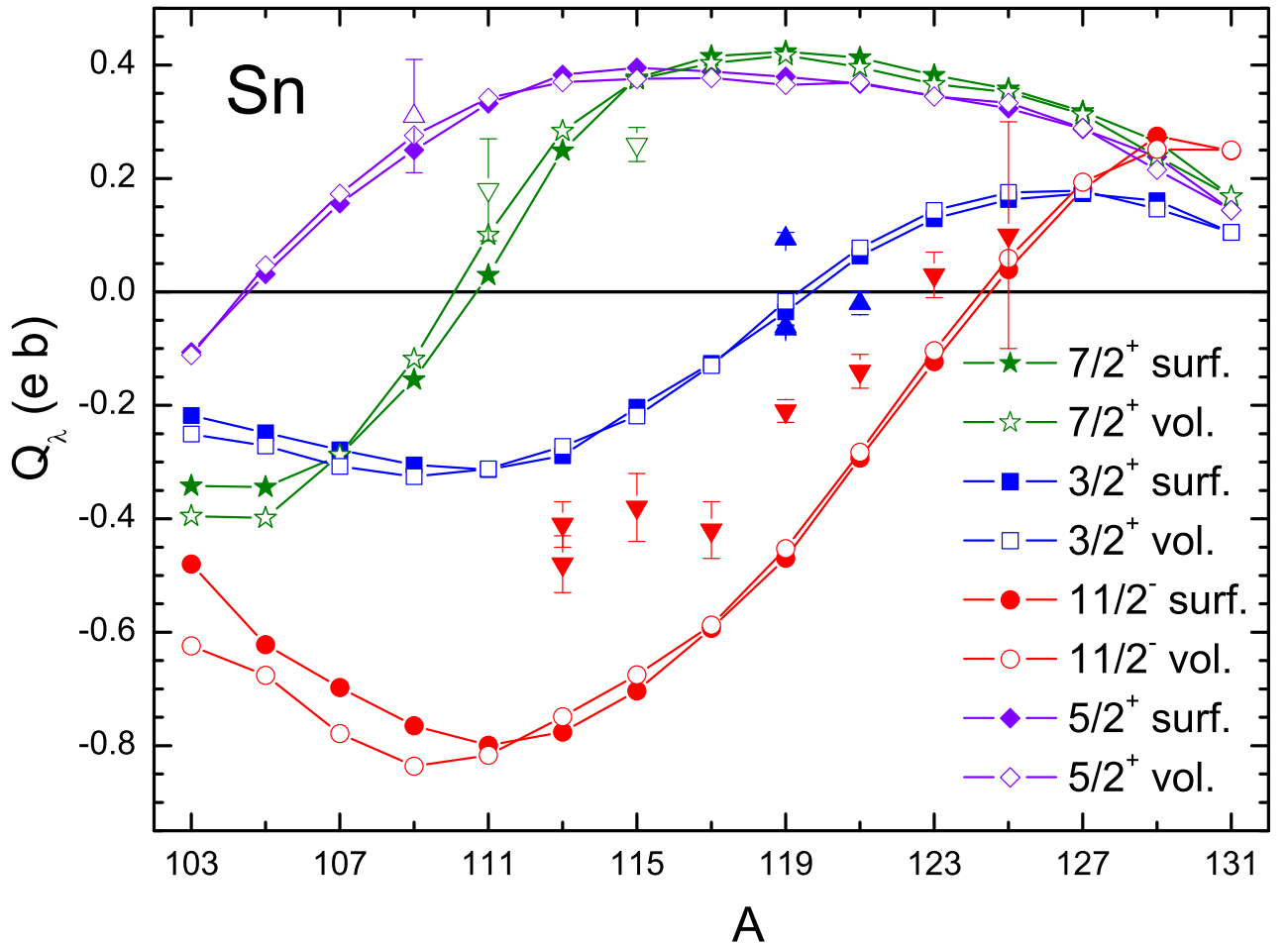


Рис. 2.5. Квадрупольные моменты нечетных изотопов олова. Закрашенные символы соответствуют случаю поверхностного спаривания, пустые – случаю объемного спаривания. Экспериментальные данные показаны \blacktriangle для $3/2^+$, \blacktriangledown для $11/2^-$, \blacktriangle для $5/2^+$ и \blacktriangledown для $7/2^+$ состояний.

остальных 27 "нормальных" состояний разногласия довольно умеренные $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2}[\text{normal}] = 0.125$ e b. Для протонов согласие хуже. Среднеквадратичное отклонение $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2} = 0.254$ e b. Основной вклад в это отклонение происходит от изотопов In и Sb, нечетных соседей четного ядра олова. Этот результат слишком сильного квадрупольного поля $V_{n,p}(r)$ для DF3-а функционала. Для нейтронов этот недостаток частично компенсируется с умножением на коэффициент Боголюбова, но для протона он проявляется в полном объеме. Для более детального обсуждения см. [36].

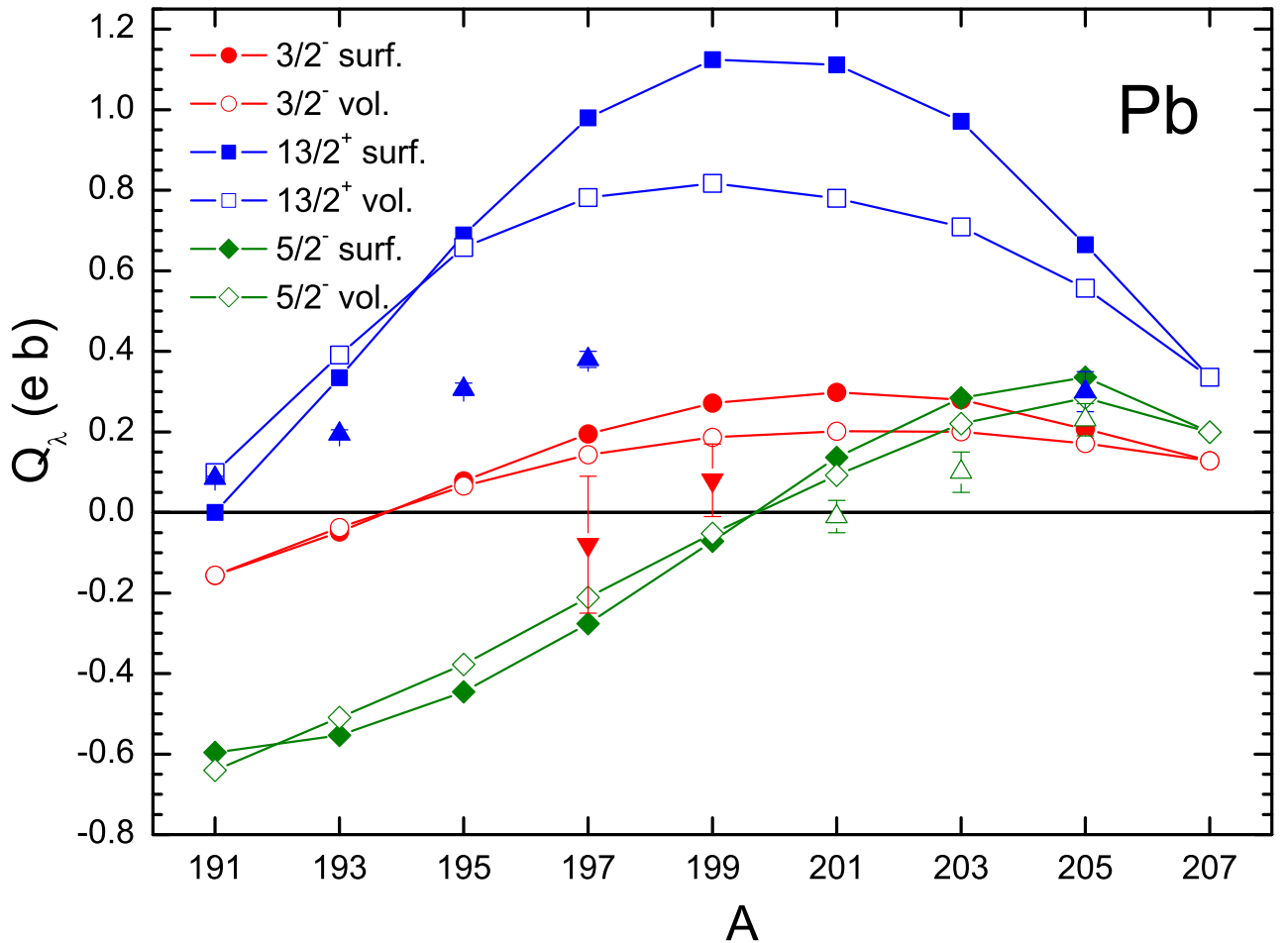


Рис. 2.6. Квадрупольные моменты нечетных изотопов свинца. Закрашенные символы соответствуют случаю поверхностного спаривания, пустые – случаю объемного спаривания. Экспериментальные данные показаны \blacktriangle для $13/2^+$, \blacktriangledown для $3/2^-$ и \triangle для $5/2^-$ состояний.

Для нечетных нейтронных соседей четного $N = 50$ изотонов (рис. 2.7) протонная подсистема является сверхтекучей и нейтронный коэффициент Боголюбова в ур. (2.1) равен ± 1 . В этом случае согласие с данными практически идеально, $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2} = 0.041$ е в. Аналогичная ситуация с нечетно-нейтронными соседних четных изотонов с $N = 82$ (рис 2.8): согласие с данными довольно хорошее $\sqrt{(\delta Q)_{\text{rms}}^2} = 0.093$ е в.

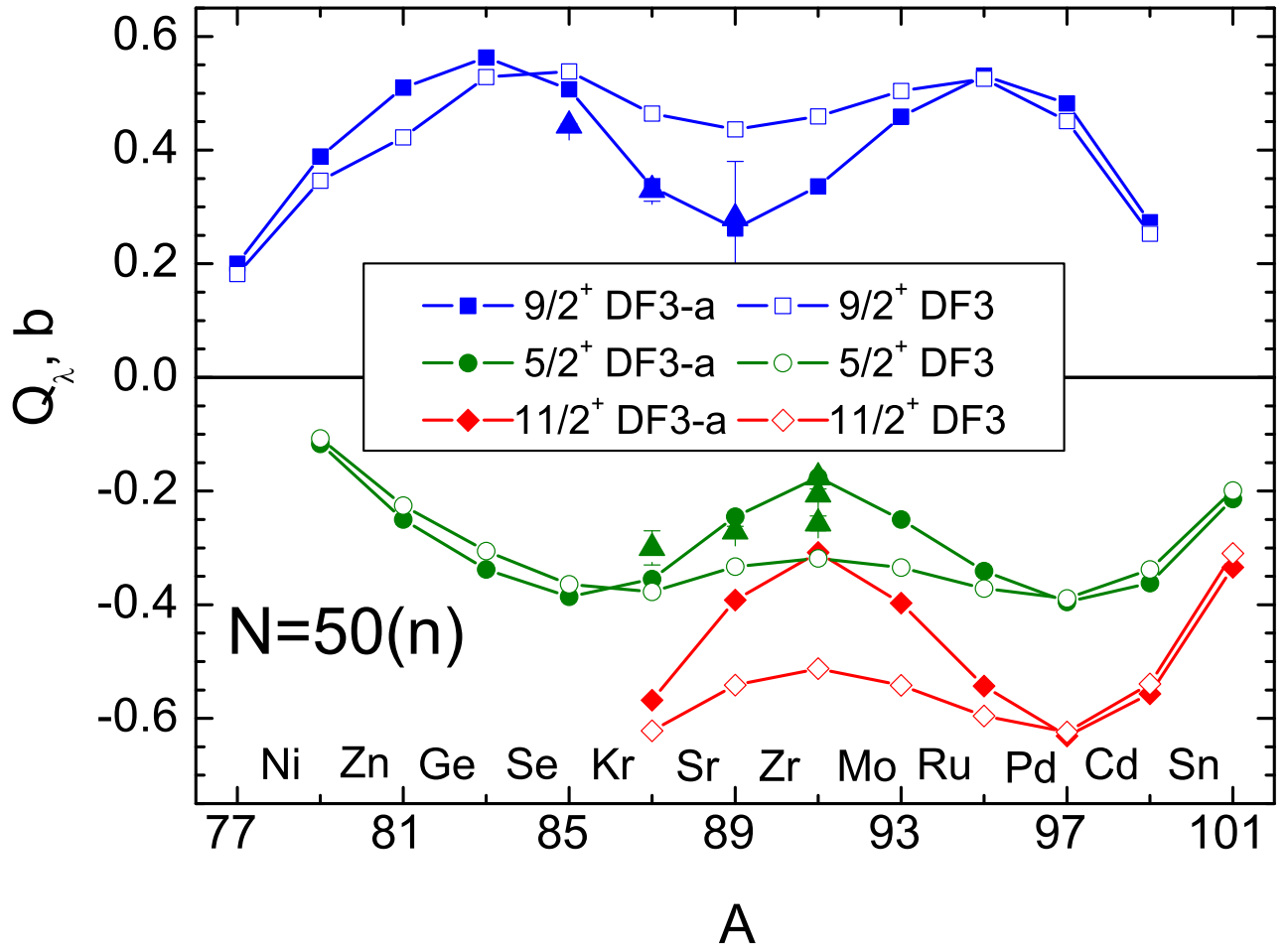


Рис. 2.7. Квадрупольные моменты нечетно-нейтронных соседей четных $N = 50$ изотонов с функционалом DF3 и DF3-a. ▲ - показаны экспериментальные данные [23].

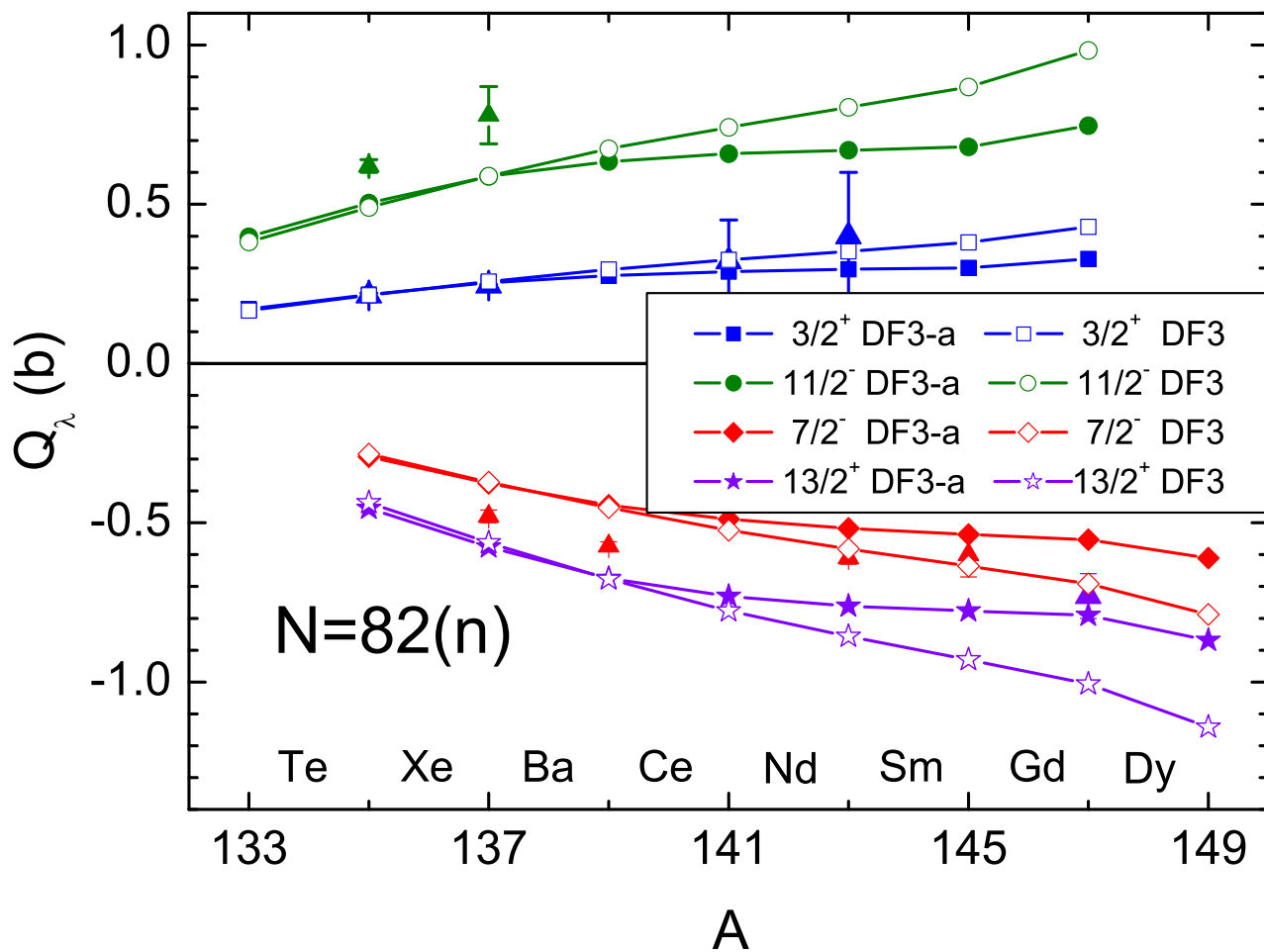


Рис. 2.8. Квадрупольные моменты нечетно-нейтронных соседей четных $N = 82$ изотонов с функционалом DF3 и DF3-a. \blacktriangle - показаны экспериментальные данные [23].

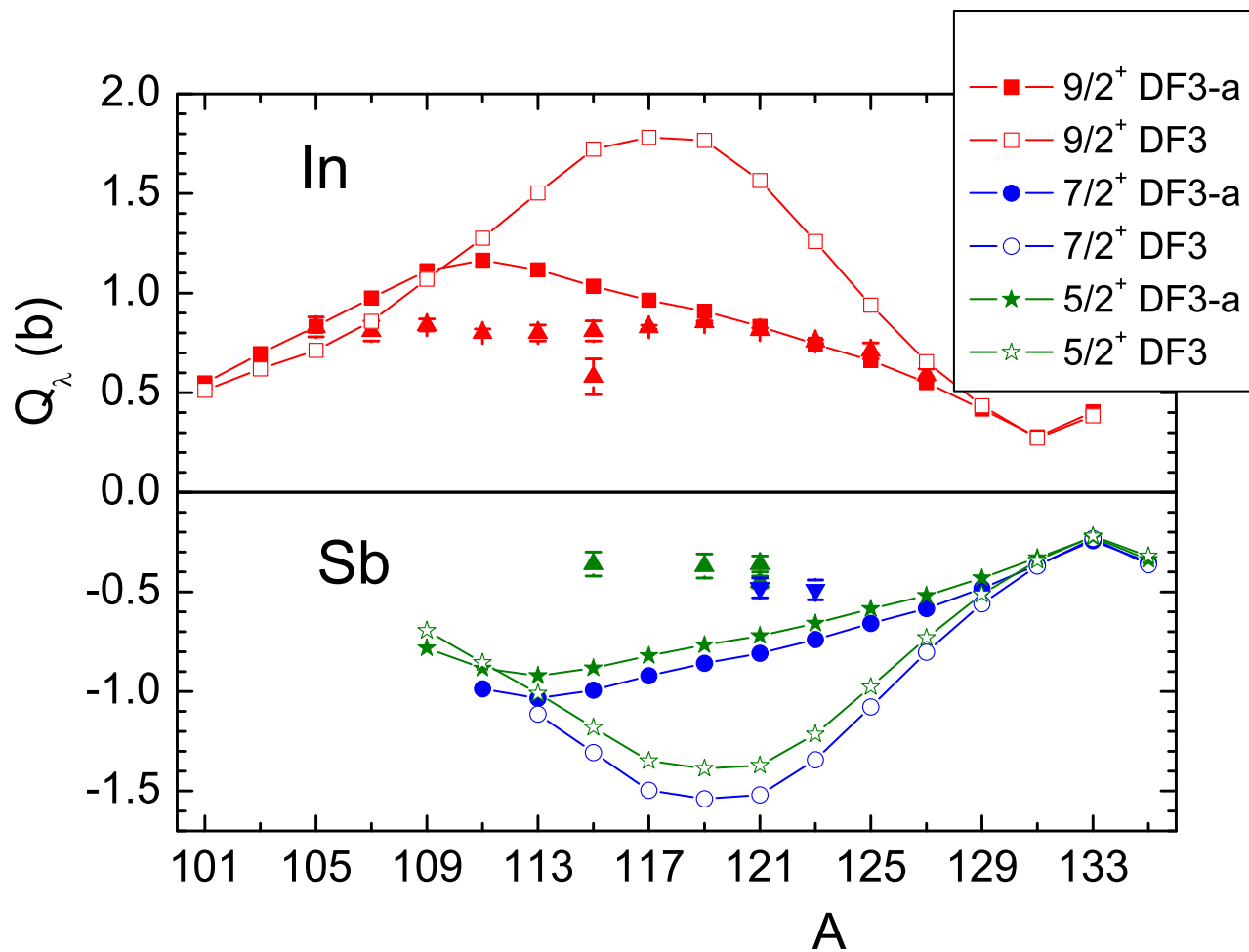


Рис. 2.9. Квадрупольные моменты нечетно-протонных соседей четных изотопов олова с функционалом DF3 и DF3-a. \blacktriangle - показаны экспериментальные данные [23].

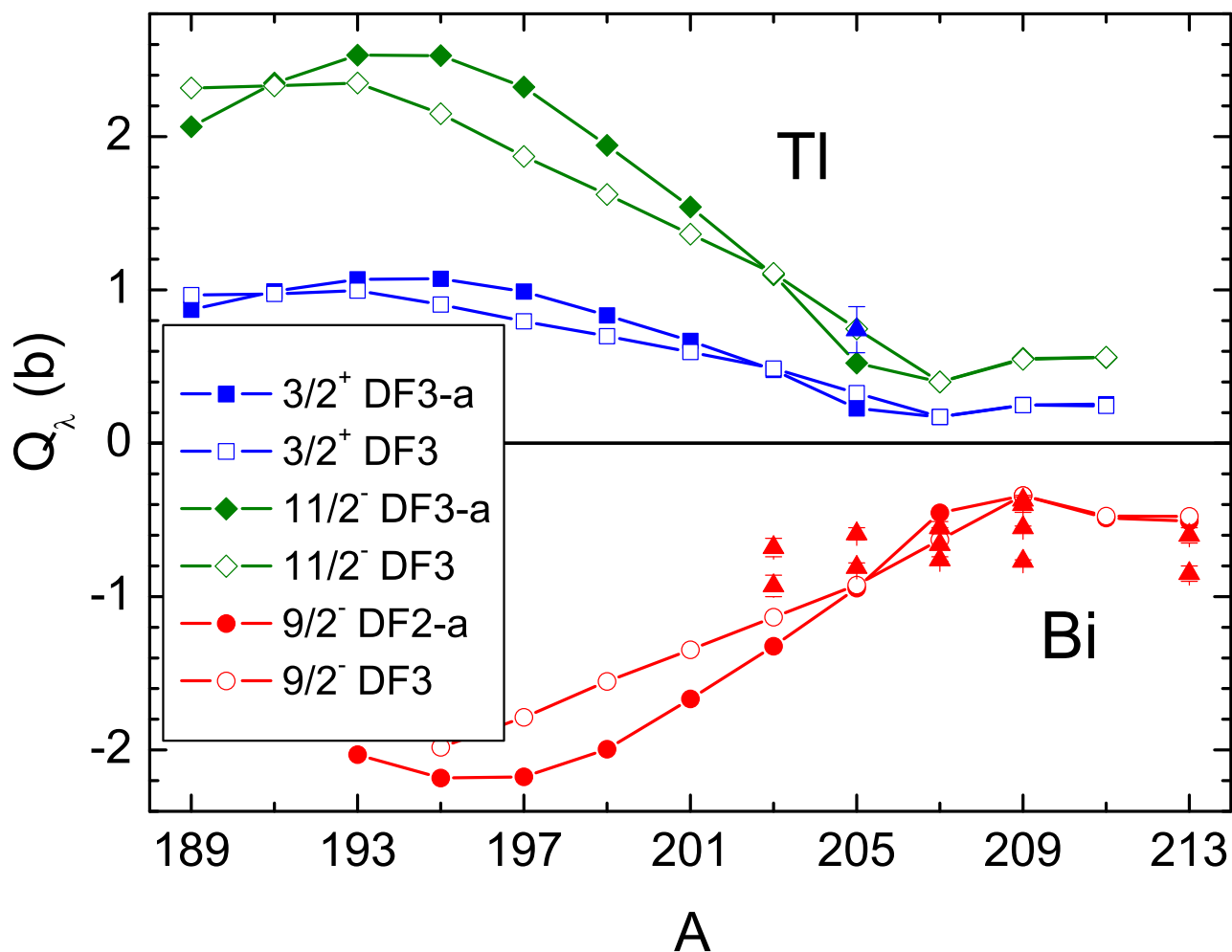


Рис. 2.10. Квадрупольные моменты нечетно-протонных соседей четных изотопов свинца с функционалом DF3 и DF3-a. \blacktriangle - показаны экспериментальные данные [23].

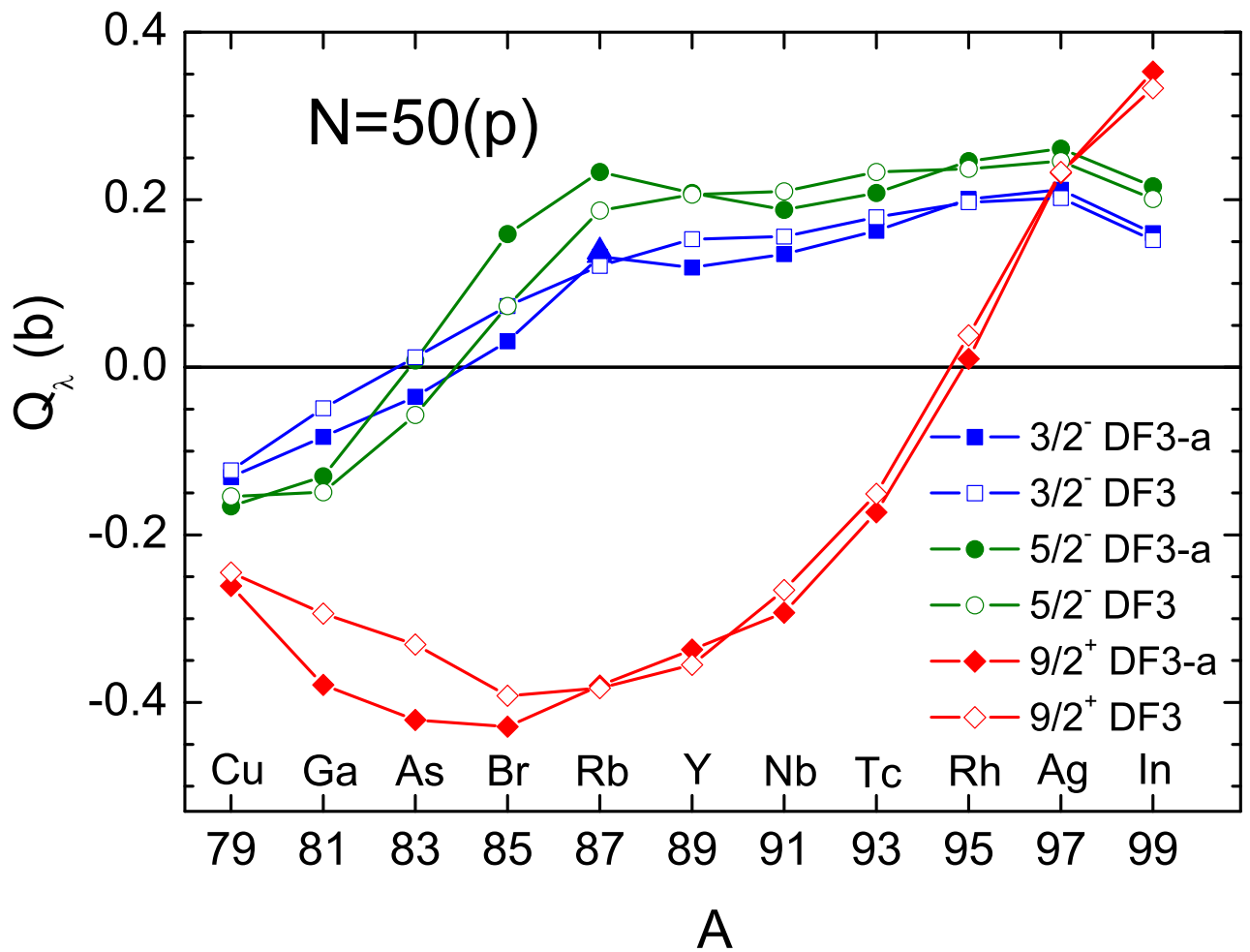


Рис. 2.11. Квадрупольные моменты нечетно-протонных $N = 50$ изотонов с функционалом DF3 и DF3-a. ▲ - показаны экспериментальные данные [23].

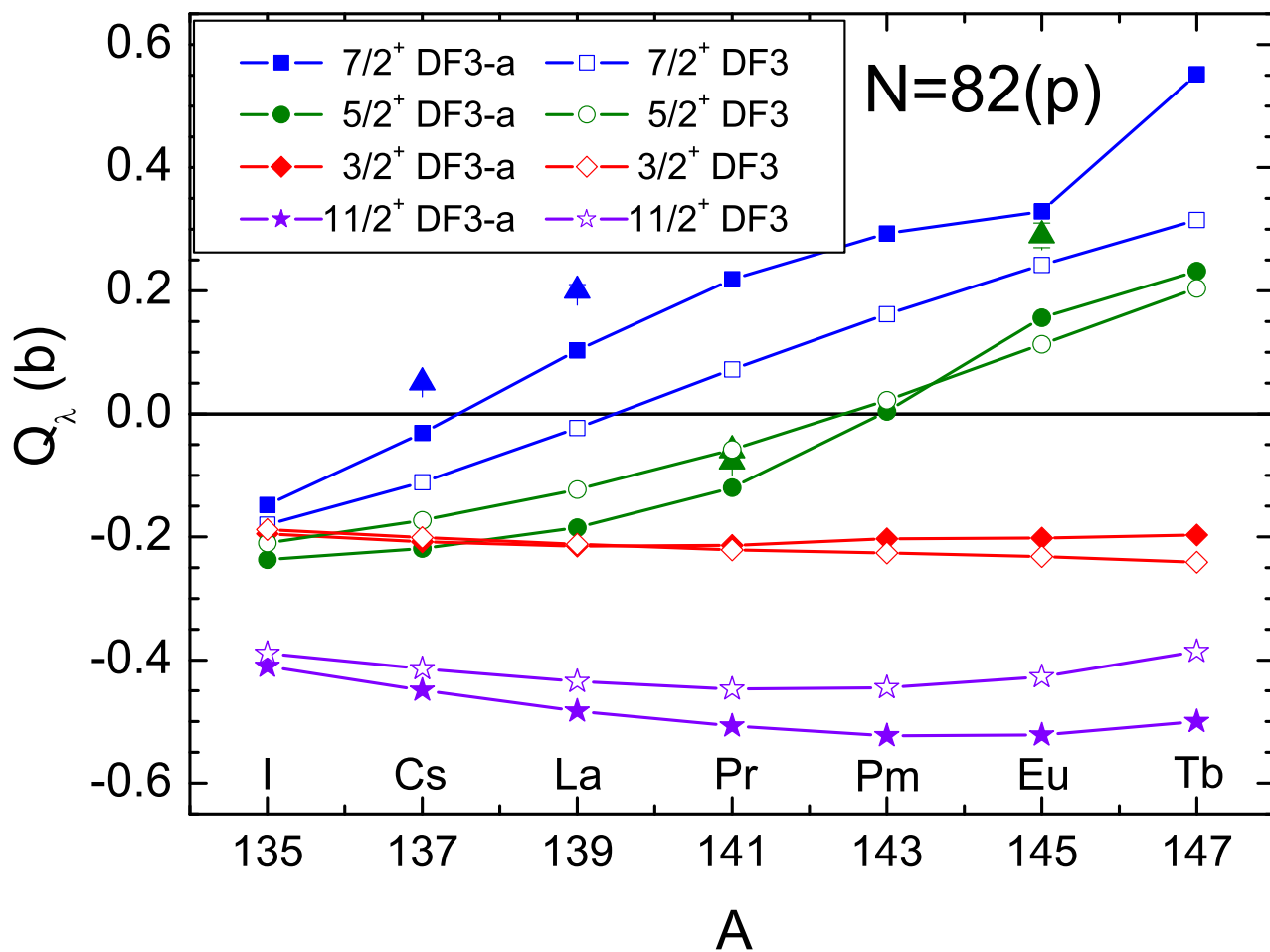


Рис. 2.12. Квадрупольные моменты нечетно-протонных $N = 82$ изотонов с функционалом DF3 и DF3-a. \blacktriangle - показаны экспериментальные данные [23].

2.1.2. Эффективные квадрупольные заряды в магических и полумагических ядрах

Эффективные квадрупольные заряды были вычислены, как $e_{\text{eff}}^{p,n} = V_{\lambda}^{p,n}/(V_0^p)_{\lambda}$. Это величина непосредственно характеризует поляризуемость остова в квадрупольном внешнем поле. В наших расчетах представлены только два ядра, ^{209}Bi и ^{209}Pb , с дважды-магическими остовами, и в этом случае поляризуемость достаточно небольшая и "обычная": $e_{\text{eff}}^p = 1.4$, $e_{\text{eff}}^n = 0.9$. В ядрах с незаполненными нейтронными оболочками она становится заметно больше: $e_{\text{eff}} \simeq 3 - 6$. Причина этого достаточно очевидна. В самом деле, в случае сонаправленного поля V_0 виртуальные переходы внутри незаполненных оболочек начинают вносить свой вклад, и в пропагаторе \mathcal{L}^n (1.18) появляются знаменатели с малыми энергиями, определяющие эффект. Это приводит к усилению влияния внешнего поля V_0 как на нейтроны посредством сильного нейтрон-протонного взаимодействия Ландау-Мигдала с амплитудой \mathcal{F}^{np} , так и на протоны. Результаты расчетов для последовательности изотопов $^{203,205,209}\text{Bi}$ показывают, как возрастает поляризуемость с ростом числа нейтронных дырок. Основываясь на этом, можно представить эффективный заряд как $e_{\text{eff}}^p = 1 + e_{\text{pol}}^p$, $e_{\text{eff}}^n = e_{\text{pol}}^n$, где $e_{\text{pol}}^{p,n}$ — чистый поляризационный заряд. Для явного разделения вкладов незаполненных оболочек и остовных нуклонов, следует разделить гильбертово пространство, соответствующее КМХФ уравнениям (1.14) на "валентное" и вспомогательное подпространства с выполнением соответствующей процедуры перенормировки [67]. С помощью такой процедуры можно рассчитывать эффективные заряды, которые вводятся в виде подгоночных параметров в расчетах одночастичной модели со взаимодействием (оболочечная модель).

2.2. Квадрупольные моменты нечетно-нечетных околomagических ядер в основном состоянии

Как правило, нечетно-нечетные ядра не стабильны, поэтому соответствующие теоретические методы должны обладать значительной предсказательной силой. Метод ЭФП — один из таких методов. Здесь мы рассчитываем квадрупольные моменты нечетно-нечетных ядер с использованием самосогласованной ТКФС [8], основанной на ЭФП Фаянса с соавт. [6].

Так как нечетно-нечетные ядра являются более сложным объектом, чем четно-нечетные ядра, здесь мы будем рассматривать только нечетно-нечетные околomagические ядра вместе с соответствующими нечетными околomagическими ядрами. С помощью вышеупомянутого самосогласованного метода ЭФП мы рассчитываем квадрупольные моменты в основном состоянии нечетно-нечетных околomagических ядер, предполагая для упрощения, что отсутствует прямое взаимодействие между нечетным нейтроном и нечетным протоном.

Как мы увидим, такое простое приближение позволяет нам проверить это приближение весьма успешно в чистом феноменологическом подходе.

2.2.1. Квадрупольные моменты нечетных и нечетно-нечетных околomagических ядер

В рамках ТКФС [1] статический квадрупольный момент Q_λ нечетного околomagического ядра с нечетным нуклоном в состоянии $\lambda \equiv (n, j, l, m)$ определяется диагональным матричным элементом эффективного поля V :

$$Q_\lambda = \langle \lambda | V(\omega = 0) | \lambda \rangle = c_j \langle n j l \parallel V \parallel n j l \rangle, \quad (2.4)$$

где 3-j-символ $c_j = 2j(2j - 1)^{1/2} [(2j + 3)(2j + 2)(2j + 1)2j]^{-1/2}$. В рамках вышеупомянутого одноквазичастиного приближения ТКФС и нашего главного приближения, заключающегося в отсутствии взаимодействия между

двумя квазичастицами, квадрупольный момент нечетно-нечетных ядер со спином I определяется как:

$$Q_I = \langle II | V^p + V^n | II \rangle, \quad (2.5)$$

где $\Psi_{II} = \Sigma \varphi_1 \varphi_2 \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | II \rangle$ для случая "нечетная частица-нечетная частица". Здесь φ – одноквазичастичная волновая функция с набором квантовых чисел $1 \equiv \lambda_1 \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1)$. В пределе отсутствия взаимодействия между ядром и нечетными квазичастицами эффективное поле V^p и V^n заменяются на $e_q^p V_0$ и $e_q^n V_0$, см. уравнение (1.14).

Тогда выражение для квадрупольных моментов в основном состоянии нечетно-нечетных околомагических ядер имеет вид:

$$Q_I = (2I + 1) \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ I & 0 & -I \end{pmatrix} (-1)^{j_p + j_n + I + 2} \times \\ \times \left[\begin{Bmatrix} j_p & I & j_n \\ I & j_p & 2 \end{Bmatrix} c_{j_p}^{-1} Q^p + \begin{Bmatrix} j_n & I & j_p \\ I & j_n & 2 \end{Bmatrix} c_{j_n}^{-1} Q^n \right], \quad (2.6)$$

где Q^p и Q^n – квадрупольные моменты соответствующих нечетных ядер, которые определяются из выражения (2.4).

Таким образом, задача сводится к вычислению квадрупольных моментов соответствующих нечетных ядер. Следовательно, значения квадрупольных моментов нечетных ядер можно взять из эксперимента (феноменологический подход, (см. раздел 2.2.2)) или же эти значения можно так же рассчитать и получить квадрупольные моменты соответствующих нечетно-нечетных ядер согласно (2.6)(микроскопический подход, раздел 2.2.3 и 2.2.4).

2.2.2. Феноменологический подход

Мы нашли только три нечетно-нечетных ядра, для которых есть все необходимые экспериментальные значения. Наше главное приближение под-

тверждается разумным согласием с экспериментом. Это отражено в Таблице 2.3, где используются экспериментальные значения квадрупольных моментов соответствующих нечетных ядер. Экспериментальные данные, используемые здесь, и в дальнейшем взяты из [23].

Таблица 2.3

Квадрупольные моменты Q (e b) нечетно-нечетных околомагических ядер (феноменологический подход).

Ядро	J^π	$T_{1/2}$	Q_{phen}	Q_{exp}
${}^{40}_{19}\text{K}_{21}$	4^-	1.248×10^9 л	-0.106(6)	-0.071(1)
${}^{92}_{41}\text{Nb}_{51}$	7^+	3.47×10^7 л	-0.43(7)	-0.35(3)
${}^{210}_{83}\text{Bi}_{127}$	1^-	5.01 д	+0.22(6)	+0.19(6)

Более убедительные результаты, которые подтверждают наше приближение, были получены для статических магнитных моментов основных состояний нечетно-нечетных околомагических ядер с гораздо более широким набором экспериментальных данных [37].

2.2.3. Нечетные околомагические ядра

Результаты расчетов приведены в Таблице 2.4 и Таблице 2.5, где в колонке Q_{theor} приведены рассчитанные самосогласованные значения для нечетных ядер вблизи дважды магических ядер ${}^{56,78}\text{Ni}$, ${}^{100,132}\text{Sn}$, ${}^{208}\text{Pb}$. Для сравнения с хорошо известным феноменологическим описанием результаты с эффективным зарядом $e_{\text{eff}}^p = 2$, $e_{\text{eff}}^n = 1$ показаны в колонке Q_{eff} , где они были рассчитаны с тем же самосогласованным одночастичным базисом. Значения этих величин были подтверждены микроскопически с помощью ТКФС в [68], где они были введены как $(e_{\text{eff}}^p)_\lambda = V_\lambda^p / (V_0)_\lambda$ и $e_{\text{eff}}^n = V_\lambda^n / (V_0)_\lambda$. Следует заметить, что в ядрах со спариванием значения $e_{\text{eff}} \cong 4 - 6$ [34] из-за вклада незаполненной ядерной оболочки (см. раздел 2.1.2). Сравни-

вая результаты в колонках Q_{eff} и Q_{theor} , можно видеть, что использование феноменологического эффективного заряда $e_{eff}^p = 2$, $e_{eff}^n = 1$ в количественном отношении не всегда удовлетворительно.

2.2.4. Нечетно-нечетные околomagические ядра.

Используя (2.6) и значения квадрупольных моментов нечетных ядер, представленных в Таблице 2.4 и Таблице 2.5, мы рассчитали квадрупольные моменты соответствующих нечетно-нечетных ядер с обоими феноменологическими значениями $e_{eff}^p = 2$, $e_{eff}^n = 1$ (колонка Q_{eff}) и самосогласованных вычислений квадрупольных моментов нечетных ядер (колонка Q_{theor}), см. Таблицу 2.6. К сожалению, экспериментальных данных недостаточно для предсказания значений Q_{theor} в Таблице 2.6 квадрупольных моментов в рассматриваемых экзотических нестабильных ядрах.

Таблица 2.4

Квадрупольные моменты Q (e b) нечетно-нейтронных околomagических ядер.

Ядро	J^π	$T_{1/2}$	Q_{eff}	Q_{theor}	Q_{exp}
$^{55}_{28}\text{Ni}_{27}$	$7/2^+$	204.7 мс	0.11	0.26	—
$^{57}_{28}\text{Ni}_{29}$	$3/2^-$	35.6 ч	-0.07	-0.17	—
$^{77}_{28}\text{Ni}_{49}$	$(9/2)^+$	128 мс	0.16	0.20	—
$^{79}_{29}\text{Ni}_{50}$	$(5/2^+)$	635 нс	-0.17	-0.12	—
$^{101}_{50}\text{Sn}_{51}$	$(5/2)^+$	1.7 с	-0.13	-0.21	—
$^{131}_{50}\text{Sn}_{81}$	$(3/2^+)$	56 с	0.10	0.10	-0.04(8)
$^{133}_{50}\text{Sn}_{83}$	$7/2^-$	1.46 с	-0.23	-0.17	—
$^{207}_{82}\text{Pb}_{125}$	$(1/2)^-$	стабильный	0	0	—
$^{209}_{82}\text{Pb}_{127}$	$(9/2)^+$	3.253 ч	-0.29	-0.26	-0.3(2)

Таблица 2.5

Квадрупольные моменты Q (e b) нечетно-протонных околомагических ядер.

Ядро	J^π	$T_{1/2}$	Q_{eff}	Q_{theor}	Q_{exp}
$^{55}_{27}\text{Co}_{28}$	$7/2^-$	17.53 ч	0.22	0.31	—
$^{57}_{29}\text{Cu}_{28}$	$3/2^-$	196.3 мс	-0.15	-0.20	—
$^{79}_{29}\text{Cu}_{50}$	$(3/2^-)$	188 мс	-0.14	-0.13	—
$^{99}_{49}\text{In}_{50}$	$(9/2)^+$	3 с	0.35	0.35	—
$^{131}_{49}\text{In}_{82}$	$(9/2)^+$	0.28 с	0.40	0.28	—
$^{133}_{51}\text{Sb}_{82}$	$(7/2)^+$	2.34 м	-0.34	-0.23	—
$^{207}_{81}\text{Tl}_{126}$	$1/2^+$	4.77 м	0	0	—
$^{209}_{83}\text{Bi}_{126}$	$(9/2)^-$	стабильный	-0.51	-0.34	-0.37(3), -0.55(1) -0.77(1), -0.40(5)

2.3. Заключение

Для большинства из рассмотренных изотопов и состояний было получено хорошее количественное согласие расчетных значений квадрупольных моментов нечетных соседей четных изотопов олова и свинца с экспериментальными данными, $|Q_{th} - Q_{exp}| < 0,1 - 0,2$ барн. Это подтверждает, что для протон-нечетных ядер одно-квазичастичное приближение работает достаточно хорошо. Для рассмотренных нейтрон-нечетных ядер справедливость данного приближения проверялась ранее с помощью анализа магнитных моментов [66]. В рассматриваемом в данной работе случае задача оказалась более сложной, т.к. для протон-нечетных ядер значение квадрупольного момента зависит помимо матричного элемента эффективного поля V_λ еще и от множителя Боголюбова $(u_\lambda^2 - v_\lambda^2) = (\varepsilon_\lambda - \mu)/E_\lambda$. Данный фактор делает квадрупольный момент очень чувствительным к точности расчета спектра одночастичной энергии ε_λ в интересующем состоянии, особенно вблизи поверхности Ферми, когда величина Q_λ исчезает по мере приближения энер-

Таблица 2.6

Квадрупольные моменты Q (е b) нечетно-нечетных околomagических ядер.

Ядро	J^π	$T_{1/2}$	Q_{eff}	Q_{theor}	Q_{exp}
$^{54}_{27}\text{Co}_{27}$	0^+	193.28 мс	–	–	–
$^{56}_{27}\text{Co}_{29}$	4^+	77.236 д	0.19	0.30	+0.25(9)
$^{56}_{29}\text{Cu}_{27}$	(4^+)	93 мс	0.14	0.28	–
$^{58}_{29}\text{Cu}_{29}$	1^+	3.204 с	0.09	0.15	–
$^{78}_{29}\text{Cu}_{49}$	(3^-)	637 с	-0.18	-0.21	–
	(4^-)		4×10^{-5}	-0.03	–
$^{100}_{49}\text{In}_{51}$	(6^+)	5.9 с	0.24	0.21	–
$^{130}_{49}\text{In}_{81}$	1^-	0.29 с	-0.08	-0.07	–
$^{132}_{49}\text{In}_{83}$	(7^-)	0.207 с	-0.40	-0.29	–
$^{132}_{51}\text{Sb}_{81}$	$(4)^+$	2.79 м	-0.30	-0.22	–
$^{134}_{51}\text{Sb}_{83}$	(0^-)	0.78 с	–	–	–
$^{206}_{81}\text{Tl}_{125}$	0^-	–	–	–	–
$^{208}_{81}\text{Tl}_{127}$	5^+	3.053 м	-0.30	-0.27	–
$^{208}_{83}\text{Bi}_{125}$	5^+	3.68E+5 л	-0.51	-0.35	-0.64(6)
$^{210}_{83}\text{Bi}_{127}$	1^-	5.012 д	0.21	0.16	+0.136(1)

гии ε_λ к хипотенциалу $\varepsilon_\lambda = \mu$. В этом случае влияние взаимодействия одно-частичных степеней свободы с фононами (см. [33, 66]) может быть особенно значимым.

Получено разумное согласие со всеми имеющимися экспериментальными данными для квадрупольных моментов в нечетных ядрах со спариванием и нечетно-нечетных околомагических ядрах в самосогласованных расчетах с использованием приближения отсутствия взаимодействия между нечетными частицами. Эти результаты как для нечетных, так и для нечетно-нечетных ядер получены впервые.

Самосогласованный подход обладает значительной предсказательной силой, необходимой для описания свойств ядер, где нет экспериментальных данных. В связи с этим наши предсказания для квадрупольных моментов ядер около нестабильных $^{56,78}\text{Ni}$, $^{100,132}\text{Sn}$ представляют особый интерес.

Глава 3. Квазичастично-фононное взаимодействие в самосогласованной теории конечных ферми-систем

Как указывалось во Введении, для последовательного микроскопического расчета радиационной силовой функции необходима информация о переходах между двумя возбужденными состояниями. Кроме того, в настоящее время имеется огромное количество экспериментальных данных как для характеристик переходов, так и для статических моментов в возбужденных состояниях, которые требуют современного микроскопического описания. Соответствующие самосогласованные расчеты на основе функционала плотности не проводилось.

Случай статических моментов возбужденных состояний соответствует диагональному случаю задачи описания переходов между возбужденными состояниями ($\omega_L = \omega_{L'}$). В настоящей главе рассматриваются квадрупольные моменты первых 2^+ состояний полумагических ядер. Следует отметить, что физическая сторона этой задачи является более интересной по сравнению со случаем квадрупольных моментов нечетных ядер, рассмотренных в Главе 2. Это объясняется тем, что, как указывалось во Введении, в эту задачу входит эффект "графиков идущих назад" (корреляции в основном состоянии) обусловленный интегрированием трех, а не двух, как обычно, одночастичных функций Грина.

Для магических и полумагических ядер подходы, учитывающие связь с фононами, основаны на существовании малого параметра g^2 (g^2 -приближение), представляющего собой безразмерный квадрат амплитуды рождения фонона [3, 21].

Все подходы, в которых учитывалась связь с фононами в g^2 -приближении, включая те, которые реализованы в рамках метода функции Грина [4, 21, 69], кроме работ группы Ходеля и Саперштейна см. [8], не

учитывали всех g^2 членов, поскольку они ограничивают себя только полюсными диаграммами (см. рис 1.). Вторая диаграмма, на рис. 1 – сумма всех g^2 неполюсных диаграмм, обычно называемых тэдпол.

Проблема последовательного учета всех g^2 членов, включая тэдпол, была проанализирована в статье Ходеля [22] на основе общих соотношений для самосогласованной ТКФС [70]. Разработанный метод был применен только для магических ядер, в основном, для характеристик основного состояния, в рамках самосогласованной ТКФС [8]. Было обнаружено, что, как правило, имеется заметный вклад тэдпола, в магических ядрах, который часто имеет противоположный знак по сравнению с полюсными членами. Первые попытки включения эффекта фононного тэдпола, для ядер со спариванием и для рассмотрения возбужденных состояний были получены в последнее время в работах [71] и [33] соответственно.

В настоящей главе изучаются характеристики, которые сами пропорциональны g^2 , т. е. зависят от g в большей степени, чем величины, представляющие собой g^2 поправки к большой величине, например, к среднему полю. Именно поэтому, рассмотрены статические квадрупольные моменты первых возбужденных 2^+ уровней, которые пропорциональны g^2 .

Квадрупольные моменты возбужденных состояний в сферических ядрах со спариванием были рассчитаны ранее с использованием подхода теории многих тел в работах [72, 73] и с использованием КФМ в работах [74, 75]. В работе [73] авторы использовали теорию ядерных полей с набором феноменологических параметров, взятых из эксперимента для каждого ядра. В этой работе было получено хорошее согласие с экспериментальными данными для изотопов Sn и Ni. Для магических ядер эта проблема также рассматривалась в рамках самосогласованной ТКФС в работе [76]. Основное отличие подхода, используемого в данной работе, от подходов в работах [72–75] является его полная самосогласованность на уровне КМХФ и отсутствие каких-либо феноменологических или подгоночных параметров.

В параграфе 3.1 представлен вывод для магических ядер, основанный на методе работы [22], для расчета статических моментов в возбужденном состоянии, которые описываются в рамках МХФ. Этот вывод использует поправки к среднему полю, учитывающие тэдпол, см. рис. 1. В параграфе 3.2 этот вывод обобщен на случай ядер со спариванием. Параграф 3.3 посвящен самосогласованным расчетам квадрупольных моментов в 2_1^+ состоянии в изотопах Sn и Pb и анализу новых эффектов корреляций в основном состоянии. Материалы этой главы основаны на работах автора [32–36].

3.1. Магические ядра, эффекты тэдпол

Одной из первых работ, где использовался метод функций Грина для изучения рассматриваемых эффектов, была работа Шпета [77], на базе которой были выполнены расчеты [78] для ядра ^{208}Pb с использованием потенциала Вудса-Саксона. В работе [77] использовался формализм шести точечной функции Грина для магических ядер и было получено выражение для матричного элемента $M_{LL'}$ перехода между возбужденными состояниями $L \rightarrow L'$, каждое из которых описывается с помощью МХФ.

Для описания эффектов связи фононов в магических ядрах с последовательным учетом всех g^2 членов мы используем метод, развитый в работе [22]. В g^2 приближении матричный элемент M_{LL} для статического момента возбужденного состояния (фонона) с орбитальным угловым моментом L в статическом внешнем поле V^0 определяется через изменение одночастичной функции Грина в поле этого фонона:

$$M_{LL'} = \int V^0(\mathbf{r}) \delta_{LL'}^{(2)} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \varepsilon) d\mathbf{r} \frac{d\varepsilon}{2\pi i}, \quad (3.1)$$

где в g^2 -приближении

$$\delta_{LL'}^{(2)} G = G(\varepsilon) g_L G(\varepsilon + \omega_L) g_{L'} G(\varepsilon) + G(\varepsilon) g_L G(\varepsilon + \omega_L) g_{L'} G(\varepsilon) + G(\varepsilon) \delta_L g_{L'} G(\varepsilon), \quad (3.2)$$

$\delta_L g_{L'}$ — вариация амплитуды рождения фонона L в поле фонона L' . Подставляя (3.2) в (3.1), получаем выражение для $M_{LL'}$ (в символическом виде)

$$M_{LL'} = V^0 G g_L G g_{L'} G + V^0 G G \delta_L g_{L'}, \quad (3.3)$$

где G — одночастичная ФГ, величина $\delta_L g_{L'}$ изображается кружком с двумя фононами и представляют собой амплитуду взаимодействия фонона с квазичастицей. Величина g_L изображается, как принято [1], кружком с тремя короткими концами и является амплитудой рождения фонона L .

Выражение для $\delta_L g_{L'}$ находится вариацией уравнения [1]

$$g_L = F A g_L \quad (3.4)$$

в поле фонона L' [22]:

$$\delta_L g_{L'} = (\delta_L F) A g_{L'} + F (\delta_L A) g_{L'} + F A \delta_L g_{L'}. \quad (3.5)$$

Поскольку второй затравочный член в интегральном уравнении (3.5) имеет много общего с первым членом в выражении (3.3), имеет смысл преобразовать (3.3) так, чтобы "объединить" оба указанных слагаемых в (3.5) и (3.3). Итерируя уравнение для $\delta_L g_{L'}$ по эффективному взаимодействию F , нетрудно получить следующее выражение для $\delta_L g_{L'}$:

$$\delta_L g_{L'} = \Gamma (\delta_L A) g_{L'} + (\delta_L \Gamma) A g_{L'}, \quad (3.6)$$

где величины Γ и $\delta_L \Gamma$ удовлетворяют интегральным уравнениям [22]:

$$\Gamma = F + F A \Gamma, \quad (3.7)$$

$$\delta_L \Gamma = \delta_L F + F A \delta_L \Gamma. \quad (3.8)$$

Подставим (3.6) в (3.3) и, с учетом (3.7) и (3.8), воспользуемся соотношением между амплитудой Γ и вершиной V [1],

$$V = V^0 + \Gamma A V^0. \quad (3.9)$$

Объединяя с помощью (3.9) второй свободный член в (3.5) с соответствующим слагаемым в (3.6), получим окончательное выражение:

$$M_{LL'} = V G G G g_L g_{L'} + V G G \delta_L F G G g_{L'}, \quad (3.10)$$

которое представлено на Рис. 3.1 (в формулах мы нигде не выписываем слагаемые, отличающиеся направлением стрелок). В явном виде формула (3.10) имеет вид

$$M_{LL'} = \sum_{123} V_{12} A_{123}^{(1)} g_{31}^L g_{23}^{L'} + \sum_{1234} V_{12} A_{12} \delta_L F_{1234} A_{34} g_{43}^{L'}, \quad (3.11)$$

где A_{12} — частично-дырочный пропагатор ТКФС и $A_{123}^{(1)}$ имеет вид

$$A_{123}^{(1)}(\omega_L, \omega_{L'}) = \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_L) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} =$$

$$\frac{(1 - n_1)(1 - n_2)n_3 - n_1n_2(1 - n_3)}{(\varepsilon_{31} - \omega_L)(\varepsilon_{32} - \omega_{L'})} + \frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \times$$

$$\times \left[\frac{n_1(1 - n_2)(1 - n_3) - (1 - n_1)n_2n_3}{\varepsilon_{13} + \omega_L} - \frac{(1 - n_1)(1 - n_3)n_2 - (1 - n_2)n_1n_3}{\varepsilon_{23} + \omega_{L'}} \right], \quad (3.12)$$

при этом

$$A_{123}^{(2)}(\omega_L, \omega_{L'}) = A_{123}^{(1)}(-\omega_{L'}, -\omega_L), \quad (3.13)$$

где $A_{123}^{(2)}(\omega_L, \omega_{L'})$ отличается от $A_{123}^{(1)}(\omega_L, \omega_{L'})$ другим направлением стрелок.

Первые слагаемые в (3.10) и (3.11) совпадают с результатом Шпета [77], вторые — являются обобщением этой работы на случай учета величины $\delta_L F$, т.е. изменения эффективного частично-дырочного взаимодействия F в поле фонона L .

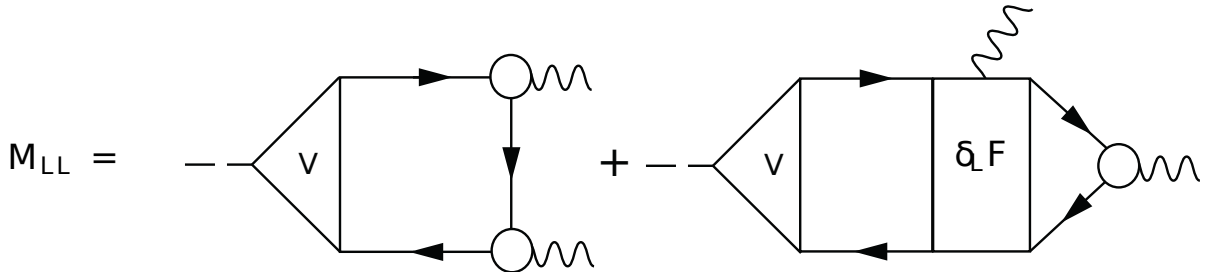


Рис. 3.1. Графическое изображение матричного элемента M_{LL} уравнение (3.10).

Для эффективного взаимодействия ТКФС $\mathcal{F}(\rho)$, зависящего от плотности, можно использовать следующее выражение [8, 22]:

$$\delta_L \mathcal{F}(\mathbf{r}) = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \rho_L^{tr}(r) Y_{LM}(\mathbf{n}), \quad (3.14)$$

где $\rho_L^{tr} = Ag_L$ — переходная плотность для возбужденных фононов. Первый член уравнения (3.10) совпадает с результатом работ [72, 77], в то время как второй — с величиной $\delta_i \mathcal{F}$ — является обобщением результата в [77].

Случай статического момента возбужденного состояния соответствует $\omega = 0$ и $\omega_L = \omega_{L'}$. В частности, квадрупольный момент возбужденного состояния L определяется следующим образом:

$$Q = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle II|M|II \rangle, \quad (3.15)$$

с функциями V и g в следующем виде:

$$V(\mathbf{r}) = V(r)Y_{20}, \quad (3.16)$$

$$g^L(\mathbf{r}) = g(r)Y_{LM}, \quad (3.17)$$

где I величина момента рассматриваемого возбужденного состояния.

Величина частично-дырочного пропагатора в случае $\omega = 0$ зависит только от ω_L и матричный элемент M_{LL} содержит сумму $A_{123}^{(1)}(\omega_L) + A_{123}^{(1)}(-\omega_L)$, но как можно заметить, в выражении (3.12) появляется неопределенность вида $0/0$ при $1 = 2$, поэтому этот случай рассматривался отдельно. После раскрытия неопределенность вида $0/0$, для A получаем следующие выражения:

$$A_{113}^{(1)} = \frac{n_3 - n_1}{(\epsilon_{31} - \omega_L)^2}, \quad A_{113}^{(2)} = \frac{n_3 - n_1}{(\epsilon_{31} + \omega_L)^2}. \quad (3.18)$$

Суммируя по все квантовым числам m_1, m_2, m_3 , получаем следующее выражение для матричного элемента M_{LL} :

$$M_{LL} = (-1)^{L+1} \begin{pmatrix} I & L & L \\ 0 & L & -L \end{pmatrix} \sum_{123} \left\{ \begin{matrix} I & L & L \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} \\ \times \langle 1 || V || 2 \rangle \langle 3 || g_L || 1 \rangle \langle 2 || g_L || 3 \rangle \left[A_{123}^{(1)}(\omega_L) + A_{123}^{(2)}(-\omega_L) \right], \quad (3.19)$$

где приведенные матричные элементы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\langle 1 \| V \| 2 \rangle &= \langle 1 \| Y_L \| 2 \rangle \int_{R_1}^{R_2} R_1^*(r) V(r) R_2(r) dr, \\
\langle 3 \| g_L \| 1 \rangle &= \langle 3 \| Y_L \| 1 \rangle \int_{R_3}^{R_1} R_3^*(r) g_L(r) R_1(r) dr, \\
\langle 1 \| Y_L \| 2 \rangle &= \frac{(-1)^{j_2+L+1/2}}{2\sqrt{\pi}} [(2l_1+1)(2L+1)(2l_2+1)(2j_1+1)(2j_2+1)]^{1/2} \times \\
&\quad \times \begin{pmatrix} l_1 & L & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I_s & L & I_s \\ j_2 & j_3 & j_1 \end{Bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.20}$$

а величина $(A^{(1)} + A^{(2)})$:

$$A_{123}^{(1)}(\omega_L) + A_{123}^{(1)}(-\omega_L) = (1 - \delta_{12}) \frac{2}{\epsilon_{12}} \left[\frac{n_{13}\epsilon_{13}}{\epsilon_{13}^2 - \omega_L^2} - \frac{n_{23}\epsilon_{23}}{\epsilon_{23}^2 - \omega_L^2} \right] + \delta_{12} \frac{2n_{31}(\epsilon_{31}^2 + \omega_s^2)}{(\epsilon_{31}^2 - \omega_L^2)^2}. \tag{3.21}$$

Основное различие между выражением (3.11) и более ранними подходами состоит в том, что вместо внешнего (или затравочного) поля $e_q V^0$, которое используется в случае МХФ, берется эффективное поле V . Первый член в правой части в (3.12) соответствует известному случаю с $V = e_q V^0$. Заметим, что это утверждение может быть доказано, если использовать свойство $n_i = n_i^2$, что справедливо только для магических ядер. Необходимо обобщить этот подход на случай ядер со спариванием.

3.2. Обобщение на случай ядерного спаривания

В случае ядер со спариванием необходимо использовать четыре функции Грина ($G, G^h, F^{(1)}, F^{(2)}$) [1]:

$$G_\lambda(\varepsilon) = G_\lambda^h(-\varepsilon) = \frac{u_\lambda^2}{\varepsilon - E_\lambda + i\delta} + \frac{v_\lambda^2}{\varepsilon + E_\lambda - i\delta}, \quad (3.22)$$

$$F_\lambda^{(1)}(\varepsilon) = F_\lambda^{(2)}(\varepsilon) = -\frac{\Delta_\lambda}{2E_\lambda} \left(\frac{1}{\varepsilon - E_\lambda + i\delta} + \frac{1}{\varepsilon + E_\lambda - i\delta} \right),$$

где $u_\lambda^2 = 1 - v_\lambda^2 = (E_\lambda + \varepsilon_\lambda)/2E_\lambda$, $E_\lambda = \sqrt{\varepsilon_\lambda^2 + \Delta_\lambda^2}$, $\lambda = \{n, l, j\}$, $\delta \rightarrow +0$, Δ_λ — величина щели, которая находится из решения уравнения для щели. Для описания фононов следует учитывать полный набор уравнений КМХФ, которые включают в себя ph , hp , pp и hh -каналы и четыре эффективных поля: $V, V^h, d^{(1)}$ и $d^{(2)}$ соответственно [1]. Так как pp и hh - каналы дают маленький вклад в случае первого 2^+ уровня [34], то можно не учитывать эти каналы и соответственно поля $d^{(1)}$ и $d^{(2)}$. Для случая ядер со спариванием получается восемь слагаемых для матричного элемента $M_{LL'}^{(i)}$, вместо одного, как в уравнении (3.10) и восемь интегралов от трех функций Грина $A_{123}^{(i)pair}$, где $i = 1 - 8$ (см. Приложение). Слагаемые для матричных элементов $M_{LL'}^{(i)}$, $i = 1, 5$ приведены на рис. 3.2.

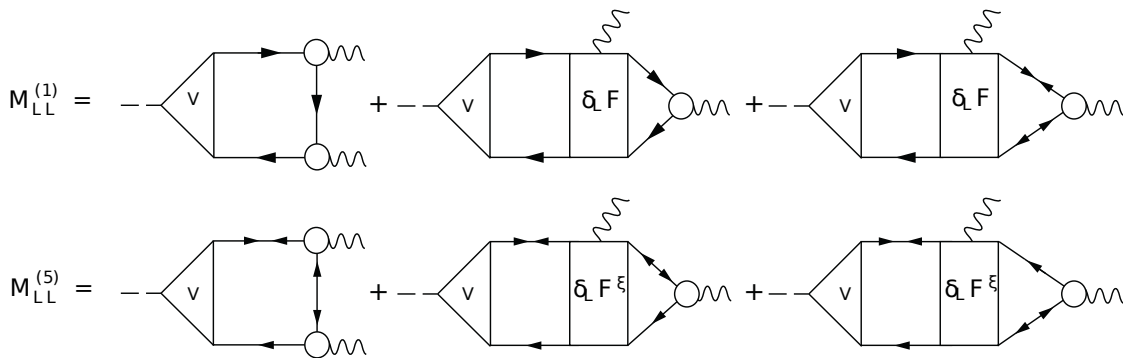


Рис. 3.2. Матричные элементы $M_{LL'}^{(1)}$ и $M_{LL'}^{(5)}$ для ядер со спариванием.

Окончательно формула для статического момента M_{LL} возбужденного состояния имеем вид:

$$M_{LL} = \sum_{123} (-1)^{L+1} \begin{pmatrix} I & L & L \\ 0 & L & -L \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I & L & L \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{Bmatrix} \times \langle 1 \| V \| 2 \rangle \langle 3 \| g_L \| 1 \rangle \langle 2 \| g_L \| 3 \rangle \sum_{i=1}^8 A_{123}^{(i)\text{pair}}, \quad (3.23)$$

где

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^8 A_{123}^{(i)\text{pair}} = \\ & = \left(\frac{1}{(\omega_L + E_{13})(\omega_L + E_{23})} + \frac{1}{(\omega_L - E_{13})(\omega_L - E_{23})} \right) \\ & \quad \times \left[u_1^2 u_2^2 v_3^2 - v_1^2 v_2^2 u_3^2 + \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) + \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \right] + \\ & \quad \frac{1}{E_{12}} \left[\frac{2E_{23}(u_1^2 u_3^2 v_2^2 - v_1^2 v_3^2 u_2^2)}{E_{23}^2 - \omega_L^2} + \frac{2E_{13}(u_2^2 u_3^2 v_1^2 - v_2^2 v_3^2 u_1^2)}{E_{13}^2 - \omega_L^2} \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{\Delta_1 \Delta_2}{2E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) + \frac{\Delta_1 \Delta_3}{2E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\Delta_2 \Delta_3}{2E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \right] \left(\frac{E_{13}}{E_{13}^2 - \omega_L^2} + \frac{E_{23}}{E_{23}^2 - \omega_L^2} \right). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Здесь $E_{12} = E_1 + E_2$, $E_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \mu)^2 + \Delta_1^2}$, и нижний индекс $1 = (n_1, l_1, j_1)$ — набор одночастичных квантовых чисел для сферических ядер.

Сравним это с методом КМХФ. Мы имеем в виду обычную схему [19], в которой используются одночастичные волновые функции КМХФ для матричных элементов между двумя возбужденными состояниями. В работе [19] выражение для величины $B(E2)$ было получено с использованием "голового" затравочного внешнего поля V^0 и волновых функций КМХФ без учета pp и hh-каналов. Содержимое в первых квадратных скобках в первой половине уравнения (3.24) полностью совпадают с множителем $v_{12}^- u_{23}^+ u_{31}^+$ в работах [17, 19]. Таким образом, первая половина выражения (3.24) соответству-

ет выражению $v_{12}^-(\psi_{23}\psi_{31} + \phi_{23}\phi_{31})$ в работе [19], т.к. фононные амплитуды ψ_{12} и ϕ_{12} по определению содержат знаменатели $(E_{12} - \omega_L)$ и $(E_{12} + \omega_L)$ соответственно. Поэтому вторая половина уравнения (3.24), которая содержит общий множитель $1/E_{12}$ – обобщает обычный КМХФ подход. Эта часть уравнения (3.24) описывает вклад корреляций в основное состояние (КОС) (так называемые "графики идущие назад") на рис. 3.2 с интегралами от трех функций Грина ("треугольники"). Вклад таких корреляций обсуждается далее. Вторым обобщением является появление эффективного поля V , которое зависит в общем виде от частоты $\omega = \omega_L \pm \omega'_L$, вместо внешнего поля V^0 , которое не зависит от частоты. Слагаемые с $\delta_L \mathcal{F}$ и $\delta_L \mathcal{F}^\xi$ – третье обобщение в подходе КМХФ. Заметим, что эти слагаемые с $\delta_L \mathcal{F}$ и $\delta_L \mathcal{F}^\xi$ также отсутствуют в работах [72–75, 77].

В рассматриваемой задаче слагаемые с $\delta_L \mathcal{F}$ и $\delta_L \mathcal{F}^\xi$ на рис. 3.2 содержат производную от взаимодействия по плотности, которые получаются из выражения (3.14):

$$M_{\text{ddf}} = C_{IL} \int \delta \rho_{\text{st}}(r) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho}(r) (\rho_L^{\text{tr}}(r))^2 d^3 r, \quad (3.25)$$

$$C_{IL} = \frac{1}{2} (-1)^L (2L+1)(2I+1) \begin{pmatrix} I & L & L \\ 0 & L & -L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & L & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.26)$$

где переходная плотность $\rho_L^{\text{tr}} = \mathcal{L}(\omega_L) g_L$, $\delta \rho_{\text{st}} = \mathcal{L}(0) V$, $\mathcal{L} = \int (GG - F^{(1)} F^{(2)}) d\varepsilon / 2\pi i$.

Таким образом, проблема расчета квадрупольных моментов 2_1^+ уровней связана с задачей изучения энергий 2_1^+ уровней и $E2$ переходов в основное состояние. Для расчета этих величин мы используем последовательный метод (К)МХФ, который содержит только двухквазичастичные возбуждения. Фононная связь изменяет распространение и взаимодействие квазичастиц. Последовательная теория этих ангармонических поправок к КМХФ – трудна, т.к. это требует включение самосогласования вне вкладов (К)МХФ

и тэдпола. Реализация этой задачи выходит за рамки этой работы. В нашем случае все выражения содержат динамические величины, полученные только с использованием (К)МХФ и поэтому они полностью самосогласованы.

3.3. Статические квадрупольные моменты возбужденных 2_1^+ состояний в изотопах олова и свинца, анализ различных эффектов

Квадрупольный момент возбужденного состояния L – равен матричному элементу M_{LL} , выражение (3.23), $I = 2$, $V^0(\mathbf{r}) = e_q r^2 Y_{20}(\mathbf{n})$ и $e_q^n = 1$, $e_q^p = 0$. В работе [32] обсуждалась проблема расчета квадрупольного момента первого 3_1^- – состояния ^{208}Pb без учета членов с $\delta_L \mathcal{F}$ и $\delta_L \mathcal{F}^\xi$.

В настоящем параграфе рассчитаны квадрупольные моменты первых 2^+ – состояний в изотопах олова и свинца в соответствии с выражениями (3.23) – (3.26) в λ - представление с использованием самосогласованных одночастичных волновых функций ϕ_λ , полученных с помощью метода ЭФП [6] с функционалом DF3-а [46]. Для моделирования одночастичного континуума использовался сферический ящик с радиусом $R = 16$ фм. Была исследована зависимость результатов от энергии обрезания E_{max} и найдено, что значение $E_{max} = 100$ МэВ обеспечивает точность 1 %. Для расчета величин V и g_L были использованы результаты работы [34], где все расчеты были сделаны в координатном представлении и использовался ЭФП с параметрами DF3-а, как и в данных расчетах для матричного элемента M_{LL} . Таким образом, одночастичный континуум учитывается адекватно в данных расчетах. Вклад слагаемого с M_{ddf} в выражение (3.25) оказалось довольно небольшим, $Q_{fdd} = -(0,001 - 0,03)$ барн. Однако в случае, когда Q^n и Q^p почти компенсируют друг друга, например, в ^{118}Sn и ^{122}Sn , эти поправки важны. Слагаемое с $\delta_L \mathcal{F}^\xi$ содержит аномальный аналог величин $\delta\rho_{st}$ и $\delta\rho_L^{tr}$, которые малы [34].

Результаты расчетов приведены в табл. 3.1 и на рис. 3.3 и 3.4. За исключением ядер ^{112}Sn и ^{208}Pb , получено разумное согласие с экспериментальными данными [23]. Вклад корреляций в основном состоянии в выражение (3.24) оказался весьма большим. Довольно часто он больше, чем 50-60

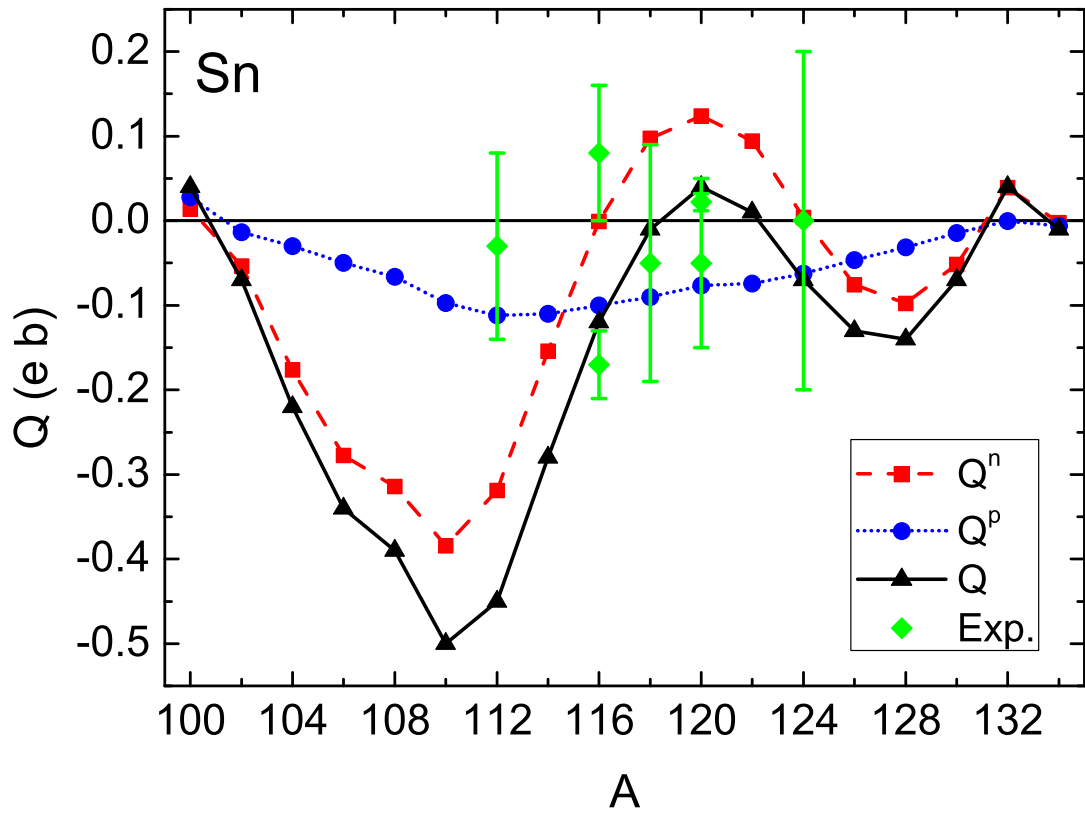


Рис. 3.3. Квадрупольные моменты первых 2^+ возбужденных состояний в четных изотопах Sn.

% от всего вклада "треугольника" Q_{tot} (колонка $Q(GSC=0)$). Обычное КМ-ХФ ($GSC=0$ и $V = V^0$), см. последнюю колонку в табл. 3.1, дает результаты значительно ниже величины Q_{tot} .

Таблица 3.1

Квадрупольные моменты Q (е b) первых 2^+ состояний в изотопах Sn и Pb. (Q^n и Q^p – соответственно вклад нейтронной и протонной части в "треугольную" диаграмму, $Q_{\text{tot}}=Q^n+Q^p+Q_{\text{ddf}}$, Q_{QRPA} , – вклад КМХФ, Q_{GSM} – вклад КОС, Q_V – вклад эффективного поля).

Ядро	Q^n	Q^p	Q_{tot}	Q_{exp}	Q_{QRPA}	Q_{GSC}	Q_V
^{100}Sn	0.01	0.03	0.04	–	0.017	-0.01	0.03
^{102}Sn	-0.05	-0.01	-0.07	–	-0.001	-0.05	-0.02
^{104}Sn	-0.18	-0.03	-0.22	–	-0.001	-0.14	-0.08
^{106}Sn	-0.28	-0.05	-0.34	–	-0.002	-0.21	-0.13
^{108}Sn	-0.31	-0.07	-0.39	–	-0.002	-0.25	-0.14
^{110}Sn	-0.38	-0.10	-0.50	–	-0.003	-0.33	-0.17
^{112}Sn	-0.32	-0.11	-0.45	-0.03(11)	-0.003	-0.30	-0.15
^{114}Sn	-0.15	-0.11	-0.28	0.32(3), 0.36(4)	-0.004	-0.19	-0.09
^{116}Sn	0.00	-0.10	-0.12	-0.17(4), +0.08(8)	-0.003	-0.09	-0.03
^{118}Sn	0.10	-0.09	-0.01	-0.05(14)	-0.003	-0.02	0.01
^{120}Sn	0.12	-0.08	0.04	+0.022(10), -0.05(10)	-0.003	0.01	0.03
^{122}Sn	0.09	-0.07	0.01	-0.28 < Q $Q < +0.14$	-0.003	-0.01	0.02
^{124}Sn	0.00	-0.06	-0.07	0.0(2)	-0.003	-0.06	-0.01
^{126}Sn	-0.08	-0.05	-0.13	–	-0.002	-0.09	-0.04
^{128}Sn	-0.10	-0.03	-0.14	–	-0.002	-0.09	-0.05
^{130}Sn	-0.05	-0.01	-0.07	–	-0.001	-0.04	-0.03
^{132}Sn	0.04	0.00	0.04	–	0.015	-0.01	0.04
^{134}Sn	0.00	-0.01	-0.01	–	-0.001	-0.01	0.00
^{190}Pb	-0.60	-0.29	-0.92	–	-0.008	-0.62	-0.29
^{192}Pb	-0.77	-0.35	-1.15	–	-0.008	-0.77	-0.37
^{194}Pb	-0.90	-0.39	-1.31	–	-0.008	-0.87	-0.43
^{196}Pb	-0.85	-0.38	-1.26	–	-0.008	-0.84	-0.41
^{198}Pb	-0.67	-0.35	-1.05	–	-0.008	-0.70	-0.34
^{200}Pb	-0.27	-0.23	-0.52	–	-0.006	-0.35	-0.16
^{202}Pb	0.02	-0.15	-0.15	–	-0.005	-0.12	-0.03
^{204}Pb	0.18	-0.07	0.10	+0.23(9)	-0.003	0.04	0.06
^{206}Pb	0.11	-0.02	0.09	+0.05(9)	-0.002	0.03	0.06
^{208}Pb	0.01	0.04	0.05	-0.7(3)	0.043	-0.02	0.03

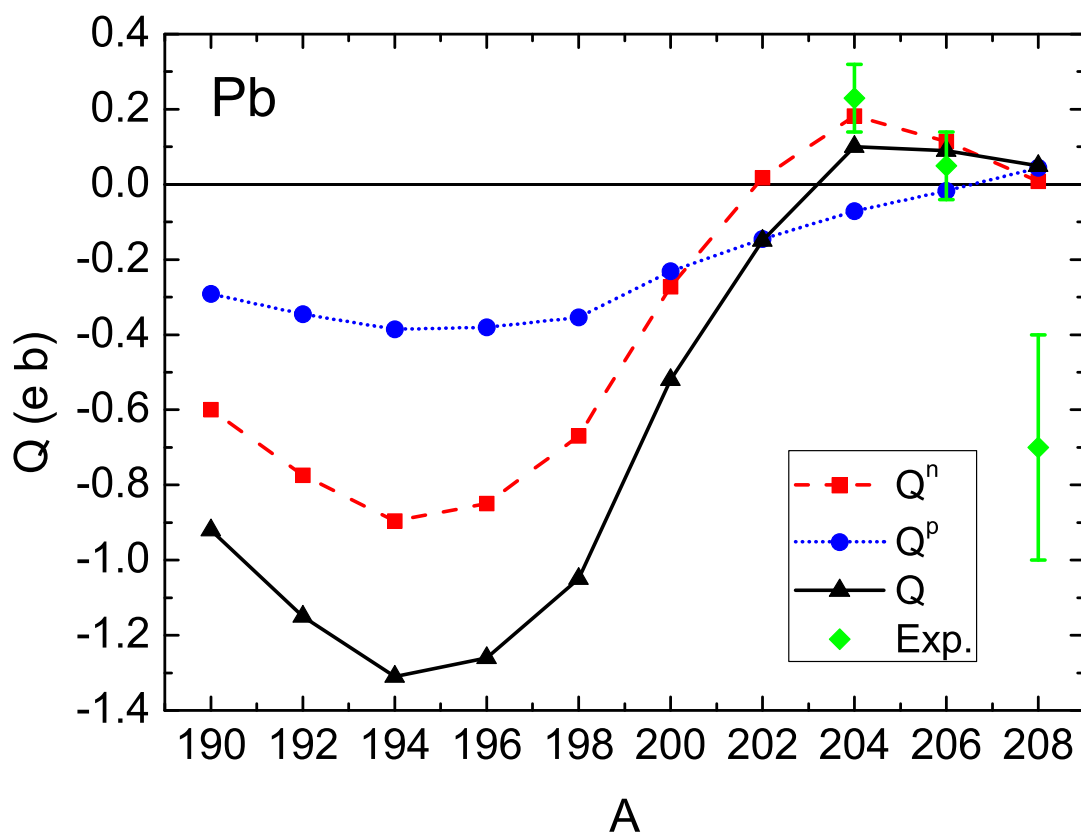


Рис. 3.4. Квадрупольные моменты первых 2^+ возбужденных состояний в четных изотопах Pb.

3.4. Заключение

В данной главе сформулирован и реализован метод для описания статического момента возбужденных состояний, которые сами описываются с помощью (К)МХФ. Метод учитывает все g^2 -члены в магических и полумагических ядрах. Выполнен самосогласованный расчет статических квадрупольных моментов первых 2^+ состояний для изотопов Sn и Pb, в котором использовались известные параметры ЭФП DF3-a. За исключением случаев с ^{112}Sn и ^{208}Pb , было получено разумное согласие с экспериментальными данными. В наших расчетах получено заметное отличие от традиционного КМХФ подхода, а именно показано, что величина квадрупольных моментов в возбужденном 2_1^+ состоянии в магических и полумагических ядрах складывается из двух примерно одинаковых по величине эффектов: корреляций

в основном состоянии (КОС) и эффекта ядерной среды, т. е. отличия эффективного поля V от затравочного поля $e_q V^0$. В расчетах обнаружен необычно большой вклад корреляций в основном состоянии в величине $Q(2_1^+)$. Появились новые члены с $\delta_L \mathcal{F}$ и $\delta_L \mathcal{F}^\xi$, которые содержат производные по плотности как от ph , так и от pp эффективных взаимодействий. В рассматриваемой задаче их вклад оказался, как правило, достаточно малым. Однако для последовательности эти члены должны были быть включены. Все эти результаты получены впервые.

Используя самосогласованный метод, который не содержит новых параметров, было также предсказано значение квадрупольных моментов первых 2^+ состояний в нескольких нестабильных изотопах олова и свинца, включая ядра ^{100}Sn и ^{132}Sn .

Обнаружено, что статический квадрупольный момент первого 2^+ состояния в обоих случаях мал в начале оболочки. Для изотопов с незаполненными оболочками квадрупольный момент в среднем гораздо больше. Однако, вследствие нейтронной компоненты функция $Q(A)$ довольно нерегулярная, особенно для цепочек изотопов олова. В левой части рис. 3.3, нейтронная и протонная компоненты — одного и того же знака, что приводит к большой абсолютной величине $Q(2_1^+)$. В правой части рис. 3.3 квадрупольный момент близок к нулю, потому что два слагаемых суммы $Q = Q^p + Q^n$ компенсируют друг друга. В цепочке изотопов свинца рис. 3.4, ситуация подобна, но менее выражена. Подобное поведение, вероятно, может иметь место и в других цепочках.

Глава 4. Квазичастично-фононное взаимодействие в обобщенной и стандартной теории конечных ферми-систем

Как говорилось во Введении, в приближении g^2 в рамках метода ФГ была сформулирована микроскопическая модель для магических ядер, в которой в качестве подынтегрального выражения для пропагатора интегрального уравнения для вершины или матрицы плотности использовалось выражение, соответствующее графикам Фейнмана, изображенным на рис. 4.1. Здесь первое слагаемое соответствует методу МХФ, остальные содержат квадрат амплитуды рождения фонона g^2 (графики со "вставками" и "поперечным" фононом), сплошные кривые — ФГ, "очищенные" от вклада фононов, кружки — величины g . Мы будем называть это моделью 1. Основные идеи этого подхода были опубликованы в 1979 г. [29] одновременно и независимо от работы [79], в которой учитывались те же графики модели 1 в рамках ядерной теории поля и с самого начала использовалось фононное представление (эти два подхода сравнивались в работе [80]). Подробное изложение подхода с моделью 1 было дано в работе [29].

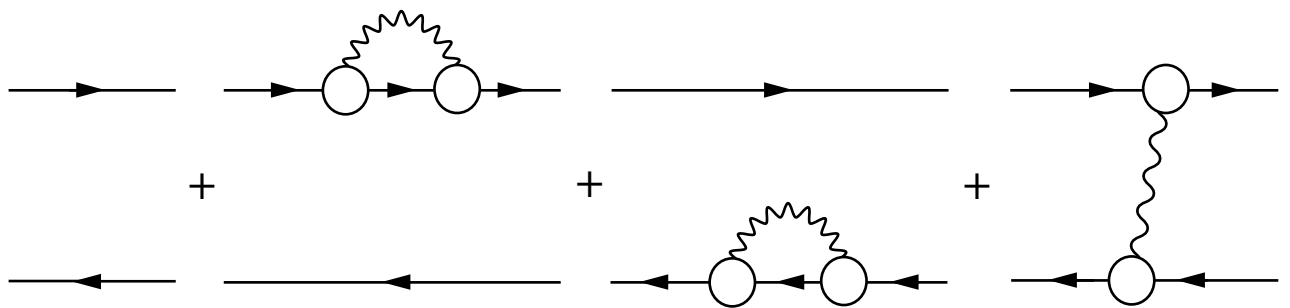


Рис. 4.1. Подынтегральное выражение для пропагатора упрощенной ОТКФС ("модель 1"). Сплошные линии — ФГ \tilde{G} , "очищенные" от вклада фононов, кружки — амплитуды рождения фонона g .

Модель 1 успешно применялась для объяснения изовекторных $M1$ -резонансов в магических ядрах [31, 81, 82]. Удалось понять причину "исчезновения" $M1$ -резонансов и количественно объяснить новые эксперименты. $M1$ -резонансы "исчезали", потому что они "размазывались" за счет включения КФВ, т.е. графиков с фононами в модели 1, и значения их характеристик оказались находящимися ниже порога чувствительности эксперимента того времени.

Недостатком модели 1 было наличие полюсов второго порядка в фононной части пропагатора, хотя на $M1$ -резонансах это практически не сказывалось.¹ Проблема заключалась в единообразном методе учета обоих типов графиков с фононами в модели 1, т.е. графиков со вставками и с "поперечным" фононом. После нескольких попыток [80, 84] преодолеть этот недостаток, когда рассматривались разумные, но весьма сложные варианты, в работе В. И. Целяева [85] было предложено приближение "временного блокирования" (ПВБ) ненужных диаграмм, которое позволило приближенно просуммировать по g^2 фононные диаграммы в модели 1, так что проблема полюсов второго порядка была математически корректно решена. Это приближение было названо автором методом хронологического расцепления диаграмм (МХРД), или, позднее, ПВБ. В работе [86] этот метод был естественно обобщен на случай спаривания и назван приближением квазичастичного временного блокирования (КПВБ). Как указывалось в [86], похожий метод временного блокирования в рамках метода ФГ был разработан ранее [87] и использовался в работах группы из ЮАР как для частично-дырочных (ph), так и для частично-частичных (pp) каналов уравнения Бете — Солпитера для двухчастичной ФГ [87, 88], т.е. так же как и в [85, 86]. Однако ни в модели 1, ни в методе КПВБ, так же как и в других подходах,

¹Однако в работе [83], где изучался гигантский дипольный резонанс при конечной температуре и учитывались графики модели 1 в рамках ядерной теории поля, были получены вполне разумные результаты.

учитывающих связь с фононами в динамических задачах, не учитывались эффекты тэдпола, которые обсуждаются в предыдущей главе.

В параграфе 4.1 рассматривается обобщение модели 1 на случай учета эффектов тэдпола, т.е. включение всех g^2 -членов в эту модель. Это улучшение должно быть применимо прежде всего для статических характеристик ядер, для которых вышеуказанный недостаток модели (1), связанный с полюсами второго порядка, не имеет значения. За основу рассмотрения возьмем простой метод, использованный в работах [29, 30], и обобщим его на случай учета тэдпола. В параграфе 4.2 рассматриваются простейшие оценки КФВ в квадрупольных моментах.

Материалы этой главы основаны на работах автора [33, 36]

4.1. Учет квазичастично-фононного взаимодействия в обобщенной теории конечных ферми-систем для магических ядер

Главная часть массового оператора одночастичной ФГ определяется средним полем $\varepsilon_\lambda = \tilde{\Sigma}_{\lambda\lambda}$. В приближении g^2 массовый оператор имеет вид

$$\Sigma(\varepsilon) = \tilde{\Sigma} + \delta^{(2)}\Sigma(\varepsilon), \quad (4.1)$$

где поправка второго порядка $\delta^{(2)}\Sigma(\varepsilon)$ по амплитуде g содержит два слагаемых (см. рис. 1):

$$\delta^{(2)}\Sigma(\varepsilon) = M(\varepsilon) + K. \quad (4.2)$$

Здесь полюсное слагаемое M зависит от ε , K — фононный тэдпол, который не зависит от ε ,

$$K = \int D\delta_{Lg_L} \frac{d\omega}{2\pi i}, \quad (4.3)$$

где D — ФГ фонона, δ_{Lg_L} — амплитуда взаимодействия частицы с фононом (3.5) для случая $L = L'$ [22]. В приближении g^2 ФГ имеет вид

$$G = \tilde{G} + \tilde{G}(M + K)G \approx \tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G} \quad (4.4)$$

и содержит одночастичную ФГ \tilde{G} , которая уже "очищена" от эффектов КФВ:

$$\tilde{G} = G_0 + G_0 \tilde{\Sigma} \tilde{G}. \quad (4.5)$$

Уравнение для эффективного поля V , возникающего в ядре под действием внешнего поля V^0 , получается варьированием массового оператора Σ во внешнем поле: $V = V^0 + \delta\Sigma$ [1]. Тогда имеем

$$V = V^0 + \delta\tilde{\Sigma} + \delta M + \delta K, \quad (4.6)$$

где обозначение δ означает варьирование во внешнем поле (тогда как δ_L — это варьирование в поле фонона с индексом L). Как видно из (4.2) и (4.6), новизна по сравнению с [29, 30] заключается в появлении величины δK .

При вычислении вариации во внешнем поле величин $\tilde{\Sigma}$, M и K в (4.6) мы сделаем естественные приближения:

$$\delta F = 0, \quad \delta(\delta_L F) = 0. \quad (4.7)$$

Как показано в [30], величина δg , которая появляется в (4.6), в приближении $\delta U = 0$ (где U — амплитуда взаимодействия, неприводимая в 1р1h-канале [1]), имеет вид

$$\delta g = \Gamma \delta(\tilde{G}\tilde{G})g. \quad (4.8)$$

По причинам, описанным в этом разделе ниже, мы не будем учитывать член δg . Далее, используя (4.4), (4.5) и соотношения из [30] для $\delta\tilde{\Sigma}$, δG , $\delta\tilde{G}$ (с обобщением на случай добавления тэдпола K):

$$\delta\tilde{\Sigma} = \bar{U}\delta G, \quad (4.9)$$

$$\delta G = GVG \approx [\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G}\tilde{G}]V, \quad (4.10)$$

$$\delta\tilde{G} = -\tilde{G}\delta\tilde{G}^{-1}\tilde{G} = -\tilde{G}[G_0^{-1} - \tilde{\Sigma}]\tilde{G} = \tilde{G}[V^0 + \bar{U}\delta G]\tilde{G}, \quad (4.11)$$

получаем для $\delta\tilde{\Sigma}$ и δM в приближении g^2

$$\delta\tilde{\Sigma} = \bar{U}[\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G}\tilde{G}]V, \quad (4.12)$$

$$\delta M = \delta(gD\tilde{G}g) \approx gD\delta\tilde{G}g \approx gD[\tilde{G}(V^0 + \bar{U}\tilde{G}\tilde{G}V)\tilde{G}]g. \quad (4.13)$$

Здесь \bar{U} — амплитуда нового эффективного взаимодействия, неприводимая как в 1р1h-, так и 1р1h \otimes фонон-каналах [30]. ФГ фонона D не варьировалась во внешнем поле, поскольку δD уже содержит g^2 и входит вместе с g^2 в массовый оператор M , т. е. слагаемое с δD в M имеет порядок g^4 . В (4.10), (4.12) и в дальнейшем для простоты не выписывается слагаемое, соответствующее графику со вставками M и K на другой компоненте промежуточной 1р1h-пары.

Найдем величину δK . Используя выражение (3.6) для $\delta_L g_L$ и не учитывая, как говорилось выше, член δD , имеем:

$$\delta K = \int \frac{d\omega}{2\pi i} D\delta(\delta_L g_L) = \int \frac{d\omega}{2\pi i} D\delta[\Gamma\delta_L A g_L + \delta_L \Gamma A g_L]. \quad (4.14)$$

Далее, используя приближения (4.7) и варьируя во внешнем поле уравнения (3.7) и (3.8), нетрудно получить для величин $\delta\Gamma$ и $\delta(\delta_L \Gamma)$, входящих в (4.14):

$$\delta\Gamma = \Gamma\delta A\Gamma, \quad (4.15)$$

$$\delta(\delta_L \Gamma) = \delta_L \Gamma\delta A\Gamma = \Gamma(\delta A)\delta_L \Gamma, \quad (4.16)$$

после чего находим выражение для δK , графически представленное на рис. 4.3 (не выписаны слагаемые, содержащие δg):

$$\begin{aligned} \delta K &= \int \frac{d\omega}{2\pi i} D[\delta\Gamma\delta_L A g + \Gamma\delta(\delta_L A)g + \delta(\delta_L \Gamma)A g_L + \delta_L \Gamma\delta A g_L] = \\ &= \int \frac{d\omega}{2\pi i} D\Gamma\delta A[\Gamma\delta_L A g + \delta_L \Gamma A g + \Gamma\delta(\delta_L A)g_L + \delta_L \Gamma\delta A g_L] = \\ &= \int D\frac{d\omega}{2\pi i} [\Gamma\delta A K + \Gamma\delta(\delta_L A)g_L + \delta_L \Gamma\delta A g_L]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

На рис. 4.3 штриховые линии означают действие внешнего поля на ФГ \tilde{G} , и, чтобы получить в δK (4.17) слагаемые, с полной вершиной V , необходимые для получения уравнения для V , надо использовать формулы (4.10), (4.11).

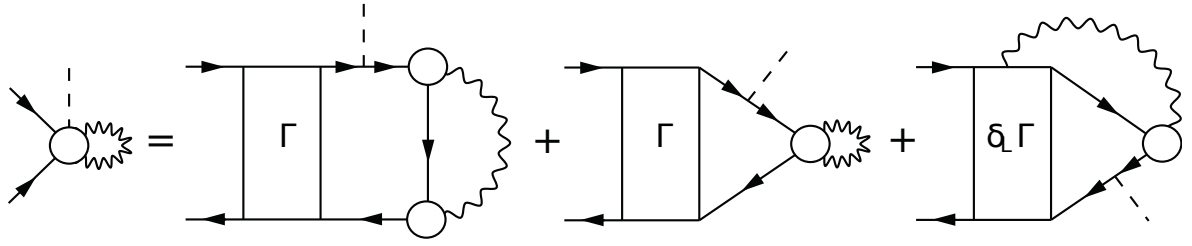


Рис. 4.2. Вариация тэдпола во внешнем поле (4.17). Штриховая линия — внешнее поле, которое действует на каждую из функций Грина \tilde{G} .

Как видно из (4.14) и (3.6), некоторые слагаемые, входящие в δK и в часть δM , содержащую δg (т.е. член $gD\tilde{G}\delta g$), содержат Γ и g^2 . Можно предполагать, что такое сочетание Γ и g^2 содержит g^4 , поскольку, если учитывать малое число фононов, то полюсная часть Γ пропорциональна g^2 [30]; во всяком случае, эти части выглядят весьма сложными и нуждаются в дальнейшем изучении. Поэтому на данном этапе мы не будем их выписывать и запишем уравнение для вершины V без этих слагаемых.² Подставляя в (4.6) выражения (4.12) для $\delta\tilde{\Sigma}$ и (4.13) δM , находим в g^2 -приближении окончательное уравнение для V :

$$\begin{aligned}
 V = V^0 + \bar{U}[\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G}\tilde{G}]V + gD\tilde{G}V^0\tilde{G}g + gD\tilde{G}\bar{U}\tilde{G}\tilde{G}V\tilde{G}g + \\
 (4.18) \\
 + \delta_L\Gamma\tilde{G}g\tilde{G}V^0\tilde{G} + \delta_L\Gamma\tilde{G}g\tilde{G}\tilde{G}\bar{U}\tilde{G}\tilde{G}V,
 \end{aligned}$$

которое графически представлено на рис. 4.4.

Теперь нетрудно найти уравнение для изменения матрицы плотности во внешнем поле:

$$\rho(\omega) = \int \delta G(\varepsilon, \omega) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \approx \int [\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G}\tilde{G}]V \frac{d\varepsilon}{2\pi i}. \quad (4.19)$$

Используя (4.6) и соотношение

$$\delta\tilde{\Sigma} = \bar{U} \int \delta G \frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \bar{U}\rho, \quad (4.20)$$

²Следует отметить, что в [30] было сохранено одно слагаемое, которое содержит Γ и g^2 . Оно было сведено к двух-фононному каналу и не использовалось в дальнейших расчетах.

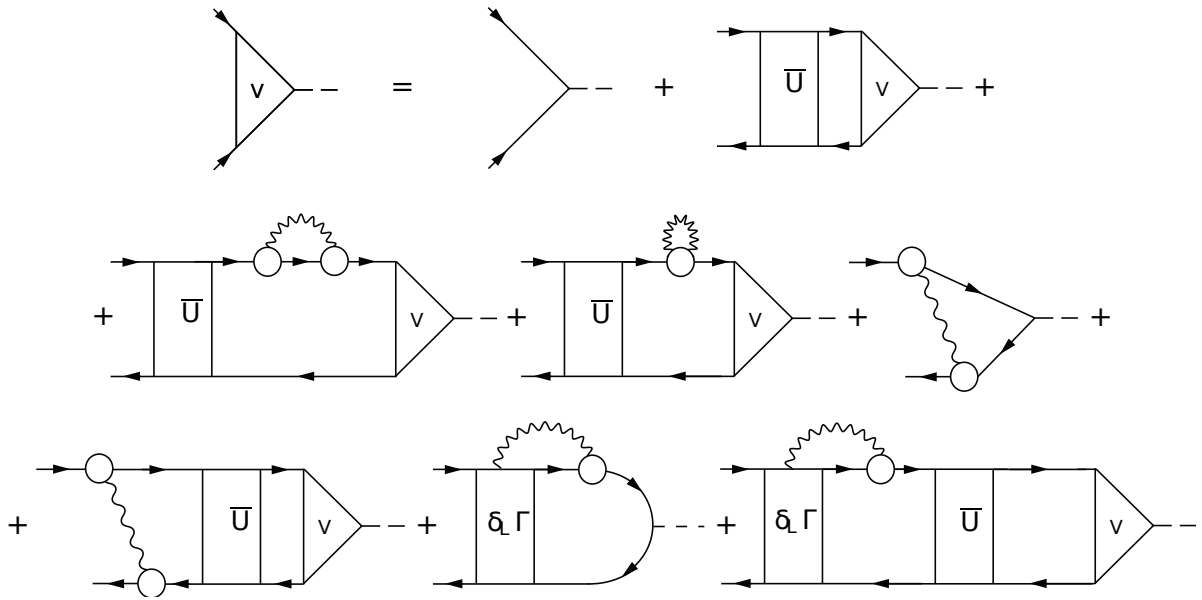


Рис. 4.3. Уравнение для вершины V (4.18).

окончательно получаем в g^2 -приближении

$$\rho_{12} = \sum_{3,4} A_{1234} V_{4,3}^0 + \sum_{3,4,5,6} A_{1234} \bar{U}_{3456} \rho_{65}, \quad (4.21)$$

где пропагатор A_{1234} имеет вид

$$A_{1234} = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \left[\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}M\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}\tilde{G}M\tilde{G} + \tilde{G}K\tilde{G}\tilde{G} + \tilde{G}\tilde{G}K\tilde{G} + \tilde{G}g\tilde{G}D\tilde{G}g\tilde{G} + \delta_L\Gamma\tilde{G}Dg\tilde{G}\tilde{G} \right]_{1234}. \quad (4.22)$$

Подынтегральная часть пропагатора A_{1234} показана на рис. 4.5.

Уравнения (4.18) для вершины и (4.21) для матрицы плотности во внешнем поле обобщают прежнюю модель 1 [30] на случай учета эффектов тэдпола, что отчетливо видно из сравнения рис. 1 и рис. 4.5. Поскольку они содержат полюсы второго порядка по энергии ω , то для расчета гигантских резонансов необходимо выполнить процедуру, видимо, аналогичную ПВБ [85]. Это большая, сложная и независимая задача. Однако для статических характеристик, где $\omega = 0$ и не решается задача на собственные значения, эти уравнения позволяют изучить влияние КФВ и, в частности, роль эффектов тэдпола.

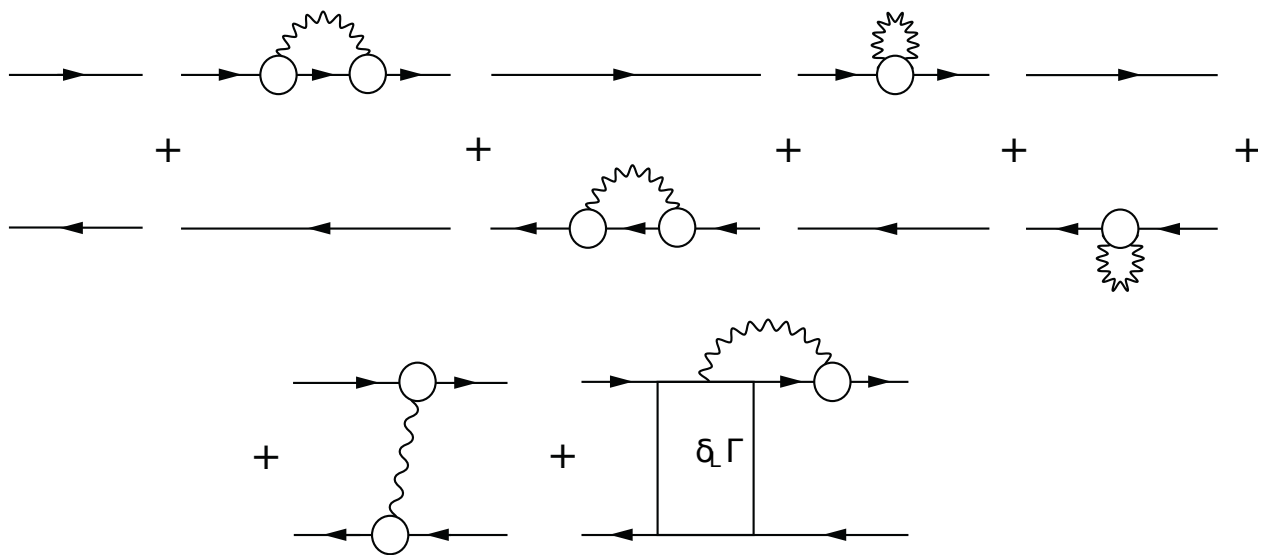


Рис. 4.4. Подынтегральное выражение пропагатора улучшенной ОТКФС (4.22), которое соответствует обобщению модели (1) (см. Рис. 1) на случай учета эффектов тэдпола.

В работе [85] процедура ПВБ была реализована без учета эффекта тэдпола, и было показано, что ее влияние для статических характеристик мало. Одна из причин этого, возможно, отсутствие учета эффектов тэдпола. Другая возможная причина — неполный учет связи с фононами, которые мы рассматриваем в следующем разделе 4.2 для статической задачи о квадрупольных моментах в основном состоянии.

4.2. Оценки вклада квазичастично-фононного взаимодействия в квадрупольные моменты нечетных ядер

Перед систематическим численным сравнением теории с экспериментальными данными для квадрупольных моментов необходимо оценить масштаб ожидаемых разногласий. Мы полагаем, что основные поправки к предсказаниям характеристик основного состояния и низколежащих возбуждений сферических ядер происходит от эффекта связи с фононами. В магических ядрах они связаны в основном с первым 3^- возбужденным со-

стоянием, в немагических – с первым 2^+ возбужденным состоянием. Если рассматривать полумагические ядра, то здесь, как правило, в рамках теории возмущений следует учитывать g^2 приближение, где g – вершина, содержащая эффект связи с фононами. Для магических ядер такая теория в рамках формализма функций Грина была разработана за пределами g^2 приближения [4, 85]. Здесь мы ограничимся простой оценкой эффектов, представленных на рис. 4.5 и 4.6, чтобы определить типичный размер эффекта. Легче оценить эти поправки в случае, когда нечетный нуклон входит в несверхтекучую подсистему. В этом случае, коэффициент Боголюбова в выражении (2.1) сводится к ± 1 и следует рассматривать только поправки к матричному элементу V_λ , выражение (2.2). Это поправки к волновым функциям $|\lambda \rangle$ и к эффективному полю. В первом случае $\delta Q_{ph}^{(1)}$ поправка к волновым функциям $|\lambda \rangle$ за счет L-фонона в основном распределена по состояниям $|L \otimes \lambda' \rangle$, которая легко выражается через Z-фактор одночастичной функции Грина: $V_\lambda \longrightarrow Z_\lambda V_\lambda$, где Z_λ – вычет от $G(\epsilon)$ при $\epsilon = \epsilon_\lambda$. Это соотношение следует из умножения каждой из двух волновых функций в уравнение (2.2) на $\sqrt{Z_\lambda}$. Более точно, мы имеем дело с членом от Z-фактора, относящегося к поправкам связи с фононами к массовому оператору $\delta \Sigma_{ph}(\epsilon) = - \int d\omega / (2\pi i) g D(\omega) g G(\epsilon - \omega)$, где $D(\omega)$ – фононная D-функция, или в явном виде $\delta Q_{ph}^{(1)} = Q_\lambda (Z_\lambda - 1)$.

Основная поправка к эффективному полю возникает из-за индуцированного взаимодействия gDg в ур. (1.14) вследствие обмена фононами. Поэтому мы имеем $\delta Q_{ph}^{(2)} = VGgDgG$. Эти две поправки, как правило, противоположного знака и частично компенсируют друг друга, см., например, обзор [4].

Для состояний, близких к поверхности Ферми, типичные значения для $Z_\lambda \simeq 0,9$ для магических ядер и $Z_\lambda \simeq 0,8 - 0,6$ в середине цепочки изотопов олова и свинца. Т.е. для ядра ^{118}Sn $Z(1g_{9/2}) = 0,579$ и $Z(2d_{5/2}) = 0,547$. Соответственно, мы получили для первой поправки связи с фононами в

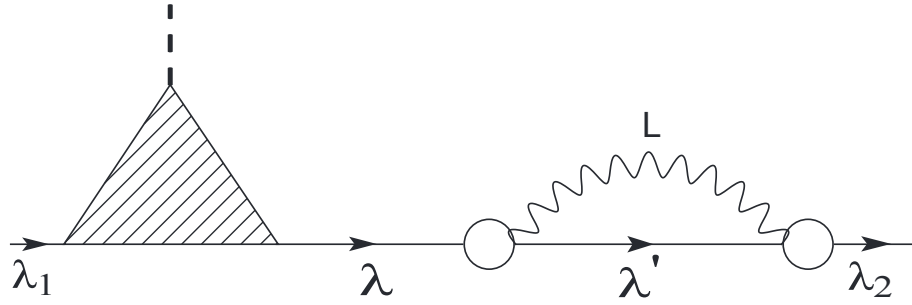


Рис. 4.5. График со "вставкой". Волнистая линия фоновая D -функция. Кружок — амплитуда рождения $g_L(\mathbf{r})$ L -фонона.

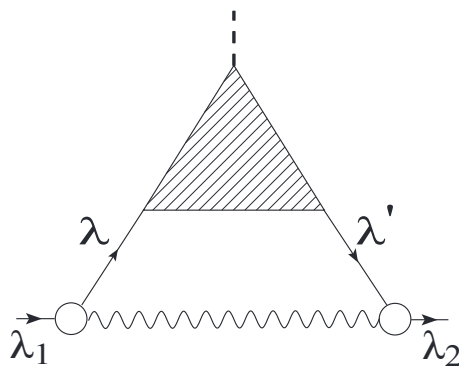


Рис. 4.6. Поправка за счет индуцированного взаимодействия.

нечетно-протонных соседях довольно высокие значения, $\delta Q_{ph}^{(1)} = -0,405$ барн для ^{117}In и $\delta Q_{ph}^{(1)} = 0,346$ барн для ^{119}Sb . Значения Q_λ , полученные в этих расчетах приведены в Таблице 2.1 и 2.2. Вторая поправка – противоположного знака, $\delta Q_{ph}^{(2)} = 0,411$ барн для ^{117}In и $\delta Q_{ph}^{(2)} = -0,251$ барн для ^{119}Sb . В первом случае поправки почти полностью компенсируют друг друга, сумма составляет только $\delta Q_{ph} = -0,006$ барн. Во втором случае сумма больше, $\delta Q_{ph} = 0,095$ барн, но уменьшение первой поправки так же значительное. Однако такая сильная компенсация, как в ^{117}In не типична, поэтому довольно разумно оценить δQ_{ph} как половину $\delta Q_{ph}^{(1)}$, $|\delta Q_{ph}| \simeq 0,1 - 0,2$ барн. Таким образом, представляется разумным оценить изучаемый эффект КФВ для квадрупольных моментов на уровне $\delta Q_{ph} \simeq 0,1 - 0,2$ барн (подробнее см. нашу работу [36])

4.3. Заключение

Получено обобщение упрощенного варианта ОТКФС, т. е. модели 1 для вершины и матрицы плотности на случай учета эффектов тэдпола. Эти результаты позволяют рассчитать, в частности, статистические моменты нечетных ядер и, по-видимому, изовекторные M1-резонансы в четно-четных ядрах с рассмотренным вариантом учета КФВ эффекта тэдпола. Наш вывод уравнений для вершины и матрицы плотности, который имел, скорее, схематический характер, показал, что численная реализация полученных результатов возможна, хотя и представляется весьма сложной.

Дополнительно к этому варианту учета КФВ были оценены два других эффекта КФВ порядка g^2 , представленных на диаграммах Фейнмана рис. 4.5 и 4.6, которые описывают усложнение одночастной волновой функции и дополнительное взаимодействие, обусловленное обменом фононов. Показано, что эти эффекты, как и следовало ожидать, имеют противоположный знак, но сокращение не является полным, так что следует ожидать поправку не более $\delta Q \simeq 0,1 - 0,2$ барн. Именно такое расхождение с экспериментом и представлено в Таблице 2.1 и 2.2, хотя в среднем она даже меньше.

Заключение

В настоящей работе использовалось единообразное самосогласованное микроскопическое описание характеристик основного и низколежащих возбужденных состояний магических и полумагических сферических ядер. Последовательно использовалось приближение параметра малости g^2 , применимое для таких ядер. Рассмотренный теоретический подход, в котором использовались только известные универсальные для всех ядер параметры функционала плотности, обладает значительной предсказательной силой, необходимой для описания нестабильных и нейтронно-обогащенных ядер, в частности, осколков деления.

Перечислим основные результаты, полученные в работе.

1. Впервые в рамках единого самосогласованного подхода и с использованием известного ЭФП Фаянса получено разумное согласие с имеющимися экспериментальными данными для квадрупольных моментов для 72 околомagicеских и полумагических нечетных ядер и предсказаны 20 неизвестных значений квадрупольных моментов нечетных ядер в основном состоянии.
2. С использованием рассчитанных значений квадрупольных моментов нечетных ядер в приближении отсутствия взаимодействия между нечетным нейтроном и нечетным протоном получено разумное согласие с экспериментальными данными и предсказаны квадрупольные моменты 14 нечетно-нечетных околомagicеских ядер в основном состоянии.
3. Впервые в рамках самосогласованной ТКФС и с использованием ЭФП Фаянса с известными параметрами получено разумное согласие с экспериментальными данными для квадрупольных моментов возбужденных 2_1^+ состояний четно-четных изотопов свинца и олова. Показано, что величина квадрупольного момента 2_1^+ состояния в четно-четных

ядрах определяется двумя, примерно одинаковыми по величине, эффектами корреляции в основном состоянии и эффектами ядерной среды.

4. Впервые изучены корреляции в основном состоянии ("графики идущие назад") происходящие от интегрирования трех (а не двух, как в обычном КМХФ) функций Грина. Показан их большой количественный вклад в рассматриваемой задаче.
5. Показана необходимость включения эффекта фононного тэдпола в проблеме дальнейшего развития ОТКФС.
6. Выполнена оценка возможной роли КФВ в рассмотренной задаче о квадрупольных моментах в нечетных ядрах. Показано, что изучаемый эффект складывается из двух противоположных по знаку величин, но сокращение не является полным и следует ожидать величину соответствующей поправки не более $\delta Q = 0,1 - 0,2$ барн для ядер с $Q \geq 0,4 - 0,5$ барн. Этот результат подтверждает правильность используемого метода для расчета квадрупольных моментов нечетных магических и полумагических ядер.
7. Подтверждена поверхностная природа ядерного спаривания в рассматриваемой задаче о расчете энергии первых 2^+ уровней четно-четных полумагических ядер.

Поскольку микроскопический подход учитывает специфику каждого ядра через его одночастичные и коллективные спектры, представляется целесообразным дальнейшее применение используемого метода для расчета характеристик ядерных реакций как для стабильных, так и для нестабильных ядер.

В заключение, хочу выразить глубокую благодарность моему научному С. П. Камерджиеву за постановку ряда задач, решенных в диссертации, полезные советы при обсуждении результатов и помощь в работе.

Я благодарен Э. Е. Саперштейну, С. В. Толоконникову, А. В. Авдеенкову, Н. А. Люторовичу, О. И. Ачаковскому за конструктивные обсуждения и помощь в работе.

Литература

1. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. — Москва : Наука, 1965. — 572 с.
2. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. — Москва : Наука, 1971. — 559 с.
3. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. — Москва : Мир, 1977. — 664 с. — т. 2.
4. Kamerdzhiev S., Speth J., Tertychny G. Extended theory of finite Fermi systems: collective vibrations in closed shell nuclei // Phys. Rep. — 2004. — Vol. 393. — P. 86.
5. Ring P., Shuc P. The Nuclear Many-Body Problem. — Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1980. — 718 p.
6. Fayans S. A., Tolokonnikov S. V., Trykov E. L., Zawischa D. Nuclear isotope shifts within the local energy-density functional approach // Nucl. Phys. A. — 2000. — Vol. 676. — P. 49–119.
7. Fayans S. A. Towards a universal nuclear density functional // JETP Letters. — 1998. — Vol. 68. — P. 169–174.
8. Khodel V. A., Saperstein E. E. Finite Fermi systems theory and self-consistency relations // Phys. Rep. — 1982. — Vol. 92. — P. 183–337.
9. Borzov I. N., Saperstein E. E., Tolokonnikov S. V. Magnetic moments of spherical nuclei: Status of the problem and unsolved issues // Phys. Atom. Nucl. — 2008. — Vol. 71. — P. 469–492.
10. Honma M., Otsuka T., Brown B. A., Mizusaki T. New effective interaction for pf-shell nuclei and its implications for the stability of the $N=Z=28$ closed core // Phys. Rev. C. — 2004. — Vol. 69. — P. 034335–1 – 034335–34.
11. Vingerhoets P., Flanagan K. T., Avgoulea M., et al. Nuclear spins, magnetic moments, and quadrupole moments of Cu isotopes from $N=28$ to $N=46$: Probes for core polarization effects // Phys. Rev. C. — 2010. — Vol. 82. — P. 064311–1 – 064311–12.

12. Belgya T., Bersillon O., Capote R. et al. Handbook for calculations of nuclear reaction data, RIPL-2. — Vienna : IAEA, 2006. — 159 p.
13. Capote R., et al. RIPL – Reference Input Parameter Library for Calculation of Nuclear Reactions and Nuclear Data Evaluations // Nuclear Data Sheets. — 2009. — Vol. 110. — P. 107.
14. Соловьев В. Г. Теория атомного ядра: Ядерные модели. — Москва : Энергоиздат, 1981. — 296 с.
15. Goriely S. Radiative neutron captures by neutron-rich nuclei and the r-process nucleosynthesis // Phys. Lett. B. — 1998. — Vol. 436. — P. 8.
16. Utsunomiya H., Goriely S., et al. Photoneutron cross sections for $^{118-124}\text{Sn}$ and the *gamma*-ray strength function method // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 6.
17. Soloviev V. G. Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons. — USA : Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992. — 352 p.
18. Soloviev V. G., Stoyanov Ch. Vdovin A. I. The influence of the giant dipole resonance on radiative strength functions in spherical nuclei // Nucl. Phys. A. — 1978. — Vol. 304. — P. 503–519.
19. Ponomarev V. Yu., Stoyanov Ch., Tsoneva N., Grinberg M. The influence of the GDR on the low-energy E1 transitions in spherical nuclei // Nucl. Phys. A. — 1999. — Vol. 649. — P. 4.
20. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. — М. : Мир, 1971. — 456 с. — т. 1.
21. Avdeenkov A., Gruemmer F., Kamerdzhev S. et al. Self-consistent calculations within the extended theory of finite Fermi systems // Phys. Lett. B. — 2007. — Vol. 653. — P. 196–201.
22. Ходель В. А. Исследование анормальных эффектов в атомных ядрах в рамках квантогидродинамического описания // ЯФ. — 1976. — Т. 24. — С. 704–714.

23. Stone N. J. Table of nuclear magnetic dipole and electric quadrupole moments // *Atom. Data Nucl. Data Tables.* — 2005. — Vol. 90. — P. 75–176.
24. Камерджиев С. П. Современное состояние исследований "новых" гигантских резонансов // *Труды IV семинара "Электромагнитные взаимодействия ядер при малых и средних энергиях"*. — М. : Наука, 1979. — С. 93–124.
25. Harakeh M., van der Woude A. *Giant Resonances: Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitation.* — London : Oxford University Press, 2001. — 656 p.
26. Камерджиев С. П. Уравнения для одночастичной и двухчастичной матриц плотности в методе функций Грина. Сравнение с методом хаотических фаз // *ЯФ.* — 1973. — Т. 18. — С. 751–761.
27. Камерджиев С. П. Уравнения для эффективных полей в ядре с учетом 2p2h-конфигураций // *Изв. АН СССР, сер. физ.* — 1977. — Т. 41. — С. 1220–1238.
28. Камерджиев С. П., Целяев В. И. Модели связи с кором в методе функций Грина // *Изв. АН СССР, сер. физ.* — 1983. — Т. 47. — С. 917–927.
29. Камерджиев С. П. Микроскопическая модель учета 2p2h-конфигураций в магических ядрах. // *Письма в ЖЭТФ.* — 1979. — Т. 30. — С. 532–535.
30. Камерджиев С. П. Микроскопическая модель учета 2p2h-конфигураций в магических ядрах. // *ЯФ.* — 1983. — Т. 38. — С. 316–329.
31. Kamerdzhiev S. P., Tkachev V. N. A microscopic model taking into account 2p 2h configurations in magic nuclei. Calculations of M1 excitations // *Z. Phys. A.* — 1989. — Vol. 334. — P. 19–31.
32. Kamerdzhiev S., Voitenkov D. On microscopic description of the gamma-ray strength functions // *Proceedings of 12-th International Seminar "On*

- Electromagnetic Interaction of Nuclei". — Moscow : Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, 2010. — 9. — P. 68–74.
33. Камерджиев С. П., Авдеенков А. В., Войтенков Д. А. Квазичастично-фононное взаимодействие в теории конечных ферми-систем // ЯФ. — 2011. — Т. 74. — С. 10.
 34. Tolokonnikov S. V., Kamerdzhiev S., Voitenkov D. et al. Effects of density dependence of the effective pairing interaction on the first 2^+ excitations and quadrupole moments of odd nuclei // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 064324.
 35. Voitenkov D., Kamerdzhiev S., Krewald S. et al. Self-consistent calculations of quadrupole moments of the first 2^+ states in Sn and Pb isotopes // Phys. Rev. C. — 2012. — Vol. 48. — P. 054319.
 36. Tolokonnikov S. V., Kamerdzhiev S., Krewald S. et al. Quadrupole moments of spherical semi-magic nuclei within the self-consistent Theory of Finite Fermi Systems // Eur. Phys. J. A. — 2012. — Vol. 48. — P. 70.
 37. Камерджиев С. П., Ачаковский О. И., Войтенков Д. А., Толоконников С. В. Самосогласованные подходы в микроскопической теории ядра. Статические моменты нечетно-нечетных ядер // ЯФ. — 2014. — Т. 77. — С. 70–78.
 38. Kamerdzhiev S., Krewald S., Tolokonnikov S. et al. Self-consistent calculations of quadrupole moments of spherical nuclei // EPJ Web of Conferences. — 2012. — Vol. 38. — P. 10002.
 39. Tolokonnikov S. V., Kamerdzhiev S., Krewald S. et al. The first quadrupole excitations in spherical nuclei and nuclear pairing // EPJ Web of Conferences. — 2012. — Vol. 38. — P. 04002.
 40. Voitenkov D., Achakovskiy O., Kamerdzhiev S., Tolokonnikov S. Quadrupole moments of odd-odd near-magic nuclei // EPJ Web of Conferences. — 2012. — Vol. 38. — P. 17012.

41. Kamerdzhiev S, Voitenkov D. On microscopic description of the gamma-ray strength functions // Nuclear Structure and Related Topics: Contributions of the International Conference. — Dubna : JINR, 2009. — 6-7. — P. 67.
42. Kamerdzhiev S. P., Voitenkov D. A. Calculations methods for static moments of excited states and transitions between excited states in even-even nuclei // Book of Abstracts. LX International Conference on Nuclear Physics "Nucleus 2010". — Saint-Petersburg : Saint-Petersburg State University, 2010. — 7. — P. 62.
43. Voitenkov D., Achakovskiy O., Kamerdzhiev S. Quadrupole moments of odd-odd near-magic nuclei // Book of Abstracts. International Conference "Nuclear Structure and Related Topics". — Dubna : JINR, 2012. — 7. — P. 92.
44. Kamerdzhiev S., Krewald S., Voitenkov D. Self-consistent calculations of the quadrupole moments of spherical nuclei // Book of Abstracts. International Conference "Nuclear Structure and Related Topics". — Dubna : JINR, 2012. — 7. — P. 52.
45. Horen D. J., Satchler G. R., Fayans S. A., Trykov E. L. Microscopic description of the excitation of some states in the $^{90,92,94,96}\text{Zr}$ isotopes // Nucl. Phys. A. — 1996. — Vol. 600. — P. 193–235.
46. Tolokonnikov S. V., Saperstein E. E. Description of superheavy nuclei on the basis of a modified version of the DF3 energy functional // Phys. Atom. Nucl. — 2010. — Vol. 73. — P. 1684–1699.
47. Saperstein E. E., Tolokonnikov S. V. Self-consistent theory of finite Fermi systems and radii of nuclei // Phys. Atom. Nucl. — 2011. — Vol. 73. — P. 1277–1298.
48. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. — 2-е изд, перераб. и доп. изд. — М. : Наука, 1983. — 432 с.
49. Саперштейн Э. Е., Троицкий М. А. Разность масс околомагических ядер // ЯФ. — 1965. — Т. 1. — С. 400–406.

50. Зверев М. В., Саперштейн Э. Е. Некоторые вопросы самосогласованной теории спаривания в атомных ядрах. Область свинца и ядра "дваждымагические ± 2 нуклона // ЯФ. — 1985. — Т. 42. — С. 1082–1092.
51. Goriely S., Chamel N., Pearson J. M. Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov Nuclear Mass Formulas: Crossing the 0.6 MeV Accuracy Threshold with Microscopically Deduced Pairing // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 152503–1 – 152503–4.
52. Belyaev S. T., Smirnov A. V., Tolokonnikov S. V., Fayans S. A. Pairing in atomic nuclei in the coordinate representation // Sov. J. Nucl. Phys. — 1987. — Vol. 45. — P. 783.
53. Pankratov S.S., Zverev M.V., Baldo M. et al. Semi-microscopic model of pairing in nuclei // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 014321–1 – 014321–10.
54. Беляев С. Т. О природе первых возбужденных состояний четно-четных сферических ядер // ЖЭТФ. — 1961. — Т. 39. — С. 1387.
55. Крайнов В. П. Лекции по микроскопической теории атомного ядра. — М. : Атомиздат, 1973. — 224 с.
56. Mukherjee Abhishek, Alhassid Y., Bertsch G. F. Number-conserving theory of nuclear pairing gaps: A global assessment // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 83. — P. 014319–1 – 014319–10.
57. Raman S., Nestor Jr. C. W., Tikkanen P. Transition probability from the ground to the first-excited $2+$ state of even–even nuclides // Atom. Data Nucl. Data Tables. — 2001. — Vol. 78. — P. 1–128.
58. Terasaki J., Engel J., Bertsch G. F. Systematics of the first $2+$ excitation in spherical nuclei with the Skyrme quasiparticle random-phase approximation // Phys. Rev. C. — 2008. — Vol. 78. — P. 044311–1 – 044311–8.
59. Radford D. C., et al. Coulomb excitation and transfer reactions with rare neutron-rich isotopes // Nucl. Phys. A. — 2005. — Vol. 752. — P. 264–272.

60. Cederkäll J., et al. Sub-Barrier Coulomb Excitation of ^{110}Sn and Its Implications for the ^{100}Sn Shell Closure // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 98. — P. 172501–1 – 172501–4.
61. Vaman C., et al. Z=50 Shell Gap near ^{100}Sn from Intermediate-Energy Coulomb Excitations in Even-Mass $^{106-112}\text{Sn}$ Isotopes // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 162501–1 – 162501–4.
62. Ekström A., et al. $0_{gs}^+ \rightarrow 2_1^+$ Transition Strengths in ^{106}Sn and ^{108}Sn // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 012502–1 – 012502–4.
63. Jungclaus A., et al. Evidence for reduced collectivity around the neutron mid-shell in the stable even-mass Sn isotopes from new lifetime measurements // *Phys. Lett. B.* — 2011. — Vol. 695. — P. 110–114.
64. Baldo M., Lombardo U., Saperstein E. E., Zverev M. V. A simple model for the microscopic effective pairing interaction // *Phys. Lett. B.* — 2000. — Vol. 477. — P. 410–415.
65. Pastore A., Barranco F., Broglia R. A., Vigezzi E. Microscopic calculation and local approximation of the spatial dependence of the pairing field with bare and induced interactions // *Phys. Rev. C.* — 2008. — Vol. 78. — P. 24315–1 – 24315–13.
66. Borzov I. N., Saperstein E. E., Tolokonnikov S. V. et al. Description of magnetic moments of long isotopic chains within the FFS theory // *EPJ A.* — 2010. — Vol. 45. — P. 159–168.
67. Камерджи́ев С. П. Коллективные колебания ядер в теории конечных ферми-систем // *ЯФ.* — 1969. — Т. 9. — С. 324–336.
68. Камерджи́ев С. П. Об эффективном квадрупольном заряде в ядрах // *Sov. J. Nucl. Phys.* — 1965. — Т. 2. — С. 415–422.
69. Tselyaev V. I. Quasiparticle time blocking approximation within the framework of generalized Green function formalism // *Phys. Rev. C.* — 2007. — Vol. 75. — P. 024306–1 – 024306–14.

70. Fayans S. A., Khodel V. A. Self-consistency conditions in systems with broken symmetry // JETP Lett. — 1973. — Vol. 17. — P. 444–447.
71. Kamerdzhev S., Saperstein E. E. Interaction of the single-particle and collective degrees of freedom in non-magic nuclei: The role of phonon tadpole terms // EPJ A. — 2008. — Vol. 37. — P. 333–341.
72. Birbrair B. L. Static quadrupole moments of first $2+$ states of spherical nuclei in a schematic model // Phys. Lett. B. — 1970. — Vol. 32. — P. 165–168.
73. Broglia R. A., Liotta R., Paar V. Quadrupole moments of the 2_1^+ state of proton-closed-shell nuclei // Phys. Lett. B. — 1972. — Vol. 38. — P. 480–484.
74. Vdovin A. I., Stoyanov Ch. Mixing of Vibrational and Two-Quasiparticle Excitations of Isotones with $N = 80, 82,$ and 84 // Bull.Acad.Sci.USSR, Phys.Ser. — 1974. — Vol. 38. — P. 119.
75. Vdovin A. I., Stoyanov Ch. Mixing of Vibrational and Two-Quasiparticle Excitations in Te, Sn, and Cd // Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Ser. — 1974. — Vol. 38. — P. 124.
76. Платонов А. П. Статические моменты возбужденных состояний магических ядер // ЯФ. — 1982. — Т. 36. — С. 841–847.
77. Speth J. Transition probabilities and static moments of excited states in even-even nuclei // Z. Phys. — 1970. — Vol. 239. — P. 249–265.
78. Ring P., Speth J. Nuclear structure calculations with a density-dependent force in ^{208}Pb // Nucl. Phys. A. — 1974. — Vol. 235. — P. 315–351.
79. Bertsch G., Bortignon P. F., Broglia R., Dasso C. Damping of single-particle states and giant resonances in ^{208}Pb // Phys. Lett. B. — 1979. — Vol. 80. — P. 161–165.
80. Камерджиев С. П., Ткачев В. Н. Анализ микроскопической модели учета $2p2h$ -конфигураций // ЯФ. — 1986. — Т. 43. — С. 1426–1436.

81. Kamerdzhiev S., Tkachev V. MI resonance calculations in magic nuclei taking into account 1p1h + phonon configurations // Phys. Lett. B. — 1984. — Vol. 142. — P. 225–228.
82. Камерджи́ев С. П., Ткачев В. Н. Влияние конфигураций "1p1h + фонон" на MI-возбуждения в магических ядрах // ЯФ. — 1985. — Т. 42. — С. 832–844.
83. Bortignon P. F., Broglia R. A., Bertsch G. F., Pacheco J. Damping of nuclear excitations at finite temperature // Nucl. Phys. A. — 1986. — Vol. 460. — P. 149–163.
84. Камерджи́ев С. П., Целяев В. И. Обобщенная микроскопическая модель учета 2p2h-конфигураций в магических ядрах // ЯФ. — 1986. — Т. 44. — С. 336–348.
85. Целяев В. И. Учет сложных конфигураций в магических ядрах методом хронологического расщепления диаграмм // ЯФ. — 1989. — Т. 50. — С. 1252–1263.
86. Tselyaev V. I. Quasiparticle time blocking approximation within the framework of generalized Green function formalism // Phys. Rev. C. — 2007. — Vol. 75. — P. 024306–1 – 024306–14.
87. Heiss W. D., Kuo T. T. S. A Dyson Equation For The Two Particle Green Function // Int. J. Mod. Phys. A. — 1989. — Vol. 4. — P. 4857–4864.
88. Hahne F. J. W., Heiss W. D., Engelbrecht C. A. Consistency and the exorcism of ghosts // Phys. Lett. B. — 1977. — Vol. 66. — P. 216–218.

Приложение А. Интегралы от трех функций Грина в немагических ядрах.

$$\begin{aligned}
 A_{123}^{(1)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_L)\frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
 &= \frac{1}{(\varepsilon_{12} + \omega)} \left[\frac{u_1^2 v_2^2 u_3^2}{\varepsilon_{23} - \omega_{L'}} - \frac{u_1^2 v_2^2 v_3^2}{\varepsilon_{13} + \omega_L} \right] + \frac{1}{(\varepsilon_{12} - \omega)} \left[\frac{v_1^2 u_2^2 u_3^2}{\varepsilon_{13} - \omega_L} - \frac{v_1^2 u_2^2 v_3^2}{\varepsilon_{23} + \omega_{L'}} \right] + \\
 &+ \frac{u_1^2 u_2^2 v_3^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_L)(\varepsilon_{23} + \omega_{L'})} - \frac{v_1^2 v_2^2 u_3^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_L)(\varepsilon_{23} - \omega_{L'})},
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}
 A_{123}^{(2)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon - \omega_{L'})\frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
 &= \frac{1}{(\varepsilon_{12} + \omega)} \left[\frac{u_1^2 v_2^2 u_3^2}{\varepsilon_{23} + \omega_L} - \frac{u_1^2 v_2^2 v_3^2}{\varepsilon_{13} - \omega_{L'}} \right] + \frac{1}{(\varepsilon_{12} - \omega)} \left[\frac{v_1^2 u_2^2 u_3^2}{\varepsilon_{13} + \omega_{L'}} - \frac{v_1^2 u_2^2 v_3^2}{\varepsilon_{23} - \omega_L} \right] + \\
 &+ \frac{u_1^2 u_2^2 v_3^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} - \omega_L)} - \frac{v_1^2 v_2^2 u_3^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} + \omega_L)},
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}
 A_{123}^{(3)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int F_1^{(2)}(\varepsilon)F_2^{(1)}(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_L)\frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
 &= - \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[\frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{v_3^2}{\varepsilon_{13} + \omega_L} - \frac{u_3^2}{\varepsilon_{23} - \omega_{L'}} \right) + \frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{v_3^2}{\varepsilon_{23} + \omega_{L'}} - \frac{u_3^2}{\varepsilon_{13} - \omega_L} \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{u_3^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_L)(\varepsilon_{23} - \omega_{L'})} - \frac{v_3^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_L)(\varepsilon_{23} + \omega_{L'})} \right],
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
 A_{123}^{(4)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int F_1^{(2)}(\varepsilon)F_2^{(1)}(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon - \omega_{L'})\frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
 &= - \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[\frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{v_3^2}{\varepsilon_{13} - \omega_{L'}} - \frac{u_3^2}{\varepsilon_{23} + \omega_L} \right) + \frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{v_3^2}{\varepsilon_{23} - \omega_L} - \frac{u_3^2}{\varepsilon_{13} + \omega_{L'}} \right) - \right. \\
 &- \left. \frac{u_3^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} + \omega_L)} + \frac{v_3^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} - \omega_L)} \right],
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
A_{123}^{(5)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int G_1(\varepsilon) F_2^{(1)}(\varepsilon + \omega) F_3^{(2)}(\varepsilon + \omega_L) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
&= - \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4\varepsilon_2 \varepsilon_3} \left[- \frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{u_1^2}{\varepsilon_{23} - \omega_{L'}} + \frac{u_1^2}{\varepsilon_{13} + \omega_L} \right) + \frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{v_1^2}{\varepsilon_{13} - \omega_L} + \frac{v_1^2}{\varepsilon_{23} + \omega_{L'}} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{v_1^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_L)(\varepsilon_{23} - \omega_{L'})} - \frac{u_1^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_L)(\varepsilon_{23} + \omega_{L'})} \right], \tag{A.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{123}^{(6)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int G_1(\varepsilon) F_2^{(1)}(\varepsilon + \omega) F_3^{(2)}(\varepsilon - \omega_{L'}) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
&= - \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4\varepsilon_2 \varepsilon_3} \left[\frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{v_1^2}{\varepsilon_{13} + \omega_{L'}} + \frac{v_1^2}{\varepsilon_{23} - \omega_L} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{u_1^2}{\varepsilon_{23} + \omega_L} + \frac{u_1^2}{\varepsilon_{13} - \omega_{L'}} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{v_1^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} + \omega_L)} - \frac{u_1^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} - \omega_L)} \right], \tag{A.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{123}^{(7)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int F_1^{(2)}(\varepsilon) G_2(\varepsilon + \omega) F_3^{(1)}(\varepsilon + \omega_L) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
&= - \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4\varepsilon_1 \varepsilon_3} \left[\frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{v_2^2}{\varepsilon_{23} - \omega_{L'}} + \frac{v_2^2}{\varepsilon_{13} + \omega_L} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{u_2^2}{\varepsilon_{13} - \omega_L} + \frac{u_2^2}{\varepsilon_{23} + \omega_{L'}} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{v_2^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_L)(\varepsilon_{23} - \omega_{L'})} - \frac{u_2^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_L)(\varepsilon_{23} + \omega_{L'})} \right], \tag{A.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{123}^{(8)}(\omega_L, \omega_{L'}) &= - \int F_1^{(2)}(\varepsilon) G_2(\varepsilon + \omega) F_3^{(1)}(\varepsilon - \omega_{L'}) \frac{d\varepsilon}{2\pi i} = \\
&= - \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4\varepsilon_1 \varepsilon_3} \left[\frac{1}{\varepsilon_{12} + \omega} \left(\frac{v_2^2}{\varepsilon_{23} + \omega_L} + \frac{v_2^2}{\varepsilon_{13} - \omega_{L'}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{12} - \omega} \left(\frac{u_2^2}{\varepsilon_{13} + \omega_{L'}} + \frac{u_2^2}{\varepsilon_{23} - \omega_L} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{v_2^2}{(\varepsilon_{13} + \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} + \omega_L)} - \frac{u_2^2}{(\varepsilon_{13} - \omega_{L'}) (\varepsilon_{23} - \omega_L)} \right]. \tag{A.8}
\end{aligned}$$