

Тестовый пример

Волохова А.В.¹

¹Объединенный институт ядерных исследований,
141980, г. Дубна, ул. Жолио Кюри, 6

1 Постановка задачи

Решается задача теплопроводности:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} &= \Delta T(x, y, t) + \delta(x - 11)\delta(y - 6), \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \\ 1 \leq x \leq L_x, \quad 1 \leq y \leq M_y, \quad T|_{\Gamma} &= 0, \quad T|_{t=t_0} = T^0.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь Γ – граница прямоугольника $x \in [1, L_x], y \in [1, M_y]$.

После введения равномерной дискретной сетки по координатам x, y соответственно с шагами h_x, h_y и замены производных функции температуры T по x, y разностными формулами получаем задачу Коши следующего вида:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_{ij}}{\partial t} &= \frac{T_{i,j-1} - 2T_{ij} + T_{i,j+1}}{h_x^2} + \frac{T_{i-1,j} - 2T_{ij} + T_{i+1,j}}{h_y^2} + \delta(i - 11)\delta(j - 6), \\ T_{1j} &= T_{Lj} = T_{i1} = T_{iM} = 0 \\ T_{ij} &= T_{ij}^0, \quad i = 1, \dots, M; \quad j = 1, \dots, L.\end{aligned}\tag{2}$$

2 Структура программы

В главной программе выполняются:

- считывание параметров из файла: в качестве входных параметров задаются L и M — количество узлов дискретной сетки по x и y , n — количество шагов интегрирования, h_t — шаг интегрирования;
- открытие параллельной области, разметка MPI-процессов, заполнение массива X начальными значениями, открытие файла для записи результатов;
- цикл выполнения n шагов интегрирования размера h_t ;
- завершающие вычисления: закрытие файла с записанными там результатами, закрытие параллельной области

В массиве в данном случае последовательно располагаются $L \cdot M$ -элементных блоков T_{ij} , $j = 1, \dots, M$, каждый из которых соответствует i -му узлу дискретной сетки по координате x .

В цикле осуществляется вызов процедуры RK4 для расчета одного шага интегрирования методом Рунге – Кутты 4-го порядка:

```
void RK4(&f,&g,M,t,ht,m0,m1,m2,X,Y)
```

Вход:

- f – процедура вычисления правой части системы (3) (при расчете разностных производных по координатам предполагается $h_x = h_y = 1$);
- g – процедура сохранения результата каждого шага;
- M – размер столбца узлов по координате y ;
- t – начальное значение времени (t_0);
- ht – шаг по времени;
- $m0$ – номер первого из назначаемых каждому процессу M -элементных блоков в глобальной нумерации блоков в составе массива X ;
- $m1$ – индекс размещения первого столбца сегмента в массивах X и Y в каждом MPI-процессе;
- $m2$ – индекс размещения последнего столбца сегмента в массивах X и Y в каждом MPI-процессе;
- X – массив, содержащий сегмент входного состояния системы уравнений, вычисляемый данным MPI-процессом.

Выход:

- Y – массив, содержащий сегмент выходного состояния системы уравнений, вычисляемый данным MPI процессом (в примере совпадает с X).

Процедура вычисления производных интегрируемых функций при заданных значениях этих функций с учетом граничных условий:

```
void f(float t,int m0,int m1,int m2,double* X,double* dx)
```

- dx – массив, содержащий сегмент соответствующих производных по времени состояния системы уравнений, вычисляемый данным MPI-процессом;
- смысл остальных параметров тот же, что и в процедуре RK4;
- при вычислении производных можно считать, что к крайним столбцам уже присоединены столбцы из смежных процессов

Процедура обработки результата каждого шага интегрирования и вычисление признака конца процесса:

```
void g(float t,int m0,int m1,int m2,double* X,double* dx) – печать результата одного шага интегрирования в файл.
```