

Автор: О. Чулуунбаатар

Язык : Фортран

Назначение:

Подпрограмма ZHYPG2 вычисляет гипергеометрические функции ${}_2F_1(a, 2; c, z)$ с комплексными параметрами a , c и комплексным аргументом z [1]. Для вычисления гипергеометрической функции ${}_2F_1(a, 2; c, z)$ используются заранее вычисленные с помощью подпрограммы HYPGEO [2] значения гипергеометрических функций и их производных в точках:

$$\begin{aligned} z_1 &= 1/2 + 2i, z_2 = 3/2i, z_3 = 1 + 3/2i, z_4 = -1/2 + i, z_5 = 1/2 + i, \\ z_6 &= 3/2 + i, z_7 = -1 + 1/2i, z_8 = 1/2i, z_9 = 1 + 1/2i, z_{10} = 2 + 1/2i, \\ z_{21-i} &= \bar{z}_i, i = 1, \dots, 10. \end{aligned} \quad (1)$$

Метод:

Алгоритм, на основе которого была построена данная процедура опубликован в работе [3]. Предлагаемый алгоритм позволяет сэкономить время вычисления многократных интегралов, подинтегральная функция которых содержит гипергеометрические функции ${}_2F_1(a, 2; c, z)$, примерно в 10 – 60 раз в зависимости от точности вычисления ($10^{-4} - 10^{-14}$) по сравнению с прямым использованием подпрограммы HYPGEO при каждом значении z . Подобные вычисления встречаются при исследовании однократной и двукратной ионизации электронным ударом двухатомных молекул (см. работы [4,5]).

Литература:

- [1] Абрамовиц М. и Стиган И. *Справочник по специальным функциям*. Москва, Наука 1979, стр.370.
- [2] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. and Flannery B.P. *Numerical recipes: The art of scientific computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [3] Чулуунбаатар О. Вестник ТвГУ: Серия Прикладная Математика. 2008, №. 26(86), сс. 47–64.
- [4] Chuluunbaatar O., Joulakian B.B., Tsookhuu Kh. and Vinitsky S.I. J. Phys. B, 2004, v. 37, pp. 2607–2616.
- [5] Chuluunbaatar O., Joulakian B.B., Puzynin I.V., Tsookhuu Kh. and Vinitsky S.I. J. Phys. B, 2008, v. 41, pp. 015204–1–6.

Структура:

FUNCTION

Имя: ZHYPG2

Внутренние подпрограммы: ZSUM, ZGAMMA, DRHYP, CGAMA, HYPGEO, HYPDRV, HYPSE, ODEINT, BSSTEP, MMID, PZEXTR

Обращение:

ZFUNC = ZHYPG2(ZA,ZC,ZZ,NMAX,EPS)
INPUT: ZA, ZC, ZZ, NMAX, EPS:

ZA -- комплексная переменная, содержит значение параметра a .
ZC -- комплексная переменная, содержит значение параметра c .
ZZ -- комплексная переменная, содержит значение аргумента z .
NMAX -- целочисленная переменная, максимальное число суммирования
 усеченного ряда Гаусса.
EPS -- вещественная переменная, точность вычислений.

Пример вычисления интеграла:

$$\int_0^3 dx \int_0^3 dy \exp(-x-y) {}_2F_1(-i, 2; 3 + 0.5i, x + iy). \quad (2)$$