

УДК 539.172.3+6

# ОБМЕННЫЕ ТОКИ В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

*E. A. Иванов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

*Э. Трутлих*

Институт ядерной физики ЧСАН. Ржеж под Прагой

Исходя из низкоэнергетических теорем для «мягких» токов и пионов конструируются однонуклонные амплитуды рождения пиона и на их основе — двухчастичные операторы обменных токов. Анализируется связь обменных токов со структурой ядерного потенциала. Проведено критическое сравнение теории с экспериментальными данными.

Starting from the low-energy «soft» current and pion theorems, single-nucleon pion production amplitudes and two-body exchange current operators are constructed. The connection between exchange currents and the structure of a nuclear potential is analysed. The critical comparison of the theoretical predictions with the existing experimental data is performed.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние десять лет интенсивно развивается физика промежуточных энергий. Она изучает взаимодействия элементарных частиц с атомными ядрами в области энергий до 1 ГэВ, т. е. лежит на стыке физики частиц и физики ядра. Бурное развитие этого раздела физики вызвано следующими обстоятельствами.

а) Накоплением большого количества достаточно точных данных, погрешность которых зачастую не превышает уровня 10%. Следует заметить, что основную роль в этом играют мезонные фабрики, которые начали вводиться в строй с начала 70-х годов.

б) Развитием теории взаимодействий элементарных частиц. Влияние идей алгебры токов, ковариантной формулировки теории взаимодействия двух нуклонов (уравнение Бете — Солпитера, дисперсионные соотношения), единой теории электромагнитных и слабых взаимодействий, а в последнее время квarkовых моделей на развитие физики промежуточных энергий трудно переоценить.

в) Развитием теории систем нескольких нуклонов на основе уравнений Фаддеева, метода гиперсферических гармоник, вариационного метода.

г) Появлением мощных вычислительных средств. Для точного анализа экспериментальных данных и проведения теоретических расчетов этот момент является весьма существенным.

В традиционной ядерной физике система из  $N$  нуклонов описывается нерелятивистским уравнением Шредингера (УШ). В качестве потенциала взаимодействия берется простейшее двухнуклонное взаимодействие типа обменного, а потенциалы более сложной природы (трехчастичный и т. д.) не рассматриваются. Наличие других частиц в ядре в явном виде также не учитывается. Решая УШ при подходящих граничных условиях, можно получить волновую функцию задачи и далее значения величин, наблюдаемых на опыте. При вычислении наблюдаемых, связанных с воздействием на систему некоторого возмущения, оператор взаимодействия  $\hat{J}$  берется в виде суммы одночастичных операторов  $\hat{J}_i$  по всем входящим в систему нуклонам (импульсное приближение):

$$\hat{J} = \sum_{i=1}^N \hat{J}_i. \quad (1)$$

В таком подходе сразу возникает крайне нетривиальная проблема точности решения УШ, которую обязательно следует иметь в виду при сравнении расчетов с опытными данными. В настоящее время известно, что надежно решить УШ можно только для двух нуклонов. Более или менее удовлетворительной является также ситуация в случае трехнуклонных систем.

Более серьезные трудности возникают в данной схеме рассуждений при рассмотрении взаимодействия элементарных частиц с системой нуклонов. Так, например, уже на самой ранней стадии развития ядерной физики [1, 2] (см. также [3—5]) было замечено, что при описании взаимодействия излучения с ядром не просто удовлетворить закону сохранения заряда. Рассмотрим для наглядности двухнуклонную систему. Возмущающий систему ток можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{r}) = & \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (1 + \tau_i^3) \frac{1}{2M} [\mathbf{p}_i, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)]_+ + \\ & + i \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (\mu_i^S + \mu_i^V \tau_i^3) \frac{1}{2M} [\boldsymbol{\sigma}_i \times \mathbf{p}_i, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)]_+, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mu_i^{S(V)}$  — изоскалярный (изовекторный) магнитный момент  $i$ -го нуклона;  $\boldsymbol{\sigma}_i$  ( $\tau_i$ ) — оператор спина (изоспина) для этого нуклона и  $\mathbf{p}_i$  — оператор импульса.

Согласно закону сохранения тока, должно выполняться равенство

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) = -i[H, \rho(\mathbf{r})]_-. \quad (3)$$

Здесь  $H = T + V$ ;  $T = \sum_{i=1}^2 \mathbf{p}_i^2 / 2M$ , а  $V$  — двухчастичный потенциал. Для нерелятивистских нуклонов плотность заряда дается выражением

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (1 + \tau_i^3) (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (4)$$

Вычисляя коммутатор  $[T, \rho]_-$ , мы видим, что ток  $\mathbf{J}$ , взятый в импульсном приближении (2), удовлетворяет условию

$$\nabla \mathbf{J} = -i [T, \rho]_-. \quad (5)$$

Однако, например, для потенциала формы

$$V(\mathbf{r}) = (\boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2) f_1(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2, \mathbf{r}) \exp(-r/r_B)/r \quad (6)$$

с радиусом действия  $r_B = m_B c/\hbar$  коммутатор  $[V, \rho]_-$  не равен нулю:

$$[V, \rho]_- = (\boldsymbol{\tau}_1 \times \boldsymbol{\tau}_2)^3 f_2(\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2, \mathbf{r}) \exp(-r/r_B)/r. \quad (7)$$

Такое «несохранение» заряда всего лишь означает, что к одиночественному току (2) следует добавить часть существенно двухчастичной природы — обменный ток того же самого радиуса действия, что и применяемый в расчетах потенциал. Таким образом, в данном случае учет обменных токов является необходимым следствием требования сохранения заряда.

На практике может оказаться, что обменные члены малы и опытные данные можно удовлетворительно описать и без них. В настоящее время можно считать доказанным существование двухчастичных электромагнитных изовекторных обменных токов однопионного радиуса действия, так как их учет оказался решающим для объяснения опытных данных в целом ряде случаев, причем других вариантов интерпретации этих данных нет.

Менее удовлетворительна ситуация с экспериментальным подтверждением наличия обменных токов в слабых процессах, что объясняется недостаточным количеством и точностью соответствующих данных даже для малонуклонных систем.

Ряд неопределенностей присутствует также в трактовке изоскалярных обменных токов. Эти токи фактически являются релятивистской поправкой к основному приближению, поэтому для корректного учета их вклада необходимо согласованным образом учитывать и все другие малые поправки подобного же типа, что практически невыполнимо на данном этапе развития теории.

В настоящем обзоре обсуждается современный теоретический и экспериментальный статус двухчастичных обменных токов и их значение для физики промежуточных энергий.

В разд. 1 вкратце изложена история развития общего формализма, в рамках которого проводились и проводятся исследования по данной проблеме. Далее подробно обсуждаются низкоэнергетические теоремы, которые представляют собою теоретический базис для построения оператора обменного тока.

Разд. 2 посвящен методам построения эффективных операторов тока и потенциала. Подробно обсуждается вопрос о способе перенормировки волновой функции, вызвавший многочисленные споры в литературе.

В разд. 3 рассмотрена проблема построения согласованной схемы расчетов обменных токов в рамках модели Чу — Лоу и сравниваются предсказания этой модели с предсказаниями низкоэнергетических теорем для электромагнитных обменных токов. Сложность ситуации в случае изоскалярных обменных токов прослежена на примере расчетов статических моментов дейтона.

К сожалению, из-за ограниченности объема обзора не отражена экспериментальная ситуация с аксиальными обменными токами и не приведены результаты соответствующих численных расчетов. По той же причине мы не включили в обзор обсуждение некоторых других теоретических подходов к обменным токам, в частности, схемы, основанной на методе жестких пионов [6—9].

По обменным токам в литературе существует несколько статей обзорного характера [10—13]. Более глубокому ознакомлению с предметом может способствовать весьма обстоятельная книга [14] под редакцией Ро и Вилкинсона, где собрана основная часть материала вплоть до начала 1978 г. За последнее время проблема обменных токов широко обсуждалась на рабочем совещании по малонуклонным системам и электромагнитным взаимодействиям во Фраскати [15], на конференции по мезон-ядерным взаимодействиям в Хьюстоне [16], на конференции по ядерной физике и электромагнитным взаимодействиям в Майнце и на 8-й Международной конференции по физике высоких энергий и структуре ядра в Ванкувере [17].

## 1. S-МАТРИЧНЫЙ ФОРМАЛИЗМ

**1.1. Общее определение обменного тока.** Мезонная теория обменных токов приобрела первые очертания в классической работе Шемтоба и Ро [18]. Они дали общую классификацию структуры двухчастичного обменного тока и детально проанализировали случай однопионного обмена, воспользовавшись результатами Адлера [19] по электро-, фото- и слабому рождению пионов на нуклоне. Среди вкладов различных однобозонных обменов вклад однопионного оператора оказывается, как правило, решающим, поэтому основные понятия теории обменных токов удобно ввести

именно на его примере. Другие обмены трактуются аналогичным образом.

Оператор однопионного обменного тока графически представляется диаграммой Фейнмана на рис. 1.

Здесь  $\hat{J}(k)$  может быть либо векторным током (изовекторным  $\hat{J}_\rho^i(k)$ , изоскалярным  $\hat{J}_\rho^S(k)$ ), либо аксиально-векторным током  $\hat{J}_{5\lambda}^j(k)$ . Предполагается, что при расчетах можно пользоваться стандартными правилами Фейнмана. Тот факт, что нуклоны в начальном или конечном состоянии являются ядерными, т. е. несвободными, учитывается тем, что в качестве обкладок используются ядерные волновые функции.

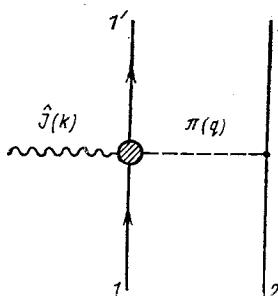


Рис. 1. Обменный ток одно-  
пионного радиуса

Общая диаграмма рис. 1 есть в действительности совокупность целого ряда графиков Фейнмана, отвечающих различным элементарным вкладам в амплитуду рождения пиона на нуклоне током  $\hat{J}(k)$ . Детальный анализ этой важной амплитуды с привлечением методов алгебры токов будет проведен далее. Здесь мы выпишем основные графики, которые так или иначе учитываются

в любом модельном расчете оператора однопионного обменного тока (рис. 2).

Первые три диаграммы порождаются борновской частью амплитуды рождения пиона током  $\hat{J}(k)$ . Остальные графики отображают вклад в эту амплитуду низколежащих многочастичных состояний—изобары  $\Delta(1236)$ , векторных мезонов ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $A_1$ , ...).

Определим оператор обменного тока  $\tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  по  $S$ -матричному элементу диаграммы Фейнмана следующим образом:

$$S = -(2\pi i) \delta^4(P_i - P_f) \tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)} \varepsilon_\lambda. \quad (8)$$

Для электромагнитного взаимодействия (с реальным фотоном)  $\varepsilon_\lambda$  обозначает вектор поляризации фотона, а слабого взаимодействия — лептонный ток  $L_\lambda$ .

Так как ядерные волновые функции нерелятивистские, необходимо перейти к нерелятивистскому пределу и в операторе обменного тока. При этом вместо диаграмм 2, а, б получим набор упорядоченных во времени диаграмм (рис. 3). Диаграммы 3, а—г не должны включаться в оператор обменного тока, ибо они уже учтены в правильно построенной ядерной волновой функции (вместе с той частью диаграмм 2, а и б, которая содержит положительно-частотную часть нуклонного пропагатора).

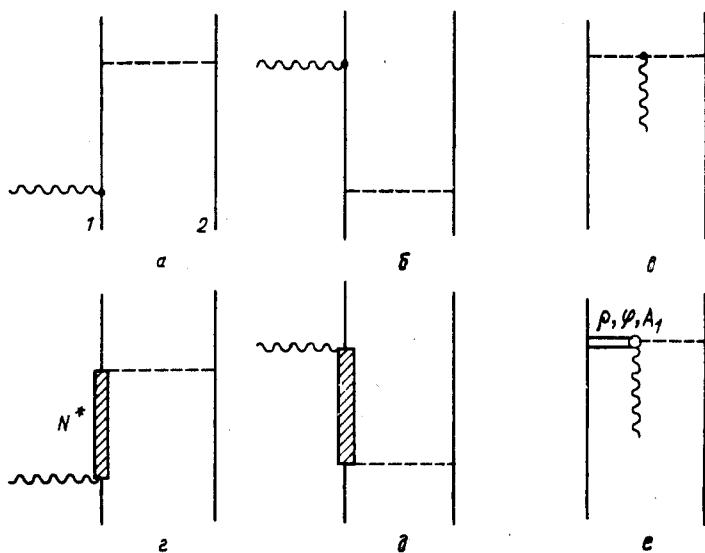


Рис. 2. Отдельные вклады в однопионный обменный ток

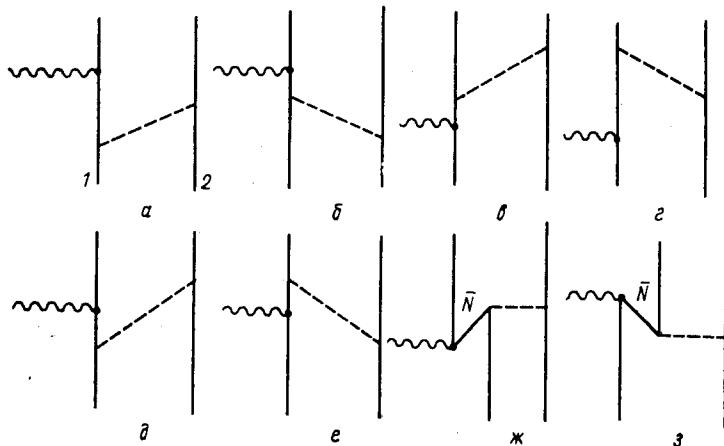


Рис. 3. Нерелятивистское приближение для обменного тока 2, а, б

Часть обменного тока, связанная с диаграммами 3,  $\partial$  и  $e$ , называется током отдачи. Проблема правильного учета этого тока до сих пор не решена удовлетворительно. К ее более полному обсуждению мы вернемся позже. Обменный ток 3,  $\partial$  — называют парным членом.

После перехода в (8) к нерелятивистскому пределу оператор обменного тока  $\tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  можно преобразовать к координатному представлению  $J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  согласно уравнению

$$\begin{aligned} J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}(k, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2) &= \langle \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2 | J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)} | \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \rangle = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{12}} \int d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}'_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \exp [-i(-\mathbf{r}'_1 \mathbf{p}'_1 - \mathbf{r}'_2 \mathbf{p}'_2 + \mathbf{r}_1 \mathbf{p}_1 + \mathbf{r}_2 \mathbf{p}_2)] \times \\ &\quad \times (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{k} - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2) \tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)} + (1 \leftrightarrow 2). \end{aligned} \quad (9)$$

Если ток  $\tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  зависит только от разности  $\mathbf{q} = \mathbf{p}'_i - \mathbf{p}_i$ , для  $J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  можно получить следующее выражение:

$$J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)} = \frac{\exp(-ikr_1)}{(2\pi)^3} \int d^3q \exp(iqr) \tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}(\mathbf{q}) + (1 \leftrightarrow 2). \quad (10)$$

Явная зависимость  $\tilde{J}_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  от импульсов  $\mathbf{p}_i$ ,  $\mathbf{p}'_i$  приводит к появлению в  $J_{\lambda(5\lambda)}^{(2)}$  скоростных членов.

Изложенный подход к однопионным обменным токам (он называется методом Шемтоба — Ро или методом  $S$ -матрицы) широко применялся в расчетах реакций и статических характеристик легких ядер в начале семидесятых годов. В это время других подходов к обменным токам фактически не было, они развились позже. Метод Шемтоба — Ро оказался весьма плодотворным. С его помощью в целом ряде случаев удалось устранить расхождение между экспериментальными данными и расчетами традиционной ядерной физики. Особенно удовлетворительное согласие было достигнуто для процессов с участием векторных изовекторных обменных токов (изовекторный магнитный момент системы трех нуклонов, реакции радиационного захвата  $n + p \rightarrow d + \gamma$ ,  $n + d \rightarrow t + \gamma$ , реакции  $e + d \rightarrow n + p + e'$ ,  $\gamma + d \rightarrow n + p$ ). Результаты конкретных расчетов обсуждены в следующих разделах.

**1.2. Низкоэнергетические теоремы для амплитуд рождения пиона на нуклоне и структура однопионного обменного тока.** Дав общее представление о методе Шемтоба — Ро, приступим к детальному изучению амплитуды рождения пиона на нуклоне током  $\hat{J}(k)$ . Как уже отмечалось, эта амплитуда играет основную роль в построении оператора однопионного обменного тока.

Формально она отвечает процессу

$$\hat{J}(k) + N(p_1) \rightarrow \pi^n(q) + N(p_2) \quad (11)$$

и допускает стандартное представление в виде матричного элемента тока \*:

$$T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k) = \langle N(p_2) \pi^n(q) | J_{\lambda(5\lambda)}^j(0) | N(p_1) \rangle; \quad (12)$$

$$T_{\lambda}^{nS}(q, k) = \langle N(p_2) \pi^n(q) | J_{\lambda}^S(0) | N(p_1) \rangle. \quad (13)$$

Здесь индексы  $n$  и  $j$  обозначают изоспиновые состояния пиона и тока. Индексом  $S$  помечен изоскалярный ток.

Матричные элементы (12), (13) обладают следующей изоспиновой структурой:

$$T_{\lambda(5\lambda)}^{nj} = \bar{u}(p_2) \{ a_{nj}^{(+)} T_{\lambda(5\lambda)}^{(+)} + a_{nj}^{(-)} T_{\lambda(5\lambda)}^{(-)} \} u(p_1); \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\lambda}^{nS} &= (1/2) \bar{u}(p_2) \tau_n T_{\lambda}^0 u(p_1); \\ a_{nj}^{(\pm)} &= (1/4) [\tau_n, \tau_j]_{\pm}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Каждую из амплитуд  $T_{\lambda(5\lambda)}^{(\pm)}$ ,  $T_{\lambda}^0$  можно также разложить по инвариантным операторам  $O_{\lambda}$  в спиновом пространстве:

$$T_{\lambda} = \sum_{i=1}^6 V_i O_{\lambda}(V_i); \quad T_{5\lambda} = \sum_{i=1}^8 A_i O_{\lambda}(A_i), \quad (16)$$

где коэффициенты  $V_i$ ,  $A_i$  зависят только от кинематических инвариантов реакции. Явный вид операторов  $O_{\lambda}$  приведен в работах [18, 19]. Отметим, что, когда все частицы в радиационной амплитуде  $T_{\lambda}$  находятся на массовой поверхности, она включает только четыре члена [19].

Амплитуды (12), (13) складываются из двух частей — борновской и неборновской:

$$T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k) = [T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k)]_B + \bar{T}_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k); \quad (17)$$

$$T_{\lambda}^{nS}(q, k) = [T_{\lambda}^{nS}(q, k)]_B + \bar{T}_{\lambda}^{nS}(q, k). \quad (18)$$

По определению, борновский член является суммой полюсных графиков, содержащих одночастичные (нуклонные и пионные) промежуточные состояния перенормированной теории возмущений (рис. 4). Тем самым определена также и неборновская часть амплитуды  $T$  \*\*.

*Борновское приближение.* Борновские амплитуды можно параметризовать модельно-независимым образом. Для псевдоскаляр-

\* Используется инвариантная нормировка состояний:

$\langle N(P)|N(P') \rangle = (2\pi)^3 \delta(P - P') P_0/M; \langle \pi(q)|\pi(q') \rangle = (2\pi)^3 2q_0 \delta(q - q').$

\*\* В случае рождения аксиального током существует особый тип полюсных диаграмм, отвечающих вкладу однопионного полюса в аксиальный ток. Те из них, в которых виртуальная пионная линия присоединяется к неполюсному графику, мы относим к неборновской амплитуде.

ной  $\pi NN$ -связи:

$$\begin{aligned} [T_{\lambda}^{nj}(q, k)]_B = & -g\bar{u}(p_2) \left\{ \tau_n \gamma_5 \frac{1}{i(p_1 + k) + M} \hat{J}_{\lambda}^j(k) + \right. \\ & + \hat{J}_{\lambda}^j(k) \frac{1}{i(p_2 - k) + M} \gamma_5 \tau_n - \\ & \left. - 2ia_{nj}^{(-)} \frac{(2q - k)_{\lambda}}{(q - k)^2 + m^2} F_{\pi}^V(k^2) \gamma_5 \right\} u(p_1); \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\begin{aligned} [T_{5\lambda}^{nj}(q, k)]_B = & -g\bar{u}(p_2) \left\{ \tau_n \gamma_5 \frac{1}{i(p_1 + k) + M} \hat{J}_{5\lambda}^j(k) + \right. \\ & + \hat{J}_{5\lambda}^j(k) \frac{1}{i(p_2 - k) + M} \gamma_5 \tau_n \left. \right\} u(p_1); \end{aligned} \quad (19b)$$

$$\begin{aligned} [T_{\lambda}^{nS}(q, k)]_B = & -g\bar{u}(p_2) \left\{ \tau_n \gamma_5 \frac{1}{i(p_1 + k) + M} \hat{J}_{\lambda}^S(k) + \right. \\ & + \hat{J}_{\lambda}^S(k) \frac{1}{i(p_2 - k) + M} \gamma_5 \tau_n \left. \right\} u(p_1), \end{aligned} \quad (19b)$$

где  $M$  и  $m$  — массы нуклона и пиона. Операторы изовекторных токов  $\hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(k)$  и изоскалярного тока  $\hat{J}_{\lambda}^S(k)$  в спин-изоспиновом

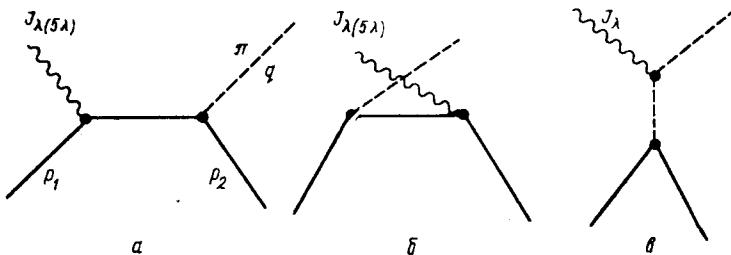


Рис. 4. Амплитуда рождения пиона током  $\hat{J}_{\lambda(5\lambda)}$  на нуклоне в борновском приближении

пространстве (фурье-образы однонуклонных частей токов  $\hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(x)$ ,  $\hat{J}_{\lambda}^S(x)$ ) записываются в виде:

$$\hat{J}_{\lambda}^j(k) = (1/2) \tau_j [F_1^V(k^2) \gamma_{\lambda} - (1/2M) F_2^V(k^2) \sigma_{\lambda\mu} k_{\mu}]; \quad (20)$$

$$\hat{J}_{5\lambda}^j(k) = (1/2) \tau_j [F_A(k^2) \gamma_{\lambda} - iF_p(k^2) k_{\lambda}] \gamma_5; \quad (21)$$

$$\hat{J}_{\lambda}^S(k) = \frac{1}{2} \left[ F_1^S(k^2) \gamma_{\lambda} - \frac{1}{2M} F_2^S(k^2) \sigma_{\lambda\mu} k_{\mu} \right]. \quad (22)$$

Форм-факторы здесь нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} F_1^S(0) = F_1^V(0) = F_{\pi}(0) = 1; \quad F_2^V(0) = \kappa_V = 3,70; \\ F_2^S(0) = \kappa_S = -0,12; \quad F_A(0) = g_A = 1,25, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\chi_V$ ,  $\chi_S$  — изовекторный и изоскалярный аномальные магнитные моменты нуклона;  $g_A$  — аксиальная константа  $\beta$ -распада нуклона. Форм-фактор индуцированного псевдоскаляра  $F_p(k^2)$  можно представить как сумму пионного полюсного члена и неполюсной части  $\tilde{F}_p(k^2)$ :

$$F_p(k^2) = 2f_\pi g/(k^2 + m^2) + \tilde{F}_p(k^2). \quad (24)$$

Здесь  $f_\pi \approx 94$  МэВ — константа слабого распада пиона, связанная с  $g_A$  соотношением Голдбергера — Треймана  $f_\pi = (g_A/g) M$ .

Обычно принимают, что зависимость форм-факторов  $F_1^V(k^2)$ ,  $F_2^V(k^2)$  от передаваемого импульса является дипольной, т. е. описывается формулой  $(1 + k^2/m_V^2)^{-2}$ , где  $m_V = 0,71 - 0,84$  ГэВ/с [20]. Для аксиально-векторного форм-фактора  $F_A(k^2)/F_A(0) = (1 + k^2/m_A^2)^{-2}$ , однако масса  $m_A$  определена хуже, чем  $m_V$ :  $m_A^2 = 1 \div 1,5$  (ГэВ/с)<sup>2</sup> [20]. Если предположить, что в пределе нулевой массы пиона аксиальный ток сохраняется (гипотеза частичного сохранения аксиального тока, см. ниже), то для форм-фактора  $\tilde{F}_p(k^2)$  справедливо представление:

$$\tilde{F}_p(k^2) = 2M [F_A(k^2) - g_A]/k^2 \quad (25)$$

(связь (25) выполняется с точностью до малых поправочных членов  $\sim m^2$ , возникающих при смещении пионного полюса в аксиальном токе из точки  $k^2 = 0$  в точку  $k^2 = -m^2$ ).

Так как векторные токи  $J_\lambda^i(x)$ ,  $J_\lambda^S(x)$  строго сохраняются, то соответствующие полные амплитуды должны удовлетворять условиям поперечности (на массовой поверхности пиона, т. е. при  $q^2 = -m^2$ ):

$$k_\lambda T_\lambda^{nj}(q, k) = 0; \quad (26)$$

$$k_\lambda T_\lambda^{nS}(q, k) = 0. \quad (27)$$

С учетом явной структуры борновской амплитуды  $[T_\lambda^{nj}]_B$  (19а) из условия (26) вытекает низкоэнергетическая теорема типа теоремы Лоу [21], связывающая неборновскую часть изовекторной амплитуды с параметрами ее борновской части:

$$\begin{aligned} k_\lambda \bar{T}_\lambda^{nj}(q, k) &= -k_\lambda [T_\lambda^{nj}]_B = \\ &= -2ig\bar{u}(p_2) a_{nj}^{(-)} \gamma_5 [F_1^V(k^2) - F_\pi^V(k^2)] u(p_1). \end{aligned} \quad (28)$$

Нетрудно убедиться, что борновская часть изоскалярной амплитуды удовлетворяет условию поперечности сама по себе. Следовательно, в силу (27) поперечна и ее неборновская часть:

$$k_\lambda \bar{T}_\lambda^{nS}(q, k) = 0. \quad (29)$$

Поскольку  $F_1^V(0) = F_\pi^V(0) = 1$ , из (28) и (29) следует, что разложение амплитуд  $\bar{T}_\lambda^{nj}$ ,  $\bar{T}_\lambda^{nS}$  по 4-импульсу  $k_\mu$  начинается с линейных членов. Это утверждение, по существу, эквивалентно теореме Кролла — Рудермана [22], согласно которой амплитуда фоторождения пиона на пороге, т. е. при  $k_\mu \sim m$ , с точностью до малых членов  $\sim m/m_{\text{хар}}$  дается одними лишь борновскими графиками. Подчеркнем, что только в случае  $F_1^V(k^2) = F_\pi^V(k^2)$  борновская часть изовекторной амплитуды  $T_\lambda^{nj}$  сама по себе является поперечной. Именно такова ситуация в модели векторной доминантности, где  $F_1^V$  и  $F_\pi^V$  описываются единой монопольной формулой

$$F_1^V(k^2) = F_\pi^V(k^2) = (1 + k^2/m_V^2)^{-1}.$$

Как показано в обзоре Гурдэна [20], предсказываемое векторной доминантностью поведение форм-факторов  $F_1^V$ ,  $F_\pi^V$  хорошо согласуется с данными по электророждению пионов вплоть до  $q^2 \approx 2$  (ГэВ/с)<sup>2</sup>.

Заканчивая обсуждение борновского приближения, сделаем одно существенное для дальнейшего замечание по поводу однозначности разбиения изовекторной амплитуды  $T_\lambda^{nj}$  на борновскую и неборновскую части. Очевидно, что на массовой поверхности пиона  $q^2 = -m^2$  это разбиение однозначно: все полюсные вклады исчерпываются графиками на рис. 4, причем вершины в этих графиках можно определить через вычеты полной амплитуды в соответствующих полюсах. В частности, форм-фактор  $F_\pi^V(k^2)$  представляет собой вычет в пионном полюсе (см. рис. 4, *в*). Суммарный вклад полюсных графиков совпадает с амплитудой (19а). В то же время, если 4-импульс  $q_\mu$  лежит вне массовой поверхности (выход за поверхность масс необходим, например, в методе алгебры токов), не все полюсные вклады оказываются учтеными выражением (19а). Дело в том, что в общем случае в график 4, *в* входит немассовая амплитуда  $\pi^m(q - k) + \tilde{J}_\lambda^j(k) \rightarrow \pi^n(q)$ :

$$\begin{aligned} \epsilon^{njm} \mathfrak{M}_\lambda(q, k) = i(q^2 + m^2) \int d^4x \exp(-iqx) \times \\ \times \langle 0 | T \{ \pi^n(x) J_\lambda^j(0) \} | \pi^m(q - k) \rangle, \end{aligned} \quad (30)$$

которая только при  $q^2 = -m^2$  сводится к форм-фактору  $F_\pi^V(k^2)$ :

$$\mathfrak{M}_\lambda(q^2 = -m^2) = (2q - k)_\lambda F_\pi^V(k)^2. \quad (31)$$

Таким образом, если вне массовой оболочки сохранить для  $[T_\lambda^{nj}]_B$  определение (19а), то во немассовой части неборновской амплитуды рождения пиона с необходимостью будут присутствовать полюсные члены  $\sim (q^2 + m^2) / [(q - k)^2 + m^2]$ , порождающие теми слагаемыми в выражении (30), которые остаются после

выделения из него вершины (31). По-видимому, более последовательно переопределить борновскую амплитуду при  $q^2 \neq -m^2$  так, чтобы она и в этом случае включала в себя все полюсные члены, а на массовой поверхности совпадала с амплитудой (19а). Это можно сделать, заменив вершину (31) в (19а) на значение амплитуды (30) в пионном полюсе  $(q - k)^2 = -m^2$ . Такой точки зрения мы и будем в дальнейшем придерживаться.

*Неборновские амплитуды.* Переидем к рассмотрению неборновских частей амплитуд (12), (13). Они определяются вкладом многочастичных промежуточных состояний, поэтому их анализ оказывается гораздо более сложной и модельно-зависимой задачей, чем

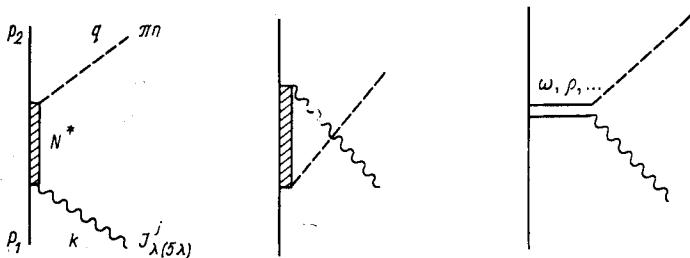


Рис. 5. Неборновская часть амплитуды рождения пиона током  $J_{\lambda(5\lambda)}^j$

анализ борновских частей. Здесь существует несколько подходов. Один из них состоит в рассмотрении диаграмм типа изображенных на рис. 5, учитывающих вклады возбужденных нуклонных состояний (изобар) и тяжелых мезонов ( $\omega, \rho, \varphi, A_1$ ). Наиболее последовательным и самосогласованным образом такие диаграммы вычисляются в модели жестких пионов [23, 24]. Эта модель представляет собой свод простых правил, позволяющих для любого процесса выписать полный набор диаграмм, требуемых лежащими в основе этой модели динамическими принципами векторной доминантности и киральной симметрии \*. Другой подход, в значительной мере модельно-независимый, основан на низкоэнергетических (мягкотионных) теоремах  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов (см., например, [25, 26]). Хотя эти теоремы фиксируют лишь ведущие по импульсам  $k, q$  члены в импульсном разложении амплитуд  $\bar{T}_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k), \bar{T}_{\lambda}^{ns}(q, k)$ , этого во многих случаях достаточно. Существуют два способа вывода низкоэнергетических теорем. Один, наиболее прозрачный, исходит из концепции феноменологических киральных лагранжианов (см., например,

\* Метод жестких пионов был применен к вычислению обменных токов в работах [6—8].

[24, 27, 28] и в применении к проблемам обменных токов [6, 8]). Мы воспользуемся другим, более традиционным способом, основанным на стандартной редукционной технике [25, 26].

Имеется два типа низкоэнергетических теорем: для матричных элементов с испусканием и поглощением «мягких» пионов и для матричных элементов «мягких» токов с заданными дивергенциями. Соотношения второго типа называются обобщенными теоремами Лоу (их вывод и многочисленные применения подробно рассматриваются в классической работе Адлера и Дотана [29]). К данной ситуации приложим обе разновидности низкоэнергетических теорем [19]. Теоремы первого типа можно использовать для оценки амплитуд (12), (13) в пределе  $q_\mu \rightarrow 0$ , теоремы для токов оказываются конструктивными в пределе  $k_\mu \rightarrow 0$ .

Предел  $q_\mu = 0$ . Мы рассмотрим вначале случай изовекторных токов  $J_\lambda^j$ ,  $J_{5\lambda}^j$ . Редуцируем пион в матричном элементе (12) за массовую поверхность, используем условие частичного сохранения аксиального тока (ЧСАТ):

$$\partial_\mu J_{5\mu}^n(x) = m^2 (g_A M/g) \pi^n(x) \quad (32)$$

и переходим к пределу  $q_\mu \rightarrow 0$ . В результате получаем для амплитуды (12) в этом пределе следующее представление:

$$T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k) \xrightarrow{q \rightarrow 0} -\frac{g}{M g_A} \left\{ \langle N(p_2) | [F_5^n(0), J_{\lambda(5\lambda)}^j(0)]_- | N(p_1) \rangle + q_\mu \int d^4x \exp(-iqx) \langle N(p_2) | T \{ J_{5\mu}^n(x) J_{\lambda(5\lambda)}^j(0) \} | N(p_1) \rangle \right\}, \quad (33)$$

где  $F_5^n(0) = \int d^3x J_{54}^n(x, 0)$  — аксиальный заряд, взятый при  $x_4 = 0$ . Выражение (33) представляет собой сумму сингулярных полюсных членов, соответствующих борновским графикам на рис. 4, и неполюсного члена. Поскольку борновская амплитуда определена у нас через псевдоскалярную  $\pi NN$ -связь, в полюсных членах следует перейти от псевдовекторных вершин  $\sim \bar{q}\gamma_5\tau_n$ , отвечающих вставкам аксиального тока  $\hat{J}_{5\mu}^n$  во внешние линии матричного элемента  $\langle N(p_2) | J_{\lambda(5\lambda)}^j(0) | N(p_1) \rangle$ , к псевдоскалярным вершинам  $\sim \gamma_5\tau_n$ . Окончательно имеем

$$\begin{aligned} T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(q, k) &\xrightarrow{q \rightarrow 0} \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{g}{M g_A} \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(k-q) + \right. \\ &+ \frac{g}{2M} [\gamma_5\tau_n, \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(k)]_+ - 2ig\gamma_5 a_{nj}^{(-)} \frac{q_\mu q \mathcal{M}_{5\mu, \lambda}(q, k)}{(q-k)^2 + m^2} C_{\lambda(5\lambda)} + \\ &\left. + g\gamma_5\tau_n \frac{i\bar{q}}{2p_2 q} \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(k) + \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(k) \frac{i\bar{q}}{2p_1 q} g\gamma_5\tau_n \right\} u(p_1) \psi_n^* + O(q), \end{aligned} \quad (34)$$

где  $C_\lambda = 1$ ,  $C_{5\lambda} = 0$ ,  $\psi_n^*$  — изоспиновая волновая функция пиона.

Поясним, откуда появляются различные слагаемые в (34), и обсудим их смысл. Первое слагаемое — коммутаторный член:

$$\begin{aligned} \langle N(p_2) | [F_5^n(0), J_{\lambda(5\lambda)}^j(0)]_- | N(p_1) \rangle = \\ = -\bar{u}(p_2) \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^{nj}(k-q) u(p_1). \end{aligned} \quad (35)$$

В силу коммутационных соотношений алгебры токов

$$[F_5^n(0), J_{\lambda(5\lambda)}^j(0)]_- = -\epsilon^{nijm} J_{5\lambda(\lambda)}^m \quad (36)$$

этот член сводится к выражениям (21) или (20). В частности,

$$\begin{aligned} \hat{J}_{\lambda}^{nj}(k-q) = a_{nj}^{-1} \left\{ F_A [(k-q)^2] \gamma_{\lambda} - i \left[ \frac{2Mg_A}{(q-k)^2 + m^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \tilde{F}_p [(q-k)^2] \right] (k-q)_{\lambda} \right\} \gamma_5, \end{aligned} \quad (37)$$

где для форм-фактора индуцированного псевдоскаляра использовано представление (24). Последние два слагаемых в (34) — сингулярные вклады борновских нуклонных графиков (см.

Рис. 6. Пионный полюсный вклад  
в матричный элемент  $\int d^4x \exp(-iqx) \times$   
 $\times \langle N(p_2) | T \{ J_{5\mu}^n(x) J_{\lambda}^j(0) \} | N(p_1) \rangle$

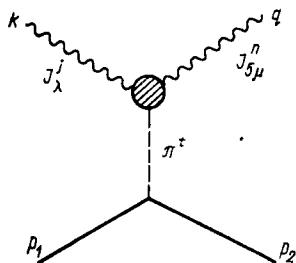


рис. 4, а, б). Они появляются из второго слагаемого в правой части соотношения (33). Антикоммутатор  $[\gamma_5 \tau_n, \hat{J}_{\lambda(5\lambda)}^j(k)]_+$  возник при переходе к псевдоскалярной  $\pi NN$ -связи (будем называть его «членом ЧСАТ»)\*. Присутствующий в векторной амплитуде  $T_{\lambda}^{nj}(q, k)$  член с пионным пропагатором соответствует пионному полюсному вкладу в матричный элемент  $T$ -произведения токов в соотношении (33), когда там стоит векторный ток  $J_{\lambda}^j(0)$  (рис. 6).

Амплитуда  $\mathfrak{M}_{5\mu, \lambda}(q, k)$  в числителе этого члена определяется формулой

$$\begin{aligned} \epsilon^{njt} \mathfrak{M}_{5\mu, \lambda}(q, k) = \frac{1}{f_{\pi}} \int d^4x \exp(-iqx) \times \\ \times \langle 0 | T \{ J_{5\mu}^n(x) J_{\lambda}^j(0) \} | \pi^t(q-k) \rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

\* Сумма члена ЧСАТ и борновских членов совпадает с борновской амплитудой для псевдовекторной  $\pi NN$ -связи.

где, как и раньше,  $f_\pi = (g_A/g) M$ . Структура этой амплитуды в рамках ЧСАТ и алгебры токов детально обсуждена в обзоре [30]. Воспользовавшись приведенными там результатами, можно показать, что

$$\mathfrak{M}_{5\mu, \lambda}(q, k) = - \left[ \delta_{\mu\lambda} + 2(k_\mu k_\lambda - k^2 \delta_{\mu\lambda}) \frac{1 - F_\pi^V(k^2)}{k^2} \right] - k_\lambda q_\mu + O(q^2), \quad (39)$$

откуда

$$q_\mu \mathfrak{M}_{5\mu, \lambda} = (q - k)_\lambda - (2q - k)_\lambda F_\pi^V(k^2) + \\ + [(q - k)^2 - q^2] k_\lambda \frac{1 - F_\pi^V(k^2)}{k^2} - k_\lambda q^2 + O(q^3) \quad (40)$$

(мы отбросили в (39) члены  $\sim [k_\mu q_\lambda - (qk) \delta_{\mu\lambda}]$  [30], не дающие вклада в свертку  $q_\mu \mathfrak{M}_{5\mu, \lambda}$ ). Нетрудно убедиться, что часть полного пионного полюсного вклада в амплитуду (34), идущая из коммутаторного члена (37) и первых двух слагаемых в выражении (40), точно совпадает с вкладом графика на рис. 4,  $\sigma$  в амплитуду (19а) при  $q^2 = -m^2$ . Оставшаяся часть связана с внemассовыми эффектами. Заметим, что четвертое слагаемое в формуле (40) ( $-k_\lambda q^2$ ) можно опустить, так как его вклад точно компенсируется аналогичным вкладом из коммутаторного члена, если в последнем до перехода к пределу  $q_\mu \rightarrow 0$  удержать редукционный множитель  $(q^2 + m^2)/m^2$ . Обратим внимание на то обстоятельство, что в пионных членах векторной амплитуды удержанна ведущая зависимость от  $q_\mu$  как и в сингулярных нуклонных членах. Дело в том, что в пределах точности алгебры токов масса пиона, фактически, неотличима от нуля, и по этой причине вклад членов с пионным полюсом  $1/[(q - k)^2 + m^2]$  в области  $q_\mu \sim 0$ ,  $k^2 \sim 0$  является, строго говоря, сингулярным. Отметим также, что предельное значение векторной амплитуды поперечно по 4-импульсу  $k_\mu$  лишь с точностью до отброшенных регулярных членов, линейных по  $q$  (вне массовой поверхности сохранение тока приводит не к условию поперечности, а к тождествам Уорда). Если, однако, во всех регулярных при  $k^2 \neq 0$  слагаемых в (34) положить  $q_\mu = 0$ ,  $m^2 = 0$  и считать, что  $k_\mu = (p_2 - p_1)_\mu$ , то условие (26) оказывается строго выполненным (в мире с безмассовыми пионами такая амплитуда была бы физической и отвечала рождению пиона с нулевой энергией током  $J_\lambda^j$ ).

Используя представление (34), можно написать явные выражения для неборновских частей амплитуд (12) в пределе  $q_\mu = 0$  через форм-факторы токов  $J_\lambda^j$ ,  $J_{5\lambda}^j$ . Если принять стандартную гипотезу о возможности гладкой экстраполяции неполюсных амплитуд из нефизической области  $q \sim 0$  в область  $q \sim m$ , то следует ожидать, что полученные выражения будут хорошим при-

ближением для физических значений неборновских членов (т. е. взятых при  $q^2 = -m^2$ ). Для неборновских амплитуд будем использовать следующую параметризацию:

$$\bar{T}_\lambda^{nj}(q=0, k) = \bar{u}(p_2) \{a_{nj}^{(+)} \varphi(k^2) \gamma_5 \sigma_{\lambda\mu} k_\mu + \\ + a_{nj}^{(-)} [\beta(k^2) \gamma_5 \gamma_\lambda - i\kappa(k^2) \gamma_5 k_\lambda]\} u(p_1); \quad (41)$$

$$\bar{T}_{5\lambda}^{nj}(q=0, k) = i\bar{u}(p_2) \{a_{nj}^{(+)} \rho(k^2) k_\lambda + \\ + a_{nj}^{(-)} [i\lambda(k^2) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu - 2i\alpha(k^2) M \gamma_\lambda]\} u(p_1). \quad (42)$$

Чтобы получить искомые соотношения, нужно сравнить (41), (42) с (34), предварительно выделив из (34) борновские вклады. Как уже отмечалось раньше, необходима аккуратность в трактовке вклада борновского пионного графика (см. рис. 4, в), когда внешняя пионная линия не лежит на массовой поверхности. В этом случае в качестве вершины поглощения векторного тока пионом следует брать значение амплитуды  $\mathfrak{M}_\lambda(k, q)$  (30) в точке  $(q - k)^2 = -m^2$ . Условие сохранения векторного тока фиксирует амплитуду  $\mathfrak{M}_\lambda(q, k)$  в указанной точке с точностью до членов  $\sim q_\mu \times (q^2 + m^2)$ :

$$\mathfrak{M}_\lambda(q, k) = (2q - k)_\lambda F_\pi^V(k^2) + \\ + k_\lambda (q^2 + m^2) [1 - F_\pi^V(k^2)]/k^2 + O(q^3, m^2 q) \quad (43)$$

(при выводе (43) используется коммутационное соотношение

$$[J_4^j(\mathbf{x}, 0), \pi^n(0)]_- = -\epsilon^{jnm} \pi^m(0) \delta(\mathbf{x}).$$

Из сравнения формул (40) и (43) видно, что пионные члены в предельной амплитуде  $T_\lambda^{nj}$  (34) содержат наряду с чисто полюсным вкладом  $\sim \mathfrak{M}_\lambda(k, q)/(q - k)^2 + m^2$  также неполюсной вклад  $\sim [1 - F_\pi^V(k^2)]/k^2$ . Сравнивая с учетом этого замечания амплитуды (41), (42) с выражением (34), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(k^2) &= -(g/2M^2) F_2^V(k^2); \\ \beta(k^2) &= -(g/M g_A) [F_A(k^2) - g_A F_1^V(k^2)]; \\ \kappa(k^2) &= \frac{g}{M g_A} \tilde{F}_p(k_2) + 2g \frac{1 - F_\pi^V(k^2)}{k^2} = \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} &= 2 \frac{g}{g_A} \frac{F_A(k^2) - g_A F_\pi^V(k^2)}{k^2}; \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho(k^2) &= -(g/M) F_p(k^2); \\ \lambda(k^2) &= (g/2M^2 g_A) F_2^V(k^2); \\ \alpha(k^2) &= (g/2M^2 g_A) [F_1^V(k^2) - g_A F_A(k^2)]. \end{aligned} \right\}$$

При выводе последнего из соотношений (44) было использовано представление (25). Заметим, что амплитуда (41) с форм-факторами (44) удовлетворяет условию (28) при  $k_\mu = (p_2 - p_1)_\mu$ . Теорема Кролла — Рудермана явно удовлетворяется, поскольку из (44) следует, что амплитуда (41) начинается с членов, линейных по  $k_\mu$  [при этом форм-фактор  $\beta(k^2)$  начинается с квадратичных членов:

$$\beta(k^2) = -(g/Mg_A) [F'_A(0) - g_A F_1^{V'}(0)] k^2 + O(k^4).$$

В пределе  $k_\mu \rightarrow 0$  форм-фактор  $\alpha(k^2)$  в амплитуде (42) сводится к выражению

$$\alpha(0) = (g/2M^2g_A)(1 - g_A^2). \quad (46)$$

Можно показать, что низкоэнергетическая теорема (46) есть не что иное, как известное соотношение Адлера — Вайсбергера [31] (см. ниже).

Рассмотрим теперь изоскалярную амплитуду  $T_\lambda^{nS}(q, k)$  (13). Ее борновская часть определяется формулой (19в). Неборновскую часть в пределе  $q_\mu \rightarrow 0$  можно вычислить, исходя из ЧСАТ и коммутационного соотношения:

$$[F_5^{nS}(0), J_\rho^S(0)]_- = 0. \quad (47)$$

Действуя так же, как и при выводе представления (34), находим:

$$\begin{aligned} T_\lambda^{nS}(q, k) \xrightarrow[q \rightarrow 0]{} & \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{g}{2M} [\gamma_5 \tau_n, \hat{J}_\lambda^S(k)]_+ + g \gamma_5 \tau_n \frac{i\bar{q}}{2p_2 q} \hat{J}_\lambda^S(k) + \right. \\ & \left. - \frac{i\bar{q}}{2p_1 q} g \gamma_5 \tau_n \right\} u(p_1) \psi_n^* + O(q). \end{aligned} \quad (48)$$

Таким образом, неборновская часть изоскалярной амплитуды в пределе  $q_\mu \rightarrow 0$  содержит лишь член ЧСАТ и сводится к выражению

$$\bar{T}_\lambda^{nS}(k, q=0) = -(g/4M^2) \bar{u}(p_2) \tau_n \gamma_5 \sigma_{\lambda\mu} k_\mu F_2^S(k^2) u(p_1), \quad (49)$$

где использовано определение (22).

Предел  $k_\mu = 0$ . Переходим к обсуждению другого предельного случая  $q_\mu \neq 0$ ,  $k_\mu \rightarrow 0$ . Этот предел интересен по следующим причинам. Поскольку пион на графике рис. 1 является виртуальным, то, вообще говоря, нет оснований пренебрегать зависимостью соответствующих вершин от  $q_\mu$  (ядерные волновые функции могут быть чувствительны к импульсной зависимости операторов обменных токов). В то же время 4-импульс  $k_\mu$  отвечает реальным частичкам (фотонам, лептонным парам и т. д.) и в ряде случаев (например, в  $\beta$ -распаде) оказывается малым.

Как уже отмечалось выше, векторные амплитуды  $T_\lambda^{nj}, T_\lambda^{nS}$  в пределе  $k_\mu \rightarrow 0$  сводятся к сумме борновских графиков, т. е. их

неборновские части в этом пределе обращаются в нуль. В случае аксиальнойной амплитуды этого не происходит. Применяя условие ЧСАТ к току  $J_{5\lambda}^j$ , удается связать неборновскую часть амплитуды  $T_{5\lambda}^{nj}$  при  $k_\mu = 0$  с параметрами внemассовых амплитуд  $\pi N$ -рассеяния [18, 19].

Для амплитуды  $\bar{T}_{5\lambda}^{nj}(q, k=0)$  выберем параметризацию, аналогичную использованной в (42):

$$\begin{aligned}\bar{T}_{5\lambda}^{nj}(q, k=0) &= i\bar{u}(p_2)\{a_{nj}^{(+)}\gamma(q^2)q_\lambda + \\ &+ a_{nj}^{(-)}[i\beta(q^2)\sigma_{\lambda\nu}q_\nu - 2i\alpha'(q^2)M\gamma_\lambda]\}u(p_1).\end{aligned}\quad (50)$$

Из условия ЧСАТ (32) находим

$$\begin{aligned}\langle N(p_2)\pi^n(q)|\partial_\mu J_{5\mu}^j(0)|N(p_1)\rangle &= \\ &= -ik_\mu\langle N(p_2)\pi^n(q)|J_{5\mu}^j(0)|N(p_1)\rangle = \\ &= m^2M(g_A/g)\langle N(p_2)\pi^n(q)|\pi^j(0)|N(p_1)\rangle.\end{aligned}\quad (51)$$

Матричный элемент в правой части (51) непосредственно связан с амплитудой  $\pi N$ -рассеяния, в которой пион с изотопическим индексом  $j$  и импульсом  $k_\mu$  находится вне массовой поверхности:

$$\langle N(p_2)\pi^n(q)|\pi^j(0)|N(p_1)\rangle = -[1/(k^2+m^2)]T_\pi^{nj}(q, k), \quad (52)$$

где

$$T_\pi^{nj}(q, k) = 2\bar{u}(p_2)\{a_{nj}^{(+)}T^{\pi N(+)} + a_{nj}^{(-)}T^{\pi N(-)}\}u(p_1); \quad (53)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}(p_2)T^{\pi N(\pm)}u(p_1) &= \\ &= -\bar{u}(p_2)[A^{\pi N(\pm)}(v, v_B, q^2, k^2) - ikB^{\pi N(\pm)}(v, v_B, q^2, k^2)]u(p_1).\end{aligned}\quad (54)$$

Здесь  $v, v_B$  — стандартные кинематические инварианты:

$$v \equiv -(p_1 + p_2)k/2M; \quad v_B \equiv qk/2M. \quad (55)$$

Ясно, что соотношение (51) должно выполняться по отдельности для полюсных и неполюсных членов матричных элементов в его левой и правой частях. Здесь, однако, нужно иметь в виду одну тонкость. Свертка борновской амплитуды  $[T_{5\lambda}^{nj}]_B$  (19б) с 4-импульсом  $k_\mu$  содержит как полюсную, так и неполюсную части. Действительно, используя очевидные тождества:

$$\left. \begin{aligned}\frac{1}{i(p_1+k)+M}k\gamma_5 &= -i\gamma_5 + \frac{2iM}{i(p_1+k)+M}\gamma_5; \\ k\gamma_5 \frac{1}{i(p_2-k)+M} &= -i\gamma_5 + \gamma_5 \frac{2iM}{i(p_2-k)+M},\end{aligned}\right\} \quad (56)$$

нетрудно получить

$$\begin{aligned} k_\lambda (T_{5\lambda}^{nj})_B = & -i \frac{M g_A}{g} (T_\pi^{nj})_B \frac{m^2}{k^2 + m^2} + \\ & + \frac{2ig_A}{M} \bar{u}(p_2) a_{nj}^{(+)} u(p_1) + O(k), \end{aligned} \quad (57)$$

где  $(T_\pi^{nj})_B$  — борновская часть амплитуды (53):

$$\begin{aligned} (T_\pi^{nj})_B = & -\bar{u}(p_2) \left[ ig\tau_n \gamma_5 \frac{1}{i(p_1 + k) + M} ig\tau_j \gamma_5 + \right. \\ & \left. + ig\tau_j \gamma_5 \frac{1}{i(p_2 - k) + M} ig\tau_n \gamma_5 \right] u(p_1). \end{aligned} \quad (58)$$

При подстановке в соотношение (51) полюсный член в (57) точно компенсируется с борновской частью стоящей справа в немассовой  $\pi N$ -амплитуды. Неполюсная часть свертки (57) взаимно уничтожается с нулевым по  $k_\mu$  членом в неборновской части амплитуды в силу известного условия самосогласованности Адлера [32]. В результате получаем

$$k_\lambda \bar{T}_{5\lambda}^{nj} = -i \frac{M g_A}{g} k_\lambda \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \bar{T}_\pi^{nj}|_{k=0} + O(k^2), \quad (59)$$

где  $\bar{T}_\pi^{nj}$  — неборновская часть амплитуды (53). Соотношение (59) позволяет выразить форм-факторы  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha'$  в (50) через инвариантные амплитуды  $\bar{A}^{\pi N(\pm)}$  и  $B^{\pi N(\pm)}$  в точке  $k_\mu = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} \gamma(q^2) &= (g_A/g) [\partial \bar{A}^{\pi N(+)} / \partial v]_{v=v_B=k^2=0}; \\ \beta(q^2) &= (g_A/g) [\partial \bar{A}^{\pi N(-)} / \partial v]_{v=v_B=k^2=0}; \\ \alpha'(q^2) &= (g_A/g) [\bar{B}^{\pi N(-)} + \partial \bar{A}^{\pi N(-)} / \partial v]_{v=v_B=k^2=0}. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Сравнение последнего из этих соотношений с формулой (46) показывает, что (46) действительно есть соотношение Адлера—Вайбергера [31]:

$$(1/g_A^2) - 1 = (2M^2/g^2) [\bar{B}^{\pi N(-)} + \partial \bar{A}^{\pi N(-)} / \partial v]_{v=v_B=k^2=0}.$$

Оно фактически является условием совместности низкоэнергетических разложений аксиальной амплитуды в точках  $q_\mu = 0$  и  $k_\mu = 0$ .

*Обменные токи.* Обсудим теперь, к каким следствиям приводит предсказываемая алгеброй токов структура амплитуд  $T_{\lambda(5\lambda)}^{nj}$ ,  $T_\lambda^n S$  при вычислении обменных токов. Рассмотрим вначале случай векторного изовекторного тока. В пределе малых  $q_\mu$  амплитуда  $T_\lambda^{nj}$ , которую следует подставлять в общую диаграмму на рис. 1, дается выражением (34). Как уже говорилось выше, положительно-частотные части нуклонных пропагаторов в (34) должны быть

отнесены к ядерной волновой функции. Остаток амплитуды (34) порождает обменный ток, части которого, отвечающие различным слагаемым в (34), графически изображены на рис. 7. Первые два графика (*a*, *b*) представляют собой парный член и возникают из последних двух слагаемых в (34). Диаграмма *7, г* соответствует пионному полюсному вкладу в амплитуду  $(T_{\lambda}^{ij})_B$  (см. график на рис. 4, *в*). В соответствии со сказанным ранее, в качестве вершины  $\pi \bar{J}_{\lambda} \pi$  в эту диаграмму надо подставлять внемассовую

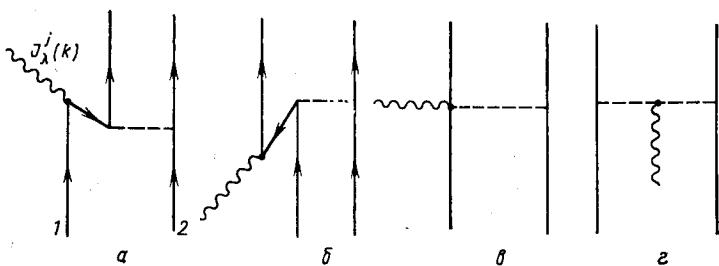


Рис. 7. Оператор векторного изовекторного обменного тока, построенный по амплитуде (34).

Ток дается или суммой диаграмм *a* + *b* + *g*, или суммой *б* + *г*

амплитуду (43). Однако при малых  $q_{\mu}$  и  $k^2$  внемассовыми эффектами можно пренебречь и с хорошей точностью задать эту вершину стандартным выражением (31) [как видно из (43), отличие будет в малых членах  $\sim (1/6) m^2 \langle r_{\pi} \rangle^2 \sim m^2/m_V^2$ , где  $\langle r_{\pi} \rangle^2$  — среднеквадратичный радиус пиона]. Контактную диаграмму *7, в* можно получить подстановкой в график рис. 1 неборновской части векторной амплитуды, т. е. выражения (41) с форм-факторами (44). Поскольку на пороге член ЧСАТ и коммутаторный член почти полностью компенсируют друг друга [теорема Кролла — Рудермана, см. обсуждение после формул (44), (45)], то вклад этой диаграммы пренебрежимо мал, т. е. обменный ток дается суммой диаграмм *7, а* + *7, б* + *7, г*. Интересно отметить, что возможно и другое, эквивалентное графическое представление векторного изовекторного обменного тока однопионного радиуса действия. Оказывается, что член ЧСАТ [второе слагаемое в амплитуде  $T_{\lambda}^{ij}$  (34)] в нерелятивистском пределе на пороге точно компенсирует суммарный вклад отрицательно-частотных частей борновских нуклонных графиков. Иными словами, вклад от парного члена (*7, а* + *7, б*) можно скомпенсировать частью вклада контактного графика *7, в*, именно той его частью, которая связана с членом ЧСАТ. В результате оператор однопионного обменного тока, построенный на основе мягкопионной изовекторной амплитуды

$T_{\lambda}^{nj}$  (34), эквивалентно представляется либо суммой диаграмм  $7, a + 7, b + 7, \varepsilon$ , либо суммой  $7, \varepsilon + 7, \varepsilon$ . В последнем случае в график 7,  $\varepsilon$  входит амплитуда  $\bar{T}_{\lambda}^{nj}$  с вычтеным членом ЧСАТ. «Усеченная» амплитуда совпадает с неборновской амплитудой, отвечающей определению борновской амплитуды через псевдовекторную  $\pi NN$ -связь, и дается на пороге следующим выражением (до перехода к нерелятивистскому пределу):

$$\bar{T}_{\lambda}^{nj'}(q \sim 0, k \sim 0) = -\bar{u}(p_2) a_{n\lambda}^{(-)}(g/M) \gamma_5 \gamma_{\lambda} u(p_1). \quad (61)$$

Как мы уже отмечали, применение такого оператора обменного тока объясняло основную часть разногласия расчетов с экспериментальными данными. Остаток различия можно было объяснить (с некоторыми оговорками) за счет обменного тока с возбуждением изобары (см. рис. 2,  $\varepsilon - 2, \delta$ ). В рассматриваемом случае амплитуда (34) на пороге калибровочно-инвариантна, и обменный ток, представленный на рис. 7, обладает тем достоинством, что вместе с одночастичным током удовлетворяет закону сохранения заряда (3), если потенциал (6) определяется однопионным обменом, т. е. имеет вид

$$V = \frac{1}{4\pi} \frac{g^2}{4M^2} (\tau_1 \tau_2) (\sigma_1 \nabla) (\sigma_2 \nabla) \frac{\exp(-mr)}{r}. \quad (62)$$

Отметим, что оператор векторного обменного тока с возбуждением изобары  $\Delta$  (1236) поперечен сам по себе.

Суммируя, можем сказать, что случай векторных изовекторных токов хорошо описывается низкоэнергетической теоремой (34).

В случае аксиально-векторного тока ситуация сложнее. Теперь однонуклонный матричный элемент суммы коммутаторного члена и члена ЧСАТ имеет на пороге следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) & \left\{ i \epsilon_{njk} \frac{g}{M g_A} \frac{1}{2} \tau_k \left[ (1 - g_A^2) \gamma_{\lambda} - \frac{\kappa_V}{2M} \sigma_{\lambda\mu} (k - q)_\mu \right] - \right. \\ & \left. - i \frac{g}{2M} F_p(k^2) k_{\lambda} \delta_{nj} \right\} u(p_1). \end{aligned} \quad (63)$$

На первый взгляд, может показаться, что здесь, как и в векторной амплитуде, происходит сокращение. Однако, так как  $g_A^2 \approx 1,5$ , оно лишь частичное. Более того, получив нерелятивистское приближение для матричного элемента (63)

$$- \frac{i}{2M^2} \frac{g}{g_A} (1 - g_A^2) (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) + \frac{1}{2M^2} \frac{g}{g_A} (1 - g_A^2 + \kappa_V) \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{q}, \quad (64)$$

убеждаемся в присутствии большого вклада от изовекторного аномального магнитного момента нуклона ( $\kappa_V = 3,7$ ).

Принимая во внимание результат (64) можно показать, что амплитуда  $T_{5\lambda}^{nj}(q, k)$  [см. (34)] приводит к обменному току, про-

пространственная (временная) компонента которого в классификации по степеням  $1/M \sim v/c$  [4] имеет порядок  $O(1/M^2)$  [ $O(1/M)$ ]. Кроме того, пространственная (временная) компонента одночастичного аксиального тока (21)  $\sim O(1)$  [ $O(1/M)$ ]. Ситуация здесь противоположна той, которая имеет место в случае векторного изовекторного тока: пространственная (временная) компонента такого обменного тока  $\sim O(1/M)$  [ $O(1/M^2)$ ], в то время как пространственная (временная) компонента одночастичного тока (20)  $\sim O(1/M)$  [ $O(1)$ ].

Что касается изоскалярных обменных токов, то из формул (48), (49) видно, что заметный вклад возникает только от парного члена. Как в случае пространственной, так и в случае временной компоненты этот вклад является лишь релятивистской поправкой [ $\sim O(1/M^2)$ ] по отношению к импульсному приближению (22). Как мы увидим далее, расчет поправок такого типа требует особого внимания.

**1.3. Общая низкоэнергетическая теорема для оператора двухчастичного аксиального обменного тока.** Выше мы подробно проанализировали в рамках  $SU(2) \times SU(2)$ -алгебры токов структуру однонуклонных амплитуд рождения пиона, входящих в качестве блоков в операторы однопионных обменных токов (см. рис. 1). Однако прямое использование результатов алгебры токов для этих амплитуд в двухнуклонных операторах представляется не вполне последовательным. В частности, кинематика процесса на рис. 1 такова, что часть полной зависимости соответствующего оператора обменного тока от 4-импульса  $k_\mu$  оказывается связанный с 4-импульсом виртуального пиона, в то время как при выводе низкоэнергетических теорем (34), (59) этот дополнительный источник  $k$ -зависимости не учитывался. Поясним сказанное. Наблюдаемыми переменными в процессе на рис. 1 являются 4-импульс  $k_\mu$  (отвечающий фотону или лептонной паре) и нуклонные 4-импульсы, в качестве базисного набора которых удобно взять набор:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &= (p_1 + p'_1)/2; \quad \hat{q} = (p_1 - p'_1 + p'_2 - p_2)/2; \\ \hat{p}_2 &= (p_2 + p'_2)/2. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (65)$$

В кинематике (65) промежуточный пion на диаграмме рис. 1 переносит 4-импульс  $(\hat{q} + (1/2)k)_\mu$ . Таким образом, для определения реальной зависимости оператора однопионного обменного тока от  $k_\mu$  нужно знать зависимость амплитуд (12), (13) одновременно от 4-импульсов  $k$  и  $q$  (при  $q^2 \neq -m^2$ ). Из дальнейшего станет ясно, что при малых  $k_\mu$  прямая подстановка амплитуды (50) с форм-факторами (60) в диаграмму рис. 1 является очень хорошим приближением. Однако заранее не очевидно, что в случае других бозонных обменов процедура прямой подстановки в двухнуклонную диаграмму предельных значений соответствующих однонуклон-

лонных амплитуд столь же законна. Поэтому было бы желательно найти общий вид ограничений, налагаемых алгеброй токов на оператор двухчастичного обменного тока. Такая программа была реализована в работах Футами, Фуджиты и Охтцубо [33, 34], а также Охты [35]. Они применили алгебру токов и условие ЧСАТ непосредственно к двухчастичному матричному элементу тока

$$M_{5\lambda}^j = \langle N(p_1) N(p_2) | J_{\lambda(5\lambda)}(0) | N(p_1) N(p_2) \rangle \quad (66)$$

без предварительной конкретизации его структуры. Мы в дальнейшем рассмотрим случай аксиального тока, как наиболее сложный.

Полученная в работах [33—35] обобщенная теорема Лоу для амплитуды  $M_{5\lambda}^j$  позволяет связать неборновскую часть этой амплитуды в пределе  $k_\mu \rightarrow 0$  с амплитудой поглощения пиона, а также с инвариантными амплитудами рассеяния нуклона на нуклоне (и тем самым оператор обменного тока с потенциалом двухнуклонной системы). Приведем с незначительными модификациями вывод этой теоремы, следя в основном работе [35]. Он аналогичен выводу низкоэнергетической теоремы для амплитуды  $T_{5\lambda}^{nj}$  в пределе  $k_\mu \rightarrow 0$  (см. предыдущий раздел).

Представим матричный элемент  $M_{5\lambda}^j$  (66) в виде суммы

$$M_{5\lambda}^j = (M_{5\lambda}^j)^{\text{ext}} + \bar{M}_{5\lambda}^j, \quad (67)$$

где в  $(M_{5\lambda}^j)^{\text{ext}}$  включены все члены с нуклонными и пионными полюсами:

$$\begin{aligned} (M_{5\lambda}^j)^{\text{ext}} = & \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \left\{ T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) \frac{1}{i\bar{Q}_1 + M} \Gamma_{5\lambda}^j(k^2) + \right. \\ & + \Gamma_{5\lambda}^j(k^2) \frac{1}{i\bar{Q}_1 + M} T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \Big\} u(p_1) u(p_2) - \\ & - \frac{M g_A}{g} \frac{i k_\lambda}{k^2 + m^2} M_\pi^j. \end{aligned} \quad (68)$$

Здесь  $Q_1 = p_1 + k$ ,  $Q'_1 = p'_1 - k$ ;  $T$  — операторы нуклон-нуклонного рассеяния;  $M_\pi^j$  — матричный элемент поглощения пиона с 4-импульсом  $k_\mu$ :

$$\begin{aligned} M_\pi^j = & \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \left\{ T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) \frac{1}{i\bar{Q}_1 + M} \Gamma_5^j(k^2) + \right. \\ & + \Gamma_5^j(k^2) \frac{1}{i\bar{Q}_1 + M} T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \Big\} u(p_1) u(p_2) + \bar{M}_\pi^j. \end{aligned} \quad (69)$$

Черта, как обычно, обозначает неборновскую часть амплитуды:

$$\bar{M}_\pi^j = i \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \bar{T}_\pi^j(k) u(p_1) u(p_2), \quad (70)$$

где  $\bar{T}_\pi^j(k)$  — соответствующая часть оператора источника пионного поля в импульсном представлении. В амплитудах (68), (69):

$$\Gamma_{5\lambda}^j(k^2) = i\tau^j F_A(k^2) \gamma_\lambda \gamma_5 / 2; \quad (71a)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_5^j(k^2) &= ig_r(k^2) \gamma_5 \tau^j; \\ g_r(0) &\approx g_r(-m^2) = g. \end{aligned} \right\} \quad (71b)$$

Условие ЧСАТ (32) в применении к амплитуде  $M_{5\lambda}^j$  записывается в виде

$$k_\lambda M_{5\lambda}^j = i(Mg_A/g) [m^2/(k^2 + m^2)] M_\pi^j. \quad (72)$$

Используя тождества типа (56), нетрудно получить

$$\begin{aligned} k_\lambda (M_{5\lambda}^j)^{\text{ext}} &= \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \left\{ T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) \frac{1}{2} \tau^j F_A(k^2) \gamma_5 + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \tau^j F_A(k^2) \gamma_5 T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \left. \right\} u(p_1) u(p_2) + \\ &+ iM \frac{g_A}{g} [M_\pi^j - \bar{M}_\pi^j] - iM \frac{g_A}{g} \frac{k^2}{k^2 + m^2} M_\pi^j + O(k^2). \end{aligned} \quad (73)$$

Подставляя (73) в (72), находим

$$\begin{aligned} k_\lambda \bar{M}_{5\lambda}^j &= -\bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \{ T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) (1/2) \tau^j F_A(k^2) \gamma_5 + \\ &+ (1/2) \tau^j F_A(k^2) \gamma_5 T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \} u(p_1) u(p_2) + \\ &+ iM(g_A/g) \bar{M}_\pi^j. \end{aligned} \quad (74)$$

Нулевой по  $k_\mu$  член в правой части (74) исчезает в силу условия самосогласованности Адлера, которое в данном случае имеет вид [35]

$$\begin{aligned} &\bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) i\bar{T}_\pi^j(0) u(p_1) u(p_2) = \\ &= -\bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \left\{ T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) \frac{1}{2M} \Gamma_5^j(0) + \right. \\ &+ \left. \Gamma_5^j(0) \frac{1}{2M} T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \right\} u(p_1) u(p_2). \end{aligned} \quad (75)$$

Дифференцируя соотношение (74) по  $k$ , находим, что нулевая по  $k_\mu$  часть амплитуды  $\bar{M}_{5\lambda}^j$  выражается через коэффициент при линейном члене в  $k$ -разложении правой части (74):

$$\begin{aligned} \bar{M}_{5\lambda}^j(k=0) &= \bar{M}_{5\lambda}^j(k=0) + \bar{M}_{5\lambda}^{\pi j}(k=0) = \\ &= -\bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \left\{ \frac{\partial}{\partial k_\lambda} T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) \Big|_{k=0} \frac{1}{2} \tau^j g_A \gamma_5 + \right. \\ &+ \frac{1}{2} \tau^j g_A \gamma_5 \frac{\partial}{\partial k_\lambda} T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) \Big|_{k=0} + (1 \leftrightarrow 2) \left. \right\} u(p_1) u(p_2) - \\ &- M \frac{g_A}{g} \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \bar{T}_\pi^j(k) \Big|_{k=0} u(p_1) u(p_2), \end{aligned} \quad (76)$$

где  $\bar{M}_{5\lambda}^j$  и  $\bar{M}_{5\lambda}^{\pi j}$  — первое и второе слагаемые в правой части (76).

Соотношение (76) — одна из возможных форм записи низкоэнергетической теоремы, которую мы хотели получить. Первое слагаемое в (76) определяется исключительно параметрами амплитуды  $NN$ -рассеяния и не зависит от деталей мезонной теории. Второе слагаемое определяется параметрами неборновской части амплитуды поглощения пиона двухнуклонной системой и является в значительной мере модельно-зависимым. Важно подчеркнуть, что теорема (76) представляет собой наиболее общее ограничение, накладываемое условием ЧСАТ на оператор двухнуклонного аксиального обменного тока, и выполняется в любой частной модели алгебры токов.

*Другая форма низкоэнергетической теоремы (76).* В оригинальных работах [33—35] теорема (76) сформулирована непосредственно для оператора обменного тока, что более удобно с точки зрения перехода к статическому пределу. В соответствии со сказанным ранее с оператором обменного тока следует отождествить ту часть матричного элемента  $M_{5\lambda}^j$ , которая остается после вычитания из борновского члена вкладов положительно-частотных частей нуклонных пропагаторов (эти вклады уже учтены в ядерной волновой функции). Иными словами,

$$M_{5\lambda}^{j \text{ exch}} = M_{5\lambda}^{j \text{ pair}} + \bar{M}_{5\lambda}^j, \quad (77)$$

где  $M_{5\lambda}^{j \text{ pair}}$  — член с возбуждением нуклон-антинуклонной пары, который получается из нуклонной части матричного элемента (68) заменой полного нуклонного пропагатора на его отрицательно-частотную составляющую:

$$\frac{1}{iQ + M} \rightarrow - \frac{1}{2\sqrt{M^2 + Q^2}} \frac{\gamma_4 \sqrt{M^2 + Q^2} + i\gamma Q - M}{Q_0 + \sqrt{M^2 + Q^2}}. \quad (78)$$

Обозначим  $M_\pi^{j \text{ exch}}$  часть полной амплитуды поглощения пиона, остающуюся после отделения положительно-частотных компонент нуклонных пропагаторов:

$$\begin{aligned} M_\pi^{j \text{ exch}} &= M_\pi^{j \text{ pair}} + \bar{M}_\pi^j = i\bar{u}(p'_1)\bar{u}(p'_2)\{T_\pi^{j \text{ pair}} + \\ &+ \bar{T}_\pi^j(k)\}u(p_1)u(p_2). \end{aligned} \quad (79)$$

Далее, используя тождества типа

$$\frac{1}{2E_Q} \frac{\gamma_4 \sqrt{M^2 + Q^2} + i\gamma Q - M}{Q_0 + \sqrt{M^2 + Q^2}} (k - 2iM) \gamma_5 = i - u(Q)(\bar{u}(Q)\gamma_4), \quad (80)$$

нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} &\bar{u}(p'_1)\bar{u}(p'_2)\frac{\partial}{\partial k_\lambda} T_\pi^{j \text{ pair}}(k)|_{k=0}u(p_1)u(p_2) = \\ &= -\frac{g}{Mg_A} \left\{ M_{5\lambda}^{j \text{ pair}} + \tilde{\bar{M}}_{5\lambda}^j(k=0) - \Delta M_{\lambda}^{(2)j} \right\} + O(k). \end{aligned} \quad (81)$$

Здесь  $\tilde{M}_{5\lambda}^j (k=0)$  определена соотношением (76), а  $\Delta M_{\lambda}^{(2)j}$  — соотношением

$$\begin{aligned} \Delta M_{\lambda}^{(2)j} = & \frac{\partial}{\partial k_{\lambda}} \{ v(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) \rho^{5j}(Q_1, p_1) - \\ & - \rho^{5j}(p'_1, Q'_1) v(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) + (1 \leftrightarrow 2) \} |_{k=0}, \end{aligned} \quad (82)$$

где

$$v(p'_1 p'_2, p_1 p_2) = -\bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) u(p_1) u(p_2); \quad (83)$$

$$\rho^{5j}(Q, p) = -i \bar{u}(Q) \Gamma_4^{5j} u(p). \quad (84)$$

После подстановки

$$\bar{T}_{\pi}^j(k) = T_{\pi}^j(k) - T_{\pi}^{j \text{ pair}}(k)$$

и использования соотношения (81) низкоэнергетическую теорему (76) можно переписать непосредственно через величину  $M_{5\lambda}^{j \text{ exch}}$ :

$$\begin{aligned} M_{5\lambda}^{j \text{ exch}}(k=0) = & \\ = \Delta M_{\lambda}^{(2)j} - M \frac{g_A}{g} \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) \frac{\partial}{\partial k_{\lambda}} T_{\pi}^j(k) |_{k=0} u(p_1) u(p_2). & \end{aligned} \quad (85)$$

Представление (85) удобно тем, что оно относит оператор двухнуклонного аксиального обменного тока к измеряемым на опыте величинам: ядерному потенциалу двух тел  $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , однонуклонной плотности аксиального заряда  $\rho^{Aj}$ :

$$\rho^{Aj} = -\frac{g_A}{2M} \tau^j \left\{ -\frac{1}{2} i \sigma_n (\vec{\nabla}_n - \vec{\nabla}_n) \right\} \quad (86)$$

и двухнуклонной части источника пионного поля  $J_{\pi}^{(2)j}$ . Величины  $V$ ,  $\rho^{Aj}$  и  $J_{\pi}^{(2)j}$  определяются соответственно фурье-образами матричных элементов (83), (84) (при  $k_{\mu} = 0$ ) и матричного элемента поглощения пиона:

$$i \bar{u}(p'_1) \bar{u}(p'_2) T_{\pi}^j(k) u(p_1) u(p_2).$$

Переходя в статическом пределе к конфигурационному пространству согласно правилам [33, 34]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_s} T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) &\rightarrow V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) i \mathbf{r}_s; \\ \frac{\partial}{\partial p'_s} T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) &\rightarrow -i \mathbf{r}_s V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), s = 1, 2; \\ \frac{\partial}{\partial p'_{s0}} T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) &\approx \frac{\partial}{\partial p'_{s0}} T(p'_1 p'_2, p_1 p_2) \approx 0, \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

низкоэнергетическую теорему (85) можно записать для полного двухчастичного обменного тока в  $x$ -представлении, который опре-

деляется как интеграл от плотности обменного тока:

$$\mathbf{J}_j^{(2)} = \tilde{\mathbf{J}}_j^{(2)}(\mathbf{k})|_{h=0} = \int d^3r \mathbf{J}_j^{(2)}(\mathbf{r}). \quad (88)$$

В такой форме теорема (85) принимает вид

$$\mathbf{J}_j^{(2)} = \mathbf{J}_j^{(2)\text{ int}} + \mathbf{J}_j^{(2)\pi}, \quad (89)$$

где отдельные слагаемые определяются фурье-образами первого и второго слагаемых в (85):

$$\mathbf{J}_j^{(2)\text{ int}} = i \left[ V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \sum_{s=1}^2 \frac{1}{2} (\mathbf{r}_s \rho_s^{Aj} + \rho_s^{Aj} \mathbf{r}_s) \right]_-; \quad (90)$$

$$\mathbf{J}_j^{(2)\pi} = i (M g_A / g) \nabla_h \mathbf{J}_{\pi j}^{(2)}(\mathbf{k})|_{h=0}; \quad (91)$$

$$J_{\pi j}^{(2)}(\mathbf{k}) = (\mathbf{k}^2 + m^2) \Phi_{\pi j}^{(2)}(\mathbf{k}). \quad (91a)$$

Здесь  $\Phi_{\pi j}^{(2)}(\mathbf{k})$  — проекция оператора пионного поля (в импульсном представлении) на подпространство двухнуклонных состояний.

Отметим, что соотношение (89) представляет собой аналог известной теоремы Зигерта [2] для электромагнитного обменного тока (в этом случае обменный ток содержит только одно слагаемое  $\mathbf{J}_j^{(2)\text{ int}}$ , которое определяется формулой типа (90), но с заменой аксиальной плотности  $\rho_s^{Aj}$  на зарядовую плотность  $e ((1 + \tau^3)/2)_s \times \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$ ). Это и естественно, ибо теорема Зигерта есть просто нерелятивистская форма стандартной теоремы Лоу для двухнуклонного матричного элемента электромагнитного тока.

*Модель однобозонного обмена.* В заключение этого раздела применим теорему (76) к случаю однобозонного (в частности, однопионного) обмена, и сравним получающиеся предсказания с результатами непосредственной подстановки в диаграмму на рис. 1 предельных значений амплитуд рождения пиона на отдельных нуклонах.

В модели однобозонного обмена

$$\begin{aligned} {}^1 T(p'_1 p'_2, Q_1 p_2) &= T(Q'_1 p'_2, p_1 p_2) = \\ &= \Gamma_{1\alpha}^n (-\hat{q} - (1/2)k)[(\hat{q} + (1/2)k)^2 + m_B^2]^{-1} \Gamma_{2\alpha}^n (\hat{q} + (1/2)k), \end{aligned} \quad (92)$$

где  $\Gamma_{i\alpha}^n(q)$  — инвариантная вершинная функция поглощения мезона с 4-импульсом  $q_\mu$ , изоспиновым индексом  $n$  и массой  $m_B$  (для простоты предполагается, что вершинные функции не содержат зависимостей от  $\hat{p}_1, \hat{p}_2$ ).

Неборновская часть оператора  $\bar{T}_\pi^j(k)$  в той же модели имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned} \bar{T}_\pi^j(k) &= \bar{A}_{5\alpha}^{nj}(k, \hat{q} + (1/2)k) 1/[(\hat{q} + (1/2)k)^2 + m_B^2]^{-1} \times \\ &\quad \times \Gamma_{2\alpha}^n(\hat{q} + (1/2)k). \end{aligned} \quad (93)$$

Оператор  $\bar{A}_{5\alpha}^{nj}(k, q)$  определен так, что  $-iu(p'_1)\bar{A}_{5\alpha}^{nj}u(p_1)$  совпадает с неборновской амплитудой рождения мезона  $B$  с 4-импульсом  $q_\mu$  на нуклоне пионом с 4-импульсом  $k_\mu$ .

Подстановка частных представлений (92), (93) в общее соотношение (76) с учетом условия самосогласованности Адлера (75), записанного для амплитуды  $\bar{A}_{5\alpha}^{nj}(k, q)$ :

$$\bar{u}(p'_1)\bar{A}_{5\alpha}^{nj}(0, \hat{q})u(p_1) = \frac{i}{2M}\bar{u}(p'_1)[\Gamma_\alpha^n(-\hat{q}), \Gamma_5^j]_+u(p_1) \quad (94)$$

приводит к соотношению

$$\begin{aligned} \bar{M}_{5\lambda}^j(k=0) &= (M_{\lambda\alpha}^{jn}(\text{cont}) + M_{\lambda\alpha}^{jn}(\pi) \times \\ &\times (q^2 + m_B^2)^{-1}\bar{u}(p'_2)\Gamma_\alpha^n(\hat{q})u(p_2) + (1 \leftrightarrow 2)), \end{aligned} \quad (95)$$

где

$$M_{\lambda\alpha}^{jn}(\text{cont}) = i \frac{g_A}{2g} \bar{u}(p'_1) \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_\lambda} \Gamma_\alpha^n(-\hat{q}), \Gamma_5^j \right]_+ u(p_1); \quad (96)$$

$$M_{\lambda\alpha}^{jn}(\pi) = -\frac{Mg_A}{g} \bar{u}(p'_1) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \bar{A}_{5\alpha}^{nj} \left( k, -\hat{q} - \frac{1}{2}k \right) \Big|_{k=0} u(p_1). \quad (97)$$

Контактный член (96) описывает связь аксиального тока с мезонным источником в одной и той же точке. Его появление обусловлено тем, что в кинематике (65) однонуклонная вершина испускания виртуального бозона содержит зависимость от токового 4-импульса [формула (92)].

В качестве первого примера рассмотрим однопионный обмен. В этом случае  $\Gamma_\alpha^n(-\hat{q}) = \Gamma_5^n(q^2)$ , где последняя вершина определяется формулой (71б). Величина

$$-iu(p'_1)\bar{A}_{5\alpha}^{nj}(k, q)u(p_1)$$

совпадает с неборновской частью амплитуды  $\pi N$ -рассеяния  $\bar{T}_\pi^{nj}(k, q)$ , введенной ранее [см. формулы (52) — (54)]. В рамках стандартной для алгебры токов гипотезы о гладкой экстраполяции

$$g_r(q^2) \approx g_r(0) \approx g_r(-m^2) = g$$

и производная  $\partial g_r(q^2)/\partial q^2$  должна быть очень малой \*. Поэтому в рассматриваемой модели член (96) пренебрежимо мал. Далее, из сравнения с низкоэнергетической теоремой (59) видно, что в данном случае член (97) совпадает с предельным значением неборновской амплитуды рождения пиона аксиальным током

\* Феноменологически форм-фактор  $g_r(q^2)$  описывается формулой  $g_r(q^2) = g(\Lambda_\pi^2 - m^2)/(\Lambda_\pi^2 + q^2)$ , где  $\Lambda_\pi^2 \approx 72 m^2$ . Отсюда

$$\partial g_r(q^2)/\partial q^2 \sim g/(\Lambda_\pi^2 - m^2) \sim g/71m^2.$$

$\bar{T}_{5\lambda}^{nj}(\hat{q}, k=0)$  (50) с тем отличием, что в форм-факторе этой амплитуды  $\gamma(\hat{q}^2)$  (60) появится теперь дополнительный вклад.

$$2 \frac{ig_A M}{g} \frac{\partial \bar{A}_5^{\pi N}(+)}{\partial \hat{q}^2} \Big|_{v=v_B=k^2=0} \quad (98)$$

(вследствие того, что  $k_\mu$  входит в оператор  $\bar{A}_5^{nj}$  также и через 4-импульс виртуального пиона). В пределах точности алгебры токов этим вкладом можно пренебречь, так как он имеет более высокий порядок малости по сравнению с выражениями (60). Таким образом, в модели однопионного обмена амплитуда (95) фактически совпадает с результатами прямой подстановки в диаграмму на рис. 1 предельного значения (50) однонуклонной амплитуды  $\bar{T}_{5\lambda}^{nj}(k, \hat{q})$  [с форм-факторами (60)].

В случае обмена  $\rho$ -мезоном

$$\bar{\Gamma}_\alpha(\hat{q}) = (1/2) i g_{\rho NN} [\gamma_\alpha - (\kappa_V/2M)\sigma_{\alpha\beta} q_\beta] \tau^n, \quad (99)$$

где  $g_{\rho NN}$  — константа связи  $\rho$ -мезона с нуклоном.

Из уравнения (96) получаем

$$M_{\lambda\alpha}^{jn(\text{cont})} = \bar{u}(p_1) (i/2) (g_{\rho NN}/4M) [\kappa_V \delta^{jn} \sigma_{\lambda\alpha} \gamma_5 g_A u(p_1)]. \quad (100)$$

Оказывается, что и в этом случае контактным членом можно пренебречь. Например, вклад порождаемого им обменного тока в амплитуду  $\beta$ -распада трития ( ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$  в  $S$ -состоянии) составляет примерно 0,2% от вклада импульсного приближения [35].

До сих пор мы изучали оператор обменного тока в предположении, что нуклоны свободны. Однако наличие дополнительных степеней свободы в ядре приводит не только к появлению обменных токов, но одновременно изменяет и его волновую функцию. Более того, часть обменных токов (потенциальные обменные токи) самым непосредственным образом связана с определением потенциала и волновой функции задачи. Переходим теперь к обсуждению этого вопроса.

## 2. ЭФФЕКТИВНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Вопрос перенормировки волновой функции и ее отношение к току отдачи широко обсуждался в литературе [36—42]. Как оказалось, он в конечном итоге неразрывно связан с проблемой определения потенциальных токов. Под этими токами понимают те обменные токи, которые можно получить присоединением линии внешнего возмущения к диаграмме, входящей в определение потенциала (упругое взаимодействие тока с адроном). Так, например, токи на рис. 2,  $a$  —  $e$  потенциальные, в то время как токи на рис. 2,  $g$  —  $e$  непотенциальные (в вершине  $A\bar{J}B$  адроны  $A$ ,  $B$  разные).

В настоящее время мы не можем решить точно динамическую систему уравнений для системы нуклонов и мезонов. Можно исключить мезонные степени свободы из волновой функции системы (ядра), но при этом возникает эффективное взаимодействие между нуклонами  $V_{\text{eff}}$ . Оно и напоминает о присутствии мезонов в ядре. В случае возмущения ядерной системы одиночастичным током  $J(1) \equiv J_\mu(1)$  можно поступить аналогичным образом. При этом, кроме эффективного потенциала  $V_{\text{eff}}$  возникает также эффективный оператор тока  $\hat{J}_{\text{eff}}$ , который содержит наряду с перенормированным исходным одиночастичным током  $J_R(1)$  также многочастичные компоненты  $\hat{J}_{ex}$  — обменные токи.

Исключение мезонных степеней свободы из волновой функции ядерной системы не является однозначной процедурой. Его можно провести, используя или метод унитарных преобразований [36—41] или метод проекций [40—42]. В обоих методах мезон-нуклонная система описывается гамильтонианом  $H$ , который состоит из свободной части  $H^0$  и мезон-нуклонного взаимодействия  $H^I$ . Волновая функция  $|\Psi\rangle$  системы удовлетворяет уравнению

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \quad (101)$$

и содержит как чисто нуклонные компоненты  $|\tilde{\Phi}_N\rangle = \eta |\Psi\rangle$  ( $\eta$  — оператор проектирования на нуклонное подпространство), так и мезонную часть  $|\tilde{\Phi}_M\rangle = \Lambda |\Psi\rangle$  ( $\Lambda = 1 - \eta$ ). Эти функции удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$H_{\eta\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle + H_{\eta\Lambda}|\tilde{\Phi}_M\rangle = E|\tilde{\Phi}_N\rangle; \quad (102a)$$

$$H_{\Lambda\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle + H_{\Lambda\Lambda}|\tilde{\Phi}_M\rangle = E|\tilde{\Phi}_M\rangle. \quad (102b)$$

Здесь  $H_{\eta\eta} = \eta H \eta$ , остальные операторы связаны с  $H$  аналогичным образом. Используя уравнение (102б), можно выразить функцию  $|\tilde{\Phi}_M\rangle$  через  $|\tilde{\Phi}_N\rangle$ :

$$|\tilde{\Phi}_M\rangle = [1/(E - H_{\Lambda\Lambda})] H_{\Lambda\eta} |\tilde{\Phi}_N\rangle. \quad (103)$$

Тогда из (102а) получаем уравнение для чисто нуклонной волновой функции  $|\tilde{\Phi}_N\rangle$ :

$$\tilde{H}_{\text{eff}}|\tilde{\Phi}_N\rangle \equiv \left( H_{\eta\eta} + H_{\eta\Lambda} \frac{1}{E - H_{\Lambda\Lambda}} H_{\Lambda\eta} \right) |\tilde{\Phi}_N\rangle = E|\tilde{\Phi}_N\rangle. \quad (104)$$

Уравнение (104) не является стандартным УШ, ибо эффективный потенциал

$$\tilde{V}_{\text{eff}} \equiv H_{\eta\Lambda} [1/(E - H_{\Lambda\Lambda})] H_{\Lambda\eta} \quad (105)$$

зависит от энергии. Более того, волновая функция  $|\tilde{\Phi}_N\rangle$  удовлетворяет нестандартному условию нормировки

$$\langle\tilde{\Phi}_N|1+H_{\eta\Lambda}[1/(E-H_{\Lambda\Lambda})]^2\dot{H}_{\Lambda\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle=1, \quad (106)$$

что затрудняет ее вероятностную интерпретацию.

Для сжатого изложения формализма удобно ввести оператор  $J$ :

$$J=1+F_{\Lambda\eta}, \quad (107)$$

где

$$\begin{aligned} F_{\Lambda\eta} &= \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}} H_{\Lambda\eta} = \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} R_{\Lambda\eta} = \\ &= \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} H_{\Lambda\eta}^I + \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} H_{\Lambda\Lambda}^I \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} H_{\Lambda\eta}^I + \dots = \\ &= F^{(1)} + F^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad (108)$$

$$R=H^I+H^I \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} R=H^I+H^I \frac{1}{E-H_{\Lambda\Lambda}^0} H^I+\dots \quad (109)$$

Теперь уравнения (103) — (106) можно записать в более сжатой форме:

$$|\tilde{\Phi}_M\rangle=F_{\Lambda\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle; \quad (103a)$$

$$\tilde{H}_{\vartheta\Phi}|\tilde{\Phi}_N\rangle\equiv(H_{\eta\eta}+H_{\eta\Lambda}F_{\Lambda\eta})|\tilde{\Phi}_N\rangle=E|\tilde{\Phi}_N\rangle; \quad (104a)$$

$$V_{\vartheta\Phi}=H_{\eta\Lambda}F_{\Lambda\eta}; \quad (105a)$$

$$\langle\tilde{\Phi}_N|1+(F^\dagger F)_{\eta\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle=\langle\tilde{\Phi}_N|(J_z^\dagger J)_{\eta\eta}|\tilde{\Phi}_N\rangle=1; \quad (106a)$$

$$|\Psi\rangle=|\tilde{\Phi}_N\rangle+|\tilde{\Phi}_M\rangle=J|\tilde{\Phi}_N\rangle. \quad (110)$$

Используя определение (108) и уравнение (104а), можно показать, что  $F$  удовлетворяет следующему нелинейному уравнению:

$$([F, H]_-+FHF)_{\Lambda\eta}=H_{\Lambda\eta}. \quad (111)$$

Уравнения (103а) — (106а) и (110) являются исходными для обоих методов.

*Метод проекций.* Чтобы привести условие нормировки (106а) к стандартному виду, введем функцию  $|\Phi'_N\rangle$ :

$$|\tilde{\Phi}_N\rangle=Z^{1/2}(E)|\Phi'_N\rangle. \quad (112)$$

Он тоже удовлетворяет уравнению (104а), однако она правильно нормирована, т.е.

$$\langle\Phi'_N|\Phi'_N\rangle=1, \quad (113)$$

если только

$$\frac{1}{Z(E)} = 1 + \langle \Phi'_N | (F^\dagger F)_{\eta\eta} | \Phi'_N \rangle \equiv 1 + N(E). \quad (114)$$

Чтобы исключить в (105а) зависимость от энергии, предполагают, что энергия  $E$  близка к невозмущенной энергии, т. е.  $E = E_0$ . Тогда во втором порядке по  $H^I$ :

$$\tilde{V}_{\text{эфф}}^p = (H^I F^{(1)})_{\eta\eta}. \quad (115)$$

Эффективный оператор тока определяется из равенства

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \hat{J}(1) | \Psi \rangle &= Z(E) \langle \Phi'_N | J^\dagger \hat{J} J | \Phi'_N \rangle \equiv \\ &\equiv Z(E) \langle \Phi'_N | \hat{J}_{\text{эфф}}^p | \Phi'_N \rangle, \end{aligned} \quad (116)$$

т. е.

$$\hat{J}_{\text{эфф}}^p = J^\dagger \hat{J}(1) J = \hat{J}_R(1) + \hat{J}_{EX}^p. \quad (117)$$

Здесь  $\hat{J}_R(1)$  — перенормированный ток импульсного приближения, а  $\hat{J}_{EX}^p$  — оператор многочастичного обменного тока, полученный методом проекций.

Если ток  $\hat{J}(1)$  можно представить в виде

$$\hat{J}(1) = \hat{J}^N + \hat{J}^M + \hat{J}^{MN}, \quad (118)$$

где  $\hat{J}^N$  ( $\hat{J}^M$ ) — взаимодействие тока с нуклоном (мезоном);  $\hat{J}^{MN}$  — возможное контактное взаимодействие (рис. 8), то во втором

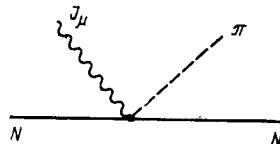


Рис. 8. Контактное взаимодействие  
 $\hat{J}^{MN}$

порядке по  $H^I$  двухнуклонная часть  $\hat{J}_{EX}^p$  будет иметь вид

$$\begin{aligned} \hat{J}_{EX}^p(2) &= [\hat{J}^{MN} F^{(1)} + F^{(1)\dagger} \hat{J}^{MN} + \hat{J}^M F^{(2)} + \\ &+ F^{(2)\dagger} \hat{J}^M + F^{(1)\dagger} \hat{J}^M F^{(1)} + F^{(1)\dagger} \hat{J}^N F^{(1)}]_{\eta\eta} \end{aligned} \quad (119)$$

( $\hat{J}_{EX}^p(2)$  представлен графически на рис. 9). Первые два члена в (119) соответствуют контактным членам рис. 9, а, б, третий, четвертый и пятый члены — это пионарный обменный ток (рис. 9, в, г, д), а последний член — ток отдачи (рис. 9, е).

В том же приближении по взаимодействию

$$\frac{1}{Z(E_0)} = 1 + \langle \Phi'_N | (F^{(1)\dagger} F^{(1)})_{\eta\eta} | \Phi'_N \rangle \equiv 1 + N^{(2)}(E_0). \quad (120)$$

Уравнение (120) представляет собой результат, полученный для  $Z(E_0)$  Шемтобом и Ро [18].

Таким образом был рассчитан вклад обменных токов в электромагнитные форм-факторы в реакции упругого  $e - d$  [43]- и  $e - {}^4\text{He}$  [44]-рассеяния. Например, для первой реакции в случае неполяризованных частиц можно написать дифференциальное эффективное сечение через электромагнитные форм-факторы следующим образом [45]:

$$d\sigma/d\Omega = (d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}} \{ [F_c^2(k^2) + (1/18)(k^2 F_Q(k^2))^2] + \\ + \left(1 + 2 \tan^2 \frac{1}{2} \theta\right) (k^2/6M^2) (F_M(k^2))^2\}. \quad (121)$$

Здесь  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}}$  — дифференциальное эффективное сечение для точечного ядра;  $\theta$  — угол рассеяния;  $k^2$  — квадрат передаваемого

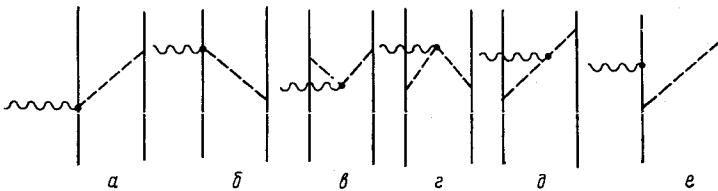


Рис. 9. Двухчастичные обменные токи, полученные методом проекций:  
a, б — контактные члены; в — г — пинный ток; е — ток отдачи

импульса. Зарядовый, квадрупольный и магнитный форм-факторы определяются таким образом:

$$\left. \begin{aligned} F_c(k^2) &= \sqrt{4\pi} \langle 11 | M_{00}^{\text{Coul}}(k) | 11 \rangle; \\ F_Q(k^2) &= 12 \frac{\sqrt{5\pi}}{k^2} \langle 11 | M_{20}^{\text{Coul}}(k) | 11 \rangle, \quad F_Q(0) = Q_D; \\ F_M(k^2) &= \frac{2\sqrt{6\pi} M}{ik} \langle 11 | T_{10}^{\text{mag}}(k) | 11 \rangle, \quad F_M(0) = \mu_D; \\ M_{JM}^{\text{Coul}}(k) &= \frac{1}{e} \int j_J(kr) Y_{JM}(\Omega \hat{r}) \rho_T(r) d^3r; \\ T_{JM}^{\text{mag}}(k) &= \frac{1}{e} \int j_J(kr) Y_{JJ1}^M(\Omega \hat{r}) \mathbf{J}_T(r) d^3r. \end{aligned} \right\} \quad (122)$$

Ядерное состояние  $|11\rangle$  описывается дейтонной волновой функцией с проекцией  $J_z = 1$ ;  $\rho_T$  и  $\mathbf{J}_T$  — полные плотности заряда и пространственной компоненты тока. В импульсном приближении они даются суммой соответствующих одночастичных выражений (20).  $Q_D$  ( $\mu_D$ ) — квадрупольный (магнитный) момент дейтона.

При вычислении поправок от обменных токов в  $\rho$  возникает вклад в форм-фактор  $F_c(k^2)$  от тока отдачи (см. рис. 9, e) [43]:

$$\left. \begin{aligned} F_c^{\text{rec}}(k^2) &= (m/2M)^2 (g^2/4\pi) G_E^S(k^2) I_1^R(k^2); \\ I_1^R &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dr j_0\left(\frac{kr}{2}\right) [u^2 \bar{K}_0(x) + 4\sqrt{2}uw K_2(x) + \\ &+ w^2 (\bar{K}_0(x) - 2K_2(x))], \bar{K}_0(x) = (K_0(x) - \\ &- K_1(x))/x, x = mr. \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

Здесь  $K_0(x)$  — модифицированные функции Бесселя, а  $u(w)$  —  $S(D)$  — компонента волновой функции дейтона.

Так как  $I_1^R(0) \neq 0$ , может показаться, что у дейтона появился ложный заряд. Ситуацию спасает множитель  $Z(E_0)$ , перенормирующий в соответствии со (116) вклад импульсного приближения  $F_c^{IA}(k^2)$ . Действительно, так как поправка  $N^{(2)}$  в (120) мала и  $F_c^{IA}(0) = G_E^S(0)$ , то  $(Z(E_0) - 1)F_c^{IA}(0) = -N^{(2)}(E_0)G_E^S(0) = -(m/2M)^2(g^2/4\pi)I_1^R(0)G_E^S(0)$ .

(124)

Сравнивая (123) и (124), видим, что при  $k = 0$  вклад в форм-фактор  $F_c$  от тока отдачи полностью компенсируется вкладом от перенормировки волновой функции. Однако, как видно

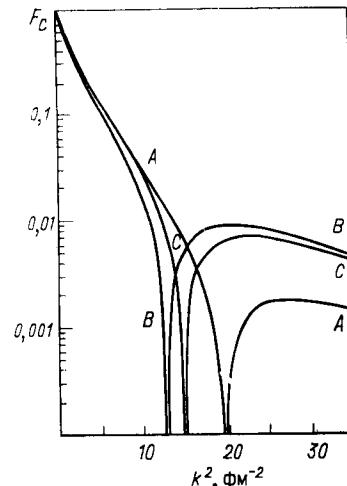


Рис. 10. Зависимость форм-фактора  $F_c$  от  $k^2$ .  
A — импульсное приближение; B — учтен парный член; C — учтены вклады парного члена, тока отдачи и перенормировка волновой функции

из рис. 10, заимствованного из работы [43], видли от порога такого сокращения нет и эффект может оказаться значительным. Именно этот результат вызвал критику в работах [36—39], авторы которых утверждают, что предпочтительнее учитывать перенормировку волновой функции по методу преобразований. Обратимся теперь к рассмотрению этого метода.

*Метод преобразований.* Вместо того чтобы вводить правильно нормированную волновую функцию уравнением (112), можно произвести дополнительное преобразование [41] волновой функции  $|\tilde{\Phi}_N\rangle$  оператором  $U_{11}$  так, чтобы новая волновая функция  $|\Phi_N\rangle$ :

$$|\tilde{\Phi}_N\rangle = U_{11}|\Phi_N\rangle; U_{11} = [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} \quad (125)$$

удовлетворяла стандартному условию нормировки

$$\langle \Phi_N | \Phi_N \rangle = 1. \quad (126)$$

Оператор  $J$  определен в (107).

Согласно (110) и (125)  $|\Phi_N\rangle$  связана с  $|\Psi\rangle$  следующим образом:

$$|\Psi\rangle = J [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} |\Phi_N\rangle. \quad (127)$$

Уравнение (104а) в терминах функции  $|\Phi_N\rangle$  запишется в виде

$$H_{\text{эф}}^T |\Phi_N\rangle \equiv U_{11}^{-1} \tilde{H}_{\text{эф}} U_{11} |\Phi_N\rangle = E |\Phi_N\rangle. \quad (128)$$

Используя (101), (111), (126) — (128), можно найти связь между  $H_{\text{эф}}^T$ ,  $\tilde{H}_{\text{эф}}$  и исходным гамильтонианом  $H$ :

$$\begin{aligned} E &= \langle \Phi_N | H_{\text{эф}}^T | \Phi_N \rangle \equiv \langle \Psi | H | \Psi \rangle = \\ &= \langle \Phi_N | [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} \tilde{H}_{\text{эф}} [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} | \Phi_N \rangle = \\ &= \langle \Phi_N | [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} J^\dagger H J [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} | \Phi_N \rangle. \end{aligned} \quad (129)$$

Эффективный потенциал определяется из уравнения

$$H_{\text{эф}}^T = [(J+J)_{\eta\eta}]^{+1/2} J^\dagger H J [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} \equiv H_{\eta\eta}^0 + V_{\text{эф}}^T. \quad (130)$$

По аналогии с  $H_{\text{эф}}^T$  определяется и эффективный оператор тока  $\hat{J}_{\text{эф}}^T$ :

$$\hat{J}_{\text{эф}}^T = [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} J^\dagger \hat{J}(1) J [(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} = \hat{J}_R(1) + \hat{J}_{EX}^T. \quad (131)$$

Здесь оператор  $\hat{J}_{EX}^T$  имеет смысл, аналогичный смыслу  $\hat{J}_{EX}^0$  в (117).

Преобразование  $U_{11}$  является компонентой матрицы унитарного преобразования  $U(F)$  функции  $\Psi$ , использованного в [36]. Оператор  $U(F)$  преобразует подпространства функций  $|\tilde{\Phi}_N\rangle$  и  $|\tilde{\Phi}_M\rangle$  таким образом, что новые функции нормированы согласно (126), новый гамильтониан  $H' = UHU^+$  диагонален ( $H'_{\Lambda\eta} = H'_{\eta\Lambda} = 0$ ), причем уравнение (110) является условием диагональности  $H'$ . При выводе уравнений (130) и (131) мы действовали несколько иначе, чем авторы работы [36], чтобы как можно дальше проследить параллель между методом проекций и методом преобразований.

Рассмотрим  $V_{\text{эф}}^T$  и  $\hat{J}_{EX}^T$  во втором приближении по взаимодействию, т. е.  $F$  возьмем в приближении:

$$F(E_0) = F^{(1)}(E_0) + F^{(2)}(E_0); \quad (132)$$

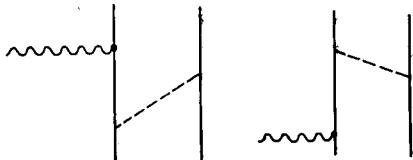
$$[(J^\dagger J)_{\eta\eta}]^{-1/2} \approx 1 - (1/2)(F^\dagger F)_{\eta\eta}. \quad (133)$$

Тогда, используя (130), имеем

$$\begin{aligned} V_{\text{эф}}^T = H_{\text{эф}}^T - H_{\text{им}}^0 &= (H^I F^{(1)} + F^{(1)\dagger} H^I + \\ &+ F^{(1)\dagger} H^0 F^{(1)} - (1/2) [H^0, F^{(1)\dagger} F^{(1)}]_{-})_{\eta\eta}. \end{aligned} \quad (134)$$

В данном случае мы получили сложное нуклонное взаимодействие, содержащее члены, квадратичные по  $p$ . В том же приближении,

Рис. 11. Вклад в обменный ток от перенормировки волновой функции в методе преобразований



исходя из (131) — (133), можно получить двухчастичный эффективный оператор тока  $\hat{J}_{EX}^T(2)$ :

$$\begin{aligned} \hat{J}_{EX}^T(2) &= [\hat{J}^{MN} F^{(1)} + F^{(1)\dagger} \hat{J}^{MN} + \hat{J}^M F^{(2)} + \\ &+ F^{(2)\dagger} \hat{J}^M + F^{(1)\dagger} \hat{J}^M F^{(1)} + F^{(1)\dagger} \hat{J}^N F^{(1)} - \\ &- (1/2) [\hat{J}^N, F^{(1)\dagger} F^{(1)}]_{+}]_{\eta\eta} = \hat{J}_{EX}^p(2) - (1/2) ([\hat{J}^N, F^{(1)\dagger} F^{(1)}]_{+})_{\eta\eta}, \end{aligned} \quad (135)$$

где  $\hat{J}_{EX}^p(2)$  — оператор двухчастичного обменного тока (119), полученный по методу проекций. Антикоммутатор в (135) представлен графически на рис. 11.

В нерелятивистском пределе (операторы обменных токов рассчитаны до членов порядка  $1/M^2$  включительно) ток отдачи  $F^{(1)\dagger} \hat{J}^N F^{(1)}$  и антикоммутатор в (135) полностью сокращаются независимо от значения  $k^2$  [36]. Следовательно, если рассчитать вклад обменных токов в электромагнитные форм-факторы дейтона по методу преобразований, то кривые  $B$  и  $C$  на рис. 10 совпадут.

В том же пределе контактный член и пионный ток метода преобразований совпадают с этими же токами, рассчитанными по методу  $S$ -матрицы [36]. Из (119) и (135) ясно, что это утверждение верно и для аналогичных токов метода проекций.

Из сказанного понятно, что оба способа переопределения волновой функции с теоретической точки зрения эквивалентны. Они просто представляют собой два технически разных подхода к вычислению матричных элементов  $\langle \Psi | \hat{O} | \Psi \rangle$ . Подчеркнем, что основная трудность состоит в том, что не ясно, какому эффективному потенциалу ( $V_{\text{эф}}^T$  или  $\tilde{V}_{\text{эф}}^p$ ) соответствуют феноменологические волновые функции, используемые в практических расчетах матричных элементов. Этот дефект современной схемы вычислений

должен исчезнуть в более совершенной теории, в которой все основные элементы (потенциал, волновые функции, ...) будут строиться на основе единого теоретико-полевого подхода.

### 3. ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ

Для проведения практических расчетов необходимо знать гамильтониан системы  $H$ . В случае взаимодействия с внешним электромагнитным полем плотность гамильтониана представляется в виде

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^0 + \mathcal{H}_s^I + \mathcal{H}_{\text{em}}^I. \quad (136)$$

Здесь  $\mathcal{H}^0$  — плотность свободного гамильтониана,  $\mathcal{H}_s^I$  — плотность гамильтониана сильного  $\pi N$ -взаимодействия и  $\mathcal{H}_{\text{em}}^I$  — плотность гамильтониана электромагнитного взаимодействия.

Рассмотрим подробнее отдельные слагаемые в (136). Плотность свободного гамильтониана системы нуклонов, мезонов и фотонов представляется в виде суммы трех слагаемых:

$$\mathcal{H}^0 = \mathcal{H}_N^0 + \mathcal{H}_M^0 + \mathcal{H}_Y^0; \quad (137)$$

$$\mathcal{H}_N^0 = \psi^+ (\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta M)^\dagger \psi; \quad (137a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_M^0 = & \pi^+ \pi^- + \nabla \varphi^+ \cdot \nabla \varphi^- + m^2 \varphi^+ \varphi^- + \\ & + (1/2) [(\pi^0)^2 + \nabla \varphi_0 \cdot \nabla \varphi_0 + m^2 \varphi_0^2]; \end{aligned} \quad (137b)$$

$$\mathcal{H}_Y^0 = (1/2) [(\mathbf{H}^2 + \mathbf{E}^2)]; \quad (137c)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi^\pm &= (1/\sqrt{2}) [\varphi_1 \pm i\varphi_2]; \quad \pi^\pm = (1/\sqrt{2}) (\pi_1 \mp i\pi_2) = \delta \mathcal{L} / \delta \dot{\varphi}^\pm; \\ [\varphi^+(x), \pi^+(x')]_-|_{t=t'} &= [\varphi^-(x), \pi^-(x')]_-|_{t=t'} = i\delta(x - x'); \\ [\psi_\alpha(x), \psi_\beta^\dagger(x')]_+|_{t=t'} &= \delta_{\alpha\beta} \delta(x - x'); \\ [\psi_\alpha(x), \psi_\beta(x')]_+|_{t=t'} &= [\psi_\alpha^\dagger(x), \psi_\beta^\dagger(x')]_+|_{t=t'} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (138)$$

В уравнениях (138)  $\mathcal{L}$  — лагранжева плотность системы.

Плотность гамильтониана электромагнитного взаимодействия, которая возникает после замены производных заряженных полей  $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ie F_i A_\mu$  в лагранжевой плотности и включения неминимального паулиевского члена, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{em}}^I = & \psi^\dagger [-eF_1\alpha \cdot \mathbf{A} + eF_1\Phi - (e/2M)\beta F_2\sigma \cdot \mathbf{B} + \\ & + i(e/2M)\beta F_2\alpha \cdot \mathbf{E}] \psi + ie(\varphi^+ \nabla \varphi^- - \varphi^- \nabla \varphi^+) \cdot \mathbf{A} + \\ & + ie(\pi^+ \varphi^+ - \pi^- \varphi^-) \Phi + e^2 \varphi^+ \varphi^- \mathbf{A}^2. \end{aligned} \quad (139)$$

Здесь  $F_i$  — электромагнитные форм-факторы нуклона:

$$F_i = (1/2) (F_i^S + F_i^V \tau_3), \quad i = 1, 2; \quad (140)$$

$A_\mu$  — потенциал электромагнитного поля:

$$A_\mu \equiv (\mathbf{A}, i\Phi). \quad (141)$$

Плотность тамильтониана сильного  $\pi NN$ -взаимодействия однозначно фиксирована при низких энергиях принципом киральной инвариантности [24], в рамках которого  $\pi NN$ -вершина является псевдовекторной:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_s^I = i \frac{f}{m} \Psi^\dagger \beta \gamma_\mu \gamma_5 \partial_\mu \phi \Psi; \quad \phi \equiv \tau \cdot \Psi = \tau^+ \varphi^- + \tau^- \varphi^+ + \tau_3 \varphi_0; \\ f/m = g/2M; \quad f^2/4\pi = 0,08. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (142)$$

Однако мы выберем псевдоскалярную  $\pi NN$ -связь:

$$\mathcal{H}_s^I = -ig \Psi^\dagger \beta \gamma_5 \phi \Psi, \quad (143)$$

к которой всегда можно перейти от связи (142) преобразованием эквивалентности. Именно из этого взаимодействия исходил Фраяр [38, 46, 47] и другие авторы [43—45] при расчете обменных поправок к электромагнитным форм-факторам легчайших ядер.

*Преобразование Дайсона.* Известно, что с помощью преобразования эквивалентности Дайсона можно перейти от псевдоскалярной  $\pi NN$ -связи не только к псевдовекторной  $\pi NN$ -связи (и обратно), но и к некоторой смеси псевдоскалярного и псевдовекторного  $\pi NN$ -взаимодействия. Это преобразование имеет вид:

$$H' = \exp(iS)(H - i\partial/\partial t)\exp(-iS); \quad \Psi' = \exp(iS)\Psi, \quad (144)$$

где

$$S = \lambda \int d^3x \Psi^\dagger \beta \gamma_5 \phi \Psi(\mathbf{x}), \quad \lambda = -\mu(g/2M), \quad (145)$$

а  $\mu$  — параметр смешивания двух типов  $\pi NN$ -связи.

Применив преобразование (144), (145) к гамильтониану  $H$ , содержащему псевдоскалярную  $\pi NN$ -связь (143), получим в первом порядке по  $g$ :

$$\begin{aligned} H' \equiv \int d^3x \mathcal{H}' = H^0 + H_{\text{em}}^I - ig \int d^3x \Psi^\dagger \beta \gamma_5 \phi \Psi(\mathbf{x}) + \\ + i\mu g \int d^3x \Psi^\dagger \left( \beta \gamma_5 \phi + \frac{1}{2M} \beta \gamma_\mu \gamma_5 \partial_\mu \phi \right) \Psi(\mathbf{x}) + \\ + i\mu e \frac{g}{2M} \int d^3x \Psi^\dagger \left\{ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} + \gamma_5 \Phi) [F_1, \phi]_- + \right. \\ \left. + \frac{1}{2M} \beta (\mathbf{a} \cdot \mathbf{B} - i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}) [F_2, \phi]_+ \right\} \Psi(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (146)$$

При  $\mu = 1$  в  $H'$  остается только псевдовекторная связь.

Хотя преобразованный гамильтониан  $H'$  явно зависит от  $\mu$ , элементы  $S$ -матрицы зависимости от  $\mu$  не содержат. В этом состоит физический смысл теоремы эквивалентности.

*Преобразование Фолди — Баутхойзена.* Естественно потребовать, чтобы волновая функция ядерной системы содержала только мезоны и нуклоны (но не антинуклоны). Выделение мезон-нуклонной компоненты волновой функции можно произвести с помощью нового унитарного преобразования, которое расщепляет исходное пространство состояний на подпространство мезон-нуклонных состояний и его ортогональное дополнение. Структуру этого преобразования можно найти из требования, чтобы преобразованная плотность гамильтониана  $\mathcal{H}'$  не содержала, с точностью до членов  $\sim 1/M^n$  и выше, нечетных матриц Дирака, связывающих отрицательно- и положительно-частотные компоненты нуклонной волновой функции  $\psi$ . Такое преобразование было предложено в работе [48] Фолди и Баутхойзеном. Оно имеет вид

$$H' \rightarrow \exp(iT_n) \dots \exp(iT_1) (H' - i\partial/\partial t) \exp(-iT_1) \dots \exp(-iT_n),$$

$$\Psi' \rightarrow \exp(iT_n) \dots \exp(iT_1) \Psi, \quad (147)$$

где

$$T_i = \int d^3x \psi^+ t_i \psi(x); \quad t_i = -\frac{i}{2M} \beta O_{i-1}, \quad (148)$$

а  $O_{i-1}$  — нечетная часть гамильтониана, полученного на  $i-1$ -шаге, причем

$$\begin{aligned} O_0 &= \alpha \cdot p - ig(1-\mu)\beta\gamma_5\phi + \mu(g/2M)\gamma_5\dot{\phi} - \\ &- eF_1\alpha \cdot A + i(e/2M)\beta\alpha \cdot E F_2 + ie(g/2M)\gamma_5[F_1, \phi]_- \Phi + \\ &+ ie(g/4M^2)\beta[F_2, \phi]_+ \alpha \cdot B. \end{aligned} \quad (149)$$

Применяя указанную редукцию к гамильтониану  $H'$  (146), находим, что с точностью до членов  $\sim M^{-2}$  включительно:

$$H'' = \int (\mathcal{H}_{CL} + \mathcal{H}_{NS}) d^3x; \quad (150)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{CL} &= \psi^+ (M - (f/m) \sigma \cdot \nabla \phi + ie(f/m) [F_1, \phi]_- \sigma \times \\ &\times A + eF_1\Phi - \mu_N \sigma \cdot B) \psi(x) + \mathcal{H}_M^0 + \\ &+ ie(\phi^+ \nabla \phi^- - \phi^- \nabla \phi^+) A + ie(\pi^+ \phi^+ - \pi^- \phi^-) \Phi; \end{aligned} \quad (151)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{NS} &= \frac{1}{2M} \psi^+ (p^2 - eF_1 [p, A]_+ - (f/2m)(1+\mu)[(\sigma \cdot p), \dot{\phi}]_+ + \\ &+ e(f/m) [F_2, \phi]_+ (\sigma \cdot E) - ie(f/2m)(1+\mu)[(\sigma \cdot p), [F_1, \phi]_- \Phi]_+ + \\ &+ e(f/2m)(1-\mu)[F_1, \phi]_+ (\sigma \cdot E) + \\ &+ e(f/2m)(1+\mu)[F_1, \dot{\phi}]_+ (\sigma \cdot A)) \psi(x). \end{aligned} \quad (152)$$

Здесь мы приняли:  $g/2M = f/m$ ;  $\mu_N = (e/2M)(F_1 + F_2)$ . Гамильтониан  $\mathcal{H}_{CL}$  отвечает теории Чу — Лоу [49] (см. также [50—52]) в применении к описанию фоторождения пиона на покоящемся нуклоне. Отметим, что  $\mathcal{H}_{CL}$  от  $\mu$  не зависит. Удобно его записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{CL} = & (M - (f/m)\sigma \cdot \nabla \phi) \delta(x) + \mathbf{j}_I \cdot \mathbf{A} + \rho_N \Phi + \mathbf{j}_N \cdot \mathbf{A} + \\ & + \mathcal{H}_M^0 + e\rho_\pi \Phi + \mathbf{j}_\pi \cdot \mathbf{A}, \end{aligned} \quad (153)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{j}_I &= e(f/m)\sigma(\tau_1\varphi_2 - \tau_2\varphi_1)\delta(x); \\ \rho_N &= eF_1\delta(x); \quad \mathbf{j}_N = \mu_N \nabla \times \sigma\delta(x); \\ \mathbf{j}_\pi &= e(\varphi_2 \nabla \varphi_1 - \varphi_1 \nabla \varphi_2); \\ \rho_\pi &= e(\pi_2\varphi_1 - \pi_1\varphi_2). \end{aligned} \right\} \quad (154)$$

В нуклонной части гамильтониана  $\mathcal{H}_{CL}$  мы перешли к пределу точечного источника.

Такая теория является калибровочно-инвариантной, и полный ток  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_N + \mathbf{j}_\pi + \mathbf{j}_I$ , и полная плотность заряда  $\rho = \rho_N + \rho_\pi$  удовлетворяют уравнению непрерывности:

$$\dot{\rho}(x, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(x, t) = 0. \quad (155)$$

Третий член в (153) представляет собою пример контактного взаимодействия, представленного на рис. 8, а  $\mathbf{j}_\pi \cdot \mathbf{A}$  — взаимодействие поля с мезонным током.

Теория Чу — Лоу предсказывает следующую амплитуду фоторождения пиона с импульсом  $\mathbf{q}$  и проекцией изоспина  $\beta$  на покоящемся нуклоне [52, 53]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} \cdot \Gamma(\mathbf{q}, \mathbf{k})_\beta = & ie(f/m) \left[ (\sigma e) - 2(qe) \frac{\sigma \cdot (q - k)}{(q - k)^2 + m^2} \right] \epsilon_{\beta\delta\gamma} \tau_\delta - \\ & - i \frac{e}{2M} \frac{\kappa_V}{2} \frac{m}{f} 4\pi \sum_\alpha P_\alpha(\mathbf{q}, \mathbf{k}) h_\alpha(\omega). \end{aligned} \quad (156)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  — импульс фотона;  $P_\alpha$  — оператор проектирования на состояние с квантовыми числами  $\alpha \equiv (2J, 2T)$ , где  $J(T)$  — полный момент (изоспин)  $\pi N$ -системы. Также

$$h_\alpha(\omega) = (1/q^3) \exp(i\delta_\alpha) \sin \delta_\alpha; \quad \omega^2 = \mathbf{q}^2 + m^2, \quad (157)$$

$\delta_\alpha$  — фаза  $\pi N$ -рассеяния в канале с квантовыми числами  $\alpha$ . Первый член в квадратных скобках в (156) обусловлен контактным взаимодействием  $\mathbf{j}_I \cdot \mathbf{A}$  в (153). Он совпадает с пороговым значением отрицательно-частотной части нуклонной борновской амплитуды рис. 4, а, б. Второй член отвечает вкладу вершины  $\mathbf{j}_\pi \cdot \mathbf{A}$ . В этом приближении амплитуда (156) совпадает с борновским

приближением (19а) для амплитуды фоторождения пиона (без учета вклада от магнитного момента нуклона).

Третий член в (156) учитывает сильное взаимодействие *p*-волнового пиона с нуклоном в конечном состоянии, которое теория Чу — Лоу удовлетворительно описывает в приближении эффективного радиуса.

*Изовекторные обменные токи.* Используя амплитуду (156), можно построить оператор обменного тока. Графически он представлен на рис. 2, в — *δ* и 3, ж, з. Такой оператор обменного тока применили Гари и Хафмен [54], а затем Такур и Фолди [53] при расчетах реакции



с тепловыми нейтронами ( $v_n = 2200$  м/с).

В этой реакции было замечено [55], что экспериментальное сечение [56]

$$\sigma_{\text{exp}} = (334,2 \pm 0,5) \text{ мб} \quad (159)$$

отличается на  $\approx 10\%$  от теоретического эффективного сечения, рассчитанного в импульсном приближении:

$$\sigma_{IA} = (302,5 \pm 4,0) \text{ мб.} \quad (160)$$

Впервые эту разницу объяснили Риска и Браун [57]. Они учли обменный ток, сходный с током, использованным в [53, 54], но борновскую часть амплитуды фоторождения взяли из низкоэнергетической теоремы, а ток с возбуждением изобары рассчитали в кварковой модели.

Расчеты, проведенные в работах [53, 54] (см. также [58]), подтвердили результат Риски и Брауна. При этом оказалось, что  $\sim 65\%$  эффекта определяются первыми двумя членами в (156), а остальные  $\sim 35\%$  — током с возбуждением изобары. Решающим моментом здесь, однако, является учет примеси *D*-волн в дейтонной волновой функции, ибо поправки от обменных токов возникают в основном за счет этой волны. В качестве примера конкретного расчета для реакции (158) представим результаты работы [59], полученные с учетом нарушения зарядовой независимости ядерных сил в  $^1S_0$ -канале. Потенциал *n* — *p*-взаимодействия был подобран так, чтобы он описывал экспериментальное значение длины *n* — *p*-рассеяния,  $a_{np} = -23,72$  фм. Результаты расчетов для реакции  $n + p \rightarrow d + \gamma$  с включением обменных токов представлены ниже [59] (вклад от этих токов приведен в процентах, вклад  $\delta_{\Delta}^{SD}$  от обменного тока с возбуждением изобары представлен отдельно; дейтонная волновая функция рассчитана с использованием потенциала RHC [60],  $\sigma_{IA}$  — эффектив-

твное сечение в импульсном приближении):

$\sigma_{IA}$ , мб	$\delta^{SS}$	$\delta^{SD}$	$\sigma_1$ , мб	$\delta_{\Delta}^{SD}$	$\sigma_T$ , мб
305,6	1,71	1,30	324,3	1,84	335,9

Заметим, что приведенное значение  $\sigma_{IA}$  хорошо согласуется со значением (160), которое для  $\sigma_{IA}$  получил Нойес [55].

По-видимому, в большей степени, чем в реакции (158), обменные токи проявляют себя в аналогичной реакции захвата тепловых нейтронов дейтерием:



Однако теоретические и экспериментальные неопределенности здесь больше, чем в реакции (158). Результаты измерений эффективного сечения представлены в табл. 1, заимствованной из работы [61]. Видно, что данные, полученные активационным методом

Таблица 1

Результаты измерений эффективного сечения  $\sigma_{exp}$  для реакции  
 $n + d \rightarrow t + \gamma$

Год	1952	1963	1963	1968	1979
$\sigma_{exp}$ , мб	0,570 (10)	0,353 (35)	0,600 (50)	0,520 (9)	0,487 (24)
Метод	Активаци- онный [62]	$n, \gamma$ [63]	$n, \gamma$ [64]	Активаци- онный [65]	$n, \gamma$ [61]

по выходу трития, находятся в удовлетворительном согласии между собою (в пределе трех стандартных отклонений они совпадают). Точность данных, полученных по выходу  $\gamma$ -квантов значительно хуже.

Отметим, что данные работы [61] являются предварительными.

Расчеты Хаджимайкла, [66] (см. также [67]) показали, что сечение в импульсном приближении:

$$\sigma_{IA} = 0,29 \text{ мб}, \quad (162)$$

в то время как учет обменных токов, рассчитанных в рамках метода проекций, привел к результату:

$$\sigma_I = 0,52 \pm 0,05 \text{ мб}. \quad (162a)$$

Мы видим, что обменные токи здесь меняют результат приблизительно на 100%. Как и в случае реакции (158), учет тензорных сил в расчетах ядерной волновой функции оказался важным: наличие примеси  $D$ -волны объясняет  $\sim 40\%$  эффекта. Сумма

вкладов от тока отдачи и перенормировки волновой функции приводит к 9%-й добавке в  $\sigma_T$ .

Изовекторные электромагнитные токи также удовлетворительно объясняют экспериментальное значение изовекторного магнитного момента системы трех связанных нуклонов  $\mu_V^{\text{exp}} = 2,55354$  яд. магн.:

$$\begin{aligned} \mu_V^{\text{exp}} &= \frac{1}{2} [\mu(^3\text{H}) - \mu(^3\text{He})] = \\ &= \frac{1}{2} (1 + \kappa_V) \left( p_S - \frac{1}{3} p_{S'} + \frac{1}{3} p_D \right) - \frac{1}{6} p_D + \delta_{\mu_V}. \end{aligned} \quad (163)$$

Здесь примеси  $S$ -,  $S'$ - и  $D$ -волны в волновой функции трех связанных нуклонов нормированы условием  $p_S + p_{S'} + p_D = 1$ . Первые два члена в (163) отвечают расчетам с током в импульсном приближении, а  $\delta_{\mu_V}$  — возможная поправка. В работе [68] примеси  $S$ -,  $S'$ - и  $D$ -волны получены из решения уравнений Фаддеева с потенциалом RSC [60]:

$$p_S = 0,897; \quad p_{S'} = 0,017; \quad p_D = 0,086. \quad (164)$$

Тогда из (163) для поправки  $\delta_{\mu_V}^{\text{exp}}$  имеем следующее значение:

$$\delta_{\mu_V}^{\text{exp}} = 0,401 \text{ яд. магн.} \quad (165)$$

Расчет [68] (см. также [69]) поправки с использованием оператора двухчастичного тока, полученного в методе  $S$ -матрицы, находится в удовлетворительном согласии с (165):

$$\delta_{\mu_V}^T = 0,419 \text{ яд. магн.} \quad (166)$$

В приведенных выше расчетах электромагнитных изовекторных токов обменные эффекты составляют 10—15% от вклада импульсного приближения, а для реакции (161) даже сравнимы с этим вкладом.

В реакции электрорасщепления дейтона



эффект обменных токов может даже на порядок превышать импульсное приближение [70—72]. Приведенная реакция удобна тем, что расщепление дейтона происходит за счет виртуального фотона, энергия и импульс которого не связаны друг с другом. Эта, дополнительная по сравнению с реакцией  $\gamma + d \rightarrow n + p$ , степень свободы позволяет выбрать такую геометрию эксперимента, в которой вклад обменных токов в сечение  $d^2\sigma/d\Omega dE_f$  ( $E_f$  — энергия рассеянного электрона) проявляется максимально: электроны рассеиваются назад ( $\theta = 180^\circ$ ) и относительная энергия  $E_{np}$  системы  $n — p$  не превышает нескольких мегаэлектронвольт.

Для реакции (167) оператор обменного тока рассчитывался в рамках теории  $S$ -матрицы [70] или по статической модели Чу — Лоу [71], т. е. были учтены пионный и контактный токи и ток с возбуждением  $\Delta$  (1236)-изобары. В работе [72] ток возбуждения изобары не рассматривался, но вместо него учитывались в импульсном приближении примеси  $N\Delta$  (1236)-,  $NN'$  (1470)- и  $\Delta$  (1236)  $\Delta$  (1236)-конфигураций в волновой функции дейтона. Так как передаваемый импульс в данной реакции может быть значительным, то следует удерживать зависимость от него в тех вершинах, в которых фотон взаимодействует с нуклоном или мезоном.

На рис. 12, заимствованном нами из [72], представлены расчеты для реакции (167). Из него хорошо видно, что предсказание импульсного приближения для передаваемого импульса  $k^2 = 10 \text{ fm}^{-2}$  примерно в десять раз меньше, чем экспериментальное значение  $k_i^2 d^2\sigma/d\Omega dE_f$ , которое хорошо согласуется с расчетами, учитывающими обменные токи ( $k_i$  — импульс падающего электрона).

Обменные токи в реакции (167) отчетливо проявляются в спектре  $d^2\sigma/d\Omega dE_f$  и при других значениях угла рассеяния электронов ( $\theta \geq 90^\circ$ ) для энергий  $E_{np}$ , близких к пороговой [73, 74].

Из сказанного с очевидностью следует, что существование изовекторных обменных токов установлено достаточно надежно.

*Изоскалярные обменные токи.* Совсем другая картина в случае изоскалярных обменных токов. Их роль хорошо иллюстрируется на примере магнитного момента дейтона. В импульсном приближении

$$\mu_D^{IA} = (1 + \kappa_s) (1 - (3/2) p_D) + (3/4) p_D \text{ яд.магн,} \quad (168)$$

где  $p_D$  — примесь  $D$ -волны в дейтоне:

$$p_D = \int_0^\infty w^2(r) dr. \quad (169)$$

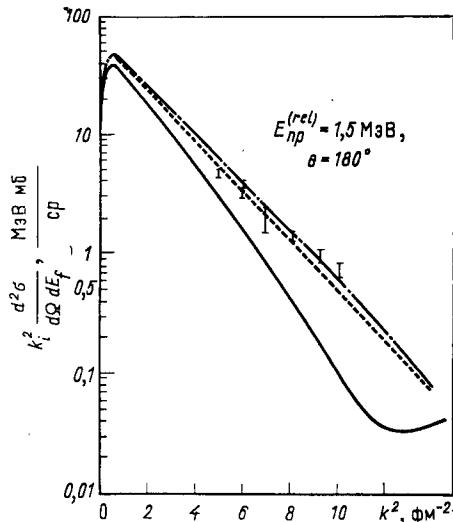


Рис. 12. Двойное дифференциальное сечение для реакции  $e + d \rightarrow e' + n + p$   
— импульсное приближение; — — — учтены обменные токи [72]

## Экспериментальное значение момента

$$\mu_D^{\text{exp}} = \mu_D^{IA} + \delta\mu_D = 0,8574 \text{ яд. магн.} \quad (170)$$

Величина  $p_D$  известна относительно плохо (4—8%), ибо заметная часть  $p_D$  обусловлена вкладом малых расстояний, где волновая функция недостаточно изучена. Если принять, что  $\delta\mu_D = 0$ , то из (170) получим  $p_D = 3,9\%$ . Однако реалистические потенциалы [60, 75—77] приводят к следующему интервалу значений  $p_D$ :

$$5,5\% \leq p_D \leq 7\%. \quad (171)$$

При этих значениях  $p_D$  поправка  $\delta\mu_D$  меняется в пределах:

$$0,009 \leq \delta\mu_D \leq 0,0176 \text{ яд. магн,} \quad (172)$$

т. е. коррекция на неаддитивность нуклонных магнитных моментов в дейтерии оказывается порядка 1—2%, что много меньше, чем радиационные поправки в случае изовекторных токов. Рас считать такую малую величину трудно, так как заметный вклад в нее дают, кроме однопаронных обменных токов, однобозонные ( $\rho$ ,  $\omega$ )-обменные токи, релятивистские поправки к импульсному приближению и, возможно, двухбозонные обменные токи. Хотя этой проблеме было посвящено много работ [7—9, 47, 78, 79], ее нельзя считать решенной, ибо она непосредственно связана с динамикой взаимодействия двух нуклонов на малых расстояниях, удовлетворительная теория которой в настоящее время отсутствует. Сложность проблемы можно проследить на расчетах, проведенных в недавних работах [47, 78, 79].

В своей работе [47] Фраяр сделал попытку решить согласованным образом проблему магнитного момента дейтона, используя гамильтониан (150) — (152), причем в  $H_{NS}$  он включил еще и члены  $\sim f/M^2$ . Они также зависят от параметра смешивания  $\mu$  (вопрос об унитарной свободе рассматривался также в работе [37]).

В отличие от изовекторных обменных токов изоскалярные обменные токи являются релятивистской поправкой к импульсному приближению (поэтому вклад от них мал) и существенно зависят от параметра  $\mu$ . Так как матричный элемент не должен зависеть от  $\mu$ , важно, чтобы волновая функция была построена согласованным образом (потенциал должен конструироваться с использованием того же гамильтониана, что и обменные токи). Для  $\delta\mu_D$  Фраяр получил следующее выражение [47]:

$$\delta\mu_D^F = \delta\mu_D^0 + \frac{3}{2} \left( \kappa_S + \frac{1}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{f^2}{mM} \mu \int_0^\infty w [u(h_0'' - 3h_0'/r) + 2u'h_0'] dr. \quad (173)$$

Для точечного нуклона  $h_0 = \exp(-mr)/mr$ . Член  $\delta\mu^0$  не зависит от  $\mu$ . Проблема состоит в том, чтобы найти волновую функцию хотя бы для одного значения  $\mu$ . Наиболее простым является выбор  $\mu = -1$ , поскольку ядерный потенциал, построенный по гамильтониану (150) — (152), в этом случае близок по виду к статическому потенциалу типа Рейда [60] (при  $\mu = -1$  в  $\mathcal{H}_{NS}$  (152) отсутствуют члены, содержащие  $\dot{\phi}$  и  $\sigma \cdot p$ ). Тогда [47]

$$\Psi(\mu) \approx (1 - iU_E) \Psi(-1) \equiv \Psi_0 + \Delta\Psi, \quad (174)$$

где

$$\begin{aligned} U_E = & -\frac{3}{32\pi} \frac{f^2}{mM} (1+\mu) \{ [(\sigma_1 \cdot p), (\sigma_2 \cdot \nabla h_0)]_+ + \\ & + [(\sigma_2 \cdot p), (\sigma_1 \cdot \nabla h_0)]_+ \}, \end{aligned} \quad (175)$$

$$\Delta p_D = 2 \int w_0 \Delta w \approx \frac{V\bar{2}}{4\pi} \frac{f^2}{mM} (1+\mu) \int_0^\infty w_0 [u_0 (h_0'' - 3h_0'/r) + 2u_0'h_0'] dr. \quad (176)$$

Из (168), (170) и (176) видно, что члены, зависящие от  $\mu$  в  $\delta\mu_D^F$  и  $\Delta p_D$ , взаимно компенсируются. Структура преобразования  $U_E$  указывает, что изменение волновой функции происходит только на малых расстояниях. Если  $\mu = 1$ , то для волновой функции RSC [60] получим изменение  $\Delta p_D = +1,7\%$ . На столько же уменьшится значение  $\delta\mu_D^F$ .

В данном случае только полный матричный элемент, определяющий магнитный момент дейтона, не зависит от  $\mu$ , и, следовательно, только он является наблюдаемой величиной. Как примесь  $D$ -волны в дейтоне, так и поправка  $\delta\mu_D^F$  по отдельности ненаблюдаемы и являются только расчетными величинами.

Таким же образом можно найти поправку от обменных токов  $F_c^x(k^2)$  к зарядовому форм-фактору:

$$\left. \begin{aligned} F_c(k^2) &= F_c^{IA}(k^2) + F_c^\pi(k^2); \\ F_c^{IA}(k^2) &= G_E^S \int_0^\infty C(r) j_0(kr/2) dr; \\ F_c^\pi(k^2) &= \frac{f^2}{16\pi m M} [4G_M^S - (\mu + 1) G_E^S] \times \\ &\times \int_0^\infty h_0'(r) k j_1(kr/2) [C(r) + 4V\bar{2}Q(r)] dr; \end{aligned} \right\} \quad (177)$$

$$C(r) = u^2(r) + w^2(r); \quad Q(r) = w(r) [u(r) - (1/V\bar{8})w(r)],$$

где  $G_E^S$  ( $G_M^S$ ) — изоскалярный электрический (магнитный) форм-фактор. Опять только сумма  $F_c^{IA}(k^2)$  и  $F_c^{\pi}(k^2)$  не зависит от  $\mu$  ( $F_c^{IA}$  зависимость от  $\mu$  входит через волновую функцию).

Чувствительность вычислений к значению параметра  $\mu$  требует согласованных расчетов волновых функций (потенциалов) и всех остальных величин. Однако на данном этапе развития теории это нереально. Поэтому необходима осторожность при интерпретации численных результатов в тех случаях, когда промежуточные вычисления существенно зависят от выбора  $\mu$ . Кроме уже рассмотренного случая магнитного момента дейтона, такая ситуация имеет место, по-видимому, также в случае изоскалярного магнитного момента связанного состояния трех нуклонов.

Хаджимайкл [78] рассчитал поправки к импульсному приближению для магнитного и квадрупольного моментов дейтона. Операторы обменных токов однобозонного  $(\pi, \rho, \omega)$ -обмена он построил в рамках метода проекций. Кроме того, он учел поправки от членов более высокой степени по  $1/M$  в операторе одночастичного тока, поправки от минимальной подстановки  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - ie\mathbf{A}$  в той части ядерного потенциала, которая зависит от импульсов нуклонов, а также поправки от изobarных конфигураций в дейтоне. В своих расчетах Хаджимайкл использовал целый ряд реалистических потенциалов — полуфеноменологических и типа однобозонного обмена, дающих примесь  $p_D$  в интервале:

$$4,57\% < p_D < 7,52\%. \quad (178)$$

Однако ни для одного потенциала ему не удалось достичь согласия теоретических предсказаний с экспериментальными данными одновременно для магнитного и квадрупольного моментов. Так, например, используя дейтонную волновую функцию RSC [60] ( $p_D = 6,47\%$ ), он получил

$$\delta\mu_D^T = 0,0152; \quad \delta Q_D^T = 0,0131. \quad (179)$$

Эти значения следует сравнить с

$$\delta\mu_D = \mu_D^{\text{exp}} - \mu_D^{IA} = 0,0143; \quad \delta Q_D = Q_D^{\text{exp}} - Q_D^{IA} = 0,0060. \quad (180)$$

Разница между рассчитанным значением  $\delta Q_D^T$  и  $\delta Q_D$  намного превышает экспериментальную погрешность в  $Q_D^{\text{exp}} = 0,2860 \pm \pm 0,0015 \text{ фм}^2$ . Исходя из этого Хаджимайкл заметил, что ситуацию мог бы исправить учет вкладов от двухбозонных обменных токов. Отметим, что расчеты Хаджимайкла отвечают значению  $\mu = -1$ .

Расчет поправки от двухбозонных обменных токов к магнитному моменту дейтона был сделан Джаяусом [79] в рамках формализма квазипотенциальных уравнений [42, 80—88]. В принципе в этой схеме также можно согласованным образом построить

потенциал (волновую функцию) и матричный элемент оператора тока между двумя связанными состояниями [89, 90].

Для определенности рассмотрим взаимодействие связанного состояния двух нуклонов (дейтона) с током. Волновая функция дейтона удовлетворяет уравнению

$$\left(2M - M_D + \frac{\mathbf{p}^2}{M}\right)\varphi(\mathbf{p}) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k V(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \varphi(\mathbf{k}),$$

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = (M^2/E_p E_k)^{1/2} \bar{u}_1(p) \bar{u}_2(-p) \tilde{V}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) u_1(k) u_2(-k), \quad (181)$$

где  $M_D$  — масса дейтона,  $E_q^2 = \mathbf{q}^2 + M^2$ . Уравнение (181) было получено из уравнения Бете — Солпитера [91] редукцией Бланкенбеклера — Шугара [81].

Матричный элемент оператора тока  $\hat{J}_\mu$  между двумя связанными состояниями имеет следующий вид:

$$\langle P | \hat{J}_\mu(0) | Q \rangle = \frac{1}{2M_D} \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3p' d^3p'' \varphi^* \left( \mathbf{p}'' - \frac{1}{4} \mathbf{q} \right) \times \\ \times \Lambda_\mu^{++} \left( \mathbf{p}'' - \frac{1}{4} \mathbf{q}, \mathbf{p} + \frac{1}{4} \mathbf{q} \right) \varphi \left( \mathbf{p}' + \frac{1}{4} \mathbf{q} \right);$$

$$\Lambda_\mu^{++}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \left( \frac{M^2}{E_p E_q} \right)^{1/2} \bar{u}_1(p) \bar{u}_2(-p) \hat{\Lambda}_\mu(p, q) u_1(q) u_2(-q); \quad (182)$$

где

$$P \equiv ((1/2) \mathbf{q}, iM_D); \quad Q \equiv (- (1/2) \mathbf{q}, iM_D); \quad \hat{p} \equiv (\mathbf{p}, 0); \quad \hat{q} \equiv (\mathbf{q}, 0).$$

Потенциал  $\tilde{V}$  и ток  $\hat{\Lambda}_\mu$  можно представить в виде ряда по числам бозонных обменов:

$$\tilde{V} = \tilde{V}^{(1)} + \tilde{V}^{(2)} + \dots; \quad (183a)$$

$$\hat{\Lambda}_\mu = \hat{\Lambda}_\mu^{(0)} + \hat{\Lambda}_\mu^{(1)} + \hat{\Lambda}_\mu^{(2)} + \dots \quad (183b)$$

Ток  $\hat{\Lambda}_\mu^{(0)}$  — одиночастичный. Если в (182) подставить  $\hat{\Lambda}_\mu = \hat{\Lambda}_\mu^{(0)}$ , то получим импульсное приближение. По аналогии  $\hat{\Lambda}_\mu^{(1)} (\hat{\Lambda}_\mu^{(2)})$  представляет собой обменный ток в однобозонном (двуихбозонном) приближении. Операторы обменных токов можно построить на основе теоретико-полевой амплитуды процесса

$$N + N \rightarrow N + N + \gamma.$$

Оператор тока двухбозонного обмена [79] представлен на рис. 13.

Из рис. 13, *a* нужно удалить ту часть, которая уже учтена в волновой функции. Обратим внимание на то, что в элементарные вершины ( $\pi NN$ ,  $\rho NN$ ,  $\dots$ ) необходимо включать зависимость от передаваемого импульса (вводить форм-факторы). Она обеспе-

чивает сходимость диаграмм. Так, например, вершину  $N(p_1) + \pi^n(q) \rightarrow N(p_2)$  Джус описал псевдовекторным взаимодействием

$$-(f/m)\tau_n\gamma_\mu q_\mu\gamma_5 F_\pi(-q^2), \quad (184)$$

где

$$F_\pi(-q^2) = (\Lambda_\pi^2 - m^2)/(\Lambda_\pi^2 + q^2); \quad \Lambda_\pi^2 \approx 72m^2. \quad (185)$$

Важным оказывается выбор форм-фактора для  $\rho NN$ -вершины. Векторная доминантность предсказывает следующую импульсную

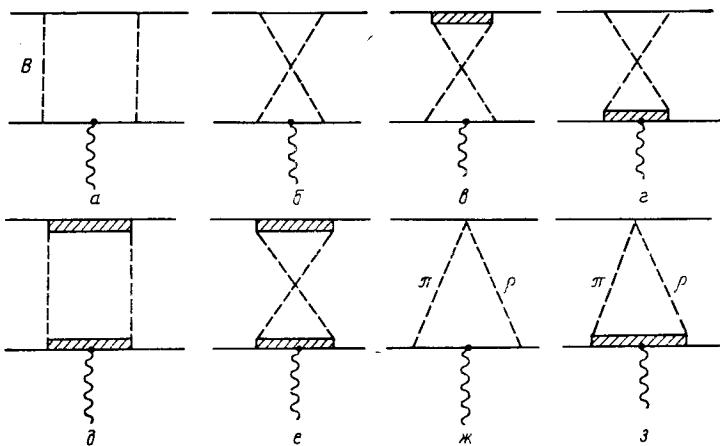


Рис. 13. Оператор тока двухбозонного обмена.

Жирная линия соответствует  $\Delta$  (1236)-изобаре, волнистая — току  $\bar{J}_\mu$ . Возможен обмен бозоном  $B$  ( $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ )

зависимость форм-фактора:

$$F_\rho(-q^2) = \Lambda_\rho^2/(\Lambda_\rho^2 + q^2), \quad \Lambda_\rho \approx 1450 \text{ МэВ.} \quad (186)$$

Этот выбор явно предпочтительнее нормировки:

$$F_\rho(-q^2) = (\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2)/(\Lambda_\rho^2 + q^2), \quad (187)$$

ибо расчеты с форм-фактором (187) очень чувствительны к значению  $\Lambda_\rho$ . Для форм-фактора (186) и  $\Lambda_\rho$ , взятого из интервала

$$1200 \text{ МэВ} \leq \Lambda_\rho \leq 1800 \text{ МэВ}, \quad (188)$$

результаты практически стабильны.

Используя дейтонную волновую функцию RSC [60], Джус получил от двухбозонного тока поправку

$$\Delta\mu_D^{(2)} = 0,0093 \text{ яд. магн.} \quad (189)$$

Кроме того, он вычислил релятивистскую поправку к импульсному приближению

$$\Delta\mu_D^{(0)} = -0,0093 \text{ яд. магн}, \quad (190)$$

которая полностью компенсирует эффект от двухбозонного обменного тока (189). Из-за этого сокращения весь эффект сводится к вкладу от тока однобозонного обмена [45, 92]

$$\Delta\mu_n^{(1)} = 0,0116 \text{ яд. магн} \quad (191)$$

и перенормировки волновой функции за счет высших поправок

$$\Delta\mu_D = [\mu_D/(1 + \kappa_s - \Delta\mu'')] \Delta\mu''; \quad \Delta\mu'' = -0,0216. \quad (192)$$

В результате для поправки к магнитному моменту дейтона получаем следующее значение:

$$\delta\mu_D^J = 0,013 \text{ яд. магн}, \quad (193)$$

которое попадает в середину интервала (172).

Однако в работе Джуса [79] интервал допустимых значений  $p_D$  уже

$$6,17\% \leq p_D \leq 6,75\%. \quad (171a)$$

Крайние точки этого промежутка отвечают значениям  $p_D$  от потенциалов [76, 77], рассчитанных с частичным использованием дисперсионной теории. Соответственно для  $\delta\mu_D$  вместо интервала (172) имеем

$$0,012 \leq \delta\mu_D \leq 0,016 \text{ яд. магн}. \quad (172a)$$

Для значений  $\Lambda_\pi < 1100$  МэВ поправка  $\delta\mu_D^J$  находится вне промежутка (172a) [79].

Заметим, что такого рода расчеты существенно выходят за рамки низкоэнергетических теорем. Кроме того, возникает вопрос о согласованности процедуры прямого введения форм-факторов в вершины петлевых диаграмм Фейнмана с фундаментальными требованиями калибровочной инвариантности и унитарности. Эта проблема в работе Джуса не обсуждается. Даже если подход Джуса с этой точки зрения корректен, неясно, почему следует ограничиться двухбозонным приближением. Действительно, сравнение вкладов однобозонного и двухбозонного приближений (191) и (189) показывает, что они одного и того же порядка. Под вопросом также выбор перенормировки (192).

*Большие переданные импульсы.* До сих пор мы обсуждали в основном эффект от обменных токов в области пороговых энергий. Несмотря на указанные трудности, имеется много работ [43—45, 93, 94] (см. также [10—17]) по учету вклада обменных токов в электромагнитные форм-факторы легчайших ядер при

больших передаваемых импульсах. Довольно подробные расчеты были проделаны [43, 45] для электромагнитных форм-факторов дейтона  $A(k^2)$ ,  $B(k^2)$ , входящих в дифференциальное сечение упругого  $e - d$ -рассеяния (121):

$$d\sigma/d\Omega = (d\sigma/d\Omega)_{\text{Mott}} [A(k^2) + B(k^2) \tan^2(\theta/2)]. \quad (194)$$

Эти расчеты показали, что при больших значениях  $k^2$  вклад от изоскалярных обменных токов может быть значительным и приводит к улучшению согласия с экспериментальными данными вплоть до значений  $k^2 \sim 40 \text{ fm}^{-2}$ .

Однако согласия такого же качества можно достигнуть [93] в рамках квазипотенциального уравнения Гросса и без учета обменных токов, что в свете проведенных нами обсуждений лишний раз подчеркивает неопределенности, связанные с учетом изоскалярных обменных токов.

В связи с рассмотрением форм-факторов при больших

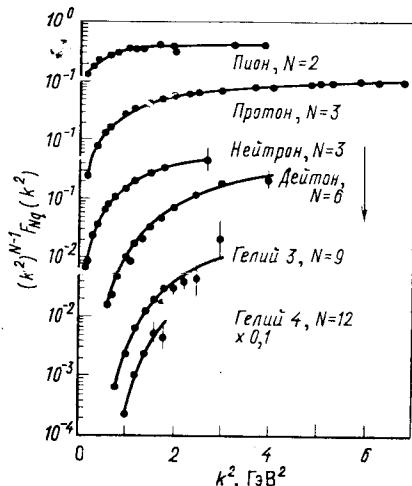


Рис. 14. Упругие форм-факторы адронов и легчайших ядер для больших  $k^2$ , деленные на асимптотику (195) [93]

передаваемых импульсах интенсивно обсуждается возможность их описания в терминах новой, кварковой ядерной физики [95—97]. В рамках правила кваркового счета [98—99] форм-фактор системы, состоящей из  $N$  кварков, в асимптотической области имеет следующее поведение:

$$F_{N_q}(k^2) \sim (k^2)^{1-N}. \quad (195)$$

Такое поведение для  $F_{N_q}$  также предсказывается в модели релятивистского гармонического осциллятора [100]:

$$F_{N_q}(k^2) = \left(1 + \frac{k^2}{2M_{N_q}^2}\right)^{1-N} \exp\left(-\frac{N-1}{4\alpha_N} \frac{k^2}{1+k^2/2M_{N_q}^2}\right), \quad (196)$$

где  $M_{N_q}$  — масса системы  $N$  кварков,  $\alpha_N = N^{3/2}k$  и  $k$  — коэффициент упругости осциллятора.

В работе [93] представлены результаты измерения значений упругих форм-факторов адронов ( $\pi$ ,  $n$ ,  $p$ ) и легчайших ядер [нормированных на асимптотику (195)]. Как видно из рис. 14,

для дейтона асимптотический режим достигается при значениях  $k^2 > 4$  (ГэВ)<sup>2</sup>, для ядер  ${}^3\text{He}$  ( $N = 9$ ) и  ${}^4\text{He}$  ( $N = 12$ ) данные имеются только в предасимптотической области. Поэтому можно сказать, что кварковая структура ядер  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  мало проявляется вплоть до расстояний  $\sim 0,1$  фм. Кроме того, сравнение предсказаний модели кварков с имеющимися данными для дейтонных форм-факторов преждевременно: эти данные фактически находятся еще только на краю асимптотической области.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Здесь мы постараемся перечислить основные моменты изложенного в обзоре материала и дать краткую сравнительную характеристику различных подходов к построению операторов обменных токов.

В обзоре преимущественно рассматривались проблемы векторных обменных токов. Следуя историческому развитию, мы начали с обсуждения формализма Шемтоба—Ро (формализма  $S$ -матрицы, см. разд. 1). Исходя из низкоэнергетической теоремы типа теоремы Адлера, изучили свойства базисного элемента, входящего в оператор двухчастичного обменного тока: амплитуды рождения пиона на нуклоне аксиальным и векторным токами. Рассматривались два предела: предел мягкого пиона и предел мягкого тока. Аналогичный подход был применен непосредственно к оператору обменного тока. Это позволило на единой основе обсудить теорему Зигерта как для векторного, так и для аксиального токов.

В методе  $S$ -матрицы конечная и начальная пары нуклонов, координаты которых входят в определение оператора обменного тока, трактуются как свободные. В разд. 2 и 3 показано, что последовательное исключение мезонных степеней свободы из ядерной волновой функции в рамках гамильтонова формализма приводит к требованию, чтобы ядерный потенциал и оператор обменного тока строились согласованным образом. Были отмечены две трудности теории.

1. В настоящее время нельзя провести однозначно исключение мезонных степеней свободы из ядерной волновой функции, которая должна быть в конечном счете решением уравнения Шредингера с двухчастичным потенциалом (ср. метод преобразований с методом проекций, разд. 2). Эта неоднозначность может проявиться и при построении оператора обменного тока, особенно в случае больших передаваемых импульсов.

2. Природа  $\pi NN$ -связи не изучена до конца, поэтому с помощью преобразования Дайсона всегда можно ввести линейную комбинацию псевдоскалярной и псевдовекторной  $\pi NN$ -связи с неопределенным параметром смешивания (унитарная свобода). Так как  $\pi NN$ -вершина входит и в оператор потенциальной энергии,

и в оператор обменного тока, то, вообще говоря, оба эти оператора должны строиться согласованным образом. На данном уровне развития теории этого также не удается сделать.

Отметим, что существует значение параметра  $\mu$ , для которого оператор обменного тока, построенный в рамках гамильтонова формализма, совпадает с оператором обменного тока, полученного методом  $S$ -матрицы.

В том случае, если оператор обменного тока достаточно знать с точностью до членов  $\sim (v/c)^2$  включительно, унитарная свобода не проявляется (зависимости от  $\mu$  нет). При этом контактный член (см. рис. 7, *в*) и пионный ток (см. рис. 7, *г*), построенные методом  $S$ -матрицы, совпадают с теми же операторами, построенными методом унитарных преобразований и методом проекций (см. рис. 9, *а* — *д*). Такая ситуация имеет место для векторных изовекторных обменных токов.

На примере расчетов магнитного момента дейтона в разд. 3 продемонстрировано, что унитарная свобода может существенно проявиться и при рассмотрении изоскалярных обменных токов.

При сравнении предсказаний теории с экспериментальными данными (разд. 3) мы сначала обсуждали векторные изовекторные обменные токи. Здесь вывод однозначный: их существование доказано вне всякого сомнения. Их нужно знать лишь с точностью до членов  $(v/c)^2$ ; предсказания как метода  $S$ -матрицы, так и метода, исходящего из гамильтонова формализма (статическая теория Чу — Лоу для амплитуды рождения пиона), практически совпадают между собой и хорошо согласуются с существующими данными по реакциям  $n + p \rightarrow d + \gamma$ ,  $n + d \rightarrow {}^3\text{H} + \gamma$  (нейтроны — тепловые),  $e + d \rightarrow n + p + e'$  (большие углы рассеяния), а также с данными по изовекторному магнитному моменту связанного состояния трех нуклонов. Можно считать, что векторные изовекторные обменные токи прочно вошли в ядерную физику.

Совсем другая картина в случае изоскалярных векторных обменных токов. Они представляют собой лишь малую релятивистскую поправку к импульльному приближению, причем их вклад существенно зависит от параметра унитарной свободы. Поэтому их трудно выделить на фоне других релятивистских эффектов того же порядка малости. Фактически, надежной теории здесь пока нет. По-видимому, проблема изоскалярных обменных токов непосредственно связана с проблемой построения самосогласованной релятивистской ядерной физики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Condon E. V., Breit G.— Phys. Rev., 1936, v. 49, p. 904.
2. Siegert A. J. F.— Phys. Rev., 1937, v. 52, p. 787.
3. Chemtob M.— In: Mesons in Nuclei. Amsterdam, North-Holland, 1979, p. 555.

4. Friar J. L.— Preprint Los Alamos Sci. Lab., 1979, LA—UR—79—2658; Friar J. L., Fallieros S.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, p. 2571.
5. Dubach J. H. e.a.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 271, p. 279.
6. Ivanov E., Truhlik E.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 316, p. 437; p. 451.
7. Dogotar G. E., Eramzhyan R. A., Truhlik E.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 326, p. 225.
8. Hošek J., Truhlik E.— Preprint INP Czech. Acad. Sci., Řež, 1979.
9. Truhlik E.— In: Intern. Symp. on Few Particles Problems in Nuclear Physics. Dubna, 1979.
10. Hadjimichael E. e.a. In: Proc. of the June Workshop in Intermediate Energy Electromagnetic Interaction with Nuclei, Cambridge, MIT, 1977.
11. Green A. M.— Rept. Progr. Phys., 1976, v. 39, p. 1109.
12. Карманов В. А., Шапиро И. С.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 2, с. 327.
13. Baier H.— Fortschr. Phys., 1979, v. 27, p. 208.
14. Mesons in Nuclei. Amsterdam, North-Holland, 1979.
15. Lecture Notes in Physics. V. 86. Berlin, Springer, 1978.
16. AIP Conf. Proceedings. N. 54. Ed. by Hungerford E. V. N. Y., 1979.
17. Lecture Notes in Physics. V. 108. Berlin, Springer, 1979; High Energy Physics and Nuclear Structure. Amsterdam, North-Holland, 1980.
18. Chemtob M., Rho M.— Nucl. Phys. A, 1971, v. 163, p. 1.
19. Adler S. L.— Ann. Phys., 1968, v. 50, p. 189.
20. Gourdin M.— Phys. Repts., 1974, v. 11, p. 29.
21. Low F. E.— Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 974.
22. Kroll N. M., Ruderman M. A.— Ibid., 1954, v. 93, p. 233.
23. Schnitzer H. J., Weinberg S.— Ibid., 1967, v. 164, p. 1828.
24. Schwinger J.— Phys. Lett. B, 1967, v. 24, p. 473; Wess J., Zumino B.— Phys. Rev., 1967, v. 163, p. 1727; Lee B. W., Nieh H. J.— Phys. Rev., 1968, v. 166, p. 1507; Ogievetsky V. I., Zupnik B. M.— Nucl. Phys. B., 1970, v. 24, p. 612.
25. Адлер С., Дащен Р. Алгебры токов и их применение в физике частиц. Пер. с англ. М., Мир, 1970.
26. Вайнштейн А. И., Захаров В. И.— Успехи физ. наук, 1970, т. 100, с. 225.
27. Weinberg S.— Phys. Rev., 1969, v. 177, p. 2604.
28. Gasiorowicz S., Geffen D. A.— Rev. Mod. Phys., 1969, v. 41, p. 531.
29. Adler S. L., Dothan Y.— Phys. Rev., 1966, v. 151, p. 1267.
30. Бардин Д. Ю., Иванов Е. А.— ЭЧАЯ, 1976, т. 7, вып. 3, с. 726.
31. Adler S. L.— Phys. Rev. B, 1965, v. 140, p. 736; Weisberger W. I.— Phys. Rev., 1966, v. 143, p. 1302.
32. Adler S. L.— Phys. Rev. B, 1965, v. 137, p. 1022; Ibid., 1965, v. 139, p. 1638.
33. Ohtsubo H. e.a.— Progr. Theor. Phys., 1970, v. 44, p. 1596.
34. Futami Y. e.a.— Progr. Theor. Phys. Suppl., 1976, v. 60, p. 83.
35. Ohta K.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 314, p. 333.
36. Gari M., Hyuga H.— Z. Phys. A, 1976, v. 277, p. 291.
37. Gari M.— In: Lecture Notes in Physics. V. 86. Berlin, Springer-Verlag, 1978, p. 41.  
Hyuga H., Gari M.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 274, p. 333.
38. Friar J. L.— Ann. Phys., 1977, v. 104, p. 380.
39. Ohta K., Wakamatsu M.— Progr. Theor. Phys., 1976, v. 55, p. 131.
40. Chemtob M.— In: Mesons in Nuclei. Amsterdam, North-Holland, 1979, p. 555.
41. Arenhövel H.— Nukleonika, 1979, v. 24, p. 273.
42. Riska D. O.— In: Mesons in Nuclei. Amsterdam, North-Holland, 1979, p. 755.
43. Jackson A. D., Lande A., Riska D. O.— Phys. Lett. B, 1975, v. 55, p. 23.
44. Borysowicz J., Riska D. O.— Nucl. Phys. A, 1975, v. 254, p. 301.

45. Gari M., Hyuga H.—Ibid., 1976, v. 264, p. 409.
46. Friar J. L.—Phys. Lett. B, 1977, v. 69, p. 51.
47. Friar J. L.—Phys. Rev. C, 1979, v. 20, p. 325.
48. Foldy L. L., Wouthuysen S. A.—Phys. Rev., 1950, v. 78, p. 29.
49. Chew G. F., Low F. E.—Ibid., 1956, v. 101, p. 1570; p. 1579.
50. Wick G. C.—Rev. Mod. Phys., 1955, v. 27, p. 339.
51. Schweber S. S.—In: An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory. Row, Peterson and Co., Evanston Ill, 1961.
52. Henley E. M., Thirring W. Elementary Quantum Field Theory, N.Y., McGraw-Hill, 1962.
53. Thakur J., Foldy L. L.—Phys. Rev., 1973, v. 8, p. 1957.
54. Gari M., Huffman A. H.—Phys. Rev. C, 1973, v. 7, p. 994.
55. Noyes H. P.—Nucl. Phys., 1965, v. 74, p. 508.
56. Cox A. E., Wynchank S. A. R., Collie C. H.—Ibid., 1965, v. 74, p. 497.
57. Riska D. O., Brown G. E.—Phys. Lett. B, 1972, v. 38, p. 193.
58. Colocci M., Mosconi B., Ricci P.—Ibid., 1973, v. 45, p. 224.
59. Kermod M. W., McKerrell A.—In: Lecture Notes in Physics. V. 82. Berlin, Springer-Verlag, 1978, p. 63.
60. Reid R. V. (Jr.)—Ann. Phys., 1968, v. 50, p. 411.
61. Алфименков В. П. и др.—Препринт ОИЯИ Р3-12667. Дубна, 1979.
62. Kaplan L., Ringo G. R., Wilzbach K. E.—Phys. Rev., 1952, v. 87, p. 785.
63. Trail C. C., Raboy S.—Preprint ANL-6797, 1963, p. 247.
64. Journey E. T., Motz H. T.—Preprint ANL-6797, 1963, p. 236.
65. Merritt J. S., Taylor J. G. V., Boyd A. W.—Nucl. Sci. Eng., 1968, v. 34, p. 195.
66. Hadjimichael E.—Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 183.
67. Phillips A. C.—Nucl. Phys. A, 1972, v. 184, p. 237.
68. Kym Y. E., Tubis A.—Ann. Rev. Nucl. Sci., 1974, v. 24, p. 69.
69. Barroso A., Hadjimichael E.—Nucl. Phys. A, 1975, v. 238, p. 422.
70. Hockett J. e.a.—Ibid., 1978, v. 217, p. 14.
71. Lock J. A., Foldy L. L.—Ann. Phys., 1975, v. 93, p. 276.
72. Fabian W., Arenhövel H.—Nucl. Phys. A, 1976, v. 258, p. 461.
73. Simon G. G. e.a.—Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 739.
74. Simon G. G. e.a.—Nucl. Phys. A, 1979, v. 324, p. 277.
75. De Tourreil T., Rouben B., Sprung D. W. L.—Ibid., 1975, v. 242, p. 445; Holinde K., Machleidt R.—Ibid., 1975, v. 247, p. 495.
76. Lacombe M. e.a.—Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 1495.
77. Jackson A. D., Riska D. O., Verwest B.—Nucl. Phys. A, 1975, v. 249, p. 397.
78. Hadjimichael E.—Ibid., 1978, v. 312, p. 341.
79. Jaus W.—Ibid., 1979, v. 314, p. 287.
80. Brown G. E., Jackson A. D. Nucleon-Nucleon Interaction. Amsterdam, North-Holland, 1979.  
(На рус. яз.: Браун Дж., Джексон А. Д. Нуклон-нуклонное взаимодействие. М., Атомиздат, 1979.)
81. Blankenbecler R., Sugar R.—Phys. Rev., 1966, v. 142, p. 1051.
82. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N.—Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 370.
83. Thompson R. H.—Phys. Rev. D, 1970, v. 1, p. 110.
84. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R.—Nucl. Phys. A, 1972, v. 194, p. 161.
85. Kadyshevsky V. G.—Nucl. Phys. B, 1968, v. 6, p. 125.
86. Gross F.—Phys. Rev., 1969, v. 186, p. 1448.
87. Partovi M. H., Lomon E. L.—Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1999.
88. Chemtob M., Durso J. W., Riska D. O.—Nucl. Phys. B, 1972, v. 38, p. 141.
89. Mandelstam S.—Proc. Roy. Soc. A, 1955, v. 233, p. 248.
90. Faustov R. N.—Ann. Phys., 1973, v. 78, p. 176.
91. Salpeter E. E., Bethe H. A.—Phys. Rev., 1951, v. 84, p. 1932.

92. Gari M., Hyuga H., Sommer B.— Phys. Rev. C, 1976, v. 14, p. 2196.
93. Arnold R. G. In: Lecture Notes in Physics. V. 108. Berlin, Springer-Verlag, 1979, p. 76.
94. Kim Y. E. In: Lectures Notes in Physics. V. 86. Berlin, Springer-Verlag, 1978, p. 197.
95. De Tar C. E.— In: Lecture Notes in Physics. V. 87. Berlin, Springer-Verlag, 1978, p. 113.
96. Brown G. E., Rho M.— Phys. Lett. B, 1979, v. 82, p. 177.
97. Lukyanov V. K., Titov A. I.— In: Intern. Conf. on Extreme States in Nuclear Systems. Dresden, 1980.
98. Brodsky S. J., Farrar G.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1153; Phys. Rev. D, 1975, v. 11, p. 1309.
99. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1973, v. 7, p. 719.
100. Kizukuri Y., Namiki M., Okano K.— Progr. Theor. Phys., 1979, v. 61, p. 559.