

АВТОМОДЕЛЬНОСТЬ,  
КОММУТАТОРЫ ТОКОВ  
И ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ  
В ГЛУБОКО НЕУПРУГИХ  
ЛЕПТОН-АДРОННЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян,  
А. Н. Тавхелидзе

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

## АННОТАЦИЯ

Разработан единый подход к изучению неупругих лептон-адронных взаимодействий, основанный на использовании принципа приближенной автомодельности, алгебры токов и векторной доминантности. Автомодельный характер форм-факторов глубоко неупругих электромагнитных и слабых процессов позволяет в асимптотической области уменьшить на единицу число независимых переменных и в сочетании с алгеброй токов вывести специальные правила сумм, позволяющие в принципе решить фундаментальный вопрос о структуре электромагнитного или слабого адронного тока. Показано, что вопрос о механизме нарушения автомодельности или масштабной инвариантности связан с идеей нарушения конформной симметрии до симметрии группы Пуанкаре. Подробно рассмотрен процесс образования ди-мюона в глубоко неупругом протон-протонном столкновении  $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \text{адроны}$ .

## А B S T R A C T

The general approach to the investigation of deep inelastic lepton-hadron interactions, based on the automodelity, current algebra and vector dominance is used. The automodel character of the form factors of electromagnetic or weak processes makes it possible in the asymptotic domain to decrease by unity the number of independent variables and by combining with current algebra to deduce sum rules of a special type, which allow to answer, in principle, the fundamental question about the structure of electromagnetic or weak hadronic currents. It is shown, that the problem of the automodelity violation is connected with the idea of the breakdown of the conformal symmetry up to the Poincare group. The process of dimuon production in deep inelastic proton-proton collision  $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + \text{handrons}$  is considered in detail.

## § 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных задач теории элементарных частиц является изучение поведения электромагнитных и слабых взаимодействий при высоких энергиях. Наиболее общий процесс взаимодействия лептонной пары с системой адронов представлен на рис. 1. Он факторизуется на лептонную и адронную части:

$$T_{fi} = cL^\mu H_\mu. \quad (1.1)$$

Явный вид «константы связи»  $c$  и лептонной части  $L^\mu$  хорошо известен. Сложнее обстоит дело с адронной частью. Исходя из аналогии с электродинамикой, где локальные токи дают правильное описание явлений, постулируется, что существуют операторы локальных адронных токов — электромагнитного  $J_\mu^{\text{эм}}(x)$  и слабого  $J_\mu^w(x)$ . Эти операторы имеют вполне определенный экспериментальный смысл, заключающийся в том, что их матричные элементы прямо связаны с наблюдаемыми величинами (сечениями, поляризациями и т. д.). Наиболее просто эти квантованные токи появляются в формулировке теории поля Боголюбова, где они возникают как отклик системы частиц на внешнее некантованное возмущение:

$$J_\mu(x) = (\square - m^2) A_\mu = \frac{1}{i} S^+ \frac{\delta S}{\delta A_\mu^{\text{внеш}}} \Big|_{A_\mu^{\text{внеш}} \equiv 0}. \quad (1.2)$$

Таким образом, факторы, входящие в матричный элемент, могут быть представлены в виде

$${}_{w}^{\text{эм}} c = \begin{cases} \frac{4\pi\alpha}{q^2} \\ G/\sqrt{2} \end{cases}; \quad L^\mu = \begin{cases} \bar{u}\gamma^\mu u \\ \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)u \end{cases}; \quad H_\mu = \begin{cases} \langle f | J_\mu^{\text{эм}}(0) | i \rangle \\ \langle f | J_\mu^w(0) | i \rangle \end{cases}. \quad (1.3)$$

Несмотря на то что явный вид адронной части матричного элемента остается неизвестным, можно тем не менее получить конкретную информацию об адронной части, используя требования релятивистской ковариантности  $P$ -,  $C$ - и  $T$ -преобразования и правила отбора,

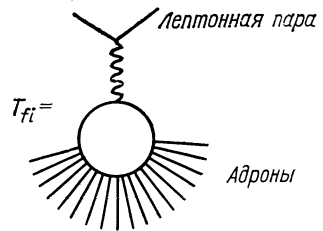


Рис. 1. Матричный элемент  $T_{fi}$ , описывающий произвольный электромагнитный или слабый процесс взаимодействия лептонной пары с системой адронов.

вытекающие из существования внутренних симметрий  $SU(2)$  или  $SU(3)$ . Остается основная теоретическая трудность — отсутствие количественного понимания динамики сильных взаимодействий. Это приводит к появлению в теории неизвестных функций — так называемых структурных функций или форм-факторов. Хорошо известный пример — это электромагнитные форм-факторы нуклона, зависящие от одной лоренц-инвариантной переменной  $G_E(q^2)$  и  $G_M(q^2)$ . Вообще говоря, форм-факторы могут зависеть от нескольких лоренц-инвариантных переменных. Основной задачей, фактически, является теоретическое и экспериментальное изучение этих

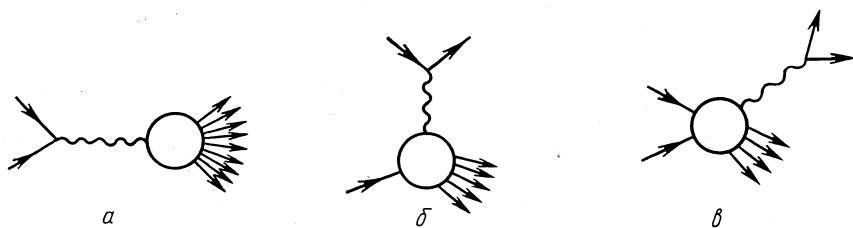


Рис. 2. Матричные элементы процессов  $a - \nu$ :  
 $a$  и  $\nu - q^2$  времениподобно,  $q^2 > 0$ ;  $b - q^2$  пространственноподобно,  $q^2 < 0$ .

форм-факторов. Это поможет решить такие фундаментальные вопросы, как структура частиц, существование элементарных составляющих адронов (кварки, партоны и т. д.).

Важность изучения глубоко неупругих процессов подчеркивалась в ряде работ [1—5]. В работах [4] разработаны общие методы для изучения глубоко неупругих сильных процессов и получены строгие оценки для амплитуд. Эти методы могут дать полезную информацию также при изучении поведения форм-факторов глубоко неупругих лептон-адронных взаимодействий. Перечислим некоторые конкретные экспериментально осуществимые глубоко неупругие лептон-адронные процессы. В зависимости от того, какие частицы на рис. 1 являются входящими и какие выходящими, эти процессы могут быть разделены на три типа: а) аннигиляция лептонной пары; б) рассеяние лептона на адроне; в) образование лептонной пары при столкновении двух адронов. Соответствующие матричные элементы изображены на рис. 2.

Наиболее интенсивно в последние годы изучались электромагнитные и слабые процессы рассеяния, соответствующие диаграмме рис. 2, б. Именно процесс глубоко неупругого рассеяния электронов на протонах

$$e^- + p \rightarrow e^- + \text{адроны} \quad (1.4)$$

был экспериментально исследован на СЛАКе [6]. При этом выяснилась весьма интересная «точечная» картина процесса электро-рождения. Дифференциальное сечение  $d\sigma/dq^2$  при больших  $q^2$  оказалось большим и примерно равным моттовскому сечению рас-

сеяния на бесструктурном нуклоне. Это послужило основой для выдвижения и проверки ряда теоретических идей [1—5]. Аналогичная точечная картина наблюдалась в ЦЕРНе в экспериментах по глубоко неупругому рассеянию нейтрино на нуклоне [7, 8]:

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + \text{адроны.} \quad (1.5)$$

Простейшее объяснение этих факторов заключается в том, что с увеличением числа каналов их суммарный вклад в форм-факторы слабо зависит от  $q^2$ . Для точечного нуклона в случае нейтринорождения на основе простейшей диаграммы теории возмущений имеем

$$\sigma_{\text{теор}}(E) = 1,3 \cdot 10^{-38} E \text{ см}^2,$$

где  $E$  — энергия нейтрино в лабораторной системе,  $\text{Гэв}$ . Опыты ЦЕРНа дают

$$\sigma_{\text{эксп}}(E) = (0,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-38} \cdot E \text{ см}^2 = 0,6\sigma_{\text{теор}}(E).$$

На ускорителе ИФВЭ в принципе возможно изучить этот процесс с энергиями нейтрино, равными 50  $\text{Гэв}$ .

В настоящем обзоре мы подробно остановимся на изучении процесса, соответствующего диаграмме рис. 2, в, а именно на глубоко неупругом процессе образования мюонной пары в адрон-адронных столкновениях:

$$p + p' \rightarrow \mu^{+} + \mu^{-} + \text{адроны.} \quad (1.6)$$

Ниже, в § 2, приведен кинематический анализ этого процесса, а для получения динамической информации рассмотрены три теоретические схемы, основанные на автомодельности (§ 3), коммутаторах токов (§ 4) и векторной доминантности (§ 5). Это рассмотрение основано на результатах работ [9—13], выполненных в последнее время в Дубне. Экспериментальное изучение процесса (1.6) проводится в настоящее время на брукхейвском ускорителе, и предварительные данные приведены в работе [14].

Результаты, полученные при исследовании процесса (1.6), имеют большой самостоятельный интерес, а также могут представлять большую ценность при поиске промежуточного  $W$ -мезона, образующегося в сильных взаимодействиях [15—19].

Отметим, что следующий этап в изучении процессов (1.4) и (1.5) заключается в выделении какого-либо одного адрона в конечном состоянии. Процессы

$$e^{-} + p \rightarrow e^{-} + p' + \text{адроны;} \quad (1.7)$$

$$\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{-} + p' + \text{адроны} \quad (1.8)$$

были теоретически изучены в работе [20].

## § 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим процесс глубоко неупругого столкновения двух адронов  $a$  и  $b$ , в результате которого рождаются мюонная пара и некоторая система адронов  $A$ :

$$a + b \rightarrow \mu^+ + \mu^- + A. \quad (2.1)$$

В низшем порядке по электромагнитному взаимодействию процесс протекает через испускание и распад виртуального фотона согласно рис. 3, где в скобках приведены обозначения 4-импульсов частиц. Соответствующий матричный элемент  $T$ -матрицы определяется выражением

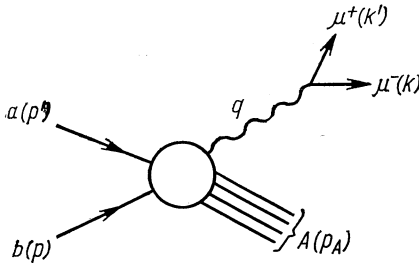


Рис. 3. Кинематика образования лептонной пары.

$$T_{fi} = \frac{4\pi\alpha}{q^2} j^\mu \times$$

$$\times \langle A \text{ out} | J_\mu(0) | p, p', \text{ in} \rangle^c, \quad (2.2)$$

где  $j^\mu = u(k) \gamma^{\mu\nu} v(k')$  — электромагнитный ток мюонной пары;

$J_\mu(x)$  — оператор электромагнитного тока адронов;  $\alpha = e^2/4\pi = 1/137$  — постоянная тонкой структуры. Символ «с» означает, что необходимо учитывать лишь связанную часть матричного элемента тока. Если сталкивающиеся частицы не поляризованы, а в конечном состоянии детектируется лишь мюонная пара, то сечение рассматриваемого процесса может быть выражено с помощью следующего тензора второго ранга:

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu}(p, p', q) = & \sum_A (2\pi)^4 \times \\ & \times \delta(p + p' - q - p_A) \times \\ & \times \langle p, p', \text{ in} | J_\mu(0) | A \text{ out} \rangle \times \\ & \times \langle A \text{ out} | J_\nu(0) | p, p', \text{ in} \rangle^c. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Из-за сохранения электромагнитного тока этот тензор должен удовлетворять условию градиентной инвариантности  $q^\mu \rho_{\mu\nu} = \rho_{\mu\nu} q^\nu = 0$ , а из эрмитовости  $\rho_{\mu\nu} = \rho_{\nu\mu}^*$  следует, что вещественная часть тензора должна быть симметричной, а мнимая часть — антисимметричной при замене  $\mu \rightleftharpoons \nu$ .

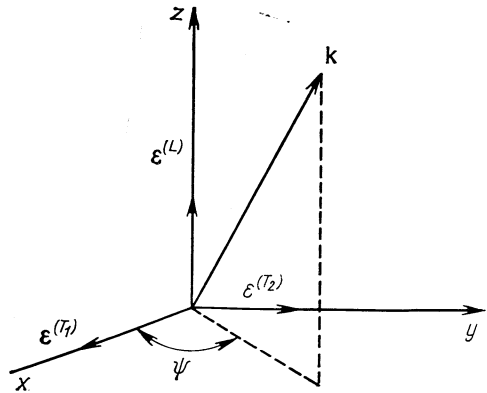


Рис. 4. Система центра масс мюонной пары. Ось  $z$  направлена вдоль импульса  $p$ , а импульс  $p'$  лежит в плоскости рождения  $xz$ . Нормаль к плоскости рождения направлена вдоль оси  $y$ .

Удобно разложить тензор  $\rho_{\mu\nu}$  по структурам (21, 9, 11, 22), соответствующим определенным поляризациям виртуального фотона. Определим направления трехмерных векторов поляризаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(T_1)}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(T_2)}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{(L)}$  в системе покоя виртуального фотона  $\mathbf{q} = 0$ , т. е. в системе центра масс мюонной пары согласно рис. 4. Тогда соответствующие четырехмерные векторы поляризаций будут иметь вид:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_1)} = \frac{1}{\sqrt{-\left(\mathcal{F}'^2 - \frac{\mathcal{P}\mathcal{P}'}{\mathcal{F}^2}\right)}} \left( \mathcal{F}'_{\mu} - \frac{\mathcal{P}\mathcal{P}'}{\mathcal{F}^2} \mathcal{F}_{\mu} \right); \quad (2.4a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_2)} = \frac{1}{\sqrt{q^2(pp')^2 - q^2 m^2 m'^2}} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} p^{\alpha} p'^{\beta} q^{\gamma}; \quad (2.4б)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(L)} = \frac{1}{\sqrt{-\mathcal{F}^2}} \mathcal{F}_{\mu}, \quad (2.4в)$$

где

$$\mathcal{F}_{\mu} = p_{\mu} - \frac{pq}{q^2} q_{\mu}; \quad \mathcal{F}'_{\mu} = p'_{\mu} - \frac{p'q}{q^2} q_{\mu}. \quad (2.5)$$

Нетрудно убедиться, что векторы поляризаций ортогональны к импульсу виртуального фотона  $q_{\mu}$  и друг к другу, норма их равна  $-1$ :

$$q^{\mu} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(i)} = 0, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(i)\mu} = -\delta_{ij} \quad (i, j = T_1, T_2, L), \quad (2.6)$$

и выполняется условие полноты

$$\sum_{i=T_1, T_2, L} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(i)*} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2}. \quad (2.7)$$

Используя эти векторы, разложим тензор  $\rho_{\mu\nu}$  по пяти независимым структурам:

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu} = & \rho_{T_1} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(T_1)} + \rho_{T_2} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_2)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(T_2)} + \rho_L \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(L)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(L)} + \\ & + \rho_{TL}^{(+)} (\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(L)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(T_1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(L)}) + i \rho_{TL}^{(-)} (\boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(T_1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(L)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu}^{(T_1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu}^{(L)}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Структурные функции, или форм-факторы  $\rho_{T_1}$ ,  $\rho_{T_2}$ ,  $\rho_L$ ,  $\rho_{TL}^{(+)}$ ,  $\rho_{TL}^{(-)}$ , являются вещественными функциями, зависящими от четырех независимых лоренц-инвариантных переменных, в качестве которых, например, могут быть выбраны  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $q^2$ ,  $\nu = pq$ ,  $\Delta^2 = (p' - q)^2 \equiv m'^2 + q^2 - 2\nu$ . Можно фиксировать и другие инвариантные переменные, например  $m_N^2 = (p + p' - q)^2$ , представляющий квадрат эффективной массы системы адронов, или  $\delta = \frac{1}{m} p(p' - q)$  — передаче энергии в лабораторной системе  $\mathbf{p} = 0$ .

\* В обозначениях работы [21]  $\rho_{T_1} = F_3$ ,  $\rho_{T_2} = F_2$ ,  $\rho_L = F_1$ ,  $\rho_{TL}^{(+)} = F_4$ ,  $\rho_{TL}^{(-)} = F_5$ .

Отметим, что в системе  $\mathbf{q} = 0$  имеется простая связь между пространственными компонентами тензора  $\rho_{ij}$  и форм-факторами:

$$\|\rho_{ij}\| = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & 0 & \rho_{xz} \\ 0 & \rho_{yy} & 0 \\ \rho_{zx} & 0 & \rho_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{T_1} & 0 & \rho_{TL}^{(+)} + i\rho_{TL}^{(-)} \\ 0 & \rho_{T_2} & 0 \\ \rho_{TL}^{(+)} - i\rho_{TL}^{(-)} & 0 & \rho_L \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

С точностью до нормировки это матрица плотности виртуального фотона, заданная в линейном базисе\*.

Угловое распределение, просуммированное по спинам, равно, по определению, отношению пятикратного дифференциального

сечения  $\frac{d^5\sigma(s, q^2, \Delta^2, \nu, \theta, \varphi)}{|dq^2 d\Delta^2 d\nu d\Omega}$  к трехкратному  $\frac{d^3\sigma(s, q^2, \Delta^2, \nu)}{dq^2 d\Delta^2 d\nu}$ :

$$W(\theta, \varphi) \equiv W(\theta, \varphi, s, q^2, \Delta^2, \nu) = \frac{d^5\sigma(s, q^2, \Delta^2, \nu, \theta, \varphi)}{d^3\sigma(s, q^2, \Delta^2, \nu)},$$

$$W(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi \left(1 - \frac{v^2}{3}\right) \rho} [\rho_{T_1} (1 - v^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) + \rho_{T_2} (1 - v^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) + \rho_L (1 - v^2 \cos^2 \theta) - \rho_{TL}^{(+)} v^2 \sin 2\theta \cos \varphi], \quad (2.13)$$

где  $\rho$  задано формулой (2.12);  $v = \frac{|\vec{k}|}{E} = \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\mu^2}{q^2}}$  — скорость

\* Перейдя от линейного базиса к спиральному

$$\varepsilon_\mu^{(\pm 1)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\varepsilon_\mu^{(T_1)} \pm i\varepsilon_\mu^{(T_2)}), \quad \varepsilon_\mu^{(0)} = \varepsilon_\mu^{(L)}, \quad (2.10)$$

получим, следуя Оаксу [21], связь между форм-факторами и отнормированными матричными элементами матрицы плотности в спиральном базисе:

$$\left. \begin{aligned} \rho^{(11)} &= \rho^{-1-1} = \frac{1}{2\rho} (\rho_{T_2} + \rho_L); \\ \rho^{00} &= \frac{1}{\rho} \rho_L; \\ \rho^{1-1} &= \rho^{-11} = \frac{1}{2\rho} (\rho_{T_2} - \rho_L); \\ \rho^{10} &= \rho^{01*} = -\rho^{-10} = \rho^{0-1*} = -\frac{1}{\sqrt{2}\rho} (\rho_{TL}^{(+)} + i\rho_{TL}^{(-)}), \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

где

$$\rho = \rho_{xx} + \rho_{yy} + \rho_{zz} = \rho_{T_1} + \rho_{T_2} + \rho_L. \quad (2.12)$$



мюонов в их системе центра масс. Изучая это угловое распределение, можно определить  $\rho_{T_1}$ ,  $\rho_{T_2}$ ,  $\rho_L$ ,  $\rho_{TL}^{(+)}$ , но не  $\rho_{TL}^{(-)}$ . Форм-фактор  $\rho_{TL}^{(-)}$  можно найти, измеряя поляризацию одного из мюонов вдоль нормали к плоскости рождения (вдоль оси  $y$  на рис. 2):

$$\langle S_y \rangle \sim m_\mu E \rho_{TL}^{(-)}. \quad (2.14)$$

Интегрируя (2.13) по  $d\varphi$  или по  $d \cos \theta$ , найдем распределения лишь по  $\theta$  или  $\varphi$  соответственно:

$$W(\theta) = \frac{1}{2\rho \left(1 - \frac{v^2}{3}\right)} \left[ (\rho_{T_1} + \rho_{T_2}) \left(1 - \frac{v^2}{2} \sin^2 \theta\right) + \rho_L (1 - v^2 \cos^2 \theta) \right]; \quad (2.15a)$$

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi\rho \left(1 - \frac{v^2}{3}\right)} \left[ \rho_{T_1} \left(1 - \frac{2}{3} v^2 \cos^2 \varphi\right) + \rho_{T_2} \left(1 - \frac{2}{3} v^2 \sin^2 \varphi\right) + \rho_L \left(1 - \frac{v^2}{3}\right) \right]. \quad (2.15b)$$

Форм-факторы  $\rho_{T_1}, \dots, \rho_{TL}^{(-)}$  имеют кинематические особенности. Форм-факторы  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5$  могут быть определены следующим образом [9]:

$$\rho_{\mu\nu} = \rho_1 \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \rho_2 \mathcal{F}_\mu \mathcal{F}_\nu + \rho_3 \mathcal{F}'_\mu \mathcal{F}'_\nu + \rho_4 (\mathcal{F}_\mu \mathcal{F}'_\nu + \mathcal{F}_\nu \mathcal{F}'_\mu) + i\rho_5 (\mathcal{F}_\mu \mathcal{F}'_\nu - \mathcal{F}_\nu \mathcal{F}'_\mu), \quad (2.16)$$

где  $\mathcal{F}_\mu, \mathcal{F}_\nu$  определены выше в (2.5). Нетрудно установить связь между этими двумя наборами форм-факторов:

$$\rho_L = \rho_1 - \mathcal{F}^2 \rho_2 - \frac{(\mathcal{F} \mathcal{F}')^2}{\mathcal{F}^2} \rho_3 - 2\mathcal{F} \mathcal{F}' \rho_4; \quad (2.17a)$$

$$\rho_{T_1} = \rho_1 - \frac{(\mathcal{F} \mathcal{F}')^2 - \mathcal{F}^2 \mathcal{F}'^2}{\mathcal{F}^2} \rho_3; \quad (2.17b)$$

$$\rho_{T_2} = \rho_1; \quad (2.17b)$$

$$\rho_{TL}^{(+)} \pm i\rho_{TL}^{(-)} = \frac{\mathcal{F} \mathcal{F}'}{\mathcal{F}^2} [\mathcal{F}^2 \mathcal{F}'^2 - (\mathcal{F} \mathcal{F}')^2]^{1/2} \rho_3 + [\mathcal{F}^2 \mathcal{F}'^2 - (\mathcal{F} \mathcal{F}')^2]^{1/2} (\rho_4 \pm i\rho_5). \quad (2.17\gamma)$$

Тройное дифференциальное сечение процесса (2.1), когда в конечном состоянии детектируется лишь мюонная пара с определенным  $q^2$ ,  $\Delta^2$  и  $\delta$ , а по всем возможным адронным состояниям производится суммирование, запишется так:

$$\frac{d^3\sigma}{dq^2 d\Delta^2 d\delta} = -\frac{\alpha^2}{8\pi^2} \left(1 - \frac{q^2 - 4m_\mu^2}{3q^2}\right) \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\mu^2}{q^2}} \times \times \frac{1}{\sqrt{s - (m + m')^2} \sqrt{s - (m - m')^2}} \rho(s, q^2, \Delta^2, \delta), \quad (2.18)$$

где  $\alpha = e^2/4\pi = 1/137$ ;  $m, m', m_\mu$  — массы адронов  $b, a$  и мюона соответственно;  $\rho(s, q^2, \Delta^2, \delta)$  обозначена следующая величина:

$$\rho(s, q^2, \Delta^2, \delta) = \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \rho_{\mu\nu}(p, p', q) = \rho_{T_1} + \rho_{T_2} + \rho_L. \quad (2.19)$$

Отметим, что тензор  $\rho_{\mu\nu}(p, p', q)$  описывает содержимое адронного «черного ящика» комптон-эффекта на двух адронах, изображенного на рис. 5.

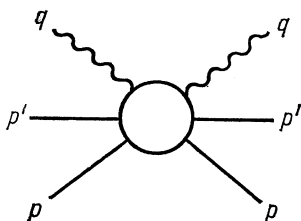


Рис. 5. Амплитуда комптон-эффекта на двух адронах в направлении вперед.

Распределение по квадрату эффективной массы мюонной пары получается из (2.2) интегрированием по  $d\Delta^2$  и  $d\delta$  внутри физической области. Пренебрегая массой мюона, получаем следующую формулу для спектра масс ди-мюона\*:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = -\frac{\alpha}{12\pi^2} \cdot \frac{m}{\sqrt{s-(m+m')^2} \sqrt{s-(m-m')^2}} \times \times \frac{1}{q^2} \int_{\Delta_{\text{мин}}^2}^{\Delta_{\text{макс}}^2} d\Delta^2 \int_{\delta_{\text{мин}}}^{\delta_{\text{макс}}} d\delta \rho(s, q^2, \Delta^2, \delta). \quad (2.20)$$

В целях применения гипотезы векторной доминантности (см. § 5) удобно представить формулы для спектра масс в виде

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha}{3\pi} \cdot \frac{1}{q^2} \sigma^{\gamma^*}(s, q^2). \quad (2.21)$$

где

$$\sigma^{\gamma^*}(s, q^2) = \sigma_{T_2}^{\gamma^*} + \sigma_{T_1}^{\gamma^*} + \sigma_L^{\gamma^*} \quad (2.22)$$

полное сечение рождения виртуального  $\gamma^*$  фотона с массой  $q^2$  в процессе

$$a + b \rightarrow \gamma^* + \text{адроны}. \quad (2.23)$$

В заключение этого параграфа отметим, что имеется интересная кинематическая аналогия между рассматриваемой здесь реакцией и реакцией неупругого нейтринорождения. Именно, если в приложении к работе Адлера [2] заменить квадрат массы  $m_l^2$  лептона нашим  $q^2$ , а  $q^2$  Адлера — нашим  $\Delta^2$ , то мы, по существу, определим границы физической области процесса (2.1). Подробному определению границы физической области посвящено приложение к данному обзору. Для получения динамической информации о форм-факторах ниже будут рассмотрены три теоретические схемы, основанные на 1) автомодельности или масштабной инвариантности; 2) векторной доминантности; 3) коммутаторах токов.

\* Определение границ физической области рассмотрено в приложении.

### § 3. ПРИНЦИП АВТОМОДЕЛЬНОСТИ

Как уже отмечалось, эксперименты на СЛАКе и в ЦЕРНе указывают на точечный характер глубоко неупругих взаимодействий лептонов с адронами. Такое поведение могло бы быть понято на основе гипотезы приближенной автомодельности или масштабной инвариантности. Предположим, что при описании глубоко неупругих лептон-адронных процессов, когда энергии и переданные импульсы велики, никакие размерные величины — массы, «элементарная длина» и т. д. — не играют существенной роли, и поэтому форм-факторы могут зависеть только от переменных кинематических инвариантов.

На возможность существования автомодельного поведения форм-факторов в рассматриваемых задачах наше внимание обратил Н. Н. Боголюбов. Он подчеркнул, что подобное поведение форм-факторов неупругих слабых и электромагнитных процессов может иметь характер весьма близкий к так называемым автомодельным решениям ряда задач классической гидродинамики, например задачи сильного точечного взрыва [24, 25]. При нахождении автомодельных решений задач гидродинамики большую пользу оказывают методы теории подобия и размерности в сочетании с некоторыми качественными соображениями о характере физических процессов. Известно, что электромагнитные и слабые взаимодействия довольно успешно описываются с помощью локальных электромагнитных и слабых токов. Эффект же сильных взаимодействий учитывается путем введения форм-факторов. Можно ожидать, что при низких энергиях необходимость учета масс частиц искажает картину сильных взаимодействий, в то время как при высоких энергиях (и больших значениях других инвариантных переменных), когда массами рожденных частиц можно пренебречь, ситуация существенно упрощается и в некотором смысле становится «гидродинамической». Качественно эта гипотеза подкрепляется тем фактом, что главные особенности сингулярных функций теории поля не зависят от масс (см., например, [26]).

Попытаемся обсудить принцип приближенной автомодельности или масштабной инвариантности в применении к процессам лептон-адронных взаимодействий при больших энергиях и переданных импульсах и выведем ряд следствий, которые могут быть проверены экспериментально. Будем считать, что асимптотическое поведение форм-факторов процессов с участием лептонов при высоких энергиях и больших переданных импульсах диктуется соображениями размерности и требованием приближенной инвариантности при масштабных преобразованиях;  $q \rightarrow \lambda q$ ;  $p_i \rightarrow \lambda p_i$ , где  $q$  — импульс, переданный от лептонов к адронам;  $p_i$  — импульсы адронов, участвующих в реакции.

Подобное предположение, по существу, означает, что в рассматриваемом асимптотическом пределе, когда  $q^2 \rightarrow \infty$  и  $qp_i \rightarrow \infty$ , форм-факторы процессов с участием лептонов определяются функ-

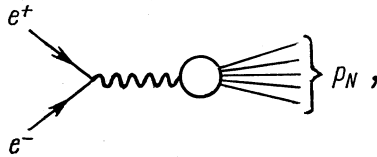
циями безразмерных отношений  $\omega_i = q^2/q\rho_i$  и приближенно не зависят от масс частиц и других размерных параметров, таких, как радиус взаимодействия и т. п. Подчеркнем, что этот принцип неприменим к процессам чисто сильных взаимодействий, так как в этом случае процессы, по-видимому, существенно зависят от постоянных размерных величин.

Ниже будет выведен ряд следствий принципа масштабной инвариантности для процессов аннигиляции электрон-позитронных пар в адроны, электророждения и процесса образования лептонных пар при столкновении двух адронов.

Рассмотрим вначале простейший глубоко неупругий процесс с участием лептонов — аннигиляцию лептонной пары в адроны:

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{адроны.}$$

В однофотонном приближении этот процесс протекает согласно диаграмме



а полное сечение имеет вид (при  $m_e \equiv 0$ )

$$\sigma_{\text{полн}} = \frac{8\pi^2\alpha^2}{q^2} \rho(q^2). \quad (3.1)$$

Вся информация о динамике процесса содержится в неизвестной спектральной функции (форм-факторе)  $\rho(q^2)$ , которая, по определению, связана с тензором  $\rho_{\mu\nu}(q^2)$  соотношением

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\nu}(q) &= \int dx e^{iqx} \langle 0 | J_\mu(x) J_\nu(0) | 0 \rangle = \\ &= \sum_N (2\pi)^4 \delta(q - p_N) \langle 0 | J_\mu(0) | N \rangle \langle N | J_\nu(0) | 0 \rangle = \\ &= (-g_{\mu\nu}q^2 + q_\mu q_\nu) \rho(q^2). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Легко подсчитать размерность тензора  $\rho_{\mu\nu}^*$ :

$$[\rho_{\mu\nu}(q)] = [m^2], \quad (3.3)$$

откуда видно, что  $\rho(q^2)$ , как и следовало ожидать, безразмерно:

$$[\rho(q^2)] = 1. \quad (3.4)$$

\* Мы используем систему единиц, в которой действие и скорость безразмерны, а в качестве размерной величины выбрана масса. Напомним, что в этой системе размерность тока равна  $[J_\mu] = [m^3]$ ,  $n$  — частичный вектор состояния при релятивистски инвариантной нормировке имеет размерность:

$$[|p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\rangle] = [m^{-n}].$$

При масштабных преобразованиях шкалы импульсов

$$q \rightarrow \lambda q \quad (3.5)$$

с учетом принципа автомодельности следует, что

$$\rho_{\mu\nu}(\lambda q) = \lambda^2 \rho_{\mu\nu}(q); \quad \rho(\lambda^2 q^2) = \rho(q^2) = \text{const}. \quad (3.6)$$

Таким образом, при больших  $q^2$  полное сечение должно асимптотически вести себя «точечным» образом, аналогично случаю аннигиляции пары электрон — позитрон в мюонную пару:

$$e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-. \quad (3.7)$$

Такое поведение совпадает с предсказанием алгебры кварковых токов [27, 28]. С помощью обратного фурье-преобразования можно восстановить пространственно-временную картину и получить, что коммутатор электромагнитных токов между вакуумными состояниями равен:

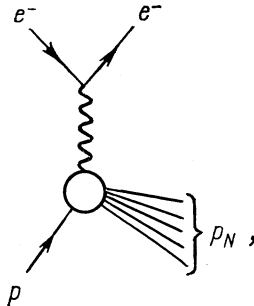
$$\langle 0 | [J_\mu(x), J_\nu(0)] | 0 \rangle = \frac{ic}{\pi} (g_{\mu\nu} \square - \partial_\mu \partial_\nu) \delta(x) \mathcal{F} \left( \frac{1}{t} \right), \quad (3.8)$$

где  $c = \rho(q^2) = \text{const}$ ;  $\square$  — оператор д'Аламбера, а  $\mathcal{F}$  — символ главного значения. Отсюда, в частности, следует, что одновременный коммутатор между временной и пространственными компонентами имеет вид

$$\langle 0 | [J_0(x, 0), J_i(0)] | 0 \rangle = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau^2} \cdot \frac{ic}{\pi} \nabla_i \delta(x), \quad (3.9)$$

т. е. равен швингеровскому члену с квадратично расходящимся с числовым коэффициентом [29].

Процесс электророждения в однофотонном приближении описывается диаграммой, а сечение известным образом (см., например,



[30]) выражается через тензор

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}(p, q) &= \sum_N (2\pi)^4 \langle p | J_\mu(0) | N \rangle^c \langle N | J_\nu(0) | p \rangle^c \delta(p + q - p_N) = \\ &= \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(pq, q^2) + \\ &+ \left( p_\mu - \frac{pq}{q^2} q_\mu \right) \left( p_\nu - \frac{pq}{q^2} q_\nu \right) W_2(pq, q^2). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Легко убедиться, что этот тензор безразмерен:

$$[W_{\mu\nu}(p, q)] = 1, \quad (3.11)$$

откуда следует, что

$$[W_1(q^2, pq)] = 1; \quad [W_2(q^2, pq)] = [m^{-2}]. \quad (3.12)$$

Из принципа автомодельности следует, что при масштабных преобразованиях

$$q \rightarrow \lambda q; \quad p \rightarrow \lambda p, \quad (3.13)$$

форм-факторы  $W_1$  и  $W_2$  должны удовлетворять следующим требованиям:

$$\left. \begin{aligned} W_1(\lambda^2 q^2, \lambda^2 pq) &= W_1(q^2, pq); \\ \lambda^2 W_2(\lambda^2 q^2, \lambda^2 pq) &= W_2(q^2, pq). \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Этим требованиям можно удовлетворить, положив

$$W_1(q^2, pq) = F_1\left(\frac{q^2}{pq}\right), \quad W_2(q^2, pq) = \frac{1}{q^2} F_2\left(\frac{q^2}{pq}\right). \quad (3.15)$$

Такая универсальная зависимость от одной безразмерной переменной  $q^2/pq$  для форм-фактора  $W_2$  действительно наблюдалась в экспериментах на станфордском ускорителе [4]. В работе [23] приведены некоторые теоретические аргументы в пользу такой зависимости. Отметим, что в настоящее время делаются многочисленные попытки качественно понять такое точечное поведение форм-факторов электророждения при больших передачах построением конкретных моделей (см., например, [31—33]). Перейдем к рассмотрению процесса образования мюонной пары в сильных взаимодействиях. Размерность тензора  $\rho_{\mu\nu}$  и соответственно форм-факторов  $\rho_i$  равны

$$[\rho_{\mu\nu}] = [\rho_i] = [m^{-2}]. \quad (3.16)$$

Используя требование автомодельности и учтя (3.2), получим:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\mu\nu}(\lambda p, \lambda p', \lambda q) &= \lambda^{-2} \rho_{\mu\nu}(p, p', q); \\ \rho_i(\lambda^2 s, \lambda^2 q^2, \lambda^2 \Delta^2, \lambda^2 \delta) &= \lambda^{-2} \rho_i(s, q^2, \Delta^2, \delta), \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

откуда следует, что форм-факторы при больших значениях инвариантов имеют вид

$$\rho_i(s, q^2, \Delta^2, \delta) = \frac{1}{q^2} F_i(\alpha, \beta, \omega), \quad (3.18)$$

где  $\alpha, \beta, \omega$  — безразмерные переменные, составленные из отношения инвариантов  $s, q^2, \Delta, \delta$ .

Принцип автомодельности также может быть использован при анализе поведения форм-факторов слабых процессов. Большой интерес представляет экспериментальная проверка следствий принципа приближенной автомодельности для процесса глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклонах. Отметим, что автомодельный, или самоподобный, характер форм-факторов электромагнитных и слабых процессов позволяет в асимптотической области, во-первых,

уменьшить на единицу число независимых переменных, во-вторых, зная форм-факторы для одного набора инвариантов, предвидеть их значение для другого при условии, что определенные отношения при этом остаются фиксированными.

На наш взгляд, наибольший интерес вызвало бы экспериментальное подтверждение предсказываемого принципом автомодельности поведения до определенных больших значений инвариантов. Отклонение от этих предсказаний могло бы означать, что в игру вступает некий размерный фактор, например «элементарная длина», и т. п., который нарушает автомодельность на сверхмалых расстояниях.

В настоящем параграфе мы рассмотрели возможность осуществления «максимальной автомодельности», т. е. автомодельности по всем переменным. Не исключено, что в действительности может осуществляться «частичная автомодельность», когда автомодельность имеет место не по всем переменным, а лишь по некоторым выделенным. В дальнейшем, конечно, было бы весьма интересно понять механизм нарушения принципа автомодельности и разработать методы вычисления поправок к автомодельным приближениям. По-видимому, этот вопрос тесно связан с идеей спонтанного нарушения конформной симметрии до симметрии группы Пуанкаре.

Конформная симметрия представляет собой одно из возможных физически интересных обобщений симметрии Пуанкаре. Коротко напомним основные сведения о конформной группе, которая содержит в себе в качестве одного из преобразований масштабное преобразование пространства — времени. Эта 15-параметрическая группа включает следующие преобразования [34—37].

1. Пространственно-временные трансляции (4 параметра)

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \alpha^{\mu}. \quad (3.19)$$

2. Однородные лоренцевские преобразования (6 параметров):

$$x'^{\mu} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu}, \quad \Lambda_{\nu}^{\mu} \in O(3,1). \quad (3.20)$$

3. Специальные конформные преобразования (4 параметра):

$$x'^{\mu} = \frac{x^{\mu} + \beta^{\mu} x^2}{1 + 2\beta x + \beta^2 x^2}. \quad (3.21)$$

4. Масштабные преобразования (1 параметр):

$$x'^{\mu} = \rho x^{\mu}, \quad \rho > 0. \quad (3.22)$$

Этим преобразованиям, согласно теореме Нетер, соответствуют локальные токи; в частности, токи специальных конформных преобразований  $C^{\mu\nu}$  и масштабных преобразований следующим образом выражаются через моменты тензора энергии—импульса (гравитационного тока):

$$C^{\mu\nu} = \theta^{\mu\alpha} (2x^{\nu} x_{\alpha} - g^{\nu}_{\alpha} x^2); \quad (3.23)$$

$$S^{\mu} = \theta^{\mu\alpha} x_{\alpha}. \quad (3.24)$$

Генераторы преобразований выражаются через пространственные интегралы от нулевых компонент токов:

$$C^\mu = \int (2\theta^{\mu\alpha} x^0 x_\alpha - \theta^{\mu 0} x^2) dx; \quad (3.25)$$

$$S = \int \theta^{0\alpha} x_\alpha dx. \quad (3.26)$$

Можно показать [34, 38, 39], что в широком классе лагранжевых теорий поля дивергенции токов (3.23) и (3.24) связаны соотношением

$$\partial_\mu C^{\mu\nu} = 2x^\nu \partial_\mu S^\mu = x^\nu \theta_\mu^\mu. \quad (3.27)$$

Обращение дивергенций токов в нуль соответствует сохранению «зарядов» (3.25) и (3.26). Из (3.27) видно, что в данном случае из масштабной инвариантности следует инвариантность относительно полной конформной группы, и, таким образом, конформная симметрия нарушается «минимально» вследствие нарушения масштабной инвариантности. В случае отсутствия в лагранжиане зависимости от масс и других размерных констант  $\theta_\mu^\mu = 0$ , что приводит, как и предполагалось выше, к масштабной инвариантности. Вопрос о возможном спонтанном нарушении этой симметрии в настоящее время широко обсуждается в литературе в связи с нарушением киральной симметрии [35, 38—40].

#### § 4. КОММУТАТОРЫ ТОКОВ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА СУММ

Рассмотрим фурье-образ матричного элемента коммутатора электромагнитных токов между двучастичными in-состояниями [9, 11]:

$$R_{\mu\nu}(p, p', q) = \int dx e^{-iqx} \langle p, p', \text{in} | [J_\mu(x), J_\nu(0)] | p, p', \text{in} \rangle^c = \\ = r_{\mu\nu}(p, p', q) - r_{\nu\mu}(p, p', -q). \quad (4.1)$$

Подразумеваем, что частицы в обкладках не поляризованы; символ «c» означает, что берется связанная в целом часть матричного элемента. Рассмотрим более подробно величину  $r_{\mu\nu}$ . Используя условие полноты векторов out-состояний, получаем:

$$r_{\mu\nu}(p, p', q) = \int dx e^{-iqx} \langle p, p', \text{in} | J_\mu(x) J_\nu(0) | p, p', \text{in} \rangle^c = \\ = \sum_A^c (2\pi)^4 \delta(p + p' - q - p_A) \langle p, p', \text{in} | J_\mu(0) | A \text{out} \rangle \times \\ \times \langle A \text{out} | J_\nu(0) | p, p', \text{in} \rangle, \quad (4.2)$$

где символ «c» над знаком суммы означает, что выбираются лишь связанные в целом матричные элементы произведения двух токов. Выделим из этой суммы полностью связанную часть, соответствующую величине \*:

$$r_{\mu\nu}(p, p', q) = \rho_{\mu\nu}(p, p', q) + \tilde{\rho}_{\mu\nu}(p, p', q), \quad (4.3)$$



где  $\tilde{\rho}_{\mu\nu}$  обозначен вклад 15 z-диаграмм. Это разбиение графически может быть изображено так:

$$\rho_{\mu\nu}(p, p', q) = \text{Diagram 1}$$

$$\tilde{\rho}_{\mu\nu}(p, p', q) = \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} + \text{Diagram 5} + \text{Diagram 6} + \text{Diagram 7} + \text{Diagram 8} + \text{Diagram 9} + \text{Diagram 10} + \text{Diagram 11} + \text{Diagram 12} + \text{Diagram 13} + \text{Diagram 14} + \text{Diagram 15}$$

+ Диаграммы, получающиеся симметризацией начального и конечного состояний

При этом из закона сохранения импульса и условия спектральности следует, что при  $q^2 > 0$ :

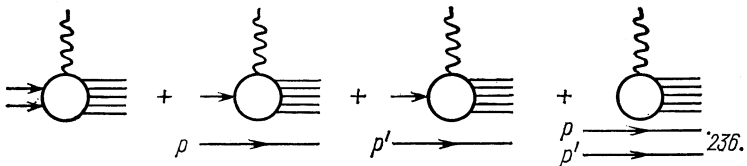
$$\rho_{\mu\nu}(p, p', q) = \theta(\nu) \theta((\sqrt{s} - \sqrt{q^2})^2 - m_N^2) \rho_{\mu\nu}(p, p', q); \quad (4.4)$$

$$\tilde{\rho}_{\mu\nu}(p, p', q) = \theta(-\nu) \theta(m_N^2 - (\sqrt{s} + \sqrt{q^2})^2) \rho_{\mu\nu}(p, p', q). \quad (4.5)$$

Таким образом, в физической области вклад  $\tilde{\rho}_{\mu\nu}(p, p', q)$  точно равен нулю.

Однако при выводе правил сумм (см. ниже) используется вся область, как физическая, так и нефизическая, и тогда ненулевой вклад могут дать z-диаграммы из второй части коммутатора  $\rho(p, p', -q)$ . Ниже будет показано, что при обычных предположе-

\* Известно, что если состояние  $\langle A \text{ out} |$  содержит частицу  $p$  или  $p'$ , то матричный элемент тока  $\langle A \text{ out} | J_\mu(0) | p, p' \text{ in} \rangle$  будет содержать несвязанные части, соответствующие свободному распространению этих частиц. Графически разбиение матричного элемента на связанные и несвязанные части можно представить так:



Первый член здесь представляет полностью связанную часть и входит в определение сечения физического процесса; остальные три представляют собой несвязанные части и приводят к появлению так называемых полусвязанных z-диаграмм.

ниях, общепринятых при выводе правил сумм с помощью алгебры токов, вклад этих диаграмм стремится к нулю при  $s \rightarrow \infty$ .

Покажем, что вопрос о поведении форм-факторов процесса рождения мюонной пары при высоких энергиях сталкивающихся адронов и больших энергиях и массах виртуального фотона, когда  $s, q^2, \nu \rightarrow \infty$ , причем так, что отношения

$$\alpha = \frac{p'q}{pq} = \frac{m'^2 + q^2 - \Delta^2}{2\nu}; \quad \omega = \frac{q^2}{2\nu} \quad (4.6)$$

остаются фиксированными, может быть сведен к изучению одновременных коммутационных соотношений между пространственными компонентами оператора электромагнитного тока адронов и его производной по времени.

Использование одновременных коммутационных соотношений значительно упрощается в системе центра масс мюонной пары, где  $q = \{q_0, 0\}$ . В этой системе разложение тензора  $Q_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0)$ ,  $ij = x, y, z$  принимает вид:

$$\begin{aligned} \rho_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = & \rho_{T_1} \delta_{ix} \delta_{jx} + \rho_{T_2} \delta_{iy} \delta_{jy} + \rho_i \delta_{iz} \delta_{jz} + \rho_{TL}^{(+)} (\delta_{ix} \delta_{jz} + \delta_{jx} \delta_{iz}) + \\ & + i \rho_{TL}^{(-)} (\delta_{ix} \delta_{jz} - \delta_{jx} \delta_{iz}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Очевидно, что  $R_{ij}$ ,  $r_{ij}$  и  $\rho_{ij}$  могут быть разложены аналогичным образом по пяти структурам:

$$R_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = R_{T_1} \delta_{ix} \delta_{jx} + \dots \quad (4.8a)$$

$$r_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = r_{T_1} \delta_{ix} \delta_{jx} + \dots \quad (4.8б)$$

$$\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = \rho_{T_1} \delta_{ix} \delta_{jx} + \dots, \quad (4.8в)$$

причем

$$\begin{aligned} R_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) &= r_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) - r_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -q_0) = \\ &= \varepsilon(q_0) \rho_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}', |q_0|) + \varepsilon(-q_0) \tilde{\rho}_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -|q_0|), \end{aligned} \quad (4.9)$$

где  $\varepsilon(q_0) = \pm 1$ ,  $q_0 \geq 0$ ;  $i = T_1, T_2, L, TL^{(\pm)}$ ;

$$\begin{aligned} R_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) &= r_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) + r_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -q_0) = \\ &= \rho_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', |q_0|) + \rho_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -|q_0|). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Видно, что величины  $R_{T_1}$ ,  $R_{T_2}$ ,  $R_L$ ,  $R_{TL}^{(\pm)}$  — нечетные, а  $R_{TL}^{(-)}$  — четная функции  $q_0$ . Интегрируя равенство (4.1) по  $dq_0$  и  $q_0 dq_0$ , можно получить ряд соотношений:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 R_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = iB_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} q_0 dq_0 R_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = C_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \quad (4.12)$$

и т. д. Здесь

$$B_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -i \int dx \langle p, p' \text{ in } | [J_i(x, 0), J_j(0)] | p, p' \text{ in} \rangle^c; \quad (4.13)$$

$$C_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -i \int dx \langle p, p' \text{ in } | [\dot{J}_i(x, 0), J_j(0)] | p, p' \text{ in} \rangle^c. \quad (4.14)$$

Из этих соотношений оставим лишь нетривиальные из соображений четности:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dq_0 R_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = B_{xz}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') - B_{zx}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.15a)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dq_0 q_0 R_{T_1}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = C_{xx}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.15б)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dq_0 q_0 R_{T_2}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = C_{yy}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.15в)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dq_0 q_0 R_L(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = C_{zz}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.15г)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty dq_0 q_0 R_{TL}^{(+)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', q_0) = C_{xz}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + C_{zx}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \quad (4.15д)$$

Отметим, что в избранной системе  $\mathbf{q} = 0$  инвариантные переменные, от которых зависят форм-факторы, имеют следующий вид:

$$s = m^2 + m'^2 + 2(p_0 p'_0 - \mathbf{p}\mathbf{p}'); \quad q^2 = q_0^2; \quad v = p_0 q_0; \quad \alpha = \frac{p'_0}{p_0}. \quad (4.16)$$

Отсюда следует, что при интегрировании по  $dq_0$  переменные  $s$  и  $\alpha$  фиксированы, а  $q^2 = v^2/p_0^2$ , т. е. в плоскости  $(q^2, v)$  интегрирование в (4.15) производится вдоль параболы.

Подобные правила сумм при произвольных фиксированных импульсах  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  содержат вклады от спектральных функций  $\tilde{\rho}$  соответствующих  $z$ -диаграмм. Как видно из условия (4.5), в пределе  $s \rightarrow \infty$  вклады  $z$ -диаграмм определяются промежуточными состояниями адронов  $A$  с бесконечно тяжелыми эффективными массами  $m_A$ . В соответствии с общепринятой концепцией метода алгебры токов будем предполагать, что вклады  $z$ -диаграмм исчезают при  $s \rightarrow \infty$ . Это предположение справедливо в случае, когда можно изменить порядок перехода к пределу  $s \rightarrow \infty$  и интегрирования в формулах (4.15). Действительно, для правила сумм, например (4.15a), вклад  $z$ -диаграмм определяется выражением

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \rho_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -|q_0|) dq_0 = -\frac{1}{\pi} \int_s^\infty \frac{dm_N^2}{2E_N} \rho_{TL}^{(-)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', -|q_0|). \quad (4.17)$$

Переходя к пределу  $s \rightarrow \infty$  под знаком интеграла при фиксированном значении  $m_A^2$  и учитывая (4.5), находим, что вклад  $z$ -диаграмм в правилах сумм исчезает в этом пределе.

В системе центра масс лептонной пары переход к пределу  $s \rightarrow \infty$  осуществляется при условии  $p_0 \rightarrow \infty$ ,  $p'_0 \rightarrow \infty$ . Будем считать, что

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{p'_0}{p_0} \text{ — фиксировано,} & \beta &= \frac{p'_z}{p_z} \text{ — фиксировано,} \\ \omega &= \frac{q_0}{2p_0} \text{ — фиксировано.} \end{aligned} \right\} \quad \text{【(4.18)}$$

Фиксирование  $\beta$  в инвариантном виде означает, что

$$\frac{s}{v} = \frac{\alpha(1-\beta)}{\omega} \text{ — фиксировано.} \quad (4.19)$$

Предположим теперь, что существуют пределы при фиксированных  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$B_{ij}(\alpha, \beta) = \lim_{p_0, p'_0 \rightarrow \infty} p_0 B_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'); \quad (4.20)$$

$$C_{ij}(\alpha, \beta) = \lim_{p_0, p'_0 \rightarrow \infty} C_{ij}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), \quad (4.21)$$

где тензоры в левых частях — безразмерные величины.

Совершим теперь в правилах сумм переход к пределу  $s \rightarrow \infty$ ,  $v \rightarrow \infty$ ,  $q^2 \rightarrow \infty$  при условии, что  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\omega$  фиксированы. В этом пределе, как уже отмечалось, выпадают вклады  $z$ -диаграмм, а форм-факторы  $\rho_i(s, q^2, \alpha, v)$  имеют следующее автомодельное поведение:

$$\rho_i(s, q^2, \alpha, v) = \frac{\omega^2}{q^2} F_i(\alpha, \beta, \omega), \quad i = T_1, T_2, L, TL^{(+)}, TL^{(-)}. \quad (4.22)$$

Переходя далее в (4.15) к интегрированию по  $d\omega$ , получаем окончательно следующие правила сумм, связывающие предельные автомодельные значения форм-факторов с матричными элементами токов:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega F_{TL}^{(-)}(\alpha, \beta, \omega) = B_{xz}(\alpha, \beta) - B_{zx}(\alpha, \beta); \quad (4.23a)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega \omega F_{T_1}(\alpha, \beta, \omega) = C_{xx}(\alpha, \beta); \quad (4.23b)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega \omega F_{T_2}(\alpha, \beta, \omega) = C_{yy}(\alpha, \beta); \quad (4.23b)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega \omega F_L(\alpha, \beta, \omega) = C_{zz}(\alpha, \beta); \quad (4.23г)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_0} d\omega \omega F_{TL}^{(+)}(\alpha, \beta, \omega) = C_{xz}(\alpha, \beta) + C_{zx}(\alpha, \beta), \quad (4.23д)$$

где

$$\omega_0 = \frac{\rho_0 + \rho'_0}{2\rho_0} = \frac{1}{2}(1 + \alpha). \quad (4.24)$$

Правые части этих равенств зависят от выбора конкретной модели для тока и поэтому могут служить критерием для выбора той или иной модели.

В модели кварков, взаимодействующих посредством обмена нейтральным векторным мезоном («глюонная» модель), и в модели векторных полей коммутаторы имеют вид:

$$[J_i(\mathbf{x}, 0), J_j(0)] = \begin{cases} 2i\delta(\mathbf{x}) \varepsilon_{ijk} \psi^+(0) \sigma_k Q^2 \psi(0) & \text{(кварки),} \\ 0 & \text{(поля);} \end{cases} \quad (4.25)$$

$$(4.26)$$

$$[\dot{J}_i(\mathbf{x}, 0), J_j(0)] = \begin{cases} -\delta(\mathbf{x}) \psi^+(0) \{i(\alpha_i \partial_j + \alpha_j \partial_i - 2\alpha \delta_{ij}) - \\ -2g(\alpha_i B_j + \alpha_j B_i - 2\alpha \mathbf{B} \delta_{ij}) + \\ + 4M\delta_{ij}\} Q^2 \psi(0) & \text{(кварки);} \\ \delta(\mathbf{x}) C_{ab} J_i^a(0) J_j^b(0) + C - \text{числа (поля),} \end{cases} \quad (4.27)$$

$$(4.28)$$

где

$$Q^2 = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} Q, \quad Q = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Учитывая (4.27), из правила сумм [для поляризационного форм-фактора получаем:

$$\int_0^{\omega_0} d\omega F_{TL}^{(-)}(\alpha, \beta, \omega) = \begin{cases} \text{const модель кварков;} \\ 0 & \text{алгебра полей.} \end{cases} \quad (4.30)$$

Можно показать также из правил сумм, что кварковая модель предсказывает бóльшую величину поперечных форм-факторов  $F_{T_1}$  и  $F_{T_2}$  по сравнению с продольным  $F_L$ .

Следовательно, полученные здесь правила сумм могут быть использованы для выбора той или иной модели. В случае обычного электророждения аналогичные правила сумм были получены в работе [41] (см. также работы [22, 42]). Для процесса электророждения с одним выделенным адроном в конечном состоянии подобные правила сумм рассматривались в работе [20].

## § 5. ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ И СПЕКТР МАСС ДИ-МЮОНА

Согласно гипотезе векторной доминантности (см., например, обзоры [43, 44]), процесс образования ди-мюона протекает через испускание виртуального векторного мезона, который переходит

в виртуальный фотон, распадающийся затем на мюонную пару, согласно рис. 6.

Можно ожидать, что использование гипотезы векторной доминантности приведет к правильному описанию рассматриваемого процесса, так как здесь  $q^2$  времениподобно.

Определим матрицу плотности виртуального векторного мезона  $V$  ( $V = \rho^0, \omega$  или  $\varphi$ ), образовавшегося в реакции

$$[a + b] \rightarrow V + \text{адроны}, \quad (5.1)$$

согласно

$$W_{\mu\nu}(p, p', q) = \sum_A (2\pi)^4 \times \\ \times \delta(p + p' - q - p_A) \langle p, p', \text{in} | J_\mu^{(v)}(0) \times \\ \times | A \text{out} \rangle^c \langle A \text{out} | J_\nu^{(v)}(0) | p, p' \text{in} \rangle^c, \quad (5.2)$$

где  $J_\mu^{(v)}(x) = (\square^2 - m_v^2) V_\mu(x)$  — плотность  $V$ -мезонного тока. Воспользовавшись тождеством ток — поле

$$J_\mu(x) = - \sum_v \frac{m_v^2}{2\gamma_v} V_\mu(x) = \\ = - \left( \frac{m_\rho^2}{2\gamma_\rho} \rho_\mu^0(x) + \frac{m_\omega^2}{2\gamma_\omega} \omega_\mu(x) + \frac{m_\varphi^2}{2\gamma_\varphi} \varphi_\mu(x) \right), \quad (5.3)$$

получим следующую связь между матрицами плотности виртуального фотона и векторных мезонов:

$$\rho_{\mu\nu}(p, p', q) = \sum_v \left( \frac{m_v^2}{2\gamma_v} \right)^2 \frac{1}{(m_v^2 - q^2)^2} W_{\mu\nu}^{(v)}(p, p', q) + \\ + \text{интерференционные члены}. \quad (5.4)$$

Соотношение (5.4) позволяет выразить пять форм-факторов  $\rho_{T_1}$ ,  $\rho_{T_2}$ ,  $\rho_L$ ,  $\rho_{TL}^{(\pm)}$ , дающих полное описание процесса образования ди-мюона через соответствующие  $V$ -мезонные форм-факторы\*.

В целях применения гипотезы векторной доминантности удобно представить формулу для спектра масс в виде [12]

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \frac{1}{q^2} \left( 1 - \frac{q^2 - 4m_\mu^2}{3q^2} \right) \sqrt{\frac{q^2 - 4m_\mu^2}{q^2}} \sigma^{\nu*}(s, q^2), \quad (5.5)$$

где

$$\sigma^{\nu*}(s, q^2) = \sigma_{T_1}^{\nu*} + \sigma_{T_2}^{\nu*} + \sigma_L^{\nu*} \quad (5.6)$$

\* Напомним, что в сечение дают вклад лишь форм-факторы  $\rho_{T_2}$ ,  $\rho_{T_1}$ ,  $\rho_L$ , форм-фактор  $\rho_{TL}^{(+)}$  может быть определен из углового распределения мюонной пары, а  $\rho_{TL}^{(-)}$  с помощью измерения поляризации одного из мюонов (см. § 2).

полное сечение рождения виртуального  $\gamma^*$ -фотона с массой  $q^2$  в процессе

$$a + b \rightarrow \gamma^* + \text{адроны.} \quad (5.7)$$

Согласно гипотезе векторной доминантности, оно связано с полным сечением образования реальных векторных мезонов в процессе (5.1) следующим образом:

$$\sigma^{\gamma^*}(s, q^2) = \frac{\alpha}{4} \left[ \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2} \right)^2 \frac{4\pi}{\gamma_\rho^2} \sigma^\rho(s) + \left( \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 - q^2} \right)^2 \frac{4\pi}{\gamma_\omega^2} \sigma^\omega(s) + \left( \frac{m_\phi^2}{m_\phi^2 - q^2} \right)^2 \frac{4\pi}{\gamma_\phi^2} \sigma^\phi(s) \right] + \text{интерференционные члены.} \quad (5.8)$$

Подставляя это приближенное значение для  $\sigma^{\gamma^*}$  в (5.5) и пренебрегая там массой мюона ( $m_\mu = 0$ ), получаем, считая вклад интерференционных членов малым, следующее выражение для спектра масс мюонной пары:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha^2}{12\pi} \sum_{v=\rho^0, \omega, \phi} \left( \frac{m_v^2}{m_v^2 - q^2} \right)^2 \frac{4\pi}{\gamma_v^2} \sigma^v(s). \quad (5.9)$$

Известно, что  $\phi$ -мезон слабо рождается в адрон-адронных столкновениях. Оставляя поэтому только вклад  $\rho^0$  и  $\omega$  мезонов и считая  $m_\rho \approx m_\omega$ ,  $\rho_\rho^2 : \gamma_\omega^2 = 1 : 9$ ,  $\gamma_\rho^2 / 4\pi = 0,5$ , приведем (5.9) к виду ( $m_{\mu\mu} \equiv \sqrt{q^2}$ )

$$\frac{d\sigma}{dm_{\mu\mu}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{m_{\mu\mu} (m_{\mu\mu}^2 - 0,6)^2} \left[ \sigma^\rho(s) + \frac{1}{9} \sigma^\omega(s) \right] \frac{cm^2}{\Gamma_{\text{эв}}} \quad (5.10)$$

или, при больших  $m_{\mu\mu}$ ,

$$\frac{d\sigma}{dm_{\mu\mu}} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{m_{\mu\mu}^5} \left[ \sigma^\rho(s) + \frac{1}{9} \sigma^\omega(s) \right] \frac{cm^2}{\Gamma_{\text{эв}}}. \quad (5.11)$$

Применим (4.10) [или (4.11)] к анализу процесса образования мюонной пары при конкретных адрон-адронных столкновениях.

**а. Протон-протонные столкновения ( $a=b=p$ ).** Образование  $\rho^0$ -мезона в реакции  $p + p \rightarrow p + p + \rho^0$  не наблюдалось во всем интервале до  $P_{\text{лаб}} = 28,5 \text{ Гэв/с}$ . В этом же интервале сечения образования  $\omega$ -мезона в реакции  $p + p \rightarrow p + p + \omega$  равны [45]:

$P_{\text{лаб}}, \text{ Гэв/с}$	5	10	28,5
$\sigma^\omega, \text{ мкбарн}$	$140 \pm 20$	60	$50 \pm 10$

Этот факт находится в согласии с анализом, основанным на двойной редже-полюсной модели [46]. Анализ шестилучевой реакции:

$$pp \rightarrow p\rho\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$$

показывает, что примерно 24% событий протекает через образование  $\rho^0$ -мезона, что соответствует сечению 90 мкбарн [47]. Сечение восьмилучевого процесса  $pp \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^-$  равно 20 мкбарн.

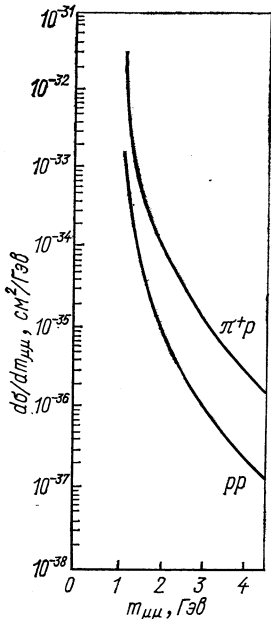


Рис. 7. Предсказания модели векторной доминантности для спектра масс ди-мюона, образующегося в протон-протонных (при  $p_{\text{лаб}} = 28,5$  Гэв/с) и  $\pi^+$ -протонных (при  $p_{\text{лаб}} = 8,5$  Гэв/с) столкновениях, согласно формулам (5.13) и (5.16).

зона в процессе  $\pi^+ + p \rightarrow \rho^0 +$  адроны больше или примерно равно 1840 мкбарн при  $P_{\text{лаб}} = 8,5$  Гэв/с:

$$\sigma^{\pi^+p \rightarrow \rho^0 + \dots} \geq 1840 \text{ мкбарн}, \quad (5.14)$$

а сечение образования  $\omega$  в процессе  $\pi^+p \rightarrow \omega +$  адроны:

$$\sigma^{\pi^+p \rightarrow \omega + \dots} \geq 200 \text{ мкбарн}. \quad (5.15)$$

Отсюда и из (5.10) или (5.11) получим следующую приближенную оценку (снизу) для спектра масс ди-мюона, образующегося при  $\pi^+p$ -столкновениях с импульсом  $P_{\text{лаб}} = 8,5$  Гэв/с:

$$\frac{d\sigma^{\pi^+p}}{dm_{\mu\mu}} = \frac{3,7 \cdot 10^{-33}}{m_{\mu\mu} (m_{\mu\mu}^2 - 0,6)^2} \text{ см}^2/\text{Гэв} \approx \frac{3,7 \cdot 10^{-33}}{m_{\mu\mu}^5} \text{ см}^2/\text{Гэв}. \quad (5.16)$$

Предположив, что и здесь примерно 1/4 событий протекает через образование  $\rho^0$ -мезона, получим для соответствующего сечения оценку примерно 5 мкбарн. Таким образом, можно считать, что полное сечение образования  $\rho^0$  в  $pp$ -столкновениях при  $P_{\text{лаб}} = 28,5$  Гэв/с примерно равно 100 мкбарн:

$$\sigma^{pp \rightarrow \rho^0 + \dots} = 100 \text{ мкбарн}. \quad (5.12)$$

Вкладом  $\omega$  в (5.10) можно пренебречь из-за коэффициента 1/9. Если же считать, что  $\sigma^\omega \approx \sigma^\rho = 100$  мкбарн, то для спектра масс ди-мюона, образующегося в  $pp$ -столкновениях с  $P_{\text{лаб}} = 28,5$  Гэв/с, окончательно получим из (5.10) или (5.11) следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{pp}}{dm_{\mu\mu}} &= \frac{2,2 \cdot 10^{-34}}{m_{\mu\mu} (m_{\mu\mu}^2 - 0,6)} \text{ см}^2/\text{Гэв} \approx \\ &\approx \frac{2,2 \cdot 10^{-34}}{m_{\mu\mu}^5} \text{ см}^2/\text{Гэв}. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Соответствующая кривая приведена на рис. 7.

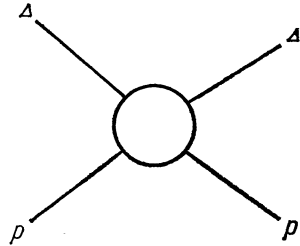
**б. Пион-протонные столкновения.** Рассмотрим случай  $\pi^+p$ -столкновений ( $a = \pi^+$ ,  $b = p$ ). На основании анализа, проделанного в работе [48], можно заключить, что сечение образования  $\rho^0$ -мезона



## § 6. ОЦЕНКА НИЖНЕГО ПРЕДЕЛА ДЛЯ СПЕКТРА МАСС

Чтобы получить асимптотическую оценку для спектра масс ди-мюона, рассмотрим адронную часть матричного элемента процесса образования мюонной пары, когда  $|\mathbf{p}'| \rightarrow \infty$ . Тогда, с точностью до членов  $O\left(\frac{1}{|\mathbf{p}'|}\right)$ , матричный элемент равен:

$$\langle A \text{ out} | J_{\mu}^{\text{эм}}(0) | p, p', \text{in} \rangle^c \xrightarrow{|\mathbf{p}'| \rightarrow \infty} \frac{p'_{\mu}}{E'} \times \\ \times \langle A \text{ out} | J_0^{\text{эм}}(0) | p, p', \text{in} \rangle^c + O\left(\frac{1}{|\mathbf{p}'|}\right). \quad (6.1)$$



Это означает, что процесс образования ди-мюона в основном определяется  $J_0(0)$ -компонентой электромагнитного тока, т. е. имеет «кулоновский» характер.

Далее, используя предел Бьёркена, т. е. разложение  $T$ -произведения в ряд по одновременным коммутаторам, и удержав лишь первый член этого асимптотического ряда, получим следующую приближенную связь с матричным элементом адрон-адронного рассеяния вне энергетической поверхности:

$$\langle A \text{ out} | J_0^{\text{эм}}(0) | p, p', \text{in} \rangle^c = -i \int dx e^{iqx} \langle A \text{ out} | T (J_0^{\text{эм}}(x) J^{(a)}(0)) | p \rangle^c = \\ = \xrightarrow{q^2 \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{q^2}} \int dx e^{-iqx} \langle A \text{ out} | [J_0^{\text{эм}}(x, 0), J^{(a)}(0)] | p \rangle^c = \\ = \frac{1}{\sqrt{q^2}} \langle A \text{ out} | J^{(a)}(0) | p \rangle^c + \text{вклад квазилокальных членов}, \quad (6.2)$$

где  $J^{(a)}(x)$  — ток адрона, несущий 4-импульс  $\Delta$ .

Используя (6.1) и (6.2), можно получить следующее приближенное выражение для форм-фактора  $\rho$ , определяющего процесс рождения ди-мюона:

$$\rho(s, q^2, \Delta^2, \delta) \approx \frac{4m \sqrt{\delta^2 - \Delta^2}}{q^2} \sigma_{ab}(\delta, \Delta^2). \quad (6.3)$$

Входящая сюда величина  $\sigma_{ab}(\delta, \Delta^2)$  представляет собой аналитическое продолжение полного сечения взаимодействия адронов  $a$  и  $b$  в нефизическую область, где квадрат массы адрона  $a$  отрицателен и равен  $\Delta^2$ , причем  $\delta$  — лабораторная энергия нефизического адрона (рис. 8). В этом приближении найдем для тройного дифференциального сечения следующее выражение (пренебрегая  $m'$  и  $m_{\mu}$ ):

$$\frac{d^3\sigma}{dq^2 d\Delta^2 d\delta} = \frac{\alpha^2}{3\pi} \cdot \frac{m^2}{s^2 q^4} \sqrt{\delta^2 - \Delta^2} \sigma_{ab}(\delta, \Delta^2) \quad (6.4)$$

или для спектра масс

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} \cdot \frac{m^2}{s^2 q^4} \int_{q^2-s}^0 d\Delta^2 \int_{-\frac{\Delta^2}{2m}}^{\varepsilon \frac{\Delta^2}{\Delta^2-q^2} + \frac{\Delta^2-q^2}{4\varepsilon}} d\delta \sqrt{\delta^2 - \Delta^2} \sigma_{ab}(\delta, \Delta^2). \quad (6.5)$$

Если из аксиоматической теории поля или из аналитической теории  $S$ -матрицы [22, 49, 50] получить ограничение на  $\sigma_{ab}(\delta, \Delta^2)$  вне массовой поверхности, то (6.5) даст ограничение на спектр масс. Известно, что для более простого случая электромагнитного форм-фактора  $F(t)$  из теории поля и теории аналитической  $S$ -матрицы следует экспоненциальное ограничение для нижней границы убывания форм-фактора. Можно ожидать по аналогии, что

$$\sigma_{ab}(\delta, \Delta^2) \geq \sigma_{ab}^{\text{физ}} e^{-a\sqrt{-\Delta^2}}, \quad (6.6)$$

где  $\sigma_{ab}$  — полное сечение взаимодействия реальных частиц;  $a$  — некоторая постоянная. Тогда из (6.5) вытекает следующая оценка снизу для спектра масс, при условии  $s \gg q^2 \gg \frac{1}{a^2}$ :

$$\frac{d\sigma}{dq^2} \geq 20a^2 \frac{\sigma_{ab}}{q^8 a^6}. \quad (6.7)$$

Другой способ оценки спектра масс рассмотрен в работе [51] \*.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Определение границ физической области в процессе образования ди-мюона.** Закон сохранения 4-импульса имеет вид

$$p' + p = q + p_N. \quad (\text{П.1})$$

Введем вектор  $\Delta = p' - q$ , тогда

$$p + \Delta = p_N. \quad (\text{П.2})$$

Откуда  $\Delta^2 = m_N^2 - m^2 - 2m\delta$ , где  $\delta = \frac{1}{m} p\Delta = (\varepsilon - q_0)$ .

Тождество  $m_N \equiv m$  соответствует случаю упругого рассеяния. Тогда  $\Delta^2$  и  $\delta$  связаны однозначно, т. е. не являются независимыми переменными  $\delta = -\Delta^2/2m$ .

Значение  $\delta_{\text{мин}}$  минимально, так как  $q_0$  при этом максимально. Рассмотрим случай, когда виртуальный фотон летит назад в лабораторной системе координат. При этом ясно, что для фиксированных инвариантов он получит минимальную энергию  $(q_0)_{\text{мин}}$ , а значит,

$$\delta_{\text{макс}} = \varepsilon - (q_0)_{\text{мин}}. \quad (\text{П.3})$$

Найдем  $(q_0)_{\text{мин}}$  из равенства

$$\Delta^2 = m'^2 + q^2 - 2\varepsilon (q_0)_{\text{мин}} - 2\sqrt{\varepsilon^2 - m'^2} \sqrt{(q_0)_{\text{мин}}^2 - q^2}. \quad (\text{П.4})$$

---

\* Исходя из аналогии с динамикой плоского взрыва в гидродинамике, авторам удалось сформулировать принцип приближенной автомодельности в применении к процессам адрон-адронных столкновений при высоких энергиях (Препринт ОИЯИ Е2-5962, Дубна, 1971).

Положим  $m' \equiv 0$ , тогда, решая это уравнение, найдем:

$$\delta_{(q_0)_{\min}} = \frac{q^2 - \Delta^2}{4\varepsilon} + \frac{\varepsilon q^2}{q^2 - \Delta^2}; \quad (\text{П.5})$$

$$\delta_{\max} = \varepsilon - (q_0)_{\min} = \varepsilon \left( 1 - \frac{q^2}{q^2 - \Delta^2} - \frac{q^2 - \Delta^2}{4\varepsilon} \right) = \varepsilon^* + \frac{\Delta^2}{4\varepsilon^*}, \quad (\text{П.6})$$

где

$$\varepsilon^* = \varepsilon \Delta^2 / (\Delta^2 - q^2).$$

Таким образом, в физической области

$$-\frac{\Delta^2}{2m} \leq \delta \leq \varepsilon^* + \frac{\Delta^2}{4\varepsilon^*}. \quad (\text{П.7})$$

Найдем теперь физическую область  $\Delta^2$  при фиксированных  $s$  и  $q^2$ . Она определится из условия

$$\delta_{\min} = \delta_{\max}. \quad (\text{П.8})$$

Откуда найдем

$$\Delta^{2(-)} \leq \Delta^2 \leq \Delta^{2(+)}, \quad (\text{П.9})$$

где

$$\Delta^{2(\pm)} = \frac{q^2\varepsilon + q^2m - 2m\varepsilon^2 \pm \varepsilon \sqrt{4m^2\varepsilon^2 + q^4 - 4q^2\varepsilon m - 4q^2m^2}}{2\varepsilon + m}.$$

Заметим, что имеется интересная аналогия между рассматриваемой здесь реакцией и реакцией неупругого нейтронорождения. Именно, если в приложении к работе Адлера [2] заменить квадрат массы лептона нашим  $q^2$ , а  $q^2$  Адлера — нашим  $-\Delta^2$ , то мы, по существу, сведем обе задачи друг к другу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Марков М. А. Нейтрино. М., «Наука» (1964). Препринт ОИЯИ E2-4370, Дубна, 1969.
2. Adler S. Phys. Rev., **143**, 1144 (1966).
3. Bjorken J. D. Lecture in Verenna School. Course 41, Verenna, Italy, 1967.
4. Логунов А. А., Нгуен Ван Хьеу, Хрусталев О. А. В сб. «Проблемы теоретической физики», посвященном Н. Н. Боголюбову. М., «Наука», 1969, стр. 90; Логунов А. А., Mestvirishvili М. А., Nguyen van Hieu Phys. Lett., **25B**, 661 (1967); Логунов А. А., Nguyen Van Hieu. Topical Conference on High Energy Collision of Hadrons, CERN 68-7, v. 11 (1968).
5. Мурадян Р. М. В кн. «Труды Международного симпозиума по теории элементарных частиц». Варна, Болгария, Дубна, 1968.
6. Bloom E. D. et al. Phys. Rev. Lett., **23**, 930 (1969); Reidenschach M. et al. Phys. Rev. Lett., **23**, 935 (1969).
7. Budagov I. et al. Phys. Lett., **30**, B364 (1969).
8. Perkins D. H. Topical Conference on Weak Interactions. CERN 69-7, Geneva, 1969, p. 1.
9. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Сообщение ОИЯИ P2-4543, Дубна, 1969.
10. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Сообщение ОИЯИ P-4578, Дубна, 1969.
11. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. В кн. «Труды Международного семинара по электромагнитным взаимодействиям и векторным мезонам». Дубна, 1969, стр. 109.

12. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Сообщение ОИЯИ P2-4824, Дубна, 1969.
13. Tavkhelidze A. N. Deep inelastic lepton-hadron interactions. Proceedings of the Coral Gables Conference. Gordon and Breach, 1970.
14. Christenson J. et al. Proceedings of the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Daresbury Nuclear Physics Laboratory. Daresbury, England, 1969.
15. Окунь Л. Д. «Ядерная физика», **3**, 590 (1966).
16. Chilton F., Saperstein M., Shrauner E. Phys. Rev., **148**, 1380 (1966).
17. Yamaguchi Y. Nuovo cimento, **43**, 193 (1966).
18. Бунатян Г. Г. и др. «Письма ЖЭТФ», **8**, 325 (1969).
19. Wanderer P. I. et al. Phys. Rev. Lett., **23**, 729 (1969).
20. Kögerler R. F., Muradyan R. M. Communications of the Joint Institute for Nuclear Research, E2-4791, Dubna, 1969.
21. Oakes R. J. Nuovo cimento, **44**, 440 (1966).
22. Суровцев Ю. С., Ткебучава Ф. Г. Препринт ОИЯИ P2-4524, Дубна, 1969.
23. Bjorken J. D. Phys. Rev., **179**, 1547 (1969).
24. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1957.
25. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., Гостехиздат, 1958.
26. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантовых полей. М., Гостехиздат, 1957.
27. Bjorken J. D. Phys. Rev., **148**, 1467 (1966).
28. Грибов В. Н., Иоффе Б. Л., Померанчук И. Я. Phys. Lett., **24B**, 554 (1967).
29. Schwinger I. Phys. Rev. Lett., **3**, 296 (1959).
30. Drell S., Walecka I. Ann. Phys., **28**, 18 (1964).
31. Drell S. D., Levy D. J., Yan T. M. SLAC Pub., 606, 645, 685 (1969).
32. Bjorken J. D., Paschos E. A. SLAC Pub., 572 (1969).
33. Gross D. J., Llewellyn Smith C. H. Preprint TH-1043 CERN, 1969.
34. Wess J. Nuovo cimento, **18**, 1086 (1960).
35. Mask G., Salam A. Ann. Phys., **53**, 174 (1969).
36. Gross D. J., Wess J. Preprint CERN TH-1076, Geneva (1969).
37. Isham C. J., Salam A., Strathdee J. Preprint IC/70/3, Trieste, 1970.
38. Nambu Y., Jona-Lasinio G. Phys. Rev., **122**, 345 (1960).
39. Арбузов Б. А., Тавхелидзе А. Н., Фаустов Р. Н. «Докл. АН СССР», **139**, 345 (1961).
40. Логунов А. А., Мещеряков В. А., Тавхелидзе А. Н. «Докл. АН СССР», **142**, 317 (1961).
41. Callan C., Gross D. Phys. Rev. Lett., **22**, 156 (1969).
42. Cornwall J., Norton R. SLAC Pub., 458 (1968).
43. Sakurai J. J. Currents and Mesons, University of Chicago Press, Chicago 1969.
44. Schildknecht D. Preprint DESY 69/10.
45. Turkot F. Topical Conference on High Energy Collisions of Hadrons. Part I, CERN, Geneva, 1968, p. 316.
46. Roberts R. G. Nuovo cimento, **53A**, 557 (1968).
47. Kenyon I. R. Nucl. Phys., **B13**, 255 (1969).
48. Kung H. H. Preprint, Columbia University, Nevis 171, 1969.
49. Jaffe M. A. Phys. Rev. Lett., **17**, 661 (1966).
50. Martin A. Nuovo cimento, **37**, 671 (1965).
51. Berman S. M., Levy D. J., Neff T. L. Preprint SLAC Pub., 681 (1969).