

ТЕОРИЯ α -РАСПАДА

О. Думитреску

Центральный институт физики, Бухарест

В статье дан обзор различных теоретических моделей α -распада и сделана попытка их объединения в рамках нового формализма, основанного на алгебре четырех проекторов (ЧП). Детально обсуждается R -матричная модель Манга и кратко новые конкретные модели, вытекающие из формализма типа Фешбаха. Проводится подробный анализ факторов запрета (HF) как для сферических, так и для деформированных ядер.

A review of different α -decay theoretical models is given. Effort to unify them in the framework of a new (FP) treatment is done. The Mang's R -matrix model is analyzed in detail. Shortly are discussed the new practical models followed from the Feshbach's approaches. Detailed analysis of the hindrance factors (HF) of spherical and deformed nuclei is performed.

ВВЕДЕНИЕ

α -Распад занимает особое место среди прочих ядерных явлений, так как его моноэнергетический характер и наличие заряда позволяют провести точные спектроскопические измерения и получить таким образом ценную информацию о сложной структуре атомного ядра. Разнообразные α -спектры разделяют в зависимости от перехода на простые (одночастичные, одноквазичастичные) или сложные (многоквазичастичные, ротационные, вибрационные) по характеру структуры ядерных состояний. Взаимодействие, ответственное за распад, неизвестно и, по-видимому, оно включает члены, которые становятся важными в зависимости от конкретного α -перехода.

Исторически развитие теории α -распада пережило три стадии. Первая стадия относится к качественному описанию глобальных характеристик процесса при решении задачи движения частицы в одномерной потенциальной яме, обладающей барьером (теория Гамова). Период полураспада определяется проникаемостью этого барьера. Решение этой задачи явилось одним из первых успехов квантовой механики. Эта стадия связана с наблюдением самых интенсивных (благоприятных) α -переходов. Позже экспериментально были выделены более сложные α -спектры, определенные как замедленные α -переходы. Причины ослабления интенсивностей α -переходов различны. Описание таких переходов стало воз-

возможным с момента появления модели оболочек и R -матричной теории ядерных реакций, лежащих в основе модели Манга для α -распада. В этой модели, как в любой R -матричной модели α -распад двухступенчатый: он состоит из процесса формирования (структурной части) и процесса прохождения через барьер (энергетической части). Вероятность формирования зависит от структуры ядерных состояний и определяет различные классы α -переходов. Описание α -распада моделью Манга носит качественный характер, как и описание Гамова, но оно богаче, так как в ней заложены многотельные черты процесса. Попытки количественно описать α -распад натолкнулись на ряд трудностей. Поскольку выражение периода полураспада зависит от таких неконтролируемых параметров, как радиус канала и оптические параметры потенциала α -частица — ядро. Эти недостатки присущи R -матричной теории. Применение ее встречается трудности не только в случае α -распада, но и в описании ядерных реакций. При первоначальной формулировке R -матричной теории структура ядра была мало известна и поэтому для него была предложена модель черного ящика. Позже структура ядра описывалась одночастичными или коллективными моделями, построенными на базе бесконечного осцилляторного потенциала, следовательно, ядро считалось непрозрачным. Использование таких моделей приводит к невозможности корректно шить внутренние и внешние волновые функции.

Многочисленные эксперименты по ядерным реакциям показали, что частицы могут проникать через ядро и взаимодействовать с его нуклонами, и тогда появились направления, связанные с введением нового формализма для описания ядерных реакций (формализм типа Фешбаха), в котором используется картина полупрозрачного ядра. Эти методы были применены особенно успешно к однонуклонным реакциям и в рассеянии. Недавно появились попытки приложения этих методов и для описания α -распада, особенно для расчета его абсолютных ширин.

Зависимость сечения реакции от энергии позволяет выделить три вида ядерных реакций. Плавное поведение сечения с энергией определяет прямые процессы, а резкое — резонансные процессы. Область энергий, где сечение имеет промежуточные вариации, определяет интерференционные процессы. Эти виды ядерных реакций описываются в общем и тремя классами теоретических подходов соответственно. Чисто резонансные процессы описываются R -матричными теориями, в которых чаще всего используется приближение одного уровня. Второй класс охватывает формулировки, основанные на интегральном уравнении Липмана — Швингера, и в рамках теории возмущений описывает прямые процессы. К третьему классу относятся так называемые «единые теории ядерных реакций» или формализм типа Фешбаха, описывающий интерференцию прямых и резонансных процессов. Отметим, что

такой формализм в принципе способен описать одновременно все три вида процессов в ядерных реакциях.

Во всех моделях α -распада описание процесса неразрывно связано с описанием ядерных реакций и квазистационарных состояний.

Известно, что как ядерные реакции резонансного типа, так и ядерный α -, β -, γ -распад существенно зависят от структуры квазистационарного состояния. Существующие подходы для описания этих состояний зависят от типа взаимодействия, определяющего тот или иной ядерный процесс. И здесь можно также выделить три класса подходов. В первом классе взаимодействие берется в первом порядке теории возмущений (как, например, при β - или γ -распаде) и квазистационарные состояния разлагают по полной системе стационарных состояний моделей ядерной структуры. Во второй класс входят методы, в которых квазистационарные состояния разлагаются по стационарным состояниям двух вспомогательных задач (см. подробно разд. 2). Здесь взаимодействие не считается слабым, так что простая теория возмущений неприменима. Такие подходы используются например в R -матричных теориях ядерных реакций и в модели α -распада Манга. Наконец, в третьем классе квазистационарные состояния изучаются на основе резонансных состояний, для которых можно ввести понятие нормы и развить теорию возмущений, аналогично обычной теории возмущений для стационарных состояний. Этот класс появился недавно. Так как развитие модельных представлений об атомном ядре происходит сравнительно медленно, известные в настоящее время ядерные модели строятся на основе дискретных связанных состояний и состояний непрерывного спектра без включения резонансных состояний. Таким образом, в настоящее время теорию квазистационарных состояний нельзя считать завершенной и потому при их изучении требуется известная осторожность (см. однако [140]).

Проблема выбора типа взаимодействия, ответственного за α -распад мало изучена. Все использованные до сих пор взаимодействия зависят от расстояния между центрами масс α -частицы и дочернего ядра. Эти взаимодействия обладают заметными флуктуациями в области поверхности ядра, но они не описывают главное, а именно то, как участвующие в распаде нуклоны материнского ядра объединяются в α -частицу. Для β - и γ -распадов различные классы переходов определяются различными типами взаимодействия. В современных теориях α -распада пока различные классы переходов определяются только структурой ядерных состояний, но не типами взаимодействия.

В этом обзоре проведен подробный анализ различных существующих теорий и конкретных моделей α -распада и сделаны попытки их объединения в рамках нового формализма, построенного

на базе алгебры четырех проекторов (ЧП). В этом формализме гильбертово пространство состояний α -кластерной задачи (H_0) разбивается на четыре подпространства: 1) подпространство связанных состояний, погруженных в сплошной спектр «BSEC» [23], с энергиями в непосредственной близости от энергии распада; 2) подпространство наиболее интенсивных α -каналов — «активные каналы», характеризуемые экспериментально обнаруженными α -переходами; 3) подпространство остальных открытых каналов — «пассивные каналы», характеризуемые переходами, интенсивность которых ниже экспериментального «порога» и 4) подпространство остальной части спектра связанных состояний и состояний непрерывного спектра с порогоми выше экспериментальной энергии распада — «закрытые каналы» (рис. 1).

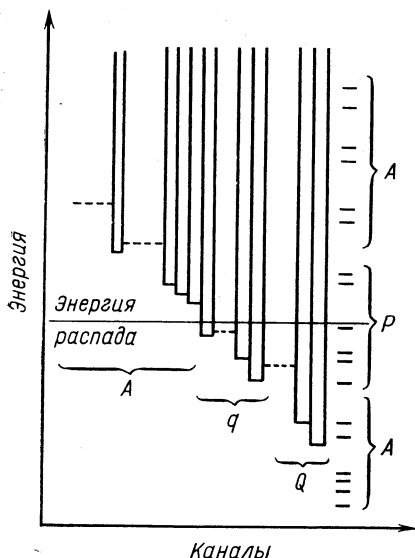


Рис. 1. Схематический энергетический спектр α -канального гамильтониана (2)

Подпространство «BSEC» является по нашему мнению источником квазистационарных состояний, появляющихся при включении взаимодействия. Подпространство «активные каналы» содержит те α -каналы, в которых квазистационарные состояния с наибольшей вероятностью растворяются. Подпространство «пассивные каналы» генерирует состояния оптической модели и одночастичные резонансы. Последнее подпространство ответственно за смешивание конфигураций в квазистационарном состоянии.

При анализе главное внимание уделим модели Манга, в которой получена информация различного рода о сложной структуре α -спектров. В этой модели детально изучены факторы запрета — экспериментальные величины, с помощью которых характеризуют различные классы α -переходов. Особое внимание уделяется структуре коллективных неротационных состояний деформированных ядер (например, β -вибрационных состояний).

Также изучены и новые конкретные модели, вытекающие из формализма типа Фешбаха. К сожалению, в этих моделях не рассмотрена большая область α -активных деформированных ядер, где обнаружены различные классы α -переходов.

1. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕОРИЯ α -РАСПАДА

В настоящее время процесс распада в нерелятивистской теории обсуждается с точки зрения распада конкретного квазистационарного состояния [1—14], а не всей системы. Однако более общей является задача изучения распада квантовой системы в целом [15—20].

Распад ядерной системы. Основываясь на результатах работ [17, 18], проведем последовательно вывод формул для энергии и ширины α -распада в рамках ЧП-формализма, учитывающего по сути дела все успехи описания резонансных ядерных процессов и квазистационарных состояний.

Введем наблюдаемую величину $\Pi(t)$, как отношение числа нераспадающихся ядерных систем в момент времени t больше нуля к числу нераспадающихся систем в нулевой момент времени:

$$\Pi(t) = \text{Sp}(\rho W(t)) [\text{Sp}(\rho W(0))]^{-1}, \quad (1)$$

т. е. отношение средних значений операторов $W(t)$ и $W(t=0)$. Матрица плотности

$$\rho = \sum_k |\lambda_k\rangle \omega(k) \langle \lambda_k|$$

определяется некогерентными, нормированными на единицу приготовленными состояниями λ_k с весом $\omega(k)$. Проекционный оператор

$$W(t) = \exp(iHt) \left(\int_{D_R} dx |x\rangle \langle x| \right) \exp(-iHt)$$

выделяет пространственную область материнского ядра (D_R), ограниченную поверхностью канала [21]. Здесь H — гамильтониан всей системы, а x — совокупность координат нуклонов этой системы. Выражение (1) можно оценить, используя метод проекционных операторов, построенных на базе собственных состояний α -кластерной проблемы (взаимодействие выключено):

$$H_0 = H_A(1 \dots A) + H_\alpha(A+1, \dots A+4) + H_{\alpha A}(R). \quad (2)$$

Здесь H_A и H_α — гамильтонианы внутреннего движения в ядре A и в α -частице, а $H_{\alpha A}$ — гамильтониан относительного движения системы $\alpha + A$. Взаимодействие в $H_{\alpha A}(R)$ предполагается центральным. Остаточное взаимодействие H' ($H = H_0 + H'$) в нашей задаче α -распада содержит по крайней мере двух- и четырех-нуклонные члены.

Определим ЧП-формализм, используемый в данной работе. На рис. 1 [18, 19, 22] представим схематический спектр гамильтониана H_0 . Разобьем этот спектр на четыре части: «BSEC» [23],

«активные каналы», «пассивные каналы» и «закрытые каналы», определенные во введении настоящего обзора.

Введем четыре проекционных оператора в вышеупомянутых подпространствах [17—19]:

$$\left. \begin{aligned} P &= \sum_n P_n = \sum_n |n\rangle \langle n|; \quad \langle n|n'\rangle = \sigma_{nn'}; \\ Q &= \sum_c \int d\varepsilon |\varphi_{c\varepsilon}\rangle \langle \varphi_{c\varepsilon}|; \quad \langle \varphi_{c\varepsilon}|\varphi_{c'\varepsilon'}\rangle = \sigma_{cc'} \sigma(\varepsilon - \varepsilon'); \\ q &= \sum_{c'} q_{c'}; \quad P + Q + q + A = 1; \\ [P, H_0] &= 0; \quad [Q, H_0] = 0; \quad [q, H_0] = 0; \quad [A, H_0] = 0; \\ P^2 &= P; \quad Q^2 = Q; \quad q^2 = q; \quad A^2 = A \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь $|n\rangle$ и $|\varphi_{c\varepsilon}\rangle$ — векторы состояний из подпространств «BSEC» и «активные каналы», а q и A выделяют состояния подпространств «пассивные каналы» и «закрытые каналы» соответственно.

Волновая функция, описывающая систему во времени, имеет вид:

$$\psi_h(x, t) = \langle x | \exp(-iHt) | \lambda_h \rangle = a_h(x, t) + \varphi_h(x, t), \quad (4)$$

где

$$a_h(x, t) = \langle x | P \exp(-iHt) P | \lambda_h \rangle,$$

а $\varphi_h(x, t)$ — остальная часть. Предположим, что гамильтонианы H, H_0 и их базисы построены так, что выполняются условия формирования узких резонансов [12—14], основанные на теории спектральной концентрации. Получим, что вклад $\varphi_h(x, t)$ — функции в интеграле (1) пренебрежимо мал и, следовательно,

$$\text{Sp } \rho W(t) \approx \sum_k \omega(k) \int_{D_R} dx |a_k(x, t)|^2,$$

где

$$a_k(x, t) = (2\pi i)^{-1} \int_c dz \exp(-izt) \langle x | P G(z) P | \lambda_k \rangle. \quad (5)$$

Контур $c = \{ip + \infty, ip - \infty\}$, $p = \text{const } t > 0$, параллелен вещественной оси в верхней полуплоскости римановой поверхности и выбран так, чтобы оператор Грина $G(z) = (z - H)^{-1}$ не имел особенностей над ним.

Интеграл (5) равен сумме вычетов и вкладов от разрезов. Чтобы вычислить вычеты, представим $G(z)$ в виде разложения [17—19]:

$$G(z) = PG + QG + qG + AG = g_A + \Omega_{A_r} g_q \Omega_{A_l} + \Omega_{A_r} \Omega_q g_Q \Omega_{q_l} \Omega_{A_l} + \Omega_{A_r} \Omega_q \Omega_{Q_r} q_P \Omega_{Q_l} \Omega_{q_l} \Omega_{A_l}, \tag{6}$$

где

$$\left. \begin{aligned} (z - H_0 - AH'A) g_A &= A = g_A (z - H_0 - AH'A); \\ (z - H_0 - qVq) g_q &= g = g_q (z - H_0 - qVq); \\ (z - H_0 - QWQ) g_Q &= Q = g_Q (z - H_0 - QWQ); \\ (z - H_0 - PRP) g_P &= P = g_P (z - H_0 - PRP); \\ \Omega_{A_r} &= 1 + g_A H'; \quad \Omega_{A_l} = H' g_A + 1; \\ \Omega_{q_r} &= 1 + g_q V; \quad \Omega_{q_l} = V g_q + 1; \\ A_{Q_r} &= 1 + g_Q W; \quad \Omega_{Q_l} = W g_Q + 1; \quad V = H' + H' g_A H'; \\ W &= V + V g_q V = L_W + (2i)^{-1} \Gamma_W; \\ R &= W + W g_Q W = L + (2i)^{-1} \Gamma. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Если $D(z)$ — матрица, элементы которой равны

$$D_{nn'}(z) = \langle n | (z - H_0 - R) | n' \rangle,$$

то функция (5) принимает вид

$$a_k(x, t) = \sum_{nn'} \langle x | n \rangle (2\pi i)^{-1} \int_c dz \exp(izt) (D^{-1}(z))_{nn'} \langle n' | \lambda_k \rangle. \tag{8}$$

Обозначим $z_s = \varepsilon_s + (2i)^{-1} \Gamma_s$ корни уравнения $\det D(z) = 0$ и

$$\beta_{nn'}(z_s) \exp(-iz_s t) = \lim_{z \rightarrow z_s} (z - z_s) (D^{-1}(z))_{nn'} \exp(-izt)$$

соответствующие вычеты; получим

$$a_k(xt) = \sum_s \exp(-iz_s t) a_{ks}(x) + b_k(x, t),$$

где

$$a_{ks}(x) = \sum_{nn'} \langle x | n \rangle \beta_{nn'}(z_s) \langle n' | \lambda \rangle,$$

а $b_k(x, t)$ — вклад от других полюсов и разрезов. Если принять $\Gamma_\lambda = \min \{ \Gamma_s \}$ и пренебречь $b_k(x, t)$, то величина (1) примет вид $\Pi(t) = \exp(-\Gamma_\lambda t)$, выражающий закон радиоактивного распада; Γ_λ — ширина α -распада, а вещественная часть полюса $z_\lambda(\varepsilon_\lambda)$ — энергия α -распада.

Известно, что для естественных α -активных ядер $\Gamma_\lambda \ll \Delta E$ или $\Gamma_\lambda \ll Q_\alpha$, где ΔE — расстояние между ядерными уровнями; Q_α — кинетическая энергия вылетающей α -частицы. В приближении изолированного уровня пренебрегают членами, пропорциональными $\Gamma_\lambda [\Delta E]^{-1}$ или $\Gamma_\lambda [Q_\alpha]^{-1}$. В этом случае удобно построить проектор P на одно состояние $|0\rangle$, энергия которого E_0 лежит в непосредственной близости от экспериментальной энергии распада. В этом случае $P = |0\rangle\langle 0|$, а энергия и ширина α -распада определяются следующими ЧП-уравнениями:

$$\varepsilon_\lambda = E_0 + L_{00}(\varepsilon_\lambda); \quad L_{00}(\varepsilon_\lambda) = \langle 0 | L | 0 \rangle \quad (9)$$

и

$$\Gamma_\lambda = \langle 0 | \Gamma | 0 \rangle, \quad (10)$$

где операторы L и $\Gamma/2$ определены в уравнении (7) как действительная и мнимая части оператора R . Легко показать, что Γ_λ является суммой трех членов:

$$\Gamma_\lambda = \langle 0 | \Gamma_R | 0 \rangle + \langle 0 | \Gamma_W | 0 \rangle + \langle 0 | \Gamma' | 0 \rangle, \quad (11)$$

где

$$\Gamma_R = 2\pi R^+ Q \delta(\varepsilon_\lambda - H_0) Q R; \quad (12)$$

$$\Gamma_W = 2\pi W^+ q \delta(\varepsilon_\lambda - H_0) q W \quad (13)$$

и Γ' — оператор, содержащий члены высшего порядка по W .

В случае спонтанного α -распада можно пренебречь матричными элементами $\langle 0 | \Gamma_W | 0 \rangle$ и $\langle 0 | \Gamma' | 0 \rangle$, так как они определяют интенсивности α -переходов в q -подпространстве, являющиеся ничтожно малыми, и окончательно получим ЧП-выражение для α -ширины в виде:

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{c\varepsilon_\lambda} | R(\varepsilon_\lambda) | 0 \rangle|^2 = 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | r | g_0 \rangle|^2. \quad (14)$$

Разбиение на четыре подпространства определяет четыре выражения для α -ширины [см. (7)]:

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{c\varepsilon_\lambda} | H' \Omega_{A_r} \Omega_{q_r} \Omega_{Q_r} | 0 \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | n' \omega_{A_r} \omega_{q_r} \omega_{Q_r} | g_0 \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | n' | g_{1Q}^{(r)} \rangle|^2; \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{c\varepsilon_\lambda} | \Omega_{Q_l} H' \Omega_{A_r} \Omega_{q_r} | 0 \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | \omega_{Q_l} n' \omega_{A_r} \omega_{q_r} | g_0 \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | \omega_{Q_l} n' \omega_{A_r} | g_0^{(r)} \rangle|^2; \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{ce\lambda} | \Omega_{Q_l} \Omega_{q_l} H' \Omega_{A_r} | 0 \rangle|^2 = \\
 &= 2\pi \sum_c |\langle u_{ce\lambda} | \omega_{Q_l} \omega_{q_l} n' \omega_{A_r} | g_0 \rangle|^2 = \\
 &= 2\pi \sum_c |\langle u_{ce\lambda} | \omega_{Q_l} \omega_{q_l} n' | g_i \rangle|^2; \quad (14\text{в})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{ce\lambda} | \Omega_{Q_l} \Omega_{q_l} \Omega_{A_l} H' | 0 \rangle|^2 = \\
 &= 2\pi \sum_c |\langle u_{ce\lambda} | \omega_{Q_l} \omega_{q_l} \omega_{A_l} n' | g_0 \rangle|^2. \quad (14\text{г})
 \end{aligned}$$

Здесь было использовано следующее представление α -канального вектора:

$$\langle x | \varphi_{ce\lambda} \rangle = \langle x | \eta | u_{ce\lambda} \rangle = \int dR \langle x | \eta | R \rangle \langle R | u_{ce\lambda} \rangle, \quad (15)$$

где η — диагональная матрица с элементами

$$\langle x | \eta_c | R \rangle = A_{\alpha A} \{ R^{-1} \delta(R - R_x) \chi_\alpha(\xi_\alpha) [Y_l(\hat{R}_x) \Phi_{I_A}(\xi_A)]_{I_\lambda} \}. \quad (16)$$

Операторы $a \{r, h, h_0, h', \omega_A, \omega_q, \omega_Q\}$ получаются из $A \{R, H, H_0, H', \Omega_A, \Omega_q, \Omega_Q\}$ преобразованием $a = \eta^+ A \eta$. Уравнения (14) определяют также векторы: $|g_0\rangle = \eta^+ |0\rangle$;

$$|g_0^{(r)}\rangle = \omega_{q_r} |g_0\rangle = \eta^+ \Omega_{q_r} |0\rangle; \quad |g_i\rangle = \omega_{A_r} |g_0\rangle = \eta^+ \Omega_{A_r} |0\rangle;$$

$$|g_{iQ}^{(r)}\rangle = \eta^+ \Omega_{A_r} \Omega_{q_r} \Omega_{Q_r} |0\rangle.$$

Предполагая локальность операторов h и h_0 :

$$\langle R | h | R' \rangle = \delta(R - R') h(R); \quad \langle R | h_0 | R' \rangle = \delta(R - R') h_0(R),$$

где

$$h(R) = T_R + V(R), \quad h_0(R) = T_R + V_0(R),$$

а $T_R = -(\hbar^2/2m) d^2/dr^2$, заметим, что

$$\langle R | h' | R' \rangle = \delta(R - R') (V(R) - V_0(R)).$$

Если использовать уравнения Шредингера

$$(\varepsilon - h_0(R)) \langle R | u_{ce} \rangle = 0; \quad (\varepsilon - h(R)) \langle R | g_{iQ}^{(r)} \rangle = 0$$

и теорему Грина, то матричный элемент (14а) перепишем в следующем виде:

$$\langle u_{ce} | h' | g_{iQc}^{(r)} \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} \times \\ \times \lim_{R \rightarrow a_c} \left\{ g_{iQc}^{(r)}(R) \frac{d}{dR} u_{ce}^*(R) - u_{ce}^*(R) \frac{d}{dR} g_{iQc}(R) \right\}.$$

С помощью нормировки $\langle u_{ce} | u_{ce'} \rangle = \delta(\varepsilon - \varepsilon')$ получим

$$u_{ce}(R) = i\hbar^{-1} (2m/\pi k)^{1/2} F_{ce}(R),$$

где $F_{ce}(R)$ — регулярное решение задачи. Учитывая выражение вронскиана для регулярного и сингулярного решений $G_c F'_c - F_c G'_c = k$ и граничное условие для резонансной функции

$$g_{iQc}^{(r)}(R) G'_c(R) = (g_{iQc}^{(r)}(R))' G_c(R),$$

получаем факторизованное выражение для ширины α -распада [16, 27, 28]:

$$\Gamma_\lambda = \sum_c \frac{2ka_c}{G_{ce\lambda}^2} \frac{\hbar}{2ma_c^2} |g_{iQc}^{(r)}(a_c)|^2. \quad (14'a)$$

Очевидно, что функция $g_{iQc}^{(r)}(R)$ внутри ядра имеет очень сложный характер, а вне ядра она себя ведет как $G_{ce\lambda}(R)$. Но выражение (14'a) получается при условии локальности операторов h и h_0 и при использовании нормировки по энергии векторов $|u_{ce}\rangle$ в виде δ -функции. Однако эти условия не всегда выполняются (см. разд. 4).

В разд. 4 показано, что практически все модельные выражения для α -ширины можно получить из формул (14), (14а) — (14г). Выражение (14а) появляется скорее в формальных теориях [например (14'a)], (14г) — в кластерных приближениях, где операторы $\omega_{Ql} \omega_{ql} \omega_{Al} = S^{1/2}$ (S — спектроскопический фактор) предполагаются постоянными. Чаще всего используются выражениями (14б) или (14в) в зависимости от вида учета резонансного состояния.

Структура квазистационарного состояния. В литературе существуют несколько почти подобных понятий того, что мы называем квазистационарным состоянием, такие как: метастабильное, резонансное, компаунд (составное)- и квазисвязанное состояния.

В 1939 г. Зигерт [7] дал определение одночастичного резонансного состояния, как расходящегося решения $\psi_{\text{res}} = r^{-1} u_{\text{res}}$ стационарного уравнения Шредингера

$$u_{\text{res}}(r=0) = 0; \quad u_{\text{res}}(a_c) O'_c(ka_c) = u'_{\text{res}}(a_c) O_c(ka_c), \quad (17)$$

где O_c — сингулярное решение типа аут. Собственные значения уравнения Шредингера с граничными условиями (17) являются

комплексными и лежат на нефизическом листе римановой поверхности [8]. Мнимая часть такого собственного значения определяет ширину резонанса.

Существует и другое определение одночастичного резонансного состояния [42—44], где граничные условия (17) заменяются следующими:

$$u_{\text{res}}(r=0) = 0; \quad u_{\text{res}}(a_c) G'_c(a_c) = u'_{\text{res}}(a_c) G_c(a_c), \quad (18)$$

и $u_{\text{res}}(r)$ должна иметь определенное число узлов во внутренней области $r \in [0, r_\delta]$ (r_δ определяет положение максимума барьера).

Задача усложняется в случае многочастичного резонанса [6—11, 22]. В теории β - и γ -распада, а также в R -матричной теории ядерных реакций (следовательно, и в модели α -распада Манга) структура многочастичных квазистационарных состояний определяется в модели оболочек с остаточными эффективными взаимодействиями или в коллективных феноменологических моделях. В оболочечной трактовке ядерных реакций [23] вводятся новые понятия многочастичных квазистационарных состояний, такие как входные состояния (дoorвей), холлвей-, изобараналоговые состояния и т. п. Все они принадлежат подпространству «BSEC», построенному с помощью модели независимых частиц.

Новый шаг в изучении многочастичных квазистационарных состояний $|\lambda\rangle$ сделан в работе [6] на основе алгебры двух проекторов (ДП), с использованием уравнения

$$R|0\rangle = H'|\lambda\rangle, \quad (19)$$

где

$$R = H' + H'Q(\varepsilon_\lambda - QHQ)^{-1}QH' = L + (2i)^{-1}\Gamma, \quad (20)$$

$|0\rangle$ принадлежит подпространству «BSEC»; E_0 лежит в непосредственной близости от энергии распада, а $Q = 1 - P$; $P = |0\rangle\langle 0|$. Из (19) получим

$$|\lambda\rangle = |0\rangle + (\varepsilon - H_0)^{-1}QH'|\lambda\rangle \quad (21)$$

или

$$(\varepsilon - H)|\lambda\rangle = (\varepsilon - E_\lambda)|0\rangle, \quad (22)$$

где

$$E_\lambda = E_0 - \langle 0|L|0\rangle + (2i)^{-1}\Gamma_\lambda = \varepsilon_\lambda + (2i)^{-1}\Gamma_\lambda; \quad (23)$$

$$\Gamma_\lambda = \langle 0|\Gamma|0\rangle = 2\pi\langle 0|R^+Q\delta(\varepsilon - H_0)QR|0\rangle. \quad (24)$$

При энергии резонанса $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$ получаем следующее уравнение:

$$(E_\lambda - H)|\lambda\rangle = (2i)^{-1}\Gamma_\lambda(\varepsilon_\lambda - H_0)^{-1}QH'|\lambda\rangle. \quad (25)$$

Заметим, что в (22) при $\varepsilon = E_\lambda$ вектор $|\lambda\rangle$ удовлетворяет граничным условиям Зигерта [17], в то время, как решение (25)

удовлетворяет граничным условиям (18), если Q проектирует и на состояния открытых каналов, пороги которых лежат ниже ε_λ . Определение квазистационарных состояний [21, 25] при $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$, по нашему мнению является более естественным.

Переходя теперь к ЧП-формализму, определим квазистационарное состояние интегральным уравнением

$$|\lambda\rangle = \Omega_{A_c} \Omega_{q_r} \Omega_{Q_r} |0\rangle \quad (26)$$

при $\varepsilon = \varepsilon_\lambda$, где ε_λ дано в (9), а операторы Ω определены в (7). Представление квазистационарного состояния как многочастичного связанного состояния, данное известными в настоящее время моделями ядерной структуры, получается из (26). При $\Omega_{q_r} = 1$ и $\Omega_{Q_r} = 1$

$$|\lambda\rangle \approx \Omega_{A_r} |0\rangle \equiv |\Phi_i\rangle \quad (27)$$

или

$$(P + A)(\varepsilon_\lambda - H)(P + A)|\Phi_i\rangle = F_{00}|0\rangle; \quad F = R - H'; \quad F_{00} = \langle 0 | F | 0 \rangle. \quad (28)$$

Так как неоднородный член мал, то он слабо влияет на решение (28) и им можно пренебречь. Остающееся однородное уравнение определяет вектор $|\phi_i\rangle$ в подпространстве $P + A$. Такая задача эквивалентна задаче диагонализации точного гамильтониана в некотором конечном подпространстве, являющейся центральной задачей моделей ядерной структуры (например, модель оболочек с остаточными эффективными взаимодействиями [24—26]). Из уравнений (14а) — (14г), используя технику перестановки операторов Ω , получим возможность учесть часть характеристик квазистационарного состояния в начальном состоянии (например ϕ_i), а остальные характеристики в α -канальном состоянии, как следует из (14б) и (14в).

Распад ядерного состояния. Приведем схематический анализ теорий распада приготовленных состояний. Практически под приготовленным состоянием понимается связанное состояние, определенное в многочастичных моделях ядерной структуры [24—27].

Формализм Борна — Казимира — Манга. Борн [1], Казимир [2] и Манг [3] использовали решение временного уравнения Шредингера, представляемое в виде [3]

$$|\varphi(t)\rangle = a(t)|\Phi_i\rangle + \sum_c \int d\varepsilon D_c(\varepsilon, t) |\varphi_{c\varepsilon}\rangle.$$

Первый член в правой части разлагается по базису внутренней задачи (практически по базису модели оболочек). Второй член является разложением по базису состояний непрерывного спектра α -канальной задачи. Предполагают ортогональность первого

члена ко второму. Применяют известную теорию излучения [4]. Считают, что временные коэффициенты разложения имеют почти гармоническую зависимость от времени. Пренебрегают членами второго порядка малости и матричными элементами, связывающими разные α -каналы. В рамках перечисленных гипотез этот формализм дает следующие выражения для энергии и ширины α -распада:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\lambda &= E_i + \Delta; \quad E_i = \langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle; \\ \Delta &= \sum_c^{\text{PV}} \int d\varepsilon \frac{|\langle \varphi_{ce} | H - E_i | \Phi_i \rangle|^2}{E_i + \Delta - \varepsilon}; \\ \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{ce_\lambda} | H - E_i | \Phi_i \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{ce_\lambda} | h - E_i | g_i \rangle|^2. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Заметим, что в приближении $(\Delta/E_i) \ll 1$, выражение для Γ_λ имеет вид (14'a), где $g_{iQ}^{(r)}$ (R) заменяется функцией g_i (R) [см. (14в)]. Естественно и здесь предполагают локальность оператора h и нормировку $\langle u_{ce} | u_{ce'} \rangle = \delta(\varepsilon - \varepsilon')$. Выражение (29) получается, следовательно, из (14) подстановкой $\Omega_{Qr} = 1$; $\Omega_{qr} = 1$; $\Omega_{Ar} | 0 \rangle = | \phi_i \rangle$. При этом пренебрегают резонансным характером [6—11, 22] квазистационарного состояния и связью α -каналов. Однако это сильно искажает значения абсолютных ширин α -распада.

Формализм Гольдбергера — Ватсона. Используя оператор эволюции $\exp(-iHt)$, получим выражение зависящей от времени волновой функции ядерного состояния в виде [11]

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \exp(-iHt) | 0 \rangle = \\ &= (2\pi i)^{-1} \int d\varepsilon \exp(-i\varepsilon t) G^{(+)}(\varepsilon) | 0 \rangle = \\ &= (2\pi i)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \exp(i\varepsilon t) [G^{(+)}(\varepsilon) - G^{(-)}(\varepsilon)] | 0 \rangle, \end{aligned}$$

где состояние $| 0 \rangle$ принадлежит подпространству «BSEC» [см. (19)]. В рамке ДП-формализма [6] [см. уравнения (19) — (25)] закон распада приготовленного состояния приближенно определяется соотношением [11]

$$|\langle 0 | \psi(t) \rangle|^2 \approx \exp(-\Gamma_\lambda t),$$

где ширина Γ_λ и энергия распада ε_λ определяются формулами (23) и (24). Если учесть явное выражение оператора Q (3), то (24)

перепишется в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{c\varepsilon_\lambda} | R(\varepsilon_\lambda) | 0 \rangle|^2 = 2\pi \sum_c |\langle \varphi_{c\varepsilon_\lambda} | H' | \lambda \rangle|^2 = \\ &= 2\pi \sum_c |\langle u_{c\varepsilon_\lambda} | h' | g_\lambda \rangle|^2. \end{aligned} \quad (24a)$$

Очевидно, что состояния $|\varphi_{c\varepsilon_\lambda}\rangle$ принадлежат подпространству открытых каналов. Заметим, что используя ЧП-разложение (6) для оператора Грина, получаем выражение (14) для α -ширины. Подчеркнем, что вся сложность задачи α -распада в таком формализме переносится в оператор $R(\varepsilon_\lambda)$. Единственное достоинство формулы (24a) состоит в том, что можно учесть структуру квазистационарного состояния в виде (21).

2. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕОРИЯ α -РАСПАДА

Интересно выяснить, каким образом в рамках стационарных теорий ядерных реакций и рассеяния можно описать α -распад. Представим сначала α -распадающееся состояние как квазистационарное состояние, которое может в принципе (но не во всех реальных случаях) возбуждено бомбардировкой дочернего продукта α -частицами. Хотя стационарная трактовка и не включает зависимость от времени, в ней фигурируют величины, которые непосредственно наблюдаются на опыте, т. е. времена жизни. Известно, что время жизни α -радиоактивного состояния равно \hbar/Γ_λ , где Γ_λ — ширина состояния; это вытекает из соотношения неопределенности для энергии и времени.

Резонансное рассеяние в ЧП-формализме. В формальной теории рассеяния [29, 30] матрица столкновений на энергетической поверхности ε связана с T -матрицей известным соотношением:

$$S = 1 - 2\pi iT; \quad T = H' + H'G(\varepsilon)H'$$

Используя разложение (6) для оператора Грина $G(\varepsilon)$, получаем в приближении изолированного уровня

$$T = R + RP(\varepsilon - E_\lambda)^{-1}PR,$$

где $E_\lambda = \varepsilon_\lambda + (2i)^{-1}\Gamma_\lambda$ определяется уравнениями (9—14). Интерпретация резонансных параметров ε_λ и Γ_λ аналогична интерпретации, данной в разд. 1.

Другие стационарные трактовки. Обсудим формулировки резонансных ядерных реакций, представленные в работах [21, 23, 31—41].

***R*-матричный формализм.** В этом формализме конфигурационное пространство делится на внутреннюю и внешнюю области, решаются многочастичные уравнения Шредингера в каждой обла-

сти, а потом сшиваются внутренние и внешние волновые функции введением R -матрицы [21]: $R = \sum_{\lambda} (E_{\lambda} - \varepsilon)^{-1} \gamma_{\lambda} \times \gamma_{\lambda}$, где γ_{λ} — амплитуды приведенных ширин, т. е. значения внутренних волновых функций на поверхности канала, а E_{λ} — энергии резонансных уровней, обладающих структурой многочастичных связанных состояний. Резонансные параметры, энергии ε_{λ} и ширины Γ_{λ} определяются выражениями

$$\varepsilon_{\lambda} = E_{\lambda} + \Delta_{\lambda}; \quad \Gamma_{\lambda} = \sum_c \Gamma_{\lambda c} = \sum_c 2P_c \gamma_{\lambda c}^2, \quad (30)$$

где Δ_{λ} — энергетический сдвиг, P_c — проницаемость потенциального барьера и $\gamma_{\lambda c}^2$ — приведенная ширина (вероятность формирования соответствующего канала).

Как было отмечено ранее, приложение R -матричного формализма к α -распаду встречает серьезные трудности из-за зависимости физических величин от нефизических параметров теории.

Формализмы типа Фешбаха. Воспользуемся ДП-формализмом ($P + Q = 0$, $[P, H_0] = 0 = [Q, H_0]$). Тогда многоканальное стационарное уравнение Шредингера $[\varepsilon - H] |\psi\rangle = 0$ разбивается на два

$$(\varepsilon - H_{QQ}) Q\psi = H_{QP} P\psi; \quad (31)$$

$$(\varepsilon - H_{PP}) P\psi = H_{PQ} Q\psi. \quad (32)$$

Используя однородное уравнение $(\varepsilon - H_{QQ}) \psi_{0s}(\varepsilon) = 0$, представим решение (31) для канала s в виде

$$Q\psi = \psi_{0s}(\varepsilon) + (\varepsilon - H_{QQ})^{-1} H_{QP} P\psi. \quad (33)$$

Элемент матрицы T для канала $st_s = \langle \psi_{0s} | H_{QP} | P\psi \rangle$ получается при решении системы уравнений

$$\sum_c (\delta_{sc} + i\pi K_{sc}) t_c = K_{ss},$$

где

$$\begin{aligned} K_{sc} &= \langle \psi_{0s} | H_{QP} (\varepsilon - H_{PP} - H_{PQ} P V) (\varepsilon - H_{QQ})^{-1} H_{QP} | \psi_{0c} \rangle = \\ &= \sum_{\lambda} (\varepsilon - E_{\lambda})^{-1} \langle \psi_{0s} | H_{QP} | \phi_{\lambda} \rangle \langle \phi_{\lambda} | H_{PQ} | \psi_{0c} \rangle \end{aligned}$$

является элементом матрицы K , имеющей прямое соответствие с R -матрицей. Матрица K явно описывает унитарный характер S -матрицы. С учетом (32) и (33) элементы T -матрицы принимают вид

$$\begin{aligned} T_{fi} &= T_{fi}^{\text{pot}} + \exp(2i\delta) \langle \psi_{0f} | H_{QP} | P\psi \rangle = \\ &= T_{fi}^{\text{pot}} + \exp(2i\delta) \langle \psi_{0f} | H_{QP} (\varepsilon - H_{PP} - M_{PP})^{-1} H_{PQ} | \psi_{0i} \rangle, \end{aligned}$$

где

$$M_{PP} = H_{PQ} (\varepsilon - H_{QQ})^{-1} H_{QP}.$$

Для изолированного резонанса оператор P строится из одного состояния $P = |0\rangle\langle 0|$, следовательно,

$$\langle 0 | M_{PP} | 0 \rangle = \Delta_\lambda + (2i)^{-1} \Gamma_\lambda,$$

где

$$\Delta_\lambda = \langle 0 | H_{PQ} P V (\varepsilon - H_{QQ})^{-1} H_{QP} | 0 \rangle;$$

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \langle 0 | H_{PQ} \delta(\varepsilon - H_{QQ}) H_{QP} | 0 \rangle.$$

Из вышеприведенных уравнений получим явное выражение для энергии и ширины резонанса:

$$\varepsilon_\lambda = E_0 + \Delta_\lambda, \quad E_0 = \langle 0 | H_{PP} | 0 \rangle; \quad (34)$$

$$\Gamma_\lambda = 2\pi |\langle 0 | H_{PQ} | \psi_{0s} \rangle|^2. \quad (35)$$

Если состояние $|0\rangle$ принадлежит подпространству «BSEC», то (35) и (24), (24а) эквивалентны [11]. При другом разбиении H (см. разд. 4) Γ_λ из (35) идентична Γ_λ из (68), (71).

3. ОСВОБОЖДАЮЩАЯСЯ ЭНЕРГИЯ α -РАСПАДА

Закон сохранения энергии при α -распаде определяет кинетическую энергию α -частицы следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= (M_{A+4} - M_A - M_\alpha) c^2 = \\ &= B_A + B_\alpha - B_{A+4} + \delta E_{A+4} - \delta E_A, \end{aligned} \quad (36)$$

где B и δE обозначают энергию связи и энергию относительного возбуждения ядер соответственно. Так как энергия резонанса (9) равна:

$$\varepsilon_\lambda = -B_{A+4} + \delta E_{A+4} = Q_\alpha - B_A + \delta E_A - B_\alpha, \quad (37)$$

то в конкретных расчетах ширин α -распада используются экспериментальные значения масс и энергий возбуждения.

В последнее время изучаются области ядер, где экспериментальные значения этих величин неизвестны (область нейтронодефицитных и сверхтяжелых ядер). Поэтому массы и энергии необходимо рассчитывать теоретически. Существуют два подхода расчетов этих величин: 1) самосогласованный микроскопический (СМ) и 2) макроскопический микроскопический (ММ).

В СМ-подходе обычно начинают с выбора нуклон-нуклонного потенциала и решают многочастичное уравнение Шредингера в рамках приближения Хартри — Фока. Используемые n - n -потенциалы подобраны так, чтобы объяснить: а) экспериментальное n - n -рассеяние или б) общие ядерные свойства. Первая категория потенциалов — реалистические, они ведут к многочастичным уравнениям, при решении которых необходимо использовать сложную технику типа Бракнера [45, 46], Бете — Голдстоуна

[47] и Бете — Фаддеева [48, 49]. Несмотря на это, получают большие отклонения теоретических значений энергий связи от экспериментальных. Для описания свойств (6) используют модельные потенциалы, среди которых потенциал Скирма [50, 51] считается самым удобным, так как он содержит дираковские δ -функции, а насыщение получают учетом трехчастичного члена. Потенциал Скирма содержит шесть свободных параметров, подобранных так, чтобы описывать эмпирическую массовую формулу, спин-орбитальное расщепление и распределение плотностей.

Подход ММ опирается на модифицированную модель жидкой капли (макроскопическая часть) с поправками Струтинского [52] (микроскопическая часть). Макроскопическая часть зависит от заданной геометрической формы ядра. Оболочечные и парные поправки получают, используя одночастичную модель, построенную на базе свернутого (folded Yukawa) одночастичного потенциала [53], зависящего от формы ядра.

Эти теоретические подходы не учитывают явно все члены, которые должны присутствовать в $L_{00}(\epsilon_\lambda)$ (9). По-видимому, включение отброшенных членов может привести к тому, что отклонение теоретической энергии от экспериментальной станет меньше 1 Мэв [53]. Такая неточность в определении энергии ведет за собой неточность до нескольких порядков в определении α -ширин. Поэтому изучению относительных величин в α -распаде придается наибольшее значение. Так как модели, использованные в расчетах ϵ_λ и Γ_λ , несогласованны, естественно, что результаты искажены соответственным образом.

4. КОНКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ РАСЧЕТА α -ШИРИН

Конкретные модели расчета α -ширин вытекают естественным образом из вышеизложенных стационарных и нестационарных теорий. Будем рассматривать модель Манга [3], как наиболее используемую. Другие R -матричные модели, описанные в известных монографиях [54—56] не будут представлены здесь. Обсудим также некоторые не R -матричные модели, в которых получены численные результаты.

Модель Манга. Факторизованное выражение (30) для α -ширины, полученное как R -матричным подходом [28], так и нестационарным формализмом (см. разд. 1 и [3]) лежит в основе модели Манга. Чтобы получить (30) из (14), надо постулировать взаимодействие, ответственное за распад (H'). Для этого напомним выражение точного гамильтониана в следующем виде:

$$H = H_\alpha + H_A + T_{\alpha A} + V_{\alpha A}^{\text{coul}}(R_x) - V_0 \Theta(R - R_x), \quad (38)$$

где

$$R = a_c + a_c \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\hat{R}_x) = a_c + \Delta R, \quad (39)$$

а гамильтониан (2) в виде

$$H_0 = H_\alpha + H_A + T_{\alpha A} + V_{\alpha A}^{\text{coul}}(R_x) - V_0 \Theta(a_c - R_x). \quad (40)$$

Воспользуемся затем разложением функции Хевисайда

$$\Theta(R - R_x) = \Theta(a_c - R_x) + \\ + \Delta R \delta(a_c - R_x) - (1/2) (\Delta R)^2 \delta'(a_c - R_x) + \dots$$

При этом взаимодействие

$$H' = -V_0 \Delta R \delta(a_c - R_x) + (1/2) V_0 (\Delta R)^2 \delta'(a_c - R_x) + \dots \quad (41)$$

Первый член этого разложения равен

$$H' = \beta(a_c) \delta(a_c - R_x). \quad (42)$$

Пренебрегая обменными членами $h'(R, R')$ в (14а) и подставляя $\Omega_{Q_r} = 1$, $\Omega_{q_r} = 1$; получим выражение (30) для α -ширины:

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c |\langle u_{c\epsilon_\lambda} | \beta(a_c) \delta(a_c - R_x) | g_i \rangle|^2 = \sum_c 2P_c(a_c) \gamma_{\lambda c}^2(a_c), \quad (30')$$

где

$$\beta(a_c) \approx kh^2 [2mF_c(a_c) G_c(a_c)]^{-1} \approx \hbar^2 q(a_c) m^{-1}; \quad (43)$$

$$q(R) = k \{ l(l+1) k^{-2} R^{-2} + Q_\alpha^{-1} [V_{\alpha A}^{\text{coul}}(R) + V_{\alpha A}^{\text{nuc1}}(R)] - 1 \}, \quad (44)$$

а $V_{\alpha A}^{\text{nuc1}}(R) \approx -V_0 \Theta(a_c - R)$. В практических расчетах это выражение заменяется потенциалом Саксона—Вудса. Выражение (43) получается при использовании ВКБ-приближения для проницаемости [57] (см. [21], приложение II):

$$P_c = a_c q(a_c) \exp \left(-2 \int_{a_c}^{r_0} dr q(r) \right) = ka_c \left| \frac{R g_{ic}^{(r)}(R)}{a_c g_{ic}^{(r)}(a_c)} \right|^2, \quad (45)$$

где $k = 2mQ_\alpha \hbar^{-2}$; Q_α — определяется уравнением (36) с экранирующей поправкой [57], а r_0 — внешняя точка поворота, определенная равенством $q(r_0) = 0$.

Второй множитель в (30)

$$\gamma_{\lambda c}^2(a_c) = \hbar^2 (2ma_c)^{-1} |g_{ic}(a_c)|^2 = \hbar^2 (2ma_c^2)^{-1} |G_{ic}(a_c)|^2 = \\ = \frac{\hbar^2}{2ma_c^2} \binom{N}{2} \binom{z}{2} |\langle \phi_{I_i \sigma_i M_i} | a_c^{-1/2} \times \\ \times \delta(a_c - R_x) | \chi_\alpha [Y_l \phi_{I_f \sigma_f}]_{I_i M_i} \rangle|^2 \quad (46)$$

является приведенной α -шириной. Это выражение зависит от модельных функций ядер. Напишем (46) в представлении чисел заполнения [58—67] для сферических ядер [58]:

$$\gamma_{\lambda c}^2(I_i \sigma_i; I_f \sigma_f) = \frac{\hbar^2}{2ma_c^2} \binom{N}{2} \binom{z}{2} |M_l(I_i \sigma_i; I_f \sigma_f)|^2, \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned} M_l(I_i \sigma_i; I_f \sigma_f) &= \langle \tilde{0} | [\Omega_{I_i \sigma_i}, \Psi_{I_f \sigma_f}^\dagger] | \tilde{0} \rangle; \quad |I \sigma\rangle = \Omega_{I \sigma}^\dagger | \tilde{0} \rangle; \\ \Psi_{I_f \sigma_f}^\dagger &= \sum_{\nu\nu'} \sum_{\omega\omega'} \sum_{j_{\nu\nu'} j_{\omega\omega'}} A_{j_{\nu\nu'} j_{\omega\omega'}}^l \times \\ &\times (\nu\nu' | \omega\omega') [[A_{\nu\nu'}^\dagger(\nu\nu') A_{j_{\omega\omega'}}^l(\omega\omega')]_l \Omega_{I_f \sigma_f}^\dagger]_{I_i}; \\ A_{j_{\nu\nu'} j_{\omega\omega'}}^l(\nu\nu' | \omega\omega') &\equiv \langle j_\nu j_{\nu'} (j_{\nu\nu'}) j_\omega j_{\omega'} (j_{\omega\omega'}) \times \\ \times [[[a_c^{-1/2} \delta(a_c - R_x) \| \chi_\alpha Y_l] \equiv \langle a_c | A_{j_{\nu\nu'} j_{\omega\omega'}}^l(\nu\nu' | \omega\omega') \rangle; \\ A_{j_\mu}^\dagger(ss') &= (a_s^\dagger a_{s'}^\dagger)_{j\mu}. \end{aligned} \quad (48)$$

Здесь $s = n_s l_s j_s$; $a_{sm}^\dagger (a_{sm})$ — фермионные операторы рождения (уничтожения) нуклона в одночастичном оболочечном состоянии. Величины $A_{jj}^l(\nu\nu' | \omega\omega')$ являются одночастичными α -амплитудами сферических ядер, т. е. интегралами перекрытия четырех сферических орбиталей с волновой функцией основного состояния α -частицы, находящейся в состоянии с угловым моментом l относительно центра масс дочернего ядра.

Для сильнодеформированных ядер [59] выражение (46) имеет вид

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda c}^2(I_i K_i \pi_i; I_f K_f \pi_f) &= \hbar^2 [2ma_c^2 (1 + \delta_{K_i 0}) (1 + \delta_{K_f 0})]^{-1} \times \\ &\times \binom{N}{2} \binom{Z}{2} \left| \sum_L [B_{II_f}^L K_i - K_f M_{LK_i - K_f}(K_i \pi_i; K_f \pi_f) + \right. \\ &\left. + (-1)^{I_i - L - K_f} \pi_f B_{II_f}^{LK_i + K_f} M_{LK_i + K_f}(K_i \pi_i; K_f \pi_f) \right|^2, \quad (49) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} M_{LM}(K_i \pi_i; K_f \pi_f) &= \langle \tilde{0} | [\Omega_{K_i \pi_i}, \Psi_{K_f \pi_f}^\dagger]_{LM} | \tilde{0} \rangle; \quad |K \pi\rangle = \Omega_{K \pi}^\dagger | \tilde{0} \rangle; \\ \Psi_{K \pi}^\dagger &= 4^{-1} \sum_{\nu\nu', \omega\omega'}^{LM} A_{\tau\tau', \sigma\sigma'}^{LM}(\nu\nu' | \omega\omega') a_{\nu\tau}^\dagger a_{\nu'\tau'}^\dagger a_{\omega\sigma}^\dagger a_{\omega'\sigma'}^\dagger \Omega_{K \pi}^\dagger. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{\tau\tau', \sigma\sigma'}^{LM}(\nu\nu' | \omega\omega') &= \langle \chi_{\nu\tau} \chi_{\nu'\tau'} \chi_{\omega\sigma} \chi_{\omega'\sigma'} | a_c^{-1/2} \delta(a_c - R_x) | \chi_\alpha Y_{LM} \rangle = \\ &= \langle a_c | A_{\tau\tau', \sigma\sigma'}^{LM}(\nu\nu' | \omega\omega') \rangle \quad (50) \end{aligned}$$

являются одночастичными α -амплитудами, соответствующими орбиталям типа Нильсона (χ_{so}) [66, 67]. Эти же величины обозначены в работах Манга с сотрудниками [63, 64] как $\Gamma_{LM}^{\Omega_v, \Omega_v', \Omega_\omega, \Omega_\omega'}$. Матрицы

$$B_{II_f}^{LK_i \pm K_f} = (-)^{l \mp K_i + K_f} C_{\pm K_i K_f \pm K_i K_f}^{III_f} K_{iL}^{K_i \mp K_f}, \quad (51)$$

где $K_{iL}^M = \langle Y_{LM} | \exp(BP_2) | Y_{LM} \rangle$ являются матрицами Фремана — Носова [60, 61]. Они получаются, если учесть в разложении (41) член, пропорциональный Y_{20} и с помощью Ω_{Q_i} [см. (146)] построить связь α -каналов в рамках ВКБ-приближения. При $B = 0$ эта связь выключается.

Результаты расчетов в модели Манга показали, что если относительные теоретические вероятности α -распада можно согласовать (но не всегда) с соответствующими экспериментальными значениями (см. рис. 2—24), то абсолютные вероятности сильно отличаются от экспериментальных: иногда на четыре и более порядков [68, 69]. Причины большой разницы теории и эксперимента различны, но главное различие обусловлено неправильным сшиванием внутренних модельных волновых функций с внешними α -канальными функциями по всем степеням свободы на поверхности канала. Это сшивание невозможно произвести корректно, пользуясь волновыми функциями, определенными в известных в настоящее время моделях ядерной структуры. Были попытки устранить эти недостатки теории Манга, но, к сожалению, каждая из них сосредоточивается только на отдельной стороне задачи. Получение какого-то положительного эффекта при описании, скажем, проницаемости, без того, чтобы рассматривать [его влияние на приведенную ширину, не является убедительным шагом в направлении улучшения теории. Отметим однако некоторые попытки, которые можно рассматривать, как исходные для изучения возможных физических эффектов, играющих какую-то роль в теории α -распада.

Эффект уменьшения потенциального барьера за счет внутренней структуры α -частицы рассмотрен в [80, 86]. В работе [80] для расчета проницаемости предложена модель α -частицы сильнодеформированной вдоль направления распада. В ней получено усиление проницаемости (при использовании алгебраического метода [70]) на множитель $5 \div 40$. Однако такая модель противоречит предположению R -матричной теории, по которому в канале α -частица должна быть сферической в s -состоянии. Эта модель может иметь смысл в не R -матричных теориях типа Фешбаха.

В работе [86] изучается эффект уменьшения барьера при учете сложной структуры α -частицы, предложенный в [87]. Эффект получается не очень большим.

Влияние параметра диффузности ядерного потенциала на значение одночастичной приведенной ширины γ_{sp}^2 рассмотрен в [69]. Величина γ_{sp}^2 растет с ростом этого параметра. Парциальная α -ширина рассчитывается по формуле $\Gamma_{\lambda c} = S_c \Gamma_{sp} = S_c 2P_c \gamma_{sp}^2$, где S_c — спектроскопический фактор; P_c и S_c практически не изменяются с параметром диффузности. В работе [85] Γ_{sp} рассчитывается, как мнимая часть соответствующего полюса S -матрицы, где влияние параметра диффузности включено непосредственным образом.

Смешивание конфигураций в структуре состояний ядер увеличивает значение приведенных α -ширин для благоприятных α -переходов и уменьшает — для неблагоприятных α -переходов. Коэффициент усиления приведенных α -ширин за счет парных корреляций достигает в некоторых случаях трех порядков и более [65, 76]. Это говорит о том, что силы, связывающие нуклоны в состоянии с нулевым спином, играют большую роль в α -распаде.

Недавно [77—79] обнаружено, что антисимметризация в α -канале проведена приближенно: не учтен эффект разных конечных размеров пары ядер канала (эффект Паули — Флисбуха). Учет этого эффекта увеличивает приведенную ширину до четырех порядков в некоторых случаях. Однако необходима осторожность, так как может появиться опасность «двойного учета» при включении смеси конфигураций.

Рассмотрим кратко эффект Флисбуха и его влияние на значение α -ширины.

Введем следующие обозначения [см. (15)]:

$$\eta_c^\dagger \eta_c = N_c^{-2} = 1 - K_c; \quad N_c \eta_c^\dagger \eta_c N_c = 1; \quad N = N^+ = (1 - K)^{-1/2}; \quad (52)$$

$$\langle R | \eta_c^\dagger \eta_c | R' \rangle = \int dx \langle R | \eta_c^\dagger | x \rangle \langle x | \eta_c | R' \rangle = \delta(R - R') - K_c(R, R). \quad (53)$$

Радиальное уравнение α -канала переписется в виде

$$\left. \begin{aligned} \{\varepsilon N_c^{-2} - N_c^{-1} h_0^{(N)} N_c^{-1} | u_{c\varepsilon} \rangle = 0; \\ \langle u_{c\varepsilon} | 1 - K_c | u_{c\varepsilon'} \rangle = \delta(\varepsilon - \varepsilon'), \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

где $h_0^{(N)} = N_c \eta_c^\dagger H_0 \eta_c N_c$. Заметим, что коррелированный вектор $|\Omega_{c\varepsilon}\rangle = N_c^{-1} |u_{c\varepsilon}\rangle$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$(\varepsilon - h_0^{(N)}) |\Omega_{c\varepsilon}\rangle = 0; \quad \langle \Omega_{c\varepsilon} | \Omega_{c\varepsilon'} \rangle = \delta(\varepsilon - \varepsilon'). \quad (55)$$

Из (53), вытекает, что

$$K_c(R, R') = \sum_s \langle R | \eta_{\alpha c}^\dagger | s \rangle \langle s | \eta_{\alpha c} | R' \rangle, \quad (56)$$

где $s = \{n_\nu l_\nu j_\nu n_\nu' l_\nu' j_\nu' j_\nu \nu\}$ $n_w l_w j_w n_w' l_w' j_w' j_w \omega\}$ для сферических и $s = \{\nu \tau, \nu' \tau', \omega \sigma, \omega' \sigma'\}$ для деформированных ядер [см.

(48), (50)]. Суммирование в (56) проводится по всем $(\nu\nu' | \omega\omega')$ орбиталам при условии, что по крайней мере одна из них занята. Учитывая, что

$$\langle x_\alpha | \eta_{\alpha c} | R \rangle = R^{-1} \delta(R - R_x) \chi_\alpha(\xi_\alpha) Y_{lm}(\hat{R}_x),$$

вектор $\langle R | \eta_{\alpha c} | s \rangle$ принимает вид [см. (48)]

$$\langle R | \eta_{\alpha c} | s \rangle = R^{-1/2} \langle R | A_{j\nu\nu'\omega\omega'}^t(\nu\nu' | \omega\omega') \rangle$$

для сферических ядер и [см. (50)]

$$\langle R | \eta_{\alpha c} | s \rangle = R^{-1/2} \langle R | A_{\tau\tau'\omega\omega'}^{LM}(\nu\nu' | \omega\omega') \rangle$$

для деформированных ядер.

Если решить задачу на собственные значения

$$K_c | \mu \rangle = \omega_{\mu c} | \mu \rangle;$$

$$\int dR' K_c(R, R') \langle R' | \mu \rangle = \omega_{\mu c} \langle R | \mu \rangle, \quad (57)$$

то оператор N_c примет вид

$$N_c(R, R') = \sum \langle R | \mu \rangle (1 - \omega_{\mu c})^{-1/2} \langle \mu | R' \rangle. \quad (58)$$

Учитывая (56), получаем, что спектр собственных значений $\omega_{\mu c}$ дискретен, а $\omega_{\mu c} \ll 1$.

Перепишем теперь вектор α -канального состояния (15) в новом представлении:

$$\begin{aligned} | \Phi_{c\epsilon} \rangle &= \eta N_c | \Omega_{c\epsilon} \rangle; \quad \langle x | \Phi_{c\epsilon} \rangle = \\ &= \int dR dR' \langle x | \eta_c | R \rangle N_c(R, R') \langle R | \Omega_{c\epsilon} \rangle. \end{aligned} \quad (59)$$

Тогда уравнения (14) принимают вид

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | r^{(N)} | g_{0N} \rangle |^2; \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | h'^{(N)} \omega_{A_r}^{(N)} \omega_{q_r}^{(N)} \omega_{Q_r}^{(N)} | g_{0N} \rangle |^2 = \\ &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | h'^{(N)} | g_{iQ_N}^{(r)} \rangle |^2; \end{aligned} \quad (60a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | \omega_{Q_i}^{(N)} h'^{(N)} \omega_{A_r}^{(N)} \omega_{q_r}^{(N)} | g_{0N} \rangle |^2 = \\ &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | \omega_{Q_i}^{(N)} h'^{(N)} \omega_{A_r}^{(N)} | g_{0N}^{(r)} \rangle |^2; \end{aligned} \quad (60b)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\lambda &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | \omega_{Q_i}^{(N)} \omega_{q_i}^{(N)} h'^{(N)} \omega_{A_r}^{(N)} | g_{0N} \rangle |^2 = \\ &= 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | \omega_{Q_i}^{(N)} \omega_{q_i}^{(N)} h'^{(N)} | g_{iN} \rangle |^2; \end{aligned} \quad (60b)$$

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c | \langle \Omega_{c\epsilon\lambda} | \omega_{Q_i}^{(N)} | \omega_i^{(N)} \omega_{A_i}^{(N)} h'^{(N)} | g_{0N} \rangle |^2. \quad (60r)$$

Здесь $d^{(N)}$ -операторы получаются из a -операторов (14) преобразованием $a^{(N)} = NaN$, а векторы $|g_{\alpha N}\rangle$ — из $|g_{\alpha}\rangle$ преобразованием $|g_{\alpha N}\rangle = N|g_{\alpha}\rangle$. Считая, что $\langle R | h'^{(N)} | R' \rangle = \beta(a_c) \times \delta(R - a_c) \delta(R - R')$, получим новое R -матричное выражение для α -ширины [см. (46)]:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{\lambda} &= \sum_c 2P_c(a_c) \gamma_{\lambda c N}^2(a_c); \\ \gamma_{\lambda c N}^2 &= h^2(2ma_c)^{-1} |g_{iNc}|^2; \\ g_{iNc}(R) &= \int dR N_c(R, R') g_{ic}(R'). \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Заметим, что оператор N может быть рассмотрен, как часть оператора Ω_a [7], если в α -канальном состоянии заранее не производится антисимметризация. При этом взаимодействие H' включает и обменные силы.

Резонансный характер квазистационарного состояния может быть учтен либо в начальном состоянии [94, 133], либо в α -канальном состоянии [42, 43], если использовать технику перестановки операторов $\Omega_q(\omega_q)$ в уравнениях (14б), (14в) или (60б), (60в) и считать, что q -подпространство генерирует резонансные состояния. Такая возможность была использована в работах [42, 43], где проницаемость рассчитана по формуле $P_c = ka_c |u_{\text{рез}}(a_c)|^{-2}$, $u_{\text{рез}}$ является резонансной функцией (18), а радиус канала a_c выбирается в той точке, где $u_{\text{рез}}$ имеет последний максимум в области барьера.

В работах [19, 71, 72, 75] рассмотрено влияние «свободных» оптических параметров и радиуса канала на значение α -ширины. В [19] определены семейства оптических потенциалов, которые дают практически постоянное значение Γ_{λ} («Плато»-модель) в широкой зоне вариации «свободных» параметров вблизи поверхности ядра. Нужно отметить, что поведение Γ_{λ} при $a_c \rightarrow \infty$ не постоянно, если использовать связанные состояния Саксона — Вудса или осцилляторного базисов:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\lambda}^{\text{osc}}(a_c \rightarrow \infty) &\approx P_{\text{osc}}(a_c) \exp(-2[\pi\gamma - \beta a_c^{1/2} + \alpha_{\text{osc}} a_c^2]); \\ \Gamma_{\lambda}^{\text{SW}}(a_c \rightarrow \infty) &\approx P_{\text{SW}}(a_c) \exp(-2[\pi\gamma - \beta a_c^{1/2} + \alpha_{\text{SW}} a_c]), \end{aligned}$$

где функции $P(a_c)$ — полиномы, γ — кулоновская постоянная, $\beta^2 = 8\gamma k$, а $\alpha_{\text{osc(SW)}}$ — постоянные базисов. «Плато»-модель [19], по-видимому, функционирует в небольшой области вблизи поверхности ядра.

Не R -матричные модели. Зависимость α -ширины в модели Манга от «свободных» параметров, говорит о том, что приложение R -матричной теории к α -распаду испытывает затруднения. Поэтому были предложены не R -матричные модели α -распада, где эти «свободные» параметры отсутствуют.

Модель Харарды — Раушера (ХР) [75, 88, 89, 72]. В этой модели предлагается взаимодействие, ответственное за распад, отличающееся от R -матричного [41, 42], а именно [75]:

$$H'_{\text{ХР}} = \sum_{i=1}^4 V_{iA}^{\text{опт}} - U_{\alpha A}^{\text{опт}}, \quad (62)$$

где $V_{iA}^{\text{опт}}$ и $U_{\alpha A}^{\text{опт}}$ — действительные части оптических потенциалов рассеяния нуклон — ядро и α — ядро соответственно. В [88] учитываются и члены, зависящие от деформации этих потенциалов. В [89] добавляется еще один член к (62), а именно $\sum_{i>j}^4 V_{ij}$, где V_{ij} — нуклон-нуклонный потенциал, описывающий n - n -рассеяние. В [72] $U_{\alpha A}^{\text{опт}}$ заменяется выражением

$$U_{\alpha A}(R) = \int d^3r \rho_A(r) V_{n\alpha}(|r - R|), \quad (63)$$

где ρ_A — плотность дочернего ядра, а $V_{n\alpha}$ — потенциал, описывающий рассеяние нуклонов на α -частице. Модель ХР — частный случай уравнения (60) при $\Omega_Q = 1$, $\Omega_q = 1$, $\Omega_{Ar}|0\rangle = \phi_i\rangle$ и $N = 1$. В этой модели зависимость от оптических параметров все-таки не устраняется.

Модель «интегральной» формулы (ИФ) [81—84]. В этой модели взаимодействие, ответственное за распад, представляют в следующем виде:

$$H'_{\text{ИФ}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=5}^{A+4} V_{ij}, \quad (64)$$

где V_{ij} — нуклон-нуклонное взаимодействие.

Ширина распада многочастичного квазистационарного состояния (1) в работах [84] получена в виде

$$\Gamma_{\text{ИФ}} = 2\pi \sum_c |\langle \lambda | A_{\alpha A} \{H'_{\text{ИФ}} \eta_{\text{ИФ}} \Omega_{\text{сe}\lambda}^{\text{согл}}\}|^2, \quad (65)$$

исходя из связи между резонансным рассеянием и распадом многочастичной системы, причем $\eta = A_{\alpha A} \eta_{\text{ИФ}}$. функция $\Omega_{\text{сe}\lambda}^{\text{согл}}$ представляет собой регулярное кулоновское решение, нормированное на δ -функцию, по энергии, а $|\lambda\rangle$ определена в разд. 1. Формула (65) сходна с выражением (14а).

В рамках оболочечного приближения взаимодействие (64) заменяют следующим:

$$H'_{\text{ИФ}} \approx \sum_{i=1}^4 V_{iA}^{\text{shell}} + \sum_{i<j}^4 (v_{ij} - V_{ij}) + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=5}^4 v_{ij}, \quad (64a)$$

где V_{iA}^{shell} — одночастичные потенциалы Саксона — Вудса [101, 102, 116—118], использованные в модели оболочек, а v_{ij} — эффективное остаточное взаимодействие [113].

В качестве состояния $|\lambda\rangle$ используется функция модели оболочек с учетом остаточного взаимодействия [81—84].

Переход от взаимодействия (64) к (64а) должен, по-видимому, привести к эффекту типа Паули — Флисбуха.

Заметим, что ширина Γ_λ , определенная формулами (65, 64), зависит только от параметров модели оболочек, следовательно, «свободные» параметры отсутствуют.

Формула (65) оказалась эффективной при рассмотрении роли кластерной области в процессе α -распада [133]. При этом удалось учесть феноменологически связь каналов α -распада для сферических [141] и деформированных [142] ядер. Заметим, что указанная связь каналов реализует действие оператора Ω_{Qr} из (14а).

Для распада одночастичного подбарьерного квазистационарного состояния уравнение (65) дает значение [143, 144] ширины столь же точное, как например формула Брейта [107].

Модель взаимодействия в конечном состоянии (ВКС) [90, 91]. В этой модели реализуется теория Мигдала — Ватсона [113, 114] о взаимодействии в конечном состоянии для случая α -распада. В рамках ДП-формализма (см. разд. 1) [6, 11] гамильтониан H_0 без взаимодействия (2) заменяют гамильтонианом H_1 , описывающим наилучшим образом связанное состояние материнского ядра $|\phi_i\rangle$ (в расчетах H_1 — гамильтониан модели оболочек с остаточными эффективными взаимодействиями). Пусть P проектирует на подпространство $|\phi_i\rangle$, $P = |\phi_i\rangle\langle\phi_i|$ и $Q = 1 - P$. Тогда α -ширина формально имеет такой же вид, что и выражения (24), (24а):

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \langle\phi_i|H'_1 Q \delta(\epsilon_\lambda - QHQ) QH'_1|\phi_i\rangle. \quad (66)$$

Здесь $H = H_1 + H'_1$, H'_1 — взаимодействие, ответственное за распад. Решая уравнение

$$Q(\epsilon_\lambda - H)Q|X_{c\epsilon_\lambda}\rangle = 0, \quad (67)$$

где $Q|X_{c\epsilon_\lambda}\rangle = |X_{c\epsilon_\lambda}\rangle$, выражение (66) можно получить в виде [см. (31—35) и (60)]

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c |\langle X_{c\epsilon_\lambda}|H'_1|\phi_i\rangle|^2 = 2\pi \sum_c |\langle\Omega_{c\epsilon_\lambda}^{\text{BKC}}|h_1^{(N)}|g_{iN}\rangle|^2. \quad (68)$$

При этом использовано представление $|X_{c\epsilon_\lambda}\rangle = \eta N |\Omega_{c\epsilon_\lambda}^{\text{BKC}}\rangle$.

Уравнение (67) переписется в виде

$$(\epsilon_\lambda - H)|X_{c\epsilon_\lambda}\rangle = -|\phi_j\rangle\langle\phi_j|H'_1|X_{c\epsilon_\lambda}\rangle. \quad (69)$$

В работе [90] предлагают следующее решение этого уравнения. Используя два вспомогательных уравнения

$$(\varepsilon_\lambda - H) | X_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} \rangle = 0; \quad (\varepsilon_\lambda - H) | X_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} \rangle = - | \phi_j \rangle \quad (70)$$

и соотношение ортогональности $\langle X_{c\varepsilon_\lambda} | \phi_j \rangle = 0$, получают выражения для α -ширины

$$\Gamma_\lambda = 2\pi \sum_c \left| \frac{\langle X_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} | \phi_i \rangle}{\langle X_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} | \phi_i \rangle} \right|^2 = 2\pi \sum_c \left| \frac{\langle \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} | g_{iN} \rangle}{\langle \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} | g_{iN} \rangle} \right|^2. \quad (71)$$

Радиальные функции $| \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} \rangle$ и $| \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} \rangle$ получают из (70) с помощью оператора ηN :

$$(\varepsilon_\lambda - h^{(N)}) | \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} \rangle = 0; \quad (\varepsilon_\lambda - h^{(N)}) | \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} \rangle = - | g_{0N} \rangle. \quad (72)$$

В расчетах $h^{(N)}$ заменяют оптическим гамильтонианом и не учитывают эффект Паули — Флисбаха ($N = 1$) [90, 91]. Таким образом, взаимодействие, ответственное за α -распад, H'_1 совпадает с H'_{XP} (62), где первый член заменен суммой оболочечных одночастичных потенциалов Саксона — Вудса. Расчеты работы [75] сильно зависят от оптических параметров, в то время, как результаты работы [91] оказываются более стабильными. Объясняется это, по-видимому, своеобразным включением резонансного характера квазистационарного состояния в (71) по сравнению с XP-моделью. Отметим также, что в расчетах [91] пренебрегают связью каналов и не обсуждают единственность решений $| \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(0)} \rangle$ и $| \Omega_{c\varepsilon_\lambda}^{(1)} \rangle$.

5. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Переходим теперь к анализу некоторых наиболее полных расчетов интенсивностей α -распада в рамках только что изученных конкретных моделей.

Абсолютные значения ширины α -распада. Чтобы рассматривать какие-либо теоретические данные по интенсивностям α -распада, следует отметить, что во всех работах применяют разные приближения. Модельные формулы для α -ширины содержат три класса приближений.

Первый класс относится к выбору модели структуры состояний материнского и дочернего ядер. Самая простая модель — это оболочечная модель независимых частиц (МН). Усовершенствование этой модели осуществляется добавлением эффективных остаточных взаимодействий [24—26]. Под термином «смешивание конфигураций» (МНСК) понимают разные виды остаточных взаимодействий в зависимости от рассмотренного конкретного

ядра. Особую роль играют парные корреляции (МНПК или Р), которые присутствуют в большинстве известных α -активных ядер. Остаточные взаимодействия, действующие на больших расстояниях, являются мультипольными (QQ) или спин-мультипольными взаимодействиями (SQ).

Второй класс приближений связан с выбором базиса одночастичных волновых функций модели оболочек. В зависимости от потенциала используются два базиса: базисы гармонического осциллятора (ГО) и Вудса — Саксона (ВС) для сферических ядер и базисы Нильсона (Н) и Саксона — Вудса (ДВС) для деформированных ядер.

Третий класс приближений относится к выбору модели структуры α -частицы.

В расчетах используется волновая функция α -частицы, записанная в виде произведения волновых функций двух протонов и двух нейтронов в синглетном состоянии. Радиальная зависимость волновой функции α -частицы внутри ядра принята гауссовой (Г), дающей средний радиус заряда такой же, как получен в экспериментах по рассеянию высокоэнергетических электронов [27]. Более сложная структура волновой функции α -частицы предложена в [87] на оболочечном базисе ($2n + l \leq 4$). Некоторые работы используют гауссовский вариант и точечное (Т) приближение. Были попытки выразить интегралы перекрытия $g_{ic}(R)$ или матричные элементы, рассчитанные в приближении конечных размеров α -частицы, через соответствующие величины, полученные для точечной α -частицы $g_{ic} \approx F_l g_{ic}(T)$. Показано [92], что расчет g_{ic} по вышепредложенной факторизованной формуле приводит к неконтролируемым ошибочным результатам. Такая же ситуация и для приближенной формулы [104]

$$g_{ic} \approx F(\beta = \alpha) g_{ic}(\beta = \alpha),$$

где

$$\beta^2 = 0,47 \text{ ферми}^{-2}; \quad \alpha = m\omega h^{-1}$$

являются параметрами осцилляторных потенциалов, описывающих внутреннее движение α -частицы и дочернего ядра соответственно.

Чтобы рассчитать величины g_{ic} точно, необходимо проводить многомерное интегрирование. Используя ГО-базис, с помощью преобразований Тальми — Мошинского [26] многомерное интегрирование сводится к одномерному. Для ВС-базиса используется техника, предложенная в работе [82].

Введем сокращенные обозначения. Например, МН-ГО-Г означает, что расчеты проведены в модели независимых частиц (МН), построенной на базисе гармонического осциллятора (ГО), а волновая функция α -частицы принята гауссовой (Г).

В работах [92—94] сравниваются векторы $g_{ic}(R)$, рассчитанные разными способами. Заметим некоторые общие правила

(см. рис. 1 работы [92]). Внутри ядра рассчитанные g -векторы в точечном приближении гораздо больше g -векторов в приближении конечных размеров

$$\begin{aligned} |g(\text{МН-ГО-Т})| &\gg |g(\text{МН-ГО-Г})|; \\ |g(\text{МН-ГО-Т})| &\gg |g(\text{МН-ВС-Г})| \end{aligned}$$

в то время, как $|g(\text{МН-ГО-Г})| \approx |g(\text{МН-ВС-Г})|$. На поверхности ядра положение меняется:

$$|g(\text{МН-ГО-Г})| > |g(\text{МН-ВС-Г})| > |g(\text{МН-ГО-Т})|,$$

а далеко от поверхности ядра имеем неравенство

$$|g(\text{МН-ВС-Г})| > |g(\text{МН-ГО-Г})| > |g(\text{МН-ГО-Т})|,$$

определенное асимптотическим поведением оболочечных волновых функций. Из этих соотношений следует неравенство

$$\Gamma_{\text{лиф}}(\text{МН-ГО-Т}) > \Gamma_{\text{лиф}}(\text{МН-ГО-Г}) > \Gamma_{\text{лиф}}(\text{МН-ВС-Г}).$$

В табл. 1 приведены численные расчеты отношения $\Gamma_{\alpha}/\Gamma_{\text{T}}$ для благоприятных α -переходов. Сравниваются разные конкретные модели и приближения. Тщательно изучен α -распад ^{210}Po . Так как рассчитанная в модели Манга α -ширина зависит от радиуса канала a_c , приведенные числа носят ориентировочный характер. Все расчеты выполнены при слишком больших a_c . Если уменьшить a_c , то значения ширин уменьшаются и разногласие эксперимент — теория растет. На рис. 2 и 3 приведены численные расчеты в модели Манга в варианте МНПК-Н-Г для ряда благоприятных α -переходов деформированных ядер Th, U, Pu, Cm, Cf и Fm. Расчеты работ [63, 64, 96 и 97] отличаются размером базиса. Из общего характера этих кривых заметим, что расчеты [97] дают ближайшее к эксперименту значение. На рис. 2 и 3 проведена нормировка на значение $\Gamma_{\alpha}/\Gamma_{\text{T}}$, соответствующее ^{238}Pu .

Данные модели ХР, как мы предвидели, имеют большие флуктуации в зависимости от выбранных оптических параметров. Наборы А, В, С, D определены в работе [75].

Расчеты в рамках ИФ-модели являются более интересными, так как они не зависят от неконтролируемых параметров. Параметр оболочечного потенциала Саксона — Вудса заимствованы из работ [116—118]. Заметим, что конечные размеры α -частицы увеличивают отношение $\Gamma_{\alpha}/\Gamma_{\text{T}}$. Смешивание конфигураций (МНСК или МНПК) уменьшает это отношение на два или три порядка.

Расчитанные Γ_{λ} в ВКС-модели [91, 103] удивительно близки к эксперименту, несмотря на то, что в расчете не учитываются такие важные эффекты, как например, эффект антисимметризации α -канала ($N = 1$) и смешивание конфигураций (расчеты проведены в рамках МН-ГО-Г-приближения). Заметим, однако, что зависимость от оптических параметров слабее. Параметры новых наборо-

Таблица 1

Значения отношений Γ_α/Γ_T для благоприятных α -переходов
(основное состояние — ос)

Модель	Техника	Материнское ядро			
		^{210}Po	^{212}Po	^{206}Rn	^{174}Pt
Манг	МН-ГО-Г [19]	89	250		
	МОСР-ГО-Г		1,55 [57]		
Плато	МН-ГО-Г [19]	20 5,8 [18]	33		
	МНСК-ГО-Г				
ХР [75]	МН-ГО-Т	A	1100		
		B	0,058		
		C	0,0016		
		D	10		
ИФ	МН-ГО-Т	2,68 [81]	0,33 [92]		3,75 [92]
	МН-ВС-Т				
	МН-ГО-Г	1730 [82]	54000 [92]	43000 [92]	54000 [92]
	МН-ГО-М	3500 [85]			
	МН-ВС-Г	2600 [92]			
МНПК-ВС-Г		29 [94]			
ВКС [91, 103]	МН-ГО-Г	A	14		1,55
		B	0,25		
		C	0,21		
		D	0,47		
		E	0,90		
		F			

ров E и F имеют следующие значения V_0 (Мэв), Γ_0 (ферми), a (ферми), Γ_c (ферми): E (36,44; 1,376; 0,625; 1,3) и F (30,0; 1,57; 0,5; 1,3). Учет мнимой части оптического потенциала ведет к «разногласию» теории с экспериментом. Использование $|g_{iN}\rangle$ вместо $|g_{0N}\rangle$ в уравнении (72) [90, 91] приводит к неправильным значениям α -ширины.

Факторы запрета (НФ) α -распада. Переходя к рассмотрению неблагоприятных α -переходов, вступаем в мало изученную область α -распада. Анализ неблагоприятных переходов осуществляется с помощью факторов запрета, определенных по отношению к наиболее интенсивным (благоприятным) α -переходам. Как увидим ниже, НФ зависят существенно от спектроскопических факторов — величин, хорошо изученных в теориях прямых ядерных реакций. Отсюда ясно, что НФ сильно зависят от структуры состояний ядер.

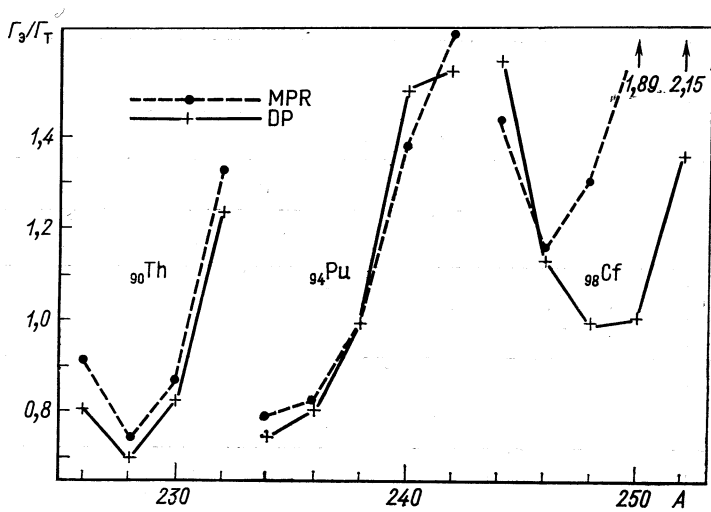


Рис. 2. Отношения экспериментальной [54—56] и теоретической (MPR [64, 96]. DP [97]) α -ширин для изотопов Th, Pu, Cf

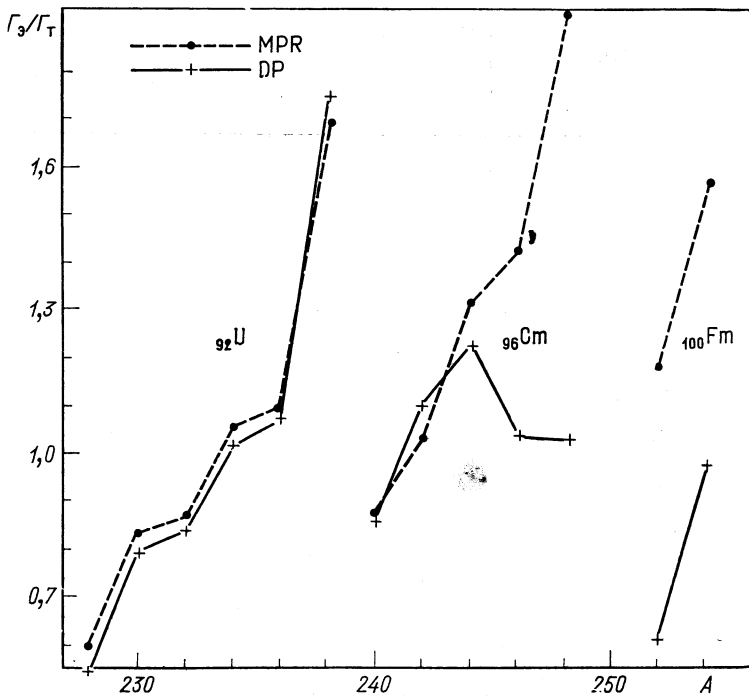


Рис. 3. То же, что на рис. 2 для U, Cm, Fm

Определение фактора запрета (HF). Используя закон Гайгера — Неттола [108]

$$\lg_{10} T_{GN}^{(1/2)} = A_{GN} Q_{\alpha}^{-1/2} + B_{GN},$$

экспериментальный фактор запрета определим отношением

$$(HF)_{\alpha} = \Gamma_{GN}(Q_{\alpha}) [\Gamma_{\alpha}(Q_{\alpha})]^{-1} = T_{\alpha}^{(1/2)}(Q_{\alpha}) [T_{GN}^{(1/2)}(Q_{\alpha})], \quad (73)$$

где $T^{1/2}$ парциальный период полураспада (α -ширина) данного перехода и Q_{α} — энергия α -частицы (36).

В модели Манга теоретический HF определяется следующим образом [см. (30)]:

$$(HF)_{\text{Манг}} = \Gamma_{\text{бл}}^{\text{Манг}}(Q_{\alpha}) [\Gamma_{\text{небл}}^{\text{Манг}}(Q_{\alpha})]^{-1} = \left[\sum_c F_c d_c^2 \right]^{-1}, \quad (74)$$

где

$$F_c = P_l(Q_{\alpha}) / P_0(Q_{\alpha});$$

$$d_c^2 = \gamma_l^2 (I_i K_i \pi_i; I_f K_f \pi_f) \gamma_0^{-2} (IK\pi; IK\pi)_{\text{бл}}.$$

В модели ИФ используют коэффициенты усиления благоприятных

$$K_{\alpha}^{\text{бл}} = \Gamma_{\alpha}^{\text{бл}}(Q_{\alpha}^{\text{бл}}) / \Gamma_{\text{ИФ}}^{\text{бл}}(Q_{\alpha})$$

и неблагоприятных

$$K_{\alpha}^{\text{небл}} = \Gamma_{\alpha}^{\text{небл}}(Q_{\alpha}^{\text{небл}}) / \Gamma_{\text{ИФ}}^{\text{небл}}(Q_{\alpha}^{\text{небл}})$$

α -переходов. С помощью уравнения

$$\lg_{10} T_{\text{ИФбл}}^{(1/2)} = A_{\text{ИФ}} Q_{\alpha}^{-1/2} (\text{бл}) + B_{\text{ИФ}}$$

определим HF в этой модели следующим образом:

$$(HF)_{\text{ИФ}} = \frac{\Gamma_{\text{ИФ}}^{\text{бл}}(Q_{\alpha}^{\text{небл}})}{\Gamma_{\text{ИФ}}^{\text{небл}}(Q_{\alpha}^{\text{небл}})} =$$

$$= (HF)_{\alpha} \frac{K_{\alpha}^{\text{небл}}}{K_{\alpha}^{\text{бл}}} \exp \{ (A_{\text{ИФ}} - A_{GN}) [Q_{\alpha}^{-1/2} (\text{бл}) - Q_{\alpha}^{-1/2} (\text{небл})] \ln 10 \}. \quad (75)$$

В расчетах экспоненциальный множитель приравнивается единице, так как $A_{\text{ИФ}} = A_{GN}$ [105].

В случае факторизованной формулы для $\Gamma_{\lambda} = \sum_c S_c \Gamma_{sp(c)}$ получим выражение, подобное (74):

$$HF = \left[\sum_c \phi_c \delta_c^2 \right]^{-1}, \quad (76)$$

где

$$\phi_c = \Gamma_{sp(1)} / \Gamma_{sp(0)}; \quad \delta_c^2 = S_c^{\text{небл}} / S_c^{\text{бл}}.$$

Легко показать, что все определения для HF эквивалентны. Уравнение (76) показывает, что HF существенным образом определяется спектроскопическими факторами S_c .

Факторы запрета сферических ядер. Все работы, в которых рассчитываются интенсивности α -переходов, страдают одним общим недостатком, состоящим в том, что не учитываются одновременно все важные стороны этого процесса. Поэтому трудно сравнивать результаты разных работ.

Для сравнения выберем наиболее изученные α -переходы: $^{212m}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{208}\text{Pb}$ (ос) (табл. 2) и $^{210}\text{Bi} \xrightarrow{\alpha} ^{206}\text{Tl}$ (табл. 3). В табл. 2

Таблица 2

Факторы запрета α -перехода $^{212m}\text{Po} \rightarrow ^{208}\text{Pb}$ (ос)

$I_i \pi_i \rightarrow I_f \pi_f$	(HF) _о	(HF) _{GH} ^{Манг} [110]	(HF) _{FMR} ^{Манг} [79]	(HF) _{GH} ^{ИФ}	(HF) _B ^{ИФ}
$16^+ \rightarrow 0^+$	3,45 (13) *	8,4 (12)	5,45 (11)	2,2 (8)	1,1 (10)
$18^+ \rightarrow 0^+$	3,45 (13)	7,2 (17)	2,2 (16)	1,76 (10)	—
$16^+ \rightarrow 3^-$	3,45 (15)	—	—	—	2,6 (12)
$18^+ \rightarrow 3^-$	3,45 (15)	2,25 (21)	—	2,5 (12)	—
$16^+ \rightarrow 5^-$	1,22 (15)	—	—	—	1,36 (12)
$18^+ \rightarrow 5^-$	1,22 (15)	4,8 (20)	—	9,45 (11)	—

* Скобка обозначает множитель 10^x , где x — это цифра, стоящая в скобках.

Таблица 3

Факторы запрета α -перехода $^{210}\text{Bi} \rightarrow ^{206}\text{Tl}$

$I_i \pi_i \rightarrow I_f \pi_f$	(HF) _{МНСК-ВС-Г} ^{ИФ} /(HF) _о	(HF) _{МН-ВС-Г} ^{ИФ} /(HF) _о
$1^- \rightarrow 1^-$	6,35 (—3) *	5,7 (—3)
$1^- \rightarrow 2^-$	5,35 (—3)	3,1 (—3)
$9^- \rightarrow 1^-$	4,35 (—3)	4,2 (—3)
$9^- \rightarrow 2^-$	1,43 (—3)	0,75 (—3)

* Скобки определяются так же, как в табл. 2.

приведем рассчитанные в модели Манга (вариант МНСК-ГО-Г [109, 111] без учета [110] и с учетом [79] эффекта Паули — Флисбаха. Там же приведем HF в модели ИФ [92—95, 105] (два варианта МНСК-ВС-Г [109, 111 и 112] соответственно). В работе [109] получено, что состояние ^{212m}Po обладает простой структурой $[(h_{9/2})^2 (g_{9/2} i_{11/2})_{10}]$ и спином $I = 18$. В расчетах (HF)^{ИФ} не учтены

корреляции в основном состоянии, т. е. α -ширина благоприятного перехода рассчитана в варианте МН-ГО-Г. $(HF)^{IF}$ определяли по формуле (75) с единичным экспоненциальным множителем и $K_3^{6L} (^{212}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{208}\text{Pb}(oc)) = 5,75 \cdot 10^{10}$ [105]. Заметим, что учет корреляции в основном состоянии или эффекта Паули — Флисбуха уменьшает K_3^{6L} приблизительно на три порядка, а $(HF)^{IF}$ увеличивает на столько же порядков. В работе [18] рассматриваются HF в плато-модели в варианте МНСК-ГО-Г с использованием структуры состояний, определенной парными — мультипольными взаимодействиями [115]. Для α -перехода $^{210}\text{Po}(2^+) \xrightarrow{\alpha} ^{206}\text{Pb}(oc)$ получается значение $(HF)^{\text{плато}}/(HF)_0 = 4,05$, в то время как $(HF)^{\text{Манг}}/(HF)_0 = 13,2$.

Факторы запрета деформированных ядер. Все HF деформированных ядер были рассчитаны при использовании смешивания конфигурации парного (P) и дальнедействующего типа (QQ, QQ + SQ). Эти остаточные взаимодействия смешивают большое количество одночастичных орбиталей и, следовательно, имеет место процесс усреднения, устраняющий практически любую сильную локальную флуктуацию при переходе от ядра к ядру. Поэтому значения HF деформированных ядер в модели Манга слабее зависят от свободных параметров по сравнению с HF сферических ядер. Расчеты проведены для модели квазичастиц парного типа (МНПК-Н-Г), построенной на базе Нильсона [65]. Известные расчеты [63, 64, 96, 97 и 129] отличаются размером базиса вне остова, не участвующего в процессе формирования α -частицы. Число протонных и нейтронных нильсоновских уровней, центрированных на уровне Ферми, равно: 10×10 в [63], 25×40 в [64, 96], 52×52 в [97] и 42×42 в [129]. В работе [97] учитывается и гексадекапольная деформация. Параметры моделей практически одинаковы во всех расчетах: $a_c = 8,25$ ферми, $\beta_{20} = 0,25$, параметр связи α -каналов [см. (51)] $B = 0,9$ и т. д.

В расчетах не учитывались: эффект Паули — Флисбуха и резонансный характер квазистационарного состояния. Ожидается, что оба эффекта мало влияют на значение факторов запрета, так как они практически перенормируют значения ширины α -переходов.

До сих пор не известны расчеты в рамках других конкретных моделей для деформированных ядер, поэтому нельзя провести какое-либо сравнение с моделью Манга.

Факторы запрета α -распада на ротационные уровни. На рис. 4—9 представлены экспериментальные [54, 126—128] и теоретические [63, 64, 96, 97] HF ($oc \xrightarrow{\alpha}$ ротационное состояние). Изучаются α -переходы на ротационные (2^+ , 4^+ , 6^+) состояния основной полосы дочернего ядра. В общем все расчеты описывают экспериментальные данные. Незначительное раз-

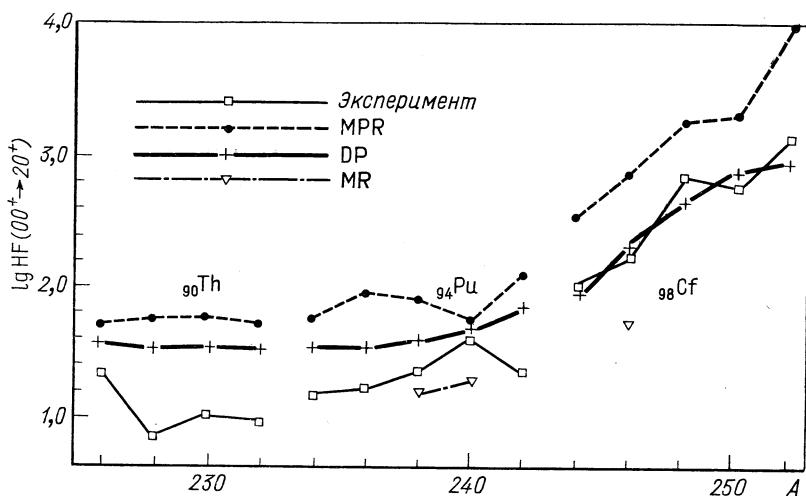


Рис. 4. Экспериментальные [54—56] и теоретические (MPR [64, 96], DP [97], MR [63]) факторы запрета α -распада на 2^+ -ротационное состояние

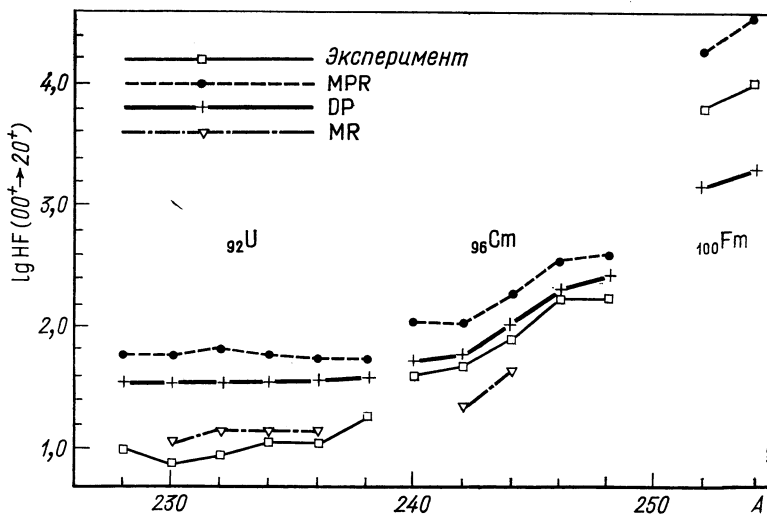


Рис. 5. То же, что на рис. 4

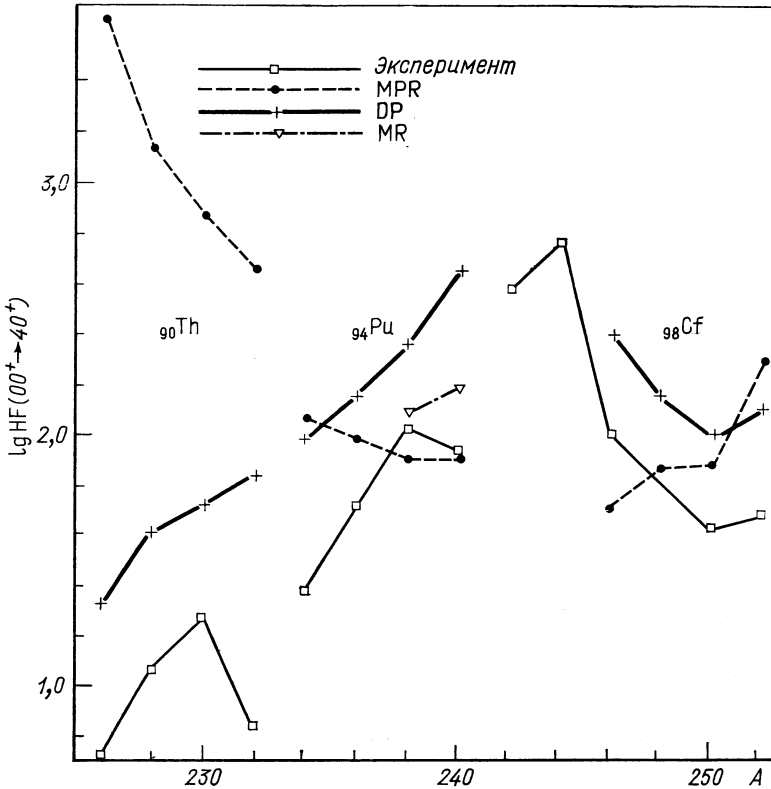


Рис. 6. Экспериментальные [54—56] и теоретические (MPR [64, 96], DP [97], MR [63]) факторы запрета α -распада на 4^+ -ротационное состояние

ногласие в расчетах обнаружено в случае изотопов тория и урана для $(\text{HF})_T^4$. Заметим, что $(\text{HF})_T^{2+} > (\text{HF})_9^{2+}$ и $(\text{HF})_T^{4+} \approx (\text{HF})_9^{4+}$, в то время, как $(\text{HF})_T^{2+} < (\text{HF})_9^{2+}$. Этот эффект объясняется, по-видимому, тем, что используем приближенное выражение Расмуссена [54] для $P_l/P_0 = \exp[-2,027l(l+1)Z^{-1/2}A^{-1/6}]$. Такое приближение для больших угловых моментов является грубым.

Факторы запрета α -распада на вибративные уровни. Структура вибрационных состояний деформированных ядер описывается остаточными дальнедействующими взаимодействиями типа мультиполь-мультипольных (QQ) или спин-мультипольных (SQ) [65]. Большой интерес представляют β -вибрационные состояния. В области актиноидов от тория до плутония энергии этих состояний E_β (рис. 10) много меньше энергетической щели 2Δ . В области $A > 240$ не обнаружены такие состояния [131, 132] и, конечно, нет α -распадов на такие состояния. В области

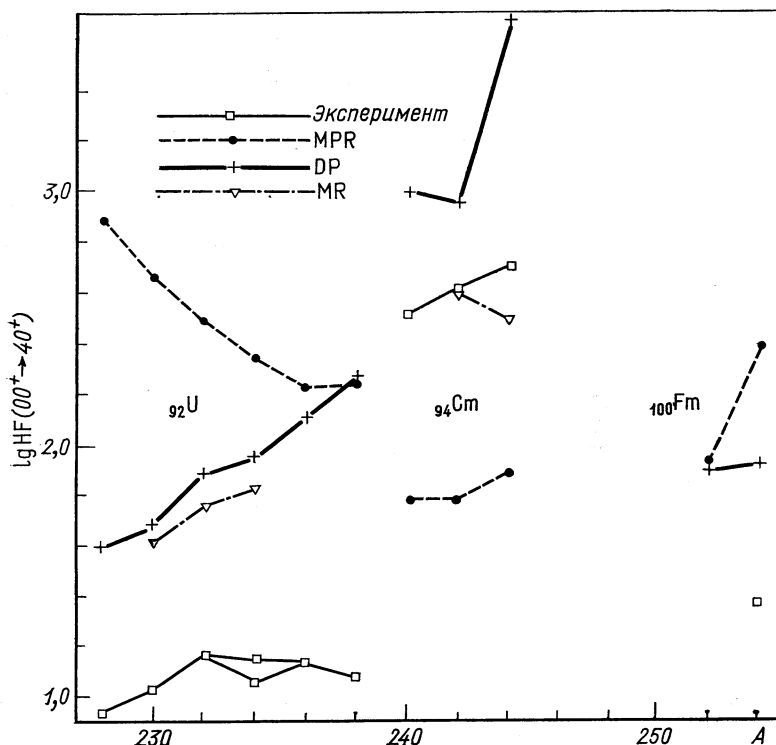


Рис. 7. То же, что на рис. 6

Th-U-Pu значения $(HF)_\beta$ осциллируют в интервале $3 \div 40$, т. е. спектроскопические факторы α -переходов на β -вибрационные уровни имеют близкие значения к спектроскопическим факторам благоприятных α -переходов. В работах [119—122] сделана попытка объяснить этот эффект. Так как благоприятные α -переходы вызваны парными силами, то, возможно, что и $(HF)_\beta$ вызваны этими же силами.

Расчеты [122] дают слишком большие значения HF (рис. 11). При включении квадрупольных сил (QQ) $(HF)_\beta$ уменьшаются при росте константы квадрупольного взаимодействия x_{qq} [120]. Легко получить приближенное выражение фактора запрета [65] [см. (49), (74)]:

$$(HF)_\beta \sim (\sum_s \xi_s)^2 / (\sum_s f_s)^2,$$

где $\xi_s = u_s v_s$, $f_s = u_s^2 \psi_{ss} + v_s^2 \varphi_{ss}$ и являются амплитудами двухквантичных состояний, входящих в структуру β -вибрацион-

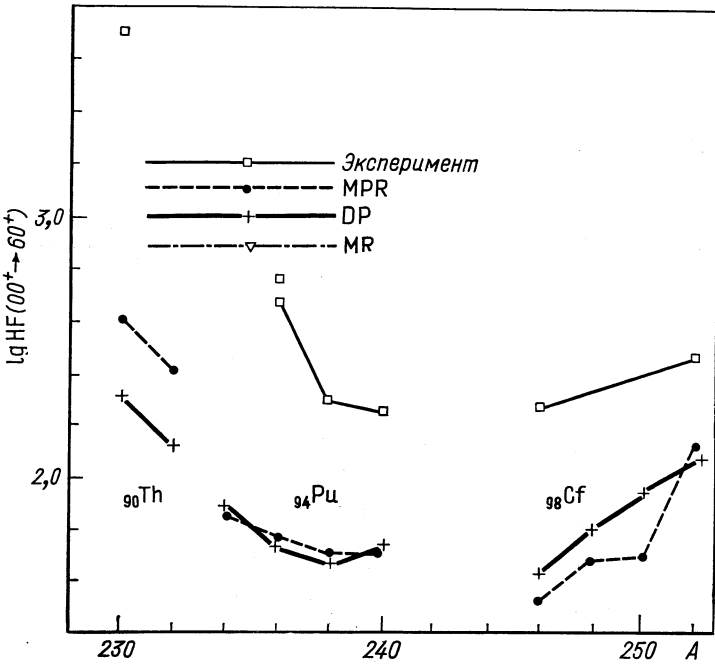


Рис. 8. Экспериментальные [54—56] и теоретические (MPR [64, 96], DP [97], MR [63]) факторы запрета α -распада на 6^+ -ротационное состояние

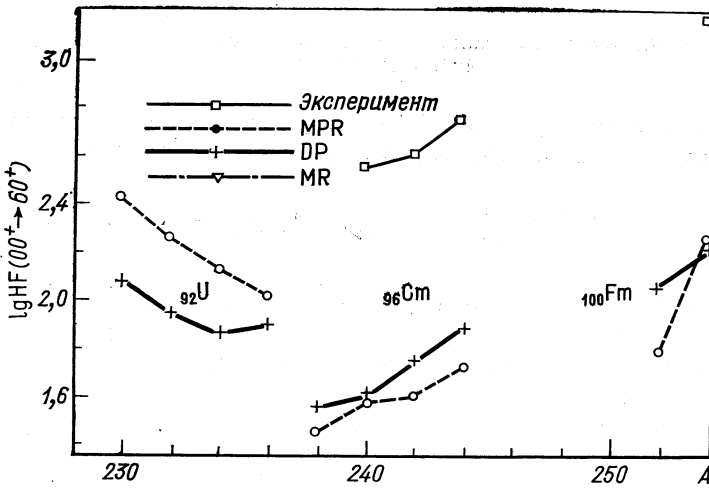


Рис. 9. То же, что на рис. 8

ного состояния. При $E_\beta \ll 2\Delta$ выражение $\sum_s f_s$ принимает вид:

$$\sum_s f_s \approx Z^{-1}(x_{qq}, \Delta, q) \sum_s \xi_s$$

и, следовательно, $(HF)_\beta \sim Z^2(x_{qq}, \Delta, q)$, где q — совокупность одночастичных матричных элементов $(q_{ss'})$ квадрупольного опе-

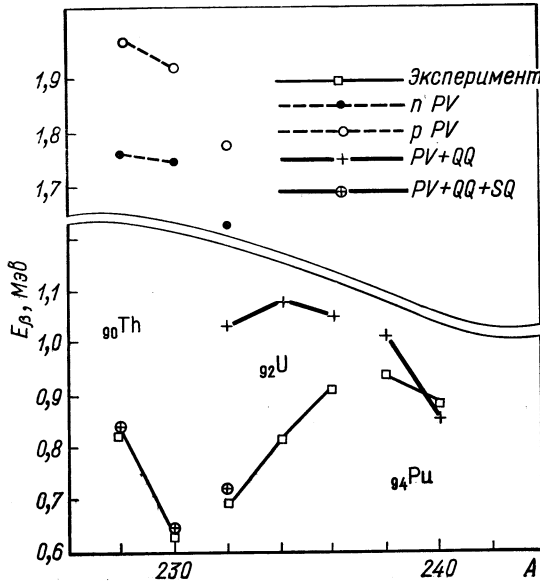


Рис. 10. Экспериментальные и теоретические энергии β -вибрационных состояний

ратора. Изучая функцию Z , обнаружим, что она уменьшается с ростом x_{qq} [120]. При $E_q \approx 2\Delta$, однако, получим

$$\sum_s f_s \approx \sum_s f_s^{PV} \approx \sum_s \xi_s \left(1 + \frac{\Delta}{\varepsilon_s - \lambda}\right) \approx 0,$$

где ε_s и λ — значения энергии одночастичного уровня s и уровня Ферми соответственно, а 2Δ — парная энергетическая щель. Символом PV обозначены «парные вибрации».

Имея в виду вышеизложенные выводы, получим $(HF)_\beta^{PV} \gg (HF)_\beta^{QQ}$, что и показано на рис. 11 [119—122]. Имея в виду процедуры расчетов $(HF)_\beta$ в рамках приближения хаотичных фаз, заключаем, что функция Z практически определяется отношением весов основного и β -вибрационного состояний во внутренней вол-

новой функции мультиплетта сильно коллективизированного состояния данного ядра [130], т. е. структуры основного и β -вибрационного состояний определяются как парными, так и квадрупольными остаточными взаимодействиями.

Так как α -интенсивности растут с увеличением $q_{ss'}$, то исследуем эти величины в области $A \approx 240$ ($Z \approx 94$, $N \approx 146$). Заметим, что величины q_{ss} , как для протонов, так и для нейтронов

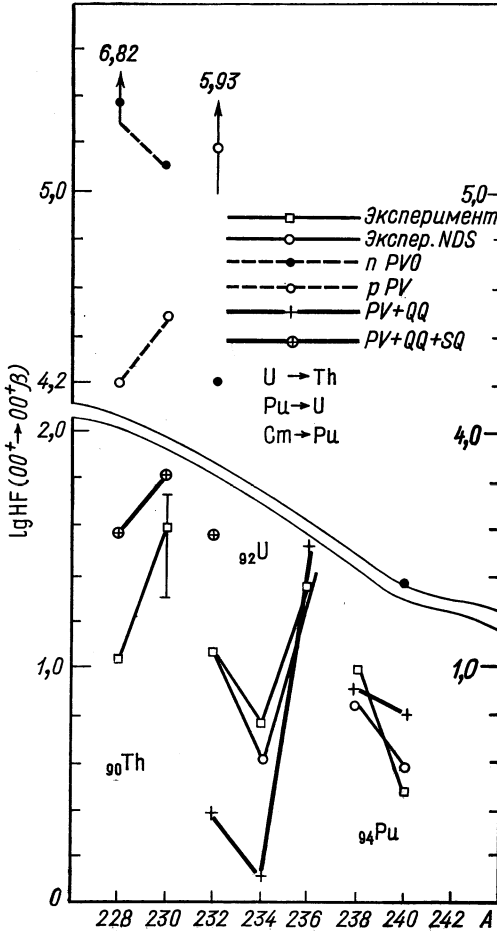


Рис. 11. Экспериментальные [126, 131, 132] и теоретические [119—122] факторы запрета α -распада на β -вибрационные состояния.

Расчеты проведены в моделях: n PV (p PV) нейтронная (протонная) парная вибронная модель, $PV + QQ$ (парная — квадрупольная модель) и $PV + QQ + SQ$ (парная — квадрупольная — спин-квадрупольная модель)

совершают скачок в этой области: $q_{ss} (Z < 94) \approx 1,5$; $q_{ss} (Z > 94) \approx 0,5$; $q_{ss} (N < 146) \approx 1,2$; $q_{ss} (N > 146) \approx 0,2$. Известно, что степень коллективности растет с увеличением q_{ss} . Спад q_{ss} в обла-

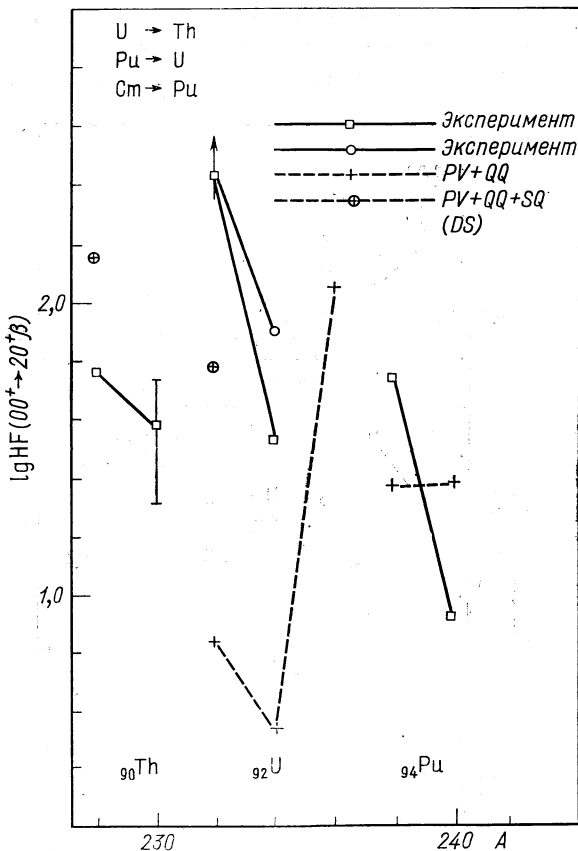


Рис. 12. Экспериментальные [126, 131, 132] и теоретические [119—122] факторы запрета α -распада на 2^+ -ротационное состояние β -вибрационной полосы

сти $A = 240$ связан с фазовым переходом от сильно коллективизированного β -состояния к слабо коллективизированному. Этот факт приводит к увеличению энергии этого состояния и, следовательно, к уменьшению α -интенсивностей ниже экспериментального «порога» ($\Gamma_{\beta}/\Gamma_{\text{бл}} \approx 10^{-7}$) [131], что и объясняет отсутствие экспериментальных данных в области $A > 240$.

На рис. 11 приведены факторы запрета $(\text{HF})_{\beta}$, вычисленные с учетом парных вибрационных сил [122], парных и квадрупольных

сил и спин-квадрупольных сил [121]. Спин-квадрупольные силы [119—120] учтены в расчетах для области тория, где квадрупольные силы дают неожиданно малые HF, если сохраним x_{qq} в обла-

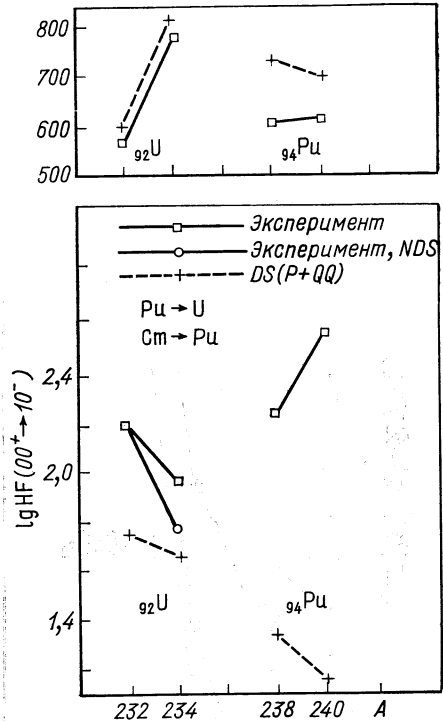
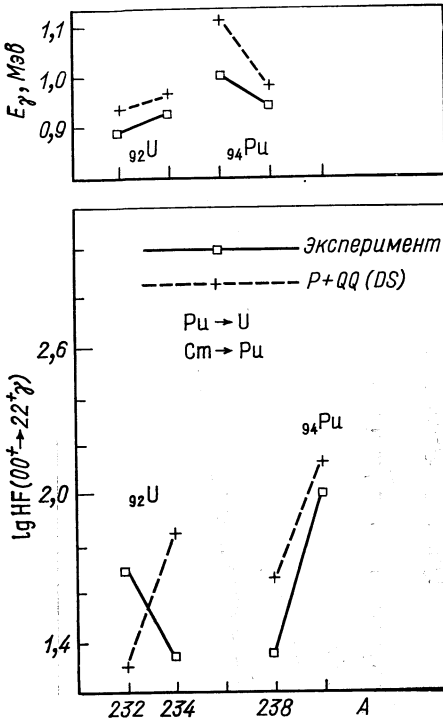


Рис. 13. Экспериментальные и теоретические [119] факторы запрета α -распада на γ -вибрационное состояние

Рис. 14. Экспериментальные и теоретические [119] факторы запрета α -распада на октупольные — вибрационные состояния

сти значений ($x_{qq} \approx 410 A^{-5/3} \text{ МэВ}$), определенной другими данными эксперимента. На рис. 12 изображены HF α -переходов на состояние $IK\Pi = 20^+$ ротационной полосы β -вибрационного состояния, рассчитанного в этих же моделях. На рис. 13, 14 изображены HF α -переходов на $IK\Pi = 22^+$ и 10^- (γ -вибрационное и октупольное) состояний. Структура этих состояний определена также [65] мультипольными силами.

Факторы запрета α -распада нечетных деформированных ядер [123—129]. α -Переходы нечетных деформированных ядер разделяются опять-таки на благоприятные ($\text{HF} \approx 1$) и неблагоприятные ($\text{HF} \gg 1$). В работе [59]

определены соответствующие вклады в общее выражение HF в рамках модели «квaziчастица — фонон» [65]. Благоприятные

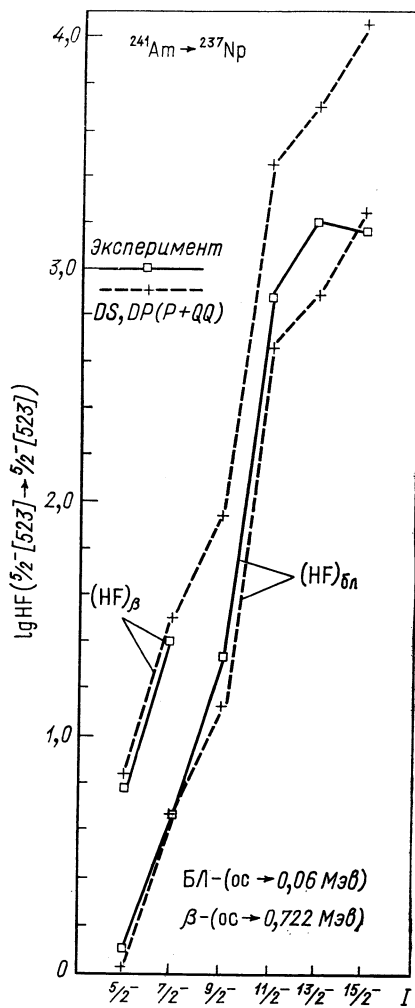


Рис. 15. Экспериментальные [126—128] и теоретические (DS [59], DP [123]) факторы запрета α-распада ²⁴¹Am

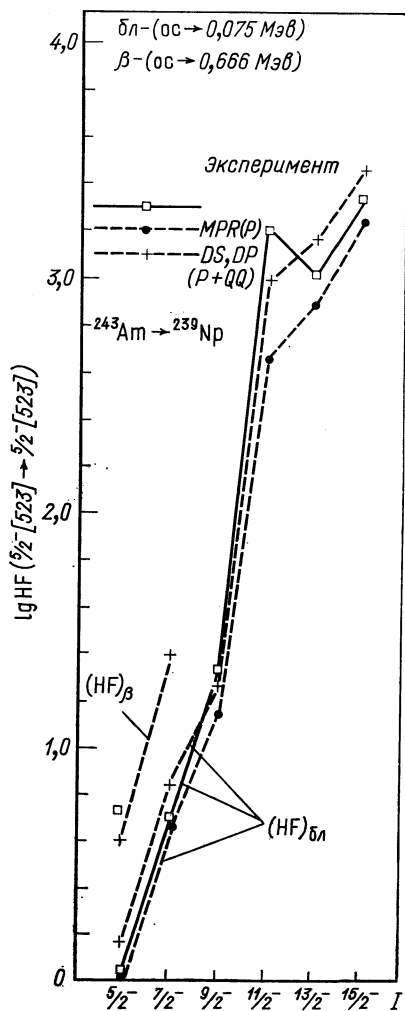


Рис. 16. То же, что на рис. 15 для ²⁴³Am

α-переходы появляются при переходе между состояниями одной и той же структуры, коллективные α-переходы — при переходе между коллективными состояниями с подобной структурой, а за-

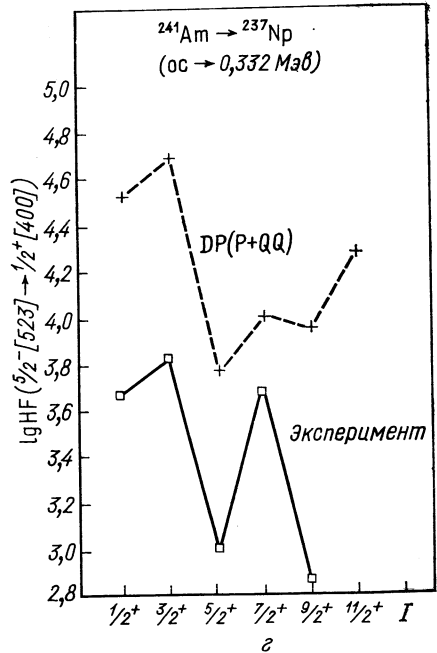
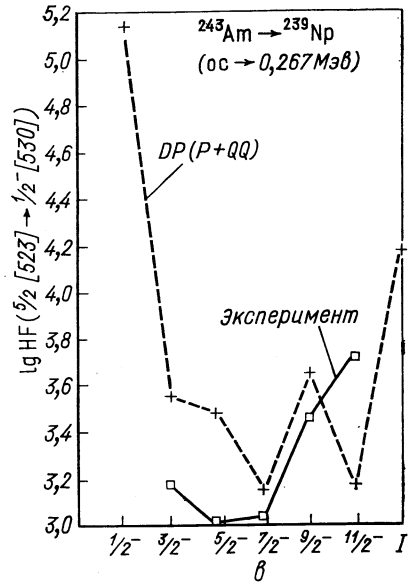
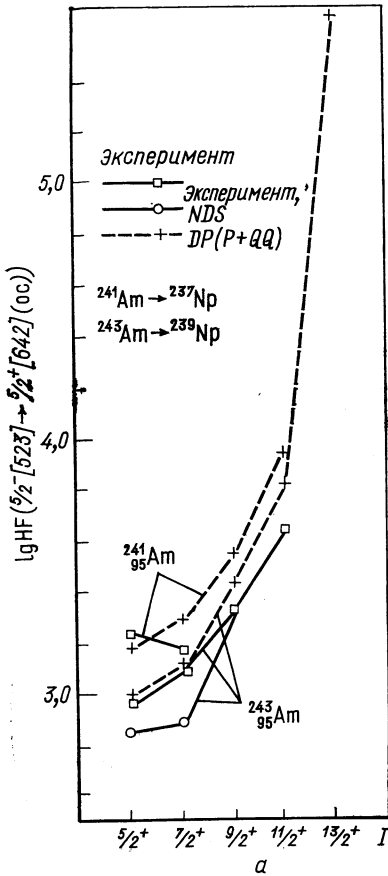


Рис. 17. Экспериментальные [126—128] и теоретические [123] факторы запрета ^{241}Am и ^{243}Am .

Изображены неблагоприятные α -переходы (oc): а — (oc — состояния ротационной полосы основного состояния $5/2^+[642]$; б — $^{241}\text{Am} \rightarrow 1/2^- \text{ } ^{237}\text{Np}$ [530]; в — $^{243}\text{Am} \rightarrow 1/2^- \text{ } ^{239}\text{Np}$ [530]; г — $^{241}\text{Am} \rightarrow 1/2^+ \text{ } ^{237}\text{Np}$ [400]

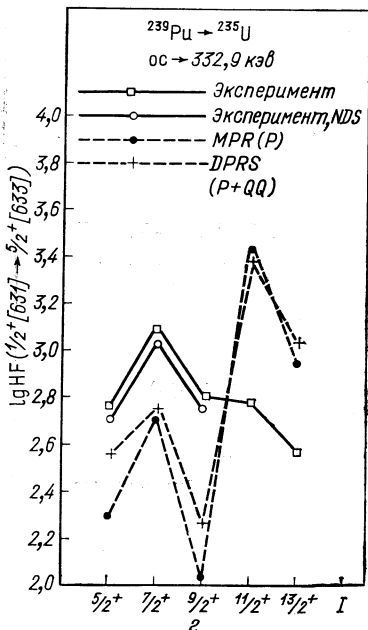
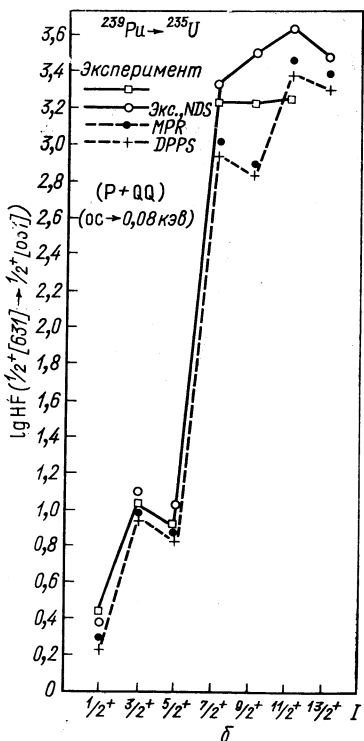
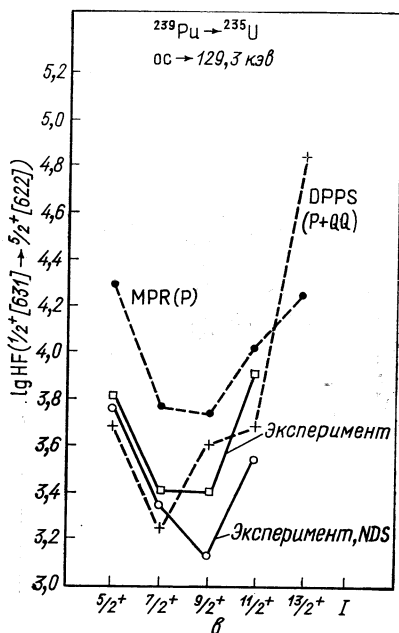
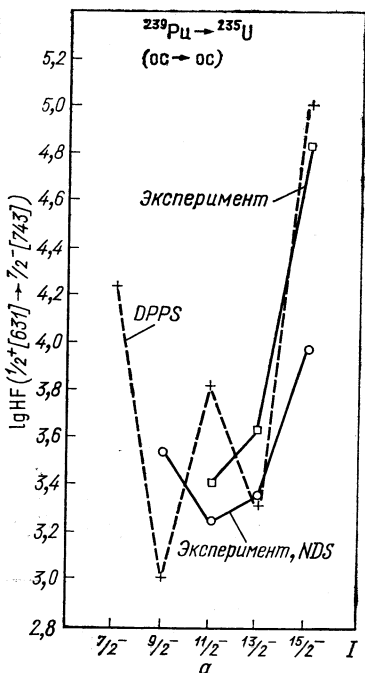


Рис. 18. Экспериментальные [126—128] и теоретические [124] факторы запрета α -распада ^{239}Pu :

а — ос → ос; б — благоприятные переходы; г — ос → $5/2^+ [622]$; з — ос → $5/2^+ [637]$

медленные α -переходы — при переходе между состояниями с разными структурами.

Рассмотрим несколько примеров. На рис. 15, 16 представлены факторы запрета наиболее интенсивных α -переходов (благоприят

Таблица 4

Структура состояний дочерних ядер ^{237}Np , ^{239}Np

Дочернее ядро	Энергия, <i>кэв</i>	Структура
^{237}Np	60	92% [523]; 1% [512]; 2% [523] Q_{β} ; 2% [642] $Q_{\text{окт}}$
	721	98% [523] Q_{β} ; 1,1% [523]; 0,3% [642] $Q_{\text{окт}}$
^{239}Np		90% [523]; 0,2% [523] Q_{β}^+ ; 7,1% [642] $Q_{\text{окт}}$
	676	97% [523] Q_{β} ; 0,4% [523]; 0,5% [642] $Q_{\text{окт}}$

ные и почти благоприятные α -переходы на β -вибрационные состояния) в случае дочерних ядер $^{237}, ^{239}\text{Np}$. Структура конечных состояний дана в табл. 4. Заметим, что модель «квазичастица — фонон» [65] хорошо описывает эти α -переходы. На рис. 17 рассмотрены неблагоприятные α -переходы, для которых $\text{HF} > 1000$. Эти переходы определены в сущности одночастичными матричными элементами протонного или нейтронного характера в зависимости от структуры состояний ядер, в то время как интенсивность благоприятных и коллективных α -переходов определяется когерентной суммой очень многих одночастичных матричных элементов.

На рис. 18 сравниваются расчеты, проведенные в работе [124] с расчетами работ [64, 96]. Заметим, что при учете смешивания квазичастичных конфигураций (табл. 5), определенного взаимодействием квазичастиц парного типа, описание экспериментальных HF лучше, чем без учета смешивания.

Таблица 5

Структура состояний дочернего ядра ^{235}U

Энергия, <i>кэв</i>	K^{π}	Структура
0	7/2-	94% [743]; 4% [743] Q_{β}
0,080	1/2+	85% [631]; 12% [631] Q_{β}
129,3	5/2+	77% [622]; 10% [633]; 3% [622] Q_{β}
332,9	5/2+	77% [633]; 11% [622]; 6% [633] Q_{β}

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этом обзоре описаны почти все возможные направления изучения явления α -распада. Среди этих направлений особое внимание уделяется приложениям R -матричной теории к α -распаду (модель Манга). Рассмотрены также проблемы, возникающие в этих приложениях. Мы пришли к выводу, что современное состояние моделей ядерной структуры еще не позволяет аккуратно применить R -матричную теорию к α -распаду. Рассмотрены не R -матричные направления, их преимущества по сравнению с моделью Манга, а также их недостатки. Предложены способы устранения этих недостатков.

Главный недостаток теории α -распада — это неправильный выбор взаимодействия H' , ответственного за распад. В R -матричной модели использовано поверхностное δ -взаимодействие. Не R -матричные модели заменяют функциональную зависимость типа δ -функции на другие функциональные зависимости, обладающие важными флуктуациями в области поверхности материнского ядра. Все эти модели не содержат никакой информации о междуклонном взаимодействии тех четырех нуклонов, которые образуют α -частицу. В работах [100] и [134] рассмотрены члены H' двухнуклонного типа. В [100] выбраны функциональные зависимости n - n потенциала с твердой (мягкой) сердцевинкой и применен $\exp(S)$ -формализм [47, 48, 98, 99]. В [134] используют функциональную зависимость взаимодействия Мигдала, приводящего к спариванию. Расчет этого члена показывает, что он дает около 30% вклада в величину α -ширины модели «интегральной формулы».

Следующий важный нерешенный шаг для всех моделей α -распада — это учет резонансного характера квазистационарного состояния. Ряд авторов [34, 69, 72, 85, 90, 107, 135, 136] предлагают следующую факторизованную формулу α -ширины: $\Gamma_\lambda = \sum_c \overline{S_c} \Gamma_{sp(c)}$, где S_c — спектроскопический фактор, а $\Gamma_{sp(c)}$ — одночастичная α -ширина канала c^* . Факторизованная формула получается из (60) подстановками:

$$\begin{aligned} \overline{\langle R | \omega_A^{(N)} | R' \rangle} &= \theta_A \langle R | R' \rangle; \quad \langle R | \omega_Q^{(N)} | R' \rangle = \theta_Q \langle R | R' \rangle; \\ \overline{S_c} &= |\theta_A \theta_Q|^2; \quad \Gamma_{sp(c)} = 2\pi |\langle \Omega_{ce_\lambda} | h'^{(N)} | g_{0N}^{(r)} \rangle|^2. \end{aligned}$$

В приложении приведены и другие эквивалентные формулы одночастичной ширины. Следует отметить, что рассмотренная фактори-

* В работе [85] предлагают рассчитывать спектроскопический фактор по формуле $S_c = \int dR |g_{iNc}(R)|^2$.

зованная формула α -ширины справедлива в приближении, если состояние материнского ядра удовлетворяет резонансным условиям (17)—(21), что и встречается на практике, когда квазистационарное состояние обладает кластерной структурой.

Мало изучена связь α -каналов ($\Omega_0 \neq 1$). Единственные расчеты в этом направлении [63, 64, 96, 97, 119—125, 129] используют модель Фремана — Носова [60, 61] в рамках ВКБ-приближения. Точнее можно учесть этот эффект, используя формализм ССВА [106].

Вопросы, касающиеся отклонения от экспоненциального закона распада, мы рассматривали не очень детально. По этим вопросам имеется очень много работ общего и конкретного характера (см., например, [11, 20, 138]). Мы считаем, что в спонтанном распаде эти отклонения несущественны.

Вопрос о несохранении четности в α -распаде хорошо изучен в работе [139].

Автор глубоко признателен проф. В. Г. Соловьеву за полезную критику и доброжелательность, которую он встретил на протяжении ряда лет работы над этой темой. Автор благодарен также А. Булгаку за многочисленные полезные дискуссии по ряду вопросов, рассматриваемых в этом обзоре, Г. Стратану и соавторам ряда работ, особенно С. Холан и Д. Г. Попеску.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Многие авторы предлагали разные эквивалентные выражения одночастичной ширины изолированного уровня. Приводим некоторые из них.

Модель Манга (R -матричный вариант): $\Gamma_{sp} = 2P_c (\gamma_{sp})^2$ [21, 57, 69].

Модель Харады—Раушера:

$$\Gamma_{sp} = 2\pi \left| \langle \Omega_{ce\lambda}^{\text{opt}} \mid \sum_{i=1}^4 V_{iA}^{\text{opt}} - U_{\alpha A}^{\text{opt}} \mid g_0 \rangle \right|^2; \quad [75]$$

Интегральная формула:

$$\Gamma_{sp} = 2\pi \left| \langle \Omega_{ce\lambda}^{\text{coul}} \mid \sum_{i=1}^4 V_i^{\text{shell}} \mid g_0 \rangle \right|^2; \quad [84]$$

Модель ВКС:

$$\Gamma_{sp} = 2\pi \left| \langle \Omega_{ce\lambda}^{(0)} \mid g_0 N \rangle / \langle \Omega_{ce\lambda}^{(1)} \mid g_0 N \rangle \right|^2; \quad [90]$$

Оптическая модель:

$$\Gamma_{sp} = 2\pi \left| \langle \Omega_{ce\lambda}^{\text{opt}} \mid W \mid \Omega_{ce\lambda}^{\text{opt}} \rangle \right|^2; \quad [137]$$

Потенциальное рассеяние:

$$\Gamma_{sp} = -2 \text{Im} E_{\lambda c}^{(sp)}; \quad [23]$$

Модель Брейта:

$$\Gamma_{sp} = \hbar v \left(\int_0^{\infty} dR u_{\text{рез}}^2 \right)^{-1}; \quad [407]$$

Модель Фешбаха:

$$\Gamma_{sp} = \frac{\hbar^2}{mk} \left| \int_0^{\infty} dR F_c v_{\text{nuc1}} u_{\text{рез}} \right|^2 / \int_0^{\infty} dR u_{\text{рез}}^2. \quad [34]$$

Здесь $\Omega_{\alpha\epsilon, \lambda}^{\text{опт}}(R)$ — радиальное решение задачи рассеяния; $W(R)$ — мнимая часть соответствующего оптического потенциала; $E_{\lambda\epsilon}^{(sp)}$ — значение резонансного полюса S -матрицы, действительная часть которого равна Q_{α} ; $u_{\text{рез}}$ — резонансное решение (18).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Born M. «Z. Phys.», 1929, v. 58, p. 306.
2. Casimir H. «Physica», 1934, v. 1, p. 193.
3. Mang H. I. «Z. Phys.», 1957, Bd 148, S. 572.
4. Heitler W. Quantum Theory of Radiation. Oxford, Clarendon Press.
Русский перевод: Гайтлер В. Квантовая теория излучения. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
5. Mang H. I. «Phys. Rev.», 1960, v. 119, p. 1069.
6. Dumitrescu O., Kümmel H. «Ann. Phys.», 1972, v. 71, p. 556.
7. Siegert A. F. «Phys. Rev.», 1939, v. 56, p. 750.
8. Humblet I., Rosenfeld L. «Nucl. Phys.», 1961, v. 26, p. 529.
9. Berggren T. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 109, p. 265.
10. Romo W. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 116, p. 618.
11. Goldberger M. L., Watson K. M. Collision Theory. N.Y., Wiley, 1964.
Русский перевод: Гольдбергер М. Л., Ватсон К. М. Теория столкновений. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
12. Simon B. «Ann. Math.», 1973, v. 97, N 2, p. 247.
13. Hawland I. F. «J. Math. Anal. Appl.», 1975, v. 50, N 2, p. 425.
14. Hawland I. F. «Pacif. J. Math.», 1974, v. 55, N 1, p. 157.
15. Franz W. «Z. Phys.», 1965, Bd 184, S. 181; Quanten Theorie. Springer, 1970.
16. Kümmel H. «Z. Naturforsch. a», 1966, Bd 21, Heft 1/2, S. 79.
17. Dumitrescu O. Interaction Studies in Nuclei. Eds. H. Jochim, B. Ziegler. North Holland Publ. Co., 1975, p. 125.
18. Dumitrescu O., Popescu D. G. «JINR-Communic», E4—9097, Dubna, 1975.
19. Dumitrescu O. e.a. «Rev. Roumaine Phys.», 1976, v. 21, p. 829.
20. Grünfeld C. P. «Rev. Roumaine Phys.», 1978, v. 23, p. 231.
21. Lane A. M., Thomas R. G. «Revs Mod. Phys.», 1958, v. 30, p. 257.
Русский перевод: Лейн А. М., Томас Р. Г. Теория ядерных реакций при низких энергиях. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

22. Dumitrescu O. «Rev. Roum. Phys.», 1973, v. 18, p. 277.
23. Mahaux C., Weidenmüller H. A. Shell Model Approach to Nuclear Reactions. Amsterdam — London, North Holland Publ. Co., 1969.
24. Mayer M. G., Jensen J. H. D. Elementary Theory of Nuclear Shell Structure. N.Y., Wiley, 1955.
25. Mayer M. G., Jensen J. H. D., Kurath D. Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy. Ed. K. Siegbahn. Amsterdam, North Holland Publ. Co., 1965. Русский перевод: Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия. Под ред. К. Зигбана. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1969.
26. Talmi I., de Shalit A. Nuclear Shell Theory. N.Y.— London, Academic Press, 1963.
27. Mang H. J. «Sitzungsber Heidelberg. Akad. Wiss. Math-naturwiss. Kgl.», 1959, Bd 6, S. 299.
28. Thomas R. G. «Progr. Theor. Phys.», 1954, v. 12, p. 253.
29. Gell-Mann M., Goldberger M. L. «Phys. Rev.», 1952, v. 91, p. 398.
30. Lippmann B., Schwinger J. Ibid., 1950, v. 79, p. 469.
31. Kapur P. L., Peierls R. E. «Proc. Roy. Soc. A», 1938, v. 166, p. 277.
32. Wigner E. P., Eisenbud L. «Phys. Rev.», 1947, v. 72, p. 29.
33. Bloch C. Redinconti della Scuola Internaz. din Fisica «E. Fermi» 36 Corso, 1965.
34. Feshbach H. «Ann. Phys.», 1958, v. 5, p. 357.
35. Feshbach H. Ibid., 1962, v. 19, p. 287.
36. Bloch C. Many-body description of Nuclear Structure and Reactions. N.Y., Academic Press, 1966.
37. Brenig W. «Nucl. Phys.», 1959, v. 13, 333.
38. Fano U. «Phys. Rev.», 1961, v. 124, p. 1866.
39. Rodberg L. S. Ibid., p. 210.
40. Mac Donald W. M. «Nucl. Phys.», 1964, v. 54, p. 393 and 636.
41. Feshbach H. Reaction Dynamics. N.Y.— London, Gordon and Breach, 1973, p. 169.
42. De Vries R. M. «Comp. Phys. Comm.», 1976, v. 11, p. 249.
43. De Vries R. M., Lilley J. S., Franey M. A. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 37, p. 481.
44. Базь А.И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., «Наука», 1971.
45. Davies K. T. R., McCarty R. J. «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 81.
46. Bethe H. A. «Ann. Rev. Nucl. Sci.», 1971, v. 21, p. 93.
47. Kümmel H. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 176, p. 205.
48. Kümmel H., Lührmann K. H. Ibid., 1972, v. 194, p. 255.
49. Zabolitzky J. G. «Phys. Lett. B», 1973, v. 47, p. 487.
50. Skyrme T. H. R. «Nucl. Phys.», 1959, v. 9, p. 615.
51. Vautherin D., Brink D. M. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 626.
52. Струтинский В. М. «Ядерная физика», 1966, т. 3, с. 614; «Sov. J. Nucl. Phys.», 1966, v. 3, p. 449.
53. Bolsterli M. e.a. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 1050.

54. Hyde E. K., Perlman I., Seaborg G. T. The Nuclear Properties of Heavy Elements. New Jersey Englewood Cliffs New Jersey. Русский перевод: Хайд Э., Перлман И., Сиборг Г. Ядерные свойства тяжелых элементов. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1968.
55. Perlman I., Rasmussen J. O. In: Handbuch der Physik, 1957, v. 42, p. 109. Русский перевод: Перлман И., Расмуссен Дж. О. Альфа-радиоактивность. Пер. с нем. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
56. Rasmussen J. O. Alpha Decay in Alpha-, Beta-, Gamma-Ray Spectroscopy. Ed. Kai Siegbahn. Amsterdam, North Holland Publ. Co., 1965; Русский перевод: Альфа-, бета-, гамма-спектроскопия. Под ред. К. Зигбана. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1969; «Nucl. Phys.», 1963, v. 44, p. 93.
57. Mang H. J. «Ann. Rev. Nucl. Sci.», 1964, v. 14, p. 1.
58. Zeh H. D. «Z. Phys.», 1963, v. 175, p. 490; Zeh H. D., Mang H. J. «Nucl. Phys.», 1962, v. 29, p. 529.
59. Dumitrescu O., Săndulescu A. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 100, p. 456.
60. Fröman P. O. «Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fis. medd.», 1957, v. 1, N 3.
61. Носов В. Г. «Докл. АН СССР. Сер. физ.», 1957, т. 112, с. 414.
62. Săndulescu A. «Nucl. Phys.», 1962, v. 37, p. 332; 1963, v. 48, p. 345.
63. Mang H. J., Rasmussen J. O. «Mat.-Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.», 1962, v. 2, N 3.
64. Roggenburg J. K., Mang H. J., Rasmussen J. O. «Phys. Rev.», 1969, v. 181, p. 1967.
65. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., «Наука», 1971.
66. Nilsson S. G. «Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fyz. medd.», 1955, v. 29, N 16.
67. Gareev F. A. e.a. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 171, p. 134.
68. Уилкинсон Д. В кн.: Современные проблемы ядерной физики. Пер. с англ. М., Госатомиздат, 1963.
69. Scherk L., Vogt E. W. «Canad. J. Phys.», 1968, v. 46, p. 1119.
70. Ixaru L. Gr. Ibid., 1971, v. 49, p. 2947.
71. Gârjan N., Săndulescu A. «Z. Naturforsch. a», 1971, v. 26, p. 1389. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, т. 36, с. 129.
72. Jackson D. E., Rhoades-Brown M. «Ann. Phys.», 1977, v. 105, p. 151; «Nucl. Phys. A», 1976, v. 266, p. 61; «Nature», 1977, v. 267, p. 593; «Nucl. Phys. A», 1977, v. 286, p. 354.
73. Hahn H. Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1971.
74. Holan S., Rodan G., Săndulescu A. «Rev. Roum. Phys.», 1974, v. 19, p. 511.
75. Narada K., Rausher E. «Phys. Rev.», 1968, v. 169, p. 818.
76. Соловьев В. Г. «Докл. АН СССР. Сер. физ.», 1962, т. 144, с. 1281.
77. Fliessbach T. «Z. Phys. A», 1975, v. 272, p. 39; 1976, v. 277, p. 151.
78. Fliessbach T., Mang H. J. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 263, p. 75.
79. Fliessbach T., Mang H. J., Rasmussen J. O. «Phys. Rev. C», 1976, v. 13, p. 1318.
80. Ixaru L., Adam Gh. «Phys. Lett. B», 1971, v. 35, p. 293; «Rev. Roum. Phys.», 1967, v. 12, p. 589.

81. Кадменский С. Г., Калечиц В. Е. «Ядерная физика» 1970, т. 12, с. 70.
82. Furman V. I. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 226, p. 131; 1975, v. 239, p. 114.
83. Кадменский С. Г., Калечиц В. Е., Мартынов А. А. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 717.
84. Кадменский С. Г., Фурман В. И. «ЭЧАЯ», 1975, т. 6, вып. 2, с. 409; JINR — Dubna Report, 1975, P4—8729.
85. Hahn H. «Z. Phys. A», 1975, v. 274, p. 59.
86. Ceausescu V., Holan S., Săndulescu A. «Z. Naturforsch a», 1974, v. 29.
87. Aguilera-Navarro V. C., Moshinsky M., Yeh W. W. «Ann. Phys.», 1969, v. 51, p. 312.
88. Dumitrescu O., Săndulescu A. «Rev. Roum. Phys.», 1969, v. 14, p. 667.
89. Săndulescu A. «Rev. Roum. Phys.», 1970, v. 15, p. 1105.
90. Schlitter J. «Nucl. Phys.», 1973, v. A211, p. 96.
91. Săndulescu A., Silisteanu I., Wünsch R. JINR — Dubna Report, E4-10771, 1977.
92. Furman V. I. e.a. JINR — Dubna Report, E4-11286, 1978.
93. Furman V. I., Holan S., Stratan G. JINR — Dubna Report, E4-11287, 1978.
94. Holan S. «Studii si cercetări fiz. Acad. RPR», 1976, v. 28, p. 797.
95. Холан С., Фурман В. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1976, т. 40, с. 2161.
96. Poggenburg J. K. UCRL-Report, UCRL-16187, 1965.
97. Dumitrescu O., Popescu D. G. To be published; Dumitrescu O. «Ph. D. Thesis», 1970, unpubl.
98. Gari M. e. a. «Phys. Lett. B», 1971, v. 35, p. 19.
99. Dumitrescu O. e.a. «Z. Naturforsch. a», 1972, v. 27, H. 5, p. 733.
100. Dumitrescu O., Popescu D. G. «Rev. Roum. Phys.», 1976, v. 21, p. 91.
101. Немировский П. Э. Современные модели атомного ядра. М., Атомиздат, 1960.
102. Blomgwist J., Walborn S. «Arkiv. fys.», 1960, v. 16, p. 545.
103. Silisteanu I. «Ph. D. Thesis», to be published.
104. Săndulescu A., Stancu F. «Acta phys. polon», 1965, v. 27, p. 655.
105. Holan S. «Ph. D. Thesis», to be published.
106. Вибике Х., Лукьянов В. К., Шульц Г. «ЭЧАЯ», 1972, т. 3, вып. с. 993.
107. Breit G. Handbuch der Physik. Ed. S. Flugge, v. XLI/I. Брейт Г. Теория резонансных ядерных реакций. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
108. Geiger H., Nuttal J. M. «Philos. Mag.», 1911, v. 22, p. 613; 1912, v. 23.
109. Glendenning N. K., Harada K. «Nucl. Phys.», 1965, v. 72, p. 481.
110. Rausher E. A., Rasmussen J. O., Harada K. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 94, p. 33.
111. Pinkston W. T. «Nucl. Phys.», 1962, v. 37, p. 312.
112. Birbrair B. L. «Phys. Lett. B», 1971, v. 34, p. 558.
113. Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой теории. М., «Наука», 1975; «Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., «Наука», 1965.

114. Watson K. M. «Phys. Rev.», 1952, v. 85, p. 852.
115. Flynn E. R. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 221, p. 509.
116. Gareev F. G., Ivanova S. P., Shirkova N.‡ J. JINR — Dubna Report, P4—5457, 1970.
117. Bechetti F. D., Greenless W. «Phys. Rev.», 1968, v. 182, p. 1190.
118. Fayans S. A. Preprint IAE-1593, 1968.
119. Săndulescu A., Dumitrescu O. «Phys. Lett.», 1965, v. 19, p. 404.
120. Săndulescu A., Dumitrescu O. «Phys. Lett. B», 1967, v. 24, p. 212.
121. Cristu M. I. e.a. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 130, p. 31.
122. Cioacă C. e.a. «Rev. Roum. Phys.», 1972, v. 17, p. 281.
123. Dumitrescu O., Popescu D. G. Ibid., 1973, v. 18, p. 1065.
124. Dumitrescu O. e.a. Ibid., 1973, v. 18, p. 1231.
125. Dumitrescu O., Popescu D. G. Ibid., 1976, v. 21, p. 323.
126. Ellis Y. A., Schmorak M. R. «Nucl. Data Sheets», 1972, v. 8345.
127. Rasmussen J. O. «Phys. Rev.», 1959, v. 113, p. 1593.
128. Stroninger D., Hollander J. M., Seaborg G. T. «Rev. Mod. Phys.», 1958, v. 30, p. 585.
129. Săndulescu A. «J. phys. et radium», 1968, v. 29 Cl, p. 1.
130. Bulgak A. «Ph. D. Thesis», Leningrad, 1977.
131. Lederer Ch. M. «Ph. D. Thesis», 1963, UCRL 11028.
132. Bjornholm S. e.a.‡ «Phys. Rev.», 1963, v. 130, p. 2000; Radiochemical and Spectroscopic Studies of Nuclear Excitations in Even Esotopes of the Heaviest Elements. Copenhagen, Munksgaard, 1965.
133. Кадменский С. Г. и др. Сообщения ОИЯИ Р4-8730, 1975.
134. Думитреску Т. Препринт ОИЯИ Р-411294, Дубна, 1977.
135. Bang J. e.a. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 261, p. 59.
136. Rizea M., Săndulescu A. Topics in Theoretical Physics. A volume dedicated to S. Titeica at his 70-th anniversary. Bucharest, 1978.
137. Hodgson P. E. Nuclear Reactions and Nuclear Structure. Oxford, Clarendon Press, 1971.
138. Garczynski W. «Acta phys. polon.», 1970, v. B7, p. 627.
139. Gari M. «Phys. Rep. C», 1973, v. 6, 317.
140. Bang J. e.a. «Dubna Communic», E4-11377, E4-11378, 1978.
141. Кадменский С. Г. и др. «Ядерная физика», 1978, т. 27, с. 948.
142. Кадменский С. Г. и др. В кн.: Труды XXVII совещ. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Ташкент, 1977, с. 453.
143. Кадменский С. Г., Калечиц В. Е., Мартынов А. А. «Ядерная физика», 1971, т. 14, с. 1174.
144. Кадменский С. Г., Хлебостроев В. Г. «Ядерная физика», 1973, т. 18, с. 980.