

1 Введение

При проектировании магнитных систем необходимо решать обратную задачу, т.е. по заданному магнитному полю определять параметры источников—токи или их геометрические характеристики или и то и другое одновременно.

Определение по заданному полю распределения токов в магнитной системе, геометрия которой известна, является линейной обратной задачей.

Когда же требуемое магнитное поле необходимо создать с помощью проводников, величина тока в которых варьируется также как и координаты их положения, при условии, что ток во всех проводниках одинаков (элементы с железом в системе отсутствуют), приходим к решению нелинейной обратной задачи. В данной работе рассматривается построение математической модели магнитной системы для такого типа задач, предлагается метод и численный алгоритм их решения, основанный на методе регуляризации по Тихонову [1]. Полагаем, что магнитное поле задаётся какой-либо одной из своих компонент (H_x, H_y, H_z) , что зависит от конкретной задачи, поэтому в дальнейшем используем просто H для его обозначения.

2 Математическая модель магнитной системы

Пусть в некоторой области S_H с помощью источников тока, расположенных в области S_I , необходимо создать поле H с заданными характеристиками (например, всюду однородное поле в области S_H).

Поле в любой точке z множества S_H в этом случае определяется уравнением

$$H(z) = \int_{S_I} J(s)G(z, s)ds, \quad z \in S_H, s \in S_I \quad (1)$$

где $J(s)$ — функция распределения плотности тока в системе, $G(z, s)$ — функция Грина, аналитический вид которой зависит от геометрии источников магнитной системы и от точки $z \in S_H$. Простой случай обратной задачи, а именно, определение по заданному полю распределения плотностей токов в магнитной системе, геометрия которой известна, является линейной обратной задачей. В этом случае математическая задача сводится к решению линейного интегрального уравнения Фредгольма I-го рода (1) с неизвестной функцией $J(s)$. Если же магнитное поле формировать не только варьированием плотностей тока, но и расстановкой источников тока, то в этом случае приходим к необходимости решать нелинейную обратную задачу с неизвестными $J(s)$ и $s \in S_I$.

3 Метод решения обратной задачи

Известно, что задача решения интегрального уравнения Фредгольма I-го рода (1) относится к классу некорректно поставленных задач, т.к. малым изменениям входных данных $H(z)$ могут соответствовать сколь угодно большие изменения в решении $J(s)$. Для получения устойчивого решения некорректных задач разработаны регуляризующие алгоритмы [1]. Рассмотрим решение задачи (1) методом регуляризации второго порядка гладкости. Для этого строим сглаживающий параметрический функционал

$$F^\alpha[J(s), H(z)] = \Phi[J(s), H(z)] + \alpha \Omega[J(s)], \quad (2)$$

$$\Phi[J(s), H(z)] = \int_{S_H} [H(z) - \int_{S_I} J(s)G(z, s)ds]^2 dz \quad (3)$$

—квадратичное уклонение оператора $A[z, J(s)] = \int_{S_I} J(s)G(z, s)ds$ от заданной функции $H(z)$, а

$$\Omega[J(s)] = \int_S J^2(s)ds \quad (4)$$

—регуляризирующий функционал или стабилизатор и α —числовой параметр регуляризации ($\alpha > 0$).

В выражении (2), представляя интегралы в виде сумм, получим

$$F^\alpha = \sum_{j=1}^N [H_j(z_j) - \sum_{i=1}^M J_i(s_i)K_{ij}(z_j, s_i)]^2 \Delta z_j + \alpha \sum_{i=1}^M J_i^2(s_i) \Delta s_i \quad (5)$$

где N —число точек из множества S_H , M —число точек из множества S_I , $M \leq N$, $K_{ij} = \int_{\Delta s_i} G(z_j, s)ds$. Полагаем $\Delta s_i = \Delta s = const$, $\Delta z_j = \Delta z = const$. Условие минимума функционала F^α :

$$\frac{\partial F^\alpha}{\partial J_1} = 0, \quad \frac{\partial F^\alpha}{\partial J_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial F^\alpha}{\partial J_M} = 0 \quad (6)$$

Принимая во внимание (5), получим

$$\frac{\partial F^\alpha}{\partial J_l} = - \sum_{j=1}^N H_j K_{lj} \Delta z + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M J_i K_{lj} K_{ij} \Delta z + \alpha J_l \Delta s = 0, \quad l = 1 \div M. \quad (7)$$

Таким образом, имеем систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными J_l вида

$$\sum_{i=1}^M J_i \sum_{j=1}^N K_{lj} K_{ij} \Delta z + \alpha J_l \Delta s = \sum_{j=1}^N H_j K_{lj} \Delta z, \quad l = 1 \div M. \quad (8)$$

Полагая $\alpha \Delta s = \alpha' \Delta z$, получим

$$\sum_{i=1}^M J_i \sum_{j=1}^N K_{lj} K_{ij} + \alpha' J_l = \sum_{j=1}^N H_j K_{lj}, \quad l = 1 \div M. \quad (9)$$

Очевидно, что α' сохраняет смысл произвольного коэффициента α , поэтому система уравнений для J_l окончательно запишется в виде:

$$\sum_{i=1}^M J_i \sum_{j=1}^N K_{lj} K_{ij} + \alpha J_l = \sum_{j=1}^N H_j K_{lj}, \quad l = 1 \div M. \quad (10)$$

Обычно безжелезная магнитная система представляет собой дискретный набор источников тока, т.е. катушек (см. например, рис. 1 и 4а), в этом случае поле $H(z)$ в любой точке $z \in S_H$ определяется следующим уравнением

$$H(z) = \sum_{i=1}^M J_i \int_{\Delta s_i} G(z, s)ds, \quad (11)$$

где M —число катушек, J_i —плотность тока в i -ой катушке, Δs_i —сечение i -ой катушки, $G(z, s)$ —функция Грина. Решив систему уравнений (10), получим в этом случае дискретный набор J_l , $l = 1 \div M$, который является решением задачи (11).

Таким образом, определим распределение плотностей токов магнитной системы для создания поля $H(z_j)$, $j = 1 \div N$, $z_j \in S_H$. Однако на практике часто необходимо создать поле в некоторой области S_I с помощью расстановки M источников тока с одинаковым I_0 .

Для такой магнитной системы $H(z)$, $z \in S_H$ будет

$$H(z) = I_0 \sum_{i=1}^M G(s_i, z), \quad (12)$$

где $G(s_i, z)$ —функция Грина для i -го проводника, M —число проводников с током. Требуется определить такие ток I_0 и координаты s_i проводников, которые бы наилучшим образом обеспечивали заданное поле $H(z)$, $z \in S_H$.

Функция $G(s_i, z)$ обычно нелинейна относительно координат проводников s_i , поэтому рассматриваемая задача является нелинейной обратной задачей.

Дополнительные трудности при решении обратных задач вызывает ограничение на параметры [2,3]. Однако в некоторых частных случаях можно эффективно найти решение, удовлетворяющее условиям задачи. Рассмотрим такой случай.

Пусть параметром расположения проводника в области S_I является только одна координата, например x (полагаем, что проводники с током расположены на линии $y=\text{const}$), причём допустимая область расположения проводников вдоль оси x известна, $x_1 \leq x_i \leq x_2$.

В этом случае уравнение (12) будет иметь вид

$$H(z) = I_0 \sum_{i=1}^M G(x_i, z), \quad z \in S_H, \quad x_1 \leq x_i \leq x_2. \quad (13)$$

Необходимо определить I_0 , x_i для создания в магнитной системе поля $H(z)$, $z \in S_H$. Задача (13) является нелинейной обратной задачей.

Решение такой задачи разбиваем на два этапа. На 1-ом этапе считаем, что плотность тока в витках распределяется непрерывно в пределах заданной области. Уравнение (12) в этом случае имеет вид

$$H(z) = \int_{x_1}^{x_2} J(x)G(x, z)dx.$$

Такая задача и алгоритм её решения рассмотрены выше. При выборе решения $J^\alpha(x)$, (α —параметр регуляризации) учитываем следующие условия задачи:

1. точность вычисления $H(z)$ не должна быть хуже требуемой точности магнитного поля в создаваемой магнитной системе;
2. во всём допустимом интервале $[x_1, x_2]$ функция $J^\alpha(x)$ должна сохранять знак;
3. $|J^\alpha(x)| \leq J$ —допустимой плотности тока.

Предположим, что существует непрерывное решение $J^\alpha(x)$, удовлетворяющее всем трём условиям. На 2-ом этапе разбиваем интервал $[x_1, x_2]$ на M подинтервалов $[x_1^i, x_2^i]$, $i = 1 \div M$. Тогда:

$$H(z) = \sum_{i=1}^M \int_{x_1^i}^{x_2^i} J^\alpha(x)G(x, z)dx, \quad z \in S_H. \quad (14)$$

Для каждого подинтервала $[x_1^i, x_2^i]$ выполнены условия теоремы о среднем (так выбиралась функция $J^\alpha(x)$), поэтому

$$H(z_j) = \sum_{i=1}^M G(x_i^j, z_j) \int_{x_1^i}^{x_2^i} J^\alpha(x) dx, \quad j = 1 \div N, \quad (15)$$

где N —число точек в области S_H , в которых рассматривается поле H , x_i^j —точка внутри i -го интервала. Границы x_1^i, x_2^i выбираются так, чтобы

$$\int_{x_1^i}^{x_2^i} J^\alpha(x) dx = \int_{x_1^{i+1}}^{x_2^{i+1}} J^\alpha(x) dx = I_0, \quad \text{т.е.} \quad (16)$$

$$I_0 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} J^\alpha(x) dx}{M}, \quad \text{тогда}$$

$$H(z_j) = I_0 \sum_{i=1}^M G(x_i^j, z_j) \quad (17)$$

Очевидно, что для различных z_j существует своя точка x_i^j , но по теореме о среднем она всегда находится внутри интервала $[x_1^i, x_2^i]$. Это означает, что искомая координата x_i также находится внутри i -го интервала и определяется из условия минимума функционала

$$\varphi(x_i) = \sum_{j=1}^N \left[\int_{x_1^i}^{x_2^i} J^\alpha(x) G(x, z_j) dx - I_0 G(x_i, z_j) \right]^2 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi(x_i)}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^N \left[\int_{x_1^i}^{x_2^i} J^\alpha(x) G(x, z_j) dx - I_0 G(x_i, z_j) \right] \times \frac{\partial G(x_i, z_j)}{\partial x_i} = 0 \quad (19)$$

$$x_1^i \leq x_i \leq x_2^i$$

$$\begin{aligned} G(s_i, z) &= \frac{y - y_i + b}{2} \ln \frac{(x - x_i + a)^2 + (y - y_i + b)^2}{(x - x_i - a)^2 + (y - y_i + b)^2} + \\ &+ \frac{y - y_i - b}{2} \ln \frac{(x - x_i - a)^2 + (y - y_i - b)^2}{(x - x_i + a)^2 + (y - y_i - b)^2} + \\ &+ (x - x_i + a) \times \left(\operatorname{arctg} \frac{x - x_i + a}{y - y_i - b} - \operatorname{arctg} \frac{x - x_i + a}{y - y_i + b} \right) + \\ &+ (x - x_i - a) \times \left(\operatorname{arctg} \frac{x - x_i - a}{y - y_i + b} - \operatorname{arctg} \frac{x - x_i - a}{y - y_i - b} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

где a —полуразмер проводника вдоль x , b —полуразмер проводника вдоль y ,

Таким образом решение задачи сводится к решению M последовательных нелинейных уравнений вида (19) с одним неизвестным, причём границы существования решения известны. Отметим, что выше рассмотрены алгоритмы создания магнитной системы с помощью бесконечно тонких проводников. Несложно показать, что при конечных размерах проводника (например, прямоугольная шина) алгоритмы полностью сохраняются, только в этом случае функция Грина войдёт под знак интегрирования по сечению проводника (20).

Далее описывается пример математического моделирования реального сверхпроводящего (СП) дипольного магнита, состоящего из прямоугольных токовых обмоток возбуждения.

4 Моделирование реальной магнитной системы

Требуемое магнитное поле предлагаемой магнитной системы создавалось путем подбора положения токовых обмоток при условии, что они запитываются от одного источника питания и следовательно ток во всех проводниках (витках), образующих указанные обмотки, одинаков. На геометрию магнитной системы (см. рис.1), величину тока в СП витке, а также на характер и величину магнитного поля налагались конкретные условия, вытекающие из возможностей изготовления и использования магнита на ускорителе. Математически задача сводится к классу некорректных задач типа (1) и поэтому решалась методом регуляризации по Тихонову, описанном выше.

Пусть в апертуре магнита (см. рис.1) необходимо создать однородное магнитное поле $\vec{H}(x, y)$ с единственной отличной от нуля компонентой $H_y(x, y)$. Предполагаем, что продольные размеры магнита значительно больше поперечных и расчеты не зависят от выбора сечения. Запишем в данном случае известное выражение (закон Био-Савара-Лапласа) для вычисления $H_y(x, y)$:

$$\vec{H}_y(x, y) = \iint_{S_I} \frac{J(\tilde{x}, \tilde{y}) \cdot (x - \tilde{x}) d\tilde{x} \cdot d\tilde{y}}{[(x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2]^{3/2}} \equiv I_0 \cdot G(\tilde{s}, x, y), \quad (21)$$

где $(x, y) \in S_H$, $\tilde{S} \equiv (\tilde{x}, \tilde{y}) \in S_I$, I_0 - величина тока в сечении, S_I , $J(\tilde{x}, \tilde{y})$ - плотность тока, $G(\tilde{s}, x, y)$ - функция Грина.

Токовая обмотка (область S_I) реально состоит из $m=N_x+N_y$ витков, где N_x - число витков обмотки вдоль оси x , N_y - число витков обмотки вдоль оси y . Поперечные размеры витка $2a = 0,40$ см по ширине и $2b = 0,15$ см по высоте. Как указывалось выше, плотность тока в витке постоянна, т.е. $J(x, y) = J_0$. В этом случае для области S_I , состоящей из m одинаковых витков с плотностью тока J_0 , уравнение (21) представим в виде

$$J_0 \cdot \sum_{i=1}^m \int_{x_i-a}^{x_i+a} \int_{y_i-b}^{y_i+b} \frac{(x - \tilde{x}) \cdot d\tilde{x} \cdot d\tilde{y}}{[(x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2]^{3/2}} = H_y(x, y) \equiv H_0, \quad (22)$$

где (x_i, y_i) - координаты центра i -го витка; $H_0 = \text{const}$ в области S_H . Таким образом, для решения задачи требуется подобрать J_0 и центры (x_i, y_i) такие, чтобы $H_y(x, y) = H_0$ в области S_H . Такая задача относится к классу нелинейных обратных задач, которые, как известно [1], для m достаточно больших относятся к классу некорректных задач. Решение нашей некорректной задачи сводится к решению плохо обусловленной системы $2m+1$ нелинейных уравнений. Чтобы избежать трудностей, связанных с решением таких систем уравнений, проведем решение задачи в два этапа. На первом этапе считаем, что витки закреплены и распределены по обмотке равномерно, а искомой функцией является плотность тока $J(\tilde{x}, \tilde{y})$. Тем самым задача (21) становится линейной. Из ее решения (функция $J(\tilde{x}, \tilde{y})$) выделяем две части: $J(\tilde{x}) \equiv J(\tilde{x}, \tilde{y} \equiv \text{const})$, непрерывную вдоль оси x , и $J_y(\tilde{y}) \equiv J(\tilde{x} \equiv \text{const}, \tilde{y})$, непрерывную вдоль оси y .

На втором этапе полученные непрерывные распределения $J_x(\tilde{x})$ и $J_y(\tilde{y})$ моделировались с помощью кусочно-постоянных функций - "блоков" при условии постоянства тока в одном витке. ("Блоки" формируются из витков стандартных размеров: $0,4$ см \times $0,15$ см). Как оказалось на практике, составленные таким образом "блочные" функции дают решение задачи (22) со всеми поставленными ограничениями.

I этап. Отметим, что уравнение (21) на этом этапе приобрело вид линейного интегрального уравнения Фредгольма I рода. Задача определения распределения $J(\tilde{x}, \tilde{y})$ по известному $H_y(x, y)$ является неустойчивой и относится к классу некорректно поставленных задач. Это проиллюстрировано на рис. 2, где приведено полученное авторами решение этой задачи одним из обычных методов без введения регуляризации. В дальнейшем задача решалась методом регуляризации по Тихонову. Решение сводилось к определению функции $J(\tilde{x}, \tilde{y})$, минимизирующей сглаживающий функционал F^α :

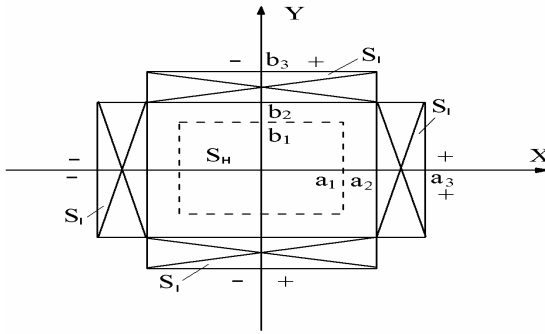


Рис.1 Геометрия магнитной системы СП-диполя

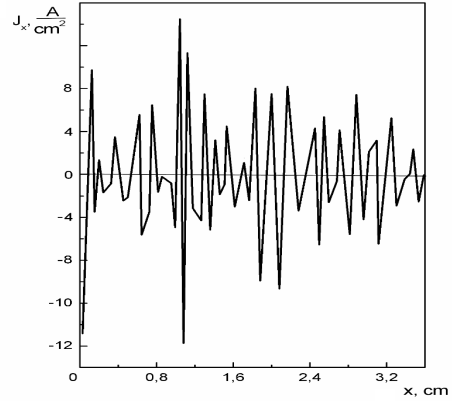


Рис.2 Решение уравнения Фредгольма без регуляризации

$$F^\alpha(J, H) = \Phi[J(\tilde{x}, \tilde{y}), H_y(x, y)] + \alpha \cdot \Omega[J(\tilde{x}, \tilde{y})], \quad (23)$$

$$\Phi[J(\tilde{x}, \tilde{y}), H_y(x, y)] = \iint_{S_H} [H_y(x, y) - \iint_{S_I} J(\tilde{x}, \tilde{y}) \cdot G(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y}]^2 dx dy \quad (24)$$

- квадратичное уклонение оператора $\iint_{S_I} J(\tilde{x}, \tilde{y}) \cdot G(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y}$ от заданной функции $H_y(x, y) = H_0$ в области S_H ,

$$G(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{(x-\tilde{x})}{[(x-\tilde{x})^2 + (y-\tilde{y})^2]^{3/2}} \text{ в области } S_I, \quad \Omega[J(\tilde{x}, \tilde{y})] = \iint_{S_I} J^2(\tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y} - \text{стаби-}$$

лизирующий функционал, α — числовой параметр регуляризации ($\alpha > 0$), который выбирается из условия

$$\iint_{S_H} [H_y(x, y) - \iint_{S_I} J(\tilde{x}, \tilde{y}) \cdot G(x, y, \tilde{x}, \tilde{y}) d\tilde{x}d\tilde{y}]^2 dx dy \leq \delta,$$

где J^α - элемент, на котором при данном α F^α достигает минимума для данного δ .

Для проведения численных расчетов проведем дискретизацию. Запишем предыдущие выражения в следующем виде:

$$F^\alpha = \sum_{j=1}^N \left[H_j(x_j, y_j) - \sum_{i=1}^M J_i(x_i, y_i) K_{ij}(x_j, y_j, x_i, y_i) \right]^2 + \alpha \cdot \sum_{i=1}^M J_i^2(x_i, y_i) \Delta x \Delta y \quad (25)$$

где $(x_i, y_i) \in S_I$, $(x_j, y_j) \in S_H$, N - число точек в области S_H , M - число точек в области S_I ,

$$K_{ij} = \int_{x_i-a}^{x_i+a} \int_{y_i-a}^{y_i+a} \frac{(x_j-x) dx dy}{[(x_j-x)^2+(y_i-y)^2]^{2/3}} = \frac{y_i-y_j+b}{2} \ln \frac{(x_i-x_j+a)^2+(y_i-y_j+b)^2}{(x_i-x_j-a)^2+(y_i-y_j-b)^2} \quad (26)$$

Элементы J_i , $i = 1, 2, \dots, M$, минимизирующие F^α , находились как решение системы уравнений типа (6,7):

$$\frac{\partial F^\alpha}{\partial J_i} = -2 \sum_{j=1}^N H_j K_{lj} \Delta x \Delta y + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M J_i(x_i, y_i) K_{lj} \Delta x \Delta y + 2\alpha \cdot J_l \cdot \Delta \tilde{x} \cdot \Delta \tilde{y} = 0 \quad (27)$$

Полагая $\alpha' \cdot \Delta x \Delta y = \alpha \cdot \Delta \tilde{x} \cdot \Delta \tilde{y}$, получим

$$\sum_{i=1}^M J_i \cdot \sum_{j=1}^N K_{lj} K_{ij} \cdot \alpha' \cdot J_l = \sum_{j=1}^N H_j \cdot H_{lj} \quad (28)$$

Параметр α' выбирается так, чтобы квадратичное уклонение

$$\Phi[J, H] = \sum_{j=1}^N \left[H_0 - \sum_{i=1}^M J_i^\alpha(x_i, y_i) K_{ij}(x_j, y_j, \tilde{x}_i, \tilde{y}_i) \right]^2 \Delta x \Delta y$$

было минимальное, такое, что $\Phi \leq \delta \leq 10^{-6}$. Здесь J_i^α - решение (28) при данном α' , $\Delta x = \Delta y = 0,25$, $\Delta \tilde{x} = \Delta \tilde{y} = 0,055$ и $\alpha = \alpha' \cdot 21$.

В таблице I приведена зависимость Φ от α' в интервале $\alpha' = 10^{-8} \div 10^{-16}$. В качестве наилучшего выбрано $\alpha' = 10^{-11}$ ($\alpha = 21 \cdot 10^{-11}$). На рис. 3а, б изображены зависимости J_x от x ($x = 0 \div 3,6$ см; $y = 4$ см), J_y от y ($x = 4$ см; $y = 0 \div 3,6$ см), полученные как решение системы (28) при $\alpha' = 10^{-11}$.

II этап. На втором этапе решения задачи непрерывные распределения J_x и J_y моделировались кусочно-постоянными функциями - "блоками". При этом требовалось выполнение следующих условий, вытекающих из практических возможностей изготовления исследуемых магнитов:

1) плотность тока во всех блоках постоянна и одинакова: $J_i = J_0$, $i = 1, 2, \dots, k$, k - число блоков;

2) каждому блоку должно соответствовать целое число витков, т.е. длина каждого блока кратна высоте одного витка $2b$ (в нашем случае $2b = 0,15$ см);

3) при переходе от непрерывного распределения J_x и J_y к кусочно-постоянному необходимо как можно меньше потерять витков.

В первом приближении блоки размещались так, чтобы зазоры между ними соответствовали минимумам на кривых J_x , J_y . Площади блоков S_i определялись численным интегрированием J_x , J_y по методу трапеций от левого минимума полученного непрерывного распределения J_x , J_y до правого минимума. Плотности тока в i -м блоке J_i определялись как $J_i = s_i/l_i$, где l_i - расстояние между соседними минимумами. Затем из условия $J_0 = \max J_i$, $i = 1, 2, \dots, k$ выбиралась плотность тока J_0 , одинаковая во всех блоках. В этом случае размеры блоков не выходят за рамки l_i . Далее, так как в каждом блоке должно быть целое число витков, длины блоков \tilde{l}_i определялись как $\tilde{l}_i = 0,15 \times N_i$, где N_i - целая часть отношения $s_i / (0,15 \times J_0)$. В этом первом приближении размещение блоков между всеми минимумами приводит к большим потерям витков.

Наименьшие же потери витков происходят при размещении на каждом из непрерывных распределений J_x и J_y трех блоков (см. рис. 3). Размеры блоков магнита с различными конфигурациями приведены в таблице 2. После такого предварительного размещения блоков далее задача решалась с использованием программы FUMIL - минимизации квадратичного функционала. В качестве варьируемых параметров брались координаты центров блоков. Результаты такой минимизации приводятся в таблице 3. На рис.4 приведена одна из возможных конфигураций реального магнита, в котором однородность поля $\Delta B/B \leq 1 \cdot 10^{-4}$ в 80% размеров апертуры.

5 Заключение

Таким образом, результаты проведенных численных экспериментов позволяют сделать следующее заключение.

1. В работе рассматривается метод решения нелинейных обратных задач, с помощью которых описывается математическая модель безжелезных магнитных систем некоторого класса.
2. Разработанный численный алгоритм, в основу которого положен метод регуляризации решения некорректных задач с ограничениями на искомые параметры, приводит нелинейную задачу типа (14) к решению последовательных нелинейных уравнений с одним неизвестным, что позволяет избежать трудностей, связанных с решением системы нелинейных уравнений, к решению которых обычно приводят обратные задачи.
3. С помощью комплекса программ, созданного на основе предложенного численного метода, решены некоторые практические задачи [4], в частности получен вариант математической модели СП-диполя. Использование безжелезного СП-диполя с прямоугольной геометрией обмотки дает возможность получить высокооднородное магнитное поле величиной 4-5 Тл в 80% размеров апертуры, причем:
 - а) нелинейные эффекты расчетного магнитного поля сравнительно невелики для конфигураций, предложенных к технической реализации;
 - б) проведенное исследование послужит основой для численного моделирования многослойного безжелезного СП-диполя и его дальнейшей технической реализации.

Таблица 1. Зависимость Φ - квадрата невязки от параметра регуляризации α'

α'	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}
Φ	$271 \cdot 10^{-10}$	$79 \cdot 10^{-10}$	$5,5 \cdot 10^{-10}$	$0,14 \cdot 10^{-10}$	$2,6 \cdot 10^{-10}$
α'	10^{-13}	10^{-14}	10^{-15}	10^{-16}	
Φ	$55 \cdot 10^{-10}$	$876 \cdot 10^{-10}$	$2,8 \cdot 10^{-10}$	$0,354 \cdot 10^{-10}$	

Таблица 2. Влияние выбора количества блоков и их размещения на однородность поля внутри апертуры (c_2, c_4, c_6 -гармоники разложения H в ряд Фурье)

№ вар.	N_y —кол. витков по Y	N_k : N_2 N_1	кол. витков по блокам	N_x —кол. витков по X	N_k : N_2 N_1	кол. витков по блокам	Средняя относит. точность низших гармоник c_2, c_4, c_6
2	24	24-один блок		10	8 три 1 блока 1	$0,17 \cdot 10^{-1}$ $0,5 \cdot 10^{-2}$ $0,14 \cdot 10^{-3}$	
3	20	9 три 7 блока 4		9	4 три 3 блока 2	$0,35 \cdot 10^{-2}$ $0,84 \cdot 10^{-3}$ $0,13 \cdot 10^{-2}$	
4	20	10 три 5 блока 5		9	6 три 2 блока 1	$0,4 \cdot 10^{-3}$ $0,5 \cdot 10^{-4}$ $0,4 \cdot 10^{-3}$	
5	20	12 два 8 блока		9	6 три 2 блока 1	$0,4 \cdot 10^{-2}$ $0,1 \cdot 10^{-3}$ $0,9 \cdot 10^{-3}$	
6	20	11 три 5 блока 4		9	6 три 2 блока 1	$0,2 \cdot 10^{-2}$ $0,1 \cdot 10^{-2}$ $0,2 \cdot 10^{-2}$	
7	20	10 три 6 блока 4		9	6 три 2 блока 1	$0,2 \cdot 10^{-2}$ $0,9 \cdot 10^{-3}$ $0,32 \cdot 10^{-4}$	

Таблица 3. Значение координат центров "блоков" по x и y , дающих наилучшую относительную точность низших гармоник в разложении однородного поля H .

N_y	N_{k_1} : N_2 N_1	$x = \text{const} = 3.8$			N_x	N_{k_2} : N_2 N_1	$y = \text{const} = 3.8$			Средняя относительная точность низших гармоник c_2, c_4, c_6
		y_1	y_2	y_3			x_1	x_2	x_3	
20	10 5 5	0.509	1.5972	2.8588	9	6 2 1	1.0017	2.2937	3.1406	$0.3 \times 10^{-6} \div 0.5 \times 10^{-6}$
20	12 8	0.8421	2.6494		9	6 2 1	1.6024	2.2468	3.225	$0.9 \times 10^{-5} \div 0.45 \times 10^{-6}$

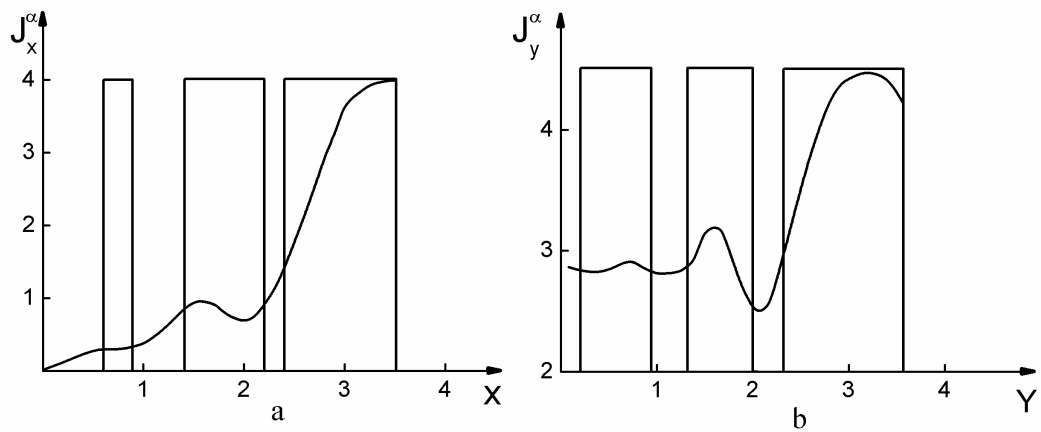


Рис 3а,б: Непрерывные распределения $J_x^\alpha(s)$ и $J_y^\alpha(s)$ и их приближения кусочно-постоянными функциями "блоками"

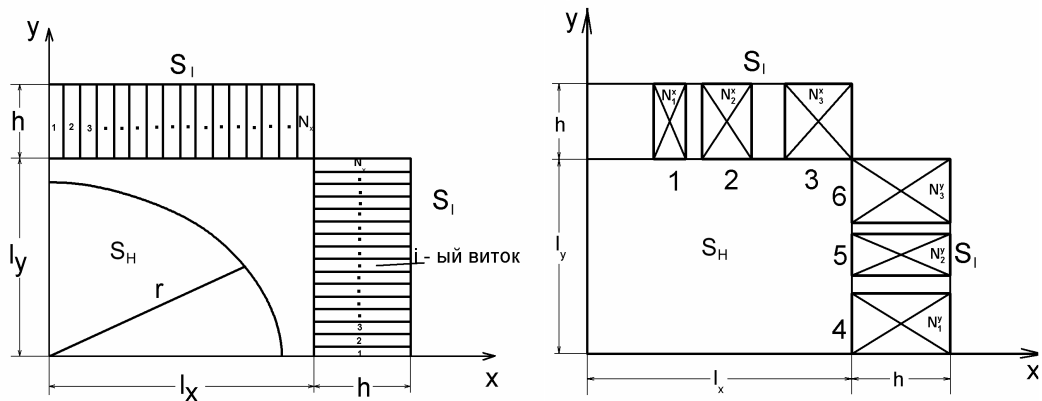


Рис 4а,б: Конфигурация СП диполя с плоской обмоткой; б—одна из возможных реальных конфигураций СП диполя

6 Литература

- [1]. В.Я. Арсенин, А.Н. Тихонов. Методы решения некорректных задач. М., Наука, 1979 г.
- [2]. В.А. Морозов. О регуляризирующих семействах операторов. В сб. Вычислительные методы и программирование. **Вып. 8**, Изд. МГУ, 1967, с.63-95.
- [3]. Б.Т. Поляк. Итерационные методы решения некоторых некорректных вариационных задач. В кн. Вычислительные методы и программирование. **Вып.12**, Изд. МГУ, 1969, с. 38-52.
- [4]. Е.П. Жидков, Р.В. Полякова, И.П.Юдин. Регуляризация по А.Н.Тихонову в одной задаче магнитостатики //В трудах 13 конференции МКО, Дубна, 2006г., сс.171-177.