«ФИЗИКА» ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1981, том 12, вып. 1

УДК 530.145

ПРОБЛЕМА СР-ИНВАРИАНТНОСТИ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Н. В. Красников, В. А. Матвеев, А. Н. Тавхелидзе

Институт ядерных исследований АН СССР, г. Москва

В работе дается обзор проблемы *CP*- и *P*-инвариантности в квантовой хромодинамике в связи с вопросом о сложной структуре вакуумного состояния в неабелевых калибровочных теориях поля. В качестве возможных решений проблемы *CP*- и *P*-сохранения обсуждаются гипотеза аксиона (легкая псевдоскалярная частица с полуслабым взаимодействием), случай безмассового *u*-кварка модели с лево-правой симметрией и другие.

In this paper the problem of *CP*- and *P*-invariance in quantum chromodynamics is reviewed in connection with the complex structure of the vacuum state in non-abelian gauge theories. As possible solutions to the problem of *CP*- and *P*-conservation there are discussed the axion hypothesis (existence of a light pseudoscalar particle with semi-weak interaction), the massless *u*-quark case, the models with left-right symmetry and some others.

ВВЕДЕНИЕ

Неабелевые калибровочные поля и принцип спонтанного нарушения симметрии являются основой при построении современных моделей слабых, электромагнитных, а также сильных взамодействий. Принцип локальной калибровочной инвариантности был введен в работе Янга и Миллса как обобщение требования изотопической симметрии, накладываемое на поведение квантовых полей в каждой отдельной пространственно-временной точке.

Понятие спонтанного нарушения симметрии возникло благодаря работам Н. Н. Боголюбова по теории квантово-статистических систем с вырожденным основным состоянием. Созданный им, широко известный ныне, метод квазисредних является универсальным средством изучения квантовых систем, основное состояние которых неустойчиво относительно малых возмущений, нарушающих ту или иную симметрию задачи. Квазиклассический анализ неабелевых теорий указывает на вырождение основного состояния, связанное с так называемым топологическим зарядом [1—3]. Наличие вырождения указывает на сложную структуру вакуумного состояния в калибровочных теориях, которая приводит к серьезным физическим следствиям. В частности, обсуждающаяся в последние годы так называемая θ-структура вакуума в квантовой хромодинамике может привести к нарушению P- и CP-инвариантности в сильных взаимодействиях.

Цель настоящего обзора — рассмотрение проблемы CP-инвариантности в квантовой хромодинамике и различных путей ее решения. В обзоре излагаются основные сведения о квантовой хромодинамике — наиболее популярной в настоящее время теории сильных взаимодействий. Вводится понятие θ-вакуума и рассматриваются его свойства. Даются оценки на значения параметра θ (параметр CP-нарушения) в квантовой хромодинамике, исходя из экспериментальных ограничений для электрического дипольного момента нейтрона. Обсуждаются решения CP-проблемы, связанной с гипотезой об отсутствии у u-кварка массы. Рассматриваются модели с аксионом, в которых CP-проблема решается при появлении легкой псевдоскалярной частицы, имеющей полуслабую связь с лептонами и кварками. Обсуждаются модели с дискретной группой симметрии (в частности, модели с право-, левой симметрией, в которых параметр CP-нарушения θ оказывается малым). В обзоре рассматриваются обсуждаемые в литературе другие «неортодоксальные» возможности объяснения наблюдаемой CP-инвариантности в сильных взаимодействиях.

1. КВАНТОВАЯ ХРОМОДИНАМИКА КАК ТЕОРИЯ ЦВЕТНЫХ КВАРКОВ И ГЛЮОНОВ

В последние годы все чаще высказываются надежды, что квантовая хромодинамика может служить основой для описания сильных взаимодействий [4]. При этом сильные взаимодействия между адронами рассматриваются как результат взаимодействия между цветными кварками, причем переносчиком взаимодействия являются безмассовые векторные бозоны (глюоны), соответствующие октетному представлению группы цветной калибровочной $SU^c(3)$-симметрии.

Начальным аргументом в пользу введения нового квантового числа — цвета в физику адронов явилось решение проблемы статистики кварков в рамках составной кварковой модели. Как известно, в этой модели невозбужденные барионные состояния описываются волновой функцией, симметричной по кварковым и спиновым индексам. Например, Δ^{++}-резонанс в состоянии с $J_3 = 3/2$, описывается кварковой волновой функцией:

$$|\,\Delta^{++},\ J_3=3/2\rangle = |\,u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle,$$

причем все три кварка находятся в наиболее энергетически выгодном s-состоянии. При этом полная волновая функция кварков оказывается симметричной, что находится в противоречии с ферми-статистикой кварков. Чтобы устранить противоречие с ферми статистикой в работах [5, 6], было выдвинуто предположение, что кварк каждого типа может находиться в трех различных («цветовых») состояниях, а волновая функция кварков в барионе антисимметрична по цветовым индексам. Так, Δ^{++}-резонанс описывается полной антисимметричной волновой функцией

$$|\Delta^{++},\ J_3=3/2\rangle = (1/\sqrt{6})\,\varepsilon^{ijk}\,|u_i\uparrow u_j\uparrow u_k\rangle,$$

здесь i, j, k — цветные индексы.

Так, в физике адронов появилась новая группа симметрии — цветовая SU^c (3)-группа. Наблюдаемые до сих пор адроны оказывались синглетами по отношению к цветовой SU^c (3)-группе. Если все сильновзаимодействующие частицы — цветовые синглеты, то естественно ожидать отсутствия в свободном состоянии кварков, дикварков и т. п. (гипотеза невылетания или «конфаймента»). В настоящее время исследование механизма конфаймента представляет, безусловно, одну из центральных задач теории сильных взаимодействий. Заметим, что гипотеза об «утроении числа кварков» блестяще подтверждается при описании процессов e^+e^--аннигиляции в адроны, распада $\pi^0 \to 2\gamma$ и образовании $\mu^+\mu^-$-пар [4].

Лагранжиан квантовой хромодинамики имеет вид [4]

$$\mathcal{L} = -F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu}/4 + \bar{q}\,[\mathrm{i}\gamma^\mu(\partial_\mu - \mathrm{i}gA^a_\mu\lambda_a/2) - m]\,q. \qquad (1)$$

Здесь символ q обозначает цветные кварки u, d, s, c, t ...;

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf_{abc}A^b_\mu A^c_\nu;$$

m — массовая матрица кварков.

Квантовая хромодинамика обладает важным свойством: асимптотической свободой (эффективная константа связи стремится к нулю в ультрафиолетовой области). Свойство асимптотической свободы позволяет использовать теорию возмущений при описании процессов, протекающих на малых расстояниях (e^+e^--аннигиляция в адроны, глубоко неупругое лептон-адронное рассеяние и т. п.). В инфракрасной области эффективная константа связи $\alpha_s = g^2/4\pi$ растет. С этим обстоятельством связаны надежды на объяснение удержания кварков внутри адронов. Однако ввиду того, что проблема сильной связи в квантовой теории поля не нашла своего решения, квантовая хромодинамика остается пока еще не завершенной теорией.

2. ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И СТРУКТУРА θ-ВАКУУМА

К сложной структуре вакуума в калибровочных теориях можно прийти или используя топологически нетривиальные калибровочные преобразования, или используя метод континуального интегрирования. Рассмотрим для определенности калибровочное поле, соответствующее $SU(2)$-группе. Лагранжиан калибровочного поля

$$\mathcal{L} = -F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu}/4;$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\varepsilon_{abc}A^b_\mu A^c_\nu$$

в калибровке $A^a_0 = 0$ имеет вид

$$\mathcal{L} = (\dot{A}^a_i)^2/2 - (F^a_{ij})^2/4 \tag{2}$$

и напоминает обычный лагранжиан классической механики, если отождествить $(\dot{A}^a_i)^2/2$ с кинетической, а $(F^a_{ij})^2/4$ — потенциальной энергией системы. Вакуумные поля — это такие c-числовые значения калибровочного поля A^a_i, для которых тензор напряженности $F^a_{ij} = 0$. Вакуумное поле является «чистой калибровкой» и представляется в виде

$$\left.\begin{aligned} A_i &\equiv A^a_i T^a = U^{-1}\partial_i U; \\ [T^a, T^b] &= i\varepsilon_{abc}\sqrt{2}T^c, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $U(\mathbf{x})$ — унитарная матрица.

Наложим на матрицы $U(\mathbf{x})$, описывающие допустимые вакуумные поля, условие

$$U(\mathbf{x}) \to 1 \tag{4}$$

при $|\mathbf{x}| \to \infty$, независимо от направления, т. е. вся пространственная бесконечность отождествляется с одной точкой [1, 3, 7]. Подчеркнем, что условие (4), которое весьма существенно при получении структуры θ-вакуума, не следует однозначно из известных физических принципов.

С учетом условия (4) вакуумные поля можно характеризовать значением топологического заряда [1]

$$n = \frac{1}{12\sqrt{2}\pi^2}\int d^3x \operatorname{Tr} \varepsilon_{ijk}A_iA_jA_k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2\ \ldots, \tag{5}$$

который нумерует классы эквивалентности вакуумных калибровочных полей относительно непрерывных локальных преобразований. Подчеркнем, что в теории возмущений все вакуумные состояния $|n\rangle$ эквивалентны и ортогональны.

В работах [2, 3] на основе использования квазиклассического приближения было показано, что существуют переходы между различными состояниями $|n\rangle$, $|m\rangle$, т. е.

$$\langle n_{\text{out}}|m_{\text{in}}\rangle \neq 0.$$

Наличие переходов $n \rightleftarrows m$ при $n \neq m$ указывает на то, что истинный вакуум в калибровочных теориях следует искать в виде линейной комбинации векторов $|n\rangle$.

Рассмотрим калибровочное преобразование вида

$$g(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}^2 - 1)/(\mathbf{x}^2 + 1) - 2i\sigma\mathbf{x}/(\mathbf{x}^2 + 1), \tag{6}$$

где σ — матрицы Паули.

Этому преобразованию $g(\mathbf{x})$ соответствует преобразование $T(g)$, действующее в пространстве состояний со свойствами [7]

$$T^+T = 1, \quad T\hat{n}T^+ = \hat{n} + 1, \tag{7}$$

где $\hat{n}$ — оператор топологического заряда.

Из требования инвариантности вакуумного состояния относительно преобразования $\hat{T}$, т. е.

$$T \mid \theta\rangle = \exp(i\theta) \mid \theta\rangle \tag{8}$$

получаем, что вакуум является суперпозицией состояний $|n\rangle$ вида *

$$|\theta\rangle = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \exp(in\theta)|n\rangle \tag{9}$$

и характеризуется параметром $-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi$.

Рассмотрим теперь, как можно получить структуру вакуума типа (9), используя метод континуального интегрирования. Выражение для матричного элемента по вакууму от оператора $F(A)$ имеет вид [10]

$$\langle F(A)\rangle = \int F(A)\exp[iS(A)](DA)\Big/\int \exp[iS(A)](DA). \tag{10}$$

Здесь $S(A) = \int d^4x\mathcal{L}(x)$, (DA) — мера интегрирования по калибровочному полю A^a_μ с учетом дополнительного калибровочного условия и детерменанта Фаддеева — Попова.

Однако выражение (10) формально, поскольку не указано, по каким полям A^a_μ следует интегрировать. Калибровочные поля A^a_μ характеризуются топологическим числом [1]

$$\left.\begin{aligned} q &= \int d^4x\partial_\mu k_\mu = \frac{g^2}{32\pi^2}\int d^4x \operatorname{Tr} F_{\mu\nu}\overline{F}_{\mu\nu}; \\ \overline{F}_{\mu\nu} &= \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F_{\lambda\rho}/2. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Как было показано в [1], топологическое число q — целое для полей A_μ, которые на бесконечности являются чистыми калибров-

* Отметим, что в модели Швингера, которая имеет много общих черт с неабелевыми калибровочными полями (топологически нетривиальные конфигурации, аномальный аксиальный ток), структура вакуума более сложна, чем выражение (9). Вакуум в этой модели характеризуется двумя параметрами θ_1 и θ_2 [8].

ками, причем матрица калибровочного преобразования имеет асимптотику (4). Таким образом, если интегрировать по полям с асимптотикой (4) на бесконечности, то следует учесть, что все такие поля разбиваются на классы, характеризующиеся целым топологическим числом q.

Рассмотрим теперь, как на языке континуального интеграла появляется параметр θ. К действию для калибровочного поля $\mathcal{L}(x) = -F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu}/4$ мы можем, не нарушая калибровочной инвариантности, добавить член вида $\theta\,(g^2/64\pi^2)\,\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}F^a_{\alpha\beta}F^a_{\gamma\delta}$, который является полной производной. Обычно подобные члены не дают вклад в континуальный интеграл при интегрировании по полям, убывающим на бесконечности. Однако при интегрировании по топологически нетривиальным конфигурациям вклад этого члена отличен от нуля. Для лагранжиана

$$\mathcal{L}_\theta = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} + \theta\frac{g^2}{64\pi^2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}F^a_{\alpha\beta}F^a_{\gamma\delta} \qquad (12)$$

при интегрировании по полям с асимптотикой (4) на бесконечности среднее по вакууму от калибровочно-инвариантного оператора $F(A)$ имеет вид [2, 3]:

$$\langle\theta|F(A)|\theta\rangle = \frac{\int F(A)\exp[iS_\theta(A)]\,(DA)}{\int \exp[iS_\theta(A)]\,(DA)} =$$

$$= Z_\theta^{-1}\sum_{q=-\infty}^{q=+\infty}\exp(i\theta q)\int F(A)\exp[iS(A)]\,(DA)_q, \qquad (13)$$

здесь $S(A) = \int d^4x\left(-\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu}\right)$; $S_\theta(A) = \int d^4x\,\mathcal{L}_\theta(x)$; $Z_\theta = \sum_{q=-\infty}^{q=+\infty}\exp(i\theta q)\int \exp[iS(A)]\,(DA)_q$;

$(DA)_q$ — мера интегрирования по полям с топологическим числом q.

При вычислении континуального интеграла (13) по топологически нетривиальному сектору используют метод квазиклассики, который заключается в следующем [10]. Поля A^a_μ представляют в виде $A^a_\mu = A^{a\,сл}_\mu + A^{aqu}_\mu$, где $A^{a\,сл}_\mu$ — решение уравнений Янга — Миллса в евклидовом пространстве — времени с топологическим числом q. Отметим, что в [1] было найдено решение для $q = \pm 1$, а в [11, 12] — с произвольным q. Далее действие $S(A_{сл} + A^{qu})$ разлагают по полям A^{qu} вплоть до квадратичных по A^{qu} членов

$$S(A_{сл} + A^{qu}) \approx S(A_{сл}) + \frac{1}{2}\int\frac{\delta^2 S}{\delta A^2}\bigg|_{A=A_{сл}} A_{qu}A_{qu}\,d^4x.$$

В этом приближении континуальный интеграл можно проинтегрировать. Подробное обсуждение проблем, которые возникают при таком способе вычисления континуального интеграла, содержится в [10].

Рассмотрим теперь, как возникает проблема CP-инвариантности в квантовой хромодинамике при учете топологически нетривиальных конфигураций в континуальном интеграле или, что то же самое, при учете сложной структуры вакуума.

Одной из привлекательных черт квантовой хромодинамики (без учета инстантонных эффектов) была точная P- и CP-инвариантность теории. Действительно, матрицу m в лагранжиане (1), которая вследствие поправок на слабые взаимодействия может содержать CP-неинвариантные γ_5-члены, путем унитарных преобразований левых и правых кварковых полей можно привести к диагональному виду.

Доказательство [4]:

массовый член в лагранжиане (1) имеет вид

$$\bar{q}mq = \bar{q}_L M q_R + \bar{q}_R M^+ q_L, \tag{14}$$

где M^+ — эрмитово сопряженная матрица. Матрицу M представим в виде

$$M = M^h U, \tag{15}$$

где M^h — эрмитовая матрица; U — унитарная матрица. Переопределением правых кварковых полей

$$U q_R = q'_R. \tag{16}$$

(при таком переопределении член, описывающий взаимодействие кварковых полей с глюонными полями не меняется), массовый член $\bar{q}mq$ записывается следующим образом:

$$\bar{q}mq = \bar{q}_L M^h q'_R + \bar{q}'_R M^h q_L. \tag{17}$$

Эрмитову матрицу M^h можно привести к диагональному виду унитарным преобразованием V, действующим на q_L и q'_R:

$$V^{-1} M^h V = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 & . \\ 0 & m_d & 0 & . \\ 0 & 0 & m_s & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}. \tag{18}$$

В итоге получаем, что переопределением кварковых полей массовый член $\bar{q}mq$ принимает вид

$$\bar{q}mq = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s + \ldots \tag{19}$$

Однако при учете инстантонных эффектов приведенное выше доказательство становится неверным. Происходит это потому, что преобразование вида:

$$q_{Ri} \to \exp(i\alpha)\, q_{Ri}; \quad q_{Li} \to q_{Li} \tag{20}$$

обладает аномалией, т. е. калибровочно-инвариантный ток, соответствующий этому преобразованию, не сохраняется в пределе $m_i = 0$.

Дивергенция тока

$$\partial_\mu J_{\mu R} = \frac{Ng^2}{32\pi^2} \operatorname{Tr}(F\overline{F}), \tag{21}$$

где

$$J_{\mu R} = \sum_{i=1}^{M} \overline{q}_{Ri} j_\mu q_{Ri};$$

N — число различных типов кварков.

Поэтому при преобразовании (16) в лагранжиане (1) появляется дополнительное слагаемое

$$\operatorname{Arg}(\operatorname{Det} U)\, \partial_\mu J_{\mu R} = N \frac{g^2}{32\pi^2} \operatorname{Tr}(F\overline{F}) \operatorname{Arg}(\operatorname{Det} U), \tag{22}$$

которое существенно при учете топологически нетривиальных конфигураций.

Нетрудно видеть, что член вида $(\theta g^2/32\pi^2) \operatorname{Tr}(F\overline{F})$ является P- и CP-неинвариантным. Поэтому учет такого члена в лагранжиане квантовой хромодинамики приведет к возникновению P- и CP-нарушения в сильных взаимодействиях. Как будет показано в следующей части обзора из экспериментального ограничения на дипольный момент нейтрона следует, что параметр θ должен быть меньше $|\theta| \lesssim 10^{-9}$. Поэтому естественно возникает вопрос, как объяснить отсутствие сильного CP-нарушения в сильных взаимодействиях, т. е. почему параметр θ так мал? Проблема объяснения отсутствия CP-нарушения в квантовой хромодинамике тесно связана с проблемой возникновения масс у кварков. Действительно, как будет показано выше, если в теории имеется хотя бы один безмассовый кварк (u-кварк), тогда сильные взаимодействия будут автоматически (при любом выборе параметра θ) CP-инвариантны. В современных объединенных моделях слабых и электромагнитных взаимодействий массы у кварков и лептонов возникают в результате взаимодействия с полями Хиггса. Таким образом, ясно, что слабые и электромагнитные взаимодействия должны иметь непосредственное отношение к проблеме CP-сохранения в сильных взаимодействиях.

Итак, учет сложной структуры вакуума в квантовой хромодинамике наряду с надеждами получить конфаймент, решить проблему $U(1)$-инвариантности, привел к возникновению новой серьезной проблемы — проблемы CP-инвариантности.

3. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТР θ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Как уже отмечалось выше, лагранжиан квантовой хромодинамики

$$\mathcal{L} = -(F^a_{\mu\nu})^2/4 + \sum_k \bar{q}_k\,[i\hat{D} - m_k]\,q_k, \tag{23}$$

здесь $\hat{D} = \hat{\partial} - ig\,(\hat{A}^a/2)\,\lambda_a$, при добавлении CP-нарушающего взаимодействия

$$\mathcal{L} \to \mathcal{L} + (\theta g^2/32\pi^2)\,\mathrm{Tr}\,F\tilde{F} \tag{24}$$

приводит к возникновению CP-нарушения в сильных взаимодействиях. Получим оценку параметра CP-нарушения θ, исходя из известных экспериментальных ограничений на процессы с нарушением CP (ограничение на дипольный момент нейтрона).

Параметр, характеризующий CP-нарушение в квантовой хромодинамике:

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F})\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle \equiv k(\theta).$$

Из явного выражения для $k(\theta)$ в терминах континуального интеграла следует, что $k(\theta) = 0$ при $\theta = 0$ или $\theta = \pi$ (CP-нарушение отсутствует).

Уравнения для дивергенции аксиальных токов имеют вид [13]

$$\partial_\mu J^{\mu 5}_k = (g^2/32\pi^2)\,\mathrm{Tr}\,F\tilde{F} + i m_k \bar{q}_k \gamma_5 q_k, \tag{25}$$

где $2J^{\mu 5}_k = \bar{q}_k \gamma_\mu \gamma_5 q_k$ — калибровочно-инвариантный аксиальный ток. Из трансляционной инвариантности вакуума следует, что

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,J^{\mu 5}_k(x)\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle = 0. \tag{26}$$

Из уравнений (25) и (26) получаем

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F})\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle + i m_k \langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\bar{q}_k \gamma_5 q_k\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle = 0. \tag{27}$$

Обозначим

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\bar{q}_{L,k} q_{R,k}\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle = 0{,}5\psi_k \exp(i\theta_k), \tag{28}$$

где $\psi_k = \psi_k^*$; $\theta_k = \theta_k^*$. В терминах ψ_k и θ_k уравнение (27) будет следующим:

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F})\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle = \psi_k m_k \sin\theta_k, \quad k = 1,\ 2,\ \ldots \tag{29}$$

Отметим, что из (13) следует:

$$\frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta} = \langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F})\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle.$$

Здесь $E(\theta)$ — сдвиг энергии вакуума, связанный с введением в лагранжиан (23) θ-члена:

$$\exp(i\Omega E_\theta) = \frac{\int DA \exp\left[i\int \mathscr{L}_\theta d^4x\right]}{\int DA \exp\left[i\int \mathscr{L} d^4x\right]}, \tag{30}$$

здесь Ω — 4-мерный объем, в котором заключена система.

В приближении $m_k = 0$ ($k = 1, 2, \ldots, L$) лагранжиан (24) обладает киральной группой симметрии $SU(L) \otimes SU(L)$.

Группа симметрии, связанная с γ_5-преобразованиями

$$q \to \exp(i\omega_k\lambda_k\gamma_5)\, q, \tag{31}$$

спонтанно нарушена [14] [вакуум не инвариантен относительно преобразований (31)]. Мерой спонтанного нарушения симметрии (31) является наличие отличных от нуля вакуумных средних

$$\langle \bar{q}_k q_k\rangle = \langle \bar{q}_i q_i\rangle, \quad i,\ k = 1, 2, \ldots, L.$$

При отличных от нуля масс кварков симметрия $SU(L) \otimes SU(L)$ является приближенной. В дальнейшем будем в основном рассматривать киральную симметрию $SU(2) \otimes SU(2)$, следствия которой наиболее хорошо согласуются с экспериментом, что связано с малостью масс u- и d-кварков по сравнению с характерным масштабом сильных взаимодействий. В работе [15] на основе использования алгебры токов было показано, что

$$\langle \bar{u}u\rangle = \langle \bar{d}d\rangle = -f_\pi^2 m_\pi^2/[4(m_u + m_d)]. \tag{32}$$

В низшем приближении по массам u- и d-кварков:

$$\psi_1 = \psi_2 = -f_\pi^2 m_\pi^2/[4(m_u + m_d)]. \tag{33}$$

Рассмотрим случай $\theta \ll 1$ (CP-нарушение мало). Тогда справедливо равенство

$$\theta_1 m_1 = \theta_2 m_2. \tag{34}$$

С учетом равенства $\theta = \theta_1 + \theta_2$, справедливого в пределе m_u, $m_d \to \theta$, получаем, что

$$\langle \mathrm{vac},\ \theta|\,\frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}(F\bar{F})\,|\mathrm{vac},\ \theta\rangle = \frac{\theta\psi_1}{1/m_u + 1/m_d} = -\frac{f_\pi^2 m_\pi^2 m_u m_d}{4(m_u+m_d)^2}\,\theta. \tag{35}$$

Отметим, что при выводе равенства (35) алгебра токов использовалась лишь при вычислении $\langle \mathrm{vac},\ \theta\,|\,\bar{u}u\,|\,\mathrm{vac},\ \theta\rangle$. Этот же результат был получен ранее [16] другим методом.

При изучении спонтанного нарушения киральной симметрии удобно использовать формализм эффективного действия [17].

В квантово-хромодинамический лагранжиан

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} + \mathrm{i} \sum_{k=1}^{N} \overline{q}_k \widehat{D} q_k,$$

описывающий взаимодействие безмассовых кварков с глюонами, введем источники, билинейные по кварковым полям:

$$\mathscr{L} \to \mathscr{L}_J = \mathscr{L} - J^i_j \overline{q}_{Li} q_{Rj} + \text{Э.С.}$$

Введем производящий функционал

$$W(J) = \frac{1}{\mathrm{i}} \ln \frac{\int (DA)\, d\overline{q}\, dq \exp(\mathrm{i}S_J)}{\int (DA)\, d\overline{q}\, dq \exp(\mathrm{i}S_{J=0})}. \qquad (36)$$

Нетрудно видеть, что

$$\varphi^i_j = \langle \overline{q}_{Li} q^j_R \rangle = \delta W / \delta J^i_j.$$

Совершим преобразование Лежандра (от переменных J^i_j перейдем к переменным φ^i_j):

$$\Gamma(\varphi^i_j) = W(J^i_j) = \int J^i_j \varphi^j_i d^4x - \int (J^i_j \varphi^j_i)^* d^4x. \qquad (37)$$

Из определения функционала $\Gamma(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i)$ следует, что

$$\delta\Gamma / \delta\varphi^i_j = -J^j_i. \qquad (38)$$

Спонтанное нарушение киральной инвариантности означает существование нетривиального решения уравнения

$$\delta\Gamma / \delta\varphi^i_j = 0. \qquad (39)$$

Поскольку мы интересуемся трансляционно-инвариантными решениями уравнения (39) (φ^i_j не зависит от x), удобно функционал $\Gamma(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i)$ представить следующим образом:

$$\Gamma(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i) = \int [-V(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i) d^4x + Z(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i)(\partial_\mu \varphi^i_j)(\partial_\mu \varphi^{*i}_j) +$$
$$+ \text{члены с высшими производными}].$$

Уравнение (39) принимает вид

$$\partial V(\varphi^i_j, \varphi^{*j}_i) / \partial \varphi^i_j = 0. \qquad (40)$$

Если массы кварков отличны от нуля, то эффективное действие и эффективный потенциал будут:

$$\left.\begin{aligned} \Gamma_{m_i}(\varphi^i_j) &= \Gamma(\varphi^i_j, \varphi^{*i}_j) + \int \sum_{i=1}^{N} m_i \varphi^i_i d^4x + \int \sum_{i=1}^{N} m_i (\varphi^i_i)^* d^4x; \\ V_{m_i}(\varphi_i) &= V(\varphi_i) - \sum_{i=1}^{N} m_i \varphi^i_i - \sum_{i=1}^{N} m^*_i (\varphi^i_i)^*. \end{aligned}\right\} \qquad (41)$$

В дальнейшем будем искать решения вида $\varphi_j^i = \delta_j^i \varphi_i$ (в силу $SU(N) \otimes SU(N)$ симметрии функционала $\Gamma(\varphi_j^i, \varphi_j^{*i})$ любое решение $SU(N) \otimes SU(N)$ преобразованием можно привести к такому виду).

Эффективный потенциал зависит от $|\varphi_i|$ и $\theta_i \equiv \arg \varphi_i$ следующим образом *: $V\left(|\varphi_i|, \sum_{i=1}^{N} \theta_i - \theta\right)$ является периодической функцией от $\left(\sum_{i=1}^{N} \theta_i - \theta\right)$ с периодом $T = 2\pi$, и его можно представить в виде

$$V(|\varphi_i|, \theta) = V_0(|\varphi_i|) + \cos\theta V_1(|\varphi_i|) + \cos 2\theta V_2 \times \times (|\varphi_i|) + \ldots,$$

причем в $V_0(|\varphi_i|)$ дают вклад конфигурации с топологическим числом $|q| = 0$, а в $V_1(|\varphi_i|)$ дают вклад конфигурации с $|q| = 1$ и т. д.

Уравнение для определения минимума V будет следующим:

$$\partial V/\partial |\varphi_i| = 0, \quad \partial V/\partial \theta_i = 0. \tag{41}$$

Из явного выражения для V следует, что второе уравнение (41) удовлетворяется при $\Sigma\theta_i = \theta$ или $\sum_{i=1}^{N} \theta_i = \theta + \pi$.

Условие устойчивости системы будет

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}\right|_{\theta=\left\{\begin{smallmatrix}0\\ \pi\end{smallmatrix}\right.} \geqslant 0.$$

Для масс кварков, отличных от нуля, уравнения для определения минимума примут вид:

$$\partial V/\partial |\varphi_i| - 2m_i \cos\theta_i = 0; \tag{42}$$

$$\partial V/\partial \theta_i + 2m_i \varphi_i \sin\theta_i = 0. \tag{43}$$

Из уравнения (43) следует

$$m_i \varphi_i \sin\theta_i = m_j \varphi_j \sin\theta_j. \tag{44}$$

Это уравнение было получено ранее [уравнение (29)] на основе использования уравнений для аксиальных токов. Найдем решение этих уравнений для θ, $\theta_i \ll 1$.

---

* Такая зависимость следует из определения эффективного действия (37).

Уравнение (43) можно при малых θ_i записать в виде

$$k\Bigl(\sum_{i=1}^{N}\theta_i-\theta\Bigr)=-k_i\theta_i, \tag{45}$$

здесь $k\equiv(1/2)\,(\partial^2V/\partial\theta^2)|_{\theta=0}$; $k_i\equiv m_i\varphi_i$.

Решение уравнения (45) есть

$$\theta_i=\frac{\theta}{k_i}\,\frac{1}{1/k+\sum\limits_{j=1}^{N}1/k_j}. \tag{46}$$

Если массы кварков малы, то $k\gg k_i$ и (46) примет вид

$$\theta_i=\frac{\theta}{k_i}\,\frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{N}1/k_j};\quad \theta_ik_i=\theta_jk_j=\theta\Bigl/\sum_{i=1}^{n}1/k_i, \tag{47}$$

т. е. мы получаем формулу (35).

Отметим, что на основе использования эффективного действия естественно получается в низшем приближении σ-модель.

При использовании алгебры токов более удобно рассматривать не лагранжиан (24), а переопределением фаз у кварковых полей привести CP-неинвариантный член к виду [18]:

$$-i\theta m_u m_d m_s\,(m_u m_d+m_u m_s+$$
$$+m_d m_s)^{-1}\,(\bar{u}\gamma_5 u+\bar{d}\gamma_5 d+\bar{s}\gamma_5 s)\equiv\delta\mathscr{L}_{CP}. \tag{48}$$

CP-нарушающий член (48) приводит к тройным вершинам для псевдоскалярных мезонов с константами взаимодействия [19]:

$$G_{abc}=\langle 0|\delta\mathscr{L}_{CP}|M^aM^bM^c\rangle, \tag{49}$$

где M^a — поля, описывающие октет псевдоскалярных мезонов. Используя алгебру токов и неравенства $m_s\gg m_u$, $m_s\gg m_d$ выражение (37) можно записать в виде

$$G_{abc}=-\theta\,\frac{m_u m_d}{(m_u+m_d)}\,F_\pi^{-3}\,\langle 0|[Q_5^a,\ [Q_5^b,\ [Q_5^b,\ \bar{q}\gamma_5 q]]]|0\rangle, \tag{50}$$

где F_π — константа распада π-мезонов; Q_5^a — соответствующие $SU^A(3)$-генераторы.

Вычисляя коммутаторы в (50), можно получить [19] соответствующий эффективный лагранжиан

$$\mathscr{L}_{\text{эф}}=\frac{1}{6}\,G_{abc}M^aM^bM^c=-\frac{1}{6}\,\theta m_\pi^2F_\pi^{-1}\,\frac{m_u m_d}{(m_u+m_d)^2}\,\mathrm{Tr}M^3. \tag{51}$$

Здесь $M=\lambda^aM^a$.

Из формулы (51) следует, в частности, что эффективный лагранжиан для $\eta \to \pi\pi$-распада

$$\mathscr{L}_{\text{эф}} = -\frac{\theta m_\pi^2}{\sqrt{3}\, F_\pi} \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \pi^2 \eta. \tag{52}$$

Наиболее сильное ограничение на параметр θ можно получить исходя из известного экспериментального ограничения на дипольный момент нейтрона [20], $d_n \leqslant 10^{-24}$ см.

В [19] на основе использования алгебры токов был вычислен дипольный момент нейтрона * $d_n \approx 5 \cdot 10^{-16}\theta$ см. Из (42) и (41) следует, что $\theta \leqslant 2 \cdot 10^{-9}$.

Более простую оценку на θ можно получить исходя из следующих соображений [21]. Параметр θ входит в CP-нарушающий лагранжиан (36) вместе с множителем

$$m_u m_d m_s (m_u m_d + m_u m_s + m_d m_s)^{-1}. \tag{53}$$

Поэтому дипольный момент нейтрона можно оценить как

$$d_n = \frac{1}{\Lambda^2} \frac{m_u m_d m_s}{(m_u m_d + m_u m_s + m_d m_s)} \theta, \tag{54}$$

где Λ — параметр, характеризующий сильное взаимодействие. При $\Lambda = 200$ МэВ и значениях масс кварков [22] $m_s = 150$ МэВ, $m_u = 4{,}2$ МэВ, $m_d = 7{,}5$ МэВ получаем, что $\theta \leqslant 10^{-9}$.

Рассмотрим теперь, какое ограничение на параметр θ можно получить исходя из устойчивости системы по отношению ко внешнему малому возмущению [21]. Добавим к параметру θ в выражении (24) источник $J(x)$ и совершим преобразование Лежандра по отношению к источнику $J(x)$:

$$\Gamma(\varphi) = E(\theta + J) - \int J\varphi\, d^4x; \quad \varphi = \delta E(\theta + J)/\delta J. \tag{55}$$

Уравнение для определения равновесного φ_0:

$$\delta\Gamma/\delta\varphi|_{\varphi=\varphi_0} = 0. \tag{56}$$

Условие устойчивости системы в точке равновесия имеет вид

$$\delta^2\Gamma(\varphi)/\delta\varphi^2|_{\varphi=\varphi_0} \geqslant 0 \tag{57}$$

или

$$\frac{\partial^2 E}{\partial\theta^2} \geqslant 0. \tag{58}$$

В приближении разреженного инстантонного газа [3]

$$E(\theta) = A(1 - \cos\theta), \quad A \geqslant 0. \tag{59}$$

---

* Сходный результат был получен в работе [16], где использовалась модель мешков.

Неравенство (50) принимает при этом вид

$$\cos\theta \geqslant 0, \tag{60}$$

т. е. $|\theta| \leqslant \pi/2$.

4. РАВНА ЛИ МАССА u-КВАРКА НУЛЮ?

Если масса хотя бы одного из кварков (u-кварка) равна нулю, тогда теория при любом параметре θ в лагранжиане (9) является CP-инвариантной. В этом нетрудно убедиться, если учесть, что преобразованием кваркового поля, при котором классический лагранжиан (1) квантовой хромодинамики не меняется $u \to \to \exp(i\theta j_5)\, u$, т. е. переопределением фаз u и u_L- и u_R-кварковых полей можно избавиться от CP-неинвариантного члена в лагранжиане, т. е. теория в этом случае зависит от параметра θ тривиальным образом.

На языке континуального интеграла отсутствие CP-нарушения связано с тем, что оператор Дирака $\hat{D} = \hat{\partial} - ig\hat{A}$ во внешнем топологически нетривиальном поле обладает нормируемыми нулевыми модами (туннелирование подавлено), причем справедливо равенство [23]

$$q = n_R - n_L,$$

где n_R — число правых нормируемых мод оператора $\hat{D}$; n_L — число левых нормируемых мод; q — топологическое число. Поэтому топологически нетривиальные конфигурации дают вклад только в функции Грина с изменением киральности.

То, что теория для $m_u = 0$ является CP-инвариантной, можно понять также из следующих соображений. Параметр, определяющий CP-нарушение в квантовой хромодинамике, есть среднее по вакууму от оператора $(g^2/32\pi^2)\,\mathrm{Tr}\,(F\overline{F})$.

Дивергенция калибровочно-инвариантного тока $\sqrt{2}J_\mu^5 = \bar{u}j_\mu j_5 u$ равна

$$\partial_\mu J_\mu^5 = (g^2/32\pi^2)\,\mathrm{Tr}\,(F\overline{F}). \tag{61}$$

Из условия трансляционной инвариантности вакуума в калибровочно-инвариантном секторе имеем

$$\langle \mathrm{vac} | J_{\mu 5} | \mathrm{vac} \rangle = 0. \tag{62}$$

Используя равенство (62) и уравнение (61), получаем

$$\left\langle \mathrm{vac} \left| \frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\overline{F}) \right| \mathrm{vac} \right\rangle = 0, \tag{63}$$

т. е. отсутствие CP-нарушения в случае безмассового u-кварка.

Массы кварков можно вычислить, используя уравнения движения для аксиального тока. Уравнения имеют вид

$$\partial_\mu A_\mu^\alpha = -\mathrm{i}\,[Q_A^\alpha,\ H_m|0)], \tag{64}$$

где $H_m = m_u\bar{u}u + m_d\bar{d}d + m_s\bar{s}s$; $A_\mu^a = \bar{q}\lambda_a j_\mu j_5 q$, $q = (u,\ d,\ s)$; λ_a — матрицы Гелл-Манна; Q_A^α — генераторы SU (3)-аксиальных преобразований вида $q \to \exp(\mathrm{i}\omega_i\lambda_i j_5)\,q$.

Беря матричные элементы из уравнения (64) между вакуумом и одномезонными состояниями, получаем

$$m_\pi^2 f_\pi = Z_\pi^{1/2}\frac{m_u+m_d}{2};\quad m_{K^+}^2 f_K = Z_K^{1/2}\frac{m_u+m_s}{2},$$

$$m_{K^0}^2 f_K = Z_K^{1/2}\frac{m_d+m_s}{2}, \tag{65}$$

где $Z_\pi^{1/2} = \langle 0 \mid v^i \mid \pi\rangle$, $i = 1,\ 2,\ 3$; $Z_K^{1/2} = \langle 0 \mid v^i \mid K\rangle$, $K = 4,\ 5,\ 6,\ 7$; $v^i = \bar{q}\lambda^i j_5 q$; f_π, f_K — константы слабых распадов π-мезона и K-мезона соответственно ($\langle 0 \mid A_\mu^l \mid \pi_l\rangle = \mathrm{i}f_\pi P_{\mu\pi}$, $l = 1,\ 2,\ 3$; $\langle 0 \mid A_\mu^l \mid K_l\rangle = \mathrm{i}f_K P_{\mu K}$, $l = 4,\ 5,\ 6,\ 7$). Из соотношений (65) получаем

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_d}{m_u} &= \frac{m_{\pi^0}^2 - (\Delta m_K^2)_{u_3}\,(f_K Z_\pi^{1/2}/f_\pi Z_K^{1/2})}{m_{\pi^0}^2 + (\Delta m_K^2)_{u_3}\,(f_K Z_\pi^{1/2}/f_\pi Z_K^{1/2})};\\ \frac{m_s}{m_d} &= -\frac{(f_K Z_\pi^{1/2}/f_\pi Z_K^{1/2})\,[2m_{K^0}^2 - (\Delta m_K^2)_{u_3} - m_{\pi^0}^2]}{(f_K Z_\pi^{1/2}/f_\pi Z_K^{1/2})\,(\Delta m_K^2)_{u_3} - m_{\pi^0}^2}, \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

где $(\Delta m_K^2)_{u_3}$ — квадрат разности масс K^+- и K^0-мезонов без электромагнитных поправок.

В работе [24] было показано, что в пределе SU (3) $\otimes$ SU (3)-симметрии справедливо соотношение

$$(m_{K^+}^2 - m_{K^0}^2)_\gamma = (m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2)_\gamma. \tag{67}$$

Здесь значок γ означает квадрат разности масс, возникающий вследствие электромагнитного взаимодействия. Поскольку возникновение разницы масс у π^+-, π^0-мезонов связано только с электромагнитными взаимодействиями, то $(\Delta m_K^2)_{u_3} = m_{K^+}^2 - m_{K^0}^2 - m_{\pi^+}^2 + m_{\pi_0}^2 = -0{,}0053$ ГэВ^2. Если предположить, что SU (3)-симметрия выполняется, то

$$f_\pi/Z_\pi^{1/2} = f_K/Z_K^{1/2}. \tag{68}$$

В этом случае приходим к следующим формулам для отношения кварковых масс [22]:

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_d}{m_u} &= \frac{m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2 + m_{\pi^+}^2}{m_{K^+}^2 - m_{K^0}^2 + 2m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2} = 1{,}8; \\ \frac{m_s}{m_d} &= \frac{m_{K^0}^2 + m_{K^+}^2 - m_{\pi^+}^2}{m_{K^0}^2 - m_{K^+}^2 + m_{\pi^0}^2} = 20{,}1. \end{aligned}\right\} \qquad (69)$$

Сразу же после возникновения проблемы CP-сохранения в квантовой хромодинамике многие авторы [25—29] исследовали возможность $m_u = 0$.

Как было показано в работе [25], предположив $m_u = 0$, получим сильное нарушение $SU(3)$-симметрии $Z_\pi \neq Z_K$. Действительно, если в формулах (66) положить $m_u = 0$ и считать справедливой (67), то

$$\left.\begin{aligned} m_s/m_d &= -1 - m_{K^0}^2/(\Delta m_K^2)_{u_3} = 46{,}8; \\ Z_K^{1/2} f_\pi / Z_\pi^{1/2} f_K &= -(\Delta m_K^2)_{u_3}/m_{\pi^0}^2 = 0{,}36. \end{aligned}\right\} \qquad (70)$$

Отметим, что при таком отношении масс s- и d-кварков предсказания для $SU(2)$-расщепления масс барионов практически совпадают с предсказаниями, полученными для $Z_K^{1/2} f_\pi = Z_\pi^{1/2} f_K$, и неплохо согласуются с экспериментом. Однако, как было показано в работе [26], столь сильное нарушение $SU(3)$-симметрии ($Z_K^{1/2} f_\pi/(Z_\pi^{1/2} f_K) = 0{,}36$) находится в противоречии с неренормализационными теоремами [30]. Отметим, что в [27, 28] исследовалась несколько другая возможность, при которой все еще удается положить $m_u = 0$, однако при этом получается слишком большая разница масс для $\Delta I = 1$ барионных расщеплений.

5. МОДЕЛИ С АКСИОНОМ

В современных моделях слабых и электромагнитных взаимодействий массы у кварков и лептонов возникают в результате спонтанного нарушения симметрии вследствие взаимодействия полей Хиггса с кварковыми и лептонными полями. В [31] было показано, что в моделях, в которых имеется добавочная киральная $U(1)$-группа симметрии, проблема CP-сохранения решается автоматически даже при отличных от нуля массах кварков. Цена решения CP-проблемы в этом случае — появление в теории легкого псевдоскалярного мезона (аксиона) [32, 33].

Рассмотрим простейшую модель, в которой масса у кварка q образуется в результате взаимодействия с комплексным скалярным полем φ

$$\mathcal{L}_{q\varphi} = h\bar{q}_L q_R \varphi + h\bar{q}_R q_L \varphi^+ + V(\varphi, \varphi^+), \qquad (71)$$

где $V(\varphi, \varphi^+) = \lambda(\varphi^+\varphi - \varphi_0^2)^2$, причем кварк q взаимодействует с глюонным полем A_μ^a обычным образом:

$$\mathcal{L}_{qA} = -(F_{\mu\nu}^a)^2/4 + i\bar{q}\hat{D}q + (\theta g^2/32\pi^2)\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F}).$$

Нетрудно видеть, что классический лагранжиан модели инвариантен относительно преобразований вида

$$q_L \to q_L \exp(-i\alpha);\quad q_R \to q_R \exp(i\alpha);\quad \varphi \to \varphi\exp(-2i\alpha). \tag{72}$$

Однако эффективный потенциал $V_\theta(\varphi, \varphi^+)$ модели (71) при учете инстантонных эффектов уже не будет инвариантным относительно преобразований $\varphi \to \varphi\exp(i\theta)$. Исходя из определения эффективного потенциала можно показать, что

$$V_\theta(\varphi, \varphi^+) = V_{\theta=0}(\varphi\exp(2i\theta),\ \varphi^+\exp(-2i\theta)).$$

В точке минимума эффективного потенциала

$$\partial V_\theta/\partial\varphi = \partial V_\theta/\partial\varphi^+ = 0;\quad \varphi_{\text{мин}} = |\varphi_{\text{мин}}|\exp(-2i\theta),$$

следовательно, в точке минимума CP-нарушение отсутствует.

Этот же результат можно понять, исходя из следующих соображений. Калибровочно-инвариантный ток

$$J_\mu(x) = \bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q/2 - i(\varphi^+\partial_\mu\varphi - \varphi\partial_\mu\varphi^+),$$

соответствующий преобразованиям (72), обладает аномалией

$$\partial_\mu J_\mu(x) = (g^2/32\pi^2)\ \mathrm{Tr}\,(F\tilde{F}). \tag{73}$$

Из уравнения (73), а также из трансляционной инвариантности вакуума следует, что

$$\left\langle \mathrm{vac},\ \theta \left| \frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F}) \right| \mathrm{vac},\ \theta \right\rangle = 0, \tag{74}$$

т. е. отсутствие CP-нарушения в модели.

Вакуумное среднее $\langle \mathrm{vac} \mid \varphi \mid \mathrm{vac} \rangle$ не инвариантно относительно преобразований (72), поэтому была бы симметрия (72) точная, это означало бы по теореме Голдстоуна существование в теории безмассовой частицы. Однако при учете инстантонных эффектов симметрия (72) больше не является точной и у псевдоскаляра $a(x) = -[\varphi(x) - \varphi^+(x)]/2i$ появляется масса

$$m_a^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}\bigg|_{\varphi=\varphi_0} \sim \int \left\langle \mathrm{vac} \left| \frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F}(x)),\ \frac{g^2}{32\pi^2}\,\mathrm{Tr}\,(F\tilde{F}) \right| \mathrm{vac} \right\rangle d^4x. \tag{75}$$

Лагранжиан взаимодействия аксионного поля $a(x)$ с кварковым полем q будет

$$\mathcal{L}_{qa} = ih\bar{q}\gamma_5 q a.$$

Более реалистическая модель [32, 33] основана на использовании калибровочной группы слабых и электромагнитных взаимодействий $SU(2) \otimes U(1)$ с двумя изодублетами скалярных полей. Лагранжиан взаимодействия скалярных изодублетов φ_1 и φ_2 с кварковыми полями u и d выбирается в виде

$$\mathcal{L}_I = g_1 (\bar{u}\,\bar{d})_L\, \varphi_1 u_R + g_2 (\bar{u}\,\bar{d})_L\, \tilde{\varphi}_2 d_R + \text{э. с.} + V(\varphi_1, \varphi_2), \qquad (76)$$

причем

$$V(\varphi_1, \varphi_2) = V(\varphi_1 \exp(\mathrm{i}\alpha), \varphi_2 \exp(\mathrm{i}\beta)); \ \tilde{\varphi}_2 = \mathrm{i}\tau_2 \varphi_2.$$

Лагранжиан модели инвариантен относительно преобразований

$$\left.\begin{aligned} u_R &\to u_R \exp(\mathrm{i}\alpha); \ \varphi_1 \to \varphi_1 \exp(-\mathrm{i}\alpha); \\ d_R &\to d_R \exp(\mathrm{i}\beta); \ \varphi_2 \to \varphi_2 \exp(-\mathrm{i}\beta), \end{aligned}\right\} \qquad (77)$$

что приводит к автоматической CP-инвариантности при любом θ.

Обозначим вакуумные средние $\langle \varphi_2 \rangle = v_2$, $\langle \varphi_1 \rangle = v_1$. Поле $\alpha(x) = -\sin\lambda \operatorname{Im} \varphi_1^0 + \cos\lambda \operatorname{Im} \varphi_2^0$; $\operatorname{tg}\lambda = v_2/v_1$ взаимодействует с кварковыми и лептонными полями;

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \mathrm{i}2^{1/4} G_F^{1/2} \alpha(x) \Big[\operatorname{tg}\lambda \sum_{q=2/3} m_i \bar{q}_i \gamma_5 q_i + \operatorname{ctg}\lambda \sum_{q=-1/3} m_i \bar{q}_j \gamma_5 q_j + \\ + \operatorname{ctg}\lambda \sum_{Q=-1} m_R \bar{e}_R \gamma_5 e_R\Big]. \qquad (78)$$

Грубая оценка [32] массы аксиона дает $m_a \approx G_F^{1/2} \Lambda^2 = 100$ кэВ$\cdot 10^{\pm 1}$. Оценки, основанные на использовании алгебры токов, дают [33] $m_a = 23N/\sin 2\lambda$ кэВ (N — число кварков с зарядом $q = 2/3$). Если масса аксиона $m_a < 2m_l$, m_l — масса электрона, то в основном аксион будет распадаться на 2γ-кванта, причем

$$\Gamma(a \to \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 G_F \sqrt{2}}{9\pi^3} \frac{N^2}{\sin^2 2\lambda} m_a^3.$$

Если же масса аксиона $m_a > 2m_l$, то основной модой распада аксиона будет распад на электрон-позитронную пару, причем

$$\Gamma(a \to e^+e^-) = (G_F \sqrt{2}/8\pi)\, m_a m_l^2 \operatorname{ctg}^2\lambda\, (1 - 4m_l^2/m_a^2)^{1/2}.$$

Различным вопросам, связанным с аксионом, посвящена обширная литература [32—52]. Однако, как было показано в [38, 40, 43, 46], существование легкого аксиона с массой меньше нескольких мегаэлектронвольт противоречит эксперименту.

В [40] было показано, что существование аксиона с массой 140 кэВ $< m_a < 2m_e$ противоречит реакторным данным. Действительно, легкий аксион, рожденный в ядерном реакторе, мог бы вызвать развал дейтона $a + D \to n + p$ или комптон-эффект $a + e \to \gamma + e$. Исходя из ограничения на сечения этих процессов, авторы пришли к упомянутому выше ограничению. С другой стороны, в *beam dump*-эксперименте аксион может образовываться смешиванием с π^0 и η, сечения рождения которых хорошо известно.

Параметр, определяющий смешивание аксиона с π^0-мезоном:

$$\xi_\pi = \xi \left[\left(\frac{3m_d - m_u}{m_d + m_u} \right) \operatorname{tg} \lambda - \left(\frac{3m_u - m_d}{m_u + m_d} \right) \operatorname{ctg} \lambda \right].$$

$$\xi = \frac{1}{4} 2^{1/4} G_F^{1/2} f_\pi$$

В [40], используя параметр ξ_π, который определяет a — π-смешивание, было показано, что

$$\sigma (pp \to a + x)\, \sigma (a + p \to x) \gg O\,(10^{-65})\ \text{см}^4. \qquad (79)$$

Это произведение сечений более чем на два порядка превышает экспериментальный верхний предел $O\,(10^{-67})$ см^4.

Отсюда следует, что существование аксиона с массой $m_a < 2m_e$ противоречит эксперименту [40].

В [45] на основе использования моделей красных сверхгигантов (из самого факта существования сверхгигантов) было получено, что масса аксиона $m_a > 200$ кэВ. В работе [37] была рассмотрена модель с тяжелым кварком q, не участвующим в обычных $SU\,(2) \otimes U\,(1)$ слабых взаимодействиях. Масса у тяжелого кварка q появляется в результате взаимодействия с заряженным скалярным полем φ, причем лагранжиан взаимодействия кварков q со скалярным полем φ имеет вид (71). Модель предсказывает существование абсолютно стабильных барионов, содержащих новые кварки.

Масса аксиона $m_a \sim \Lambda^2/\varphi_0$ в этой модели мала ($m_a \approx 1$—10 эВ для $m_q = 100$ ГэВ). Лагранжиан, описывающий взаимодействие аксиона с глюонным полем, имеет вид

$$\mathcal{L}_{aA} \sim \frac{a\,(x)}{\varphi_0} \frac{g^2}{32\pi^2} \operatorname{Tr}\,(F\tilde{F}).$$

Малость этого взаимодействия достигается выбором большого вакуумного среднего.

6. МОДЕЛИ С ДИСКРЕТНОЙ ГРУППОЙ СИММЕТРИИ

В работах [49, 53] с целью объяснения малости CP-нарушения в квантовой хромодинамике были предложены модели слабых и электромагнитных взаимодействий, основанные на калибровочных группах $SU_L\,(2) \otimes SU_R\,(2) \otimes U\,(1) \otimes U\,(1)$ и $SU_L\,(2) \otimes SU_R\,(2) \otimes U\,(1)$ соответственно. Индекс $L\,(R)$ означает, что соответствующее калибровочное поле $SU\,(2)$ взаимодействует только с левыми (правыми) фермионными изодублетами. До спонтанного нарушения накладывается дискретная симметрия $L \rightleftarrows R$.

Эта симметрия означает, что параметр CP-нарушения до спонтанного нарушения равен нулю.

Взаимодействие скалярных полей друг с другом и с фермионами выбирается так, чтобы на древесном и однопетлевом уровне массовая матрица для кварков удовлетворяла условию

$$\operatorname{Det} M^{\pm} = (\operatorname{Det} M^{\pm})^{*}, \tag{80}$$

где M^{+} (M^{-}) — кварковые массовые матрицы для кварков с зарядом $Q = 2/3$ ($Q = -1/3$). Если условие (80) выполняется, то перенормировки параметра θ на древесном и однопетлевом уровне не происходит. Перенормировка параметра θ на двухпетлевом уровне в этих моделях $\delta\theta \approx 10^{-12}$, что не противоречит неравенству (58). В этих моделях CP-нарушение является суперслабым [54].

Отметим также модель [51], основанную на использовании калибровочной группы симметрии слабых и электромагнитных взаимодействий $SU(2) \otimes U(1) \otimes U(1)'$. CP-нарушение в этой модели возникает в результате спонтанного нарушения симметрии (вакуумные средние скалярных полей комплексны). CP-неинвариантное взаимодействие переносится сверхтяжелым бозоном $U(1)'$-группы. Скалярные поля выбраны так, чтобы на древесном и однопетлевом уровне перенормировки параметра θ не возникало.

7. ДРУГИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОБЪЯСНЕНИЯ CP-ИНВАРИАНТНОСТИ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

В работе [56] была предложена модель, позволяющая решить CP-проблему на основе расширения калибровочной группы симметрии сильных взаимодействий до группы G_s. Калибровочная группа симметрии сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий в этой модели $G_s \otimes SU(2) \otimes U(1)$, где $SU(2) \otimes U(1)$ — обычная группа симметрии электрослабых взаимодействий.

Лагранжиан, описывающий взаимодействие кварковых полей u^{α}, D^{α} (α — индекс группы цветовой группы G^{s}) со скалярными изодублетами группы $SU(2) \otimes U(1)$, совпадает с соответствующим лагранжианом для модели Вейнберга — Вилчека [32, 33] и имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_u (\bar{u}_L^{\alpha} D_L^{\alpha}) \phi_u u_R^{\alpha} + g_d (\bar{u}_L^{\alpha} D_L^{\alpha}) \bar{\phi}_d D_R^{\alpha} + {} + \text{э. с.} + V(\phi_u, \phi_d), \tag{81}$$

причем

$$V(\phi_u, \phi_d) = V(\phi_u \exp(i\alpha), \phi_d \exp(i\beta)).$$

Лагранжиан (81) обладает киральной $U(1)$-симметрией, поэтому CP-инвариантность сохраняется автоматически. Введение более широкой группы симметрии G_s сильных взаимодействий позволяет получить тяжелый аксион. Группа симметрии сильных взаимодействий G_s нарушена с помощью механизма Хиггса до $SU^c(3) \otimes \otimes G_m$ (G_m — полупростая группа). CP-неинвариантный параметр θ входит в лагранжиан стандартным образом

$$\mathcal{L}_\theta = \mathcal{L} + \frac{\theta}{32\pi^2} \operatorname{Tr} F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu},$$

где $F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности калибровочных полей группы G_s. Инстантоны, соответствующие группе G_m, приводят к появлению дополнительного вклада в массу аксиона

$$m_a^2 \sim g_u g_d \Lambda_m^2,$$

где Λ_m — характерный масштаб сильных взаимодействий группы G_m, который по порядку величины равен вакуумному среднему от скалярных полей, ответственных за спонтанное нарушение

$$G_s \to SU^c(3) \times G_m.$$

Например, при $\Lambda_m \approx 10$ ТэВ масса аксиона $m_a \approx 200$ МэВ. Существование такого аксиона не противоречит экспериментальным данным. В такой модели предсказывается существование новых псевдоскалярных мезонов «метапионов» с массой $m_\pi \approx \approx 10$—100 ГэВ [56].

8. ПРОБЛЕМА CP-СОХРАНЕНИЯ В ДВУХМЕРНЫХ И ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ

Как хорошо известно, в двухмерных моделях с абелевой калибровочной группой (двухмерная квантовая электродинамика, модель Хиггса) также возникает сложная структура вакуума. В таких моделях критерий Вилсона для конфаймента классических внешних зарядов

$$\left\langle \exp(iq) \oint A_\mu(x)\, dx^\mu \right\rangle = \exp[-E(R)\,T], \quad T \gg R,$$

где $E(R)$ — потенциальная энергия взаимодействия классических зарядов. В силу равенства

$$\oint A_\mu(x)\, dx^\mu = \frac{1}{2} \int \varepsilon_{\mu\nu} F_{\mu\nu}\, d^2x$$

потенциальная энергия $E(R)$ тесно связана с энергией θ-вакуума. А именно: $E(R) = R\,[E_\theta - E_{\theta+(q/e)2\pi}]$. Отсюда видно, что для внешних дробных зарядов модель обладает свойством конфаймента, а для целых зарядов конфаймент отсутствует. Отметим, что в случае $E_\theta = 0$ (модель Швингера) классические внешние заряды могут находиться в свободном состоянии. Поэтому можно сказать, что в двухмерии требования конфаймента для классических зарядов и естественности сохранения CP-инвариантности являются взаимно исключающими.

Рассмотрим, как обстоят дела с проблемой CP-сохранения в трехмерном пространстве — времени. В [55] было показано, что в $SU(2)$-модели Джорджи — Глэшоу есть конфаймент. Действие в этой модели

$$S=\int d^3x\left[\frac{1}{4e^2}\mathbf{F}^2_{\mu\nu}+(\nabla_\mu\varphi)^2+\lambda(\varphi^2-\eta^2)\right];$$
$$\mathbf{F}_{\mu\nu}=\partial_\mu\mathbf{A}_\nu-\partial_\nu\mathbf{A}_\mu+\mathbf{A}_\mu\times\mathbf{A}_\nu;\ \nabla_\mu\varphi=\partial_\mu\varphi+\mathbf{A}_\mu\times\varphi.$$

«Инстантонами» в данной модели являются монополи, которые взаимодействуют дальнодействующим образом. Действие для конфигурации монополь — антимонопольного типа с учетом взаимодействия между монополями

$$S=\frac{m_W}{e^2}\varepsilon\left(\frac{\lambda}{e^2}\right)\sum_a q_a^2+\frac{\pi}{2e^2}\sum_{a\neq b}\frac{q_aq_b}{|\mathbf{x}_a-\mathbf{x}_b|}.$$

В этой модели топологический заряд

$$Q=\int\partial_\mu H_\mu\,d^3x;\ H_\mu(x)=\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\varphi\mathbf{F}_{\mu\nu}\frac{1}{m_W};\ m_W=e\langle\varphi\rangle.$$

Если мы определим в данном случае обобщенное действие

$$S_\theta=S+i\theta\int Q(x)\,d^3x$$

и посмотрим, какова зависимость от θ, то как следует из результатов работы [55], при учете взаимодействия между монополями производящий функционал

$$Z_\theta=\int\exp[iS_\theta]\,D\mathbf{A}\,d\varphi$$

не зависит от θ, т. е. проблемы с CP-нарушением в этой модели не возникает при учете монополь-монопольного взаимодействия. Монополь-антимонопольная плазма является электронейтральной, что приводит к отсутствию зависимости от θ для физических величин. Не исключено, что подобный механизм может работать и в четырехмерии, однако этот вопрос требует дополнительного изучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, следует сказать, что проблема CP-сохранения в квантовой хромодинамике еще не нашла, на наш взгляд, однозначного убедительного решения. Отметим, что, перечисляя пути решения этой проблемы, нельзя забывать и о том, что статус самого θ-вакуума в квантовой хромодинамике не является совершенно ясным. Не исключено, что учет конфигураций полей, ответственных за невылетание кварков, даст ключ к решению проблемы CP-сохранения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Belavin e.a.**— Phys. Lett. B, 1975, v. 59, p. 85.
2. **Hooft G.'t.**— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 8.
3. **Callan C. G. e.a.**— Phys. Lett. B, 1976, v. 63, p. 334.
4. См. например: **Politzer H. D.**— Phys. Reports C, 1974, v. 14, p. 129; **Marciano W., Pagels H.**— Phys. Reports C, 1978, v. 36, p. 129; **Fritzch H.** CERN Preprint TH-2483, 1979.
5. **Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н.** Препринт ОИЯИ, Д-1968, 1965.
6. **Han M., Nambu Y.**— Phys. Rev., 1965, v. 139, p. 1006.
7. **Jackiw R., Rebbi C.**— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 172.
8. **Красников Н. В. и др.** Доклад на международном семинаре «Теоретико-групповые методы в физике». Звенигород, 1979.
9. **Feynman R. P.**— Rev. Mod. Phys., 1948, v. 20, p. 267; **Feynman R. P., Hibbs A. R.** Quantum mechanics and path integrals. N. Y., 1965; **Abers E. S., Lee B. W.**— Phys. Reports C, 1973, v. 36, p. 137.
10. **Hooft G.'t** — Phys. Rev. D, 1976, v. 14, p. 3432.
11. **Corrigan E. F., Fairlie D. B.**— Phys. Lett. B, 1977, v. 63, p. 69.
12. **Atiyach M. F. e.a.**— Phys. Lett. A, 1978, v. 65, 185.
13. **Трейман С., Джекив Р., Гросс Д.** Лекции по алгебре токов. Пер. с англ., М., Атомиздат, 1977.
14. **Pagels H.**— Phys. Reports 1975, v. 16, p. 219.
15. **Glashow S. L., Weinberg S.**— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 224.
16. **Crewther R. J.**— Phys. Lett. B, 1977, v. 70, p. 349.
17. **Goldstone J., Salam A., Weinberg S.**— Phys. Rev., 1962, v. 127, p. 965.
18. **Baluni V.**— Phys. Rev. D, 1979, v. 19, p. 2227.
19. **Crewther R. J. e.a.** CERN Preprint TH-2735, 1979.
20. **Particle** data Group.— Phys. Lett. B, 1978, v. 75, л. 1.
21. **Красников Н. В., Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н.** В кн.: Международное совещание по нелинейным теориям поля. Дубна, 1979.
22. **Weinberg S.** In: A Festschrift for I. I. Rabi. Ed. Lloyd Motz. N. Y., 1977.
23. См. например: **Crewther R. J.** CERN Preprint TH-2522, 1978.
24. **Dashen R.**— Phys. Rev., 1969, v. 183, p. 1245.
25. **Zapeda A.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 139
26. **Dominguez C. A.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 605.
27. **Deshpande N. G., Soper D. E.** Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 375.
28. **Ebrahim A.**— Phys. Lett. B, 1979, v. 83, p. 203.
29. **Bose S. K.**— Phys. Lett. B, 1979, v. 82, p. 117.
30. **Ademollo M., Gatto R.**— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 13, p. 264.
31. **Peccei R. D., Quinn H. R.**— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 1440; Phys. Rev. D, 1977, v. 16, p. 1791.
32. **Weinberg S.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 223.
33. **Wilczek F.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 279.
34. **Goldman T., Hoffman C. M.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 220.
35. **Baluni V.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 1358.
36. **Yang T. C.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 523.
37. **Kim J. E.**— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 103.
38. **Micelmacher G., Pontecorvo B.** Nuovo cimento Lett., 1978, v. 21, p. 441.
39. **Bardeen W. A., Tye S. H.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 74, p. 229.
40. **Ellis J., Gaillard M. K.**— Phys Lett. B, 1978, v. 74, p. 374.

41. **Kandaswamy J., Salomonson P., Schechter J.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 74, p. 377.
42. **Treiman S. B., Wilczek F.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 74, p. 381.
43. **Belotti E., Fiorini E., Zanotti L.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 76, p. 223.
44. **Bardeen W. A., Tye S. H., Vermaserer J. A. M.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 76, p. 580.
45. **Высоцкий М. И. и др.**— Письма в ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 533.
46. **Donnelly T. W. e.a.**— Phys. Rev. D, 1978, v. 18, p. 607.
47. **Mikaelian K. O.**— Phys. Rev. D, 1978, v. 18, p. 3605.
48. **Dicus D. A. e.a.**— Phys. Rev. D, 1978, v. 18, p. 1829.
49. **Beg M. A., Tsao M. S.**— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 278.
50. **Serge C., Weldon H. A.**— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 1191.
51. **Barr S., Lanqacker P.**— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 1654.
52. **Ellis J., Gaillard M. K.**— Nucl. Phys. B, 1979, v. 150, p. 141.
53. **Mohapatra R. N., Senjanovic G.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 79, p. 283.
54. **Wolfenstein L.**— Phys. Rev. Lett., 1964, v. 13, p. 562.
55. **Polyakov A. M.**— Nucl. Phys. B, 1977, v. 120, p. 429.
56. **Dimopoulos S.**—Phys. Lett. B, 1979, v. 84, p. 435.