

УДК 539.17

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ ЯДРАМИ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. Б. Куренин

Институт ядерных исследований
АН СССР, Москва

Дан обзор исследований неупругого рассеяния протонов с энергией выше 10 Mev при возбуждении низколежащих коллективных уровней ядер редкоземельных элементов. Рассмотрены теоретические методы анализа с учетом сильной связи каналов, в том числе приближенные. Обращено внимание на новые возможности такого анализа в особенности при использовании поляризованных протонов. Приведены параметры оптического потенциала для рассеяния протонов сферическими и деформированными ядрами и параметры деформации, полученные в работах по электромагнитным процессам, рассеянию протонов, дейтронов и α -частиц.

The review is given on the inelastic proton scattering of the energies higher than 10 Mev with the excitations of the low-lying collective nuclear states in the rare-earth region. The theoretical methods of the coupled channel analysis are reviewed including the approximate treatment of the problem. The attention is drawn on the new possibilities of the coupled channel analysis, especially using polarized protons. The optical model parameters for the proton scattering by spherical and deformed nuclei and the deformation parameters deduced from the electromagnetic processes, from the scattering of protons, deuterons and alpha-particles are given.

ВВЕДЕНИЕ

Возможность получения информации о свойствах атомных ядер в основном и возбужденных состояниях по данным о рассеянии протонов и легких ядер атомными ядрами в значительной степени зависит от того, насколько хорошо известен механизм процесса взаимодействия, приводящего к возбуждению ядер. Широкую известность приобрел метод кулоновского возбуждения, в котором неупругое рассеяние заряженных частиц с энергией ниже кулоновского барьера ядер целиком обусловлено электромагнитным взаимодействием. Однако такой процесс дает сведения только о величинах, связанных с кулоновским полем ядра. Ядерные эффекты в рассеянии появляются при увеличении энергии налетающих заряженных частиц или при рассеянии нейтронов.

Наиболее распространенный способ аппроксимации ядерного взаимодействия — введение комплексного оптического потенциала, позволяющего эффективно учесть поглощение, т. е. отброшенные каналы неупругого рассеяния и реакций. Значительное число экспериментальных данных по упругому рассеянию протонов ядрами в широком интервале энергий систематизировано в работе [1], где использовался сферически симметричный оптический потенциал.

В обобщенной оптической модели, используемой для описания процесса неупругого рассеяния, вводится несферичность потенциала, вследствие которой при неупругом рассеянии происходит возбуждение коллективных уровней ядра мишени. Как правило, между этими коллективными состояниями существует сильная связь, которая может быть или прямой, или косвенной — многоступенчатой. Отсюда каналы неупругого рассеяния оказываются связанными между собой, что приводит к системе зацепляющихся уравнений Шредингера [2, 3].

Канал упругого рассеяния также оказывается связанным с каналами неупругого рассеяния, и при достаточно большой величине этой связи упругое рассеяние нельзя анализировать, не учитывая каналов неупругого рассеяния. Иначе говоря, параметры оптического потенциала, определенные только по данным об упругом рассеянии на ядрах, обладающих сильно возбуждаемыми коллективными состояниями, например вращательными состояниями, должны отличаться от среднего набора параметров для сферических ядер [1]. Влияние каналов неупругого рассеяния на канал упругого можно представить как перерассеяние во входной канал, что является эффектом второго и более высоких порядков. Следовательно, эти процессы нельзя учесть в обычном методе искаженных волн.

Хотя модель сильной связи каналов с несферическим потенциалом иногда пригодна даже в случае рассеяния на легких ядрах, наиболее последовательным является ее применение для описания неупругого рассеяния протонов и других заряженных частиц тяжелыми ядрами. Действительно, коллективный характер низколежащих состояний этих ядер установлен из рассмотрения вероятностей электромагнитных переходов и последовательности низколежащих уровней. Поэтому разработанные методы решения системы связанных уравнений, роль различных приближений, использованных в расчете, проверка применимости простейших коллективных моделей для описания возбужденных состояний ядер должны быть в первую очередь проверены при исследовании неупругого рассеяния заряженных частиц тяжелыми ядрами.

Использование заряженных частиц, несмотря на некоторое усложнение расчетов, имеет преимущество чисто эксперимен-

тального характера перед рассеянием нейтронов. Уровни тяжелых ядер расположены настолько близко, что полученное в настоящее время энергетическое разрешение в экспериментах с нейтронами недостаточно для проведения детальных измерений угловых распределений.

При описании процессов упругого и неупругого рассеяния частиц средних энергий тяжелыми ядрами можно пренебречь механизмом образования составного ядра, что существенно упрощает расчеты. Число каналов распада состояний составного ядра велико в рассматриваемом случае, и вероятность распада в какой-либо выбранный канал рассеяния оказывается значительно меньше вероятности протекания прямого процесса, описываемого по обобщенной оптической модели.

После опубликования обзорной статьи Тамура [4] и работ С. И. Дроздова [5], посвященных разработке метода связанных каналов в применении к рассеянию частиц с возбуждением коллективных состояний ядер, прошло несколько лет. За это время появились новые экспериментальные работы, выполненные с лучшей точностью, что стало возможным при работе с пучками высокого энергетического разрешения, применении моноизотопных мишеней, улучшении экспериментальной методики, применении полупроводниковых детекторов заряженных частиц. В связи с увеличением быстродействия и объема памяти ЭВМ одновременно разрабатывались новые программы расчета, в которых устранялись излишние приближения, вводились необходимые усложнения вида взаимодействия, увеличивалось число рассматриваемых каналов рассеяния. Особое внимание было обращено на создание программ, пригодных для быстрой обработки экспериментальных данных, в частности поисковых программ, основанных на методе наименьших квадратов.

В настоящей статье делается попытка систематизировать экспериментальные данные по неупругому рассеянию протонов, дейтронов и α -частиц в основном ядрами редкоземельных элементов (РЗЭ), сопоставляются различные используемые методы расчета, обсуждаются результаты анализа экспериментальных данных, сравниваются параметры деформации ядер, полученные в различных работах.

Среди экспериментальных исследований последних лет — работы автора с сотрудниками, в которых был предложен и использован сравнительный метод изучения процесса неупругого рассеяния протонов [6—8]. Метод заключается в проведении измерений угловых распределений сечений, поляризации, асимметрии и вероятности спин-флипа, а также теоретических расчетов для ядер переходной области, которые мало отличаются по заряду и атомному весу, но резко различны по своим коллективным свойствам. Такой резкий переход от сферических ядер к деформированным

(внезапное появление статической деформации) происходит в изотопах самария при изменении числа нейтронов от 88 до 90. Близость изотопов по атомной массе позволяет предположить, что параметры оптического потенциала для них мало отличаются. Различие в измеренных характеристиках упругого и неупругого рассеяния можно объяснить лишь изменением характера и силы связи каналов при изменении коллективных свойств ядер мишени.

Уже в первой работе по измерению угловых распределений рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами $^{148, 154}\text{Sm}$ [6] был отмечен интересный изотопный эффект: осцилляции в угловом распределении упругого и неупругого рассеяния с возбуждением первых уровней 2^+ значительно более ярко выражены для рассеяния на сферическом ядре ^{148}Sm . Аналогичный эффект для ядер самария описан в работе [9]; он наблюдался также в значительно более плавной области перехода от деформированных ядер к сферическим ядрам в районе изотопов платины [10]. Недавно обнаруженное резкое различие в угловых распределениях асимметрии неупруго рассеянных поляризованных протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ [8] ядрами $^{148, 152}\text{Sm}$ представляет интерес для идентификации вращательного или колебательного вида возбуждения. Точность определения параметров взаимодействия, т. е. параметров оптического потенциала, квадрупольной и гексадекапольной деформации при анализе угловых распределений по методу связанных каналов, была увеличена вследствие проведения измерений угловых распределений неупругого рассеяния протонов с возбуждением ряда уровней вращательной полосы основного состояния 0^+ , 2^+ , 4^+ , (6^+) при различных энергиях протонов и определения поляризации и асимметрии при рассеянии поляризованных протонов. Все это увеличивает число уравнений при неизменном числе параметров, если пренебречь плавной зависимостью некоторых параметров оптического потенциала от энергии.

Угловые распределения упругого и неупругого рассеяния неполяризованных протонов с энергией 16 Мэв некоторыми изотопами ядер РЗЭ измерены в [10]. К сожалению, ограничение измерений одним каналом неупругого рассеяния (2^+) не позволяет определить параметры деформации порядка выше второго.

Исследование неупругого рассеяния протонов ядрами РЗЭ и актиноидами было проведено в Сакле [11, 12]. Впервые параметры деформации ядер ^{232}Th и ^{238}U были определены из рассеяния. Эти работы, трудные в экспериментальном отношении, интересны тем, что они подтвердили наличие гексадекапольной деформации у актиноидов, предсказанной ранее из работ по α -распаду [13—15].

Наиболее систематические данные о значениях параметров гексадекапольной деформации ядер редкоземельной области полу-

чены в работах по рассеянию α -частиц с энергиями около 30 и 50 $Mэв$ [16, 17]. Были также оценены деформации шестого порядка. Результаты этих работ далее привлекаются при обсуждении совокупности экспериментальных данных о деформациях, несмотря на некоторые сомнения в справедливости применения эффективного оптического потенциала для сложных частиц. Это относится также к данным о неупругом рассеянии дейтонов ядрами РЗЭ [18—20].

В связи с интенсивным развитием в последние годы работ с ускоренными тяжелыми ионами, усовершенствованием ускорителей и источников тяжелых ионов, а также техники детектирования γ -излучения с помощью германиевых полупроводниковых детекторов появилось значительное число исследований кулоновского возбуждения и электромагнитных переходов в ядрах РЗЭ. При этом наряду со стандартными методами измерений сечений возбуждения низколежащих уровней ядер кулоновским полем налетающих заряженных частиц [21—24] проводились измерения квадрупольных моментов возбужденных состояний методом реориентации [25, 26]. Были проведены исследования времени жизни возбужденных состояний ядер методом доплеровского смещения γ -квантов, испускаемых при кулоновском возбуждении [27, 28]. Вследствие значительного увеличения точности измерений в этих работах удалось получить оценки параметров гексадекапольной деформации, а по измерению приведенных вероятностей электромагнитных квадрупольных переходов проверить применимость модели жесткого аксиально-симметричного ротатора к ряду ядер [28]. Получены указания на нарушение жесткости ротатора в случае ядра ^{152}Sm [27].

Таким образом, в настоящее время как неупругое рассеяние заряженных частиц, так и кулоновское возбуждение стали точными методами получения спектроскопических ядерных данных. После рассмотрения основных особенностей экспериментальной методики, теоретических методов расчета и сравнения с экспериментом в настоящей статье обсуждается спектроскопическая информация, получаемая при исследовании неупругого рассеяния, и проводится сравнение с другими данными.

1. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МЕТОДИКЕ

Измерение угловых распределений неупругого рассеяния заряженных частиц тяжелыми ядрами представляет собой трудную экспериментальную задачу. Это обусловлено малым различием в энергии даже низко расположенных уровней четно-четных ядер и, следовательно, необходимостью достижения достаточного

энергетического разрешения для разделения групп заряженных частиц, рассеянных с возбуждением близко расположенных уровней. Энергия возбуждения первого вращательного состояния составляет 80—100 *кэв* в редкоземельной области и 40—60 *кэв* для актиноидов. Следует также учесть, что сечение упругого рассеяния на малых углах рассеяния существенно превышает сечение неупругого рассеяния. При недостаточной монохроматизации пучка первичных ускоренных частиц или плохой разрешающей способности детекторов рассеянных частиц вносится погрешность не только в измеренное сечение неупругого, но также и в сечение упругого рассеяния.

Энергия налетающих заряженных частиц должна быть не меньше высоты кулоновского барьера, т. е. для протонов энергией не менее 12—16 *Мэв*. Из ускорителей, обеспечивающих такие энергии заряженных частиц, в настоящее время наилучшую монохроматичность пучка (около $2 \cdot 10^{-4}$) имеют тандемные электростатические генераторы. При использовании циклотронов, как правило, необходима дополнительная монохроматизация пучка. Весьма перспективна работа с пучками спектротрических циклотронов с высоким током пучка и монохроматичностью около 10^{-4} .

Как уже отмечалось, большое значение для увеличения точности анализа экспериментальных данных имеет использование пучка поляризованных протонов. Высокие требования к энергетическому разрешению пучка протонов при проведении измерений упругого и неупругого рассеяния на тяжелых ядрах не позволяют использовать вторичный пучок поляризованных протонов, получаемый после рассеяния первичного пучка на ядрах мишеней с хорошими поляризующими свойствами. Для достижения достаточной интенсивности вторичного пучка приходится брать толстые мишени, что приводит в результате потери энергии в мишени и страгглинга к значительному разбросу энергий во вторичном пучке. К уменьшению точности эксперимента и увеличению времени, необходимого для измерений, приводит также небольшая степень поляризации вторичного пучка.

Создание источников поляризованных протонов и дейтронов, которое явилось одним из важнейших достижений экспериментальной техники последних лет, позволяет в настоящее время проводить измерения угловых распределений асимметрии рассеяния поляризованных протонов на любых, в том числе тяжелых, ядрах. Степень поляризации протонов, получаемых из такого источника, близка к единице [29]. Использование источников поляризованных частиц возможно в сочетании с тандемным ускорителем, а также на циклотронах с внешней инжекцией [30].

Лучшие результаты можно получить на моноизотопных мишенях, изготовленных в виде самоподдерживающейся фольги. Для рассматриваемых энергий ускоренных ионов приготовление такой

фольги ($0,5-1 \text{ мг/см}^2$) возможно для многих изотопов тяжелых ядер. Часто применяются также более тонкие мишени, напыленные на углеродную подложку. Вследствие возможного загрязнения мишени или ее распыления под пучком желательнее проводить измерения одновременно для всех изучаемых возбужденных уровней ядер мишени и при нескольких углах рассеяния. Очевидно, что последнему условию не удовлетворяют магнитные спектрометры заряженных частиц, хотя они могут иметь разрешающую способность около 10^4 — наилучшую из всех имеющихся сейчас приборов. Действительно, анализ частиц по импульсу производится в весьма ограниченном интервале значений, и возбуждение многих уровней с их помощью исследовать практически невозможно.

Магнитные спектрографы позволяют проводить анализ рассеянных частиц в широком диапазоне импульсов, однако повышение их разрешающей способности выше 10^3 затруднительно [31, 32]. Магнитные спектрографы и магнитные спектрометры обладают малой светосилой, и для получения полного углового распределения упруго и неупруго рассеянных частиц требуется иногда нереально большое время работы установки.

Лучшие образцы поверхностно-барьерных или изготовленных методом дрейфа лития полупроводниковых детекторов заряженных частиц позволяют получать разрешение около $2 \cdot 10^{-3}$ при энергиях $10-20 \text{ Мэв}$, и их можно использовать для изучения неупругого рассеяния с возбуждением не очень высоколежащих уровней тяжелых четно-четных ядер. Светосила, ограниченная лишь требованием необходимого углового разрешения, позволяет провести измерения достаточно быстро. Возможно использование нескольких детекторов, установленных при различных углах рассеяния. В последние годы во многих лабораториях достигнуты значительные успехи в изготовлении полупроводниковых детекторов с толщиной рабочего слоя несколько миллиметров, необходимого для регистрации импульса полного поглощения заряженных частиц с энергией $10-30 \text{ Мэв}$. При работе с частицами больших энергий, по-видимому, будет предпочтительнее использовать германий вместо кремния [33].

Следует обратить внимание на следующий недостаток полупроводниковых детекторов по сравнению с магнитными анализаторами: распределение импульсов от полупроводникового детектора при регистрации монохроматического пучка частиц несимметрично. Увеличение числа импульсов меньшей амплитуды обусловлено временным захватом носителей ловушками [34], а при больших энергиях, кроме того, возможными ядерными реакциями в материале детектора [35]. Асимметрия зависит от качества кристалла. Область меньших импульсов соответствует более высоколежащим уровням, возбуждаемым при неупругом рассеянии. Как

правило, эти уровни возбуждаются с меньшей вероятностью, чем низколежащие. Например, каждый из последующих уровней вращательной полосы 2^+ , 4^+ , 6^+ возбуждается примерно на порядок менее, чем предыдущий. Отмеченный выше фон импульсов меньшей амплитуды приводит к ограничению в исследовании высоко-возбужденных состояний.

Повышенные требования к монохроматичности пучков и энергетическому разрешению регистрирующей аппаратуры при измерении неупругого рассеяния на ядрах РЗЭ вызывают большие затруднения при исследовании процесса спин-флипа протонов при неупругом рассеянии. Эти измерения состоят в регистрации совпадений рассеянных протонов с возбуждением уровней 2^+ и γ -излучения от распада этих состояний в направлении, перпендикулярном плоскости рассеяния. В случае тяжелых ядер и при больших энергиях падающих частиц велик фон γ -излучения, приводящий к увеличению числа случайных совпадений. В то же время при малых энергиях уровней 2^+ выход γ -излучения от распада этих состояний уменьшается с ростом коэффициента внутренней конверсии. Следовательно, к требованию высоко энергетического разрешения добавляется необходимость применять схемы совпадений с высоким временным разрешением в несколько наносекунд. До сих пор единственной работой, выполненной по измерению вероятности спин-флипа на деформированных ядрах, является работа [7].

Более подробно вопросы экспериментальной методики, использованной в наших работах, рассмотрены в статье [36], где обсуждаются расшифровка и обработка спектров импульсов, полученных от полупроводниковых детекторов, а также абсолютная нормировка сечений и возможные погрешности измерений.

Перечислим основные требования к эксперименту по неупругому рассеянию, выполнение которых позволяет достаточно надежно получить параметры теории. Энергия в два-три раза выше кулоновского барьера оптимальна для налетающих заряженных частиц. В случае частиц со спином можно использовать пучки поляризованных ионов и измерять угловые распределения поляризации и анализирующей способности. Желательно получить угловые распределения неупругого рассеяния при возбуждении большого числа состояний. Для деформированных четно-четных ядер достаточную точность можно получить лишь с привлечением данных о возбуждении вращательных состояний 0^+ , 2^+ , 4^+ , (6^+) полосы, построенной на основном состоянии. Интервал измеряемых углов для упругого и неупругого рассеяния должен составлять $30-170^\circ$, причем оказывается, что расчеты более чувствительны в области больших углов.

В настоящее время совокупность отмеченных требований можно удовлетворить в некоторых экспериментальных исследованиях, что

приведет к появлению новых работ по неупругому рассеянию протонов, дейтонов и α -частиц с возбуждением коллективных состояний тяжелых ядер.

2. РАСЧЕТ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРОТОНОВ ПО МЕТОДУ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ КАНАЛОВ

При теоретической обработке экспериментальных данных по неупругому рассеянию протонов ядрами области РЗЭ следует прежде всего обратить внимание на значительные величины сечений неупругого рассеяния с возбуждением нижних уровней ядер, особенно в случае сильнодеформированных ядер. Традиционные методы расчета в первом порядке теории возмущений становятся неприменимыми. Более точная теория требует учета наиболее существенных каналов неупругого рассеяния при наличии их сильной связи. Ниже для рассеяния нуклонов ядрами записана система связанных уравнений. Рассмотрены различные способы численного решения этой системы. Особое внимание обращено на обоснование и разработку приближенных методов расчета, таких, как учет эффектов второго порядка [37, 38] и метод последовательных приближений [39]. Приближенные методы, которые в некоторых случаях дают результаты, совпадающие с результатами точных методов расчета, имеют большое значение при обработке экспериментальных данных. Действительно, приближенные методы дают значительную экономию времени расчета на ЭВМ и позволяют поэтому проводить большее число расчетов для более точного определения параметров взаимодействия.

Как упоминалось во введении, низколежащие возбужденные состояния тяжелых ядер обладают ярко выраженными коллективными свойствами. Поэтому в данной работе для описания возбуждаемых при неупругом рассеянии уровней используются коллективные модели, а взаимодействие налетающих частиц с ядром берется в виде деформированного оптического потенциала. Так как в разделах, посвященных методам решения системы связанных уравнений, не конкретизируется вид потенциала, эти методы можно использовать и при попытках микроскопического описания процесса рассеяния с реалистическим нуклон-нуклонным потенциалом.

Более быстрые в отношении машинного счета приближенные методы позволяют в разумные сроки проводить расчеты с введением сложных видов взаимодействий, учет которых значительно усложняет программы. Ниже рассмотрено влияние размытости распределения заряда ядра, которое необходимо принимать во внимание при энергиях частиц вблизи кулоновского барьера. Введение спин-орбитальной зависимости в оптический потенциал

позволяет рассчитывать поляризацию рассеянных частиц, анализирующую способность, а также вероятность переворачивания спина при рассеянии.

Система связанных уравнений

Рассмотрим процесс рассеяния нуклонов ядрами, при котором налетающий нуклон помимо процесса упругого рассеяния может рассеиваться с потерей энергии и возбуждать некоторые состояния ядра мишени. Обозначая T — оператор кинетической энергии нуклона, V — оператор взаимодействия нуклона и ядра мишени, H_T — гамильтониан ядра мишени, представим полный гамильтониан системы, состоящей из ядра и взаимодействующего с ним нуклона, в виде:

$$H = H_T + T + V. \quad (1)$$

Отметим, что при необходимости учитывать внутреннюю структуру налетающей частицы гамильтониан H_T можно разбить на две части, соответствующие внутренней структуре ядра и частицы.

Волновые функции различных состояний ядра мишени χ_{IM} со спином I и проекцией M — собственные функции гамильтониана H_T с собственными значениями энергии ε :

$$H_T \chi_{IM} = \varepsilon_I \chi_{IM}. \quad (2)$$

Полная волновая функция системы Ψ удовлетворяет следующему уравнению Шредингера:

$$(H_T + T + V) \Psi = E \Psi, \quad (3)$$

где E — полная энергия системы.

Волновую функцию Ψ можно представить в виде разложения по полной системе волновых функций \mathcal{Y}_{Ijl}^{JN} различных каналов упругого и неупругого рассеяния с полным моментом J и проекцией N , соответствующих определенным состояниям ядра мишени, орбитальным моментам нуклона l и полному моменту нуклона $j = I + s$:

$$\Psi = \sum_{nI_n j_n l_n J} f_{nI_n j_n l_n}^{JN}(r_n) \mathcal{Y}_{I_n j_n l_n}^{JN}. \quad (4)$$

В этом основном для всего дальнейшего написания системы связанных уравнений разложении содержатся два важных предположения. Во-первых, предполагается, что каково бы ни было расстояние между нуклоном и ядром r_n в канале n , они не теряют своей индивидуальности и описываются некоторыми заданными волновыми функциями. Это предположение справедливо для двухчастичной задачи или рассеяния потенциалом, но оно было бы мало обосновано при рассмотрении многочастичной задачи. Во-вто-

рых, в число каналов не включены каналы реакций. Однако эти каналы в случае возбуждения коллективных состояний при неупругом рассеянии связаны весьма слабо с рассматриваемыми каналами неупругого рассеяния. Как исчезновение частиц при малых расстояниях в первом, так и отсутствие некоторых каналов реакции во втором предположении эффективно учитываются в дальнейшем введением мнимой части оптического потенциала.

Волновые функции различных каналов неупругого рассеяния \mathcal{Y}_{Ijl}^{JN} можно представить в виде разложения по спин-угловым функциям налетающего нуклона $\Phi_{l_j m_j}$ и собственным функциям ядра мишени χ_{IM} :

$$\mathcal{Y}_{Ijl}^{JN} = \sum_{m_j M} (IM j m_j | JN) \Phi_{l_j m_j} \chi_{IM}, \tag{5}$$

где

$$\Phi_{l_j m_j} = \sum_{m_l m_s} (l m_l m_s | j m_j) Y_{l m_l} \chi_{s m_s}; \tag{6}$$

$\chi_{s m_s}$ — спиновые волновые функции нуклона.

Подставляя (4) в уравнение (3), умножая слева на \mathcal{Y}_{Ijl}^{JN*} и производя интегрирование по всем координатам, кроме радиальной r , получаем систему связанных уравнений относительно радиальных функций $f_{nIjl}^{JN}(r)$:

$$[-T_r + (E - \varepsilon_i)] f_{iIjl}^{JN}(r) = \sum_{nInjnln} \langle \mathcal{Y}_{Ijl}^{JN} | V | \mathcal{Y}_{Injnln}^{JN} \rangle f_{nInjnln}^{JN}(r), \tag{7}$$

где

$$T_r = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right).$$

В этих уравнениях μ — приведенная масса; ε_i и ε_n — энергии состояний ядра мишени в каналах i и n неупругого рассеяния; E и $(E - \varepsilon_i)$ — энергии соответственно налетающего и вылетающего нуклонов. Энергии следующим образом связаны с волновыми числами k_i и k_n в каналах i и n :

$$E = \varepsilon_i + \hbar^2 k_i^2 / 2\mu = \varepsilon_n + \hbar^2 k_n^2 / 2\mu. \tag{8}$$

Если возможно выделение диагональной части оператора взаимодействия

$$V = V_{\text{диаг}} + V_{\text{связ}}, \tag{9}$$

то связанные уравнения приобретают следующий вид:

$$[-T_r - V_{\text{диаг}} + (E - \varepsilon_i)] f_{iIjl}^{JN}(r) = \sum_{nInjnln} V_{Injnln, Ijl}^J(r) f_{nInjnln}^{JN}(r), \tag{10}$$

где использована сокращенная запись матричных элементов:

$$V_{Injnln, Ijl}^J = \langle \mathcal{Y}_{Ijl}^{JN} | V_{\text{связ}} | \mathcal{Y}_{Injnln}^{JN} \rangle. \tag{11}$$

Схема точного численного решения системы связанных уравнений

Допустим, что при точном численном интегрировании системы связанных уравнений (10) были найдены некоторые радиальные волновые функции $f_{nI_n j_n l_n}^{jN}(r)$. Естественно, что предварительно бесконечную систему уравнений необходимо свести к конечной. На основании физических соображений можно оставить только наиболее существенные, сильно связанные каналы неупругого рассеяния.

Радиальные волновые функции $f_{nI_n j_n l_n}^{jN}(r)$ можно затем использовать в выражении (4) для построения полной волновой функции. Однако для расчета наблюдаемых величин, эффективного сечения реакции, поляризации и т. д. полная волновая функция должна обладать определенной асимптотикой на больших расстояниях. Обозначим эту полную волновую функцию Ψ_{α}^+ . Знак плюс означает, что, согласно физической постановке задачи, сходящиеся волны имеются лишь во входном канале α , а в остальных каналах $n \neq \alpha$ — только расходящиеся волны. Волновая функция Ψ_{α}^+ имеет следующий асимптотический вид:

$$\Psi_{\alpha}^+ \sim \chi_{I_{\alpha} M_{\alpha}} \chi_{s m_s} \exp(i k_{\alpha} r_{\alpha}) - \mu / (2\pi \hbar^2) \sum_n A_{n\alpha}(k_{\alpha}, k_n) \chi_{I_n M_n} \chi_{s' m_s'} \exp(i k_n r_n) / r_n, \quad (12)$$

где $A_{n\alpha}$ — элементы амплитуды рассеяния.

При некотором значении радиуса R , которое должно быть достаточно велико, особенно в случае большого влияния кулоновских сил, полная волновая функция (4) сплывается с функцией (12). При этом можно определить элементы амплитуды рассеяния.

При анализе рассеяния заряженных частиц имеет смысл для удобства расчета выделить из асимптотического значения полной волновой функции кулоновскую часть, т. е. функцию, выражающую падающую волну и волну, рассеянную кулоновским полем ядра. Она имеет вид [40]:

$$\Psi_{\text{кул}} = \frac{1}{\sqrt{v_{\alpha}}} \frac{1}{k_{\alpha}} \sum_l i^l (2l+1) \exp(i\omega_{\alpha l}) F_{\alpha l} / r_{\alpha} \times P_l(\cos \theta) \chi_{s m_s} \chi_{I_{\alpha} M_{\alpha}}, \quad (13)$$

где $F_{\alpha l}$ — регулярная кулоновская функция; $\omega_{\alpha l} = \sigma_{\alpha l} - \sigma_{\alpha 0}$ — разность кулоновских фаз; r_{α} — радиус-вектор во входном канале α ; v_{α} — относительная скорость в канале α .

Тогда асимптотическое выражение полной волновой функции рассеяния заряженных частиц ядрами можно записать следующим образом:

$$\Psi_{\alpha}^{+} = \Psi_{\text{кул}} \delta_{n\alpha} + \sum_n \Psi_n, \quad (14)$$

или в развернутой форме

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha}^{+} = & \Psi_{\text{кул}} \delta_{n\alpha} + i \frac{\sqrt{\pi}}{k_{\alpha}} \sum_{nJljl'n'l_n} \sqrt{2l_n + 1} \times \\ & \times B_{njn'l_n, \alpha j l}^J \frac{\exp i \{ \rho_n - \eta_n \ln 2\rho_n + \sigma_{n0} \}}{\sqrt{v_n} r_n} \times \\ & \times (ls0m_s | jm_s) (I_{\alpha} j M_{\alpha} m_s | JN) \mathcal{Y}_{Injn'l_n}^{JN}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\rho_n = k_n r_n$ — произведение волнового числа и радиус-вектора в канале n ; $\eta = Z_n Z_{\alpha} e^2 / (\hbar v_n)$ — заряд вылетающей частицы и ядра в канале n ; v_n — относительная скорость в канале n .

Коэффициенты $B_{njn'l_n, \alpha j l}^J$ связаны с соответствующими элементами матрицы рассеяния $U_{njn'l_n, \alpha j l}^J$ [40]:

$$B_{njn'l_n, \alpha j l}^J = \exp(2i\omega_{nl}) \delta_{n\alpha} \delta_{l_n l} \delta_{m'_s m_s} \delta_{m_n 0} - U_{njn'l_n, \alpha j l}^J. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь основные принципы численного отыскания решений радиальных волновых уравнений (10) [3, 41]. Радиальные волновые функции можно записать следующим образом:

$$f_{Injn'l_n}^{JN}(r) = u_{Injn'l_n}^{JN}(r)/r. \quad (17)$$

Соответственно изменяется система связанных уравнений относительно функций $u_{Injn'l_n}^{JN}(r)$:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) - V_{\text{diag}} + (E - \varepsilon_i) \right] u_{iJl}^{JN}(r) = \\ = \sum_{nInjn'l_n} V_{Injn'l_n, iJl} u_{Injn'l_n}^{JN}(r). \end{aligned} \quad (18)$$

Из соотношения (17) следует, что радиальные волновые функции $u_{Injn'l_n}^{JN}(r)$ должны обращаться в нуль в начале координат. В качестве одного из возможных начальных условий при малых значениях r для численного решения системы связанных уравнений можно приравнять нулю все радиальные волновые функции, за исключением одной, соответствующей некоторому i -каналу. В этом случае уравнение для функции $u_{iJl}^{JN}(r) \equiv u_i(r)$ из числа уравнений системы (18) вблизи начала координат напоминает уравнение для задачи рассеяния на прямоугольном потенциале. Тогда функцию вблизи начала координат можно аппроксимировать сферической функцией Бесселя.

образом:

$$\begin{aligned}
 A_{nm'_s M_n, \alpha m_s M_\alpha} = & \frac{2\pi\hbar^2}{\mu} \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_n}} \left\{ f_c(\theta) \delta_{n\alpha} \delta_{m'_s m_s} \delta_{M_n M_\alpha} + \right. \\
 & + i \frac{\sqrt{\pi}}{k_\alpha} \sum_{JN j_l j_n l_n m_n m_j n} \sqrt{2l_n + 1} (l_s 0 m_s | j m_j) \times \\
 & \times (j I_\alpha m_j M_\alpha | JN) (l_n s' m_n m'_s | j_n m_j n) \times \\
 & \left. \times (j_n I_n m_j n M_n | JN) Y_{l_n m_n}(\theta, \varphi) B_{n j_n l_n, \alpha j_l}^J \right\}. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Здесь величины s' и m'_s , т. е. со штрихами, означают спин и проекцию спина нуклона после рассеяния, а без штрихов — до процесса рассеяния.

Амплитуда кулоновского рассеяния, входящая в формулу (21), записывается обычным образом:

$$f_c(\theta) = -\frac{ZZ\pi e^2}{2\mu v_\alpha^2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2} \exp(-2i\eta_\alpha \ln \sin \theta/2). \quad (22)$$

Обозначения, принятые в этой формуле, аналогичны использованному в соотношении (15).

Выражения для сечений упругого и неупругого рассеяния поляризации, анализирующей способности, вероятности переворачивания спина нуклона через амплитуду рассеяния будут выписаны после обсуждения приближенных методов решения системы связанных уравнений.

Решение системы связанных уравнений методом последовательных приближений

Для того чтобы четко представить различные этапы последовательных приближений при решении системы связанных уравнений, выразим систему дифференциальных уравнений (10) в виде системы интегральных уравнений. Для этого введем для каждого канала рассеяния функцию Грина $G_n(r, r')$:

$$[-T_r - V_{nn} + (E - \varepsilon_n)] G_n(r, r') = \delta(r - r'). \quad (23)$$

Здесь для диагональных матричных элементов в n -канале введено обозначение V_{nn} .

При построении интегральных уравнений необходимы также радиальные волновые функции $g_n^{JN} (r)$, удовлетворяющие однородным уравнениям вида (10). Для простоты записи опустим несущественные для общего рассмотрения индексы моментов количества движения, предполагая, что они включены в индекс канала n . Однородные уравнения имеют следующий вид:

$$[-T_r - V_{nn} + (E - \varepsilon_n)] g_n(r) = 0. \quad (24)$$

В дальнейших выражениях, также для простоты, будем записывать радиальные волновые функции уравнений (10) в виде $f_n(r)$, волновые функции полной системы функций \mathcal{Y}_n и матричные элементы

$$\langle \mathcal{Y}_n | V_{\text{связ}} | \mathcal{Y}_k \rangle = V_{nk}. \quad (25)$$

С помощью уравнений (23) и (24) можно написать выражение для радиальных волновых функций каждого канала:

$$f_n(r) = g_n(r) \delta_{n\alpha} + \int (dr') G_n(r, r') \sum_k V_{nk} f_k(r'). \quad (26)$$

Уравнения (26) представляют собой, таким образом, систему связанных интегральных уравнений для рассматриваемой задачи. Волновые функции $g_n(r)$, входящие в эту систему, можно легко найти, так как они являются решениями несвязанных уравнений (24). Если в качестве взаимодействия используется оптический потенциал, то функции $g_n(r)$ обычно носят название искаженных волн.

При надлежащем выборе функций Грина $G_n(r, r')$ [43] можно найти решения системы уравнений (26), из которых, согласно соотношению (4), можно получить полную волновую функцию Ψ_{α}^+ , обладающую необходимыми асимптотическими свойствами (12). Конкретный вид используемых обычно функций Грина будет приведен ниже при рассмотрении расчета сечений неупругого рассеяния.

Выражение для амплитуды рассеяния из входного канала α в некоторый канал неупругого рассеяния γ следует из формальной теории рассеяния [44] и носит название соотношения Гелл-Манна и Голдбергера для рассеяния на двух потенциалах:

$$A_{\gamma\alpha} = A_0 \delta_{\gamma\alpha} + \langle \mathcal{Y}_{\gamma} g_{\gamma}^- | V_{\text{связ}} | \Psi_{\alpha}^+ \rangle. \quad (27)$$

Элемент амплитуды рассеяния A_0 обусловлен только выделенной диагональной частью потенциала (9). Поскольку последняя не может приводить к возбуждению состояний ядра мишени или реакциям, то амплитуда рассеяния A_0 дает вклад только в упругое рассеяние. Знак минус при волновой функции g_{γ}^- означает, что среди решений соответствующего уравнения (24) необходимо выбрать только решения, содержащие сходящиеся волны.

Решения системы интегральных уравнений (26) при условии ограничения числа связанных каналов на основании физических соображений можно попытаться найти, следуя в принципе методу Тамма — Данкова [45]. Для задачи неупругого рассеяния этот метод последовательных приближений был в окончательном виде сформулирован Рейналем [39], хотя для некоторых конкретных задач ранее использовались первые итерации [37, 38, 46].

Следуя Рейналю [39], будем помечать радиальные волновые функции, входящие в систему уравнений (26), двумя индексами: нижний обозначает номер канала, а верхний — порядок итерации. Матричные элементы записаны с использованием обозначений (25). Как и в методе Тамма — Данкова, при каждом последующем шаге, т. е. расчете функции следующего канала и следующей итерации, используются полученные на предыдущем этапе величины.

В нулевом приближении возьмем в качестве функции входного канала решение уравнения (24) для входного канала, пренебрегая присутствием других каналов неупругого рассеяния:

$$f_0^{(0)}(r) = g_0(r); \quad f_i^{(0)} = 0, \quad i \neq 0. \quad (28)$$

Очевидно, что нулевое приближение соответствует задаче упругого рассеяния. Методы решения этой проблемы с использованием оптического потенциала широко освещены в литературе [42] и поэтому не будут далее рассмотрены.

В первом приближении метода рассмотрим сначала волновую функцию некоторого канала неупругого рассеяния и назовем его первым каналом. Для этого воспользуемся соответствующим уравнением (26):

$$f_1^{(1)}(r) = \int G_1(r, r') V_{10}(r') f_0^{(0)}(r') dr'. \quad (29)$$

При записи волновой функции второго канала неупругого рассеяния по формуле (26) учтем наличие волновой функции первого канала (29):

$$f_2^{(1)}(r) = \int G_2(r, r') [V_{20}(r') f_0^{(0)}(r') + V_{21}(r') f_1^{(1)}(r')] dr'. \quad (30)$$

При отсутствии других каналов неупругого рассеяния волновую функцию, соответствующую входному каналу в первом приближении, запишем в следующем виде:

$$f_0^{(1)}(r) = g_0(r) + \int G_0(r, r') [V_{01}(r') f_1^{(1)}(r') + V_{02}(r') f_2^{(1)}(r')] dr'. \quad (31)$$

При наличии N каналов неупругого рассеяния соотношения (30) и (31) можно легко обобщить:

$$f_i^{(1)}(r) = \int G_i(r, r') \left[V_{i0}(r') f_0^{(0)}(r') + \sum_{j=1}^{i-1} V_{ij}(r') f_j^{(1)}(r') \right] dr'; \quad (32)$$

$$f_0^{(1)}(r) = g_0(r) + \int G_0(r, r') \sum_{j=1}^N V_{0j}(r') f_j^{(1)}(r') dr'. \quad (33)$$

Волновые функции каналов неупругого рассеяния и входного канала, рассчитанные в n порядке итераций, выражаются следую-

щими соотношениями:

$$f_i^{(n)}(r) = \int G_i(r, r') \left[V_{i0}(r') f_0^{(n-1)}(r') + \sum_{j=1}^{i-1} V_{ij}(r') f_j^{(n)}(r') + \sum_{j=i+1}^N V_{ij}(r') f_j^{(n-1)}(r') \right] dr'; \quad (34)$$

$$f_0^{(n)}(r) = g_0(r) + \int G_0(r, r') \sum_{j=1}^N V_{0j}(r') f_j^{(n)}(r') dr'. \quad (35)$$

Сходимость и быстрота сходимости метода последовательных приближений, как и метода Тамма — Данкова, могут быть исследованы только при решении конкретной задачи. Поскольку при каждой последующей итерации используются волновые функции, рассчитанные на предыдущем этапе, важное значение для сходимости метода имеет оптимальный порядок выбора последовательности каналов. После входного канала следует расположить канал неупругого рассеяния на уровень ядра, наиболее сильно связанный с основным состоянием ядра.

Метод расчета с учетом только одного канала неупругого рассеяния

Иногда при проведении эксперимента по изучению неупругого рассеяния оказывается, что только один канал неупругого рассеяния является существенным, т. е. сечение неупругого рассеяния в других каналах пренебрежимо мало. Если при этом оказывается также, что сечение неупругого рассеяния с возбуждением этого уровня мало по сравнению с сечением упругого рассеяния, то можно предположить, что полная волновая функция Ψ состоит в основном из части, соответствующей входному каналу упругого рассеяния [47]. Таким образом, это предположение оправдано в области вне действия ядерных сил. Для проведения численных расчетов и интегрирования по всему пространству приходится предполагать, что при любых расстояниях волновая функция Ψ включает в себя лишь входной канал. Это является основным допущением метода. Обозначая индексом нуль входной канал, получаем вместо соотношения (4):

$$\Psi \approx \sum_{j_0 l_0} f_{0j_0 l_0}^{jN}(r) \mathcal{Y}_{0j_0 l_0}^{jN}. \quad (36)$$

Система связанных уравнений (10) превращается в два несвязанных уравнения для каждого значения полного момента:

$$[-T_{r0} - V_{00} + (E - \varepsilon_0)] f_{0I_0j_0l_0}^{JN} \approx 0; \quad (37)$$

$$[-T_{r1} - V_{11} + (E - \varepsilon_1)] f_{1I_1j_1l_1}^{JN} = \sum_{I_0j_0} V_{I_1j_1l_1, I_0j_0l_0}^J f_{0I_0j_0l_0}^{JN}, \quad (38)$$

где

$$T_{ri} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} - \frac{l_i(l_i + 1)}{r^2} \right);$$

V_{00} и V_{11} — соответствующие диагональные элементы взаимодействия в каналах 0 и 1. Очевидно, что эти уравнения можно решить последовательно. Первое уравнение совпадает с уравнением (24) для нахождения искаженных волн. Запишем также однородное уравнение для отыскания искаженных волн $g_{1I_1j_1l_1}^{JN}$ в канале неупругого рассеяния:

$$[-T_{r1} - V_{11} + (E - \varepsilon_1)] g_{1I_1j_1l_1}^{JN} = 0. \quad (39)$$

Тогда в рамках рассматриваемого метода амплитуду рассеяния можно рассчитать непосредственно. Из соотношений (27), (36) и (41) следует:

$$\begin{aligned} A_{10}^{(I)} &= \sum_{JNj_1l_1} \langle y_{1I_1j_1l_1}^{JN} g_{1I_1j_1l_1}^{JN} | V_{\text{связ}} | \Psi \rangle \approx \\ &\approx \sum_{JNj_1l_1j_0l_0} \int g_{1I_1j_1l_1}^{JN} V_{1I_1j_1l_1, I_0j_0l_0}^J f_{0I_0j_0l_0}^{JN} r^2 dr. \end{aligned} \quad (40)$$

Последнее соотношение совпадает с амплитудой метода DWBA, полученной в первом порядке борновского приближения с искаженными волнами [46].

Итак, чтобы использовать метод с учетом только одного канала неупругого рассеяния, необходимо преобладание упругого процесса над неупругим, отсутствие связи выбранного канала неупругого рассеяния с другими каналами неупругого рассеяния, т. е. малость соответствующих матричных элементов (41). Несмотря на использование теоретически мало обоснованного предположения (36), этот метод с успехом применялся для расчета в работах в основном в области легких и средних ядер. При выполнении указанных выше условий применимости более точный учет связи каналов дает, как правило, малую поправку к сечениям, рассчитанным этим методом.

Учет эффектов второго порядка при наличии двух каналов неупругого рассеяния

Рассмотрим здесь метод расчета [37, 38] для часто встречающегося в эксперименте случая, когда помимо канала упругого рассеяния имеется связанный с ним первый канал неупругого рассеяния, причем сечение неупругого рассеяния с возбуждением этого уровня составляет малую долю сечения упругого рассеяния. Кроме того, имеется второй канал неупругого рассеяния, связанный в основном с первым каналом неупругого рассеяния. Пусть также сечение возбуждения второго уровня существенно меньше сечения возбуждения первого уровня. Если интересен именно расчет сечения неупругого рассеяния с возбуждением этого второго уровня, то очевидно, что метод, рассмотренный выше, неприменим. Действительно, кроме процесса прямого возбуждения этого уровня значительную и даже определяющую роль может играть двухступенчатый процесс, проходящий через возбуждение первого уровня, связанного с основным состоянием. В качестве примера можно привести рассеяние нуклонов деформированными ядрами при небольших значениях деформации с возбуждением уровней вращательной полосы основного состояния 0^+ , 2^+ , 4^+ .

При сделанных выше физических предположениях естественно допустить, что полная волновая функция Ψ состоит в основном из членов, соответствующих входному каналу и первому каналу неупругого рассеяния:

$$\Psi \approx \sum_{j_0 l_0 J} f_{0 I_0 j_0 l_0}^{JN}(r) \mathcal{Y}_{I_0 j_0 l_0}^{JN} + \sum_{j_1 l_1 J} f_{1 I_1 j_1 l_1}^{JN}(r) \mathcal{Y}_{I_1 j_1 l_1}^{JN}. \quad (41)$$

Однако в силу преобладания упругого процесса над всеми неупругими при написании уравнения вида (10) для входного канала пренебрежем также вторым членом в сумме (41). Система связанных уравнений (10) приобретает тогда вид следующих трех групп уравнений для каждого значения полного момента:

$$[-T_{r_0} - V_{00} + (E - \varepsilon_0)] f_{0 I_0 j_0 l_0}^{JN} \approx 0; \quad (42)$$

$$[-T_{r_1} - V_{11} + (E - \varepsilon_1)] f_{1 I_1 j_1 l_1}^{JN} \approx \sum_{l_0 j_0} V_{I_1 j_1 l_1, I_0 j_0 l_0}^J f_{0 I_0 j_0 l_0}^{JN}; \quad (43)$$

$$\begin{aligned} [-T_{r_2} - V_{22} + (E - \varepsilon_2)] f_{2 I_2 j_2 l_2}^{JN} = & \sum_{l_0 j_0} V_{I_2 j_2 l_2, I_0 j_0 l_0}^J f_{0 I_0 j_0 l_0}^{JN} + \\ & + \sum_{l_1 j_1} V_{I_2 j_2 l_2, I_1 j_1 l_1}^J f_{1 I_1 j_1 l_1}^{JN}. \end{aligned} \quad (44)$$

Как видно, уравнение (42) совпадает с уравнением (37). Это означает, что в обоих рассматриваемых методах, основанных на применении теории возмущений, в качестве радиальных волновых функций входного канала используются искаженные волны.

Уравнение (43) совпадает с (38) только по внешнему виду. В случае двух каналов неупругого рассеяния уравнение для отыскания радиальной волновой функции первого канала неупругого рассеяния становится приближенным из-за отбрасывания члена, ответственного за связь этого канала со вторым каналом неупругого рассеяния. В этом состоит основной принцип предложенного обобщенного борновского приближения [37, 38], когда пренебрегается всеми связями, кроме связей низшего порядка, ответственных за наблюдаемое возбуждение уровней ядра.

Здесь проявляется сходство этого метода расчета с методом последовательных приближений, рассмотренным ранее. В методе последовательных приближений также последовательно подключаются в расчет новые каналы неупругого рассеяния. Однако расчет нескольких итераций позволяет добиться сходимости и тем самым учесть отброшенные вначале связи. В то же время расчет в обобщенном борновском приближении заранее ограничен рассматриваемой задачей со сделанными предположениями об относительных величинах связей каналов.

С точки зрения проведения расчета рассматриваемый здесь метод учета эффектов второго порядка близок к первому порядку метода последовательных приближений. Соотношение (29) является интегральной записью (43), а соотношение (30) — соответственно (44). Отличие состоит лишь в более точном расчете волновой функции входного канала (31).

Для отыскания амплитуды неупругого рассеяния не требуется решать уравнение (44) относительно $f_{2I_2j_2l_2}^{JN}$, однако необходимо знание искаженных волн как в первом канале неупругого рассеяния $g_{1I_1j_1l_1}^{JN}$, так и во втором $g_{2I_2j_2l_2}^{JN}$, удовлетворяющих уравнениям, аналогичным (39).

Волновую функцию первого канала неупругого рассеяния выразим через соответствующую функцию Грина согласно соотношению (26):

$$\overline{f_{1I_1j_1l_1}^{JN}}(r) = \int G_{1I_1l_1}(r, r') \sum_{l_0j_0} V_{1I_1j_1l_1, I_0j_0l_0} f_{0I_0j_0l_0}^{JN}(r')^2 dr'. \quad (45)$$

После этого, пользуясь (27) и введенным приближением (41) относительно полной волновой функции, можно получить выражения для амплитуд рассеяния.

Для краткости запишем сначала выражения для амплитуд рассеяния первого канала A_{10} , второго — A_{20} и канала упругого рассеяния A_{00} в символической форме:

$$A_{10} \approx \langle \mathcal{Y}_1 g_1(r) | V_{\text{связ}} [\langle \mathcal{Y}_0 f_0(r) + \mathcal{Y}_1 \int G_1(r, r') V_{10} f_0(r') (dr')] \rangle; \quad (46)$$

$$A_{20} \approx \langle \mathcal{Y}_2 g_2(r) | V_{\text{связ}} [\langle \mathcal{Y}_0 f_0(r) + \mathcal{Y}_1 \int G_1(r, r') V_{10} f_0(r') (dr')] \rangle; \quad (47)$$

$$A_{00} \approx A_0 + \langle \mathcal{Y}_0 f_0(r) | V_{\text{связ}} | [\mathcal{Y}_1 \int G_1(r, r') V_{10} f_0(r') (dr')] \rangle. \quad (48)$$

Из соотношений (46) и (47) следует, что амплитуды неупругого рассеяния можно представить в виде суммы двух амплитуд. Первый член суммы соответствует амплитуде рассеяния в первом порядке борновского приближения с искаженными волнами и имеет вид (40). Второй член суммы выражает амплитуду рассеяния во втором порядке борновского приближения с искаженными волнами и учитывает эффекты многократного, в данном случае двукратного, возбуждения. Для амплитуды A_{20} процесс двукратного возбуждения проходит через промежуточный первый уровень ядра. Для амплитуды A_{10} — это перерассеяние на первом уровне.

Приведем более детальное соотношение для амплитуды рассеяния $A_{20}^{(\Pi)}$, выражающей вклад эффектов второго порядка при возбуждении второго уровня при неупругом рассеянии, во втором порядке борновского приближения:

$$A_{20}^{(\Pi)} = \sum_{\substack{JN \\ I_1 j_1 l_1}} \sum_{\substack{JN \\ I_2 j_2 l_2}} \int (r^2 dr) g_{2I_2 j_2 l_2}^{JN} V_{I_2 j_2 l_2, I_1 j_1 l_1} \int G_{I_1 l_1} V_{I_1 j_1 l_1, I_0 j_0 l_0} \times \\ \times \int_0^{JN} V_{I_0 j_0 l_0} (r')^2 dr'. \quad (49)$$

Отметим, что при определенном соотношении между матричными элементами $V_{I_2 j_2 l_2, I_0 j_0 l_0}$, ответственными за прямое возбуждение этого уровня, и элементами $V_{I_2 j_2 l_2, I_1 j_1 l_1}$ и $V_{I_1 j_1 l_1, I_0 j_0 l_0}$, ответственными за многократное возбуждение, сечение второго порядка может превысить сечение первого порядка.

Основным членом в выражении (48) для амплитуды упругого рассеяния является A_0 — амплитуда упругого рассеяния, обусловленного только диагональной частью взаимодействия. При аппроксимации этого взаимодействия оптическим потенциалом, например в форме Вудса — Саксона [48], расчет амплитуды A_0 полностью совпадает с расчетом амплитуды упругого рассеяния в обычной оптической модели [42, 49]. Выражение для этой амплитуды легко получается как частный случай выражения (21). Коэффициенты B_l^J можно определить из соотношения (16) с помощью элементов матрицы рассеяния или фаз рассеяния. Как видно из соотношения (15), эти коэффициенты входят также в асимптотическое выражение волновой функции. После численного решения радиального волнового уравнения (42) для канала упругого рассеяния полученное решение должно быть сшито при некотором радиусе сшивания R вне области действия ядерного потенциала с асимптотическим значением радиальной волновой функции:

$$\varphi_l^J(R) = F_l(\eta, kR) + B_l^J [G_l(\eta, kR) + iF_l(\eta, kR)], \quad (50)$$

где F_l и G_l — регулярная и нерегулярная кулоновская волновая функция. Тогда можно найти коэффициенты B_l^J , а следовательно, и амплитуду упругого рассеяния A_0 .

Второе слагаемое в формуле (48) представляет собой амплитуду второго порядка. Появление этой амплитуды вызвано процессом виртуального возбуждения первого состояния ядра мишени. Как будет видно далее, при рассмотрении численных расчетов, амплитуда второго порядка дает существенный вклад в сечение упругого рассеяния даже в случае не очень сильной связи первого канала неупругого рассеяния с входным каналом.

В заключение еще раз подчеркнем, что с ростом величины связи каналов метод может оказаться неприменимым. Тогда необходимо проводить точное решение задачи или некоторое количество итераций в методе последовательных приближений.

Расчет амплитуд рассеяния во втором порядке борновского приближения с искаженными волнами

Для того чтобы провести конкретные расчеты амплитуд второго порядка, имеющих вид (49), необходимо знать функции Грина G_{lI} . Очевидно, что функция Грина должна с помощью (41) и (45) определять полную волновую функцию, обладающую асимптотическими свойствами (12), заданными условиями задачи. Построение функции Грина радиального волнового уравнения Шредингера рассмотрено в работах [50, 51]. Показано, что эту функцию можно выразить через некоторые решения однородного радиального уравнения Шредингера:

$$G_{lI}(r, r') = (2\mu k/\hbar^2 i) g_l(kr_{<}) y_l(kr_{>}), \quad (51)$$

где $r_{>}$ и $r_{<}$ — соответственно большее и меньшее из значений r и r' ; $g_l(kr)$ — введенное ранее регулярное решение однородного уравнения Шредингера (42), имеющее асимптотический вид:

$$g_l(kr) \sim (1/kr) \sin(kr - \eta \ln 2kr - l\pi/2 + \sigma_l); \quad (52)$$

$y_l(kr)$ — нерегулярное решение того же уравнения, имеющее асимптотический вид:

$$\left. \begin{aligned} y_l(kr) &\sim [1/(i kr)] \exp[i(kr - \eta \ln 2kr - l\pi/2 + \sigma_l)]; \\ \sigma_l &= \arg[\Gamma(l+1+i\eta)]. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Аналогично расчетам по обычной оптической модели, эти решения можно после численного решения уравнения Шредингера сплечь на некотором расстоянии вне радиуса действия ядерных сил с линейной комбинацией кулоновских волновых функций вида (50). Напишем выражение для вронскиана этих функций:

$$W(g, y) = y(dg/dr) - g(dy/dr) = k. \quad (54)$$

Выражения для амплитуд рассеяния получим после построения полной волновой функции (41) с помощью функции Грина и сравнения с асимптотическим поведением (12). В приводимых выражениях не учтен спин протона. Введение спина протона в формулы в случае необходимости можно провести довольно легко.

Амплитуда рассеяния первого порядка имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 A_{20}^{(I)} &= (4\pi)^{3/2} \sum_{Jl_1l_2m_2} \exp[i(\sigma_{l_0} + \sigma_{l_2})] Y_{l_2m_2}(\theta, \varphi) \times \\
 &\quad \times \sqrt{2l_0 + 1} (I_2l_2M_2m_2 | JM_0) \times \\
 &\quad \times (I_0l_0M_00 | JM_0) \int_0^\infty r^2 dr g_{l_2} V_{I_2l_2, I_0l_0}^J g_{l_0}. \quad (55)
 \end{aligned}$$

Амплитуда рассеяния второго порядка определяет двухступенчатый процесс, идущий через возбуждение промежуточного состояния I_1l_1 :

$$\begin{aligned}
 A_{20}^{(II)} &= (4\pi)^{3/2} \sum_{Jl_1l_2l_0m_2} \exp[i(\sigma_{l_0} + \sigma_{l_2})] Y_{l_2m_2}(\theta, \varphi) \times \\
 &\quad \times \sqrt{2l_0 + 1} (I_2l_2M_2m_2 | JM_0) (I_0M_0l_00 | JM_0) \times \\
 &\quad \times \left\{ \int_0^\infty r^2 dr g_{l_2} V_{I_2l_2, I_1l_1}^J y_{l_1} \int_0^r g_{l_1} V_{I_1l_1, I_0l_0}^J g_{l_0} (r')^2 dr' + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^\infty r^2 dr g_{l_2} V_{I_2l_2, I_1l_1}^J g_{l_1} \int_r^\infty y_{l_1} V_{I_1l_1, I_0l_0}^J g_{l_0} (r')^2 dr' \right\}. \quad (56)
 \end{aligned}$$

Появление нерегулярных решений y_l в двукратных интегралах (56) весьма неудобно для численных расчетов, и может возникнуть сомнение в устойчивости численных значений.

Однако оказывается, что нерегулярные решения можно полностью устранить из подынтегральных выражений. Для этого введем новые регулярную и нерегулярную функции α_l и β_l :

$$r g_l(kr) \equiv \alpha_l(kr); \quad r y_l(kr) \equiv \beta_l(kr). \quad (57)$$

Тогда радиальные интегралы из (56) принимают вид:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J} &= \int_0^{r_{\max}} dr \alpha_{l_2} V_{l_2l_1}^J \beta_{l_1} \int_0^r dr' \alpha_{l_1} V_{l_1l_0}^J \alpha_{l_0} + \\
 &\quad + \int_0^{r_{\max}} dr \alpha_{l_2} V_{l_2l_1}^J \alpha_{l_1} \int_r^{r_{\max}} dr' \beta_{l_1} V_{l_1l_0}^J \alpha_{l_0}, \quad (58)
 \end{aligned}$$

где $r_{\text{макс}}$ надо выбрать таким, чтобы $V^J(r_{\text{макс}}) \approx 0$. Для чисто ядерного взаимодействия это условие легко достижимо. С учетом кулоновского взаимодействия $r_{\text{макс}}$ должно быть выбрано около 20—40 ферми в зависимости от кулоновского вклада в процесс двойного возбуждения.

Используя выражение для вронскиана $W(\alpha, \beta)$, получаем

$$d(\beta/\alpha)/dr = (1/\alpha^2) [\alpha(d\beta/dr) - \beta(d\alpha/dr)] = -k/\alpha^2. \quad (59)$$

Подставив далее это значение в (58) и проинтегрировав по частям два раза, перепишем (58) следующим образом:

$$\begin{aligned} y &= \frac{\beta_{l_1}(r_{\text{макс}})}{\alpha_{l_1}(r_{\text{макс}})} \int_0^{r_{\text{макс}}} dr \alpha_{l_2} V_{l_2 l_1}^J \alpha_{l_1} \int_0^{r_{\text{макс}}} dr \alpha_{l_1} V_{l_1 l_0}^J \alpha_{l_0} + \frac{1}{ik} \times \\ &\times \int_0^{r_{\text{макс}}} \frac{dr}{\alpha_{l_1}^2} \left(\int_0^r dr' \alpha_{l_2} V_{l_2 l_1}^J \alpha_{l_1} \right) \left(\int_0^r dr' \alpha_{l_1} V_{l_1 l_0}^J \alpha_{l_0} \right). \quad (60) \end{aligned}$$

Таким образом, в расчете амплитуды второго порядка используются интегралы вида $\int_0^r dr \alpha_l V_{l l'}^J \alpha_{l'}$, аналогичные входящим в выражение для амплитуды первого порядка (55). Нерегулярное решение необходимо рассчитать только в асимптотической области. Подобное устранение нерегулярных решений в теории возмущений в общем случае рассмотрено в работе [51]. Вследствие сингулярности нерегулярных решений при $r = 0$ необходимым условием для интегрирования по частям является быстрое обращение $V^J(r)$ в нуль при $r \rightarrow 0$.

Метод последовательных приближений в представлении дифференциальных уравнений

Если продолжать вводить в рассмотрение новые каналы неупругого рассеяния, то число последовательно решаемых уравнений вида (42) — (44) возрастает. Вводя дополнительно более точное, чем (42), соотношение для входного канала рассеяния, получаем первую итерацию метода последовательных приближений. Приведем порядок расчета, предложенного Рейналем [39]. Для записи уравнений используем сокращенные обозначения, введенные выше. Тогда рассматриваемая система связанных уравнений (10) имеет вид:

$$[-T_r - V_{ii} + (E - \varepsilon_i)] f_i(r) = \sum_j V_{ji}(r) f_j(r). \quad (61)$$

В нулевом порядке учитывается только входной канал упругого рассеяния. Тогда единственной волновой функцией, отличной от нуля, будет $f_0^{(0)}(r) = g_0(r)$. Как и ранее, обозначим $g_i(r)$ решения соответствующих (61) однородных уравнений.

В первом порядке сначала рассматривается уравнение вида (43):

$$[-T_r - V_{11} + (E - \varepsilon_1)] f_1^{(1)}(r) = V_{10}(r) f_0^{(0)}(r). \quad (62)$$

Как показано в работе [39], можно найти некоторое численное решение этого уравнения $\varphi_1(r)$ и построить решение $f_1^{(1)}(r) = \varphi_1(r) + \alpha g_1(r)$, где α находится из сшивания с асимптотической волновой функцией $G_l(r) + iF_l(r)$. Аналогично решаются уравнения типа (62) для других каналов, каждый раз с учетом полученных ранее решений $f_j^{(1)}(r)$. Завершается проведение первой итерации решением уравнения для определения волновой функции входного канала:

$$[-T_r - V_{00} + (E - \varepsilon_0)] f_0^{(1)}(r) = \sum_{j>0} V_{j0}(r) f_j^{(1)}(r). \quad (63)$$

Решение имеет вид $f_0^{(1)}(r) = \varphi_0(r) + \alpha g_0(r)$, где α можно найти из сшивания с асимптотикой (50).

Расчет высших порядков итераций использует все полученные на предыдущих этапах волновые функции:

$$\begin{aligned} [-T_r - V_{ii} + (E - \varepsilon_i)] f_i^{(n)}(r) = & V_{oi}(r) f_0^{(n-1)}(r) + \\ & + \sum_{0 < j < i} V_{ji}(r) f_j^{(n)}(r) + \sum_{j>i} V_{ji}(r) f_j^{(n-1)}(r). \end{aligned} \quad (64)$$

Выражение сечений, поляризации, анализирующей способности и вероятности спин-флипа через амплитуды рассеяния

После того как с помощью точных или приближенных методов рассчитаны амплитуды рассеяния (21), все экспериментально наблюдаемые величины можно выразить через эти амплитуды. В изложенных в настоящей работе экспериментах это дифференциальные сечения рассеяния, угловые зависимости поляризации, асимметрии или анализирующей способности и вероятности спин-флипа. Выпишем необходимые соотношения (см. также работу [52]).

Для простоты записи введем амплитуды рассеяния, отличающиеся от (21) численным коэффициентом:

$$F^{nm'_s m_n, 0m_s M_0} = [\mu / (2\pi \hbar^2)] \sqrt{k_n / k_0} A_{nm'_s m_n, 0m_s M_0}^J. \quad (65)$$

Поскольку для рассеяния протонов проекции m'_s и m_s принимают значения $\pm 1/2$, обозначая эти значения только знаками \pm , пред-

ставим амплитуду рассеяния в виде матрицы:

$$F^{M_n M_0} = \begin{pmatrix} F_{++}^{M_n M_0} & F_{+-}^{M_n M_0} \\ F_{-+}^{M_n M_0} & F_{--}^{M_n M_0} \end{pmatrix}. \quad (66)$$

Здесь не делается различия между каналами упругого и неупругого рассеяния, так как это различие содержится лишь в записи амплитуды рассеяния.

Элементы этой матрицы не являются независимыми. На основании общего свойства симметрии амплитуды рассеяния, которое эквивалентно теореме Бора [53]:

$$F_{-m'_s, -M_n, -m_s, -M_0} = (-1)^{m_s - m'_s - M_n + M_0} F_{m'_s M_n m_s M_0}, \quad (67)$$

получим:

$$\begin{aligned} F_{++}^{M_n M_0} &= (-1)^{M_0 - M_n} F_{--}^{-M_n, -M_0}, \\ F_{+-}^{M_n M_0} &= -(-1)^{M_0 - M_n} F_{-+}^{-M_n, -M_0}. \end{aligned} \quad (68)$$

Выражение для сечения тогда приобретает следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{2}{(2s+1)(2I_0+1)} \sum_{M_n M_0} (|F_{++}^{M_n M_0}|^2 + |F_{+-}^{M_n M_0}|^2). \quad (69)$$

При получении соотношений для поляризации, асимметрии, деполаризации и спин-флипа можно воспользоваться результатами общей теории поляризации частиц [54].

Поляризация протонов P в случае неполяризованных падающих протонов записывается следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \cdot P(\theta) \mathbf{n} = \frac{1}{(2s+1)(2I_0+1)} 2 \operatorname{Im} \sum_{M_n M_0} F_{++}^{M_n M_0*} F_{+-}^{M_n M_0}, \quad (70)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, перпендикулярный к плоскости рассеяния.

Анализирующую способность определим как азимутальную асимметрию рассеянных протонов при полностью поляризованном падающем пучке:

$$A(\theta) = \operatorname{Sp}(F\sigma F^+) / \operatorname{Sp}(FF^+). \quad (71)$$

Анализирующую способность можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \cdot A(\theta) &= \frac{(-1)}{(2s+1)(2I_0+1)} 2 \operatorname{Im} \sum_{M_n M_0} (-1)^{M_n - M_0} \times \\ &\times F_{++}^{M_n M_0} F_{+-}^{-M_n - M_0*}. \end{aligned} \quad (72)$$

Как показано в работе [55], при упругом рассеянии нуклонов на неполяризованных ядрах вследствие инвариантности ампли-

туды рассеяния относительно обращения времени поляризация (70) и анализирующая способность (72) совпадают. Поэтому, измеряя асимметрию при упругом рассеянии, тем самым определяем и поляризацию.

Аналогично можно найти соотношение для параметра деполаризации:

$$D = \text{Sp}(\sigma F \sigma F^+) / \text{Sp}(F F^+) \quad (73)$$

и для вероятности спин-флипа, которая, как будет показано ниже, связана с деполаризацией простым соотношением:

$$S = (1 - D)/2; \quad (74)$$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \times$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{\sum_{M_n M_0} (-1)^{M_n - M_0} \text{Re}(F_{++}^{M_n M_0} F_{++}^{-M_n - M_0*} + F_{+-}^{M_n M_0} F_{+-}^{-M_n - M_0*})}{\sum_{M_n M_0} (|F_{++}^{M_n M_0}|^2 + |F_{+-}^{M_n M_0}|^2)} \right\}. \quad (75)$$

Из теоремы О. Бора (67) и (68) легко видеть, что вероятность спин-флипа равна нулю при упругом рассеянии. Тем не менее малую величину спин-флипа можно найти из-за нарушения применимости теоремы Бора, например при спин-спиновом взаимодействии.

Можно предложить также более наглядный способ определения всех измеряемых величин. До сих пор все формулы здесь записывали в системе координат с осью квантования z , направленной по падающему пучку. Введем другую систему координат, где ось z перпендикулярна к плоскости реакции. Обозначим проекции спина протона на эту ось $+$ или $-$ в зависимости от того, куда направлен спин падающего протона (первый индекс) и вылетающего протона (второй индекс). Тогда легко выразить $d\sigma/d\Omega$, P , A , D и S через парциальные сечения:

$$d\sigma/d\Omega = \sigma = \sigma^{++} + \sigma^{+-} + \sigma^{-+} + \sigma^{--}; \quad (76)$$

$$\sigma P = \sigma^{++} + \sigma^{-+} - \sigma^{+-} - \sigma^{--}; \quad (77)$$

$$\sigma A = \sigma^{++} + \sigma^{+-} - \sigma^{-+} - \sigma^{--}; \quad (78)$$

$$\sigma D = \sigma^{++} - \sigma^{+-} + \sigma^{-+} - \sigma^{--}; \quad (79)$$

$$\sigma S = \sigma^{+-} + \sigma^{-+}. \quad (80)$$

Из двух последних соотношений сразу следует (74).

Парциальные сечения можно выразить через амплитуды (24) после перехода к новой системе координат, т. е. поворота на углы Эйлера ($\pi/2$, $\pi/2$, π). Вследствие вращения системы координат

нат в формуле (21) шаровую функцию $Y_{lnm_n}(\theta, \varphi)$ следует заменить произведением $Y_{l\tilde{m}}^*(-\pi/2, \pi) Y_{ln\tilde{m}_n}(\pi/2, \theta)$, где волнистой чертой указаны проекции в системе координат с осью z , перпендикулярной к плоскости реакции*.

Взаимодействие в обобщенной оптической модели неупругого рассеяния

Потенциал взаимодействия. Для описания экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию протонов с возбуждением низколежащих уровней четно-четных ядер РЗЭ во всех расчетах, приводимых в настоящей работе, была использована обобщенная оптическая модель [3—5].

Низколежащие уровни четно-четных тяжелых ядер имеют ярко выраженную коллективную природу и могут быть объяснены как состояния, возникающие из-за наличия статической или динамической деформации ядер. Тогда феноменологическое описание процесса неупругого рассеяния можно представить как возбуждение налетающей частицей колебаний или вращений ядра. Если для случая упругого рассеяния применялись оптическая модель, то в рассматриваемом случае естественным обобщением является допущение несферичности оптического потенциала. Как и в обычной оптической модели упругого рассеяния, полагаем, что радиальная зависимость взаимодействия описывается потенциалом Вудса — Саксона [48]. Тогда потенциал взаимодействия частицы и ядра имеет следующий вид в сферической системе координат:

$$V(r, \theta, \varphi) = -\frac{V}{1 + \exp[(r-R)/a]} - \frac{iW}{1 + \exp[(r-R_i)/a_i]} - 4i \frac{W_s \exp[(r-R_i)/a_i]}{\{1 + \exp[(r-R_i)/a_i]\}^2} - v_{s.o}(r, \theta, \varphi) + V_{\text{кул}}(r, \theta, \varphi), \quad (81)$$

где V — глубина действительного потенциала; W — глубина потенциала объемного поглощения; W_s — глубина потенциала поверхностного поглощения; R, a — радиус и диффузность действительного потенциала; R_i, a_i — радиус и диффузность мнимых потенциалов; $v_{s.o}$ — спин-орбитальный потенциал; $V_{\text{кул}}$ — кулоновский потенциал.

Несферичность потенциала, т. е. зависимость от углов θ, φ , появляется как следствие предположения о деформации поверхности. Для вибрационных состояний сферических ядер отклонение

* Заметим, что в работе [56] допущена ошибка в знаке амплитуды.

радиуса R и R_i от радиуса сферической формы R_0 можно разложить по мультиполям, введя параметры динамической деформации $\alpha_{\lambda\mu}$:

$$R - R_0 = R_0 \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi); \quad (82)$$

$$R_i - R_{0i} = R_{0i} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi). \quad (83)$$

Аналогичные соотношения для аксиально-симметричного деформированного ядра имеют вид:

$$R - R_0 = R_0 \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta'); \quad (84)$$

$$R_i - R_{0i} = R_{0i} \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta'), \quad (85)$$

где θ' — угол в системе координат, связанной с ядром; β_{λ} — параметры деформации. Введем радиальные параметры с помощью соотношений:

$$R_0 = r_0 A^{1/3}; \quad R_{0i} = r_{0i} A^{1/3}. \quad (86)$$

Допускается возможность различия радиусов действительной и мнимой частей потенциала, поскольку поглощение и рассеяние частицы могут происходить на разных расстояниях. В то же время радиальные параметры потенциалов объемного и поверхностного поглощения предполагаются одинаковыми.

Спин-орбитальная зависимость потенциала. В некоторых ранних работах спин-орбитальный потенциал даже в случае деформированных ядер имеет следующий вид:

$$\tilde{v}_{s.o} = - \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 [(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}) \frac{1}{r} \cdot \frac{dV(r, \theta, \varphi)}{dr}], \quad (87)$$

где m_{π} — масса π -мезона. Однако, как ясно из основных принципов введения спин-орбитального потенциала [57], выражение (87) справедливо лишь для сферически симметричного потенциала $V(r)$. Учет возможности деформации спин-орбитального потенциала для деформированных ядер должен проводиться последовательно. Спин-орбитальная зависимость потенциала взаимодействия принимает вид так называемой полной формы Томаса:

$$v_{s.o} = \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 \boldsymbol{\sigma} \left[\frac{1}{i} \nabla \cdot \nabla (V_{s.o}(r, \theta, \varphi)) \right], \quad (88)$$

где

$$V_{s.o}(r, \theta, \varphi) = (V_{s.o} + iW_{s.o}) \{1 + \exp[(r - R_{s.o})/a_{s.o}]\}^{-1}. \quad (89)$$

В соответствии с формулами (82), (84) для вибрационной и вращательной моделей представим $R_{s.o.}$ в следующем виде:

$$R_{s.o.} - R_{0s.o.} = R_{0s.o.} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi); \quad (90)$$

$$R_{s.o.} - R_{0s.o.} = R_{0s.o.} \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta'); \quad (91)$$

$$R_{0s.o.} = r_{0s.o.} A^{1/3}. \quad (92)$$

Впервые расчеты неупругого рассеяния протонов со спин-орбитальным потенциалом сложного вида (88) провели Шериф и Блейр [58]. В некоторых последующих работах было показано, что правильный учет спин-орбитальной зависимости потенциала при рассмотрении рассеяния протонов с возбуждением коллективных уровней приводит к улучшению согласия с экспериментальными данными по асимметрии и вероятности спин-флипа. Поэтому все расчеты, проведенные в настоящей работе с учетом спин-орбитального взаимодействия, были проведены с потенциалом вида (88).

Как показали пробные расчеты, учет поглощения в спин-орбитальном потенциале (89) не приводит к каким-либо качественным изменениям и очень мало изменяет глубину, радиус и диффузность ($V_{s.o.}$, $R_{s.o.}$, $a_{s.o.}$) действительной части спин-орбитального потенциала. Поэтому в дальнейших расчетах всегда $W_{s.o.} = 0$.

Взаимодействие налетающего протона с кулоновским полем ядра. Кулоновское взаимодействие заряженных частиц средних энергий (до 100 Мэв) с тяжелыми ядрами весьма существенно в канале упругого и неупругого рассеяния. Достаточно отметить, что при малых углах рассеяния ($< 20^\circ$) сечение упругого рассеяния практически совпадает с резерфордским. В каналах неупругого рассеяния имеется значительный вклад кулоновского возбуждения, роль которого резко возрастает при уменьшении энергии налетающих частиц, что приводит к необходимости более точного учета его при малых энергиях. Существенное значение при малых энергиях приобретает также интерференция кулоновского и ядерного рассеяния.

Нерелятивистское кулоновское взаимодействие может быть представлено в следующем виде [46]:

$$\begin{aligned} V_{\text{кул}} &= ZZ_{\text{я}} e^2 \int \rho(r', \theta', \varphi') (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)^{-1} dr' = \\ &= 4\pi ZZ_{\text{я}} e^2 \sum_{\lambda\mu} \int \rho(r', \theta', \varphi') (2\lambda + 1)^{-1} \times \\ &\times r_{>}^{\lambda} r_{<}^{-(\lambda+1)} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) Y_{\lambda\mu}^*(\theta', \varphi') (r')^2 dr' d\Omega', \end{aligned} \quad (93)$$

где $Z, Z_{\text{я}}$ — заряд налетающей частицы и ядра; $\rho(r', \theta', \varphi')$ — распределение заряда в ядре мишени; $r_>, r_<$ — большие и меньшие значения из r и r' .

При энергиях налетающих частиц, существенно превышающих кулоновский барьер, достаточно хорошим приближением для распределения заряда в ядре является распределение с острым краем, т. е. постоянная плотность внутри сферы с кулоновским радиусом $R_c(\theta', \varphi')$ и нуль вне этой сферы:

$$\rho_0(r', \theta', \varphi') = 3\theta(R_c(\theta', \varphi') - r')/4\pi R_c^3, \quad (94)$$

где $\theta(\Delta r) = 1$ при $\Delta r > 0$; $\theta(\Delta r) = 0$ при $\Delta r < 0$.

Однако, как будет показано далее, при сравнении расчетов с экспериментальными данными, при энергиях вблизи кулоновского барьера необходимо уточнение формы распределения заряда в ядре. Разумно выбрать фермиевское распределение заряда в ядре:

$$\rho_F(r', \theta', \varphi') = N \{1 + \exp[(r' - R_c(\theta', \varphi'))/a_c]\}^{-1}, \quad (95)$$

где

$$N = \left[4\pi \int_0^{\infty} \{1 + \exp[(r - R_c)/a_c]\}^{-1} r^2 dr \right]^{-1}. \quad (96)$$

По аналогии с ядерным и спин-орбитальным потенциалами введем параметры деформации кулоновского потенциала в вибрационной и вращательной моделях с помощью следующих соотношений:

$$R_c - R_{0c} = R_{0c} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi); \quad (97)$$

$$R_c - R_{0c} = R_{0c} \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta'); \quad (98)$$

$$R_{0c} = r_{0c} A^{1/3}. \quad (99)$$

Определение длины рассеяния. В результате сравнения расчетов неупругого рассеяния по обобщенной оптической модели с экспериментальными данными, как правило, радиальные параметры для всех членов потенциала оказываются немного различными. Как уже отмечалось, причина этого может заключаться в различии физических процессов, сопоставляемых разным частям оптического потенциала. Тогда деформации отдельных частей потенциала также оказываются различными. Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере действительного и мнимого потенциалов в модели аксиально-симметричного ядра, обладающего только квадрупольной деформацией. Из формул (81), (84)

и (85) заключаем, что действительный и мнимый потенциалы являются функциями следующего вида:

$$U(r, \theta) = U \{r - R_0 (1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))\}; \quad (100)$$

$$W(r, \theta) = W \{r - R_{0i} (1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))\}. \quad (101)$$

Отсюда эквипотенциальные поверхности каждого из потенциалов:

$$r - R_0 - R_0 \beta_2 Y_{20}(\theta) = \text{const}; \quad (102)$$

$$r - R_{0i} - R_{0i} \beta_2 Y_{20}(\theta) = \text{const} \quad (103)$$

будут иметь различные деформации, если при $R_0 \neq R_{0i}$ параметры β_2 в (100) и (101) выбраны одинаковыми. Если принять физически более оправданную точку зрения, что все части обобщенного оптического потенциала (81) должны иметь одинаковую деформацию, то формулу (101) необходимо представить следующим образом:

$$W(r, \theta) = W \{r - R_{0i} (1 + (\beta_2 R_0 / R_{0i}) Y_{20}(\theta))\}. \quad (104)$$

Таким образом, при выбранном для действительной части потенциала параметре деформации β_2 , соответствующий параметр для мнимого потенциала равен $\beta_2 R_0 / R_{0i}$. В общем случае для каждого потенциала имеет место следующее равенство:

$$\beta_\lambda R_0 = \text{const}. \quad (105)$$

Эту величину в некоторых работах принято называть длиной рассеяния. Отметим также, что имеет смысл сравнивать не величины деформаций, получаемые из различных экспериментов, а величины длин рассеяния $\beta_\lambda R_0$.

Мультипольное разложение потенциалов. Проводить численные расчеты с потенциалом вида (81) с учетом соотношений (82) было бы весьма затруднительно. Поэтому имеет смысл воспользоваться физически оправданными возможностями упростить выражение для потенциала.

Очевидно, что для проведения дальнейшего расчета матричных элементов было бы полезно представить потенциал в виде разложения по мультиполям. При малых величинах параметров деформации можно найти коэффициенты разложения потенциала по мультиполям с помощью разложения в ряд Тейлора по степеням $(\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu})$ или $(\sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0})$. Приведем для примера выражения, полученные для коэффициентов разложения по мультиполям при

наличии постоянной квадрупольной и гексадекапольной деформаций с учетом членов второго порядка:

$$\tilde{V}_0 = V(r - R_0) + \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} R_0 \beta_2^2 + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} R_0^2 \beta_2^2 + O(\beta_2 \beta_4); \quad (106)$$

$$\tilde{V}_2 = -\frac{\partial V}{\partial r} R_0 \beta_2 + \frac{1}{7} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} R_0^2 \beta_2^2 + O(\beta_2 \beta_4); \quad (107)$$

$$\tilde{V}_4 = -\frac{\partial V}{\partial r} R_0 \beta_4 + \frac{1}{7} \sqrt{\frac{9}{4\pi}} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} R_0^2 \beta_2^2 + O(\beta_2 \beta_4). \quad (108)$$

Как видно, в выражение для диагональной части, помимо обычного сферически симметричного потенциала, входит поправка второго порядка по β_2 .

Общие выражения для разложения в ряд Тейлора в случае вибрационной модели с учетом членов второго порядка малости $(\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu})^2$ приведены в работе Тамура [4].

Как показывают проведенные нами расчеты, применяя вибрационную модель к тяжелым ядрам, достаточно пользоваться лишь членами первого порядка в разложении потенциала. Действительно, параметры деформаций достаточно малы для фононных возбуждений тяжелых ядер.

Большие параметры квадрупольной деформации имеются у тяжелых деформированных ядер. В этом случае даже учет членов второго порядка в (106)—(108) может оказаться недостаточным. Однако именно при использовании вращательной модели можно найти коэффициенты мультипольного разложения потенциала с учетом всех порядков по деформации. Эти коэффициенты определяются следующим соотношением:

$$\begin{aligned} v_\lambda(r) &= \int V(r - R(\Omega)) Y_{\lambda 0}(\Omega) d\Omega = \\ &= 4\pi \int_0^1 V(r - R(\theta)) Y_{\lambda 0}(\cos \theta) d(\cos \theta). \end{aligned} \quad (109)$$

Численное интегрирование можно провести, поскольку параметры деформации β_λ являются обычными числами. В результате каждый коэффициент $v_\lambda(r)$ представляет собой сумму бесконечного числа членов разложения в ряд Тейлора. К сожалению, аналогичную процедуру нельзя провести при использовании вибрационной модели, так как $\alpha_{\lambda\mu}$ являются операторами.

В любом случае в обобщенной оптической модели можно выделить диагональную часть взаимодействия $V_{\text{диаг}}$, входящую в однородные уравнения (39) для определения искаженных волн, и часть взаимодействия $V_{\text{связ}}$, ответственную за переходы между состояниями.

Подчеркнем, что при использовании вращательной модели в соответствии с соотношениями (84), (85) разложение потенциала по мультиполям ведется в системе координат, связанной с ядром. После этого для перехода в пространственную систему координат применяется соотношение

$$Y_{\lambda 0}(\theta') = \sum_{\mu} D_{\mu 0}^{\lambda}(\theta_i) Y_{\lambda \mu}(\theta, \varphi), \quad (110)$$

где углы Эйлера θ_i определяют ориентацию ядра в пространстве; функции D используются для перехода между системами координат.

Расчет матричных элементов. Матричные элементы переходов, определенные соотношением (11) и входящие в систему связанных уравнений (10), можно рассчитать с использованием мультипольного разложения потенциала и волновых функций выбранной коллективной модели ядра.

Следуя работам [3, 4], можно записать в общем случае разложение потенциала по мультиполям, выделив оператор, действующий лишь на внутренние переменные ядра ξ :

$$V_{\text{связ}}(\mathbf{r}, \xi) = \sum_{\lambda \mu} v_{\lambda}(r) T_{\lambda \mu}(\xi) Y_{\lambda \mu}(\theta, \varphi). \quad (111)$$

Например, из предыдущего рассмотрения следует, что во вращательной модели оператор $T_{\lambda \mu}(\xi) \sim D_{\mu 0}^{\lambda}(\theta_i)$, в вибрационной модели [59] при разложении потенциала по деформации до первого порядка $T_{\lambda \mu}(\xi) \sim \alpha_{\lambda \mu}$.

Матричные элементы (11) можно выразить через приведенные матричные элементы $\langle I \| T_{\lambda} \| I_1 \rangle$, определенные следующим соотношением:

$$\langle I \| T_{\lambda} \| I_1 \rangle = \frac{(2I+1)}{(I_1 \lambda M_{1\mu} | IM)} \langle \chi_{IM} | T_{\lambda \mu}(\xi) | \chi_{I_1 M_1} \rangle. \quad (112)$$

Приведем это общее соотношение, полученное в работе Тамура [4]:

$$\begin{aligned} V_{I_1 j_1 I_1 j_1}^J = & \sum_{\lambda} v_{\lambda}(r) \langle I \| T_{\lambda} \| I_1 \rangle \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (-1)^{J-s-I_1+l+l_1+(l_1-l)/2} \times \\ & \times \sqrt{2l+1} \sqrt{2l_1+1} \sqrt{2j+1} \sqrt{2j_1+1} (ll_1 00 | \lambda 0) \times \\ & \times W(j I_1 I_1; J \lambda) W(l j l_1 j_1; s \lambda). \end{aligned} \quad (113)$$

Приведенные матричные элементы можно найти с помощью коллективных моделей ядра. Для экспериментальных данных, обсуждаемых в настоящей работе, достаточно рассмотреть простейшие модели: вибрационную с возбуждением однофонных состояний и модель аксиально-симметричного ротатора. Используя соответствующие волновые функции, по формуле (112) полу-

чаем [4] для переходов с основного на однофоновые состояния вибрационной модели:

$$\langle 0 \| T_\lambda \| I \rangle = \delta_{\lambda I} (-1)^I \beta_\lambda, \quad (114)$$

где параметр β_λ в вибрационной модели введен таким образом, что $\beta^2 = \langle 0 | \sum_\mu |\alpha_\mu|^2 | 0 \rangle$, т. е. представляет собой ожидаемое значение величины $\sum_\mu |\alpha_\mu|^2$ в основном состоянии.

Производя подобный расчет для вращательной модели при наличии аксиальной симметрии, находим

$$\langle I \| T_\lambda \| I_1 \rangle = \sqrt{2I+1} \sqrt{2I_1+1} (I_1 \lambda K 0 | I K). \quad (115)$$

Следует отметить важное обстоятельство, обнаруженное Баком [3]: диагональные матричные элементы потенциала $V_{\text{связ}}$ в первом порядке по $\alpha_{\lambda\mu}$ для вибрационной модели равны нулю, т. е.

$$\langle I \| T_\lambda \| I \rangle = 0. \quad (116)$$

Этот факт является следствием того, что взаимодействие (114) в вибрационной модели может вызывать переходы только между состояниями, отличающимися одним или несколькими фонами. В то же время во вращательной модели аналогичные матричные элементы отличны от нуля, и их можно рассчитать по формуле (115). Это обстоятельство позволяет ожидать различия результатов расчета по вибрационной и вращательной моделям. Однако, так показывают численные расчеты, это различие проявляется только при значительных деформациях. Подробное рассмотрение результатов этих численных расчетов будет проведено при сравнении с экспериментальными данными.

Адиабатическое приближение

При расчете неупругого рассеяния частиц деформированными ядрами, при условии существенного превышения энергии частицы над энергиями возбуждения ядра, может применяться адиабатическое приближение. Впервые в проблеме рассеяния оно было использовано С. И. Дроздовым [5]. При отмеченном условии в нулевом приближении можно опустить гамильтониан ядра мишени в формуле (1), в данном случае оператор энергии вращения ядра. Тогда асимптотическая волновая функция приобретает вид:

$$\Psi_{\text{асимпт}} = \{ \exp(ikz) + \exp(ikr) \mathcal{F}(\theta, \varphi, \theta_i) / r \} \chi_{IKM}(\theta_i), \quad (117)$$

где $\chi_{IKM}(\theta_i)$ — волновая функция основного состояния ядра мишени; θ_i — углы Эйлера, определяющие ориентацию ядра;

$\mathcal{F}(\theta, \varphi, \theta_i)$ — амплитуда рассеяния на неподвижном ядре. Поскольку ядро считается фиксированным в процессе рассеяния, ясно, что в разложении полной волновой функции Ψ нет суммирования по каналам рассеяния, соответствующим различным состояниям ядра мишени. Иными словами, моменты l_n и j оказываются несвязанными. Таким образом, разложение полной функции можно записать следующим образом [4]:

$$\Psi = \sum_{ljk_j} f_{ljk_j}(r) \Phi'_{ljk_j}, \quad (118)$$

здесь штрихом помечена система координат, связанная с ядром; k_j — проекция полного углового момента налетающего нуклона для парциальной l -волны.

При использовании системы координат, связанной с ядром, удается избежать связи между различными парциальными волнами с разными значениями k_j . Тогда систему связанных уравнений (10) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & [-T_r - V_{\text{диаг}} + E] f_{ljk_j}(r) = \\ & = \sum_{l'j'} \langle \Phi'_{ljk_j} | V_{\text{связ}} | \Phi'_{l'j'k_j} \rangle f_{l'j'k_j}. \end{aligned} \quad (119)$$

Таким образом, в адиабатическом приближении система связанных уравнений значительно упрощается. Поскольку ядро неподвижно, что означает пренебрежение его угловым моментом в процессе рассеяния, в системе уравнений (119) учтены все каналы рассеяния.

Значительная часть расчетов настоящей работы была проведена в адиабатическом приближении. Действительно, условие применимости приближения имеет вид [5]:

$$kR(\Delta E/E) \ll 1, \quad (120)$$

где k — волновое число налетающей частицы; R — радиус ядра; ΔE — энергия возбуждения уровня ядра; E — энергия падающей частицы. Это условие выполняется для возбуждения уровней вращательной полосы основного состояния сильно деформированных тяжелых ядер при энергиях падающих протонов более 10 $Mэв$.

3. СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В этом разделе рассмотрен анализ экспериментальных данных [6—8] по неупругому рассеянию протонов с энергией 12 и 24,5 $Mэв$ ядрами РЗЭ. Результаты других авторов, полученные

при энергии протонов 16 Мэв [10], а также по рассеянию α -частиц [16, 17] и дейтонов, обсуждены в следующем разделе.

Хотя существенное значение при отыскании правильных путей анализа имеют расчеты, основанные на применении приближенного метода учета эффектов второго порядка [37, 38], для рассмотренных ниже расчетов использованы программа расчета КАСТОР и программа метода последовательных приближений [39]. Проверено, что для сходимости решения последней программы требуется не более двух итераций при значениях параметров, типичных для ядер редкоземельной области, и это решение практически совпадает с результатом точного численного решения системы связанных уравнений.

Анализ рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами Sm

Угловые распределения для упругого рассеяния протонов и неупругого рассеяния с возбуждением уровня 2^+ ($0,082 \text{ Мэв}$), 4^+ ($0,267 \text{ Мэв}$) и 6^+ ($0,542 \text{ Мэв}$) ядер ^{154}Sm , полученные в работе [6], были рассчитаны по программе точного численного решения в адиабатическом приближении с использованием несферического оптического потенциала [60]. В расчетах пренебрегалось спин-орбитальной зависимостью, поскольку было проверено, что учет ее меняет рассчитанные сечения упругого рассеяния протонов с энергией 12 Мэв и неупругого 2^+ и 4^+ лишь на несколько процентов при углах меньших 150° . Сечение с возбуждением уровня 6^+ меняется сильнее, но экспериментальные погрешности в определении его велики *. Как и следовало ожидать, адиабатическое приближение вносит небольшую погрешность только в расчет сечения наиболее высоко возбужденного уровня 6^+ в ^{154}Sm . Оказалось, что при энергии налетающих протонов 12 Мэв нет необходимости вводить в оптический потенциал объемное поглощение. Поэтому все расчеты были выполнены с учетом только поверхностного поглощения.

Поиск наилучших параметров для рассеяния протонов ядрами ^{154}Sm осуществлялся по методу наименьших квадратов одновременно для экспериментальных данных об угловых распределениях упругого и неупругого рассеяния с возбуждением уровней 2^+ , 4^+ , 6^+ вращательной полосы. Как показали предварительные расчеты, неопределенность в выборе глубины действительной части потенциала и радиального параметра, существующая при анализе

* Часть расчетов повторена ниже без применения адиабатического приближения и с учетом спин-орбитальной зависимости потенциала.

только упругого рассеяния [1], остается и в расчете сечений по методу сильной связи. Радиальный параметр r_0 можно изменять в пределах примерно от 1,16 до 1,23 ферми и после соответствующего изменения глубины потенциала получить практически неизменное значение χ^2 . Поэтому для удобства сравнения результатов обработки эксперимента значение радиального параметра было взято $r_0 = 1,204$, как в работе [61], где анализировались данные при энергии 16 Мэв. Значение $r_{0i} = 1,243$ также не менялось в процессе обработки.

Поскольку энергия налетающих протонов близка к высоте кулоновского барьера для ядер Sm, распределение заряда в ядре учитывалось более точно, чем в ранних работах. Оно имело вид фермиевского распределения (95) с диффузностью, равной диффузности действительного потенциала. При разложении кулоновского потенциала по мультиполям при численном интегрировании учитывались все порядки в разложении по степеням квадрупольной деформации. Аналогичное разложение по мультиполям при

использовании вращательной модели велось для других частей несферического оптического потенциала.

В данной программе можно было учитывать лишь члены четвертого порядка в разложении потенциала по мультиполям. Однако следующий коэффициент шестого порядка содержит член, пропорциональный $(\partial^2 V / \partial r^2) R_0^2 \beta_2^2$, и при больших значениях β_2 вносит вклад, в особенности в сечение возбуждения уровня 6^+ . Поэтому после отыскания наилучших

Таблица 1

Параметры оптического потенциала и деформации для рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами ^{154}Sm

Потенциал	Глубина потенциала, Мэв	Радиальный параметр, ферми	Параметр диффузности, ферми	Деформация
V	56,7	1,204	0,741	$\beta_2=0,284$ $\beta_4=0,046$
W_s	8,62	1,243	0,629	
$V_{\text{кул}}$	—	1,204	0,741	

значений параметров оптического потенциала и деформаций, указанных в табл. 1, сечение неупругого рассеяния с возбуждением уровня 6^+ было рассчитано по программе метода последовательных приближений, содержащей следующие члены разложения.

Сравнение с экспериментальными данными приведено на рис. 1, там же даны результаты расчета с распределением заряда ядра с острым краем при тех же значениях остальных параметров. Как видно из рисунка, наиболее сильно меняется сечение рассеяния с возбуждением уровня 2^+ . Компенсации можно достигнуть лишь при увеличении β_2 примерно на 15%. Таким образом, использование более обоснованного фермиевского распределения весьма существенно при энергии протонов 12 Мэв. Точность определения параметров деформации составляет около 10%.

Для расчета рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами ^{148}Sm были взяты те же параметры оптического потенциала, как

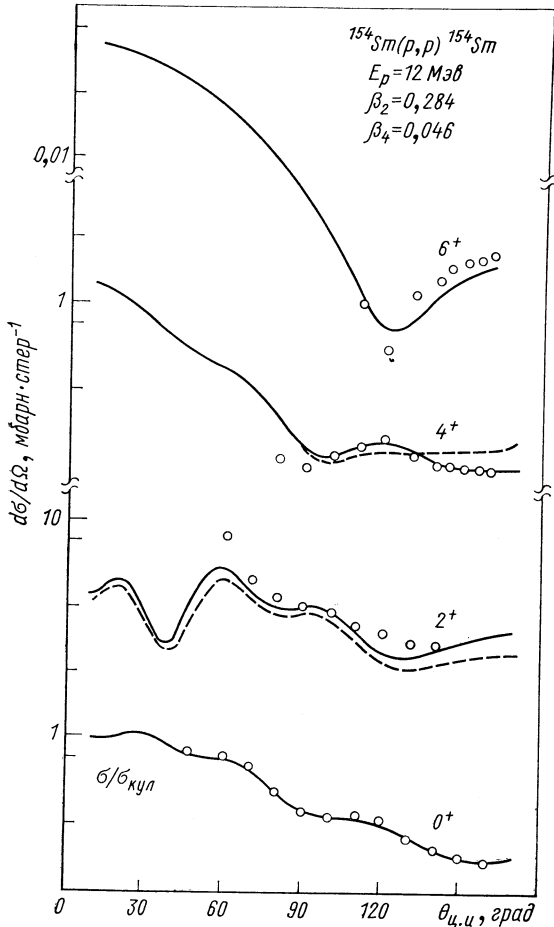


Рис. 1. Угловые распределения упругого и неупругого рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами ^{154}Sm :

○ ○ ○ — экспериментальные данные; — — — — расчет с фермиевским распределением [заряда]; - - - - - расчет с острым краем.

для ^{154}Sm (см. табл. 1), и по методу наименьших квадратов подбиралось только значение квадрупольной деформации. Найдено значение $\beta_2 = 0,13$. Как видно из рис. 2, экспериментальные и теоретические угловые распределения согласуются достаточно хорошо.

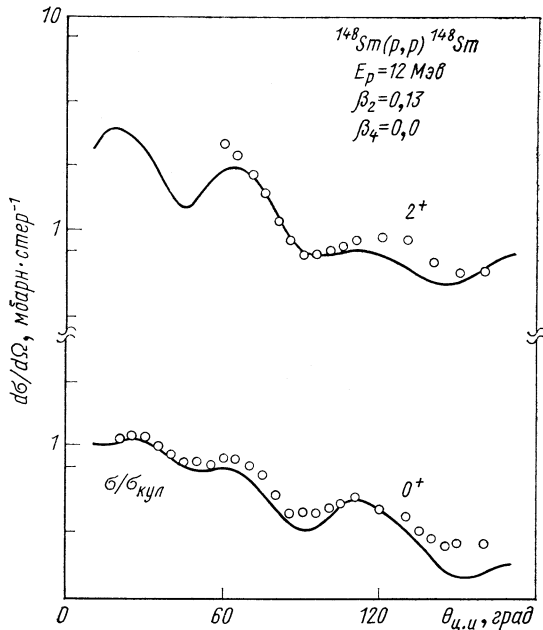


Рис. 2. Угловые распределения упругого и неупругого рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами ^{148}Sm :
 ○○○ — экспериментальные данные; — — расчет с фермиевским распределением заряда;

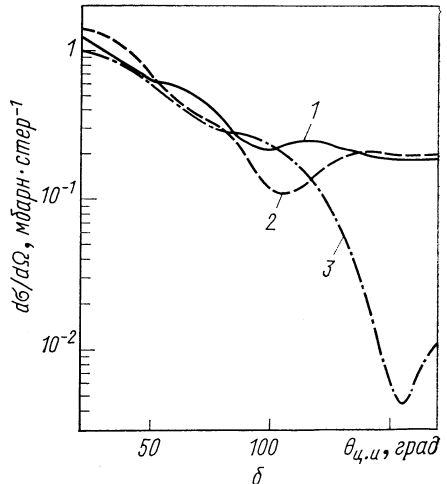
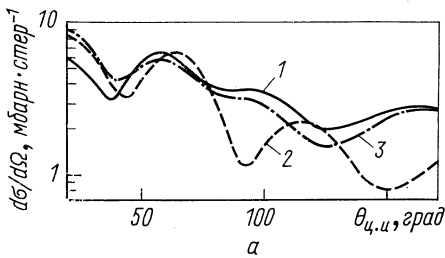


Рис. 3. Расчет сечения неупругого рассеяния протонов с энергией 12 Мэв с возбуждением уровней 2^+ (а) и 4^+ (б) ^{148}Sm по методу сильной связи каналов:

1 — $\beta_2 = 0,284$, $\beta_4 = 0,046$; 2 — $\beta_2 = -0,284$, $\beta_4 = 0,046$; 3 — $\beta_2 = 0,284$, $\beta_4 = -0,046$.

Знак параметров деформаций определяется весьма надежно. Для иллюстрации на рис. 3 приведены результаты расчетов сече-

ний неупругого рассеяния протонов с возбуждением уровней 2^+ и 4^+ при различных выбранных комбинациях знаков параметров β_2 и β_4 . Видно, что первое из этих сечений более чувствительно к знаку β_2 , а второе — к знаку β_4 .

Оценка вероятности спин-флипа при неупругом рассеянии

Малое значение вероятности спин-флипа при неупругом рассеянии 12 *Мэв* протонов с возбуждением первых уровней 2^+ ядер Sm [7] свидетельствует о малом вкладе спин-орбитальных сил в амплитуды рассеяния. Для рассеяния на ядрах ^{148}Sm эксперимент дает при всех углах значение вероятности спин-флипа, равное нулю, с погрешностью 2—3%. Расчет вероятности спин-флипа по методу связанных каналов с параметрами (см. табл. 2) также свидетельствует о малой вероятности спин-флипа, давая значение, слабо меняющееся при изменении угла рассеяния протона от 0,005 до 0,01.

Эксперимент обнаруживает увеличение вероятности спин-флипа для деформированного ядра ^{152}Sm . Однако расчет дает значение, мало отличное от результата для ^{148}Sm . Такой же результат получится при расчете в первом порядке борновского приближения, когда все амплитуды пропорциональны квадрупольной деформации, а их отношение, входящее в выражение для вероятности спин-флипа (75), не зависит от деформации.

Интересно отметить, что обнаруженная зависимость вероятности спин-флипа от деформации проявляется в расчете при энергии 24,5 *Мэв*. Здесь результат для деформированного ядра превышает значения вероятности для сферического ядра примерно в 2 раза при углах около 90—120°. Угловое распределение становится неизотропным, приобретая характерный максимум при задних углах (около 160°). Величина вероятности в максимуме для деформированного ядра достигает значения около 0,4. Такое увеличение вероятности спин-флипа при росте энергии протонов позволяет предположить, что измерения при энергиях около 20 *Мэв* и выше были бы полезны при изучении спин-орбитального взаимодействия протона с деформированным ядром мишени.

Возбуждение октупольных колебаний в ядрах Sm при неупругом рассеянии протонов с энергией 12 *Мэв*

Здесь анализируются полученные угловые распределения неупруго рассеянных протонов с возбуждением уровней 3^- ядер ^{148}Sm и ^{154}Sm . Наличие этих уровней в ядрах объясняется существованием октупольных колебаний поверхности. Они были впервые обнаружены при изучении электромагнитных переходов

типа $E3$, идущих с большой вероятностью. Приведенные вероятности электромагнитных переходов $B(E3)$ и параметры октупольной деформации β_3 были определены в работах по кулоновскому возбуждению при рассеянии на ядрах различных заряженных частиц с энергией меньше кулоновского барьера [62]. При увеличении энергии падающих заряженных частиц помимо процесса кулоновского возбуждения значительную роль приобретает ядерное взаимодействие, также приводящее к возбуждению октупольных колебаний в ядрах.

Методом расчета при малых значениях деформации может быть первый порядок борновского приближения с искаженными волнами. Однако, как показано ниже, учет связи каналов для квадрупольных и октупольных возбуждений может существенно изменить результаты расчета.

Для значительного числа изотопов ядер РЗЭ Элбеком и сотр. были проведены измерения неупругого рассеяния дейтронов при энергии 12 Мэв с возбуждением октупольных состояний [62, 63]. Однако измерения проводились при двух-трех углах рассеяния, что затрудняло анализ.

Расчеты с использованием вибрационной модели были проведены по программе метода последовательных приближений [64]. Поскольку состояния 3^- имеют сравнительно большую энергию возбуждения ($1,162 \text{ Мэв}$ — для ^{148}Sm и $1,011 \text{ Мэв}$ — для ^{154}Sm), учитывалась неадиабатичность процесса. Деформация действительной спин-орбитальной части потенциала бралась по полной форме Томаса. В расчетах пренебрегалось малым вкладом возбуждения двухфононного состояния 4^+ ($1,181 \text{ Мэв}$) ядра ^{148}Sm , не разрешенного с уровнем 3^- . В работе [65] показано, что этот вклад не превышает 10% в сечении.

Связь канала 3^- с каналом упругого рассеяния невелика, и учет канала 3^- слабо меняет сечение упругого рассеяния. Тем не менее одновременное рассмотрение каналов 0^+ , 2^+ , 3^- может изменить параметры расчета, так как угловое распределение неупруго рассеянных протонов с возбуждением состояния 3^- существенно зависит от выбора параметров оптического потенциала.

Действительно, расчет с учетом связи каналов 0^+ , 2^+ , 3^- для ^{148}Sm , проведенный с набором параметров оптического потенциала (см. табл. 1) и $\beta_2 = 0,13$, $\beta_3 = 0,15$, дает плохое согласие с экспериментальным сечением 3^- . Этот набор параметров был определен выше из анализа только 0^+ - и 2^+ -каналов и при учете фермиевского размытия потенциала дает неплохое согласие с экспериментом.

Значительного улучшения при сравнении с данными по всем трем каналам можно достигнуть, как видно из рис. 4, небольшим увеличением на 3 Мэв глубины действительного потенциала при

выборе параметров деформации $\beta_2 = 0,126$, $\beta_3 = 0,155$. Учитывалась также спин-орбитальная зависимость потенциала. Параметры приведены в табл. 2. Наблюдаемое отклонение расчетной кривой для канала упругого рассеяния можно объяснить неточностью абсолютной нормировки измеренного сечения.

Исследование возбуждения октупольных колебаний несферического ядра ^{154}Sm представляет собой значительно более сложную

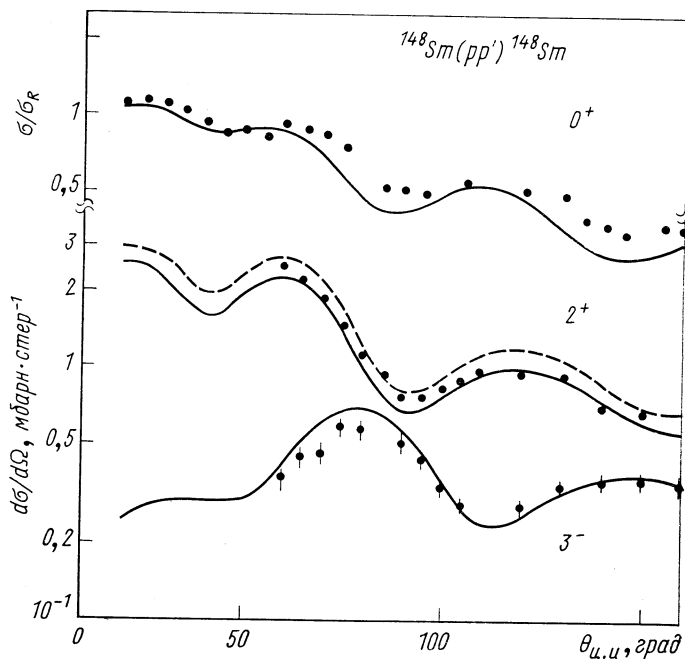


Рис. 4. Угловые распределения упругого и неупругого рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами ^{148}Sm :

●●● — экспериментальные данные; — — — — расчет с набором параметров табл. 2; - - - - тот же набор параметров, но $\beta_2 = 0,14$.

задачу. Возбужденное состояние 3^- (1,011 Мэв) входит в состав вращательной полосы отрицательной четности 1^- , 3^- , 5^- и т. д. Волновые функции ядра должны учитывать возможность октупольных колебаний несферической поверхности [66]. Расчеты с такими функциями до сих пор не были проведены из-за существенного усложнения вычислений. Различие угловых распределений упругого рассеяния и неупругого с возбуждением уровня 2^+ , рассчитанных по вращательной и вибрационной модели, невелико. Поэтому была сделана попытка оценить влияние на октупольные колебания несферичности ядра, т. е. наличие деформации β_2 .

проводя расчет по чисто вибрационной модели с параметрами оптической модели из табл. 2. Качественное согласие получается при значении параметра октупольной деформации $0,06 \pm 0,02$.

Таблица 2

Параметры обобщенного оптического потенциала для рассеяния протонов с энергией 12 Мэв ядрами Sm, дающие наилучшее согласие с экспериментом

Ядро	Потенциал	Глубина потенциала, Мэв	Радиальный параметр, ферми	Диффузность, ферми	Деформация
^{154}Sm	V	56,7	1,204	0,741	$\beta_2 = 0,28 \pm 0,02$ $\beta_3 = 0,06 \pm 0,02$
	W_s	8,6	1,243	0,63	
	$V_{s.o}$	6	1,06	0,74	
^{148}Sm	V	60	1,204	0,741	$\beta_2 = 0,126 \pm 0,01$ $\beta_3 = 0,155 \pm 0,01$
	W_s	8,6	1,243	0,63	
	$V_{s.o}$	6	1,06	0,74	

Анализ рассеяния поляризованных протонов с энергией 24,5 Мэв ядрами ^{148}Sm и ^{152}Sm

Наличие данных по анализирующей способности упруго и неупруго рассеянных протонов позволяет значительно увеличить точность определения параметров оптического потенциала и параметров деформации. Угловые зависимости анализирующей способности представляют собой сильно осциллирующие кривые, форма которых не только зависит от параметров спин-орбитального потенциала, но и в значительной степени определяется всеми остальными параметрами.

Теоретическое описание экспериментальных данных [8] было проведено с помощью неадиабатической программы метода последовательных приближений [39]. Деформация действительной спин-орбитальной части потенциала учитывалась в полной форме Томаса. Вводились поправки для значений деформации различных частей потенциала с целью соблюдения равенства длины рассеяния βR при различных радиальных параметрах.

Расчеты угловых распределений сечений и асимметрии упругого рассеяния протонов сферическими ядрами ^{148}Sm и неупругого рассеяния с возбуждением уровней 2^+ (0,551 Мэв) и 3^- (1,162 Мэв) велись с использованием вибрационной модели с учетом связи всех трех каналов. Как указывалось ранее, вкладом не разрешенного на эксперименте двухфононного состояния 4^+ (1,181) можно было пренебречь [65].

Для рассеяния протонов ядрами ^{152}Sm принималась вращательная модель. При этом учитывалась связь четырех состояний: 0^+ , 2^+ ($0,122 \text{ Мэв}$), 4^+ ($0,366 \text{ Мэв}$) и 6^+ ($0,712 \text{ Мэв}$), которые, как предполагалось, образуют вращательную полосу основного состояния. Хотя рассеяние с возбуждением состояния 6^+ не было измерено в эксперименте, было показано, что учет этого состояния заметно меняет расчетные значения сечения и асимметрии для состояния 4^+ .

Результаты предварительных расчетов показали, что неоднозначность в выборе геометрических параметров действительной части потенциала V и r_0 уменьшается при одновременном рассмотрении данных для анализирующей способности неупругого рассеяния. При анализе только канала упругого рассеяния, как было показано в работе [1], такая неоднозначность более существенна: параметр r_0 может меняться от 1,14 до 1,20 ферми. Были проведены расчеты с наборами параметров, указанными в табл. 3. Они показали, что хотя сечение упругого рассеяния и поляризация одинаково хорошо описываются этими наборами параметров, для описания анализирующей способности неупругого рассеяния предпочтителен выбор $r_0 = 1,2$ ферми. Только при этом значении появляется максимум при углах назад в угловой зависимости анализирующей способности при возбуждении уровня 2^+ .

Набор параметров, найденный при одновременном анализе рассеяния в каналах 0^+ , 2^+ , 3^- с учетом их связи, приведен в табл. 4 (на бор 3). Сравнение расчета с экспериментальными данными дано на рис. 5. Была сделана попытка описать данные для рассеяния протонов ядрами ^{152}Sm , используя те же параметры оптического потенциала, что и для ^{148}Sm . При этом допускалось увеличение величины квадрупольной деформации, была введена гексадекапольная деформация и вместо вибрационной модели была использована вращательная при связи каналов 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ . На рис. 6 результаты этого пробного расчета с $\beta_2 = 0,25$ и $\beta_4 = 0,07$ обозна-

Таблица 3

Пробные значения параметров оптического потенциала для рассеяния протонов ядрами ^{148}Sm ($\beta_2 = 0,12$)

Потенциал	Глубина потенциала, Мэв	Радиальный параметр, ферми	Параметр диффузности, ферми
V	50	1,22	0,74
W	3	1,25	0,63
W_s	9	1,25	0,63
$V_{s.o}$	6	1,06	0,74
V	53	1,20	0,74
W	3	1,24	0,67
W_s	8	1,24	0,67
$V_{s.o}$	6	1,01	0,74
V	56	1,18	0,74
W	3	1,22	0,63
W_s	9	1,22	0,63
$V_{s.o}$	6	1,06	0,74

Таблица 4

Параметры оптического потенциала ядер самария для рас

Набор	Ядро мишени	$E, \text{ Мэв}$	$V, \text{ Мэв}$	$r_0, \text{ ферми}$	$a, \text{ ферми}$	$W, \text{ Мэв}$	$W_s, \text{ Мэв}$	$r_{0i}, \text{ ферми}$	$a_i, \text{ ферми}$
1	^{148}Sm	12	60	1,204	0,741	0	8,6	1,243	0,63
2		12	57,6	1,204	0,72	0	11,8	1,295	0,62
3		24,5	54	1,2	0,74	2,5	8,5	1,22	0,67
4		24,5	53,6	1,2	0,72	2,2	8,7	1,30	0,62
5		49,5	46,55	1,168	0,816	5,73	3,45	1,36	0,63
6		49,5	47,4	1,17	0,75	8,2	1,4	1,32	0,623
7	^{152}Sm	24,5	48	1,2	0,74	1,2	8,5	1,37	0,67
8		24,5	54	1,2	0,72	2,2	8,9	1,30	0,64
9*	^{154}Sm	12	56,7	1,204	0,741	0	8,62	1,243	0,629
10		12	58,2	1,204	0,72	0	12,2	1,295	0,646
11		16	54,03	1,204	0,715	0	7,5	1,243	0,667
12		16	56,8	1,204	0,72	0	11	1,295	0,646

* Набор параметров был найден при расчете с фермиевским распределением

чены пунктирной кривой. Видно, что хотя при этом удалось описать наблюдаемый эффект затухания осцилляций для анализирующей способности неупругого рассеяния с возбуждением уровня 2^+ , общее согласие не является удовлетворительным.

Наилучшее согласие было достигнуто небольшим изменением параметров оптического потенциала (см. рис. 6, сплошная кривая). Параметры приведены в табл. 4 (набор 7).

Как видно из рис. 5 и 6, проведенные расчеты по методу связанных каналов позволяют объяснить наиболее характерное различие в анализирующей способности неупругого рассеяния протонов с возбуждением уровня 2^+ ядер ^{148}Sm и ^{152}Sm . Более подробно различия, возникающие при рассеянии протонов сферическими и деформированными ядрами, рассмотрены ниже.

Возможность определения вида коллективного возбуждения ядер

Интересная специфическая особенность метода анализа неупругого рассеяния с учетом сильной связи каналов заключается в возможности идентифицировать вибрационную или вращательную структуру состояний ядер. В тех случаях, когда у ядер мишени обнаруживается вращательная полоса, соответствующая основному состоянию, рассмотренный выше анализ неупругого рассеяния протонов, а также α -частиц [17] и дейтонов [20] подтверждает

сечения протонов различных энергий

$V_{s.o}$ Мэв	$r_{0s.o'}$ ферми	$a_{s.o'}$ ферми	$\tau_{0s'}$ ферми	β_2	β_3	β_4	Лите- ратура
6	1,06	0,74	1,21	$0,126 \pm 0,01$	$0,155 \pm 0,01$	—	[64]
6,2	1,05	0,75	1,21	—	—	—	[1]
5,2	1,01	0,74	1,21	$0,12 \pm 0,01$	$0,15 \pm 0,01$	—	[8]
6,2	1,05	0,75	1,21	—	—	—	[1]
5,61	1,075	0,816	1,21	—	—	—	[69]
6,2	1,01	0,75	1,21	—	—	—	[1]
5,2	1,01	0,74	1,21	$0,250 \pm 0,01$	—	$0,07 \pm 0,02$	[8]
6,2	1,05	0,75	1,21	—	—	—	[1]
—	—	—	1,204	$0,284 \pm 0,01$	$0,06 \pm 0,02$	$0,046 \pm 0,02$	[60]
6,2	1,05	0,75	1,21	—	—	—	[1]
—	—	—	1,204	0,25	—	0,05	[61]
6,2	1,05	0,75	1,21	—	—	—	[1]

заряда $a_c = 0,74$.

вывод о наличии постоянной деформации поверхности этих ядер. Однако если энергетическое расположение низколежащих уровней ядер не позволяет сделать четкий вывод о применимости простой вибрационной или вращательной модели, как, например, для области переходных ядер около $A = 150$ и $A \sim 190$, возникает вопрос о возможности использования данных только о первых уровнях 2^+ четно-четных ядер для определения вида коллективного возбуждения ядер.

Как уже отмечалось ранее [3], имеется принципиальное различие в диагональных элементах, рассчитанных по вращательной и вибрационной моделям. Для вращательной модели применима формула (115):

$$\langle I || T_2 || I \rangle = (2I + 1) \langle I 200 | I 0 \rangle, \quad (121)$$

в то время как в вибрационной модели аналогичные диагональные элементы равны нулю (116). Недиагональные квадрупольные матричные элементы в первом порядке разложения по параметру деформации совпадают.

На различие сечений упругого и неупругого рассеяния, рассчитанных по различным моделям, было указано в работе [3]. Однако это различие невелико, и его можно скомпенсировать изменением параметров оптической модели. Наблюдаемое в экспериментах [6, 9, 17] значительное различие сечений упругого и неупругого рассеяния протонов и α -частиц сферическими и деформированными ядрами Sm объясняется в основном усиле-

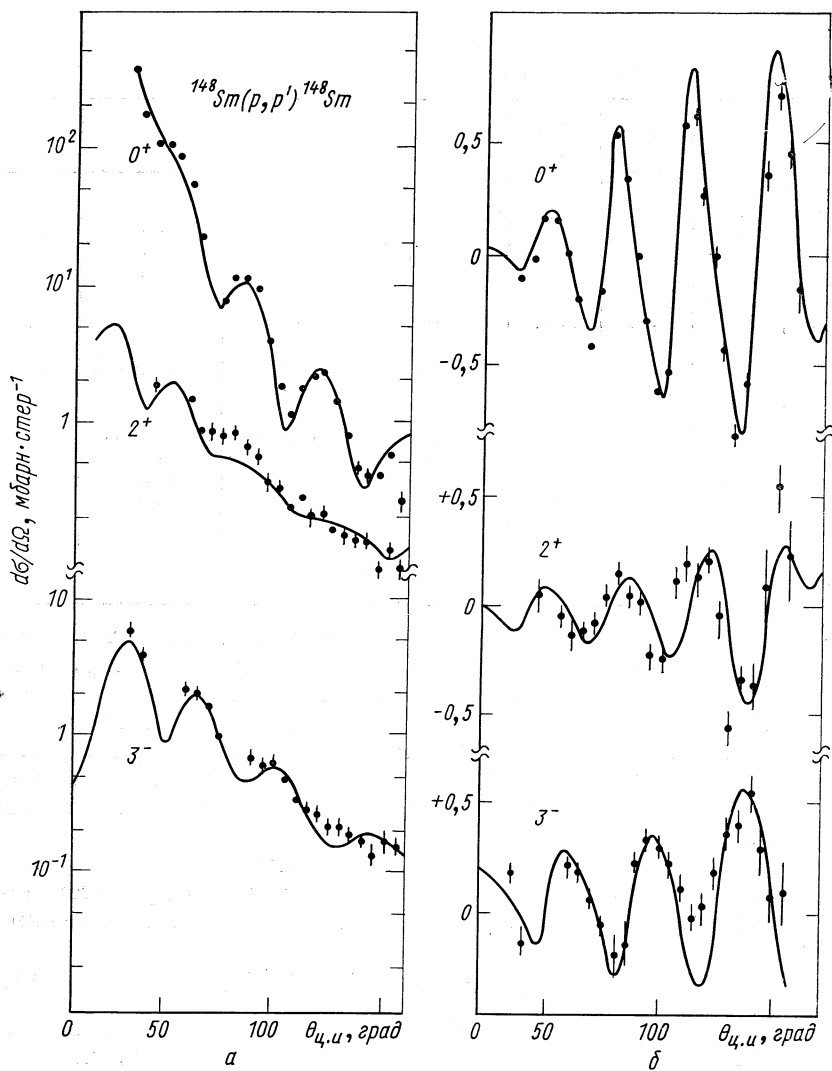


Рис. 5. Угловые распределения сечений (а) и анализирующей способности (б) упругого и неупругого рассеяния поляризованных протонов с энергией 24,5 Мэв ядрами ^{148}Sm :

— расчет по вибративной модели

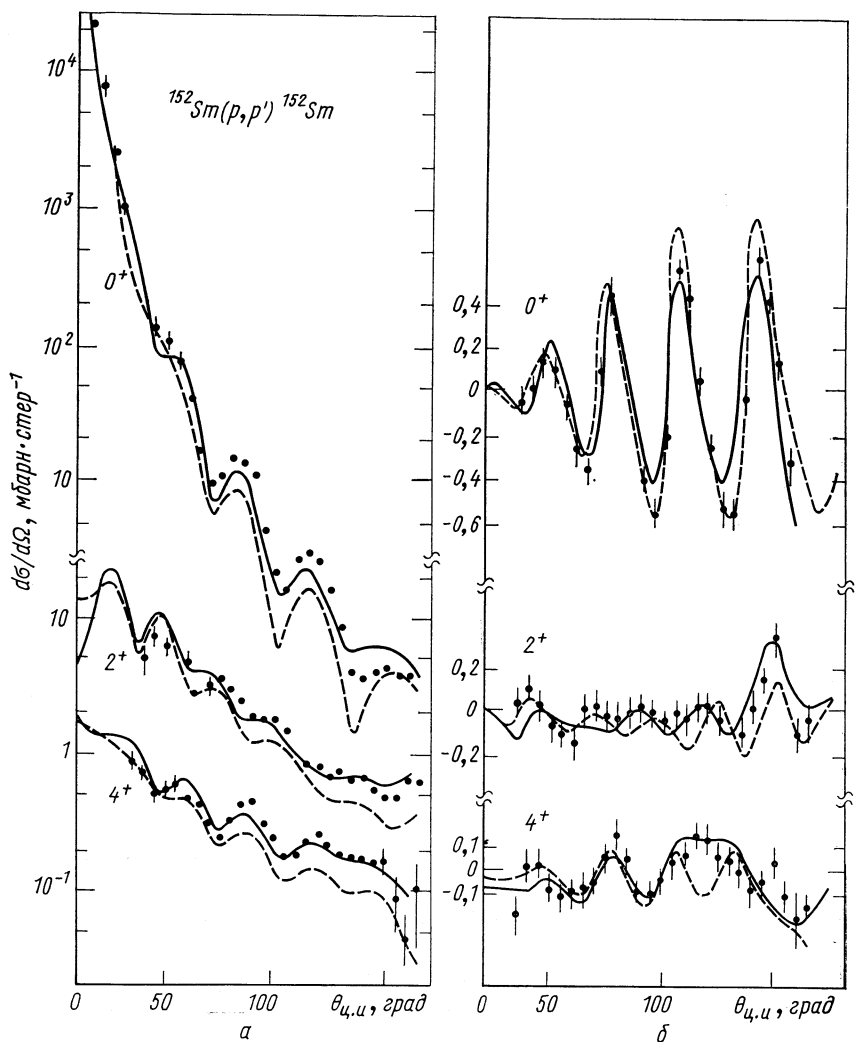


Рис. 6. Угловые распределения сечений (а) и анализирующей способности (б) упругого и неупругого рассеяния поляризованных протонов с энергией 24,5 Мэв ядрами ^{152}Sm [11]:

— — — расчет по вращательной модели с параметрами оптического потенциала, найденными для ^{148}Sm ; — — — расчет с параметрами табл. 4, дающими лучшее описание экспериментальных данных.

нием связи каналов из-за увеличения значения параметра деформации при переходе к деформированным ядрам.

Как впервые было замечено в работе [8], угловая зависимость анализирующей способности при неупругом рассеянии протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ с возбуждением первых 2^+ уровней ядер Sm весьма чувствительна к виду коллективной модели, используемой в расчетах со связанными каналами.

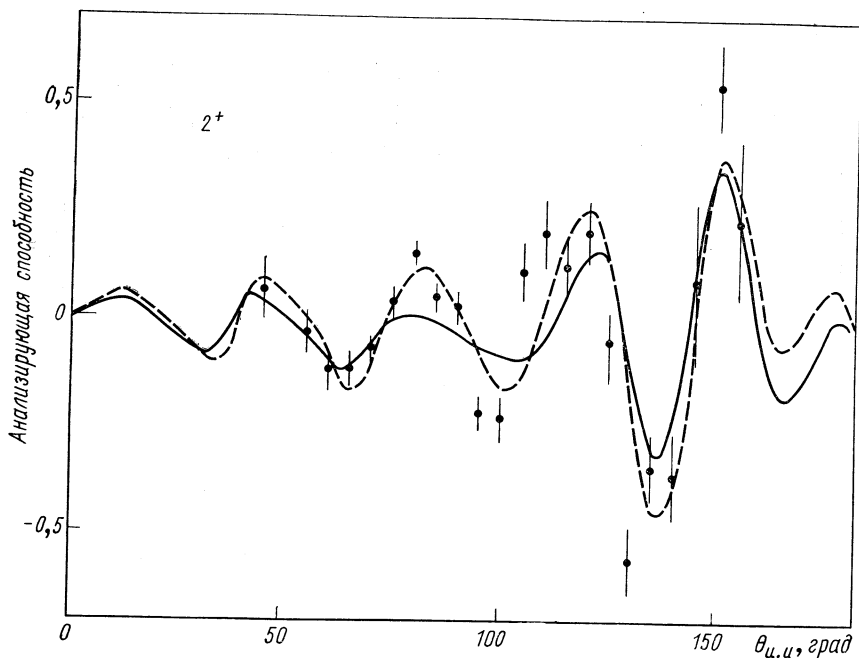


Рис. 7. Угловая зависимость анализирующей способности для неупругого рассеяния поляризованных протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ ядрами Sm при возбуждении первого уровня 2^+ :

●●● — экспериментальные данные для ^{148}Sm [8]; — — — — результат расчета по методу связанных каналов с использованием вибрационной модели; — — — — расчет по вращательной модели с аксиальной симметрией. Параметры оптического потенциала указаны в табл. 4. (набор. 3), $\beta_2 = 0,115$.

Ниже приведены результаты расчетов упругого и неупругого рассеяния протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ ядрами ^{152}Sm , иллюстрирующие возможности предложенного метода определения вида коллективного возбуждения ядер [67]. Расчеты были проведены по программе метода последовательных приближений [39]. Для описания состояния 2^+ использовалась вибрационная или аксиально-симметричная вращательная модель с набором 3 параметров оптического потенциала из табл. 4. Были взяты два значения

параметра квадрупольной деформации 0,115 и 0,25, близкие соответственно к типичным значениям динамической и статической деформаций ядер РЗЭ.

Результаты расчета анализирующей способности для меньшего значения деформации приведены на рис. 7. Как видно, расчеты по вибрационной и вращательной моделям дают близкие результаты, и экспериментальные данные по рассеянию протонов ядрами ^{148}Sm могут быть в пределах погрешностей объяснены с применением обеих моделей. Расчеты показывают слабую чувствительность к величине диагонального квадрупольного матрич-

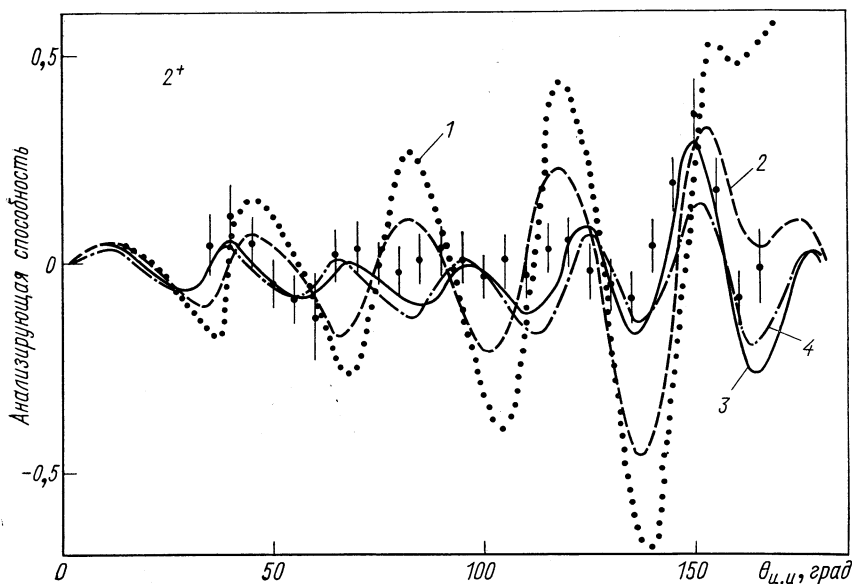


Рис. 8. Угловая зависимость анализирующей способности для неупругого рассеяния поляризованных протонов с энергией 24,5 Мэв ядрами Sm при возбуждении первого уровня 2^+ .

●●● — экспериментальные данные для ^{152}Sm [11]; 2 — расчет по вибрационной модели; 3 — расчет по вращательной модели с аксиальной симметрией с учетом связи каналов 0^+ , 2^+ ; 4 — с учетом связи каналов 0^+ , 2^+ , 4^+ . Параметры оптического потенциала указаны в табл. 4 (набор 3), $\beta_2 = 0,25$; 1 — рассчитана по вращательной модели при $\beta_2 = -0,25$.

ного элемента (121) при малом значении параметра деформации. Поэтому учет обнаруженного в работе [25] квадрупольного момента состояния 2^+ не нарушит согласия с экспериментом, поскольку величина соответствующего матричного элемента того же порядка, что и (121) во вращательной модели с $\beta_2 = 0,115$.

При значении параметра квадрупольной деформации 0,25 наблюдается значительное различие угловых зависимостей анали-

зирующей способности (2^+), рассчитанных по вибрационной и вращательной моделям. Осцилляции в угловой зависимости анализирующей способности в случае вращательной модели сильно сглажены по сравнению с расчетом по вибрационной модели,

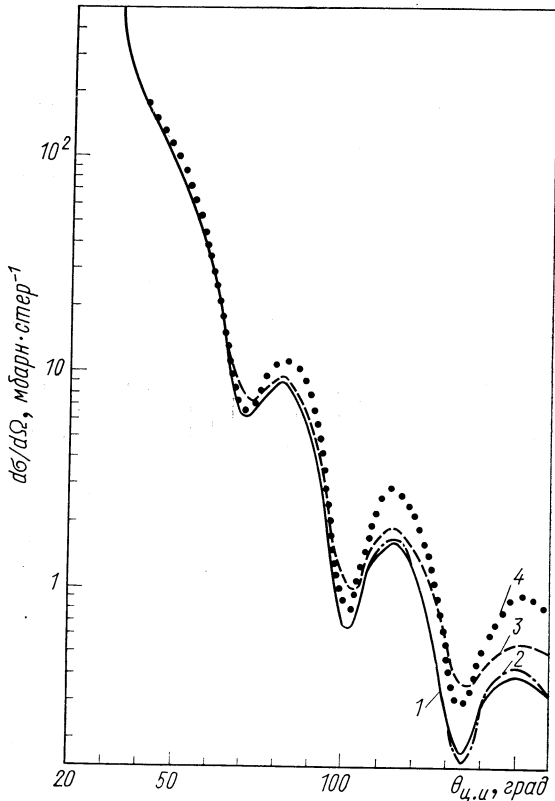


Рис. 9. Сравнение результатов расчета сечений упругого рассеяния протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ на ядрах ^{152}Sm :

1 — по вращательной модели с учетом влияния канала 2^+ с энергией $0,122 \text{ Мэв}$; 2 — с учетом влияния каналов 2^+ и 4^+ с энергией $0,367 \text{ Мэв}$; 3 — по вибрационной модели (0^+ , 2^+) при значении деформации $\beta_2 = 0,25$; параметры оптической модели указаны в табл. 4 (набор 3); 4 — расчет по вибрационной модели при $\beta_2 = 0,115$.

причем в последнем случае практически отсутствует зависимость от значения параметра деформации. Поскольку величина β_2 хорошо определяется из анализа сечений неупругого рассеяния и составляет $0,25$ для ^{152}Sm , из рассмотрения рис. 8 можно сделать вывод, что вибрационная модель неприменима к описанию экспе-

риментальных данных для ^{152}Sm . Хорошее согласие получается лишь при использовании вращательной модели с большим значением $\beta_2 = 0,25$. Расчет, проведенный с отрицательным значением деформации (см. рис. 8), дополнительно фиксирует знак деформации и, по-видимому, позволяет при большом значении

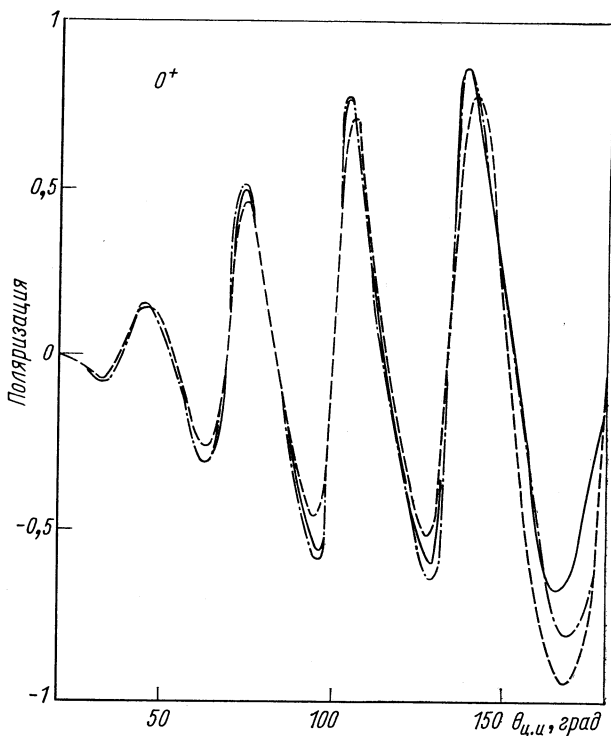


Рис. 10. То же, что на рис. 9, для поляризации упруго рассеянных протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ на ядрах ^{152}Sm ($\beta_2 = 0,25$).

деформации различать по данным об анализирующей способности применимость вращательной и вибрационной моделей при наличии отрицательного квадрупольного момента в состоянии 2^+ .

Для сравнения на рис. 9—11 показаны результаты расчета сечений и поляризации при $\beta_2 = 0,25$. Различие расчетов по различным моделям не так велико, как для анализирующей способности, и не может быть использовано для идентификации модели. При меньшем значении параметра деформации кривые практически совпадают. Из рис. 9 видно, что увеличение осцилляций в угловом распределении сечения упругого рассеяния при

расчете по вибрационной модели с $\beta_2 = 0,115$, обнаруженное в эксперименте [6], обусловлено в основном меньшим значением параметра деформации.

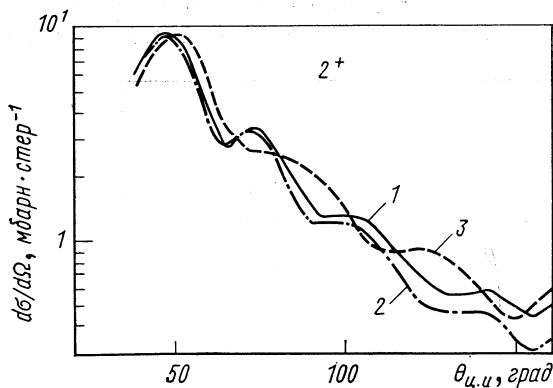


Рис. 11. Сравнение результатов расчета сечений неупругого рассеяния протонов с энергией $24,5 \text{ Мэв}$ на ядрах ^{152}Sm : 1 — по вращательной модели с учетом связи каналов $0^+, 2^+$ с энергией $0,122 \text{ Мэв}$; 2 — с учетом связи каналов $0^+, 2^+, 4^+$ с энергией $0,367 \text{ Мэв}$; 3 — по вибрационной модели ($0^+, 2^+$) при значении деформации $\beta_2 = 0,25$.

Итак, измерение и анализ углового распределения анализирующей способности неупругого рассеяния протонов с возбуждением состояния 2^+ позволяют определить коллективную природу этого состояния при условии, что значение параметра деформации превышает величину порядка $0,15$.

4. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАРЯДА В ЯДРЕ

Параметры оптического потенциала

Из приведенного выше сравнения теоретических расчетов с экспериментальными данными следует, что обобщенная оптическая модель при условии учета сильной связи каналов хорошо описывает угловые зависимости сечений, поляризации и анализирующей способности для упругого и неупругого рассеяния протонов средних энергий ядрами РЗЭ.

Наиболее полный анализ упругого рассеяния и поляризации протонов по оптической модели со сферически симметричным потенциалом был выполнен в работе [1]. Одновременно для значительного числа данных об упругом рассеянии протонов на ядрах с $A > 40$ при энергиях меньше 50 Мэв по методу наименьших квадратов были определены некоторые средние параметры оптического потенциала. Чтобы получить наилучшее согласие, необходимо ввести зависимость от энергии параметров глубины действительного и мнимого потенциалов, а зависимость от $(N - Z)/A$ была введена не только в действительный потенциал и в потенциал поверхностного поглощения, но и в диффузность мнимого потенциала.

В упомянутой выше работе [1], как и во многих более ранних работах, были проанализированы лишь данные по упругому рассеянию на сферических ядрах. Попытки провести анализ упругого рассеяния на деформированных ядрах по оптической модели приводят к наборам параметров, отличных от значений параметров для соседних ядер. Такое различие было обнаружено не только для рассеяния протонов, но и для дейтронов и α -частиц. Оно связано с влиянием связи канала упругого рассеяния с каналами неупругого рассеяния при наличии значительной деформации. В первом приближении связь каналов можно учесть увеличением глубины мнимого потенциала. Этот эффект физически понятен: при отсутствии последовательного рассмотрения связи каналов каналы неупругого рассеяния приравниваются к каналам реакции, дают увеличение поглощения, для учета которого и вводится мнимый потенциал.

В выражении для оптического потенциала, приведенном Фешбахом [68], присутствует сумма по всем отброшенным каналам. Проводимый в методе сильной связи каналов последовательный учет влияния некоторых выделенных каналов с возбуждением коллективных уровней на канал упругого рассеяния тем не менее не затрагивает части суммы, касающейся области высокого возбуждения ядра мишени. Можно предположить, что эта область мало зависит от структуры низколежащих уровней ядер с различными коллективными свойствами. Тогда оптический потенциал деформированных и сферических ядер будет одинаков после выделения сильно связанных каналов. И наоборот, наблюдаемое отличие параметров оптического потенциала можно связать с различием структуры высоковозбужденных уровней рассматриваемых ядер.

В табл. 4 приведены параметры оптического потенциала ядер Sm при различных энергиях протонов. Подчеркнем, что параметры, полученные в настоящей работе, найдены одновременным поиском наилучшего описания как упругого, так и неупругого рассеяния с возбуждением наиболее сильно связанных уровней ядра мишени. В работе [61] при энергии 16 Мэв подбор параметров был выполнен не очень тщательно. В работе [69] при энергии протонов 49,5 Мэв для ^{148}Sm анализ был проведен по оптической модели без учета связи каналов.

Для каждого приводимого в табл. 4 набора параметров указаны параметры оптического потенциала, рассчитанные по эмпирической формуле работы [1], которая, как упоминалось выше, описывает упругое рассеяние на значительном числе сферических ядер при $A > 40$ и $E_p < 50$ Мэв. Эта эмпирическая формула приведена, однако, для $r_0 = 1,17$ ферми. Пересчет к значению $r_0 = 1,2$ ферми был проведен с помощью графика корреляции параметров (см. работу [1]).

Точность определения параметров оптического потенциала при заданном r_0 составляет около : $\Delta V = 0,5$ Мэв; $\Delta W = 0,2$ Мэв; $\Delta W_s = 0,5$ Мэв; $\Delta V_{s.o} = 0,5$ Мэв; $\Delta r_i = 0,02$ ферми; $\Delta a = \Delta a_i = 0,02$ ферми; $\Delta r_{os.o} = 0,04$ ферми при использовании данных о поляризации и асимметрии. Точность определения параметра r_0 из наших данных равна $0,02$ ферми, в работе [1] из данных только об упругом рассеянии — $0,04$ ферми.

Из табл. 4 видно, что параметры оптической модели, полученные в настоящей работе для сферического ядра ^{148}Sm , хорошо согласуются с эмпирической формулой при энергии $24,5$ Мэв. Небольшое различие в величинах глубины потенциалов при энергии 12 Мэв можно объяснить тем, что в работе [1] анализировались в основном данные при большей энергии протонов. Параметры оптического потенциала деформированного ядра ^{154}Sm мало отличаются от параметров сферического ядра ^{148}Sm . Наблюдается небольшое уменьшение глубины действительной части потенциала. Большое различие глубины действительного потенциала, а также потенциала объемного поглощения и радиального параметра мнимой части обнаружено для ядра ^{152}Sm по сравнению со сферическим ядром ^{148}Sm .

Можно предположить, что наблюдаемые различия параметров оптического потенциала вызваны неучтенной связью с каналами при возбуждении уровней, непосредственно следующих за рассмотренными низколежащими состояниями. Особенный интерес представляет ядро ^{152}Sm , находящееся на границе между сферическими и деформированными ядрами.

Параметры деформации ядер РЗЭ

Определение параметров деформации ядер и в особенности деформированных ядер представляет собой наиболее многообещающую область применения анализа неупругого рассеяния с помощью метода сильной связи каналов. Действительно, для описания углового распределения неупруго рассеянных протонов вводится лишь один параметр деформации на каждый новый возбуждаемый уровень. При этом удастся описать не только относительный ход сечения, но и абсолютные значения, а также угловые зависимости поляризации и анализирующей способности.

Для того чтобы судить, насколько параметры деформации обобщенного оптического потенциала, определяемые по неупругому рассеянию частиц средних энергий, характеризуют рассеивающее ядро, а не только процесс взаимодействия, полезно провести сравнение значений параметров деформации, полученных из анализа экспериментов с различными бомбардирующими частицами. Кроме того, для сравнения следует привлечь данные о параметрах деформации распределения заряда в ядре, извлекаемых

из электромагнитных процессов: кулоновского возбуждения, рассеяния электронов, спектров μ -мезоатомов.

Радиус действительной части потенциала, получаемый при обработке экспериментальных данных по рассеянию различных частиц, имеет, как правило различную величину: $r_0 = 1,2$ ферми для протонов, $r_0 = 1,15$ ферми для дейтонов, $r_0 = 1,44$ ферми для α -частиц. Поэтому непосредственное сравнение параметров деформаций не имеет смысла. Однако, как было указано выше, сравнение величин βR или βr_0 позволяет сделать вывод о совпадении или различии формы эквипотенциальных поверхностей. Различие значений радиусов потенциалов и их отличие от зарядового радиуса объясняют конечным радиусом нуклон-нуклонного взаимодействия [70]. Поэтому радиус потенциала не является величиной, достаточно точно отражающей распределение массы ядра. В то же время форма эквипотенциальной поверхности не зависит от радиуса взаимодействия и, по-видимому, более чувствительна к распределению протонов и нейтронов в ядре, а также к возможному различию этих распределений.

Для деформированных четно-четных ядер РЗЭ на рис. 12 приведены значения произведений $\beta_2 r_0$ и $\beta_4 r_0$, взятые из работ по неупругому рассеянию протонов [8, 10, 60] *, дейтонов [20] и α -частиц [16, 17, 71], в которых анализ был проведен по методу сильной связи каналов, а также данные, полученные в работе по неупругому рассеянию электронов [72], и кроме того, длины рассеяния $\beta_2 r_0$ и $\beta_4 r_0$, рассчитанные по измеренным значениям приведенных вероятностей электромагнитных переходов. Величины $B(E2, 0 \rightarrow 2)$ и $B(E4, 0 \rightarrow 4)$ были найдены усреднением данных обзорной статьи [73], где подведен итог измерений различных электромагнитных процессов до 1970 г. и последних работ по кулоновскому возбуждению тяжелыми ионами [21, 23, 24, 27, 28]. В том случае, когда для ядер не были измерены величины $B(E4, 0 \rightarrow 4)$, соответствующие значения гексадекапольной деформации брались из работ по неупругому рассеянию.

Для определения параметров деформации были рассчитаны приведенные вероятности электромагнитных переходов [74]:

$$B(E\lambda, I_i \rightarrow I_f) = \langle I_i \lambda K 0 | I_f \lambda K \rangle^2 M^2;$$

$$M = Z \int r^2 \rho(r) Y_{\lambda 0}(\theta) dr;$$

для фермиевского распределения заряда с учетом отклонения от сферической симметрии и сохранения объема:

$$\rho(r) = \rho_0 \{1 + \exp[(r - R_c(\theta))/a_c]\}^{-1};$$

$$R_c(\theta) = r_{0c} A^{1/3} [1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta) - \beta_2^2/4\pi].$$

* Результаты анализа [61] не приведены здесь, поскольку расчеты носили предварительный характер.

Значения $r_{0c} = 1,1$ ферми и диффузность распределения заряда $a_c = 0,54$ ферми были взяты близкими к значениям, полученным для исследуемой области ядер по данным о рассеянии электронов [72] и о мезоатомах [75].

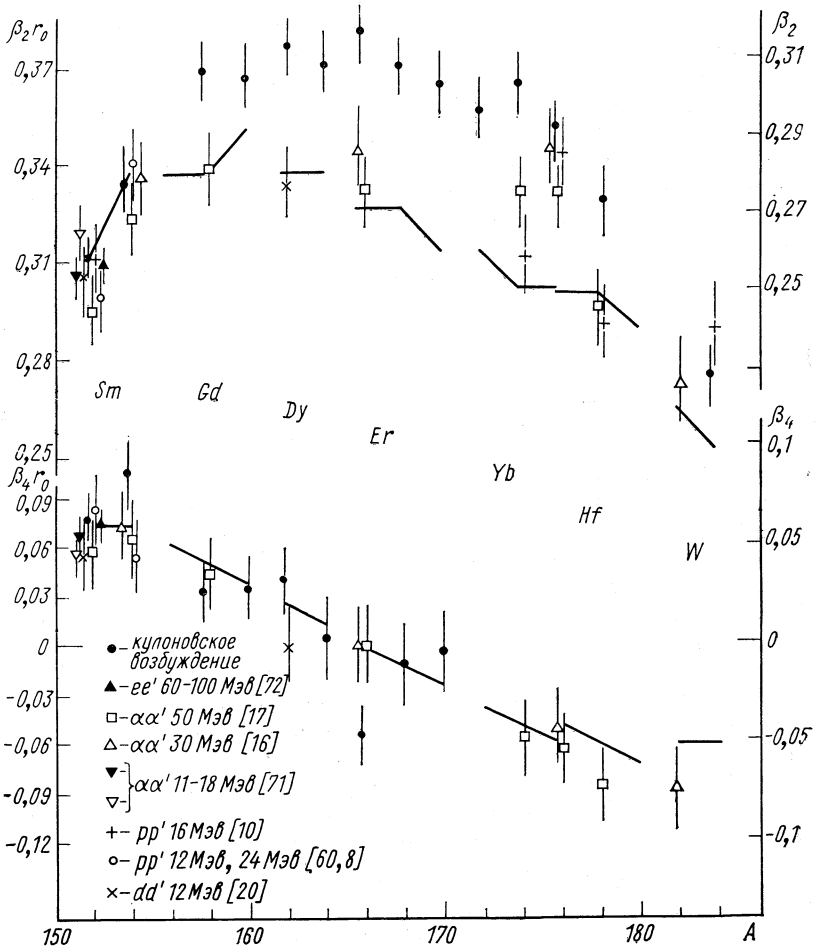


Рис. 12. Сравнение длин рассеяния $\beta_2 r_0$, $\beta_4 r_0$ и параметров деформации, приведенных к $r_0 = 1,2$ ферми, полученных из анализа различных экспериментов для деформированных ядер редкоземельной области: отрезки прямых — результат теоретических расчетов [76].

Приведенные на рис. 12 значения параметров деформации одновременно удовлетворяют экспериментальным значениям $B(E2)$ и $B(E4)$. Оценки точности, указанные на рисунке,

в несколько раз хуже приводимой в экспериментальных работах точности определения $B(E2)$ (около 1%) вследствие значительной погрешности в определении $B(E4)$ и учета вклада гексадекапольной деформации в значение $B(E2)$.

Из рассмотрения рис. 12 следует, что данные о длине рассеяния для различных рассеивающихся частиц хорошо согласуются между собой. Хорошее согласие данных по рассеянию и электромагнитным процессам наблюдается также в начале и конце области, а в середине области довольно значительное расхождение между ними. К сожалению, здесь количество данных по рассеянию частиц невелико. Для более определенного утверждения о различии формы эквипотенциальных поверхностей распределения заряда и ядерного потенциала для изотопов Gd, Dy, Er желательны проведение дополнительных измерений. Особенно интересно измерение неупругого рассеяния в области кулоновского барьера, когда одновременно определяются параметры несферического оптического потенциала и распределения заряда [71], и проведение измерений с пучком поляризованных протонов, что позволяет улучшить точность определения параметров [8,11].

На рис. 12 прямыми линиями соединены результаты последних теоретических расчетов равновесных деформаций с одночастичными уровнями потенциала Вудса — Саксона [76]. Они хорошо согласуются с данными по рассеянию частиц и подчеркивают интересную особенность ядер РЗЭ — изменение параметра гексадекапольной деформации от 0,05 в начале области до $-0,05$ в конце.

В заключение проведем сравнение различных методов определения деформации ядер. Методы кулоновского возбуждения ядер, исследования рентгеновских спектров μ -мезоатомов имеют мало параметров теории — это фактически лишь параметры фермиевского распределения заряда. Поэтому обеспечивается хорошая точность определения величин, дающих основной вклад в вероятности переходов, т. е. параметров квадрупольной деформации. Следовательно, возможно наблюдение малых эффектов, таких, как квадрупольный момент возбужденных состояний [25, 26], отклонения от модели жесткого ротатора для ядра ^{152}Sm [27]. В то же время при анализе неупругого рассеяния с учетом сильной связи каналов, хотя точность определения параметра квадрупольной деформации хуже из-за наличия большого числа параметров оптического потенциала, отсутствует подавление переходов высшего порядка, наблюдаемое в электромагнитных процессах. Например, определение параметра гексадексапольной деформации, малого эффекта в методе кулоновского возбуждения [23, 24], резко зависит от предполагаемой жесткости ядра. При неупругом ядерном рассеянии тяжелых частиц вклад прямых переходов в возбуждение уровней с высокими спинами более зна-

чителен, и возможно более надежное определение параметров гексадекапольной деформации и даже деформации более высокого порядка [8, 17, 60].

Перспективно использование неупругого рассеяния электронов для определения параметров деформации [72].

Метод связанных каналов для рассеяния сильновзаимодействующих частиц позволяет определять знаки параметров деформации, что невозможно в методе кулоновского возбуждения*. Изучение неупругого рассеяния поляризованных протонов и анализ с учетом сильной связи каналов при значениях параметра $\beta_2 > 0,15$ позволяют получить информацию о статической или динамической природе деформации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vecchetti F. D., Greenlees G. W. Phys. Rev., 1969, v. 182, p. 1190.
2. Chase D. M., Wilets L., Edmonds A. R. Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 1080.
3. Buck V., Stamp A. P., Hodgson P. E. Phil. Mag., 1963, v. 8, p. 1805.
4. Tamura T. Rev. Mod. Phys., 1965, v. 37, p. 679.
5. Дроздов С. И. «Ядерная физика», 1965, т. 1, с. 407; 1965, т. 2, с. 810.
6. Курепин А. Б., Мадсен Б., Элбек Б. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1967, т. 31, с. 195.
7. Kurepin A. B., Christensen P. R., Trauther N. Nucl. Phys., A, 1968, v. 115, p. 471.
8. Kurepin A. B., Lombard R. M. Phys. Lett., B, 1971, v. 37, p. 55.
9. Stoler P. e.a. Phys. Rev., 1967, v. 155, p. 1334.
10. Kruse T. e.a. Nucl. Phys., A, 1971, v. 169, p. 177.
11. Barbier M. P. e. a. Phys. Lett., B, 1971, v. 34, p. 386.
12. Moss J. M. e. a. Phys. Rev. Lett., 1971, v. 26, p. 1488.
13. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И., Тер-Мартirosян К. А. ЖЭТФ, 1958, т. 36, с. 512.
14. Kjallquist K. Nucl. Phys., 1958, v. 9, p. 163.
15. Huber M. G. Phys. Lett., 1964, v. 13, p. 242.
16. Aponick A. A. e. a. Nucl. Phys., A, 1970, v. 159, p. 367.
17. Hendrie D. L. e. a. Phys. Lett., B, 1968, v. 26, p. 127.
18. Zeidman B. e. a. Nucl. Phys., 1966, v. 86, p. 471.
19. Løvhaiden G., Skaali B., Christensen P. R. Phys. Lett., B, 1971, v. 34, p. 125.
20. Trautner N., Løvhaiden G., Christensen P. R. Phys. Lett., B, 1973, v. 44, p. 41.
21. Sayer R. E. e. a. Phys. Rev., C, 1970, v. 1, p. 1525.
22. Stephens F. S. e. a. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 1137.
23. Stephens F. S., Diamond R. M., de Boer J. Phys. Rev., Lett., 1971, v. 27, p. 1151.
24. Erb K. A. e. a. Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 1010.
25. Simpson J. J. e. a. Nucl. Phys., A, 1967, v. 94, p. 177.
26. Grodzins L. e. a. Phys. Rev., Lett., 1973, v. 30, p. 453.
27. Diamond R. M. e. a. Phys. Rev., C, 1971, v. 3, p. 344.

* См. работу [26], где показано, что измерение корреляции рассеянных частиц и γ -излучения при кулоновском возбуждении позволяет фиксировать знак квадрупольного момента возбужденного состояния 2^+ .

28. Diamond R. M. e. a. Nucl. Phys., A, 1972, v. 184, p. 481.
29. Beurtey R. Proc. of the Second Int. Symp. on Polarization phenomena of nucleons. Karlsruhe, Birkhäuser Verlag, Basel, 1966, p. 33.
30. Beurtey R., Durand J. M. Nucl. Instr. Meth., 1967, v. 57, p. 313.
31. Бесаргин Ю. Г. ЖТФ, 1968, т. 38, с. 2091.
32. Blosser H. G. e. a. Nucl. Instr. Meth., 1971, v. 91, p. 61.
33. Chianelli C., Garin A., Waast B. Note CEA-N-1522, 1971, p. 147.
34. Dearnaley G., Hardacre A. G., Rogers B. D. AERE-R 5313, 1968.
35. Makino M. Q. e. a. Nucl. Instr. Meth., 1968, v. 60, p. 109.
36. Курепин А. Б. «Гр. ФИАН СССР», 1973, т. 69, с. 3.
37. Bang J. M. e. a. Nucl. Phys. A, 1968, v. 122, p. 34.
38. Курепин А. Б. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1968, т. 32, с. 1946.
39. Raynal J. Nuclear Theory course. Trieste, 1971.
40. Лейн А., Томас Р. Теория ядерных реакций при низких энергиях. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
41. Glendenning N. K. Proc. Int. School of Physics «Enrico Fermi», Course 50, N.Y., Academic Press, 1969.
42. Melkanoff M. A., Sawada T., Raynal J. Methods in computational physics. Nuclear physics. V. 6. N.Y.—Lond. Academic Press, 1966.
43. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963, с. 422.
44. Голдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. Пер. с англ. М., «Мир», 1967, с. 186.
45. Метод Тамма — Данкова. Проблемы современной физики. М., Изд-во иностр. лит., 1955, с. 10.
46. Bassel R. H., Drisko R. M., Satchler G. R. ORNL-3240, 1962.
47. Satchler G. R. Lecture notes, unpublished, 1966.
48. Woods R. D., Saxon D. S. Phys. Rev., 1954, v. 95, p. 577.
49. Ходгсон П. Е. Оптическая модель упругого рассеяния. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1966.
50. Товостан W. Theory of direct nuclear reactions. Oxford, 1961, p. 97.
51. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., «Наука», 1971.
52. Stamp A. P. Phys. Rev., 1967, v. 153, p. 1052.
53. Bohr A. Nucl. Phys., 1959, v. 10, p. 486.
54. Давыдов А. С. Теория атомного ядра. М., Физматгиз, 1958.
55. Wolfenstein L., Ashkin J. Phys. Rev., 1952, v. 85, p. 947.
56. Robson D. Isospin in Nuclear Physics. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1969.
57. Гейзенберг В. Теория атомного ядра. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
58. Sherif H., Blair J. S. Phys. Lett., B, 1968, v. 26, p. 489.
59. Bohr A. Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1952, v. 26, N. 14.
60. Kurepin A. B., Schulz H., Wiebicke H. J. Nucl. Phys., A, 1972, v. 189, p. 257.
61. Brown P. H., Stoler P. Phys. Rev., C, 1970, v. 2, p. 765.
62. Veje E. e. a. Nucl. Phys., A, 1968, v. 109, p. 489.
63. Grotdal T. e. a. Nucl. Phys., A, 1968, v. 110, p. 385.
64. Курепин А. Б. «Краткие сообщения по физике. ФИАН СССР», 1972, № 3, с. 22.
65. Kenefick R. A., Sheline R. K. Phys. Rev., 1964, v. 133, p. 25.
66. Давыдов А. С. Возбужденные состояния атомных ядер. М., Атомиздат, 1967, с. 192.
67. Kurepin A. B., Lombard R. M., Raynal J. Phys. Lett., B, 1973, v. 45, p. 184.
68. Feshbach H. Ann. Phys., 1967, v. 19, p. 287.
69. Woolan P. V. e. a. Nucl. Phys., A, 1970, v. 154, p. 513.
70. Бор О., Могтельсон Б. Структура атомного ядра. Т.1, Пер. с англ. М., «Мир», 1971, с. 217.

71. Brückner W. e. a. Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 57.
72. Bertozzi W. e. a. Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 1711.
73. Löbner K. E. G., Vetter M., Hönig V. Nuclear Data Tables A, 1970, v. 7, p. 495.
74. Курепин А. Б., Топильская Н. С. «Ядерная физика», 1974, т. 20.
75. Hiltlin D. e. a. Phys. Rev., C, 1970, v. 1, p. 1184.
76. Арсеньев Д. А. и др. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1973, т. 37, № 5.