

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ НЕЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДЕР В ОБЛАСТИ $150 \leq A \leq 190$

*Г. Винтер, Х. Зодан,
К.-Г. Каун*, П. Кемnitz,
Л. Функе*

Центральный институт ядерных
исследований, Россендорф, ГДР

В статье дан обзор исследований вращательных полос в нечетных деформированных ядрах. Рассмотрены экспериментальные методы изучения вращательных полос, а также основы теоретического описания. Экспериментальные результаты проанализированы с помощью вращательной модели.

A review of the investigations of rotational bands in deformed odd nuclei is given. The experimental methods for studying rotational bands as well as the theoretical basis for describing them are outlined. The experimental results are analysed by the rotor model.

ВВЕДЕНИЕ]

Несмотря на то, что со времени открытия явления стабильной равновесной деформации и существования вращательных состояний атомных ядер в определенных областях массового числа A прошло уже около 20 лет, исследование вращательного движения в атомных ядрах в последние годы стало опять очень актуальной и важной задачей. Это объясняется главным образом тем, что благодаря быстрому развитию измерительной техники в области ядерной спектроскопии на пучках ускорителей заряженных частиц значительно увеличилась возможность получения экспериментального материала о вращательных состояниях с большими моментами. Исследования высоковозбужденных вращательных состояний в (α, xn) - и $(H, I., xn)$ -реакциях дают качественно новые и частично неожиданные результаты. Очень интересными являются данные о свойствах атомных ядер при высоких частотах вращения, для которых возможен фазовый переход нуклонной системы ядер из сверхтекучего в нормальное состояние. Оказалось, что

* В настоящее время: ОИЯИ, г. Дубна, СССР.

ряд четно-четных деформированных ядер характеризуется очень сложной зависимостью момента инерции от частоты вращения, о физической природе которой существуют пока различные предположения.

Исследования высоковозбужденных вращательных состояний нечетных ядер привели к тому результату, что взаимодействие неспаренного нуклона с вращающимся четно-четным остовом имеет в большинстве случаев более важное значение, чем это представлялось еще несколько лет тому назад. Открытие так называемых сильновозмущенных вращательных полос в ряде нечетных ядер, в волновых функциях которых, по-видимому, смешиваются несколько одночастичных состояний неспаренных нуклонов, показало границы применимости адиабатических моделей или учета взаимодействия квазичастичного и вращательного движений методами теории возмущений.

Экспериментальное наблюдение вращательных состояний приобретает значение метода обнаружения равновесной деформации у ядер переходной области или для доказательства изомерии формы ядра. Например, наблюдаемые вращательные переходы, предшествующие спонтанному делению тяжелых ядер из изомерных состояний, можно считать указанием на возможность существования второго минимума по энергии при большой деформации.

Для вращательного движения в отличие от успешных полумикроскопических методов описания вибрационных состояний на основе учета далекодействующих остаточных взаимодействий между нуклонами пока нет равноценной модели, которая бы удовлетворительно объясняла эффекты вращения, исходя из взаимодействия между нуклонами и которая давала бы соответствующие многочастичные волновые функции для расчета экспериментально наблюдаемых величин.

В настоящей работе анализируются главные особенности спектров возбуждений нечетных деформированных ядер, связанных с вращательным движением. По этому вопросу имеется большое количество экспериментального материала, следовательно, ограничимся здесь некоторыми типичными примерами. Выбор экспериментальных результатов определился тем, что авторы в последние годы исследовали главным образом вращательные полосы деформированных ядер с нечетным числом протонов в классической области деформации $150 < A < 190$.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС

Экспериментальную информацию о возбужденных состояниях деформированных ядер до начала 60-х годов получали главным образом при исследовании радиоактивного распада ядер. Однако

с тех пор все шире для спектроскопических исследований применяются ядерные реакции на пучках ускорителей заряженных частиц. Создание больших электростатических тандем-генераторов, которые ускоряют моноэнергетические пучки частиц с достаточно большой энергией, позволило использовать для исследования

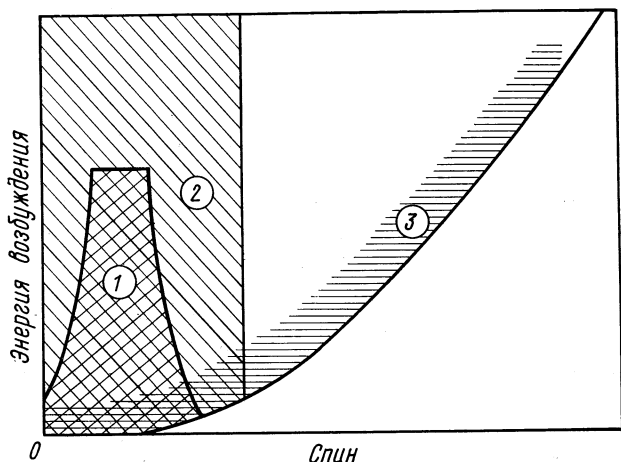


Рис. 1. Схема областей ядерных состояний, возбуждаемых в различных процессах:

1 — радиоактивный распад; 2 — реакции однонуклонной передачи; 3 — реакции с образованием составного ядра типа (H.I., *хп*).

возбужденных состояний деформированных ядер прямые реакции одно- и двухнуклонной передачи и неупругое рассеяние. В последние годы все более важное значение для изучения структуры деформированных ядер, особенно вращательных состояний, стали приобретать реакции с образованием составного ядра и кулоновское возбуждение ядер тяжелыми ионами, что обусловлено в первую очередь быстрым развитием полупроводниковых детекторов для спектроскопии γ -квантов, возникающих в этих реакциях.

На рис. 1 показана схема ядерных состояний, возбуждаемых в различных процессах. При распаде радиоактивных ядер в дочернем ядре возбуждаются состояния со сравнительно малым значением спина из-за обычно небольшой величины спина исходного ядра и соответствующих правил отбора β -распада. С помощью реакций однонуклонной передачи удалось возбуждать в рассматриваемой области массового числа $150 < A < 190$ состояния нечетных ядер до значения спина $I = 13/2$. В реакциях с образованием составного ядра можно исследовать также состояния со значительно большими значениями полного момента. В нечет-

ных ядрах наблюдались, например, вращательные состояния со спином, достигающим величины $33/2$. В таких реакциях возбуждаются в первую очередь состояния так называемых YRAST-уровней [1], которые имеют для данного спина наиболее низкую энергию возбуждения. Отметим, что, несмотря на специфические возможности и преимущества различных методов исследования, только комплексное исследование возбужденных состояний одного и того же ядра дает наиболее ценную и полную информацию о структуре рассматриваемых ядер. Даже результаты исследования радиоактивного распада могут оказаться важным дополнением к исследованиям с помощью (α, xn) -реакции высокоспиновых вращательных состояний [2—6].

Обсудим теперь специфические возможности различных экспериментальных методов для изучения вращательных состояний нечетных деформированных ядер.

Исследование распада радиоактивных ядер и изомеров. Исследования радиоактивного распада в области деформированных ядер позволяют идентифицировать большее число квазичастичных и вибрационных состояний. Однако эти исследования дают только очень ограниченную информацию о вращательном движении, потому что при радиоактивном распаде наблюдается только несколько наиболее низко расположенных вращательных уровней. Анализ экспериментальных результатов о нечетных ядрах, особенно об одноквазичастичных возбуждениях, о моментах инерции нечетных ядер, о параметрах развязывания и др. приведен в обзорных работах [7—9].

С точки зрения экспериментального изучения вращательного движения особое место занимает исследование β -распада и γ -излучения высокоспиновых изомерных состояний. Например, в изотопах лютеция и гафния наблюдали долгоживущие трехквазичастичные изомерные состояния с большими значениями полного момента [10, 11], при распаде которых возбуждаются высокоспиновые вращательные уровни. В некоторых подобных случаях возможно исследовать уровни вращательных полос до состояний с относительно высокими значениями спина. С экспериментальной точки зрения исследование вращательных полос при распаде высокоспиновых изомерных состояний отличается сравнительно простотой наблюдаемых спектров. Более короткоживущие высокоспиновые изомерные состояния с временем жизни порядка секунды и меньше (до наносекунд) можно видеть в экспериментах на пучках ускорителей, которые работают в импульсном режиме. Так, например, наблюдались высокоспиновые изомерные состояния в изотопах тантала и рения [10—14], при распаде которых также возбуждаются высокоспиновые вращательные уровни.

Кулоновское возбуждение. С помощью кулоновского возбуждения можно получить различную и ценную информацию о враща-

тельном движении. Измерение абсолютных значений приведенных $B(E2)$ -вероятностей в кулоновском возбуждении позволяет определить квадрупольные моменты ядер. Кроме того, с помощью кулоновского возбуждения можно исследовать ядерные моменты в возбужденных состояниях [15].

Важным средством для исследования вращательных полос основных состояний ядер до уровней с высоким значением спина оказалось многократное кулоновское возбуждение, особенно с помощью тяжелых ионов [16]. В отличие от реакций с образованием составного ядра, при этом относительно хорошо возбуждаются и вращательные полосы вибрационных состояний.

Для исследования вращательных состояний нечетных ядер особенно важно, что в кулоновском возбуждении могут возбуждаться также вращательные полосы состояний, которые вследствие взаимодействия Кориолиса содержат заметные примеси конфигурации основного состояния. В таких случаях можно определить из сечения кулоновского возбуждения амплитуды примесей и тем самым матричные элементы взаимодействия Кориолиса. Исследования этого явления успешно проводились авторами работ [17, 18] на ядрах ^{235}U , ^{167}Er и ^{161}Dy .

Реакции передачи. В реакциях однонуклонной передачи на четно-четных ядрах возбуждаются в нечетном конечном ядре одноквазичастичные состояния и ряд уровней их вращательных полос. Из-за того, что спин ядра-мишени в этом случае равен нулю, значение полного момента конечного состояния соответствует моменту переданного в реакции нуклона $I = j = l \pm 1/2$. Дифференциальное сечение реакции [19] пропорционально квадрату амплитуды c_{ji}^2 в волновой функции конечного состояния [см. уравнение (16) в Приложении]. В случае смешивания полос, относящихся к одночастичным состояниям с различными проекциями момента K , несколько коэффициентов c_{ji}^K могут дать заметный вклад в сечение реакции. Таким образом, могут наблюдаться даже небольшие примеси состояний с разными K , если они имеют большие коэффициенты c_{ji}^K . При сопоставлении экспериментальных и расчетных значений дифференциального сечения используются обычно волновые функции, которые получены при учете взаимодействия Кориолиса на основе оптимизации энергий наблюдаемых уровней. Следует, однако, заметить, что при таком анализе обычно не учитывается влияние возможных вибрационных примесей.

В реакциях однонуклонной передачи на четно-четных ядрах в рассматриваемой области массового числа A возбуждаются только состояния со спином $I \leq 13/2$, поскольку вклад в волновые функции от состояний из оболочек $j > 13/2$ пренебрежимо мал. Сечения возбуждения различных уровней вращательных полос могут отличаться очень сильно, и во многих случаях значения их ниже экспериментально наблюдаемого предела. На ана-

лизе структуры вращательных полос отрицательно сказывается сравнительно небольшая точность в определении энергий уровней. Обширный экспериментальный материал имеется о состояниях ядер с нечетным числом нейтронов [19—21], поскольку (d , p)- и (d , t)-реакции на четно-четных ядрах исследуются уже в течение многих лет. Для изучения структуры уровней ядер с нечетным числом протонов с помощью этих реакций необходимо в качестве мишени брать нечетно-нечетные ядра. В работе [22] изучались (d , p)- и (d , t)-реакции на ядре ^{176}Lu , которое имеет в основном состоянии спин $I = 7$. В конечных нечетных ядрах ^{175}Lu и ^{177}Lu возбуждались при этом несколько трехквaziчастичных состояний и первые уровни их вращательных полос. Первые исследования структуры уровней ядер с нечетным числом протонов с помощью (^3He , d)- и (α , t)-реакций из-за больших экспериментальных трудностей проведены только сравнительно недавно [23, 24].

В (p , t)- и (t , p)-реакциях двухнуклонной передачи возбуждаются в первую очередь коллективные состояния, причем переходы с переданным моментом $L = 0$ являются наиболее сильными. Это привело к открытию ряда 0^+ -состояний в четно-четных ядрах. Об исследованиях вращательных состояний нечетных деформированных ядер с помощью этих реакций имеются в настоящее время только предварительные, неопубликованные результаты, а именно, о (p , t)-реакции на ядрах Tb , Ho и Tm [25]. В этой работе наблюдались вращательные полосы основных состояний ядер ^{157}Tb , ^{163}Ho и ^{167}Tm до уровней со спином $17/2$ и кроме этого еще несколько вращательных полос вибрационных состояний. От изучения этих реакций на нечетных ядрах можно ожидать, что в них будут наблюдаться состояния, содержащие конфигурации основных состояний ядра-мишени и соответствующих вибрационных уровней. Тем самым с помощью этих реакций можно проводить дальнейшее непосредственное исследование амплитуд смешивания состояний и определения соответствующих матричных элементов.

Реакции с образованием составного ядра. Если возбуждать высокоэнергетическое состояние ядра с большим спином, то его разрядка испусканием γ -квантов будет происходить через промежуточные состояния, имеющие также высокие значения полного момента [1]. В спектрах возбуждения нечетных ядер существует целый ряд вращательных полос, уровни которых могут оказаться такими высокоспиновыми промежуточными состояниями. Поэтому исследование многокаскадной разрядки высоколежащих состояний с большим спином может быть полезно при детальном изучении структуры вращательных полос. Возбуждение соответствующих высокоспиновых состояний возможно в (α или H , I , xn)-реакциях с образованием составного ядра. Среднее значение переданного в этих реакциях углового момента увеличивается

с ростом энергии падающих частиц и достигает в случае тяжелых ионов особенно большой величины. Если не учитывать собственных моментов падающих частиц и ядра-мишени, то момент количества движения системы составного ядра определяется переданным в реакции угловым моментом. Поэтому векторы углового момента составного ядра направлены преимущественно в плоскости, перпендикулярной к пучку падающих частиц. Направленность спина составного ядра частично теряется в процессе испускания нейтронов. Однако она не слишком уменьшается, так как величина уносимого момента нейтрона невелика по сравнению с полным моментом составного ядра.

В некоторых редких случаях обсуждаемые высокоспиновые состояния могут возбуждаться также при нейтронном захвате, если в качестве мишени имеется нечетно-нечетное ядро с относительно большим спином в основном состоянии. Например, в (n, γ) -реакции на ядрах ^{152}Eu ($I^\pi = 3^-$) и ^{176}Lu ($I^\pi = 7^-$) действительно наблюдались высокоспиновые вращательные уровни [26, 27].

В последние годы исследование вращательных полос проводится в основном в реакциях на ускорителях заряженных частиц измерением мгновенных и запаздывающих γ -спектров, испускаемых при высоковозбужденных состояниях. При этом определяются энергии и интенсивности γ -переходов и угловые распределения их по отношению к направлению пучка падающих частиц. Кроме того, исследуются временные корреляции γ -переходов, т. е. проводятся измерения $\gamma\gamma$ -совпадений и времен жизни. Дополнительные сведения о возбужденных уровнях получаются из сравнения интенсивностей γ -переходов при меняющихся энергиях падающих частиц или в различных реакциях, которые приводят к одному и тому же конечному ядру. Так как интенсивности переходов зависят от энергии падающих частиц или от их массы, то можно сделать заключения о переданном в реакции угловом моменте и тем самым о спине возбуждаемых состояний. Для точного определения мультипольностей γ -переходов часто измеряются спектры конверсионных электронов.

В качестве примера таких исследований приведем результаты изучения вращательных полос в ядре ^{161}Ho , которые были получены с помощью реакций $^{154}\text{Sm} (^{11}\text{B}, 4n)$, $^{159}\text{Tb} (\alpha, 2n)$, $^{161}\text{Dy} (d, 2n)$ и $^{161}\text{Dy} (p, n)$ [4, 28, 29]. Относительные интенсивности γ -переходов между состояниями $I \rightarrow I - 2$ вращательной полосы основного состояния ядра ^{161}Ho в зависимости от спина для различных реакций показаны на рис. 2.

Интенсивности нормированы на интенсивность перехода с уровня $I = 1/2$ и даны в относительных единицах. Сильнее всего возбуждаются высокоспиновые уровни в $(^{11}\text{B}, 4n)$ -реакции, что ожидается в результате большого значения переданного в этой реакции углового момента. В $(\alpha, 2n)$ -реакции высокоспиновые

состояния возбуждаются слабее. Однако эта реакция позволяет изучать более тонкие детали в спектрах возбуждения конечных ядер из-за выгодных фоновых условий. Реакции с дейтонами и протонами также могут служить методом исследования вращательных полос. Переданный угловой момент в $(d, 2n)$ -реакции при

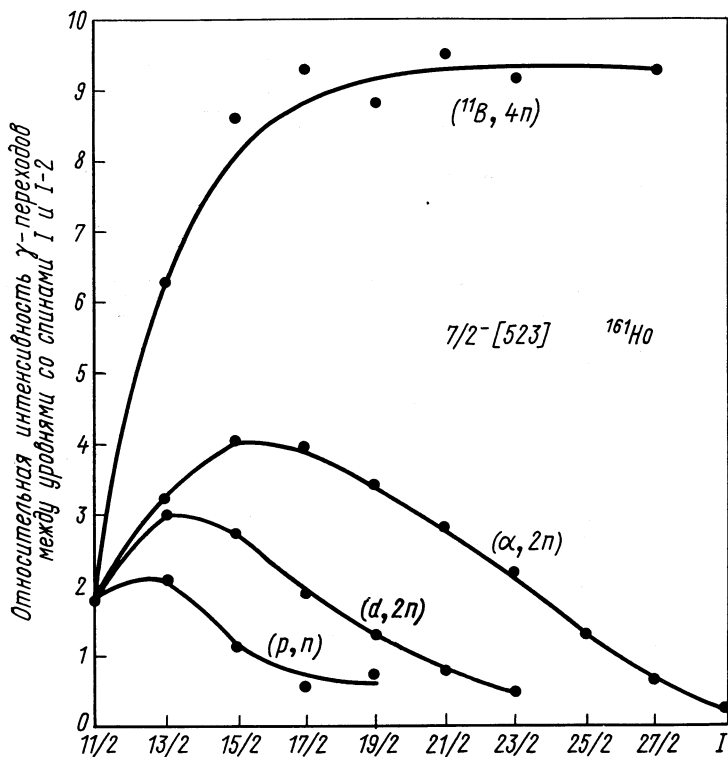
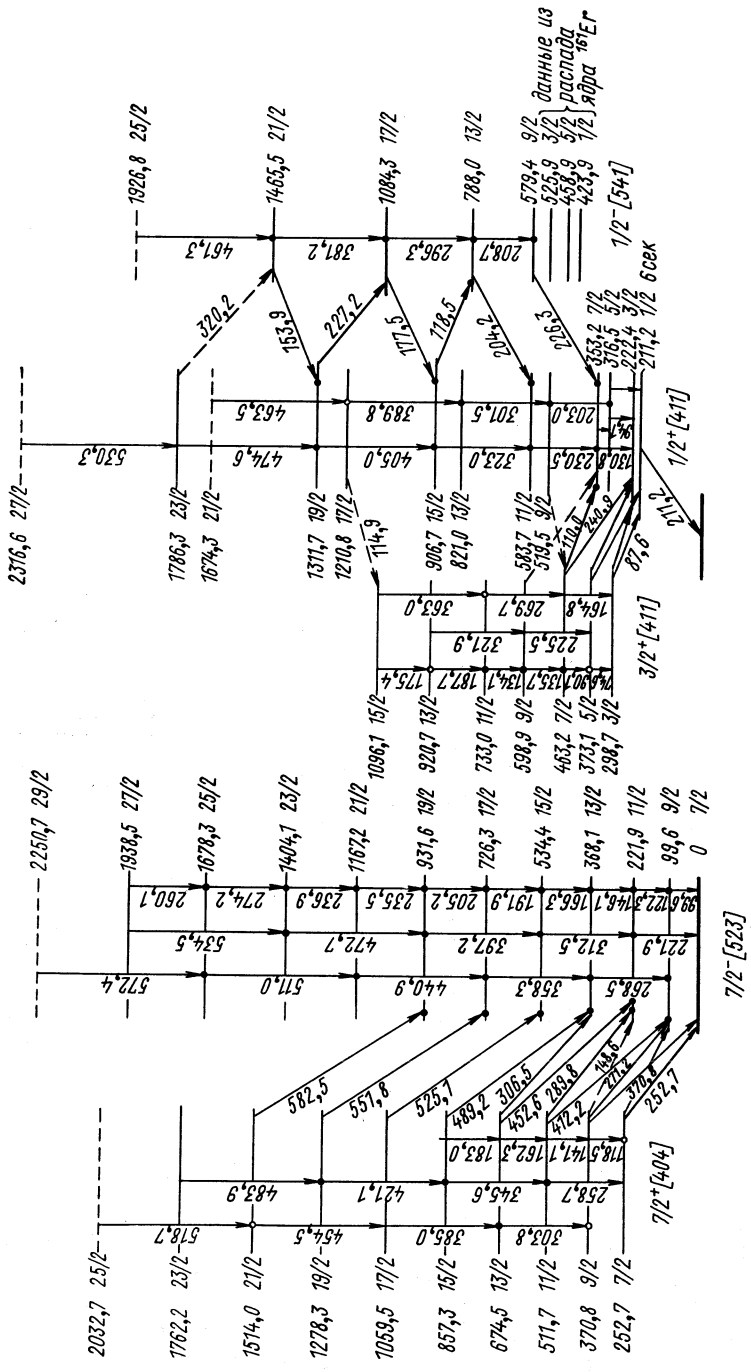


Рис. 2. Относительные сечения возбуждения вращательных уровней основного состояния ядра ^{161}Ho ($7/2^- [523]$) в различных реакциях по данным работ [4, 28, 29].

энергии дейтонов 13 Мэв соответствует примерно $(\alpha, 2n)$ -реакции при энергии α -частиц около 23 Мэв . Максимальное значение спина возбужденных при этом уровней примерно на $3\hbar$ ниже, чем в $(\alpha, 2n)$ -реакции при энергии 27 Мэв . Асимметрия углового распределения в этих условиях для $(d, 2n)$ -реакции оказывается в два раза слабее, чем в $(\alpha, 2n)$ -реакции [6].

Значительные экспериментальные трудности возникают в связи с большой сложностью γ -спектров, например в реакции $^{159}\text{Tb}(\alpha, 2n)^{161}\text{Ho}$ наблюдались только в области энергии до



161 Ho
67 Ho

Рис. 3. Вращательные полосы в ядре ^{161}Ho , установленные исследованием $(\alpha, 2n)$ - и (p, n) -реакций по данным работы [4].

600 *кэв* больше чем 100 γ -переходов. Схему уровней вращательных полос ядра ^{161}Ho (рис. 3) удалось составить только на основе трудоемких измерений $\gamma\gamma$ -совпадений в ^{159}Tb ($\alpha, 2n$)-реакции [4]. Сравнение результатов из различных экспериментов для изучения того же ядра ^{161}Ho [4, 28, 29] показывает, что только техника $\gamma\gamma$ -совпадений позволяет выяснить сравнительно тонкие эффекты в спектрах возбуждений. Угловые распределения γ -переходов в ^{159}Tb ($\alpha, 2n$)-реакции при энергии α -частиц 27 *Мэв* показали асимметрию, которая ослаблена по отношению к полной направленности конечных ядер примерно на 30%. Поскольку эта асимметрия зависит от спина как начального, так и конечного состояния, а также от мультипольностей γ -переходов, измерение ее для большого числа переходов может дать очень разнообразную информацию о схеме уровней.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДЛЯ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В этой главе изложены некоторые методы теоретического описания вращательного движения, которые необходимы для понимания проведенного в следующей главе анализа экспериментальных результатов по вращательным полосам нечетных ядер. Рассматривается в основном вращательная модель ядра и обсуждается ее расширение с учетом спин-спинового и центробежного взаимодействий. Приводятся также некоторые основные положения метода проектирования по моменту количества движения. Те формулы, которые необходимы при обработке и анализе экспериментальных результатов, даются в приложении к настоящей работе.

Основы вращательной модели. В основе вращательной модели атомного ядра лежит выражение для энергии вращения жесткого ротатора, которое интерпретируется квантовомеханическим образом [30]:

$$E_{\text{rot}} = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2\Theta_k} R_k^2. \quad (1)$$

В этом выражении обозначены индексом k компоненты момента инерции Θ и момента количества движения вращения ядра \mathbf{R} по осям системы координат, жестко связанной с ядром. Предполагается, что ядро аксиально симметрично, и ось его симметрии обозначается индексом 3 ($\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta$). Кроме того, ядро обладает симметрией отражения относительно плоскости 1—2, перпендикулярной к этой оси. В основном состоянии четно-четных ядер моменты количества движения отдельных нуклонов связаны так, что суммарный момент ядра равен нулю. В этом случае момент количества движения вращения совпадает с общим моментом

ядра I и является, следовательно, интегралом движения. Тогда из уравнений (1) следует известное $I(I+1)$ -правило для спектров вращательных возбуждений четно-четных ядер.

В системе с нечетным числом нуклонов применяется приближение, в котором рассматриваются состояния движения неспаренной частицы в деформированном среднем поле вращающегося четно-четного остова. Тогда ни момент количества движения ядра-остова R , ни момент количества движения неспаренной частицы не являются интегралами движения, а сохраняются только суммарный момент системы

$$I = R + j \quad (2)$$

и его проекция на ось симметрии ядра ($I_3 = K$). Учитывая уравнения (1) и (2) и соотношения $A = \hbar^2/2\theta$, $I_{\pm} = I_1 \pm iI_2$, $j_{\pm} = j_1 \pm ij_2$, получим гамильтониан вращательного движения для нечетного ядра в виде:

$$H_{\text{rot}} = \overset{\circ}{H}_{\text{rot}} + H_j + H_c, \quad (3)$$

где $\overset{\circ}{H}_{\text{rot}} = A(I^2 - K^2)$; $H_j = A(j^2 - K)$; $H_c = -A(I_{+j_-} + I_{-j_+})$. Главный вклад в энергию вращения дает член $\overset{\circ}{H}_{\text{rot}}$, которым объясняется основная зависимость энергии вращательных состояний нечетных ядер от спина $E \sim I(I+1)$. Центробежное взаимодействие H_j зависит только от момента количества движения неспаренной частицы и поэтому влияет на все уровни одной вращательной полосы одинаково. Член гамильтониана H_c называют взаимодействием Кориолиса, и он связывает одночастичное движение с вращением ядра.

При вычислении энергий возбужденных состояний неспаренной частицы предполагается, что неспаренный нуклон следует в своем движении за вращением четно-четного остова. Поэтому одночастичное движение рассматривается так, как будто бы оно происходило в фиксированном пространстве среднего поля, которое имеет приблизительно геометрические размеры четно-четного остова. В соответствии с этим решается уравнение Шредингера для деформированного среднего потенциала

$$H_{\text{sp}} |K\rangle = \varepsilon_K |K\rangle \quad (4)$$

и учитывается парное взаимодействие H_{pair} [31] в рамках квази-частичного приближения (преобразование Боголюбова). При этом необходимо учесть эффект блокировки, что приводит к некоторой модификации уравнений для определения корреляционной функции Δ (параметр щели) и химического потенциала λ . Учет парных корреляций приводит к появлению в выражениях для матричных элементов одночастичных операторов поправочного множителя $P_{\pm} = U_i U_f \pm V_i V_f$. Знак второго слагаемого определяется

свойствами симметрии оператора перехода относительно отражения времени. Тогда полный гамильтониан системы с нечетным числом частиц во вращательной модели имеет вид:

$$H = H_{sp} + H_{pair} + H_j + \dot{H}_{rot} + H_c, \quad (5)$$

причем в качестве потенциала среднего поля используется или потенциал Нильссона [32, 33], или потенциал Саксона — Вудса [34]. В модели Нильссона предполагают, что центробежное взаимодействие можно приблизительно учесть соответствующим подбором параметров среднего поля [35].

Если пренебречь взаимодействием Кориолиса (адиабатическое приближение), то собственная функция гамильтониана (5) представляется в виде

$$|IMK\rangle = (\sqrt{(2I+1)/16\pi^2}) \{D_{M,K}^I |K\rangle + (-1)^{I-j} D_{M,-K}^I |-K\rangle\}. \quad (6)$$

Из-за симметрии системы по отношению к отражению все эти состояния дважды вырождены по знаку проекции вращательного момента K и $-K$, и волновые функции содержат обе эти компоненты.

Матричные элементы взаимодействия Кориолиса отличны от нуля только тогда, когда квантовые числа K в начальном и конечном состояниях отличаются на $\Delta K = \pm 1$. Однако в случае состояний с проекцией $K = 1/2$ получается диагональный член в энергии из-за вырождения состояний по знаку K , которым нельзя пренебречь. При учете взаимодействия Кориолиса собственные функции гамильтониана (5) будут состоять из различных комбинаций функций типа (6), относящихся к различным квантовым числам K :

$$|IM\rangle = \sum_K C_K^I |IMK\rangle. \quad (7)$$

Амплитуды C_K^I можно рассчитать методами теории возмущений или диагонализацией матрицы взаимодействия Кориолиса. Энергетическое смещение уровня IK из-за взаимодействия с уровнем IK' имеет во втором порядке теории возмущений вид:

$$\Delta E_K = - \sum_{K'} \frac{|\langle K' | H_c | K \rangle|^2}{E_{K'} - E_K}. \quad (8)$$

Очевидно, что эффект учета взаимодействия Кориолиса в спектрах возбуждения будет большим, если матричные элементы $\langle H_c \rangle$ велики или если разности энергий взаимодействующих уровней малы.

Рассчитанные в рамках модели Нильссона одночастичные матричные элементы взаимодействия Кориолиса $M_{sp}^{COR}(K, K') =$

$= \langle H_c \rangle$ оказываются в общем случае слишком большими, чтобы количественно объяснить наблюдаемые эффекты связи. Поэтому вводят обычно феноменологический фактор $R(K, K')$ и перенормируют одночастичные матричные элементы таким образом:

$$\langle K' | H_c | K \rangle = R(K, K') P_{+} M_{sp}^{\text{COR}}(K, K'). \quad (9)$$

Качественно понять необходимость перенормировки матричных элементов можно при рассмотрении остаточных взаимодействий между нуклонами (см. ниже).

При изучении вращательного движения в рамках рассматриваемой модели очень важное значение приобретает момент инерции Θ ядра. Для вычисления моментов инерции ядер широко используется крэнкинг-модель [36, 37], которая для четно-четных ядер воспроизводит экспериментальные значения моментов инерции с точностью около 20%. Экспериментальные погрешности в определении энергий в настоящее время значительно меньше, поэтому значения момента инерции рассматриваются часто как свободный или феноменологический параметр.

Вращательное движение приводит также к некоторым динамическим эффектам, которые пока не включены в наше рассмотрение. Они могут оказаться существенными для высоковозбужденных вращательных состояний с большими моментами вращения. Можно, например, считать экспериментально доказанным, что момент инерции Θ зависит от момента вращения R . Это учитывается в выражении для энергий вращательных состояний [см. уравнение (11) в Приложении] известным разложением в ряд по степеням $I(I+1)$. В последнее время часто вместо этого разложения используют ряд по степеням угловой скорости вращения ω , который имеет лучшую сходимость [38]. Другой хорошо известный динамический эффект, так называемый антиспаривательный эффект взаимодействия Кориолиса, приводит к модификации парного взаимодействия.

Центробежное и спин-спиновое взаимодействия. Подробное рассмотрение центробежного взаимодействия H_j производилось Н. И. Пятовым с сотр. [39—41] в рамках квазичастичного описания. Если предполагать, что имеется несколько неспаренных частиц, которые могут давать вклад в момент количества движения j , то оператор H_j генерирует частично-дырочные возбуждения остова с проекцией момента $K^\pi = 1^+$. В случае ядра с нечетным числом нуклонов возникают, таким образом, трехквазичастичные возбуждения, дающие вклад в одноквазичастичные волновые функции. Если с помощью этих сложных внутренних волновых функций рассчитать матричные элементы операторов j_+ и j_- , то они получаются перенормированными по сравнению со значениями одночастичных матричных элементов. Этот результат можно понять как некоторое физическое объяснение введенных раньше

в уравнение (9) феноменологических поправочных факторов $R(K, K')$.

Подобным образом действует спин-спиновое взаимодействие, которое также возбуждает 1^+ -состояния четно-четного остова. Это взаимодействие приводит обычно только к небольшой по величине одинаковой для всех состояний перенормировке одночастичных матричных элементов, в то время как влияние центробежного взаимодействия является особенно большим для тех состояний, которые относятся к сферическим подболочкам с большими значениями j .

Сложные внутренние волновые функции этой модели дают также перенормировку для одночастичных матричных элементов $M1$ -оператора. Тем самым получается в рамках этой модели естественное объяснение для ослабления гиромагнитных факторов g_s спинового движения, которое вводят при анализе экспериментальных данных в рамках простой вращательной модели. Для вычисления вероятностей электромагнитных переходов в рамках модели Пятова достаточно знать коллективные параметры остова g_R и Q_0 .

Метод проектирования. Если для описания движения нуклонов в ядре исходить из микроскопического многочастичного гамильтониана H , то соответствующее уравнение Шредингера решается только приближенно. Найденные в этом случае волновые функции имеют тот принципиальный недостаток, что они не обладают свойствами симметрии, правильность которых хорошо установлена опытом.

Одним из возможных методов, устраняющих трудности такого характера (относительно момента количества движения) является метод проектирования волновых функций по проекции полного момента, развитый Пайрлсом и Йоккоцом [42]. Квазичастичное описание деформированных ядер дает волновые функции, которые не являются инвариантными относительно вращения в пространстве, хотя гамильтониан H коммутирует с оператором вращения. Это вызвано тем, что вычисление функций проводится в данной «внутренней» системе координат, жестко связанной с ядром. Тем самым волновая функция получает определенную направленность в пространстве. В результате соотношения неопределенности между угловыми координатами ядра (оси эллипсоида) и моментом вращения волновые функции такой модели не имеют определенного значения углового момента. С помощью метода проектирования из волнового вектора $|\varphi\rangle$, найденного в жестко связанной с ядром системе координат, получают все компоненты волнового вектора с заданным значением полного момента I . В то время как для ядер с небольшим числом нуклонов это внутреннее состояние $|\varphi\rangle$ рассчитывается с достаточной точностью методом Хартри — Фока — Боголюбова, получение результатов для дефор-

мированных ядер в области редких земель встречает значительные трудности.

Возникающие в методе проектирования интегралы перекрытия вычисляются только приближенно, что приводит к введению в модель полуфеноменологических параметров. Несмотря на это, метод проектирования позволяет и в случае нечетных деформированных ядер получить соответствующие соотношения для определения энергий и волновых функций вращательных состояний [43]. При рассмотрении в этом методе предельного случая очень большой деформации можно показать, что известные формулы вращательной модели содержатся в нем как предельный случай. Такой же вывод можно сделать и для эффекта смешивания нескольких вращательных полос. Главное преимущество метода проектирования состоит, по-видимому, в том, что он позволяет согласованно описать вращательные полосы сильно деформированных ядер и квазивращательные полосы в ядрах так называемых переходных областей.

3. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Общие замечания. Экспериментальное исследование вращательных состояний ядер с нечетным числом нуклонов в последние годы успешно развивалось прежде всего благодаря следующим обстоятельствам:

1. С помощью прецизионной γ -спектроскопии на пучках ускорителей заряженных частиц удалось наблюдать «длинные» вращательные полосы вплоть до уровней со спином $I = 33/2$. Кроме того, во многих случаях наблюдалось несколько вращательных полос в одном и том же ядре.

2. Исследования (α, xn) -реакций позволили проанализировать вращательные полосы одних и тех же внутренних состояний нечетного нуклона в ряде ядер, отличающихся друг от друга парами нейтронов или протонов.

Большой экспериментальный материал, полученный в последние годы, позволяет теперь лучше проверить качество модельных представлений о вращательном движении в нечетных ядрах, в частности, обсудить влияние эффектов взаимодействия одночастичного и вращательного движений на вращательные состояния с большими значениями спинов и высокими энергиями возбуждения. Почти все полученные до сих пор экспериментальные данные свидетельствуют о том, что только в некоторых исключительных случаях можно пренебречь взаимодействием Кориолиса. Влияние его проявляется главным образом во флуктуационных отклонениях вращательных энергий от простой зависимости их от полного момента $I(I + 1)$ и в нарушениях правил Алага [44] для относительных интенсивностей электромагнитных переходов между вращательными состояниями.

Обсудим здесь экспериментальные результаты о вращательных полосах в нечетных деформированных ядрах, причем особенно выделим степень возмущения их неадиабатическими эффектами. В последующем обсуждении, которое ведется в основном в рамках вращательной модели, часто существует сильное смешивание одноквазичастичных конфигураций. Обозначение вращательных полос производится тогда по наиболее сильной компоненте, которая классифицируется также, как одноквазичастичные состояния схемы Нильссона [33].

Невозмущенные вращательные полосы. Только для небольшого числа экспериментально исследованных вращательных полос можно пренебречь смешиванием конфигураций. Наименьшее возмущение взаимодействием Кориолиса можно ожидать для вращательных полос тех внутренних состояний, которые имеют большое значение проекции момента количества движения K и минимальное значение асимптотического квантового числа n_z . Такое состояние в схеме Нильссона расположено энергетически наиболее далеко от состояния той же сферической подоболочки со значением $K = 1/2$. Примерами таких состояний являются конфигурации $7/2^+$ [404] для нечетного протона и $11/2^-$ [505] — для нечетного нейтрона, вращательные полосы которых в ряде ядер известны до уровней с высоким значением спина. Рассмотрение этих слабо возмущенных взаимодействием Кориолиса полос может дать информацию о других типах взаимодействий, например о вкладе неспаренного нуклона в момент инерции ядра. Такое взаимодействие в других случаях невозможно обсуждать из-за сильной перенормировки момента инерции взаимодействием Кориолиса. Для слабо возмущенных полос предположим, что энергии их уровней с достаточной точностью описываются формулой Бора — Моттельсона [формула (11) Приложения].

Зависимость $[E(I) - E(I - 1)]/2I$ от квадрата полного момента I^2 для вращательных полос состояний $7/2^+$ [404] и $11/2^-$ [505] в различных ядрах дана на рис. 4. Если вращательная полоса описывается только двумя параметрами БМ-формулы A и B , то экспериментальные точки на рис. 4 должны лежать на одной прямой, наклон которой является мерой зависимости момента инерции ядра от спина. Проведенные на рис. 4 сплошные кривые соответствуют расчетным энергиям при оптимально выбранных значениях параметров A , B и C ряда разложения по степеням $I(I + 1)$ до третьего порядка. Представленные результаты показывают, что рассмотренные здесь полосы можно описать таким же образом, как и вращательные полосы основных состояний соответствующих четно-четных ядер. Знакопеременные члены разложения по степеням полного момента, которые связаны с влиянием полос $K = 1/2$, можно не учитывать. Различный ход кривых для одной

и той же протонной конфигурации $7/2^+$ [404] обусловлен, по-видимому, свойствами ядра-остова. Ядро ^{169}Lu расположено от линии стабильности дальше, чем ядро ^{171}Lu . В то время как параметр момента инерции A в основном состоянии для обоих ядер примерно одинаковый, его зависимость от спина в случае ядра ^{169}Lu значительно сильнее. Разные свойства имеют вращательные полосы нейтронной конфигурации $11/2^-$ [505], которые представлены для

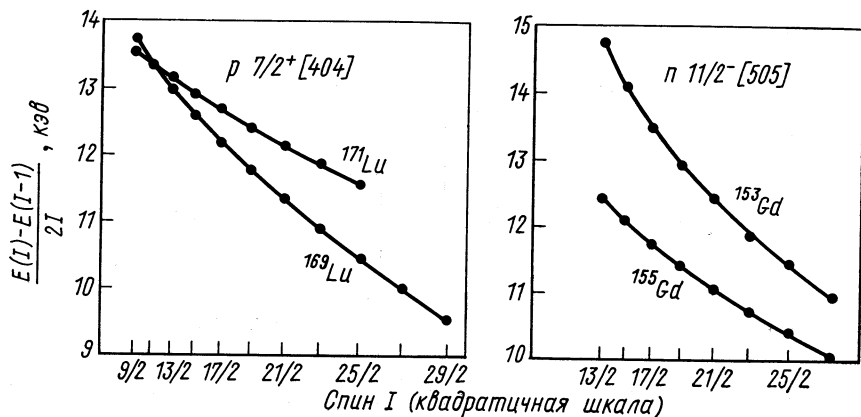


Рис. 4. Зависимости $[E(I) - E(I - 1)]/2I$ от спина I для несколько «невозможных» вращательных полос:

● — экспериментальные значения [47, 49, 52, 54, 61]; — — расчеты по формуле (11) Приложения.

двух ядер на рис. 4, б. Параметр момента инерции A для ядра ^{153}Gd , относящегося уже к краю области деформации, больше, чем в случае ^{155}Gd . Спиновая зависимость параметра A для обоих ядер примерно одинакова.

Аналогичная картина наблюдается для соответствующих четно-четных ядер [45].

Чтобы проанализировать энергетические состояния вращательных полос четно-четных ядер, часто представляют зависимость момента инерции от квадрата коллективной частоты вращения ω . Здесь используем такое же представление для вращательных полос нечетных ядер, чтобы облегчить сравнение аналогичных свойств нечетных и соответствующих четно-четных ядер.

Зависимости момента инерции от частоты вращения для основных вращательных полос ^{168}Yb и ^{170}Yb и для конфигураций $7/2^+$ [404] и $5/2^-$ [512], которые соответствуют состояниям одного дополнительного протона или нейтрона, приведены на рис. 5. Значения величин Θ и ω были определены из уравнений (14) Приложения по экспериментальным или рассчитанным значениям энер-

гий вращательных уровней. Кривые соответствуют энергетической зависимости, рассчитанной по формуле (13) Приложения.

Видно, что момент инерции «более мягкого» ядра ^{168}Yb растет быстрее с увеличением частоты вращения, чем в случае ^{170}Yb . Дополнительные нечетные нуклоны вызывают увеличение момента инерции. Однако ход зависимости его от частоты вращения для нечетного и четно-четного ядра остается примерно одинаковым.

Момент инерции ядра при добавлении одного нечетного нуклона меняется по-разному в зависимости от ядра и его

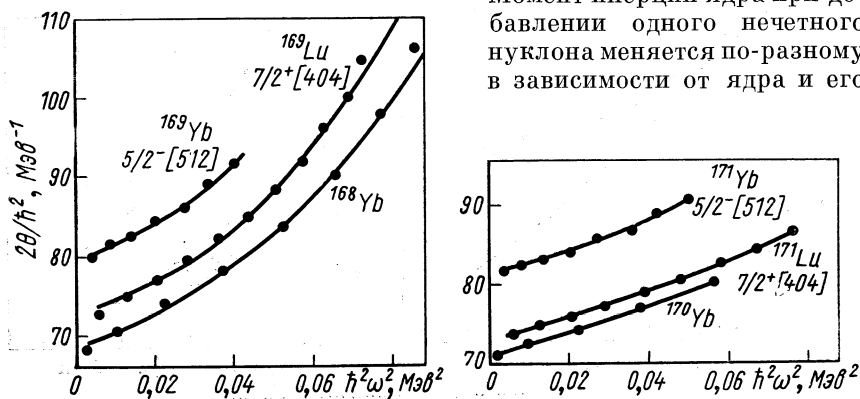


Рис. 5. Зависимость величины $2\Theta/\hbar^2$ от частоты коллективного вращения для нескольких невозмущенных вращательных полос. Для сравнения приведена эта же зависимость для соответствующего ядра-остова:

● — экспериментальные значения [49—51, 61]; — — расчет по формуле (13) Приложения.

конфигурации. Теоретически это связывается прежде всего с изменением равновесной деформации ядра и парной энергии при добавлении одного нечетного нуклона [46].

Хйорт и др. [47] проводили расчеты изменения момента инерции для различных протонных конфигураций и получили изменение значения параметра момента инерции A на $\Delta A \leq 1$ кэв. Влияние неспаренного нейтрона в конфигурации $11/2^- [505]$ на момент инерции было рассчитано для нечетных ядер гадолиния авторами работы [48]. Экспериментальные данные о вкладе нечетных нуклонов в момент инерции ядер представлены для нескольких ядер на рис. 6. Моменты инерции определялись из параметра A по формуле Бора — Моттельсона с учетом членов третьего порядка по I ($I + 1$). В качестве значений момента инерции остова были взяты средние значения этих величин соседних четно-четных ядер, чтобы учесть таким образом возможное изменение равновесной деформации. Вклад нечетного нуклона в момент инерции в случае конфигураций $5/2^+ [402]$ и $7/2^+ [404]$ примерно одинаковый для большого числа ядер и составляет около 10% значения

момента инерции четно-четного остова. Влияние взаимодействия Кориолиса проявляется в перенормировке параметра момента инерции [38]. Вращательные полосы $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514], для которых взаимодействие Кориолиса приобретает существенное

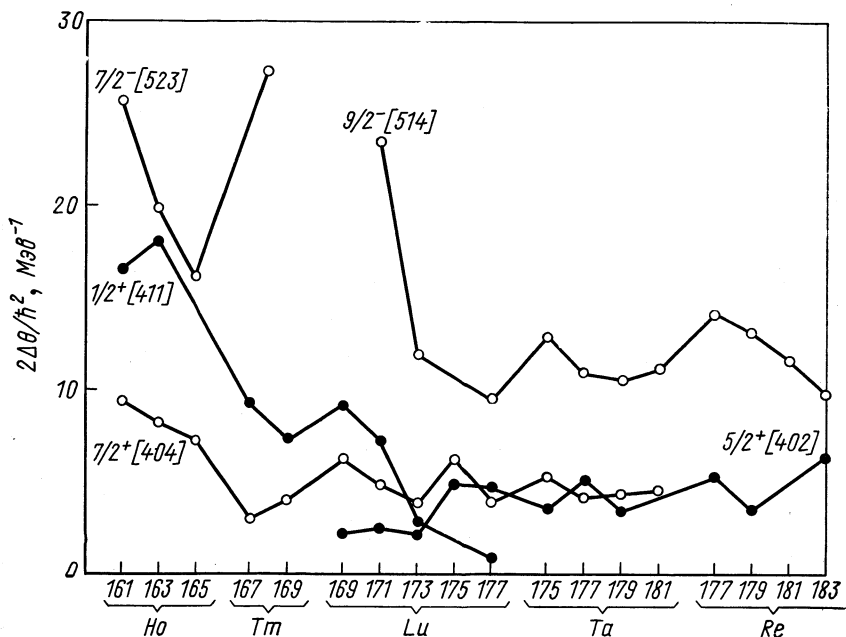


Рис. 6. Вклад неспаренного протона в моменты инерции различных нечетных ядер:

для момента инерции остова бралось среднее значение моментов инерции соответствующих соседних четно-четных ядер. Экспериментальные значения взяты из работ [2—14, 27, 45, 61—66].

значение, выделяются особенно большим дополнительным моментом инерции (см. рис. 6).

Вращательные полосы со значением $K = 1/2$. Главная особенность состояний со значением проекции момента $K = 1/2$ состоит в появлении диагональных матричных элементов взаимодействия Кориолиса. Их обычно связывают с параметром развязывания [формула (18) Приложения], и они дают противоположное по знаку смещение энергий вращательных состояний. Соответствующие вращательные полосы получают дублетный характер, причем для значений $|a| > 1$ теряется нормальная последовательность вращательных уровней по возрастающим значениям спина. Относительное смещение уровней будет показано на рис. 14, где представлены уровни трех различных полос с $K = 1/2$. В то время

как полоса состояния $1/2^- [510]$ имеет невозмущенную структуру ($a \approx 0$), вращательная полоса состояния $1/2^+ [411]$ ($a = -0,7$) — явно дублетную. В случае полосы состояния $1/2^- [541]$ с параметром развязывания $a \approx 3$ уровни настолько смещаются, что имеют дублеты уровней с разностью спинов $\Delta I = 3$.

Влияние недиагональных матричных элементов взаимодействия Кориолиса в случае полос с $K = 1/2$ проявляется менее ясно, чем у полос других состояний. Чтобы их изучить, необхо-

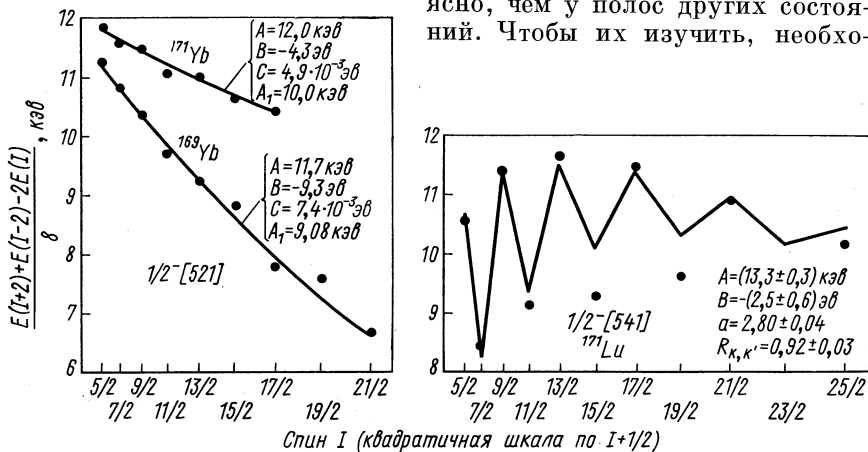


Рис. 7. Зависимость $E(I+2) + E(I-2) - 2E(I)$ от спина I для вращательных полос с $K = 1/2$:

● — экспериментальные значения [49—51]; — — результаты расчета для полосы $1/2^- [521]$ — по формуле (11), для полосы $1/2^- [541]$ — диагонализация взаимодействия Кориолиса.

димно знать как можно больше уровней одной и той же вращательной полосы.

Анализ эффектов неадиабатичности для нескольких полос с $K = 1/2$ дан на рис. 7. Приведенные величины должны лежать на одной прямой, если соответствующие полосы описываются БМ-формулой с учетом параметров A , A_1 и B . Влияние параметра развязывания исключено. Экспериментальные значения для нейтронной конфигурации $1/2^- [521]$ и для протонной конфигурации $1/2^- [541]$ показаны на рис. 7. Для полосы $1/2^- [521]$ получается картина, аналогичная случаю полос основных состояний четно-четных ядер. Кривые соответствуют расчету по БМ-формуле с оптимальным выбором параметров A , A_1 , B и C . Небольшие флуктуации экспериментальных точек будут обсуждаться ниже.

В то время, когда полоса $1/2^- [521]$, по-видимому, только слабо возмущена, структура полосы состояния $1/2^- [541]$ сильно искажена взаимодействием Кориолиса. На это указывают сильные

Т а б л и ц а 1

Теоретические значения матричных элементов взаимодействия Кориолиса для одночастичных конфигураций, связанных со сферическими подболочками $i_{13/2}$, $h_{11/2}$ и $h_{9/2}$ (по данным работы [8] для деформации $\delta=0,3$)

K, K'	Матричный элемент $\langle K j_- K' \rangle$						
	1,2, 1/2	1/2, 3/2	3/2, 5/2	5/2, 7/2	7/2, 9/2	9/2, 11/2	11/2, 13/2
Подболочка							
$i_{13/2}$ (нейтронная)	6,40	6,40	6,33	6,08	5,61	4,84	3,60
$h_{11/2}$ (протонная)	-5,59	5,57	5,43	5,06	4,41	3,30	—
$h_{9/2}$ (протонная)	3,09	4,20	4,28	3,89	2,98	—	—

флуктуации представленных в правой части рис. 7 экспериментальных величин, а также приведенные в табл. 1 значения матричных элементов взаимодействия Кориолиса. Экспериментальные значения энергий вращательных уровней этой полосы не воспроизводятся ни при каком наборе параметров БМ-формулы. Удовлетворительное описание структуры полосы получается только при диагонализации матрицы взаимодействия Кориолиса с учетом всех сильно взаимодействующих конфигураций $1/2^-$ [541], $1/2^-$ [530], $3/2^-$ [532] и $5/2^-$ [523]. Соответствующая такому расчету теоретическая кривая [49] представлена в правой части рис. 7. Значения свободных параметров расчета даны на рисунке. Сильные флуктуации экспериментальных значений описываются качественно правильно расчетной кривой. Также хорошее согласие с экспериментом можно получить для полосы $1/2^-$ [541] в расчетах по модели Пятова (см. [49]).

В случае слабо возмущенных полос можно учитывать влияние смешивания конфигураций с проекцией момента $K = 1/2$ или $K = 3/2$ в рамках теории возмущений. В расчетах по теории возмущений третьего порядка [47] возникает второй знакопеременный член в выражении для энергии вращательных уровней, который соответствует в БМ-формуле члену при параметре B_1 . Оценки в случае полосы $1/2^-$ [521] в ядрах ^{169}Yb и ^{171}Yb дают значение $B_1 \approx -2,5$ эв. Согласие с экспериментом получается удовлетворительным [50, 51], если рассматривать только уровни со спином $I \leq 17/2$. Для уровней с более высоким спином этой полосы в ^{169}Yb оказывается, что флуктуации экспериментальных энергий имеют знак, противоположный теоретически предсказанному.

Вращательная полоса состояния $1/2^+ [411]$ в ядре ^{167}Tm тоже относится к слабо возмущенным полосам. Однако в этом случае имеют место флуктуации энергий вращательных уровней, которые не могут быть объяснены взаимодействием Кориолиса с другими вращательными полосами ($K = 1/2$ или $3/2$). Если учесть при выборе параметров БМ-формулы все уровни этой полосы до

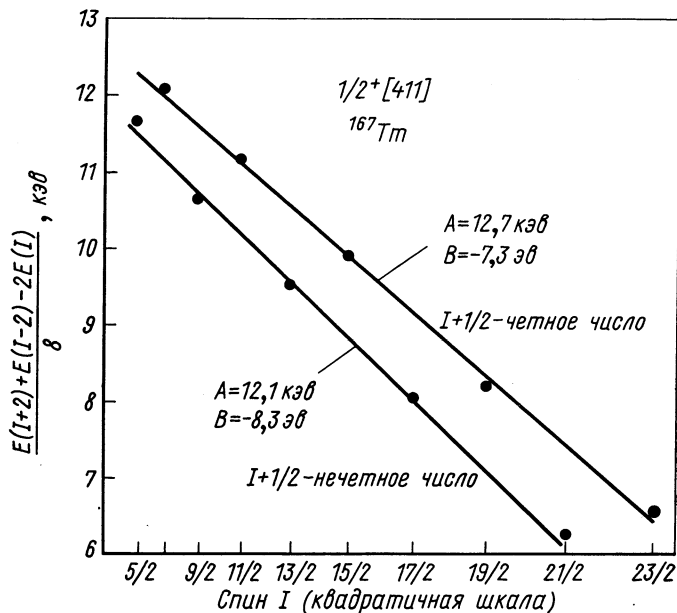


Рис. 8. Зависимость $E(I+2) + E(I-2) - 2E(I)$ от спина I для вращательной полосы состояния $1/2^+ [411]$ в ядре ^{167}Tm .

$I = 27/2$ включительно, то получается значение $B_1 = 25$ эв. Теория возмущения дает значение $B_1 = 4$ эв, которое не может объяснить флуктуации экспериментальных величин. Если, однако, рассматриваются отдельно последовательности уровней, для которых $I + 1/2$ — четное или нечетное число, то каждая из них хорошо описывается БМ-формулой с учетом только двух параметров A и B . Расчетные кривые для полосы $1/2^+ [411]$ в ядре ^{167}Tm приведены на рис. 8. Они соответствуют своему оптимальному набору параметров A и B для каждой последовательности уровней $I + 1/2 = 2n$ и $2n + 1$. Авторы работы [47] обсуждали флуктуации энергий состояний вращательной полосы $1/2^+ [411]$ в ядре ^{171}Lu , предполагая, что момент инерции немонотонно зависит от спина.

Смешивание вращательных полос в случае больших матричных элементов взаимодействия Кориолиса. В качестве возбужденных состояний положительной четности для деформированных ядер в области $150 < A < 190$ с нечетным числом нейтронов встречаются практически только состояния из сферической подболочки $i_{13/2}$, т. е. конфигурации $1/2^+$ [660], $3/2^+$ [651], $5/2^+$ [642], $7/2^+$ [633], $9/3^+$ [624], $11/2^+$ [615] и $13/2^+$ [606]. Сильное взаимодействие Кориолиса между этими состояниями наблюдалось экспериментально для большого числа ядер [50, 52—57]. Этому вопросу посвящены также некоторые теоретические работы [39—41]. Поэтому обсудим здесь только некоторые особенности взаимодействия между состояниями подболочки $i_{13/2}$. Более подробно будут рассмотрены свойства вращательных полос ядер с нечетным числом протонов, в которых наблюдается также сильное взаимодействие Кориолиса между состояниями сферической подболочки $h_{11/2}$.

В соответствии с формулой (17) Приложения матричные элементы взаимодействия Кориолиса $M_{sp}^{COR}(K, K')$ имеют большие значения, если взаимодействующие уровни происходят из сферической подболочки с большим значением j . Полученные в модели Нильссона теоретические значения матричных элементов взаимодействия Кориолиса [8] для состояний подболочек $i_{13/2}$, $h_{11/2}$ и $h_{9/2}$ приведены в табл. 1 вместе с диагональными матричными элементами для состояний с $K = 1/2$. Наибольшие значения имеют матричные элементы для состояний подболочки $i_{13/2}$.

Сильновозмущенные вращательные полосы положительной четности в ряде нечетных ядер эрбия показаны на рис. 9. В случае ядер ^{161}Er и ^{163}Er особенно видно, что полосы положительной четности образуют практически две последовательности уровней [56], для которых значения $I + 1/2$ — четные или нечетные числа. Это явление вызвано влиянием состояния $1/2^+$ [660], которое взаимодействием с уровнем $3/2^+$ [651] искажает энергетическую структуру вращательных полос положительной четности. В ядрах ^{157}Er и ^{159}Er пока наблюдались последовательности уровней только с нечетными значениями $I + 1/2$ [15]. Учет взаимодействия Кориолиса в конфигурационном пространстве всех уровней подболочки $i_{13/2}$ показал, что главными компонентами в низколежащих состояниях являются конфигурации $1/2^+$ [660] и $3/2^+$ [651], которые здесь находятся вблизи границы Ферми [40]. В ядрах ^{163}Er , ^{165}Er и ^{167}Er вблизи границы Ферми лежат уже состояния $5/2^+$ [652] и $7/2^+$ [633], которые доминируют в волновых функциях даже при состояниях с низким значением спина. С ростом спина состояний смешивание конфигураций увеличивается до такой степени, что в волновых функциях содержатся несколько примерно одинаково сильных компонент. Несмотря на то, что состоя-

ние $1/2^+$ [660] находится в случае более тяжелых ядер уже значительно ниже границы Ферми, его влияние на вращательные полосы положительной четности еще сохраняется. Даже вращательная

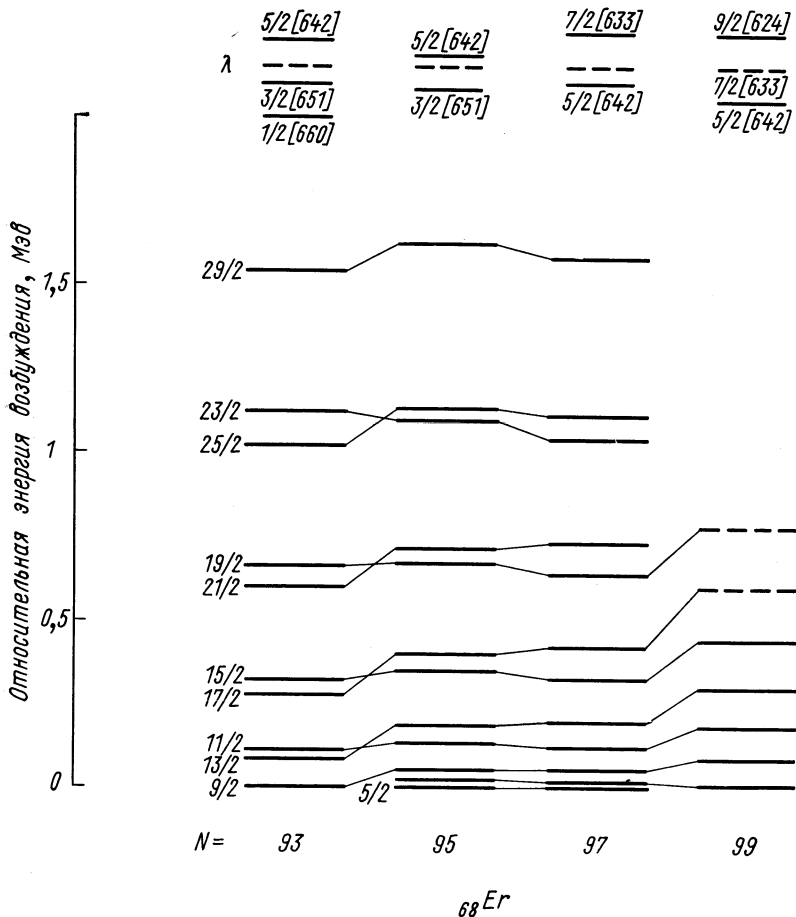


Рис. 9. Экспериментальные значения энергии возбуждения вращательных состояний положительной четности для ряда изотопов эрбия [55, 56]:

в верхней части схематически показаны положения химического потенциала λ и ближайших одноквантовых состояний сферической подболошки $i_{13/2}$.

полоса с доминирующей компонентой $11/2^+$ [615] в ядре ^{185}Os имеет еще явные флуктуации значения параметра момента инерции A .

Во всех расчетах с помощью диагонализации взаимодействия Кориолиса для этой группы ядер потребовалось ввести факторы

ослабления теоретических одночастичных матричных элементов взаимодействия Кориолиса. Наилучшее согласие с экспериментальными данными получается, если фактор ослабления больше для матричных элементов состояний, расположенных вблизи границы Ферми, чем для матричных элементов более отдаленных

Т а б л и ц а 2

Ядра, в которых наблюдались вращательные полосы протонных состояний $5/2^-$ [532], $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514]. В скобках приведено максимальное значение спина вращательного уровня, наблюдаемого в данном ядре

$5/2^-$ [532]	Литера- тура	$7/2^-$ [523]	Литера- тура	$9/2^-$ [514]	Литера- тура
^{151}Pm (11/2)	[24]	^{157}Tb (11/2)	[58]	^{169}Lu (25/2)	[61]
^{153}Eu (13/2)	[26]	^{157}Ho (25/2)	[15]	^{171}Lu (21/2)	[47, 49]
^{155}Tb (23/2)	[58]	^{159}Ho (27/2)	[15]	^{173}Lu (23/2)	[49]
^{157}Tb (19/2)	[58]	^{161}Ho (29/2)	[4, 28, 29]	^{177}Lu (21/2)	[11]
		^{163}Ho (23/2)	[6]	^{175}Ta (27/2)	[62]
		^{165}Ho (21/2)	[16, 59]	^{177}Ta (25/2)	[12, 63]
		^{165}Tm (31/2)	[60]	^{179}Ta (21/2)	[13]
		^{167}Tm (27/2)	[2]	^{175}Re (21/2)	[64]
				^{177}Re (19/2)	[64]
				^{181}Re (19/2)	[65]
				^{183}Re (21/2)	[65, 66]

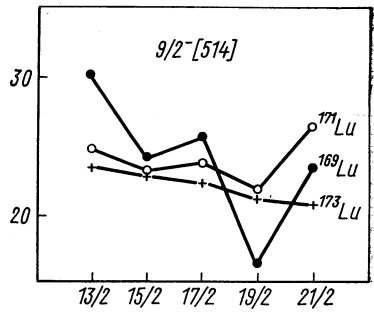
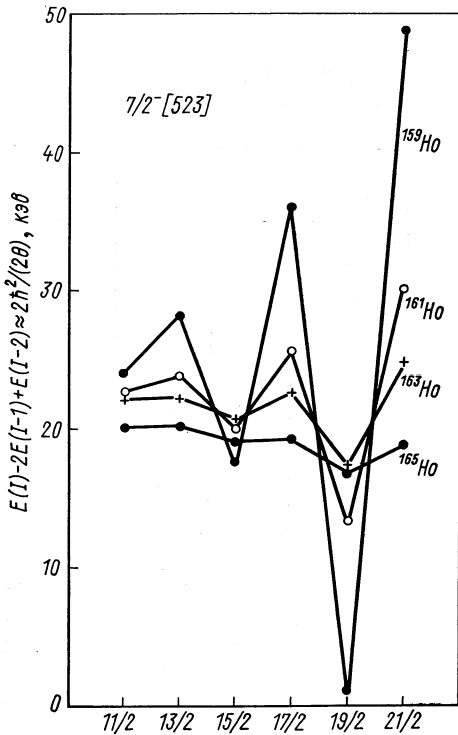
от границы Ферми состояний [55]. Хорошее описание вращательных полос этой группы ядер возможно также в рамках модели Пятова, в которой перенормировка одночастичных матричных элементов получается как следствие самой модели [39—41].

Матричные элементы взаимодействия Кориолиса для конфигураций, связанных со сферическим состоянием $h_{11/2}$, немного меньше, чем в только что рассмотренном случае подболочки $i_{13/2}$ (см. табл. 1). Теоретическое значение параметра развязывания состояний с $K = 1/2$ ($1/2^-$ [550]) отрицательно. Однако это энергетически наиболее низко лежащее состояние пока не наблюдается на опыте. Вращательные полосы состояния $11/2^-$ [505] известны только во многих ядрах с нечетным числом нейтронов (Gd, Dy, Er и Yb). Влияние взаимодействия Кориолиса на структуру этих полос невелико. Поэтому рассмотрим здесь прежде всего вращательные полосы состояний $5/2^-$ [532], $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514] в ядрах с нечетным числом протонов. В табл. 2 приведены все ядра, в которых наблюдались вращательные полосы этих конфигураций.

В энергиях вращательных уровней полосы $9/2^-$ [514] влияние взаимодействия Кориолиса выражается прежде всего в перенор-

мировке момента инерции. Вращательные состояния полосы $9/2^-$ [514] вследствие взаимодействия с уровнями полос $7/2^-$ [523] и $11/2^-$ [505] смещаются в сторону меньших энергий. Поэтому уменьшается параметр момента инерции $A = \hbar^2/2\Theta$ этой полосы, а момент инерции Θ оказывается увеличенным. На рис. 6 было

показано, что дополнительный момент инерции в случае полосы $9/2^-$ [514] значительно больше, чем для относительно мало возмущенных полос $5/2^+$ [402] и $7/2^+$ [404]. Величина этого дополнительного момента инерции определяется силой взаимодей-



Спин I

Рис. 10. Зависимость параметра вращения от спина I для вращательных полос состояний $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514] в нечетных ядрах гольмия и лютеция: экспериментальные значения [4—8, 15, 49, 61] связаны между собой сплошными линиями.

ствия Кориолиса. Для полосы $7/2^-$ [523], например, дополнительный момент инерции настолько велик, что его невозможно представить на рис. 6.

Более подробный анализ энергетических расстояний уровней вращательных полос состояний $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514] показывает, что в этих случаях имеются малые флуктуации параметра момента инерции A , которые связаны с влиянием смешивания конфигурации $1/2^-$ [550]. Эти флуктуации видны на рис. 10, где

представлены экспериментальные значения величины $E(I) - 2E(I-1) + E(I-2) \approx 2\hbar^2/2\Theta$ в зависимости от спина состояний для вращательных полос $7/2^-$ [523] и $9/2^-$ [514] в различных нечетных ядрах гольмия и лютеция. Флуктуации для полосы $7/2^-$ [523] немного больше, чем для полосы $9/2^-$ [514], потому что при взаимодействии с состоянием $1/2^-$ [550] число промежуточных состояний в первом случае меньше. Заметное увеличение флуктуаций с уменьшением массового числа вызывается различными взаимосвязанными причинами, например изменением при переходе к более легким ядрам таких величин, как параметр деформации, момент инерции, параметр щели и др.

Значительные флуктуации параметра момента инерции вращательных полос конфигурации $5/2^-$ [532] наблюдаются в ядрах ^{155}Tb и ^{157}Tb [58]. Кроме того, в этих ядрах сильно смещается состояние $I = 7/2$ этой полосы из-за очень близко расположенного уровня $7/2^-$ [523]. На рис. 11 показана схема вращательных уровней ядра ^{157}Tb , для которого наблюдались вращательные полосы состояний $5/2^-$ [532] и $7/2^-$ [523]. Первый вращательный

Таблица 3

Энергии и коэффициенты C_K^I волновых функций для состояний смешанных вращательных полос с отрицательной четностью в ядре ^{157}Tb

Спин I	$E_{\text{эксп}}^{\text{кэв}}$	$E_{\text{теор}}^{\text{эксп}} - E_{\text{теор}}^{\text{кэв}}$	$1/2^-$ [550]	$3/2^-$ [541]	$5/2^-$ [532]	$7/2^-$ [523]	$9/2^-$ [514]
5/2	326,4	-0,6	0,016	0,136	0,99	—	—
7/2	357,7	-1,4	0,039	0,180	0,871	0,456	—
7/2	571,7	-0,3	-0,029	-0,115	-0,440	0,890	—
9/2	425,9	-1,1	0,038	0,214	0,827	0,514	0,056
9/2	709,1 *	-5	-0,035	-0,171	-0,489	0,848	0,109
11/2	517,6	-0,4	0,087	0,260	0,801	0,526	0,082
11/2	860,6 *	-10	-0,105	-0,239	-0,471	0,827	0,158
13/2	647,9	1,9	0,061	0,276	0,783	0,544	0,105
15/2	783,0	0	0,150	0,333	0,763	0,520	0,116
17/2	975,0	-1	0,084	0,326	0,756	0,544	0,137
19/2	1142	-6	0,225	0,400	0,730	0,489	0,132

* Энергии этих состояний не учитывались в расчете.

Примечание. Значения подгоночных параметров: $\epsilon(5/2^-) = -636$ кэв; $\epsilon(7/2^-) = 839$ кэв; $A = -14,96$; $R(3/2, 5/2) = 0,81$; $R(5/2, 7/2) = 0,78$.

Значения фиксированных параметров: $\Delta = 500$ кэв; $\mu = 0,63$; $\kappa = 0,05$; $\delta = 0,28$; $R(1/2, 3/2) = R(7/2, 9/2) = 1$; $a_{1/2} = -5,4$; $\lambda = 1$ кэв; $\epsilon(1/2^-) = -2386$; $\epsilon(3/2^-) = -1736$; $\epsilon(9/2^-) = 2609$ кэв.

уровень полосы $5/2^-$ [532] имеет здесь удивительно низкую энергию возбуждения $E \approx 31$ кэв. Это объясняется тем, что для этого

ядра химический потенциал лежит примерно посередине между одночастичными состояниями $5/2^-$ [532] и $7/2^-$ [523].

Точный учет взаимодействия Кориолиса между этими конфигурациями позволяет объяснить необычные значения $\lg ft$ для β -распада на возбужденные уровни ^{161}Tb , которые измерены в работе [67].

Для еще более легких ядер ^{153}Eu и ^{151}Pm химический потенциал находится близко к состоянию $5/2^-$ [532]. Здесь связь с со-

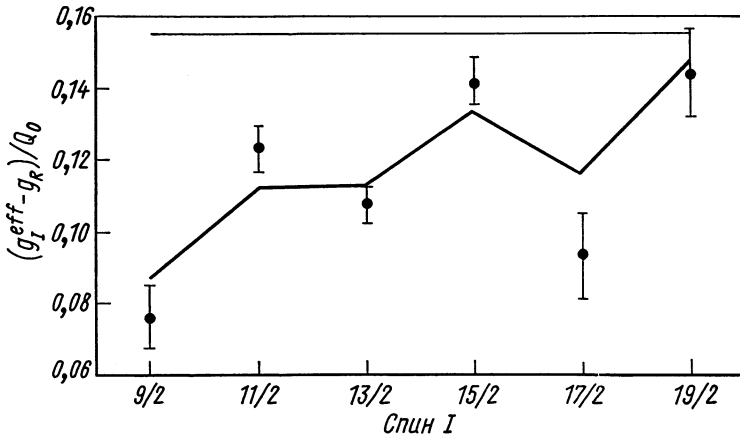


Рис. 12. Сравнение экспериментальных и рассчитанных отношений интенсивностей γ -переходов между уровнями вращательной полосы состояния $5/2^-$ [532] в ядре ^{157}Tb :

величина $(g_I^{\text{eff}} - g_R)/Q_0$ рассчитана по формуле (23) Приложения; ● — экспериментальные значения [58]; верхняя линия — теоретические значения в случае чистой конфигурации; нижняя кривая — результат диагонализации взаимодействия Кориолиса.

стоянием $7/2^-$ [523] менее существенна. Однако сильнее сказывается взаимодействие с конфигурацией $1/2^-$ [550], которое обсуждается в работах [24, 26].

Точный анализ вращательных полос $5/2^-$ [532] и $7/2^-$ [523] ядра ^{157}Tb с учетом взаимодействия Кориолиса [58] показывает значительное смешивание конфигураций. Результаты расчета волновых функций представлены в табл. 3. Кроме того, в этой таблице приведены экспериментальные и рассчитанные значения энергий вращательных уровней, а также значения использованных в расчете параметров. Для наилучшего согласия с экспериментом необходимо было как и в случае состояний, связанных со сферической подболочкой $i_{13/2}$, ввести факторы ослабления одночастичных матричных элементов взаимодействия Кориолиса. С помощью неадиабатических волновых функций, полученных

при учете смешивания конфигураций, рассчитывались вероятности электромагнитных переходов между состояниями полосы $5/2^-$ [532]. Сравнение этих результатов с экспериментальными данными проведено на рис. 12. Здесь представлены значения величины $(g_I^{\text{eff}} - g_R)/Q_0$, которые можно получить из экспериментальных и из рассчитанных отношений интенсивностей переходов [см. уравнение (23) Приложения]. При вычислении их использовались параметры $Q_0 = 6,31b$, $g_R = 0,42$ и $g_s = g_s^\circ$. Для случая чистой конфигурации $5/2^-$ [532] в предположении $g_s = 0,8g_s^\circ$ получим для $(g_I^{\text{eff}} - g_R)/Q_0$ не зависящее от спина значение, равное 0,155.

Смешивание вращательных полос в случае малых матричных элементов взаимодействия Кориолиса. Сильное смешивание полос возможно при небольших матричных элементах взаимодействия Кориолиса, если взаимодействующие состояния энергетически близки. Такое расположение наблюдается для многих протонных конфигураций оболочки $N = 4$ и нейтронных конфигураций оболочки $N = 5$. Сильнее всего смешиваются состояния вращательных полос с $K = 3/2$ и $1/2$.

В ядрах гольмия [4, 6, 8] очень близко расположены вращательные полосы состояний $1/2^+$ [411] и $3/2^+$ [411]. Сильное отклонение вращательных энергий полосы $3/2^+$ [411] от зависимости $I(I+1)$ объясняется прежде всего взаимодействием с уровнями полосы $1/2^+$ [411]. Сравнение экспериментальных результатов [6] для вращательных состояний полос $1/2^+$ [411] и $3/2^+$ [411] в ядре ^{163}Ho с результатами расчетов, учитывающих взаимодействие Кориолиса, дано на рис. 13. Чтобы получить наилучшее согласие с экспериментальными значениями энергий вращательных уровней, необходимо было увеличить одночастичный матричный элемент взаимодействия Кориолиса между состояниями полос $K = 1/2$ и $3/2$ на 40% по сравнению с его значением в модели Нильссона. При оценке этого результата необходимо, однако, отметить, что в этом расчете не учитывались некоторые эффекты, такие, как влияние других более высоко расположенных вращательных полос. Учет полосы конфигурации $5/2^+$ [413] может, например, опять несколько уменьшить значение эффективного матричного элемента. Кроме того, были использованы для вычисления невозмущенных энергий уровней полос $1/2^+$ [411] и $3/2^+$ [411] по уравнению (12) Приложения только члены с параметрами A , B и A_1 .

Однако в случае нечетных ядер тербия [58] вращательная полоса состояния $3/2^+$ [411] имеет флуктуации энергий уровней (см. рис. 13, в), которые не объясняются связью с близко расположенной полосой $K = 1/2$. Если такие флуктуации свойственны полосе $3/2^+$ [411] в ядре ^{163}Ho , то для ее описания необходимо учесть в выражении для невозмущенных энергий член с параметром A_3 . Учет такого эффекта в случае взаимодействия полос $K =$

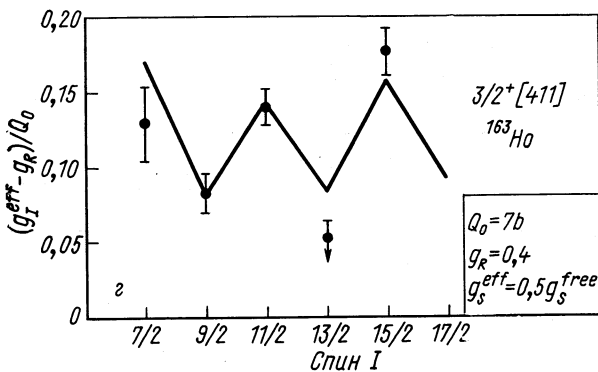
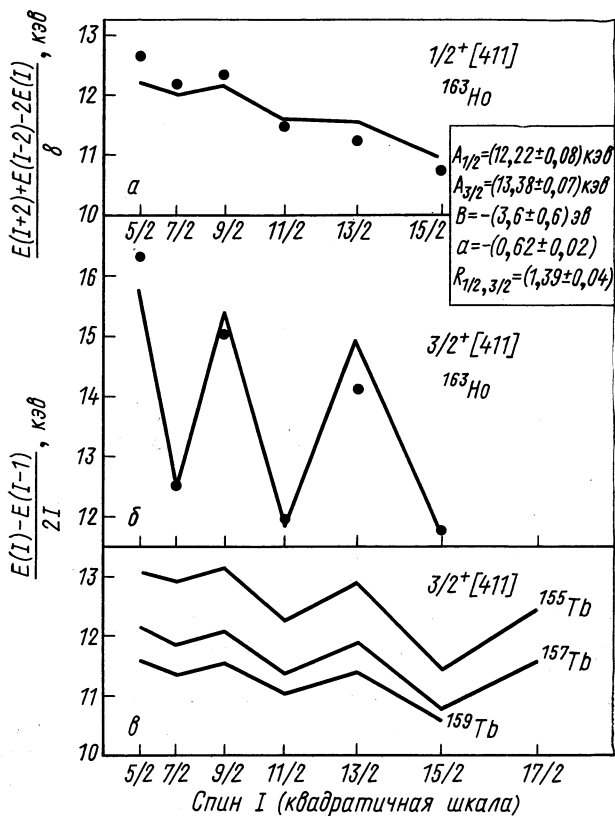


Рис. 13. Эффекты смешивания уровней вращательных полос состояний $1/2^+ [411]$ и $3/2^+ [411]$ в ядре ^{163}Ho :

● — экспериментальные значения [6]; — — на рис. а, б, в результаты диагонализации взаимодействия Кориолиса с указанными параметрами; на рис. в — полоса $3/2^+ [411]$ в ядрах тербия [16, 58, 59].

$= 1/2$ и $3/2$ тоже может уменьшить соответствующий матричный элемент. С другой стороны, учет взаимодействия квазичастиц с фононами [68] может опять увеличить эффективный матричный элемент силы Кориолиса.

С помощью неадиабатических волновых функций, которые получились при учете взаимодействия Кориолиса между полосами $K = 1/2$ и $3/2$, рассчитаны вероятности электромагнитных переходов в ядрах ^{161}Ho и ^{163}Ho [6]. Сравнение экспериментальных и рассчитанных значений $(g_I^{\text{eff}} - g_R)/Q_0$ для полосы $3/2^+$ [411] в ядре ^{163}Ho проведено на рис. 13, *г*. Для изолированной полосы состояния $3/2^+$ [411] эта величина имеет постоянное значение, равное 0,16. Экспериментально обнаруженные флуктуации ее удовлетворительно воспроизводятся в расчете с неадиабатическими волновыми функциями.

Подобные эффекты взаимодействия наблюдаются при вращательных полосах состояний $1/2^-$ [510] и $3/2^-$ [512], причем одночастичный матричный элемент взаимодействия Кориолиса $\langle 1/2^- | j_- | 3/2^- \rangle = 0,9$. Связь между этими состояниями впервые исследовал Керман [69]. Обе вращательные полосы наблюдаются в нечетных ядрах вольфрама ($A = 179-187$) и осмия ($A = 183-189$). И в случае этих двух полос их возмущения объясняются главным образом взаимодействием Кориолиса между ними. Расчет взаимодействия Кориолиса путем наилучшего согласования экспериментальных и теоретических значений энергий вращательных уровней позволил определить эффективные матричные элементы взаимодействия Кориолиса для конфигураций из различных сферических подболочек [21]. Сравнение с теоретическими одночастичными матричными элементами показало, что при небольших энергиях возбуждения эффективные матричные элементы примерно равны теоретическим значениям. Однако, при более высоких энергиях возбуждения необходимо ввести фактор ослабления порядка $R(K, K') \approx 0,6$. Здесь наблюдается обратная тенденция в поведении $R(K, K')$ по сравнению с результатами расчетов для состояний подболочек $i_{13/2}$, $h_{11/2}$ и $j_{15/2}$ [17, 51, 58]. В случае этих конфигураций потребовалось сильное ослабление матричных элементов Кориолиса для наиболее низко расположенных вращательных полос и их соседних конфигураций. А матричные элементы взаимодействия Кориолиса между более отдаленными друг от друга состояниями необходимо было учесть без ослабления или даже усилить их.

Причиной этих двух различных тенденций может явиться фрагментация одночастичных волновых функций по многим состояниям из-за взаимодействия квазичастиц с фононами [68]. С ростом энергии возбуждения увеличиваются примеси фононов в волновой функции, которые не рассматриваются при учете взаимодействия Кориолиса. Уменьшение квазичастичных амплитуд при-

водит к ослаблению эффективного взаимодействия. Это может для очень близко расположенных состояний при больших энергиях возбуждения привести к такому поведению $R(K, K')$, которое обсуждается в работе [21]. Фрагментация одноквазичастичных волновых функций может иначе влиять на эффекты взаимодействия Кориолиса между состояниями, для которых матричные элементы взаимодействия Кориолиса имеют большие значения. Для них необходимо теперь учитывать такие конфигурации, которые энергетически расположены более далеко и экспериментально обычно не наблюдаются. При фрагментации волновых функций по высоколежащим состояниям возможно, что общее влияние отдельных компонент на другие вращательные полосы из-за распределения их амплитуд по многим состояниям увеличивается. Тем самым может усиливаться эффективное взаимодействие Кориолиса с их соседними конфигурациями.

Смешивание состояний с $\Delta K > 1$. Смешивание энергетически близких состояний с одинаковой четностью наблюдается и в таких случаях, когда проекции K и K' состояний отличаются больше чем на единицу. Смешивание может осуществляться или взаимодействием высшего порядка [30], или последовательной связью через промежуточные состояния обычным взаимодействием Кориолиса. В отличие от обсужденных выше эффектов связи вращательных полос конфигураций сферических подболочек $i_{13/2}$ или $h_{11/2}$, которые могут привести к смешиванию состояний с $\Delta K > 1$, смешивание в данном случае происходит только для энергетически очень близких вращательных уровней и мало влияет на энергии полос в целом. Оно выражается прежде всего в появлении γ -переходов между взаимодействующими полосами, которые объясняются только примесью с $\Delta K > 1$ в волновых функциях уровней. Из интенсивностей этих переходов получается непосредственная информация об амплитудах смешивания.

Смешивание вращательных состояний с $\Delta K = 2; 3$ и 4 наблюдалось в ядрах ^{163}Ho , ^{171}Lu и ^{185}Os [6, 47, 49, 57, 70]. Упрощенные схемы уровней этих ядер, которые содержат только уровни смешанных полос и связанные с ними γ -переходы между вращательными состояниями, приведены на рис. 14. В ядре ^{163}Ho уровни вращательной полосы $7/2^+$ [404] и полосы $1/2^+$ [411] расположены очень близко. Связь этих полос приводит к возмущению вращательных энергий полосы $7/2^+$ [404], а также к примесям конфигурации $7/2^+$ [404] в уровнях полосы $1/2^+$ [411] со спином $I \geq 7/2$. Из-за примесей в состояниях возникают $E1$ -переходы, которые в адиабатическом пределе по ΔK дважды запрещены.

В ядре ^{185}Os разность энергий состояний со спином $I = 13/2$ вращательных полос $7/2^-$ [503] и $1/2^-$ [510] составляет только 5,8 кэв. В результате смешивания этих состояний возникают $M1/E2$ -переходы [57], которые адиабатически также сильно запре-

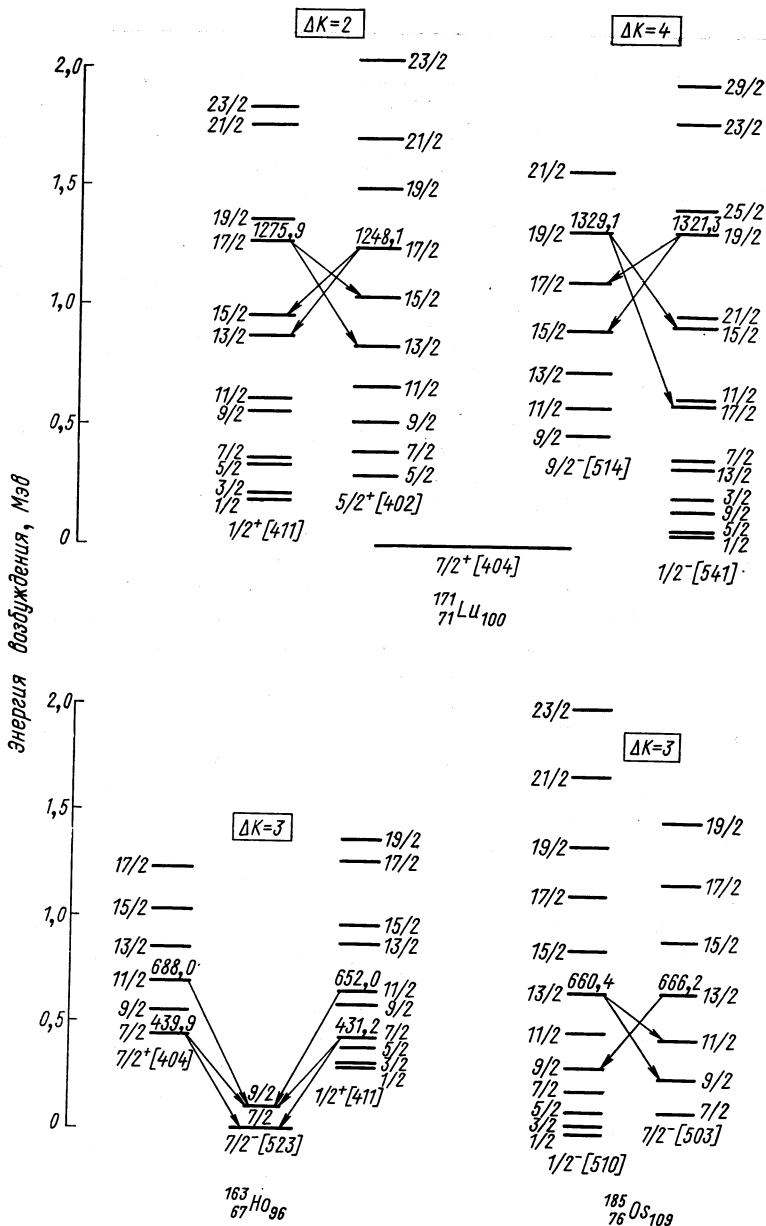


Рис. 14. Упрощенная схема вращательных состояний ядер ^{171}Lu , ^{163}Ho и ^{185}Os :

в схему включены только те уровни и переходы, которые связаны со смешиванием вращательных полос в случае $\Delta K > 1$ [6, 49, 57].

щени. В ядре ^{171}Lu наблюдались γ -переходы между уровнями вращательных полос $9/2^-$ [514] и $1/2^-$ [541] ($\Delta K = 4$) и между уровнями вращательных полос $5/2^+$ [402] и $1/2^+$ [411] ($\Delta K = 2$) [49, 70]. Смешивание с $\Delta K = 2$ вызывает в ^{171}Lu также заметное энергетическое возмущение полосы $5/2^+$ [402]. Объяснение смешивания вращательных состояний с $\Delta K > 1$ можно получить при диагонализации взаимодействия Кориолиса. Из-за того, что взаимодействие происходит только между уровнями с $\Delta K = 1$, необходимо при диагонализации матрицы взаимодействия учесть ряд промежуточных состояний, которые имеют сравнительно высокую энергию возбуждения и экспериментально не наблюдались. Рассмотрим в качестве примера смешивания состояния в ядре ^{171}Lu ($\Delta K = 4$). Найденные γ -переходы между уровнями полос $1/2^-$ [541] и $9/2^-$ [514] указывают на то, что сильное смешивание имеется только для уровней полос со спином $I = 19/2$ при взаимном приближении их.

Как видно из табл. 1, конфигурация $9/2^-$ [514] связана взаимодействием Кориолиса особенно сильно с состояниями сферической подболочки $h_{11/2}$, а конфигурация $1/2^-$ [541] аналогичным образом с другими состояниями подболочки $h_{9/2}$. Поскольку взаимодействие между состояниями $h_{11/2}$ и $h_{9/2}$ можно считать слабым, полосы $9/2^-$ [514] и $1/2^-$ [541] достаточно хорошо должны описываться при учете взаимодействия Кориолиса в отдельных подпространствах конфигураций состояний $h_{11/2}$ и $h_{9/2}$. Диагонализация с учетом всех состояний требуется только для уровней $I = 19/2$.

Диагонализация с учетом конфигураций сферической подболочки $h_{11/2}$ хорошо воспроизводит энергии уровней полосы $9/2^-$ [514] при значении параметра $A = 13,9$ *кэв* и ослаблении всех кориолисовых матричных элементов $R(K, K') = 0,64$. Для хорошего описания полосы $1/2^-$ [541] в конфигурационном пространстве $1/2^-$ [541], $1/2^-$ [530], $3/2^-$ [532] и $5/2^-$ [523] получается $A = 13,3$ *кэв* и $R(K, K') = 0,92$.

При диагонализации взаимодействия Кориолиса при состояниях $I = 19/2$ мы пользовались невозмущенными энергиями вращательных уровней и матричными элементами из первых расчетов. Для учета взаимодействия между конфигурациями обоих подпространств предполагались средние значения $A = 13,6$ *кэв* и $R(K, K') = 0,77$. Разность энергий двух состояний $19/2$ варьировалась относительным смещением всех уровней обоих подпространств. Амплитуды смешивания волновых функций при сближении двух состояний $I = 19/2$ показаны на рис. 15. Расчет дает минимальное возможное значение энергетического расстояния, при котором конфигурации полностью смешаны. Такой результат получается и при смешивании только двух состояний с $\Delta K = = 4$ [69].

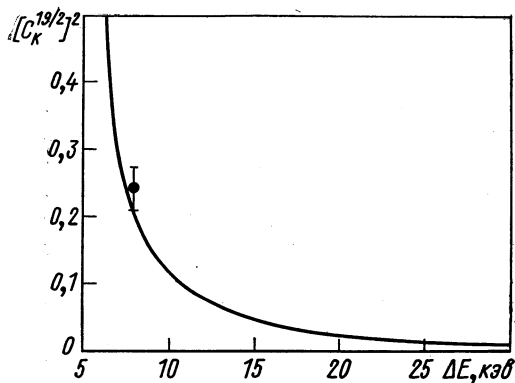


Рис. 15. Зависимость амплитуды смешивания ($\Delta K=4$) двух состояний $I=19/2^-$ в ядре ^{171}Lu от энергетического расстояния ΔE .

Экспериментальное значение энергетического расстояния между состояниями $I = 19/2^-$ составляет 7,8 кэВ, что незначительно больше рассчитанного минимального расстояния 6,2 кэВ. Экспериментальная точка на рис. 15 получена из относительных интенсивностей $E2$ -переходов с учетом смешивания только конфигураций $1/2^-$ [541] и $9/2^-$ [514]. В табл. 4 приведены рассчитанные неадиабатические волновые функции уровней со спинами $I = 15/2, 17/2$ и $19/2$. Оказывается, что наибольшую примесь в полосу $1/2^-$ [541] дает состояние $3/2^-$ [532], а в полосу $9/2^-$ [514] состояние $7/2^-$ [523]. Последние две строки табл. 4 содержат коэффициенты волновых функций уровней $19/2$, которые получаются при диагонализации с учетом всех состояний. Здесь имеется дополнительное сильное смешивание конфигураций $1/2^-$ [541] и $9/2^-$ [514]. Амплитуды других состояний изменились незначительно.

Смешивание вращательных полос $5/2^+$ [402] и $1/2^+$ [411] в ядре ^{171}Lu ($\Delta K = 2$) вызывает не только γ -переходы между несколькими определенными уровнями, но ведет также к заметному возмущению энергий вращательных состояний всей полосы $5/2^+$ [402]. Поэтому проводилась диагонализация взаимодействия Кориолиса с учетом всех экспериментальных значений энергий вращательных уровней полос $1/2^+$ [411] и $5/2^+$ [402].

При включении трех промежуточных конфигураций ($1/2^+$ [420], $3/2^+$ [411] и $3/2^+$ [402]) и ослаблении матричных элементов $R(K, K') = 0,8$ можно описать энергии всех вращательных уровней с удовлетворительной точностью. Некоторая особенность получается при вычислении вероятностей $E2$ -переходов между уровнями $I = 17/2$ и $13/2$. Из-за того, что и начальное и конечное состояния являются смешанными, переходы между этими уровнями оказываются ослабленными вследствие эффекта интерференции. В правой части рис. 16 изображены схематически главные компоненты волновых функций и приблизительные энергии уровней, которые участвуют в данных переходах.

Интерференционные эффекты связаны со знаком коэффициентов волновых функций. Для вероятности коллективных $E2$ -пере-

ходов

Таблица 4

Коэффициенты C_K^I волновых функций для нескольких сильносмешанных вращательных состояний с отрицательной четностью в ядре ^{171}Lu

Спин I	$E_{\text{эксп.}}^{\text{кэв}}$	1/2- [541]	1/2- [530]	3/2- [532]	5/2- [523]	5/2- [532]	7/2- [523]	9/2- [514]	11/2- [505]
15/2	914,9	—	—	—	—	0,077	0,431	0,893	0,108
15/2	933,5	0,805	-0,243	0,529	0,110	—	—	—	—
17/2	606,9	0,910	0,180	0,367	0,068	—	—	—	—
17/2	1111,1	—	—	—	—	0,094	0,468	0,870	0,124
19/2	1321,3	0,753	-0,257	0,587	0,149	—	—	—	—
19/2	1329,1	—	—	—	—	0,112	0,497	0,849	0,137
19/2	1321,3	0,664	-0,226	0,522	0,139	0,053	0,208	0,407	0,065
19/2	1329,1	-0,352	0,121	-0,271	-0,066	0,081	0,381	0,785	0,126

Примечание. Не приведены амплитуды конфигураций 1/2- [550] и 3/2- [541], которые учитывались в расчетах, но оказались меньше 0,05. Значения коэффициентов в верхней части таблицы получены при диагонализации в подпространствах указанных уровней; в нижней части значения C_K^I получены при диагонализации с учетом всех 10 конфигураций.

ходов между верхним начальным и нижним конечным состояниями получается, например, выражение $B(E2) \sim [a_1 b_2 \langle 17/2, 1/2, 2,0 | 13/2, 1/2 \rangle - a_2 b_1 \langle 17/2, 5/2, 2,0 | 13/2, 5/2 \rangle]^2$. Простое определение амплитуд смешивания из экспериментальных значений интенсивностей в этом случае невозможно.

Зависимость двух отношений вероятностей переходов от амплитуды смешивания приведена на рис. 16. Так как предположение чистых конечных состояний не согласуется с результатами диагонализации взаимодействия Кориолиса, рассчитывались отношения вероятностей с помощью смешанных волновых функций. Для этого использовались экспериментальные значения энергий уровней $I = 13/2$ и $17/2$, потому что волновые функции сильно смешанных состояний могут сильно изменяться при сравнительно небольших изменениях энергетических расстояний. Полученные таким образом отношения интенсивностей хорошо согласуются с экспериментальными значениями. Соответствующие амплитуды смешивания составляют в начальных состояниях примерно 50%, а в конечных состояниях 7%.

Хйорт и др. [47] проводили анализ эффектов смешивания с $\Delta K = 2$ в ядре ^{171}Lu методами теории возмущения. Они пришли к выводу, что главный эффект смешивания обусловлен также

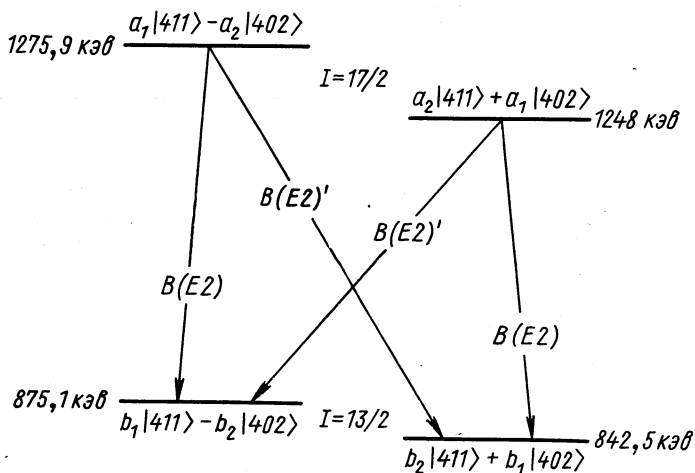
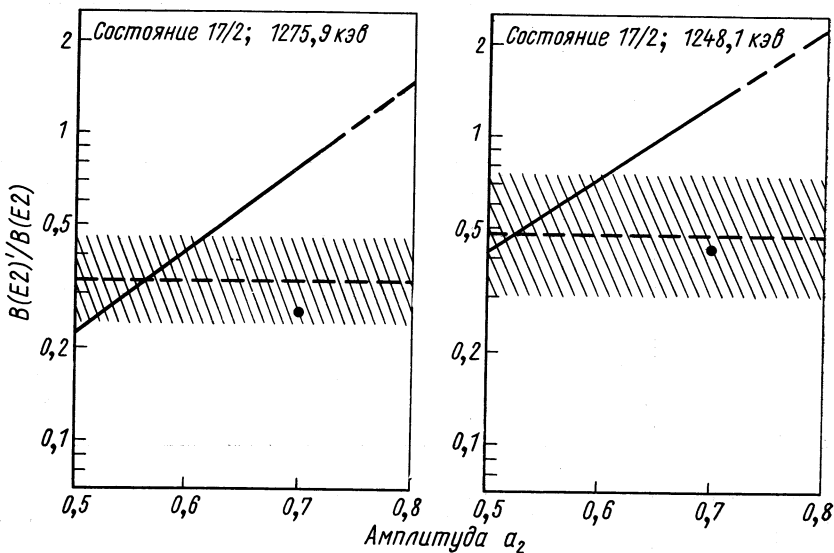


Рис. 16. Смешивание состояний полос $1/2^+$ [411] и $5/2^+$ [402] в ядре ^{171}Lu ($\Delta K = 2$).

Представлены отношения вероятностей переходов $B(E2)$ в зависимости от амплитуды смешивания a_2 уровней $17/2$. Заштрихованная область соответствует эксперименту [49]. Прямые линии получаются в случае несмешанных конечных состояний $I = 13/2$. Точки — результат диагонализации взаимодействия Кориолиса со смешанными начальными и конечными состояниями. В нижней части рисунка изображены схематически рассмотренные здесь уровни и переходы.

связью конфигураций обычным взаимодействием Кориолиса с $\Delta K = 1$. Однако, по их утверждению, чтобы полно описать возмущение полосы $5/2^+$ [402], необходимо ввести дополнительно эффекты высшего порядка, которые непосредственно связывают конфигурации $1/2^+$ [411] и $5/2^+$ [402]. В отличие от этого, в работах [6, 49] считается достаточным диагонализировать обычное взаимодействие Кориолиса с $\Delta K = 1$. Чтобы удовлетворительно описать эффекты связи $\Delta K = 2; 3$ или 4 , не нужно вводить дополнительные взаимодействия высшего порядка.

4. E1-ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ ПОЛОСАМИ

Рассмотрим $E1$ -переходы, которые происходят между состояниями различных вращательных полос с изменением внутреннего состояния неспаренной частицы. Вероятность таких переходов определяется в рамках вращательной модели, главным образом, амплитудами одноквазичастичных компонент в волновых функциях вращательных состояний. Сравнение приведенных вероятностей нескольких $E1$ -переходов между уровнями двух вращательных полос позволяет тем самым получить информацию об относительных вкладах одноквазичастичных компонент во вращательные состояния. Если описать эти состояния адиабатическими волновыми функциями, то относительные приведенные вероятности $E1$ -переходов между одинаковыми вращательными полосами должны отличаться друг от друга только соответствующими коэффициентами Клебша — Гордана.

Во многих ядрах абсолютные вероятности $E1$ -переходов между базисным состоянием вращательной полосы и более низким энергетическим состоянием другой полосы известны непосредственно из измерений времен жизни. В некоторых обзорных статьях, например [71, 72], произведен анализ экспериментальных значений $B(E1)$ на основе модели Нильссона. Рассмотренные в этих работах факторы задержки $E1$ -переходов $F_N = B(E1)_{\text{теор}}/B(E1)_{\text{эксп}}$ указывают на существенные недостатки в теоретическом описании их. В более новых экспериментах [2—6, 49, 58] наблюдались также $E1$ -переходы между высокоспиновыми состояниями вращательных полос в нечетных ядрах. Приведенные вероятности этих переходов можно определить из отношения интенсивностей $E1$ -перехода и коллективного $E2$ -перехода, идущих из одного и того же вращательного состояния [73]. При этом приведенная вероятность $E2$ -перехода вычисляется на основе вращательной модели. Это позволяет проанализировать приведенные вероятности $E1$ -переходов в область высокоспиновых вращательных состояний, где должны проявляться эффекты смешивания вращательных полос.

Рассмотрим в качестве примера $E1$ -переходы типа $\Delta K = 0$, которые наблюдались в ядрах ^{161}Ho , ^{163}Ho , ^{167}Tm , ^{171}Lu и ^{173}Lu между вращательными полосами состояний $1/2^+ [411]$ и $1/2^- [541]$.

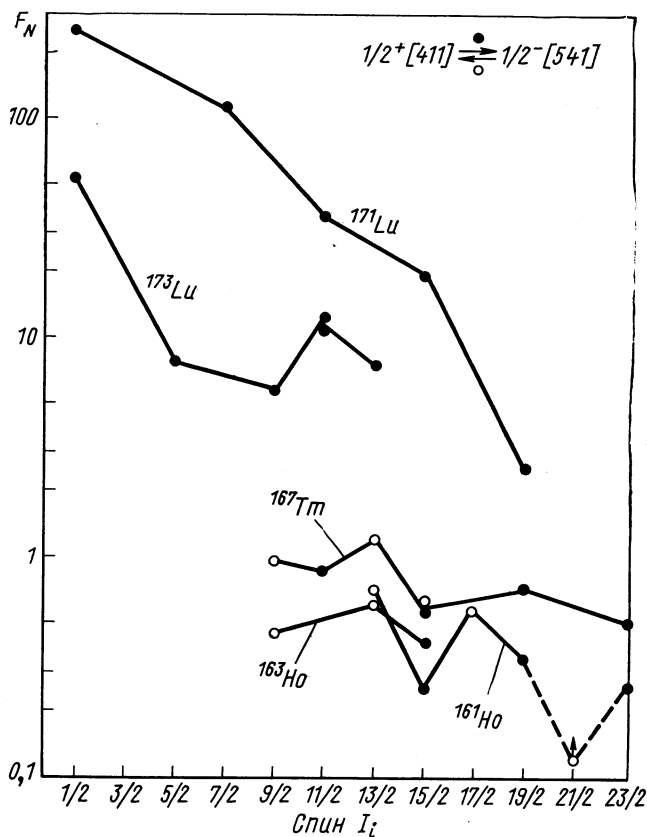


Рис. 17. Зависимость факторов задержки F_N для $E1$ -переходов между уровнями вращательных полос $1/2^+ [411]$ и $1/2^- [541]$ по данным работ [2, 4, 6, 49, 74] от спина начального состояния:

экспериментальные точки, относящиеся к одному и тому же ядру, связанные между собой сплошными линиями.

Значения факторов задержки F_N этих переходов в зависимости от спина начального состояния даны на рис. 17. В случае ядер ^{171}Lu и ^{173}Lu известны экспериментальные значения $B(E1)$ из измерений времен жизни [47, 75, 76] для переходов из состояния $I_i = 1/2$. Положения соответствующих точек на рис. 17 хорошо согласуются с общим ходом зависимости F_N от спина начальных

состояний. В случае ядер ^{171}Lu и ^{173}Lu получаются сравнительно большие значения F_N , которые объясняются влиянием парных корреляций. В отличие от трех других ядер переходы в случае ядер лютеция идут из дырочного в частичное состояние, что приводит к их сильной задержке. Из рис. 17 видно, что факторы задержки F_N уменьшаются с ростом спина исходного состояния. Это указывает на увеличение смешивания конфигураций в более высоко возбужденных состояниях. Влияние других конфигураций в случае ядра ^{171}Lu особенно велико, потому что матричный элемент $E1$ -перехода между главными компонентами из-за парных корреляций сильно упрощается.

Соответствующий расчет вероятности переходов с помощью неадиабатических волновых функций, полученных при диагонализации взаимодействия Кориолиса, хорошо воспроизводит экспериментальные результаты [74].

Анализ вероятностей $E1$ -переходов типа $\Delta K=1$ в случае вращательных полос состояний $5/2^-$ [532] и $3/2^+$ [411] показал, что имеются существенные отклонения от адиабатической теории [77]. Для более низких состояний это выражается, например, в том, что переходы $5/2$ $5/2^-$ [532] \rightarrow $5/2$ $3/2^+$ [411] сильно заторможены по отношению к переходам $5/2$ $5/2^-$ [532] \rightarrow $3/2$ $3/2^+$ [411]. После того, как были обнаружены $E1$ -переходы и между более высокими состояниями этих вращательных полос, мы провели анализ приведенных вероятностей на основе формулы:

$$B(E1, I_i K_i \rightarrow I_f K_f) =$$

$$= \langle I_i, 1, K_i, K_f - K_i | I_f K_f \rangle^2 [M_1 \pm M_2 (I_f (I_f + 1) - I_i (I_i + 1))]^2, \quad (10)$$

которая получена в предположении, что оператор $E1$ -перехода во внутренней системе содержит зависящие линейно от спина члены [78]. Это предположение можно обосновать взаимодействием Кориолиса.

Проведенный нами с помощью уравнения (10) анализ вероятностей $E1$ -переходов в ядрах ^{153}Eu , ^{155}Tb и ^{157}Tb показал, что вычисленные по формуле (10) и экспериментальные значения $B(E1)$ находятся в удовлетворительном согласии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последнее время вращательные полосы до высоких значений спина наблюдались во многих нечетных деформированных ядрах, особенно при изучении (α, xn) - и $(H.L., xn)$ -реакций. Только для немногих из таких полос можно пренебречь связью между вращательным и одночастичным движениями. Моменты инерции в случае «невозмущенных» полос имеют зависимость, подобную зависимости от частоты вращения как в случае вращательной

полосы основного состояния четно-четного ядра-остова. Большинство наблюдавшихся вращательных полос нечетных ядер заметно возмущены взаимодействием Кориолиса. Такое возмущение особенно сильно для тех состояний, которые происходят из сферических подболочек с большим внутренним моментом j , например, из подболочек $j_{15/2}$, $i_{13/2}$ и $h_{11/2}$. Это объясняется зависимостью значения матричных элементов взаимодействия Кориолиса от величины j . Смешивание состояний с различными K в некоторых случаях настолько сильное, что волновые функции состояний содержат несколько компонент с одинаковым весом. Тогда приписание этим полосам определенного квантового числа K теряет физический смысл.

Вращательная модель в случае нечетных ядер позволяет по крайней мере качественно правильно описать такие экспериментальные результаты, как отклонения энергий вращательных состояний от простой зависимости $I(I+1)$, относительные и иногда даже абсолютные вероятности электромагнитных переходов и значения сечений возбуждения вращательных уровней в прямых реакциях передачи. Сравнительно хорошее согласие вращательной модели и при сильно смешанных полосах является интересным результатом, поскольку эффект сильного смешивания соответствует нарушению одного из основных предположений этой модели об аксиальной симметрии ядра.

Некоторые неопределенности в описании возникают из-за неточностей одночастичной модели, а также из-за того, что во вращательной модели не учитываются эффекты взаимодействия квазичастиц с фононами.

Чтобы получить качественное согласие с экспериментом, во многих случаях необходимо «ослабить» матричные элементы взаимодействия Кориолиса по сравнению с их одночастичными значениями. Физическая интерпретация этих феноменологических факторов ослабления матричных элементов и зависимость их от энергии возбуждения ясны еще не до конца. Это требует дальнейшего объяснения они находят в рамках учета центробежного и спин-спинового взаимодействий. Смешивание вращательных состояний, квантовые числа K которых отличаются друг от друга больше чем на единицу, объясняется также в рамках вращательной модели без учета дополнительных взаимодействий высшего порядка.

Однако наблюдались и некоторые эффекты возмущения вращательных полос, которые указывают на проявление эффектов связи высшего порядка. Это, например, большие значения коэффициента A_3 в случае вращательной полосы состояния $3/2$ [411] для нечетных ядер тербия и большие значения величины B_1 в случае полос состояния $1/2$ [411] для нечетных ядер тулия.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ АНАЛИЗЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Энергии вращательных состояний определяются по Бору и Моттelsonу [38] следующей формулой, которая в нашей работе коротко названа БМ-формулой:

$$E(I, K) = E_K + AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + C[I(I+1)]^3 + (-1)^{I+K} [(I+K)!/(I-K)!] [A_{2K} + B_{2K}I(I+1) + \dots]. \quad (11)$$

Параметр $A = \hbar^2/2\Theta$ содержит момент инерции ядра. Величина B связана в феноменологическом представлении с центробежным растяжением ядра и имеет в большинстве случаев отрицательное значение. Коэффициент A_{2K} появляется с учетом взаимодействия Кориолиса во $2K$ -м порядке теории возмущения. В случае $K = 1/2$ отношение $A_{1/2}/A = a$ называется обычно параметром развязывания. Несколько другая формула для энергий вращательных состояний получается, если заменить разложение в ряд по степеням $I(I+1)$ разложением по $I(I+1) - K^2$. Необходимые при диагонализации взаимодействия Кориолиса энергии невозмущенных вращательных состояний рассчитаны по формуле:

$$E_K(I) = E_K + A[I(I+1) - K^2 + (-1)^{I+1/2} (I+1/2) \delta_{K, 1/2} a] + B[(I(I+1))^2 - K^4]. \quad (12)$$

Часто энергии вращательных состояний представляют не в зависимости от спина, а в виде разложения по степеням коллективной частоты вращения ω [38]:

$$E = E_0 + \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6. \quad (13)$$

Значения момента инерции Θ и частоты вращения ω определяются из экспериментальных или рассчитанных теоретически значений вращательных состояний нечетных ядер:

$$\left. \begin{aligned} 2\Theta/\hbar^2 &= 2I/[E(I) - E(I-1)]; \\ \hbar^2\omega^2 &= (I^2 - K^2) [(E(I) - E(I-1))/2I]^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

При сравнении экспериментальных значений энергий уровней с расчетными предполагается, что экспериментально найденная энергия возбуждения состояния с квантовым числом K равна разности энергий состояния K и основного состояния K_g :

$$E_{\text{эксп}}(K) = E(K) - E(K_g),$$

причем

$$\left. \begin{aligned} E(K) &= E_{qp}(K) + \dot{E}_{\text{rot}}(K) + E_{\text{RPC}}(K); \\ E_{qp}(K) &= \sqrt{(\varepsilon_K - \lambda)^2 + \Delta^2}; \\ \dot{E}_{\text{rot}}(K) &= (\hbar^2/2\Theta)(K - a\delta_{K, 1/2}); \\ E_{\text{RPC}}(K) &= - \sum_{K'} \frac{|\langle IK' | H_c | IK \rangle|^2}{E_{K'}(I) - E_K(I)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В расчетные значения энергии $E(K)$ входят квазичастичные энергии $E_{qp}(K)$, нулевые энергии вращения $\dot{E}_{rot}(K)$ и вклад в энергию состояния от взаимодействия Кориолиса. В расчетах принимали $\lambda = \varepsilon_K g$.

При вычислении матричных элементов взаимодействия Кориолиса было использовано соотношение (9):

$$\langle I, K' | H_c | I, K \rangle = R(K, K') P_+ M_{sp}^{COR}(K, K').$$

С помощью разложения волновых функций в ряд по сферическому базису

$$|K\rangle = \sum_j c_{jl}^K |lj\rangle \quad (16)$$

получаются одночастичные матричные элементы в виде [35]:

$$\begin{aligned} M_{sp}^{COR}(K, K') = & \frac{\hbar^2}{2\Theta} \sum_j c_{jl}^K c_{jl}^{K'} \{ [\delta_{K', K-1} + (-1)^{I-j} \delta_{K', 1-K}] \times \\ & \times [(I+K)(I-K+1)(j+K)(j-K+1)]^{1/2} + \\ & + \delta_{K', K+1} [(I-K)(I+K+1)(j-K)(j+K+1)]^{1/2} \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Второе слагаемое в этом выражении дает в случае $K' = K = 1/2$ диагональный член

$$M_{sp}^{COR}(1/2, 1/2) = (\hbar^2/2\Theta) (-1)^{I+1/2} (I+1/2) a,$$

причем a — параметр развязывания, равный

$$a = \sum_j (-1)^{j-1/2} (j+1/2) [c_{jl}^{1/2}]^2. \quad (18)$$

При вычислении приведенных вероятностей электромагнитных переходов были использованы следующие формулы [56]:

$$B(E1, I_i \rightarrow I_f) \sim \left[\sum_{K_i K_f} C_{K_i}^{I_i} C_{K_f}^{I_f} P_- M_{sp}^{E1}(K_i, K_f) \right]^2; \quad (19)$$

$$B(M1, I_i \rightarrow I_f) \sim \left[\sum_{K_i K_f} C_{K_i}^{I_i} C_{K_f}^{I_f} P_+ M_{sp}^{M1}(K_i, K_f) \right]^2; \quad (20)$$

$$B(E2, I_i \rightarrow I_f) \sim Q_0^2 \left[\sum_{K_i K_f} \delta_{K_i K_f} C_{K_i}^{I_i} C_{K_f}^{I_f} \langle I_i, 2, K_i, K_f - K_i | I_f, K_f \rangle \right]^2. \quad (21)$$

В последнем выражении учтена только коллективная часть $E2$ -перехода, а возможным одночастичным вкладом в вероятности перехода пренебрегают. Коллективные компоненты в вероятности $M1$ -перехода можно просто учесть в одночастичных матричных элементах, если заменить в них орбитальные и спиновые гиромагнитные отношения по схеме

$$g_l \rightarrow g_l - g_R; \quad g_s \rightarrow g_s - g_R. \quad (22)$$

Здесь g_R — коллективный гиромагнитный фактор ядра-остова.

В адиабатическом приближении влияние одночастичного движения возможно учитывать одним гиромагнитным фактором g_K . В этом случае легко определяется отношение $[g_K - g_R]/Q_0$ непосредственно из экспериментальных отношений интенсивностей γ -переходов $r = I_\gamma(I \rightarrow I-1)/I_\gamma(I \rightarrow I-2)$,

идущих между вращательными состояниями со спинами I , $I - 1$ и $I - 2$ одной и той же полосы:

$$[(g_K - g_R)/Q_0]^2 [1 + (-1)^{I+1/2} b_0 \delta_{K, 1/2}]^2 = \frac{E(I \rightarrow I-1)^2}{1,148 M \omega^2 (I+1)(I-1)} \times \\ \times \left[r \frac{E(I \rightarrow I-2)^5}{E(I \rightarrow I-1)^5} \cdot \frac{(I+K)(I+K-1)(I-K-1)}{2K^2(2I+1)} - 1 \right]. \quad (23)$$

Второе слагаемое b_0 в левой части равенства отлично от нуля только для полос с $K = 1/2$. Это отношение должно иметь для всех состояний одной и той же невозмущенной вращательной полосы одинаковое значение. Центробежное растяжение может привести только к небольшому уменьшению его для больших спинов. Однако в случае сильно возмущенных взаимодействием Кориолиса полос может получиться более сложная зависимость от спина из-за различных возможных значений коэффициентов C_K^I в уравнениях (20) и (21). Тогда лучше поставить вместо $(g_K - g_R)/Q_0$ некоторое эффективное отношение $(g_I^{\text{eff}} - g_R)/Q_0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Newton J. O. e.a. Nucl. Phys., 1970, A141, 631.
2. Winter G. e.a. Nucl. Phys., 1970, A151, 337.
3. Funke L. e.a. Nucl. Phys., 1971, A175, 101.
4. Funke L. e.a. Nucl. Phys., 1971, A170, 593.
5. Kaun K. H. e.a. Nucl. Phys., 1972, A194, 177.
6. Funke L. e.a. Nucl. Phys., 1972, A190, 576.
7. Funke L. e.a. Report ZfK-PhA 23, 1966.
8. Bunker M. E., Reich C. W. Rev. Mod. Phys., 1971, 43, 348.
9. Джеленов Б. С. и др. Свойства деформированных ядер с $K = 1/2$. М.— Л., «Наука», 1971.
10. Громов К. Я. и др. ЭЧАЯ, 1971, т. 1, вып. 2, с. 525.
11. Lederer C. M. e.a. Table of Isotopes, 6th ed., Wiley, N.Y., 1967.
12. Skanberg B. e.a. Nucl. Phys., 1970, A154, 641.
13. Kemnitz P. e.a. Intern. Conf. on Nucl. Spectr. and Theory, Dubna, 1971, p. 153.
14. Conlon T. W. Nucl. Phys., 1969, A136, 70.
15. Diamond R. M. Intern. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability, Leysin, 1970, p. 65.
16. Diamond R. M. e.a. Nucl. Phys., 1963, 43, 560.
17. Stephens F. S. e.a. Nucl. Phys., 1968, A115, 129.
18. Hagemann G. B. e.a. Ann. Report, AFI Stockholm, 1971, p. 36.
19. Eldek B., Tjom P. O. Advan. Nucl. Phys., 1969, 3, 259.
20. Tjom P. O., Elbek B. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1967, 36, Nr. 8; 1969, 37, Nr. 7.
21. Casten R. F. e.a. Mat. fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, в печати; Phys. Rev., 1971, C3, 1271.
22. Minor M. M., Sheline R. K. Phys. Rev., 1971, C3, 766.
23. O'Neil R. A. e.a. Nucl. Phys., 1971, A167, 481.
24. Burke D. C., Waddington J. C. Nucl. Phys., 1972, A193, 271; Phys. Lett., 1971, B33, 460.
25. Goles R. V. Thesis C — 1779-56 Michigan State University, 1971.
26. Mühlbauer K. Z. Phys., 1970, 230, 18.
27. Manfraß P. e.a. Nucl. Phys., 1971, A172, 298.
28. Rensfelt K. G. e.a. Nucl. Phys., 1970, A156, 529.
29. Alonso J. e.a. Nucl. Phys., 1971, A160, 193.

30. Nathan O., Nilsson S. G. In: Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy. Ed. K. Siegbahn, North-Holland, Amsterdam, 1965.
31. Soloviev V. G. Progr. Nucl. Phys., 1969, 10.
32. Nilsson S. G. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1955, 29, Nr. 16.
33. Chi B. E. Nucl. Phys., 1966, 83, 97.
34. Гареев Ф. А. и др. «Изв. АН СССР, Сер. физ.», 1968, 32, 1690.
35. Davidson J. P. Collective models of the nucleus, Academic Press, N.Y.—L., 1968.
36. Inglis D. R. Phys. Rev., 1954, 96, 1059.
37. Nilsson S. G., Prior O. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1961, 32, Nr. 16.
38. Bohr A., Mottelson B. R. Nucl. Structure. Vol. 2, to be published.
39. Pyatov N. I. e.a. JINR, E4-5468, Dubna, 1970.
40. Chernej M. I. e.a. LINR, E4-5550, Dubna, 1970.
41. Baznat M. I. e.a. JINR, E4-6265, Dubna, 1972.
42. Peierls R. E., Yoccoz J. Proc. Phys. Soc., London A, 1957, A70, 381.
43. May F. R. e.a. Report ZfK-233, 1972 and private communication.
44. Alaga G. e.a. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1955, 29, Nr. 9.
45. Lindblad Th., Linden C. G. Ann. Report, AFI Stockholm, 1971, p. 68.
46. Soloviev V. G. e.a. Phys. Lett., 1966, 21, 311.
47. Hjorth S. A. e.a. J. Phys., 1972, 33, 23.
48. Hjorth S. A. e.a. Phys. Lett., 1971, B34, 255.
49. Kemnitz P. e.a. Nucl. Phys., 1973, in press.
50. Selin E. A. e.a. Phys. Scripta, 1970, 2, 181.
51. Lindblad Th. e.a. Nucl. Phys., 1972, A193, 155.
52. Lovhoiden G. e.a. Nucl. Phys., 1972, A181, 589.
53. Rezanka I. e.a. Intern. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability, Leysin, 1970, p. 949.
54. Lovhoiden G. e.a. Nucl. Phys., 1970, A148, 657.
55. Hjorth S. A. e.a. Nucl. Phys., 1972, A184, 113.
56. Hjorth S. A. e.a. Nucl. Phys., 1970, A144, 513.
57. Sodan H. E. e.a. Report ZfK-233, 1971, p. 64; Nucl. Phys., to be published.
58. Winter G. e.a. Nucl. Phys., 1971, A176, 609; Phys. Lett., 1970, B33, 161.
59. Seamon G. G. e.a. Phys. Rev., 1967, 161, 1223.
60. Gizon E. e.a. Nucl. Phys., 1972, A193, 193.
61. Foin C. e.a. Ann. Report, AFI Stockholm, 1971, p. 38; AFI-Preprint, 1972.
62. Foin C. e.a. Ann. Report, AFI Stockholm, 1971, p. 49.
63. Barneoud D. e.a. Nucl. Phys., 1970, A154, 653.
64. Leigh J. R. e.a. Nucl. Phys., 1972, A183, 177.
65. Hjorth S. A. Arkiv fys., 1968, 38, 537.
66. Newton J. O. Nucl. Phys., 1968, A108, 353.
67. Zyliec J. e.a. Nucl. Phys., 1966, 84, 13.
68. Soloviev V. G., Fedotov S. I. JINR, E4-6055, Dubna, 1971.
69. Korman A. K. Mat.-fis. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1955, 30, Nr. 15.
70. Kemnitz P. e.a. Phys. Lett., 1972, B39, 179.
71. Löbner K. E. G., Malmskog S. G. Nucl. Phys., 1966, 80, 505.
72. Perdrisat C. F. Rev. Mod. Phys., 1966, 38, 41.
73. Bernthal F. M., Rasmussen J. O. Nucl. Phys., 1967, A101, 513.
74. Winter G. e.a. Nucl. Phys., 1973, A199, 1.
75. Andrejtscheff W. e.a. Nucl. Phys., 1972, A190, 489.
76. Löbner K. E. G. e.a. Bull. Amer. Phys. Soc., 1972, 17, 29.
77. Malmskog S. G. e.a. Nucl. Phys., 1967, A103, 481.
78. Михайлов В. М. «Изв. АН СССР, Сер. физ.», 1966, 30, 1334.