

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ АДРОНОВ

В. А. Петрушкин

Физический институт имени П. Н. Лебедева АН СССР, Москва

Обсуждаются результаты теоретических и экспериментальных исследований свойства поляризуемости адронов, полученные в работах последних лет.

In this review the last results concerning theoretical and experimental studies of the polarisability property of hadrons are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Константы электрической α и магнитной β поляризуемости вводятся для феноменологического учета влияния структуры адронов на их двухфотонные взаимодействия при низких энергиях *. Таким образом, поляризуемости адронов α и β выполняют роль, аналогичную среднеквадратичным радиусам распределений заряда $\langle r_E^2 \rangle^{1/2}$ и магнитного момента $\langle r_M^2 \rangle^{1/2}$ при описании однофотонных взаимодействий адронов.

Широко используемое в физике представление о свойстве поляризуемости молекул, атомов и атомных ядер впервые применено к адронам в [1—6] **2. В работах Клейна, А. М. Балдина и автора [1—3а] на основе общих принципов квантовой теории поля рассмотрены ω^2 -члены в разложении по энергии фотона ω амплитуды комптоновского рассеяния (АКР) на адроне со спином 1/2 и доказано, что они зависят от заряда, массы, магнитного момента адрона и двух структурных параметров, получивших название электрической и магнитной дипольных обобщенных поляризуемостей адрона **3. Дисперсионное правило сумм для $\alpha + \beta$, выведенное в работе [2], позволило достаточно точно оценить суммы поляризуемостей «мезонного облака» протона и нейтрона: $\alpha^p +$

* Двухфотонные взаимодействия называют еще двухтоковыми эффектами (см., например, [8]).

**2 Основное содержание работы [2] было доложено на конференции в Падуе — Венеции в сентябре 1957 г.

**3 Далее для краткости слова «дипольная» и «обобщенная» часто опускаются.

$+ \beta^p \approx \alpha^n + \beta^n \approx 11 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ *. Там же из имевшихся в то время экспериментальных данных получены верхняя и нижняя оценки электрической поляризуемости протона: $4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \leq \alpha^p \leq 15 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Из этих оценок следовало, что поляризуемости протона α^p и β^p можно определить, измеряя с точностью несколько процентов дифференциальное сечение γP -рассеяния в области энергий $\omega \leq 100 \text{ МэВ}$ при углах рассеяния $\theta \geq 90^\circ$. В работе [4] был подробно разобран случай адрона со спином 0 и впервые выведены формулы для дипольных обобщенных поляризуемостей нерелятивистской заряженной системы из двух связанных частиц.

Экспериментальное определение поляризуемостей «стабильных» адронов до сих пор считается трудной задачей. Первые данные о поляризуемостях протона $\alpha^p = (9 \pm 2) 10^{-43} \text{ см}^3$ и $\beta^p = (2 \mp 2) 10^{-43} \text{ см}^3$ были получены в пионерской работе В. И. Гольданского, О. А. Карпухина, А. В. Кущенко, В. В. Павловской [7]. В этой работе поляризуемости протона найдены путем подгонки вычисленного с точностью до ω^2 -членов дифференциального сечения [3а] γP -рассеяния, зависящего от двух неизвестных параметров α^p и β^p к значениям сечения, измеренного при углах $\theta \geq 75^\circ$ и средней энергии фотона $\bar{\omega} = 56 \text{ МэВ}$. В работах [5, 6] рассматривалось влияние на упругое рассеяние нейтронов ядрами классического дипольного поляризационного взаимодействия:

$$U^{\text{пол}}(r) = (-1/2) \alpha^n E^2,$$

где α^n — электрическая поляризуемость нейтрона и $E = Ze r/r^3$ — напряженность электрического поля ядра. К сожалению, полученная в этих работах оценка $\alpha^n \approx 10^{-40} - 10^{-39} \text{ см}^3$ превышает на два и три порядка соответственно реалистическое значение электрической поляризуемости нейтрона [14, 20, 21]. Поэтому авторы работ [5, 6] пришли к неправильному выводу о возможности определения поляризуемости α^n в обычных экспериментах по упругому рассеянию нейтронов низких энергий тяжелыми ядрами на малые углы. Действительно, несмотря на многочислен-

* Около протона имеется также облако виртуальных $e^- - e^+$ -пар, электрическая и магнитная поляризуемости которого из-за малой массы электрона m_e почти на три порядка больше поляризуемостей «мезонного облака». Однако влиянием облака $e^- - e^+$ -пар на комптоновское рассеяние на протоне можно пренебречь при $\omega \gg m_e$ и углах рассеяния $\theta \gg m_e/\omega$. В отличие от случая протона вклад облака $e^- - e^+$ -пар в поляризуемости нейтрона мал [9, 68]. Отметим также огромное различие между значениями электрической и магнитной поляризуемостей адронов и атомов. Последние пропорциональны кубу борковского радиуса a_B . Например, для атома водорода $\alpha^H = (9/2) a_B^3 = 6,7 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$. Здесь и далее значения поляризуемостей приводятся в гауссовой системе единиц. В системе Хевисайда, где $e^2/4\pi = 1/137$, значения поляризуемостей в 4 π раз больше.

ные эксперименты (см. [10, 11, 12]), измерить электрическую поляризуемость нейтрона не удалось до сих пор. Последнее ограничение на значение α^n получено в работе [12], где показано, что с вероятностью 70% значение α^n лежит в интервале от $-4,7 \cdot 10^{-42}$ см³ до $6,1 \cdot 10^{-42}$ см³, тогда как в последних расчетах получается $\alpha^n = (1,1 \pm 0,2)10^{-42}$ см³ [13] (см. также [14]). Основная трудность такого рода экспериментов происходит из-за необходимости выделить очень слабое поляризационное рассеяние нейтрона ядром на фоне ядерного и швингеровского рассеяний. Последнее происходит из-за взаимодействия магнитного момента движущегося нейтрона с электрическим полем ядра и дает главный вклад в рассеяние при углах $\theta \lesssim 2^\circ$.

В отличие от последовательного расчета суммы поляризуемостей $\alpha^N + \beta^N$ все ранние попытки вычислить сами поляризуемости нуклонов в рамках дисперсионного подхода нельзя признать удовлетворительными. Так, в работе [15] после исправления вычислительной ошибки (см., например, [107]) получается $\alpha^p < \beta^p$. В работах [16, 17] величины α^N и β^N рассчитывались с помощью дисперсионных соотношений с вычитанием для АКР на нуклоне. В них согласие с экспериментальными значениями поляризуемостей протона достигалось только из-за произвольного отождествления неизвестных вычитательных функций с низкоэнергетическими борновскими вкладами в АКР. Однако из недавних работ, где используются аналогичные дисперсионные соотношения, следует, что главная трудность такого подхода как раз и состоит в том, чтобы корректно найти вычитательные функции (см. [18, 19, 31a] и разд. 4 и 5). Наиболее близки к современным значениям электрической поляризуемости нуклона [13] значения α^N , полученные в почти забытой теперь полевой модели с фиксированным источником: $\alpha^n \approx \alpha^p \approx (1 \div 2)10^{-42}$ см³ [14, 20, 21]. Но в этой модели из-за пренебрежения эффектами отдачи нельзя было достаточно надежно рассчитать магнитные поляризуемости нуклонов.

Таким образом, на раннем этапе изучения свойства поляризуемости адронов были экспериментально определены электрическая и менее надежно магнитная поляризуемости протона, доказана низкоэнергетическая теорема для АКР с точностью до ω^2 -членов, выведено дисперсионное правило сумм для суммы поляризуемостей $\alpha + \beta$ и получены более или менее грубые оценки (с точностью до фактора 2—3) самих поляризуемостей нуклонов. Подробное изложение результатов, относящихся к раннему этапу, имеется в обзорах [36, 24, 22].

Вновь возникший после длительного периода затишья интерес к поляризуемостям адронов вызван несколькими причинами. Во-первых, были получены новые данные по упругому рассеянию фотонов с энергией 80—110 МэВ протонами для углов $\theta \gtrsim 90^\circ$,

из которых найдены более точные значения электрической и магнитной поляризуемостей протона [13, 23]. Во-вторых, в некоторых работах предложены и обсуждаются новые методы экспериментального определения поляризуемостей «стабильных» адронов, в частности, π^\pm -мезонов (см. [24—28]). В настоящее время, основываясь на этих предложениях, идет подготовка в ФИАНе и ИФВЭ к двум разным экспериментам по определению поляризуемостей π^\pm -мезонов. В-третьих, по мере усовершенствования старых и появления новых подходов в теории элементарных частиц возникло естественное желание использовать их для расчета таких сравнительно тонких структурных характеристик адронов, какими являются поляризуемости α и β . В последние годы из различных дисперсионных соотношений для АКР на адронах выведены правила сумм для электрической и магнитной поляризуемостей заряженных и нейтральных адронов со спином 0 и 1/2, обобщающих нерелятивистские формулы для поляризуемостей нейтральных атомов и молекул. Эти правила сумм с успехом использовались для расчетов поляризуемостей нуклонов и π -мезонов [13, 19, 29—32, 115]. Поляризуемости нуклонов и π -мезонов вычислялись также в нерелятивистской кварковой модели [27, 32—34, 69]. Из результатов этих пока не вполне последовательных расчетов следует, что измерение констант α и β у «стабильных» адронов, вероятно, могло бы стать эффективным методом определения масс, зарядов, размеров и других характеристик структурных кварков. Кроме того, в результате измерений поляризуемостей π^\pm - и ρ^0 -мезонов могут быть обнаружены специфические свойства релятивистских систем частиц, у которых полная энергия связи близка по абсолютной величине к сумме масс составляющих. В частности, большой интерес представляет определение знака электрической поляризуемости ρ^0 -мезона. Наконец, поляризуемости π - и K -мезонов рассчитывались в рамках алгебры токов и гипотезы ЧСАТ [35], в различных моделях киральной теории поля [36—38] и модели кварковых диаграмм [138]. Изложению в основном последних результатов экспериментального и теоретического изучения свойств поляризуемости адронов и посвящен настоящий обзор.

1. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ АКР. ОПРЕДЕЛЕНИЕ α И β

В пределе малых энергий АКР на покоящейся заряженной частице имеет вид ($\hbar = c = 1$):

$$F(\omega = 0) = -(e^2/m) (\mathbf{e}'\mathbf{e}), \quad (1)$$

где e и m — заряд и масса частицы; \mathbf{e}' и \mathbf{e} — 3-векторы поляризации фотона в конечном и начальном состояниях соответственно;

ω — энергия фотона. Первое доказательство справедливости формулы (1) во всех порядках по $e^2 = 1/137$ в квантовой электродинамике принадлежит Тиррингу [40]. Следующий шаг был сделан в работах Лоу, Гелл-Мана и Гольдбергера [41, 42], где без каких-либо предположений о структуре адрона доказано, что в e^2 -приближении АКР на адроне со спином $1/2$ с точностью до линейных по ω -членов зависит только от заряда, массы и магнитного момента частицы. Обобщение этих низкоэнергетических теорем для АКР на случай частиц с любым спином имеется в работах [43, 77], а детальный анализ роли высших по e^2 членов выполнен в работах [44]. Недостаток выведенных в работах [41, 42] формул для АКР [см. линейные по ω члены в (2)] состоит в том, что она не дает ничего нового по сравнению с (1) при расчете дифференциального сечения рассеяния фотона на неполяризованной мишени. Действительно, при усреднении и суммировании по спину начальной и конечной частиц линейные по ω члены в сечении пропадают, а квадратичные получаются не все. Часть ω^2 -членов в сечении возникает от интерференции «томсоновской» амплитуды (1) с ω^2 -членами в АКР. Поэтому при расчете поправок на структуру частиц к низкоэнергетическому сечению комптоновского рассеяния нужно вычислить в общем виде не только линейные, но и квадратичные по ω члены в АКР. Соответствующее обобщение низкоэнергетической теоремы получено в работах [1—4]. А именно, было доказано, что в e^2 -приближении АКР на адроне со спином 0 и $1/2$ с точностью до ω^2 -членов зависит еще от двух констант α и β . Кроме того, можно доказать (см., например, [36, 316, 45, 91]), что те же самые константы α и β нужны для описания рассеяния медленной частицы в электрическом и магнитном статических полях. Общее выражение АКР на покоящейся частице со спином $1/2$ с точностью до ω^2 -членов имеет следующий вид [3а]:

$$\begin{aligned}
 F_{s', s}(\omega, \theta) = & A \tilde{v}_{s'} \left\{ -\frac{e^2}{m} (\mathbf{e}' \mathbf{e}) + i(\omega' + \omega) \frac{e^2 (1 + 2\lambda)}{4m^2} \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{e}' \times \mathbf{e}) - \right. \\
 & - i(\omega' + \omega) \frac{e^2 (1 + \lambda)^2}{4m^2} \boldsymbol{\sigma} ((\mathbf{n}' \times \mathbf{e}') \times (\mathbf{n} \times \mathbf{e})) + \\
 & + i \frac{e^2 (1 + \lambda)}{2m^2} [\omega' (\mathbf{n}' \mathbf{e}) \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{n}' \times \mathbf{e}') - \omega (\mathbf{n} \mathbf{e}') \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{n} \times \mathbf{e})] + \\
 & + \omega' \omega \frac{e^2 (2\lambda + \lambda^2)}{4m^3} (\mathbf{e}' \mathbf{e}) - \omega' \omega \frac{e^2 (1 + \lambda)^2}{4m^3} (\mathbf{n}' \times \mathbf{e}') (\mathbf{n} \times \mathbf{e}) (\mathbf{n}' \mathbf{n}) + \\
 & + \omega' \omega \frac{e^2}{4m^3} (\mathbf{n}' \times \mathbf{e}') (\mathbf{n} \times \mathbf{e}) + \omega' \omega \alpha (\mathbf{e}' \mathbf{e}) + \\
 & \left. + \omega' \omega \beta (\mathbf{n}' \times \mathbf{e}') (\mathbf{n} \times \mathbf{e}) \right\} v_s + 0(\omega^3), \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$A = \frac{m}{\sqrt{mE(\mathbf{k} - \mathbf{k}')}} ,$$

где λ — аномальный магнитный момент частицы в единицах $e/2m$; α и β — новые структурные константы; $\mathbf{k}' = \omega' \mathbf{n}'$, $\mathbf{k} = \omega \mathbf{n}$ — импульсы фотона в конечном и начальном состояниях; $(\mathbf{n}' \mathbf{n}) = \cos \theta$ — косинус угла рассеяния фотона в лабораторной системе; v_s' и v_s — трехмерные спиноры частиц. Первые члены в формуле (2) описывают рассеяние фотона на точечной заряженной частице со спином $1/2$ и магнитным моментом $(1 + \lambda) (e/2m)$. Последние два члена есть поправка на структуру частицы. В квантовой теории поля для констант α и β получены следующие выражения [3а, б, 85]:

$$\alpha = 2 \sum_n' \frac{|\langle 0, p=0 | D_z | n, p'=0 \rangle|^2}{E_n - E_0} + \Delta\alpha,$$

$$\Delta\alpha = \frac{e^2 \langle r_E^2 \rangle}{3m} + O\left(\frac{1}{m^3}\right); \quad (3а)$$

$$\beta = 2 \sum_n' \frac{|\langle 0, p=0 | M_z | n, p'=0 \rangle|^2}{E_n - E_0} + \Delta\beta. \quad (3б)$$

В формулах (3а, б) D_z и M_z — квантовополевые операторы проекций электрического и магнитного дипольных моментов частицы на ось z ; $\langle r_E^2 \rangle$ — среднеквадратичный радиус распределения заряда частицы, суммирование распространяется на все возможные промежуточные состояния с энергией E_n и импульсом $p' = 0$, кроме основного. Вывести явное релятивистское выражение для $\Delta\beta$ пока не удалось *. От обычных нерелятивистских выражений для дипольных поляризуемостей нейтральных атомов [см., например, [47, 48] и формулу (10б)] формулы (3а, б) отличает наличие членов $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$. Это же служит основанием называть константы α и β электрической и магнитной дипольными обобщенными поляризуемостями. Отметим, что учет членов $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ не изменяет дипольного характера структурной поправки в разложении АКР по ω (2), так как мультиполи El и Ml с $l > 1$ вносят в структурную часть амплитуды вклад порядка ω^4 и выше. Релятивистские суммы в формулах (3а, б) в отличие от нерелятивистских требуют доопределения, так как содержат расходящиеся и лишние вклады от поляризации вакуума (несвязанные диаграммы [35б, в]) **. В настоя-

* Формула $\Delta\beta = -\frac{e^2 \langle r_E^2 \rangle}{6m} + O\left(\frac{1}{m^3}\right)$, полученная в [работе [46],

не согласуется с формулой Ланжевена $\Delta\beta = -\sum_i \frac{e_i^2}{6m_i} \langle \rho_i^2 \rangle$ для диамагнит-

ной поляризуемости атома (см. также (10г) в разд. 3).

** В работе [35б] есть ряд неточных и даже ошибочных утверждений. Главные из них следующие. Отмечается, что из-за сингулярности одной из промежуточных амплитуд в выражении для АКР на нуклоне во втором порядке по e нерелятивистской теории возмущений и точном по сильному

щее время использовать формулы (3а, б) для расчета поляризуемостей адронов затруднительно из-за отсутствия последовательной квантово-полевой теории сильных взаимодействий.

Амплитуда (2), как и всякая АКР, обладает свойством перекрестной симметрии. Так как из векторов e', n', e, n нельзя образовать скаляр, который линейно зависит от e и e' и изменяет знак при замене $e \rightleftharpoons e'$ и $k \rightleftharpoons -k'$, то отброшенные в (2) ω^3 -члены должны зависеть от спинового оператора σ . Поэтому в получающемся из амплитуды (2) дифференциальном сечении [3а, б, 49]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma^{\text{Точ}}}{d\Omega} - e^2 m \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 [\alpha(1 + \cos^2 \theta) + 2\beta \cos \theta] \times \\ \times \left[1 - 3\frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)\right] + 0(\omega^4) \quad (4)$$

нет членов от интерференции «томсоновской» амплитуды с отброшенными ω^3 -членами. Линейные и кубичные по ω члены в (4) появились только из-за разложения энергии ω' по ω . Сечение комптоновского рассеяния на точечной заряженной частице со спином $1/2$ имеет обычный вид [50]:

$$\frac{d\sigma^{\text{Точ}}}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{m}\right)^2 \left\{1 - 2\frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta) + 3\left(\frac{\omega}{m}\right)^2(1 - \cos \theta)^2 - \right. \\ \left. - 4\left(\frac{\omega}{m}\right)^3(1 - \cos \theta)^3\right\} (1 + \cos^2 \theta) + \\ + \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 [(1 - \cos \theta)^2 + f(\theta)] \left[1 - 3\frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta)\right] + 0(\omega^4), \quad (5)$$

где

$$f(\theta) = a_0 + a_1 \cos \theta + a_2 \cos^2 \theta, \quad a_0 = 2\lambda + (9/2)\lambda^2 + 3\lambda^3 + (3/4)\lambda^4, \\ a_1 = -4\lambda - 5\lambda^2 - 2\lambda^3, \quad a_2 = 2\lambda + (1/2)\lambda^2 - \lambda^3 - (1/4)\lambda^4.$$

Зависящие от поляризуемостей α и β члены в (4) принято называть структурной поправкой. Дифференциальное сечение (4) обычно используется для определения поляризуемостей протона α и β путем фитирования экспериментальных угловых распределений

взаимодействию, обусловленной нулем в знаменателе пропагатора ρ -мезона, вывод формул (3а, б) несостоятелен. Но фактически указанной сингулярности нет, так как ρ -мезон — нестабильная частица. Формула для электрической поляризуемости типа $\alpha = C/m$ (см. (8) в [35б]) не может быть универсальной, так как из (3а) видно, что наряду с членом пропорциональным $1/m$ есть член пропорциональный $1/\Delta E$, где ΔE — эффективная энергия возбуждения частицы в промежуточных состояниях. В случае нуклона вклад последнего оказывается больше первого (см. разд. 3 и 5). В [35б] декларируется неравенство $\alpha^{\pi^\pm} > \alpha^p$, которое есть следствие путаницы в системах единиц. Вычисленное в [35б] значение α^{π^\pm} в системе Хевисайда сравнивалось с экспериментальным значением α^p в гауссовой системе.

γP -рассеяния в области энергий ниже порога фоторождения π -мезонов. Применение формулы (4) оправдано для энергий $\omega \ll \ll m^R - m$, где m^R — масса ближайшего резонанса. В случае γP -рассеяния таким резонансом будет резонанс Δ_{33} (1236) и условие применимости можно записать в виде $\omega \ll 2\mu$, где μ — масса π -мезона. Чтобы получить представление о точности формулы (4) при разных энергиях фотона ω , нужно оценить вклад структурной поправки и отброшенных членов. Вклад структурной поправки в дифференциальное сечение при значениях параметров $\theta = 90^\circ$, $\omega = 30$ МэВ и $\omega = 60$ МэВ, $\alpha = 10^{-42}$ см³ равен 3 и 10% соответственно. При $\omega = 100$ МэВ этот вклад возрастает до 22%, но одновременно растет и вклад отброшенных членов. Модельные зависящие расчеты отброшенных в формуле (4) членов сделаны в работах [13, 51, 52]. Из них следует, что отдельные вклады ω^4 -членов в сечение $d\sigma/d\Omega$ ($\gamma P \rightarrow \gamma P$), например вклад от обмена π^0 -мезоном в t -канале, становятся заметными при больших углах θ уже при $\omega \gtrsim 30$ МэВ. Однако взятые вместе различные вклады сильно компенсируют друг друга, что позволяет использовать формулу (4) вплоть до энергий $\omega \approx 100$ МэВ, по крайней мере для углов $\theta \lesssim 90^\circ$. Отметим, что компенсация различных вкладов порядка 0 (ω^4) имеет место только при общепринятом знаке константы распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, т. е. при $gF < 0$ (см. [13, 51]). К вопросу о роли отбрасываемых в формуле (4) членов при экспериментальном определении поляризуемостей протона мы еще вернемся в следующем разделе.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ γP -РАССЕЯНИЯ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Общие замечания. Как уже отмечено в вводном разделе, экспериментальное определение электрической и магнитной поляризуемостей «стабильных» адронов, в частности протона, представляет достаточно сложную задачу. Ожидаемый вклад структурных членов в дифференциальное сечение (4) при значении $\alpha^p = (10-15)10^{-43}$ см³ (см. разд. 1) под углом $\theta = 90^\circ$ даже при $\omega = 100$ МэВ составляет 20—30%. Вклад от магнитной поляризуемости, который проявляется при углах $\theta \neq 90^\circ$, в несколько раз меньше. Следовательно, для определения только α^p с погрешностью 10—20% необходимо измерять дифференциальное сечение γP -рассеяния с погрешностью несколько процентов. Из-за малой величины дифференциального сечения γP -рассеяния ($\sim 10^{-32}$ см²) измерения с такой погрешностью в условиях сильного фона от других электромагнитных процессов довольно трудны.

Первое определение поляризуемостей протона было сделано В. И. Гольданским и др. [7] двадцать лет назад. Второй, более тщательный, эксперимент выполнен сравнительно недавно П. С. Ба-

рановым, Г. М. Буйновым, В. Г. Годиным и др. [23]. В обеих работах измерения дифференциального сечения процесса

$$\gamma + P \rightarrow \gamma + P \quad (6)$$

проводились на синхротроне ФИАН на энергию 265 МэВ путем регистрации одного рассеянного фотона. Условия экспериментов (размеры мишени, угловые и энергетические интервалы) выбирались таким образом, чтобы обеспечить практическое отсутствие влияния на результаты измерений фоновых процессов. Основная трудность состояла в обеспечении абсолютной точности измерений дифференциального сечения около 4—7%. При работе с пучком тормозного излучения электронного ускорителя прямые способы абсолютизации сечений с такой точностью затруднительны из-за ряда погрешностей, связанных с измерением потока и формы спектра тормозного излучения, абсолютных значений эффективности регистрации фотонов и т. п. В работе [7] измерялось дифференциальное сечение рассеяния фотонов при углах $\theta = 45, 75, 90, 120, 135$ и 150° , усредненное с некоторым весом по интервалу энергий падающих фотонов 40—70 МэВ. Роль весовой функции играло произведение эффективности регистрации рассеянных фотонов на спектр первичного тормозного излучения, максимальная энергия которого равнялась 75 МэВ. Весовая функция была приблизительно симметричной и имела максимум при энергии 56 МэВ. Для определения энергетической зависимости эффективности регистрации рассеянных фотонов использовался метод, основанный на измерении сечения рассеяния пучка тормозного излучения на электронах под углом $\theta = 3^\circ$. При этом абсолютное определение потока тормозного излучения проводилось теми же методами, что и в основном эксперименте. Поэтому различные погрешности в абсолютизации результатов основного и градуировочного экспериментов частично исключались, и, по существу, в работе [7] проводилось прямое сопоставление дифференциальных сечений рассеяния фотонов на электронах и протонах. Тем не менее, возможная систематическая погрешность в экспериментальных сечениях довольно велика и составляет $\pm 6\%$. Чисто статистические погрешности измеренных сечений, которые только и учитывались при определении погрешностей в значениях экспериментальных поляризуемостей α^p и β^p в работе [7], лежат в интервале от 3,6 до 7,2%. При фитировании данных измеренное сечение при $\theta = 45^\circ$ не использовалось из-за неопределенности, вносимой фоновым процессом радиационного рождения электронно-позитронных пар:

$$\gamma + P \rightarrow e^- + e^+ + \gamma + P.$$

Методика эксперимента [23]. Чтобы исключить большую систематическую погрешность, в работе [23] одной и той же установкой регистрировалось последовательно комптоновское рассеяние

на электронах водородной мишени, сечение которого можно вычислить с точностью порядка 1 %, и основной процесс (6). Кинематика этих двух процессов позволяет подобрать такие условия эксперимента, когда энергии падающих и рассеянных фотонов на протонах и электронах практически совпадают. Схема эксперимента пока-

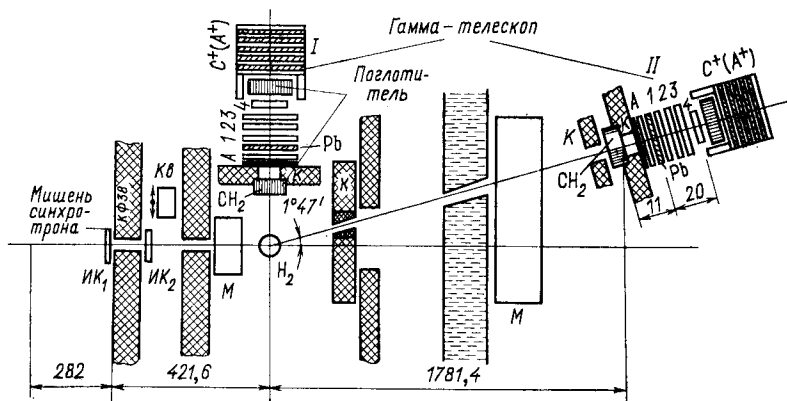


Рис. 1. Схема экспериментальной установки [23]

зана на рис. 1. Синхротрон работал в режимах с максимальной энергией спектра тормозного излучения 127 и 148 МэВ. Для уменьшения мгновенных нагрузок на счетчики интенсивность тормозного излучения равномерно распределялась по длительности «растяжки» равной 2 мс, предполагаемой симметрично относительно значения магнитного поля ускорителя. Наличие растяжки приводило к тому, что сброс электронов на мишень ускорителя происходил при энергиях от 123 до 127 МэВ в первом режиме и от 143 до 148 МэВ во втором. Такое изменение энергии по длине растяжки учитывалось при обработке экспериментальных данных. Точность абсолютного значения максимальной энергии составляла 2%. Относительные измерения потока тормозного излучения проводились с помощью тонкостенных ионизационных камер ИК₁ и ИК₂, установленных в γ -пучке (см. рис. 1).

Абсолютные измерения потока тормозного излучения проводились двумя методами: с помощью квантометра Кв (см. рис. 1) и по наведенной радиоактивности в реакции $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$. Измерения, проведенные этими двумя методами, совпали в пределах их погрешностей ($\pm 3\%$).

Пучок тормозного излучения от ускорителя проходил через свинцовый коллиматор К диаметром 3,8 см, очистительный магнит М и попадал на мишень, наполненную жидким водородом Н₂. Мишень представляла собой тонкостенный (майлар толщиной 75 мкм) вертикально подвешенный цилиндрический сосуд диа-

метром 7,3 см. Как видим, в экспериментах использовалась мишень сравнительно небольшого объема, который был приблизительно в 10 раз меньше объемов мишеней, использованных во всех других работах по исследованию реакции (6) в области низких энергий. Малый объем мишени позволил избежать введения поправок на многократные фоновые процессы. Кроме того, малые размеры мишени позволили существенно снизить неопределенности в расчетах «действующего» числа ядер мишени под различными углами регистрации фотонов от процесса (6).

Использование малого числа ядер водорода в мишени приводило к уменьшению наблюдаемого выхода, но благодаря высокой интенсивности ускорителя, $\sim 3 \cdot 10^9$ эф.квант/с, выход составлял около 2—3 имп./мин. Тонкие стенки майларового сосуда мишени позволили получить удовлетворительное отношение эффекта к фону в измерении выходов от наполненной и пустой мишени, приблизительно равное двум-трем.

Фотоны, рассеянные в мишени H_2 , регистрировались телескопом из шести сцинтилляционных счетчиков: *A*, *1*, *2*, *3*, *4*, C^+ (A^+), включенных в схемы совпадений — антисовпадений. Отличительная особенность γ -телескопа состояла в том, что последний (слоистый) счетчик был включен в схему антисовпадений, что позволило ограничить интервал регистрации фотонов со стороны больших энергий. Ограничение интервала регистрации со стороны малых энергий проводилось с помощью дополнительных поглотителей, располагаемых между счетчиками *3* и *4*. Таким образом, оказывалось возможным регистрировать фотоны в энергетическом интервале, определяемом в основном толщиной вещества, расположенного между счетчиками *4* и C^+ (A^+).

Энергетическая зависимость регистрации фотонов в области энергий от 30 до 170 МэВ исследовалась на установке [53], предназначенной для получения «меченых» фотонов. В экспериментах использовались различные варианты комплектации счетчиков γ -телескопа, что позволяло одновременно проводить измерения в двух различных областях энергий фотонов: *A1234* — первый счетчик включен на антисовпадения, остальные четыре — на совпадения, *A1234A⁺* — первый и последний счетчики включены на антисовпадения, остальные четыре — на совпадения. Одновременно регистрировались также совпадения вида *A1234C⁺*, что позволяло контролировать работу аппаратуры.

Для регистрации γ -квантов более высоких энергий (при работе с максимальной энергией спектра тормозного излучения 148 МэВ) в телескопе располагался дополнительный поглотитель толщиной 8,12 г/см².

В основных экспериментах (*I*) телескоп располагался под углами 90 и 150° на расстоянии 67,5 см от центра H_2 -мишени до середины счетчика *4*. В мониторинговых экспериментах (*II*) γ -телескоп

располагался на расстоянии 1792,5 см под углом $1^{\circ}47'$ (угол устанавливался с помощью теодолита с точностью $2''$). На пути пучка рассеянных фотонов дополнительно помещали коллиматор K диаметром 2,0 см и второй очистительный магнит.

Процедура экспериментов. Измерения выходов γ -квантов от процесса (6) чередовались с измерением выхода от комптоновского рассеяния на электронах.

В основных и мониторинговых экспериментах по возможности сохранялись неизменными все параметры установки, режим работы ускорителя, мониторингование пучка тормозного излучения и т. д.

Процедура экспериментов состояла в измерении выходов от мишени, наполненной водородом, от пустой (вакуумированной) мишени и измерения фона случайных совпадений (задержанных совпадений разных типов). Фон случайных совпадений был пренебрежимо мал ($0,2-0,3\%$) по сравнению с выходом. Фон от космического излучения при использовании электронного устройства, включающего аппаратуру только на время появления интенсивности от ускорителя (на 2 мс с частотой 50 Гц), составлял несколько отсчетов в 1 ч, т. е. $5-10\%$ от измеряемого выхода.

Вычисление сечений по измеренным выходам [23]. Сечение упругого рассеяния фотонов на протонах определялось по формуле

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \frac{B_\gamma}{B_\gamma^0} / \frac{\mathcal{I}_\gamma}{\mathcal{I}_\gamma^0},$$

где (B_γ/B_γ^0) — отношение экспериментально измеренных выходов для основного и мониторингового процесса; $(d\sigma/d\Omega)_0$ — сечение мониторингового процесса комптоновского рассеяния фотонов; \mathcal{I}_γ и \mathcal{I}_γ^0 — шестикратные интегралы по объему мишени, телесному углу регистрации и энергии первичных γ -квантов с учетом спектра тормозного излучения и энергетической зависимости эффективности регистрации γ -телескопа.

Интегралы \mathcal{I}_γ , \mathcal{I}_γ^0 рассчитывались методом статистических испытаний на ЭВМ по программе, разработанной в измерительно-регистрационном центре лаборатории. Кроме этих основных расчетов, было проведено значительное число дополнительных расчетов для исследования влияния вариации условий экспериментов на численные значения интегралов. Проведены расчеты при варьировании значений максимальной энергии ускорителя ($\pm 2\%$), длительности растяжки и формы углового распределения интенсивности тормозного излучения в широких пределах. Изменение значений каждого из интегралов \mathcal{I}_γ и \mathcal{I}_γ^0 при этом не превышало 4% , а изменение отношения интегралов не превышало 1% .

Расчет сечения мониторингового процесса [23]. Поправки [54] к сечению Клейна — Нишины — Тамма складываются из двух частей: радиационных поправок и поправки на двойной комптон-

эффект, т. е. на комптон-эффект с излучением дополнительного коротковолнового фотона. Последнюю приходилось учитывать, поскольку в экспериментах регистрировались фотоны в довольно широком энергетическом интервале ± 20 МэВ. Расчет поправок на двойной комптон-эффект довольно трудоемок, так как требует многократного интегрирования с учетом спектра γ -квантов и энергетической и угловой зависимостей функции регистрации. Расчет проводился на ЭВМ.

Таблица 1
Теоретическое сечение мониторингового процесса для угла $1^{\circ}47'$

Варианты комплекта- ции γ -телескопа	$(d\sigma/d\Omega)_0^{K-N-T}$, 10^{-26} см ² /ср	Поправки радиа- ционные и на двой- ной комптон-эффект	$(d\sigma/d\Omega)_0$, 10^{-26} см ² /ср (с учетом поправок)
A1234	6,89	+3,7%	7,15
A1234A+	6,92	+4,0%	7,19

В табл. 1 приведены сечения комптоновского рассеяния на электро-не, рассчитанные по формуле Клейна — Нишины — Там-ма, а также радиационные поправки и поправки на двойной комп-тон-эффект. В таблице приведены также вычисленные с учетом этих поправок сечения мониторингового процесса $(d\sigma/d\Omega)_0$.

Дифференциальные сечения упругого рассеяния [23] фотонов на протонах. Абсолютные значения дифференциального сечения упругого рассеяния фотонов на протонах приведены в табл. 2. Погрешности в значениях сечений, указанные в этой таблице, учитывают статистические погрешности измерений, а также систе-

Таблица 2
Экспериментальные результаты для упругого рассеяния фотонов на протонах, абсолютизированные по мониторинговому процессу [23]

Варианты комплекта- ции γ -телескопа	θ , л.с, град	ω , МэВ	Отношение сече- ний основного и мониторингового процессов, 10^{-7}	$d\sigma/d\Omega$, 10^{-32} см ² /ср
A1234	90	85,4	$1,52 \pm 0,05$	$1,09 \pm 0,04$
A1234A+	90	80,9	$1,60 \pm 0,09$	$1,15 \pm 0,06$
A1234	150	86,3	$1,92 \pm 0,14$	$1,37 \pm 0,10$
A1234A+	150	81,9	$2,02 \pm 0,17$	$1,44 \pm 0,12$
A1234	90	109,9	$1,44 \pm 0,07$	$1,03 \pm 0,06$
A1234	150	111,1	$2,02 \pm 0,06$	$1,44 \pm 0,06$
A1234A+	150	106,7	$2,22 \pm 0,09$	$1,60 \pm 0,08$

Продолжение табл. 2

Экспериментальные результаты работы [7]

θ , л.с., град	$d\sigma/d\Omega$, 10^{-32} $\text{см}^2/\text{ср}$ (без попра- вок)	Поправки к сечению, 10^{-34} см^2				$\Delta\sigma/\sigma$, %	$d\sigma/d\Omega$, 10^{-32} $\text{см}^2/\text{ср}$ (с поправкой),
		I	II	III	IV		
75	$1,21 \pm 0,08$	-10,7	-1,4	-0,47	-12,6	+3,5	$1,12 \pm 0,08$
90	$1,14 \pm 0,05$	-6,6	-0,7	-0,3	-7,7	+3,5	$1,10 \pm 0,05$
120	$1,30 \pm 0,08$	-1,4	-0,18	-0,06	-1,6	+4,5	$1,34 \pm 0,08$
135	$1,48 \pm 0,08$	-0,89	-0,09	-0,04	-1,0	+6,5	$1,56 \pm 0,08$
150	$1,82 \pm 0,07$	-0,36	-0,04	-0,01	-0,4	+6,5	$1,93 \pm 0,07$

- I. Рассеяние электронов с излучением.
- II. Рождение пар под большими углами с излучением.
- III. Тормозное излучение под большими углами.
- IV. Суммарная поправка.
- V. Поправка на поглощение первичных и регистрируемых фотонов в мишени.

матические погрешности, связанные с расчетами отношения фазовых интегралов для основного и мониторингового процессов и вычислением теоретического значения сечения мониторингового процесса. При расчете абсолютных величин сечений вводилась поправка $(3,5 \pm 0,2)\%$ на поглощение рассеянных γ -квантов в воздухе, поскольку в мониторинговых экспериментах пучок рассеянных фотонов проходил в воздухе дополнительное расстояние 1745 см. Значения массовых коэффициентов поглощения фотонов брали из работы [55].

Наряду с абсолютизацией данных по мониторинговому процессу проводилась и прямая их абсолютизация. Полученные прямой абсолютизацией значения сечений содержат дополнительную систематическую неопределенность около 8% за счет погрешностей в определении максимальной энергии ускорителя (2%), потока тормозного излучения (3%) и эффективности γ -телескопа (7%). В пределах указанной точности величины сечений, полученные тем и другим способом, совпадают.

Сравнение с другими экспериментами [7, 23, 56, 57, 58]. В табл. 2 приведены также экспериментальные данные дифференциального сечения при пяти значениях угла θ и средней энергии $\bar{\omega} = 56$ МэВ из работы [7]. У этих данных указаны только статистические погрешности. Систематическая погрешность, как уже отмечалось выше, равна $\pm 6\%$.

Кроме описанных выше измерений, выполненных в ФИАН, аналогичные измерения проводились в Чикагском и Калифорнийском университетах, а также в Массачусетском технологическом институте [56, 58]. В этих работах изучались угловые распределения фотонов при $\omega = 55$ и 60 МэВ и энергетическая зависимость

дифференциального сечения при угле $\theta = 90^\circ$. На рис. 2 представлены результаты всех работ. Значения сечения из последней работы [23] показаны с полными погрешностями, а данные других работ только со статистическими погрешностями. Видно, что

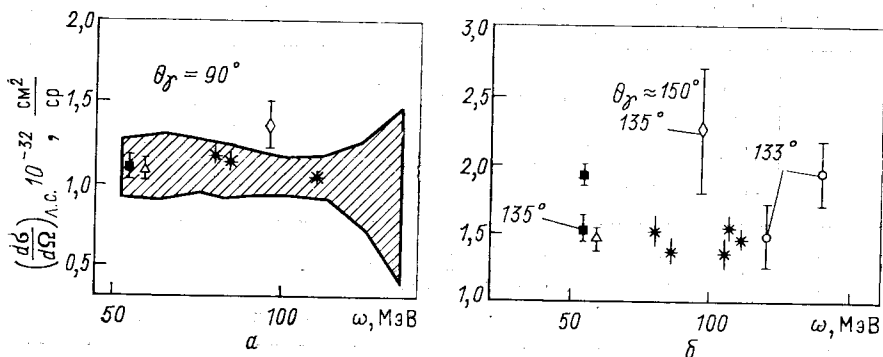


Рис. 2. Энергетическая зависимость сечения для угла 90° (а) и 150° (б)
в л. с. к.:

■ — результаты, полученные в работе [8]; △ — [56]; ◇ — [57]; ○ — [59]; * — [23];
заштрихованная область — [58]

данные из [23] хорошо согласуются с результатами всех ранних работ, а по точности существенно превосходят их.

Определение поляризуемостей протона [7, 23]. В работе [7] экспериментальные точки углового распределения фитировались формулой (4) без ω^3 -членов. На искомые параметры α^p и β^p накладывалось ограничение $\alpha^p + \beta^p = 11 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ (см. разд. 5), которое получается при насыщении правила сумм (35) только фоторождением одиночных π -мезонов. В результате в [7] были получены следующие значения поляризуемостей протона:

$$\alpha^p = (9 \pm 2)10^{-43} \text{ см}^3, \quad \beta^p = (2 \mp 2)10^{-43} \text{ см}^3, \quad (7)$$

где приведены только статистические погрешности. Следует, однако, отметить, что теперь за теоретическое значение суммы $\alpha^p + \beta^p$ принимается значение $(14,2 \pm 0,5)10^{-43} \text{ см}^3$ (см. [13] и разд. 5). Фитирование данных с новым ограничением на сумму $\alpha^p + \beta^p$ привело бы к некоторому изменению значений (7), но такая обработка не делалась.

Новые экспериментальные значения поляризуемостей протона получены в результате обработки данных последних измерений [23]:

$$\alpha^p = (10,7 \pm 1,1)10^{-43} \text{ см}^3, \quad \beta^p = (-0,7 \pm 1,6)10^{-43} \text{ см}^3, \\ \alpha^p + \beta^p = (10,0 \pm 2,3)10^{-43} \text{ см}^3. \quad (8)$$

В работе [23] в отличие от работы [7] при фитировании исполь-

зовалась формула (4) с ω^3 -членами и варьировались два параметра. Погрешности в (8) вычислены с учетом статистических и систематических погрешностей измерений, но не учитывают погрешности, возникающие из-за пренебрежения в формуле (4) членами порядка $0(\omega^4)$.

Недавно в работах [13, 51] была сделана обработка всей совокупности данных из работ [7, 23, 56]. В ней использовалось модельное независимое выражение для дифференциального сечения γ^p -рассеяния. Оно отличается от формулы (4) тем, что в нем структурный член не раскладывался по ω и был вычислен с помощью правила сумм при конечной энергии, а вместо (5) бралось точное выражение для сечения рассеяния на точечной частице. Так, вычисленный структурный член содержал один неизвестный параметр $\alpha^p - \beta^p$, который и был определен при фитировании экспериментальных данных. При этом сумма поляризуемостей $\alpha^p + \beta^p$ равнялась $14,2 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ — величине, даваемой правилом сумм (35). Отметим, что модель комптоновского рассеяния, использованная в работах [13, 51] при обработке экспериментальных данных, удовлетворительно описывает данные и при средних энергиях*. Обработка всех данных [7, 23, 56] привела к $\alpha^p = 13,9 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ и $\beta^p = 0,3 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Однако достоверность подгонки получилась низкой: $\chi^2 = 29$ на 15 степеней свободы. Причиной плохого описания данных может быть большой разброс экспериментальных точек для угла рассеяния $\theta = 150^\circ$ (см. рис. 2). Кроме того, данные для угла $\theta = 150^\circ$ из работы [23] требуют, по-видимому, значения суммы $\alpha^p + \beta^p$ заметно меньшего, чем $14,2 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ [см. (8)]. Так как в настоящее время нет оснований сомневаться в справедливости ПС (35) для суммы поляризуемостей $\alpha^p + \beta^p$, то было проведено фитирование данных, из которых исключены точки для угла $\theta = 150^\circ$. Такая обработка дала

$$\alpha^p = (11,3 \pm 2,5)10^{-43} \text{ см}^3, \beta^p = (2,9 \mp 2,5)10^{-43} \text{ см}^3 \quad (9)$$

при $\chi^2 = 8,2$ на девять степеней свободы. Результаты (9) не противоречат значениям поляризуемостей (7) и (8), найденным в экспериментальных работах [7, 23] и хорошо согласуются с предсказаниями теории (см. (55) в разд. 5).

Заканчивая обсуждение экспериментальных данных по поляризуемостям протона, отметим, что значение магнитной поляри-

* Ранее аналогичная обработка данных проводилась в работе [18], где вклад диаграммы Лоу в дифференциальное сечение считался положительным, что находится в противоречии с общепринятым знаком константы распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, $gF < 0$. Этим объясняется большое отличие полученных там значений $\alpha^p = (20,0 \pm 1,1) 10^{-43} \text{ см}^3$ и $\beta^p = (-6,0 \pm 1,1) 10^{-43} \text{ см}^3$ от значений (7), (8) и (9).

зуюмости β^p определено все еще с большой погрешностью. Чтобы определить поляризуемость β^p надежнее, нужны более точные измерения дифференциального сечения γP -рассеяния под большими углами. Кроме того, желательно с высокой точностью, около (1—3)%, измерить дифференциальное сечение γP -рассеяния в интервале энергий фотона от 20 до 140 МэВ под углами $\theta \geq 90^\circ$, что позволило бы определить поляризуемости α^p и β^p безмодельно путем выделения ω^2 -членов в экспериментальной энергетической зависимости при двух фиксированных углах.

3. ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ АДРОНОВ α И β В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Обзор современного состояния теории поляризуемостей нуклонов и π -, K -мезонов начнем с обсуждения результатов, полученных в нерелятивистской кварковой модели НКМ адронов [60]. В этой модели адроны с массой $m \lesssim 1$ ГэВ рассматриваются как связанные u -, d - и s -состояния кварков и их антикварков. Нуклоны состоят из трех кварков, мезоны — из кварка и антикварка. Движение кварков в адроне считается нерелятивистским, эффективные массы кварков приблизительно равными $m^u \approx m^d \approx m^s \approx m^M/2 \approx m^B/3$, где m^M и m^B — средние массы мезонов и барионов, образующих низшие $SU(6)$ -мультиплеты. Кварки с такими массами теперь принято называть структурными кварками, чтобы отличить их от легких токовых кварков, использующихся в партонной модели и квантовой хромодинамике.

НКМ имела большой успех в классификации адронов. Она привела к ряду важных и экспериментально подтвержденных предсказаний для различных реакций и распадов, происходящих с адронами вследствие сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий. В частности, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными почти все предсказанные значения магнитных моментов «стабильных» адронов, а также большая часть ширины радиационных, в том числе двухфотонных, распадов нестабильных адронов (см. [8,60—64]). Поэтому, несмотря на известные недостатки НКМ, применение ее для оценок поляризуемостей различных адронов представляет определенный интерес. Отчасти этот интерес обусловлен надеждой получить дополнительную информацию о свойствах структурных кварков путем сравнения предсказаний НКМ с уже измеренными поляризуемостями протона, а также поляризуемостями π - и K -мезонов, которые, по-видимому, будут измерены в ближайшем будущем. В этом разделе обобщенными дипольными поляризуемостями системы связанных частиц будем называть структурные коэффициенты при ω^2 -членах в разложении по ω нерелятивистской АКР. Нерелятивистские формулы для обобщенных поляризуемостей α и β системы из двух частиц выведены впервые в работах [36, 4].

В дальнейшем в работах [27, 65, 66] они были обобщены на случай N частиц *. Теперь эти формулы принято записывать в следующем виде:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad \beta = \beta_0 + \Delta\beta, \quad (10a)$$

$$\alpha_0 = 2 \sum_n' \frac{|\langle 0 | D_z | n \rangle|^2}{E_n - E_0}, \quad \beta_0 = 2 \sum_n' \frac{|\langle 0 | M_z | n \rangle|^2}{E_n - E_0}, \quad (10б)$$

$$\Delta\alpha = \frac{1}{3} \frac{e^2}{m} \langle r_E^2 \rangle, \quad (10в)$$

$$\Delta\beta = - \sum_{i=1}^N \frac{e_i^2}{6m_i} \langle \rho_i^2 \rangle - \frac{1}{2m} \langle 0 | \mathbf{D}^2 | 0 \rangle. \quad (10г)$$

В формулах (10a) — (10г) $e = \sum_{i=1}^N e_i$, $m = \sum_{i=1}^N m_i$ — полный заряд системы и сумма масс составляющих частиц, $\langle r_E^2 \rangle^{1/2}$ — среднеквадратичный радиус распределения заряда в системе, ρ_i — радиус-вектор i -й частицы относительно центра масс; \mathbf{D} и \mathbf{M} — векторные операторы электрического и магнитного дипольных моментов в с. ц. м. Суммирование по n в формуле (10б) распространяется на все возможные возбужденные состояния системы. Члены α_0 и β_0 в формулах (10a) и (10б) имеют обычный вид, в частности, β_0 — парамагнитный вклад в магнитную поляризуемость β . Член $\Delta\alpha$ появляется из-за ненулевого полного заряда системы и эффекта запаздывания, обусловленного конечными размерами системы. Отметим, что формула (10в) совпадает с релятивистской формулой (3б) после замены суммы масс составляющих m на массу системы $m + \epsilon$, где ϵ — полная энергия связи частиц. Первый член в формуле (10г) — диамагнитный вклад в магнитную поляризуемость (формула Ланжевена). Второй член появляется из-за учета отдачи ($m \neq \infty$). При выводе нерелятивистских формул (10a) — (10г) для поляризуемостей α и β электромагнитное взаимодействие с обменными токами в системе частиц не учитывалось **2. В связи с этим напомним, что в НКМ обычно делается предположение о малом вкладе обменных токов, по крайней мере при малых энергиях и передаваемых импульсах.

Вклады $\Delta\alpha$ (для ионов) и второго члена в формуле для $\Delta\beta$ в атомные поляризуемости из-за большой массы атомного ядра по сравнению с атомными энергиями возбуждения и массой элект-

* Первая попытка вывести нерелятивистские формулы для поляризуемостей α и β системы из N частиц сделана в работе [67], где коэффициент у второго члена в формуле (10г) вычислен неправильно.

**2 В случае обменных сил типа Майорана формулы для поправок на обменные токи выведены в работе [68]. При выводе формул (10a) — (10г) предполагались малыми также вклады от поляризуемостей самих составляющих систему частиц, например, нуклонов или кварков.

рона пренебрежимо малы. Те же самые вклады в поляризуемости атомных ядер составляют 5—10%. Более важное значение имеют члены $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ при вычислении поляризуемостей адронов в НКМ. Так, в работах [27, 33, 34, 66, 69] по формулам (10а) — (10г) рассчитывались поляризуемости протона. При этом использовалась НКМ с осцилляторными силами и дробными зарядами кварков: $e^u = 2e/3$, $e^d = -e/3$, где e — заряд протона. Массы кварков m^u и m^d полагались равными $m^q \approx 0,34$ ГэВ. В этом случае магнитный момент протона в НКМ [8, 61]

$$M^p = \frac{4}{3} \frac{g^u}{2} \frac{e^u}{2m^q} - \frac{1}{3} \frac{g^d}{2} \frac{e^d}{2m^q},$$

если у кварков нет аномального магнитного момента ($g^{u(d)} = 2$), совпадает с экспериментальным значением $2,79e/2m$, где m — масса протона.

Так как пространственная волновая функция кварков в протоне полностью симметричная, то средние значения по основному состоянию протона от величин ρ_i^2 и D^2 , входящих в формулу (10г), выражаются через среднеквадратичные радиусы распределения заряда протона и кварка $\langle r_E^2 \rangle_p^{1/2}$ и $\langle r_E^2 \rangle_u^{1/2} = \langle r_E^2 \rangle_d^{1/2} = \langle r_E^2 \rangle_q^{1/2}$:

$$\begin{aligned} \langle P | \rho_i^2 | P \rangle &= \langle r_E^2 \rangle_p - \langle r_E^2 \rangle_q, \\ \langle P | D^2 | P \rangle &= e^2 \langle P | \rho_i^2 | P \rangle = e^2 (\langle r_E^2 \rangle_p - \langle r_E^2 \rangle_q). \end{aligned}$$

При оценке члена β_p^p учитывался только главный вклад в соответствующую сумму (10б) от низшего резонанса Δ_{33} (1236). Вместо матричного элемента дипольного магнитного перехода протона в состояние Δ_{33} (1236) подставлялась величина, вычисленная в НКМ [46, 95]:

$$\langle P | M_z | \Delta_{33} \rangle = 2\sqrt{2} M^p/3.$$

При вычислении α_0^p в сумме (10б) учитывались вклады шести низших барионных резонансов D_{13} (1520), S_{11} (1535), S_{31} (1630), D_{33} (1670), S_{11} (1700), D_{13} (1700) с отрицательной четностью, которые входят в $SU(6)$ -мультиплет (70, $L^P = 1^-$). Волновые функции резонансов и некоторые другие детали расчета приводятся и обсуждаются в работе [63]. Расчет выполнялся при значении параметра осцилляторных сил $\gamma^2 = m^q \omega = 0,1$ ГэВ², где ω — осцилляторная частота. Кроме того, отметим, что в формулы (10б) — (10г) подставлялись экспериментальные значения масс резонансов и квадрата радиуса протона $\langle r_E^2 \rangle_p = 0,64 \cdot 10^{-26}$ см². В частности, вместо $m = \sum_i m_i$ подставлялась масса протона.

Для отдельных вкладов в поляризуемости протона α^p и β^p были получены следующие значения [27, 32, 33, 66, 69]:

$$\begin{aligned} \alpha_0^p &= 5,5 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \Delta\alpha^p = 3,3 \cdot 10^{-43}, \\ \beta_0^p &= 7,4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \Delta\beta^p = -9,8(1 - \eta) 10^{-43} \text{ см}^3. \end{aligned} \quad (11)$$

В (11) $\eta = \langle r_E^2 \rangle_q / \langle r_E^2 \rangle_p$ — неизвестный параметр модели. Вычисленная в НКМ электрическая поляризуемость протона $\alpha^p = 8,8 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ согласуется с экспериментальным значением (9). Для магнитной поляризуемости согласие с экспериментом получается при значении $\eta = 0,5 \pm 0,3$. Таким образом, кваркам приходится приписывать размер, сравнимый с размером протона. Напомним, что указания на неточность кварков имеются и в более ранних работах [8, 60, 68]. Тем не менее, к согласию вычисленных в НКМ поляризуемостей протона с экспериментом следует относиться критически. Дело в том, что описанный выше расчет поляризуемостей протона не является последовательным даже в рамках НКМ. Действительно, часть входящих в формулы (10а)—(10г) величин, таких, как матричные элементы переходов, вычисляются в НКМ, а разности энергий в знаменателях выражений (10б) и радиус протона полагаются равными экспериментальным значениям. Возникает вопрос о внутренней согласованности такого расчета, в частности, вопрос о выборе численного значения параметра γ^2 . Например, в работах [70, 71] при расчетах ширины радиационного распада D_{13} (1520)-резонанса и электромагнитной разности масс нейтрона и протона использовались значения $\gamma^2 \gtrsim 0,3 \text{ ГэВ}^2$.

Чтобы ответить на поставленный выше вопрос, вычислим величину вклада $\alpha_0^{p,n}$ в электрическую обобщенную поляризуемость нуклона $\alpha^{p,n}$ последовательно. С этой целью решим по теории возмущений уравнение Шредингера для трех кварков в постоянном однородном электрическом поле E^* . В НКМ с осцилляторными силами уравнение для волновой функции относительного движения имеет вид

$$(H_0 - DE) \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \xi) = (\epsilon + \Delta\epsilon) \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \xi), \quad (12)$$

где

$$H_0 = -\nabla_{\mathbf{r}}^2/2\mu - \nabla_{\mathbf{r}'}^2/2\mu' - \mu\omega^2\mathbf{r}^2/2 - \mu'\omega^2\mathbf{r}'^2/2 \quad (12a)$$

— гамильтониан свободной системы,

$$-DE = -(1/2)(e_1 - e_2)(\mathbf{r}E) - (1/3)(e_1 + e_2 - 2e_3)(\mathbf{r}'E) \quad (12b)$$

— электрическое дипольное взаимодействие системы с внешним полем E . В этих формулах ξ — переменные обычного и унитарного спинов кварков, $\mathbf{r} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$, $\mathbf{r}' = (1/2)(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2) - \boldsymbol{\rho}_3$ — относительные координаты, $\mu = m^q/2$ и $\mu' = 2m^q/3$ — приведенные массы, ω — осцилляторная частота, e_i — операторы заряда квар-

* Такой метод использовался в работе [68] при расчете электрических поляризуемостей легчайших ядер.

ков, действующие на зависящую от унитарного спина часть волновой функции (см. Приложение 1). Решая уравнение

$$H_0 \Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_0 \Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (13)$$

находим пространственную часть волновой функции основного состояния нуклона

$$\Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (4\lambda^3/\sqrt{\pi})^{1/2} (4\lambda'^3/\sqrt{\pi})^{1/2} (1/4\pi) \exp(-\lambda^2 r^2/2 - \lambda'^2 r'^2/2),$$

где $\lambda^2 = \mu\omega = \gamma^2/2$ и $\lambda'^2 = \mu'\omega = 2\gamma'^2/3$. Поправку к энергии основного состояния ε_0 ищем в виде ряда по степеням E :

$$\Delta\varepsilon(E) = \Delta\varepsilon^1 + \Delta\varepsilon^2 + \dots$$

Так как функция $\Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ четная по \mathbf{r} и \mathbf{r}' , линейная по полю E поправка $\Delta\varepsilon' = -(\Psi_0, DE\Psi_0)$ равна нулю. Умножим уравнение (12) слева на $\Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и проинтегрируем его по \mathbf{r} и \mathbf{r}' . Из полученного соотношения легко найти квадратичную по полю поправку

$$\Delta\varepsilon^2 = -\alpha_0 E^2/2 = - \int \Psi_0^* DE\Psi d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (14)$$

если воспользоваться уравнением (13). Волновую функцию Ψ ищем в виде

$$\Psi = (1 + \varphi) \Psi_0, \quad (15)$$

где $\varphi \sim |E|$. Подставляя функцию (15) в уравнение (12) и ограничиваясь линейными по полю членами, находим уравнение для функции φ :

$$\begin{aligned} & -(1/2)(\mathbf{r}E)(e_1 - e_2)\Psi_0 - (1/3)(\mathbf{r}'E)(e_1 + e_2 - 2e_3)\Psi_0 - \\ & - \Psi_0 [(1/2\mu)\nabla_r^2 + (1/2\mu')\nabla_{r'}^2] \varphi, \\ & - (1/\mu)(\nabla_r \varphi)(\nabla_r \Psi_0) - (1/\mu')(\nabla_{r'} \varphi)(\nabla_{r'} \Psi_0) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Решение уравнения (16) имеет вид

$$\varphi = m^q(\mathbf{r}E)(e_1 - e_2)/4\lambda^2 + 2m^q(\mathbf{r}'E)(e_1 + e_2 - 2e_3)/9\lambda'^2. \quad (17)$$

Умножаем теперь найденную пространственную часть волновой функции (17) на часть, относящуюся к обычному и унитарному спину нуклона, подставляем ее в формулу (14) и после интегрирования находим вклады в поляризуемости протона и нейтрона:

$$\alpha_p^0 = \alpha_n^0 = 2m^q e^2/3\gamma^4. \quad (18)$$

Используя волновую функцию $\Psi_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и выражение для оператора плотности заряда системы кварков

$$f(\mathbf{x}) = \sum_i e_i f_i(\mathbf{x} - \boldsymbol{\rho}_i),$$

где $f_i(x)$ — плотность заряда внутри i -го кварка, вычисляем квадрат среднеквадратичного радиуса распределения заряда в нуклоне:

$$\langle r_E^2 \rangle_p = 1/\gamma^2 + \langle r_E^2 \rangle_q, \quad \langle r_E^2 \rangle_n = 0. \quad (19)$$

При выводе формул (19) предполагается, что радиусы u - и d -кварков одинаковы и равны $(\langle r_E^2 \rangle_q)^{1/2}$.

Таблица 3

Электрическая поляризуемость протона в НКМ
с осцилляторными силами

γ^2 , ГэВ ²	η	α_0^p , 10^{-43} см ³	α^p , 10^{-43} см ³
0,06	0	35	38
0,08	0,2	20	23
0,10	0,4	13	16
0,12	0,5	8,8	12
0,15	0,6	5,6	8,9
0,20	0,70	3,2	6,5
0,25	0,75	2,0	5,3
0,30	0,8	1,4	4,7

В табл. 3 приводятся значения $\eta = \langle r_E^2 \rangle_q / \langle r_E^2 \rangle_p$, α_0^p и α^p в зависимости от параметра γ^2 . Радиус кварка выбирался таким, чтобы квадрат радиуса протона (19) был равен экспериментальному значению $0,64 \cdot 10^{-26}$ см². Как видно из данных табл. 3, при значениях $\gamma^2 \geq 0,1$ ГэВ², используемых в расчетах радиационных ширин распада барионных резонансов, получается большой радиус кварка. Кроме того, из сравнения вычисленной величины α^p с экспериментальной (9) следует, что значения $\gamma^2 < 0,1$ ГэВ² и $\gamma^2 \geq 0,2$ ГэВ² исключаются. Таким образом, расчеты электрической поляризуемости протона α^p в работах [27, 32, 33, 66, 69] самосогласованы.

Релятивистский расчет, основанный на дисперсионном правиле сумм при конечной энергии (ПСКЭ), приводит к приближенному соотношению между электрическими поляризуемостями протона и нейтрона $\alpha^n \geq \alpha^p$ [см. ниже (55)], которое не согласуется с данными из табл. 3. Но если при расчете поляризуемостей α^n и α^p использовать слегка различные значения γ^2 , то серьезного противоречия с результатами дисперсионного расчета можно избежать. Например, при $\gamma^2 = 0,13$ ГэВ² и $\gamma^2 = 0,11$ ГэВ² получаются соответственно $\alpha^p = 1,1 \cdot 10^{-42}$ см³ и $\alpha^n = 10^{-42}$ см³. Для Λ - и K -мезо-

нов формулы, аналогичные (18) и (19), имеют вид

$$\alpha^{\pi^{\pm}, K^{\pm}} = e^2 m^q / 18 \gamma^4, \quad \langle r_E^2 \rangle_{\pi^{\pm}, K^{\pm}} = \frac{3}{4 \gamma^2} + \langle r_E^2 \rangle_q, \quad (20)$$

$$\alpha^{\pi^0} = 5e^2 m^q / 9 \gamma^4, \quad \langle r_E^2 \rangle_{\pi^0} = 0,$$

$$\alpha^{K^0} = 2e^2 m^q / 9 \gamma^4, \quad \langle r_E^2 \rangle_{K^0} = 0.$$

При выводе формул (20) массы и радиусы u -, d - и s -кварков считаются одинаковыми, т. е. нарушение $SU(3)$ -симметрии не учитывается. Дальнейшие вычисления выполняем по формулам (10а)–(10в). Для квадрата радиуса π^{\pm} -мезонов в разных экспериментах получены заметно отличающиеся значения: $\langle r_E^2 \rangle_{\pi^{\pm}}^I = (0,31 \pm \pm 0,04) \text{ фм}^2$ [72] и $\langle r_E^2 \rangle_{\pi^{\pm}}^{II} = (0,46 \pm 0,011) \text{ фм}^2$ [73]. Для K^{\pm} -мезона $\langle r_E^2 \rangle_{K^{\pm}} = (0,26 \pm 0,07) \text{ фм}^2$ [74]. Окончательные результаты расчетов электрических поляризуемостей π -, K -мезонов приведены в табл. 4. В ней η обозначено отношение $\langle r_E^2 \rangle_q / \langle r_E^2 \rangle_M$, которое находится из условия равенства экспериментального

Таблица 4

Электрические поляризуемости π -, K -мезонов в НКМ с осцилляторными силами*

γ^2 , ГэВ ²	η		$\alpha^{\pi^{\pm}}$, 10^{-4} фм ³	$\alpha^{\pi^{\pm}}$, 10^{-4} фм ³		α^{π^0} , 10^{-4} фм ³
0,06	—	0	2,9	5,2	6,8	29
0,08	—	0,2	1,6	3,7	4,8	16
0,10	0,1	0,4	1,0	3,3	4,3	10
0,12	0,2	0,5	0,7	2,8	3,8	7
0,14	0,3	0,5	0,5	2,7	3,7	5
0,16	0,4	0,6	0,4	2,6	3,6	4
0,18	0,5	0,6	0,3	2,5	3,5	3
0,20	0,5	0,7	0,3	2,5	3,5	3

γ^2 , ГэВ ²	η		$\alpha^{K^{\pm}}$, 10^{-4} фм ³	$\alpha^{K^{\pm}}$, 10^{-4} фм ³	α^{K^0} , 10^{-4} фм ³
0,06	—	—	2,9	4,7	11,6
0,08	—	—	1,6	3,4	6,4
0,10	—	—	1,0	2,8	4,0
0,12	0,1	—	0,7	2,5	2,8
0,14	0,2	—	0,5	2,3	2,0
0,16	0,3	—	0,4	2,2	1,6
0,18	0,4	—	0,3	2,1	1,2
0,20	0,4	—	0,3	2,1	1,2

* Расчеты проводились для двух значений среднеквадратичного радиуса π -мезонов, указанных выше.

и теоретического радиусов π^\pm - и K^\pm -мезонов. Прочерк в табл. 4 означает отрицательные (нефизические) значения η . Отметим, что ширина распадов векторных мезонов $\rho^0(\omega) \rightarrow e^- + e^+$ и $\rho(\omega) \rightarrow \pi + \gamma$, которую вычисляли в НКМ с осцилляторными силами во многих работах (см., например, [64]), совпадает с экспериментальной при $\gamma^2 = 0,1 - 0,12 \text{ ГэВ}^2$. Для удовлетворительного описания распадов $\phi \rightarrow e^- + e^+$ и $K^* \rightarrow K + \gamma$ берут несколько большие значения осцилляторного параметра: $\gamma^2 = 0,16 - 0,2 \text{ ГэВ}^2$ [75]. Экспериментальных данных по поляризуемостям π - и K -мезонов пока нет. Расчеты поляризуемостей π -, K -мезонов в алгебре токов, в теории с киральным лагранжианом и с помощью ПСКЭ (см. разд. 6 и 7) приводят к значениям $\alpha^{\pi\sigma}$ и α^{K_0} много меньшим по сравнению со значениями в табл. 4.

Из данных табл. 4 следует, что при $\gamma^2 > 0,1 \text{ ГэВ}^2$ параметр η отличен от нуля, т. е. кваркам в мезонах нужно приписывать заметный размер, как и в случае нуклонов. Отметим, однако, что вычисление форм-факторов нуклонов в релятивистской кварковой модели ставит под сомнение вывод о большом радиусе кварков. Для квадрата радиуса протона в такой модели получается следующая формула [76]:

$$\langle r_E^2 \rangle_p = 1/\gamma^2 + \langle r_E^2 \rangle_q + 6/m^2. \tag{21}$$

Последний член в формуле (21), имеющий релятивистское происхождение, вносит заметный вклад ($6/m^2 = 0,26 \text{ фм}^2$) в квадрат радиуса протона и необходимость приписывать кваркам большой радиус, кажется, отпадает. Следовательно, при расчетах радиусов и, по-видимому, поляризуемостей адронов нужно учитывать релятивистские эффекты.

В заключение к этому разделу отметим, что в некоторых работах (см., например, [34, 69]) указывалось на существенное различие поляризуемостей адронов, вычисленных в НКМ с дробными и целыми зарядами кварков. К сожалению, это важное утверждение пока недостаточно обосновано, поскольку в расчетах, выполненных в НКМ с целыми зарядами, никак не учитывалась большое значение энергетического порога рождения цветных частиц*.

4. ДИСПЕРСИОННЫЕ ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ α И β (РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ)

Кинематика комптоновского рассеяния [13, 29]. При описании комптоновского рассеяния на адроне со спином $1/2$ (0) АКР обычно выражают с помощью шести (двух) инвариантных амплитуд

* В работах [34, 69] предполагалось, что массы всех кварков с целыми зарядами равны примерно 340 МэВ. Автор благодарит А. Б. Говоркова за обсуждения этого вопроса.

$T_h(\nu, t)$ [78, 79]. В случае спина 1/2, общий вид амплитуды T_{fi} имеет вид:

$$T_{fi} = \bar{u}' e' * \mu \left[-\frac{P'_\mu P'_\nu}{P'^2} (T_1 + (\gamma K) T_2) - \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} (T_3 + (\gamma K) T_4) + \right. \\ \left. + i \frac{P'_\mu N_\nu - P'_\nu N_\mu}{P'^2 K^2} \gamma_5 T_5 + i \frac{P'_\mu N_\nu + P'_\nu N_\mu}{P'^2 K^2} \gamma_5 (\gamma K) T_6 \right] e^\nu u. \quad (22)$$

В выражении (22) u' и u — дираковские спиноры конечного и начального адрона; e' и e — 4-векторы поляризации конечного и начального фотона; $\gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, 4-векторы P' , K , N выражаются через 4-импульсы p' (k') и p (k) конечного и начального адрона (фотона) следующими формулами:

$$K = (k + k')/2, \quad P' = P - K(PK)/K^2, \quad N_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P^\nu Q^\lambda K^\sigma, \\ P = (p + p')/2, \quad Q = (k' - k)/2 = (p - p')/2,$$

где $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ — антисимметричный тензор $\varepsilon_{0123} = 1$. Функции T_h являются функциями двух переменных $\nu = (s - u)/4m$ и t , где s , u , t — обычные мандельштамовские переменные, m — масса адрона. Нормировка амплитуды T_{fi} определяется соотношениями

$$\bar{u}u = 2m, \quad d\sigma/d\Omega = (1/64\pi^2 s) |T_{fi}|^2.$$

Из кросс-симметрии T_{fi} следует, что $T_{1, 3, 5, 6}$ — четные, а $T_{2, 4}$ — нечетные функции ν .

Амплитуды $T_h(\nu, t)$ при комплексных ν, t не имеют кинематических сингулярностей, но имеют кинематические связи [80], возникающие из-за обращения в нуль величин P'^2 , K^2 и $P'^2 K^2$ в знаменателях разложения (22) при некоторых ν и t . Действительно,

$$P'^2 = (4m^2/t) (\nu^2 + t/4 - t^2/16m^2),$$

$$N^2 = (m^2 t/4) (\nu^2 + t/4 - t^2/16m^2),$$

$$K^2 P'^2 = -m^2 (\nu^2 + t/4 - t^2/16m^2).$$

В лабораторной системе

$$\nu = (\omega + \omega')/2, \quad t = -2\omega\omega' (1 - z),$$

$$\nu^2 + t/4 - t^2/16m^2 = (\omega\omega'/2) (1 + z),$$

где $z = \cos \theta$, θ — угол рассеяния, $\omega = k_0$, $\omega' = k'_0$ — энергии начального и конечного фотонов. Теперь, очевидно, что при $\theta = 0$ и π знаменатели в (22) обращаются в нуль. Так как нет никаких физических оснований для обращения амплитуды T_{fi} тождественно в бесконечность на линиях $\theta(\nu, t) = 0$ или π , то определенные комбинации T_h должны быть равны нулю. Их можно найти из связи амплитуд комптоновского рассеяния в системе центра

масс R_k [81, 82] с амплитудами T_k (см. Приложение 2). В результате находим, что при $t = 0$ (рассеяние вперед) равны нулю комбинации

$$C_1 = T_1 + T_3 + v(T_2 + T_4), \quad C_2 = 2T_5 + v(T_2 + T_4). \quad (23)$$

При $v^2 + t/4 - t^2/16m^2 = 0$ (рассеяние назад) равны нулю комбинации

$$C_3 = T_1 - T_3 - \frac{t}{4v}(T_2 - T_4), \quad C_4 = 2mT_6 - \frac{t}{4v}(T_2 - T_4). \quad (24)$$

Введем новые амплитуды $A_k(v, t)$:

$$\left. \begin{aligned} A_{1,2} &= t^{-1}C_{1,2}, \quad A_{3,4} = (4v^2 + t - t^2/4m^2)C_{3,4}, \\ A_5 &= (4v)^{-1}(T_2 + T_4), \quad A_6 = (4v)^{-1}(T_2 - T_4). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Из-за аналитичности функций T_k в разрезанных плоскостях v и t [83] (см. также [84]), а также свойств (23), (24) и $T_{2,4}(v = 0, t) = 0$ (последнее следует из нечетности $T_{2,4}$) амплитуды A_k являются аналитическими функциями v, t в тех же областях. Более того, новые амплитуды A_k свободны не только от кинематических сингулярностей, но и связей*. Отметим, что все $A_k(v, t)$ — четные функции v .

Для адрона со спином нуль приведенные выше формулы упрощаются

$$T_{ji} = -2me'^* \mu e^v \left[\frac{P'_\mu P'_\nu}{P'^2} T_1 + \frac{N_\mu N_\nu}{N^2} T_2 \right]. \quad (26)$$

Инвариантные амплитуды, свободные от кинематических сингулярностей, нулей и связей, в этом случае имеют вид

$$A_1 = t^{-1}(T_1 + T_2), \quad A_2 = (4v^2 + t - t^2/4m^2)(T_1 - T_2). \quad (27)$$

Низкоэнергетическая теорема [13, 29]. Выделим из АКР члены, имеющие полюса при $s = m^2$ или $u = m^2$. Соответственно из амплитуд A_k выделяются полюсные члены A_k^P :

$$A_k = A_k^P + A_k^C, \quad (28)$$

где

$$A_k^P = \frac{r_k(t)}{(s-m^2)(u-m^2)} = \frac{r_k(t)}{(t^2/4) - 4m^2v^2},$$

а функции A_k^C регулярны при $v, t = 0$. Вычеты r_k легко определить, зная полюсные члены в амплитудах T_k [82]: $r_1 = r_2 = -2me^2$ для бесспиновой частицы, а в случае спина 1/2

$$r_1 = -2me^2 \left(1 - \frac{2\lambda + \lambda^2}{8m^2} t \right), \quad r_2 = 2me^2 \left(1 + \lambda + \frac{2\lambda + \lambda^2}{8m^2} t \right),$$

$$r_{3,5} = me^2(2\lambda + \lambda^2), \quad r_4 = me^2\lambda^2, \quad r_6 = -me^2(2 + 2\lambda + \lambda^2),$$

где e и λ — заряд и аномальный магнитный момент адрона.

* Другой эквивалентный набор инвариантных амплитуд с теми же свойствами был предложен ранее в работе [80].

Подставим в (22), (26) амплитуды T_h , выраженные через A_h , причем для последних используем разложение (28). В результате получим соответствующее разложение для полной амплитуды:

$$T_{fi} = T_{fi}^P + T_{fi}^C. \quad (29)$$

Полюсная часть в (29), обозначенная T_{fi}^P , записывается только с помощью амплитуды A_h^P . В данном случае полюсная часть T_{fi}^P совпадает с борновской амплитудой T_{fi}^B рассеяния фотона на частице со спином $1/2$ с ненулевым аномальным магнитным моментом:

$$T_{fi}^B = T_{fi}^P.$$

Это совпадение случайно. При ином выборе инвариантных амплитуд, свободных от кинематических сингулярностей, нулей и связей, оно, вообще говоря, не будет иметь места. Структурная часть полной амплитуды T_{fi}^C выражается только через амплитуды A_h^C . Разложим структурную часть амплитуды T_{fi}^C по ν и t , сохраняя в разложении только квадратичные по энергии фотона ω члены. Для адрона со спином 0 соответствующее разложение в калибровке $e_0' = e_0 = 0$ в лабораторной системе имеет вид

$$T_{fi}^C = -2m\omega\omega' [(e' * e) (A_1^C + A_2^C) - (s' * s) (A_1^C - A_2^C)]_{\nu, t=0} + \dots, \quad (30)$$

где $s = (\mathbf{k} \times \mathbf{e})/\omega$ и $s' = (\mathbf{k}' \times \mathbf{e}')/\omega'$. Опущенные в (30) члены имеют порядок ω^4 . Для адрона со спином $1/2$

$$T_{fi} = -2m\omega\omega' [(e' * e) (A_1^C + A_3^C + A_6^C) - (s' * s) (A_1^C - A_3^C - A_6^C)]_{\nu, t=0} + \dots \quad (31)$$

Опущенные в (31) члены зависят от спина и имеют порядок ω^3 . Из формул (30) и (31) следует, что структурная часть АКР с точностью до квадратичных по ω членов определяется двумя константами. В этом утверждении заключается содержание обобщенной низкоэнергетической теоремы для АКР, впервые доказанной в работах [1—4]. Константы

$$\alpha = -(1/4\pi) (A_1^C + A_2^C)_{\nu, t=0}, \quad \beta = (1/4\pi) (A_1^C - A_2^C)_{\nu, t=0} \quad (32)$$

для частиц со спином 0 и

$$\alpha = -(1/4\pi) (A_1^C + A_3^C + A_6^C)_{\nu, t=0}, \quad \beta = (1/4\pi) (A_1^C - A_3^C - A_6^C)_{\nu, t=0} \quad (32a)$$

для частиц со спином $1/2$ принято называть электрической и магнитной дипольными обобщенными поляризуемостями. Описанный выше метод вывода низкоэнергетической теоремы для АКР был первоначально развит в работах [80, 85—87].

Правило сумм для суммы $\alpha + \beta$ [2, 13, 29]. Согласно (32а) сумма поляризуемостей $\alpha + \beta$ выражается суммой констант разложения $A_3(0, 0) + A_6(0, 0)$. Чтобы вычислить последнюю сумму, воспользуемся дисперсионными соотношениями по ν для амплитуд $A_{3,6}(\nu, t)$ при $t = 0$. Но сначала нужно найти асимптотику амплитуд $A_h(\nu, t)$ при больших ν и фиксированном t . В модели Редже стандартную асимптотику имеют только спиральные амплитуды $T_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}(\nu, t)$, где λ'_i и λ_j — спиральности конечных и начальных частиц. Вклад реджевского полюса R в амплитуду $A_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}(\nu, t)$ при больших ν и фиксированном t равен $\beta_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2} \nu^{\alpha_R(t)}$, где $\alpha_R(t)$ — траектория полюса R , а $\beta_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}(t)$ — некоторая комплексная функция t . Выражая амплитуды $A_h(\nu, t)$ через s -канальные спиральные амплитуды $T_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}(\nu, t)$ (см. Приложение 2), находим

$$A_h^{ac}(\nu, t) = \frac{1}{\nu^{n_h}} \sum_R b_h^R(t) \frac{1 + (-1)^{n_h} \exp(-i\pi\alpha_R(t))}{\sin \pi\alpha_R(t)} + a_h(t) \nu^{\mathcal{J}_h}, \quad (33)$$

где $n_{1,2} = 0$, $n_{3,5,6} = 2$, $n_4 = 3$; $\mathcal{J}_h = 0$ при $k \neq 4$, $\mathcal{J}_4 = 1$.

В формуле (33) $b_h^R(t)$ — вещественные функции t , пропорциональные вычетам реджевских полюсов R . Вещественные функции $a_h(t)$ представляют вклад кронеккеровского $\delta_{\mathcal{J}_h}$ -члена ($k = 1, 2$) и фиксированного полюса при $\mathcal{J}_h = 0$ ($k = 3, 5, 6$) или при $\mathcal{J}_h = 1$ ($k = 4$). Эти нестандартные вклады в модели Редже оставлены для общности (см., например, [88]). Интерсепты главных эффективных траекторий Редже равны $\alpha_P(0) \approx 1$, $\alpha_{P'}(0) \approx \alpha_{A_2}(0) \approx 0,5$. Таким образом, четные по ν амплитуды $A_{3,6}(\nu, 0)$ убывают с ростом ν как $1/\nu$ и, следовательно, удовлетворяют безвычитательному дисперсионному соотношению*:

$$\operatorname{Re} A_{3,6}(\nu, 0) = A_{3,6}^B(\nu, 0) + \frac{2}{\pi} P \int_{\nu_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\nu' \operatorname{Im} A_{3,6}(\nu', 0)}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu', \quad (34)$$

где $\nu_{\text{пор}}$ — порог фоторождения пионов на нуклонах. В (34) учтено, что для амплитуд $A_h(\nu, t)$ полюсной и борновский члены совпадают.

Теперь устремим в (34) ν к нулю, сложим выражения для $A_3(0, 0)$ и $A_6(0, 0)$ и воспользуемся оптической теоремой: $\operatorname{Im}(A_3 + A_6)_{t=0} = -\frac{1}{2\nu} \sigma_{\text{пол}}(\nu)$, где $\sigma_{\text{пол}}(\nu)$ — полное сечение

* Дисперсионные соотношения для шести инвариантных АКР на нуклоне впервые были записаны в работе Н. Н. Боголюбовым и Д. В. Ширковым [89]. Строгое доказательство таких дисперсионных соотношений дано А. А. Логуновым и П. С. Исаевым [84].

адронного фотопоглощения на нуклоне. В результате получаем правило сумм для суммы поляризуемостей [2]:

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\sigma_{\text{пол}}(v)}{v^2} dv, \quad (35)$$

которое применимо к любым адронам со спином 0 и 1/2. Интеграл (35) использовался уже в известной работе [90] (см. также формулу (3.25) в [42]), где левая часть в формуле (35) не была детально интерпретирована. А. М. Балдин [2] впервые отметил, что левая часть формулы (35) имеет смысл суммы электрической и магнитной поляризуемостей частицы и использовал эту формулу для расчета сумм поляризуемостей для протона и нейтрона. В дальнейшем интерпретация интеграла (35) как суммы поляризуемостей была специально подчеркнута в [15].

Правило сумм при конечной энергии для разности $\alpha - \beta$ [13, 29]. Амплитуда $A_1(v, 0)$ в общем случае, когда хотя бы одна из величин $b_1^{P, P'}, A_2(0)$ и $a_1(0)$ в формуле (33) не равна нулю, не стремится к нулю при $|v| \rightarrow \infty$ и поэтому не удовлетворяет безвычитательному дисперсионному соотношению по v . Следовательно, обычное правило сумм для разности поляризуемостей $\alpha - \beta$, содержащее в правой части только s -канальный интеграл, нельзя вывести без специального предположения динамического характера об убывании $A_1(v, 0)$ при больших $|v|$: $\lim A_1(v, 0) = 0$ при $|v| \rightarrow \infty$. Основанием для такого предположения могло бы быть наблюдающееся в различных дифракционных процессах при высоких энергиях приближенное сохранение s -канальной спиральности (SCHC) частиц (см. конец настоящего раздела). Так, гипотеза о строгом сохранении s -канальной спиральности фотона, эквивалентная требованию $\lim A_1(v, 0) = 0$ при $|v| \rightarrow \infty$, использовалась в работах [29, 30, 32], где получено обычное s -канальное правило сумм для разности $\alpha - \beta$ и впервые получено правильное соотношение между вычисленными поляризуемостями протона $\alpha^P \geq \beta^{P*}$. Тем не менее, такое правило сумм для $\alpha - \beta$ нельзя считать достаточно обоснованным. Поэтому ниже дан краткий вывод правила сумм при конечной энергии (ПСКЭ) [94] для разности поляризуемостей нуклона $\alpha - \beta$, который не нуждается в дополнительных гипотезах.

Напишем интегральную формулу Коши для амплитуды $A_1(v, 0)$ по замкнутому контуру (рис. 3):

$$A_1(v, 0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{A_1(v', 0)}{v' - v - i\eta} dv'. \quad (36)$$

* В более ранних теоретических работах [92, 93, 108], где казалось бы установлено аналогичное соотношение для поляризуемостей протона, имеется ошибка в знаке вклада в $\alpha - \beta$ от t -канала. Исправление этой ошибки приводит к обратному неравенству $\alpha < \beta$ (см., например, значения (30) в [18]).

Применим к формуле (36) соотношение

$$\frac{1}{v' - v - i\eta} = P \frac{1}{v' - v} + i\pi\delta(v' - v),$$

предполагая, что $v_e < v < v_{\text{пор}}$, где $v_{\text{пор}}$ — порог фоторождения пионов в л. с. Далее вычислим интеграл по малой полуокружности с радиусом v_e , предварительно представив значение амплитуды $A_1(v, 0)$ на контуре в виде ряда:

$$A_1(v, 0) = a_{-2}/v^2 + a_0 + a_2v^2 + \dots,$$

где a_{-2}/v^2 — борновская часть амплитуды $A_1(v, 0)$. Теперь, выделяя слева и справа в (36) реальные части, можно перейти к пределу $v_e \rightarrow 0$ и затем положить $v = 0$. В результате получаем ПСКЭ для разности поляризуемостей нуклона:

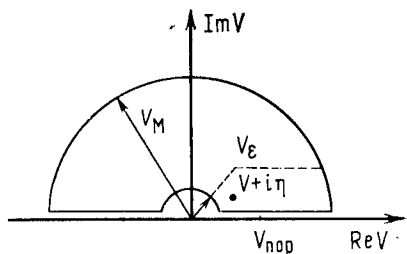


Рис. 3. Контур интегрирования, использованный при выводе ПСКЭ

$$\alpha - \beta = -\frac{1}{\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{v_M} \frac{\text{Im } A_1(v, 0)}{v} dv + \text{Re} \frac{i}{2\pi^2} \int_{c_{v_M}} \frac{A_1(v, 0)}{v} dv. \quad (37)$$

Второй член в правой части формулы (37), который возник из-за отсутствия дополнительной гипотезы при ее выводе, назовем асимптотическим вкладом и обозначим $(\alpha - \beta)^{\text{ас}}$. Он может быть выражен через параметры, определяющие асимптотику амплитуды $A_1(v, 0)$. Для этого будем считать радиус полуокружности v_M на рис. 3 большим, так что амплитуду $A_1(v, 0)$ под знаком интеграла можно заменить ее асимптотическим выражением $A_1^{\text{ас}}(v, 0)$. Если в формуле (37) под знаком второго интеграла вместо амплитуды $A_1(v, 0)$ подставить ее асимптотическое выражение (33) и вычислить интеграл, то ПСКЭ принимает обычный вид:

$$\alpha - \beta = -\frac{1}{\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{v_M} \frac{\text{Im } A_1(v, 0)}{v} dv - \frac{1}{\pi^2} \sum_R b_1^R(0) \frac{v_M^{\alpha_R(0)}}{\alpha_R(0)} - \frac{1}{2\pi} a_1(0). \quad (38)$$

Отметим, что ПСКЭ (38) применимо к любым адронам со спином 0 и 1/2. При сравнении ПСКЭ (38) с другими правилами сумм для разности $\alpha - \beta$ (см. ниже) первое обнаруживает преимущество в том, что содержит под знаком интеграла абсорбтивную часть АКР на нуклоне в физической области, которая условием унитар-

ности связана с лучше изученными экспериментально и теоретически амплитудами фоторождения на нуклоне. Конечно, при вычислении разности поляризуемостей $\alpha - \beta$ по формуле (38) есть и трудность, связанная с вычислением асимптотического вклада. Но этот вклад зависит от параметров, характеризующих поведение амплитуды $A_1(\nu, 0)$ при больших ν , часть из которых известна, а неизвестные параметры можно определить в поляризационных экспериментах (см. разд. 5).

Обычно, ПСКЭ в форме (38) хорошо выполняются при сравнительно низких значениях $\nu_M = 2-4$ ГэВ, если в соответствующей сумме по R учитываются все возможные эффективные траектории с $\alpha_R(0) > 0$. При меньших ν_M следует оценивать вклады ближайших траекторий с $\alpha_R(0) \leq 0$. Отметим также, что при выводе ПСКЭ в форме (37) никаких специальных предположений, кроме предположения об аналитичности амплитуды $A_1(\nu, 0)$ в верхней полуплоскости ν не делалось. Зависимость от модели в ПСКЭ в форме (38) можно ослабить, выбрав более общую, чем в простейшей полюсной модели Редже, форму параметризации асимптотики $A_1^{ac}(\nu, t)$. Например, легко учесть в ПСКЭ (38) дополнительный вклад, возникающий от логарифмического члена в $A_1^{ac}(\nu, 0)$, если окажется, что он необходим для описания поведения амплитуды $A_1(\nu, 0)$ при больших ν , как в случае с полным сечением адронного фотопоглощения $\sigma_{пол}(\nu)$.

Правила сумм для разности $\alpha - \beta$ с t -канальными вкладами. Ниже обсуждаются правила сумм для разности поляризуемостей $\alpha - \beta$, которые помимо s -канального вклада содержат явно вклад t -канала, т. е. вклад от аннигиляции $N\bar{N} \rightarrow \gamma\gamma$. В последние годы такие правила сумм также использовались в различных расчетах [18, 19, 31а, 96] поляризуемостей нуклонов. Они выводятся из дисперсионного соотношения по s для некоторой комбинации амплитуд $A_h(s, t, u)$ при фиксированном u или фиксированном угле рассеяния $\theta = 180$, т. е. при

$$t(s) = 2m^2 - s - m^4/s, \quad u(s) = m^4/s. \quad (39)$$

Можно доказать, воспользовавшись методом, описанным выше, что при больших s и $u \approx m^2$ комбинация амплитуд

$$\tilde{A}(s, u) = A_1(s, u) + \frac{s-u}{4m^2} A_5(s, u)$$

ведет себя как $s^{\alpha_R(u)-3/2}$, где $\alpha_R(u)$ — самая высокая барионная траектория в u -канале процесса $\gamma N \rightarrow \gamma N$. При $u \approx m^2$ значение $\alpha_R(u) \approx 1$ и, следовательно, амплитуда $\tilde{A}(s, u = m^2)$ удовлет-

воряет дисперсионному соотношению по s без вычитаний:

$$\begin{aligned} \tilde{A}^C(s, u = m^2) = & \frac{1}{\pi} P \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{\tilde{A}^s(s', u = m^2)}{s' - s} ds' + \\ & + \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{m^2 - 4\mu^2} \frac{\tilde{A}^t(s', u = m^2)}{s' - s} ds', \end{aligned} \quad (40)$$

где \tilde{A}^s и \tilde{A}^t — s - и t -канальные абсорбтивные части; m — масса нуклона; μ — масса π -мезона. Положив в (40) $s = m^2$ и переходя во втором члене к интегрированию по t , получаем правило сумм (см. [18, 19, 92]):

$$\alpha - \beta = -\frac{1}{2\pi^2} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{\tilde{A}^s(s, u = m^2)}{s - m^2} ds - \frac{1}{2\pi^2} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\tilde{A}^t(t, u = m^2)}{t} dt. \quad (41)$$

Недостатком правила сумм (41) является то, что под знаком второго интеграла стоит абсорбтивная часть амплитуды неизученного экспериментально процесса

$N\bar{N} \rightarrow \gamma\gamma$, для которого к тому же интервал по t от $4\mu^2$ до $4m^2$ нефизический. Отметим также, что линия $u = m^2$ на плоскости Мандельштама не принадлежит физическим областям s - и t -каналов. Более простое правило сумм для разности $\alpha - \beta$ получается, если использовать амплитуду $\tilde{A}(s, \theta = 180^\circ)$ при фиксированном угле рассеяния θ . При этом считать, что и в этом случае поведение амплитуды $\tilde{A}(s, \theta = 180^\circ)$ при больших s определяется режгионными обментами в u -канале. Действительно, согласно формулам (39) $u \rightarrow 0$ при $s \rightarrow \infty$.

Поэтому можно предположить, что при $s \rightarrow \infty$ амплитуда $\tilde{A}(s, \theta = 180^\circ)$ пропорциональна $s^{\alpha_R(0)}$ и, следовательно, убывает. Система разрезов амплитуды $\tilde{A}(s, \theta = 180^\circ)$ в комплексной s -плоскости показана на рис. 4. Представив амплитуду $\tilde{A}(s, \theta = 180^\circ)$ в виде интеграла Коши по контуру C , изображенному на рис. 4, и устремив радиус большой окружности к бесконечности, получаем

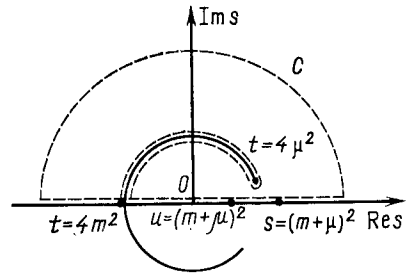


Рис. 4. Контур интегрирования, использованный при выводе правила сумм (42)

следующее правило сумм [31а, 107]:

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \beta &= -\frac{1}{2\pi^2} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{ds}{s-m^2} \left(1 + \frac{m^2}{s}\right) \left[A_1^s(s, t(s)) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{t(s)}{4m^2} A_5^s(s, t(s)) \right] - \\ &\quad - \frac{1}{2\pi^2} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt}{t} \left[A_1^t(s(t), t) - \frac{t}{4m^2} A_5^t(s(t), t) \right], \\ s(t) &= m^2 - \frac{t}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{t^2 - 4m^2 t}. \end{aligned} \right\} (42)$$

Отметим, что в правиле сумм (42) под знаком первого интеграла стоит s -канальная абсорбтивная часть в физической области s -канала. Если в формуле (42) перейти от переменной интегрирования s к ω (энергия фотона в л. с. к.), выразить s -канальную абсорбтивную часть через мультипольные амплитуды фоторождения адронов на нуклоне, а при вычислении t -канальной абсорбтивной части ограничиться промежуточными состояниями с двумя π -мезонами с моментом $J \leq 2$, то правило сумм (42) принимает удобный для расчетов вид [31а]:

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \beta &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{m + \frac{\mu^2}{2m}}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^2} \left(1 + 2 \frac{\omega}{m}\right)^{1/2} \times \\ &\quad \times [\sigma(\Delta\pi = \text{yes}) - \sigma(\Delta\pi = \text{no})]; \\ &\quad - \frac{1}{\pi^2} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt}{t^2(t-4m^2)} \left(\frac{t-4\mu^2}{t}\right)^{1/2} \left[f_+^{(0)}(t) F_0^{(0)*}(t) + \right. \\ &\quad \left. + \left(m^2 - \frac{t}{4}\right) \left(\mu^2 - \frac{t}{4}\right) f_+^{(2)}(t) F_0^{(2)*}(t) \right], \end{aligned} \right\} (43)$$

где разность $\sigma(\Delta\pi = \text{yes}) - \sigma(\Delta\pi = \text{no})$ получается из суммы всех мультипольных сечений путем изменения знака вкладов $ML_{\text{неч}}$ и $EL_{\text{чет}}$ -мультиполей, $f_+^{(0,2)}(t)$ и $F_0^{(0,2)}(t)$ — парциальные спиральные амплитуды процессов $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ и $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$ с моментом $J = 0, 2$ и изотопическим спином $I = 0$. Амплитуду $f_+^{(0,2)}(t)$ можно определить путем экстраполяции из области $t < 0$, т. е. по данным о процессе рассеяния $\pi N \rightarrow \pi N$ в области низких энергий. К сожалению, данных об аннигиляции $\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma$ пока нет. Это обстоятельство существенно затрудняет вычисление разности поляризуемостей нуклона по формуле (43). Таким образом, появление в правилах сумм (41)–(43) t -канальных вкладов связано с требованием сходимости соответствующих интегралов.

Общие свойства поляризуемостей адронов [13, 29]. Из правила сумм (35) следует, что для таких релятивистских систем как адроны сумма поляризуемостей $\alpha + \beta$ всегда больше нуля. Никакого общего заключения о знаках самих поляризуемостей α и β сделать нельзя, если не использовать предположения динамического характера, которые оправданы для одних адронов и не верны для других.

Чтобы пояснить сказанное, исследуем подробнее вопрос о знаках поляризуемостей частиц со спином 0, например, π -мезона. Для этого разложим подынтегральные функции в правилах сумм (35) и (38) по мультиполям. Затем, разрешая найденные соотношения для $\alpha + \beta$ и $\alpha - \beta$ относительно α и β , получаем ПСКЭ для самих поляризуемостей:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{v_M} \frac{dv}{v^2} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{El} + \sigma_{Ml}}{2} + \right. \\ &\quad \left. + l(l+1) \left(1 + \frac{2v}{\mu} \right) \frac{\sigma_{El} - \sigma_{Ml}}{4} \right] + \alpha^{\text{ac}}, \\ \beta &= \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{v_M} \frac{dv}{v^2} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{El} + \sigma_{Ml}}{2} - \right. \\ &\quad \left. - l(l+1) \left(1 + \frac{2v}{\mu} \right) \frac{\sigma_{El} - \sigma_{Ml}}{4} \right] + \beta^{\text{ac}}, \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

где $\sigma_{El}(v)$ и $\sigma_{Ml}(v)$ — мультипольные сечения поглощения фотонов адроном. Для адронов со спином 1/2 формулы (44) в строгом смысле не применимы; в этом случае под знаком интеграла есть члены от интерференции El - и $Ml \pm 1$ -мультипольных амплитуд фоторождения. Естественно ожидать, что основной вклад в интегралы в правилах сумм (44) возникает от области энергий $v \gtrsim m^R$, где m^R — масса ближайшего резонанса. В случае π -мезона, когда $m^R = m^0$, релятивистские члены в подынтегральной функции, содержащие характерный множитель $2v/\mu$, доминируют, и тогда поляризуемости π -мезона удовлетворяют приближенному равенству $\alpha^\pi \approx -\beta^\pi$. Детальные расчеты (см. [30] и разд. 6) по формулам (44) показывают, что такое равенство действительно выполняется для поляризуемостей заряженных π^\pm -мезонов. Если оставить в подынтегральных функциях только члены с $l = 1$, подставить в формулы (44) $v_M = \infty$ и считать главными вклады в интегралы от промежутка ($v_{\text{пор}}, v_1 \ll \mu$), то они приобретают вид нерелятивистских выражений для электрической и парамагнитной дипольных поляризуемостей нейтральной частицы, например

атома:

$$\alpha = \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\sigma_{E1}(v)}{v^2} dv, \quad \beta = \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\sigma_{M1}(v)}{v^2} dv. \quad (45)$$

Формулы (45) получаются из обычных нерелятивистских выражений (10б), если при переходе от суммирования по промежуточным состояниям к интегрированию пренебречь эффектами отдачи и запаздывания. Согласно формулам (45) электрическая и парамагнитная поляризуемости больше нуля. На примере протона в конце разд. 5 показано, что формулы (45) можно применять для грубых оценок поляризуемостей тяжелых адронов. Характерная особенность релятивистских формул (44) — присутствие в них членов с отрицательным знаком. В частности, могут быть отрицательными асимптотические вклады $\alpha^{\text{ас}}$ и $\beta^{\text{ас}}$. Поэтому в общем случае нельзя утверждать, что электрическая поляризуемость адрона α больше нуля.

5. НАСЫЩЕНИЕ ПРАВИЛ СУММ ДЛЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ НУКЛОНА

Интегральные вклады в $\alpha + \beta$ и $\alpha - \beta$ [13, 29]. Обсуждение расчета суммы и разности электрической и магнитной поляризуемостей протона и нейтрона начнем с вычисления интегралов в правиле сумм (35) и ПСКЭ (38). Условие унитарности, связывающее мнимые части амплитуд $A_{1,3,6}(v, t)$ с амплитудами фоторождения на нуклонах, и экспериментальные данные о последних позволяют определить соответствующие подынтегральные функции. При вычислении интегральных вкладов в сумму $\alpha + \beta$ и разность $\alpha - \beta$ от фоторождения одиночных пионов используются результаты мультипольных анализов [97] ($\omega < 250$ МэВ) и [98] ($\omega = 250 - 1210$ МэВ). Высшие мультиполи учитывались в приближении однопионного обмена (борновское ОПО-приближение). Необходимые для такого расчета формулы приведены в Приложении 2. Найденные величины интегральных вкладов от однопионного фоторождения в сумму и разность поляризуемостей приведены в табл. 5.

Вклад от фоторождения двух π -мезонов вычисляется следующим образом. Из эксперимента известно, что при энергии фотона $\omega \leq 1,5$ ГэВ в реакции $\gamma N \rightarrow \pi^+ \pi^- N$ доминируют каналы $\gamma N \rightarrow \pi^\pm \Delta$ и $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$. Первый из них удовлетворительно описывается калибровочно-инвариантным ОПО-механизмом с абсорбционными поправками [99]. Отметим, что абсорбция в этом случае существенно изменяет лишь s -волну. Поэтому при вычислении вклада в $\text{Im } A_1(v, 0)$ только от борновской ОПО-диаграммы реакции $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ состояния $\pi \Delta$ с орбитальными моментами $l \geq 1$ учитываются более или менее правильно. Но состояния $\pi \Delta$ с $l = 0$

Таблица 5

Интегральные вклады в сумму и разность поляризуемостей нуклонов, 10^{-43} см³

Сумма (разность) поляризуемостей	Вклад $\gamma N \rightarrow \pi N$, 150–250 МэВ	Вклад $\gamma N \rightarrow \pi N$, 250–1210 МэВ	$\gamma N \rightarrow \pi N$ высшие парциальные вклады, $\nu < 1,5$ ГэВ	$\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ борновский ОПО-вклад, $\nu < 1,5$ ГэВ	$\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ s-волновая поправка, $\nu < 1,5$ ГэВ	Вклад $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$, $\nu < 1,5$ ГэВ	Вклад $\gamma \rightarrow \pi$, 1,5 ГэВ	Полный интегральный вклад
$\alpha^p + \beta^p$	2,9	8,3	0,2	0,5	1,3	0,06	0,9	$14,2 \pm 0,5$
$\alpha^p - \beta^p$	0,7	-7,2	1,7	2,1	4,1	0	—	$1,4 \pm 2$
$\alpha^n + \beta^n$	3,5	9,3	0,2	0,5	1,4	0,06	0,8	$15,8 \pm 0,5$
$\alpha^n - \beta^n$	1,3	-5,4	1,7	2,1	4,3	0	—	$4,0 \pm 2$

будут учтены плохо из-за абсорбции и вклада в амплитуду $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ от таких диаграмм как контактная, приводящих в основном к s-волне.

Заметную роль в фоторождении двух л-мезонов при $\omega \leq 1,5$ ГэВ играют также каналы с нейтральными π^0 -мезонами: $\gamma N \rightarrow \pi^0 \pi^0 N$, $\gamma N \rightarrow \pi^0 \pi^\pm N$. Естественно предположить, что из-за резонансного характера πN -взаимодействия и эти реакции идут через промежуточное $\pi \Delta$ -состояние, так как вклад одночастичных изобарных состояний относительно мал [99]. При этом рождение $\pi^\pm \Delta$ с $l \geq 1$ по-прежнему описывается ОПО-диаграммой. В реакции $\gamma N \rightarrow \pi^0 \Delta$ однопионный обмен невозможен, и орбитальный момент $\pi^0 \Delta$ -системы считается равным нулю.

Для учета s-волновой поправки — абсорбции и «контактных» диаграмм, в том числе диаграмм реакции $\gamma N \rightarrow \pi^0 \Delta$ — вычисленный в борновском ОПО-приближении матричный элемент рождения $\pi \Delta$ -системы в s-состоянии электрическим дипольным фотоном изменяется так, чтобы теоретическое полное сечение $\sigma_{\text{пол}}(\gamma N \rightarrow \pi \Delta)$ совпало с экспериментальной разностью $\sigma_{\text{пол}}^{\text{экс}}(\gamma N \rightarrow \pi \Delta) - \sigma_{\text{пол}}^{\text{экс}}(\gamma N \rightarrow \rho^0 N)$. Для учета ширины Δ -изобары вклад реакции $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ в мнимую часть $\text{Im } A_1$ усредняется по массе изобары m с весовым фактором $C \Gamma^2 [(m^2 - m_\Delta^2)^2 + m_\Delta^2 \Gamma^2]^{-1}$, где C — нормировочная постоянная. Зависимость ширины Γ от m берется из работы [100].

Труднее вычислить вклад других реакций фоторождения в разность поляризуемостей $\alpha - \beta$. Для этого нужно знать спиральные амплитуды реакций, т. е. иметь либо достаточно полный набор измерений с поляризованными фотонами и нуклонами, либо надежную модель реакции. Пока таких данных для энергии $\omega \geq 1$ ГэВ мало. Так, известно, что дифракционный процесс $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$

идет с приближенным сохранением спиральности [401]. При точном сохранении спиральности в γ^0 -вершине вклад этой реакции в разность $\alpha - \beta$ был бы равен нулю. Отметим, что вклад реакции $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$ в сумму $\alpha + \beta$ очень мал (см. табл. 5). Данных о других реакциях почти нет. Поэтому при численных расчетах в ПСКЭ (38) подставляется $v_M = 1,5$ ГэВ.

Вклад фоторождения в сумму поляризуемостей $\alpha + \beta$ от области $\omega > 1,5$ ГэВ вычисляется с помощью аппроксимационной формулы для полного сечения адронного фотопоглощения:

$$\sigma_{\text{пол}}(\gamma N \rightarrow \text{адроны}) = A_N + B_N/V \bar{v}. \quad (46)$$

В формуле (46) $A_p = A_n = 100$ мкб, $B_p = 57$ мкб \cdot ГэВ $^{1/2}$ и $B_n = 45$ мкб \cdot ГэВ $^{1/2}$ [401]. Формула (46) учитывает обмен P , P' и A_2 — полюсами Редже в t -канале и хорошо описывает экспериментальные данные в интервале энергий $\omega = 1,3 \div 20$ ГэВ*. Таким образом, полюсную модель Редже можно применять к комптоновскому рассеянию на нуклоне при сравнительно низких энергиях, по крайней мере, для описания мнимой части амплитуды $A_3 + A_6$.

Вклады от фоторождения двух π -мезонов и других реакций в сумму и разность поляризуемостей нуклонов приведены в табл. 5. Они не малы. Без их учета интегральные вклады равны: $\alpha^p + \beta^p = 11,410 \cdot 10^{-43}$ см 2 , $\alpha^p - \beta^p = -4,810 \cdot 10^{-43}$ см 2 . Они определяются в основном дисольными сечениями $\sigma_{E1}(\nu)$ и $\sigma_{M1}(\nu)$. При этом $\alpha^p = 3,310 \cdot 10^{-43}$ см 2 , $\beta^p = 8,110 \cdot 10^{-43}$ см 2 , что близко к значениям, рассчитанным по формулам (45) без учета двуххионного вклада в [2] (см. также [23]).

Указанная в табл. 5 погрешность в сумме $\alpha + \beta$ определяется в основном погрешностями измерений полного сечения $\sigma_{\text{пол}}(\nu)$, а погрешность в разности $\alpha - \beta$ характеризует точность модели, использованной для расчета двуххионного вклада.

Асимптотический вклад в $\alpha - \beta$ [13]. Для однозначного определения вычетов главных полюсов Редже b^P , P' , $A_2(0)$ и кронекеровского члена $a_1(0)$, от которых зависит асимптотический вклад в ПСКЭ (38), экспериментальных данных пока недостаточно. Однако оценку асимптотического вклада можно получить, если использовать данные по асимметрии комптоновского рассеяния на протоне

$$\Sigma = \frac{2 \operatorname{Re} \sum_{\lambda' \lambda} T_{\lambda' 1, \lambda 1} T_{\lambda' 1, \lambda-1}^*}{\sum_{\lambda' \lambda} (|T_{\lambda' 1, \lambda 1}|^2 + |T_{\lambda' 1, \lambda-1}|^2)} \quad (47)$$

* Вклад в сумму $\alpha + \beta$ от области $\omega > 20$ ГэВ, где наблюдается слабый рост полного сечения адронного фотопоглощения, пренебрежимо мал.

и учесть приближенное сохранение s -канальной спиральности (SCHC) в дифракционных процессах.

Асимметрия Σ измерялась при энергии фотона $\nu = 3,5$ ГэВ в интервале переданных импульсов $|t| = 0,1-0,7$ ГэВ² [101]. При всех t асимметрия согласуется в пределах погрешностей с нулем: $\Sigma^{\text{эк}} = (0,08 \pm 0,18) t$. Малость наблюдаемой асимметрии обычно объясняется аномальной малостью спирально-флиповых амплитуд по сравнению с нефлиповыми, т. е. приближенным сохранением спиральности частиц*. Чтобы уменьшить число неизвестных: $b_1^{P, P', A_2}(0)$ и $a_1(0)$, используют следующий результат партонной модели. Фиксированная особенность при $\mathcal{J} = 0$, появляющаяся в партонной модели в полной амплитуде комптоновского рассеяния на нуклоне T_{fi} , дает вклад в асимптотику амплитуды $A_3 + A_6$, мнимая часть которой выражается через полное сечение $\sigma_{\text{пол}}(\nu)$, но не дает постоянного вклада в асимптотику амплитуды A_1 [88]. Следовательно, $a_1(0)$ можно считать равным нулю.

Чтобы определить оставшиеся вычеты $b_1^{P, P', A_2}(0)$, удобно сначала выразить амплитуду $A_1(\nu, t)$ через спиральные амплитуды $T_{\lambda_1 \lambda_2', \lambda_1 \lambda_2}$. Такое представление имеет вид (см. Приложение 2)

$$A_1(\nu, t) = -\frac{1}{m(s-m^2)^2} \left[\left(s - \frac{s+m^2}{2} \sin^2(\theta/2) \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}}{\cos(\theta/2) \sin^2(\theta/2)} + \frac{m \sqrt{s} T_{-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, -1} + T_{-\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}}{2 \sin(\theta/2)} \right], \quad (48)$$

где $\sin^2(\theta/2) = -st/(s-m^2)^2$. Из формулы (48) для асимптотики амплитуды $A_1(\nu, t)$ получается соотношение

$$A_1^{\text{ac}}(\nu, t) = T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}^{\text{ac}}/mt + O(\nu^{\alpha(t)-1}), \quad \alpha(0) \leq 1. \quad (49)$$

Таким образом, вычеты $b_1^{P, P', A_2}(0)$ определяются асимптотическим поведением спиральной амплитуды $T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}(\nu, t)$. Пренебрежем в (47) вкладом траекторий Редже с отрицательными интерсептами (о применимости этого предположения смотри ниже)

* Нормальная малость спирально-флиповых амплитуд дифракционных процессов возникает при малых t из-за известного фактора $(-Bt/2)^{|\Delta\lambda|/2}$, где $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2' - \lambda_1 + \lambda_2$, а B — параметр наклона в дифференциальном сечении $d\sigma/d\Omega = A \exp(Bt)$. Фактически же отношение амплитуд $T_{\Delta\lambda \neq 0}/T_{\Delta\lambda = 0}$ мало даже при $|t| \approx 2/B$. Для $\pi^\pm p$ -рассеяния с изоскалярным обменом и фоторождения ρ^0 -мезона на протоне отношение $|T_{\Delta\lambda \neq 0}|/|T_{\Delta\lambda = 0}|$ не превышает 0,1–0,15 в широком интервале энергий при $|t| \leq 0,4$ ГэВ² [101–103].

и малыми вкладами — произведениями двух амплитуд с изменением спиральности частиц. Далее, учитывая (33), (49) и равенство

$$T_{\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 1}^{P, P', A_2}(\nu, 0) = T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, -1}^{P, P', A_2} = 2m\nu [iA_p + (i-1)(B_p/\sqrt{\nu})],$$

справедливое в полюсной теории Редже, можно вывести соотношение между вычетами $b_1^P(0)$ и $b_1^{P'}(0) + b_1^{A_2}(0)$:

$$b_1^P(0) = - \left(A_p + \frac{B_p}{\sqrt{\nu}} + \frac{B_p^2}{A_p\nu + B_p\sqrt{\nu}} \right) \left(\frac{\Sigma}{t} \right)_{t=0} - \left(1 + \frac{B_p}{A_p\sqrt{\nu} + B_p} \right) \frac{b_1^{P'}(0) + b_1^{A_2}(0)}{\sqrt{\nu}}. \quad (50)$$

Еще одно ограничение на $b_1^R(0)$ получается из неравенства

$$\left| \frac{\operatorname{Re} T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}^{P, P', A_2}}{\operatorname{Im} T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}^{P, P', A_2}} \right| = \left| \frac{b_1^{P'}(0) + b_1^{A_2}(0)}{b_1^P(0)\sqrt{\nu} + b_1^{P'}(0) + b_1^{A_2}(0)} \right| \leq 1. \quad (51)$$

Подобные неравенства справедливы для спирально-флипových амплитуд $\pi^\pm P$ -рассеяния и фоторождения ρ^0 -мезона на протоне при $t \approx 0$ [102, 103]. Отметим, что неравенство (51) выполняется, если в амплитуде $T_{\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}, 1}$ доминирует вклад одного полюса Редже с интерсептом $\alpha_R(0) \geq 0,5$.

Если теперь подставить значения параметров $\frac{\Sigma}{t} = (0,08 \pm \pm 0,18) \text{ ГэВ}^{-2}$, $A_p = 100 \text{ мкб}$, $B_p = 57 \text{ мкб} \cdot \text{ГэВ}^{1/2}$ и $\nu = 3,5 \text{ ГэВ}$, то из (38), (50) и (51) получается оценка

$$|(\alpha^p - \beta^p)^{P, P', A_2}| \leq 2,7 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (52)$$

Вместо (51) можно использовать неравенство $|T_{\Delta\lambda \neq 0}|/|T_{\Delta\lambda=0}| \leq \leq 0,15$ (см. примечание на стр. 729). Тогда, получится менее ограничительная оценка $|(\alpha^p - \beta^p)^{P, P', A_2}| \leq 7 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Верхняя оценка (52) не ухудшается при добавлении к реджевской асимптотике $A_1^{\text{ac}}(\nu, t)$ (33) логарифмического члена вида $\nu C (i \ln \nu + \pi/2)$, где C — произвольная вещественная постоянная. Если предположить, что P -полюс не дает вклада в асимптотику $A_1^{\text{ac}}(\nu, t)$, и определить величины $b_1^{P'}(0) + b_1^{A_2}(0)$ и C из соотношений типа (50) и (51), то получится ограничение $|(\alpha^p - \beta^p)^{P, P', A_2, \text{лог}}| \leq \leq 2,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Более слабое ограничение получается, если учесть, вопреки результатам партонной модели [88], вклад в асимптотику A_1^{ac} от фиксированного полюса: $|(\alpha^p - \beta^p)^{P, P', A_2, \text{п}}| \leq \leq 6,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$. Следовательно, разность поляризуемостей $\alpha^p - \beta^p$ чувствительна к вкладу фиксированного полюса 0^+ в асимптотику $A_1^{\text{ac}}(\nu, t)$.

Выше при расчетах различных вкладов в разность $(\alpha - \beta)$ бралось сравнительно низкое значение $\nu_M = 1,5$ ГэВ. Поэтому желательно оценить асимптотический вклад в $(\alpha - \beta)$ от низколежащих траекторий Редже. Можно показать, что π -траектория не вносит вклад в асимптотику амплитуды $A_1(\nu, t)$ из-за сохранения P -четности, но дает вклад ε -траектория с квантовыми числами 0^+ и интерсептом $\alpha_\varepsilon(0) \approx -0,5$.

Недавно ε -траектория привлекалась для объяснения быстрого убывания с энергией изоскалярной части поляризационного параметра в упругом NN -рассеянии (см., например, [104, 105]). Для оценки вклада $(\alpha^p - \beta^p)^\varepsilon$ используется модель реджизованного борновского члена [106]. В этой модели вклад ε -полюса в асимптотику амплитуды $A_1(\nu, t)$ имеет вид

$$A_1^\varepsilon(\nu, t) = -\frac{4g_{\varepsilon NN}g_{\varepsilon\gamma\gamma}}{\Gamma(\alpha_\varepsilon(t)+1)} \frac{\pi\alpha'_\varepsilon}{\sin \pi\alpha_\varepsilon(t)} \frac{1 + \exp[-i\pi\alpha_\varepsilon(t)]}{2} (2m\alpha'_\varepsilon\nu)^{\alpha_\varepsilon(t)}.$$

Следовательно, вклад ε -полюса в разность поляризуемостей равен

$$(\alpha^p - \beta^p)^\varepsilon = \frac{2\alpha'_\varepsilon g_{\varepsilon NN}g_{\varepsilon\gamma\gamma}}{\pi\Gamma(\alpha_\varepsilon(0)+1)} \cdot \frac{(2m\alpha'_\varepsilon\nu_M)^{\alpha_\varepsilon(0)}}{\alpha_\varepsilon(0)}. \quad (53)$$

В формулу (53) подставляются следующие значения параметров: $g_{\varepsilon NN}^2/4\pi = 14$, $\alpha_\varepsilon(0) = -0,5$, $\alpha'_\varepsilon = 1$ ГэВ⁻² [104, 105], а константа связи $g_{\varepsilon\gamma\gamma}$ оценивается с помощью диаграммы теории возмущений с нуклонной петлей. Расчет дает $g_{\varepsilon\gamma\gamma} = -e^2 g_{\varepsilon NN}/24\pi^2 m$. Если масса ε -мезона равна 700 МэВ, что следует из линейности ε -траектории, то ширина радиационного распада $\varepsilon \rightarrow 2\gamma$ равна 0,8 кэВ. Близкий результат получается при расчете с помощью диаграммы с пионной петлей, а также в нерелятивистской осцилляторной кварковой модели [64].

Окончательно для вклада ε -полюса получается оценка:

$$(\alpha^p - \beta^p)^\varepsilon = 2,4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (54)$$

Отметим, что при энергии фотона $\nu = 3,5$ ГэВ вклад ε -полюса в асимметрию в четыре раза меньше погрешности в экспериментальных значений $\Sigma^{\text{экс}} = (0,08 \pm 0,18) t$. Поэтому его учет не повлияет на оценку (52) вклада от главных полюсов Редже. После сложения всех вкладов для суммы и разности поляризуемостей протона и нейтрона имеем:

$$\alpha^p + \beta^p = (14,2 \pm 0,5) 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^n + \beta^n = (15,8 \pm 0,5) 10^{-43} \text{ см}^3,$$

$$\alpha^p - \beta^p = (3,8 \pm 4,7) 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^n - \beta^n = (6,4 \pm 4,7) 10^{-43} \text{ см}^3.$$

При вычислении разности $\alpha^n - \beta^n$ предполагается, что оценка (52) применима и к нейтрону. Сами поляризуемости протона и

нейтрона равны

$$\begin{aligned}\alpha^n &= (9,0 \pm 2,6) 10^{-43} \text{ см}^3, & \alpha^n &= (11,1 \pm 2,6) 10^{-43} \text{ см}^3, \\ \beta^n &= (5,2 \mp 2,6) 10^{-43} \text{ см}^3, & \beta^n &= (4,7 \mp 2,6) 10^{-43} \text{ см}^3.\end{aligned}\quad (55)$$

Вычисленные поляризуемости (55) согласуются в пределах погрешностей с экспериментальными значениями (9) и значениями (11), полученными в НКМ.

Вычисление t -канального вклада [19, 31а, 96, 115]. Теперь коротко обсудим результаты расчетов разности поляризуемостей протона с правилами сумм (42) и (43) и перечислим основные приближения, которые при этом делаются. О всех деталях вычислений читатель может узнать из оригинальных работ, цитируемых ниже. s -Канальный интеграл в правилах сумм (42) и (43) вычисляется аналогично интегралу в ПСКЭ (38). Соответствующий вклад в разность поляризуемостей равен

$$\begin{aligned}(\alpha^p - \beta^p)_s^{2\pi} &= -4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \quad [31а, 107], \\ (\alpha^p - \beta^p)_s^{\pi} &= -4,9 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \quad [93, 108].\end{aligned}\quad (56)$$

В работах [31а, 107] и [93, 108] значения (56) s -канального вклада в разность $(\alpha^p - \beta^p)$ вычислены с учетом и без учета парного фоторождения λ -мезонов. Погрешности в значениях (56) в этих работах не приводятся, но, как видно из табл. 5, они, по-видимому, не малы. Из сравнения одного s -канального вклада (56) в разность $\alpha^p - \beta^p$ с ее экспериментальным значением $\alpha^p - \beta^p = (8,4 \pm 3,5) \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ (9) заключаем, что вкладом t -канала в правилах сумм (42) и (43) пренебрегать нельзя. Однако в работе [107], где правило сумм типа ПС (42) впервые было выведено, при численных расчетах t -канальный вклад был отброшен без достаточного обоснования. Поэтому, вычисленные там поляризуемости протона $\alpha^p = 4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ и $\beta^p = 10 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ удовлетворяют неравенству $\beta^p > \alpha^p$ и не согласуются с экспериментальными данными (9). В некоторых работах абсорбтивная часть амплитуды процесса $P\bar{P} \rightarrow \gamma\gamma$, стоящая под знаком второго интеграла в правиле сумм (42), вычислялась в борновском приближении. В этом случае вклад t -канала приблизительно равен $-17 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$, а полная разность $\alpha^p - \beta^p = -22 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ *. Таким образом, обычная теория возмущений приводит к резкому расхождению с экспериментом. Это, конечно, можно было ожидать заранее. Действительно, абсорбтивная часть $\tilde{A}^t(t)$ в окрестности порога

* В работах [93, 108] тот же вклад t -канала в разность $\alpha^p - \beta^p$ приведен со знаком плюс, что есть следствие ошибки, допущенной при вычислении абсорбтивной части амплитуды процесса $P\bar{P} \rightarrow \gamma\gamma$. Эта ошибка привела в конечном счете к имитации согласия теории с экспериментом. По-видимому, первоисточником ошибки была работа [109], откуда она попала в некоторые теоретические работы по комптоновскому рассеянию.

$t_{\text{пор}} = 4\mu^2$ пропорциональна амплитуде $f_+^{(0)}(t)$, которая, как и амплитуда s -волнового πN -рассеяния, теорией возмущения не описывается (см., например [110, 111]).

Первая попытка вычислить разность $\alpha^p - \beta^p$ с помощью правила сумм (43) с реалистическими амплитудами $f_+^{(0,2)}(t)$ и $F_0^{(0,2)}(t)$ была сделана в работе [31а]. В ней при вычислении t -канального интеграла использовались амплитуды $f_+^{(0,2)}(t)$, найденные путем аналитического продолжения данных по низкоэнергетическому πN -рассеянию в нефизическую область $t > 0$ в работе [110]. В настоящее время принято считать, что амплитуда $f_+^{(0)}(t)$ в области $t \lesssim 1,0$ ГэВ² и амплитуда $f_+^{(2)}(t)$ в области $t \lesssim 0,5$ ГэВ² известны с точностью 20%. Отметим, что наиболее важная для расчета амплитуда $f_+^{(0)}(t)$ не совпадает с борновской амплитудой $(f_+^{(0)}(t))^B$ даже по знаку, а амплитуда $f_+^{(2)}(t)$ близка к борновской. Информация об амплитудах $F_0^{0,2}(t)$ более скудная, так как экспериментальных данных о процессах $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ и $\gamma\pi \rightarrow \gamma\pi$ пока нет. Используемые в работе [31а] амплитуды $F_0^{(0,2)}(t)$ были вычислены в приближении двухчастичной унитарности с учетом влияния $K\bar{K}$ -канала на $\pi\pi$ -канал в работе [112]. Найденное в [112] для амплитуды $F_0^{(0)}(t)$ решение зависит от неизвестных параметров. Тем не менее предпочтение было оказано некоторому частному решению, имеющему, как казалось авторам работы [112], приемлемое поведение при $t \approx 1$ ГэВ². Характерной особенностью выбранного решения является нуль при t близком к $4\mu^2$, после прохождения которого амплитуда $F_0^0(t)$ меняет знак. Амплитуда $F_0^{(2)}(t)$ не содержит неопределенных параметров и близка к борновской амплитуде $(F_0^{(2)}(t))^B$. В приближении двухчастичной унитарности фазы амплитуд $f_+^{(0,2)}(t)$ и $F_0^{(0,2)}(t)$ в области $t \leq 4m_k^2$ выражаются через фазы $\pi\pi$ -рассеяния δ_0^0 и δ_0^2 с точностью до числа кратного π . Поэтому подынтегральная функция при $t \leq 4m_k^2$ зависит только от произведения модулей амплитуд $f_+^{0,2}(t)$ и $F_0^{0,2}(t)$, взятых со знаком плюс или минус. Из-за фактора t^{-2} интеграл по t сходится быстро. Оценка показывает, что вклад в интеграл от области $t > 1$ ГэВ² составляет не более 10%. Учитывая этот факт и сделанные в расчете приближения, интегрирование по t выполнялось по конечному интервалу от $4\mu^2$ до $t_1 = 1$ ГэВ². Таким образом, вычисленные парциальные t -канальные вклады равны: $(\alpha^p - \beta^p) \int_t^{y=0} = -20 \cdot 10^{-43}$ см³, $(\alpha^p - \beta^p) \int_t^{y=2} = -6 \cdot 10^{-43}$ см³. Отметим, что в борновском приближении вклад $(\alpha^p - \beta^p) \int_t^{y=2} = -5 \cdot 10^{-43}$ см³. После суммирования отдельных вкладов получается очень плохой результат: $\alpha^p - \beta^p = -30 \cdot 10^{-43}$ см³. Авторы работы [31а] причиной неудачи расчета считают близость положения нуля у выбранного довольно произвольно решения для амплитуды $F_0^{(0)}(t)$ к порогу $4\mu^2$. Кроме того, они замечают, что приемлемая оценка s -вол-

нового вклада t -канала $(\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=0} = 13 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ получается, если в расчете использовать борновскую амплитуду $(F_0^p(t))^B$. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} (\alpha^p - \beta^p)_s + (\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=0} + (\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=2} &= 3 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \\ \alpha^p &= 8,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \beta^p = 5,6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Поляризуемости (57) неплохо согласуются с экспериментальными данными (9), но трудно обосновать приближение, с помощью которого они вычислены. Вслед за обсуждавшейся выше работой [31а] были выполнены два аналогичных расчета [96, 113]. В них использовалась либо та же самая амплитуда $f_+^{(0)}(t)$ из работы [110], либо близкая к ней. Наоборот, свойства использованных амплитуд $F_0^p(t)$ сильно отличались от свойств амплитуды, найденной в работе [112]. Так, в работе [113] амплитуда $F_0^{(0)}(t)$ равна нулю при значении $t_0 \approx 0,4 \text{ ГэВ}^2$, которое удалено от порога $4\mu^2$ почти на $20\mu^2$. Это приводит к увеличению положительного вклада в интеграл по t от интервала $(4\mu^2, t_0)$ и уменьшению по абсолютной величине отрицательного вклада от интервала (t_0, t_1) . Существенным недостатком расчета [113] является способ выбора произвольной константы $F_0^{(0)}(t = 4\mu^2)$, появляющейся при решении уравнения для амплитуды $F_0^{(0)}(t)$. Она находилась из условия $F_0^{(0)}(t = 4\mu^2) = (F_0^{(0)}(t = 4\mu^2))^B$, которое трудно обосновать.

Высшие парциальные вклады в t -канальный интеграл и вклад в s -канальный интеграл от парного фоторождения π -мезонов в работе [113] не учитывались. В этой работе найдено следующее значение разности поляризуемостей протона:

$$(\alpha^p - \beta^p)_s^\pi + (\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=0} = (-4,9 + 11) 10^{-43} \text{ см}^3 = 6,1 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (58)$$

Использованная в работе [96] амплитуда $F_0^{(0)}(t)$ также зависит от неизвестного параметра, который удается выразить через электрическую поляризуемость π^\pm -мезона α^{π^\pm} (см. [35б, 114]). Окончательный результат работы [96] имеет вид:

$$\begin{aligned} &(\alpha^p - \beta^p)_s^{\pi, 2\pi} + (\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=0} + (\alpha^p - \beta^p)_t^{\mathcal{J}=2} = \\ &= (-4 + 12,4 - 5) 10^{-43} \text{ см}^3 + 1,4\alpha^{\pi^\pm} = 3,4 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 + 1,4\alpha^{\pi^\pm}, \quad (59) \end{aligned}$$

где $\alpha^{\pi^\pm} \approx (3-6) 10^{-43} \text{ см}^3$ (см. разд. 6 и 7).

В работах [96, 113] погрешности в вычисленных значениях разности $\alpha^p - \beta^p$ не приводятся, так как их трудно надежно оценить. Тем не менее, если учесть точность, с которой известны амплитуды $f_+^{(0)}(t)$ и $F_0^{(0)}(t)$, погрешность в s -канальном вкладе и по-

грешность от отбрасывания вкладов с $\mathcal{J} \geq 4$, то можно заключить, что полная погрешность в найденных значениях разности поляризуемостей (58) и (59) не меньше $\pm 5 \cdot 10^{-43}$ см³. С учетом такой погрешности вычисленные в работах [96, 113] поляризуемости протона α^p и β^p согласуются с экспериментальными и теоретическими значениями (9) и (55). Закачивая обсуждение процедуры насыщения различных дисперсионных правил сумм для поляризуемостей нуклонов, отметим, что недавно были проведены расчеты [19, 115] разности $\alpha^p - \beta^p$ с правилом сумм типа (41) и реалистической абсорбтивной частью амплитуды процесса $P\bar{P} \rightarrow \gamma\gamma$. Эти расчеты существенно не отличаются от рассмотренных выше, но содержат дополнительную неопределенность из-за необходимости использования процедуры аналитического продолжения s -канальной абсорбтивной части в нефизическую область. Для разности поляризуемостей протона в этих работах получены значения:

$$\left. \begin{aligned} (\alpha^p - \beta^p)_s^\pi + (\alpha^p - \beta^p)_i^{\mathcal{J}=0} &= 10,2 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 [19], \\ (\alpha^p - \beta^p)_s^{\pi, 2\pi} + (\alpha^p - \beta^p)_i^{\mathcal{J}=0, 2, 4, \dots} &= (2,6 - 9) 10^{-43} \text{ см}^3 [115]. \end{aligned} \right\} (60)$$

Интервал значений разности $(\alpha^p - \beta^p)$ во второй строке (60) получен при следующем выборе параметров ϵ -мезона с $\mathcal{J}^p = 0^+$, с помощью которого учитывается $\pi\pi$ -взаимодействие в процессах $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ и $\pi\pi \rightarrow N\bar{N}$:

$$\left. \begin{aligned} m_\epsilon &= 660 \text{ МэВ}, \quad \Gamma_\epsilon = 640 \text{ МэВ}, \quad g_{\epsilon NN}^2/4\pi = 15, \\ \Gamma_{\epsilon \rightarrow 2\gamma} &= (0,7 \div 2) \text{ кэВ}. \end{aligned} \right\} (61)$$

Отметим, что в работе [115] разность поляризуемостей $(\alpha^p - \beta^p)$ вычисляется для более широкого интервала значений параметров $g_{\epsilon NN}^2/4\pi$ и $\Gamma_{\epsilon \rightarrow 2\gamma}$.

6. НАСЫЩЕНИЕ ПРАВИЛ СУММ ДЛЯ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ π -МЕЗОНОВ

Модель фоторождения адронов на π -мезонах [119]. Процессы взаимодействия фотонов с π -мезонами в отличие от аналогичных процессов с нуклонами мало изучены в теоретическом и экспериментальном аспектах. В настоящее время известны более или менее надежно полные сечения фоторождения адронов на π -мезонах в окрестностях ρ -, ω -, ϕ -, A_1 - и A_2 -резонансов. Нет пока данных о фоторождении адронов вдали от этих резонансов, и совсем не изучалось экспериментально комптоновское рассеяние на π -мезоне. Поэтому в работах [30, 116] при насыщении обычных s -канальных дисперсионных правил сумм для поляризуемостей π -мезонов широко использовались результаты модельных расчетов

сечений фоторождения адронов на π -мезонах. Так, фоторождение на π -мезоне вблизи порога образования одного или двух π -мезонов обычно рассматривается в рамках алгебры токов [35в] или теории поля с киральным лагранжианом [117]. При значениях \sqrt{s} (полная энергия фотона и π -мезона в с. д. м.) от 0,6 до 2,0 ГэВ определяющую роль в фоторождении адронов на π -мезонах играет образование ρ -, ω -, A_1 - и A_2 -мезонов в промежуточных состояниях, которые по разным каналам распадаются на адроны. В том же интервале энергий заметный вклад в сечения реакций $\gamma\pi \rightarrow$ адроны вносит механизм одноионного обмена (ОПО), приводящий к образованию промежуточных $e\pi$ - и $\rho\pi$ -состояний. Модель фоторождения адронов на π -мезонах, в которой учитываются резонансные и фоновые ОПО-вклады в амплитуды реакций, успешно использовалась в работе [119] при вычислении интегралов в правиле сумм Кабиббо-Радикати для квадрата радиуса распределения заряда π^\pm -мезона и свержходящемся правиле сумм для классического радиуса π^\pm -мезона. Напомним, что аналогичная модель неплохо описывает фоторождения одного и двух π -мезонов на нуклонах при низких и средних энергиях (см., например, [8, 99, 118]).

Ниже кратко изложен метод расчета мультипольных сечений $\sigma_{El}(\nu)$ и $\sigma_{Ml}(\nu)$, которые стоят под знаком интегралов в ПСКЭ (44) для поляризуемостей π -мезонов. Прежде всего отметим, что из-за приближенного сохранения квантового числа Бронзана-Лоу [120] сечения реакций типа $\gamma\pi \rightarrow n\pi$ с нечетным n много больше, чем с четным n . Это хорошо иллюстрируется данными по радиационной ширине $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\gamma} = 63 \pm 8$ кэВ, $\Gamma_{\omega \rightarrow \pi\gamma} = 880$ кэВ, $\Gamma_{A_1 \rightarrow \pi\gamma} \approx 600$ кэВ, $\Gamma_{A_2 \rightarrow \pi\gamma} \approx 450$ кэВ [121—124], поскольку ρ -мезон распадается на два π -мезона с вероятностью почти 100%, а ω -, A_1 - и A_2 -мезоны в основном распадаются на три π -мезона. Далее предполагается, что основными реакциями фоторождения на π -мезоне при энергии фотона в л. с. к. $\nu \lesssim 14$ ГэВ ($\sqrt{s} \lesssim 2$ ГэВ) являются $\gamma\pi \rightarrow 3\pi$ (доминирующая) и $\gamma\pi \rightarrow 2\pi$. В рассматриваемой модели этим двум реакциям соответствуют два типа диаграмм на рис. 5, а, б. Вклады в сечения $\sigma_{El}(\nu)$ и $\sigma_{Ml}(\nu)$ от резонансных диаграмм на рис. 5, а описываются брейт-вигнеровскими формулами с параметрами ρ -, ω -, A_1 - и A_2 -мезонов. Вклады калибровочно-инвариантного ОПО-механизма, изображаемые борновскими диаграммами на рис. 5, б, вычисляются по правилам Фейнмана. Факторы, сопоставляемые вершинам диаграмм, находят с помощью эффективно-го лагранжиана взаимодействия

$$L^{\text{эф}} = \mu g_{\epsilon\pi\pi} \pi_a \pi_a \epsilon - g_{\rho\pi\pi} \epsilon_{abc} \pi_a \partial_\nu \pi_b \rho_c^\nu - e \epsilon_{3ab} \pi_a \partial_\nu \pi_b A^\nu + \\ + e \epsilon_{3ab} \rho_a^\nu \partial_\lambda \rho_{\nu b} A^\lambda - e g_{\rho\pi\pi} \epsilon_{abc} \epsilon_{3bd} \pi_a \pi_d \rho_c^\mu A_\mu,$$

где ϵ , π_a , $\rho_{a\nu}$ и A_ν — поля ϵ -, π -, ρ -мезонов и фотона; a, b, c, d — изотопические индексы; ϵ_{abc} — антисимметричный тензор. Для

констант связи берут значения $g_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 2,8$ и $g_{\epsilon\pi\pi}^2/4\pi = 13,8$, полученные при подгонке вычисленных с тем же лагранжианом адронных ширин $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi}$ и $\Gamma_{\epsilon \rightarrow \pi\pi}$ к их экспериментальным значениям. При этом считается, что $m_\epsilon \approx \Gamma_\epsilon \approx 600$ МэВ. Из ранних

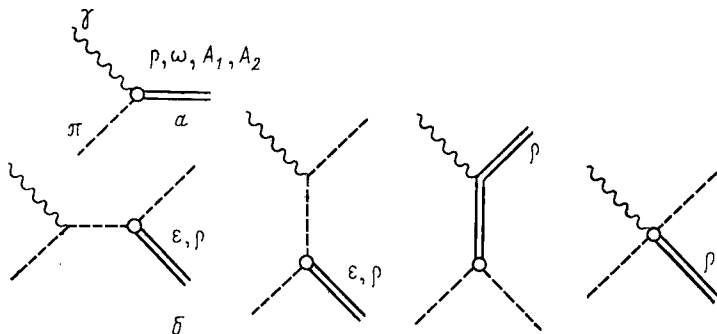


Рис. 5. Диаграмма фоторождения адронов на π -мезонах

применений обсуждаемой модели известно, что борновские ОПО-вклады в мультипольные сечения с низшими l сильно уменьшаются абсорбционными поправками. Формула для учета таких поправок при низких и средних энергиях фотона имеет вид [126]

$$\begin{aligned}
 \sigma_{E1(Ml)}^{\text{опо}}(\nu) &= [1 - C \exp(-l^2/2Aq^2)] \times \\
 &\times [1 - C' \exp(-l^2/2A'q'^2)] \sigma_{E1(Ml)}^{\text{Б}}(\nu),
 \end{aligned}$$

где $\sigma_{E1(Ml)}^{\text{Б}}(\nu)$ — борновские сечения; q и q' — импульсы начальных и конечных частиц в с. ц. м.; A и A' — параметры наклона дифференциальных сечений $\gamma\pi$ -, $\rho\pi$ - и $\epsilon\pi$ -рассеяния; C и C' — параметры абсорбции. Значения A и A' берут такими же, как в реакции $\gamma P \rightarrow \rho^0 P$, т. е. равными 6 ГэВ^{-2} [127]. В модели доминантности векторных мезонов $C = \sigma_{\rho\pi}/4\pi A$, где $\sigma_{\rho\pi}$ — полное сечение $\rho\pi$ -взаимодействия. Если воспользоваться асимптотическим сечением $\sigma_{\rho\pi} = 17$ мб, вычисленным в кварковой модели, то $C = 0,6$. При численных расчетах, обсуждаемых ниже, параметр C варьировался от 0,6 до 1. Для реакций $\gamma\pi \rightarrow \rho\pi$ и $\gamma\pi \rightarrow \epsilon\pi$ величины C' считались равными C . Если $C \approx C' < 1$, то модельные дипольные сечения $\sigma_{E1(Ml)}^{\text{опо}}(\nu)$ фоторождения ρ -мезона с нулевой спиральностью превосходят при $\sqrt{s} = 3-4 \text{ ГэВ}$ свою унитарную границу

$$\sigma_{E1(Ml)}^{\text{макс}} = (6\pi/q^2) (e/g_{\gamma\rho})^2,$$

где $g_{\gamma\rho}$ — константа $\gamma\rho$ -связи. При выводе унитарного ограничения на дипольные сечения $\sigma_{E1(Ml)}(\nu)$ была использована модель

доминантности векторных мезонов. Учитывая, что в интервале энергий \sqrt{s} от 1,4 до 3 ГэВ располагаются пороги других реакций фоторождения на π -мезоне, например, реакций $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$, $\gamma\pi \rightarrow A_1\pi\pi$ и $\gamma\pi \rightarrow B\bar{B}$ (B — барионы октета $1/2^+$), область применимости рассмотренной модели ограничена неравенством $\sqrt{s} \lesssim 2$ ГэВ, т. е. $v \lesssim 14$ ГэВ. Отметим, что полные сечения реакций $\gamma\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\gamma\pi \rightarrow B\bar{B}$ оценивались в работе [119], а их вклад в поляризуемости π -мезонов вычислен в работах [30, 116].

Интегральные вклады в $(\alpha + \beta)^\pi$ и $(\alpha - \beta)^\pi$ [30, 116]. Здесь и ниже описан расчет поляризуемостей α^π и β^π , аналогичный раннему расчету [30, 116], но с другими численными значениями параметров. В частности, для оценок будут использованы не теоретические, как в работах [30, 116], а экспериментальные значения радиационной ширины $\Gamma_{A_1 \rightarrow \pi\gamma} \approx 600$ кэВ и $\Gamma_{A_2 \rightarrow \pi\gamma} \approx 450$ кэВ, полученные недавно в работах [122—124]. Численные расчеты поляризуемостей π -мезонов проще выполнять не с ПСКЭ (44), а с их линейными комбинациями:

$$(\alpha + \beta)^\pi = \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{dv}{v^2} \sum_{l=1}^{\infty} (\sigma_{El}(v) + \sigma_{Ml}(v)), \quad (62a)$$

$$(\alpha - \beta)^\pi = \frac{1}{2\pi^2} \int_{v_{\text{пор}}}^{v_M} \frac{dv}{v^2} \left(1 + \frac{2v}{\mu}\right) \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l(l+1)}{2} \times \\ \times (\sigma_{El}(v) - \sigma_{Ml}(v)) + (\alpha - \beta)^{\text{ac}}. \quad (62b)$$

Верхний предел интегрирования v_M в (62b) берем равным 14 ГэВ. Все интегралы в (62a) и (62b) вычисляются численно на ЭВМ в приближении бесконечно узких резонансов. В этом случае исчезают интегралы по резонансной области от фона и интерференции резонансов с фоном. Таким образом, вопрос о двойном счете не возникает. Вклад в сумму $(\alpha + \beta)^\pi$ и разность $(\alpha - \beta)^\pi$ от реакции $\gamma\pi^\pm \rightarrow \epsilon\pi^\pm$ усредним по массе ϵ -мезона с брейт-вигнеровским весом, так как приближение узких резонансов для ϵ -мезона слишком грубо. При расчете суммы $(\alpha + \beta)^\pi$ интервал интегрирования в (62a) разбиваем на два интервала от $v_{\text{пор}}$ до 14 ГэВ и от 14 ГэВ до ∞ . Основной вклад в первый интеграл вносят резонансы. При вычислении второго интеграла используем соотношение между асимптотическими полными сечениями адронного фотопоглощения на π -мезоне и нуклоне

$$(\sigma_{\text{пол}}^{\gamma\pi}(v))^{\text{ac}} = (2/3) (\sigma_{\text{пол}}^{\gamma N}(v^*))^{\text{ac}}, \quad v^* = 3m_\nu/2M - M/2, \quad (63)$$

которое легко вывести в кварковой модели [60].

Результаты вычислений различных интегральных вкладов в сумму $(\alpha + \beta)^\pi$ и разность $(\alpha - \beta)^\pi$ приведены в табл. 6. Указан-

Таблица 6

Интегральные и асимптотические вклады в сумму и разность поляризуемостей π -мезонов, 10^{-43} см³

Сумма (разность) поляризуемостей	$\pi\pi$	$\rho\pi$	ρ	ω, A_1, A_2	Асимптотический вклад	Полный вклад
$(\alpha + \beta)\pi^\pm$	$0,05 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,02$	$0,08 \pm 0,01$	0,15	0,06	$0,39 \pm 0,04$
$(\alpha - \beta)\pi^\pm$	$8,5 \pm 0,4$	$10,8 \pm 1,4$	$-2,1 \pm 0,3$	-7,4	$-1,9 \div 12,1$	$7,9 \pm 2,;$ $11,8 \pm 2,0$ $21,9 \pm 2,0^*$
$(\alpha + \beta)\pi^0$	-	$0,06 \pm 0,01$	$0,08 \pm 0,01$	$0,84 \pm 0,05$	0,06	$1,04 \pm 0,07$
$(\alpha - \beta)\pi^0$	-	$19,6 \pm 1,4$	$-2,1 \pm 0,3$	$-28,2 \pm 1,6$	$-1,9 \div 12,1$	$-12,6 \pm 3,3;$ $-8,7 \pm 3,3;$ $1,4 \pm 3,3^*$

* Три значения соответствуют трем возможным значениям асимптотического вклада $(\alpha - \beta)\pi^{P, P'}$: -1,9; 2,0; 12,1.

ные там погрешности вычислений соответствуют только неопределенностям в выборе численных значений параметров C, C' и m_π .

Асимптотический вклад в $(\alpha - \beta)\pi$. Из-за сохранения G -четности в асимптотике амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния отсутствует вклад A_2 — полюса Редже. Чтобы оценить асимптотический вклад в разность $(\alpha - \beta)\pi$ от P - и P' -полюсов, преобразуем второй член в формуле (38) к виду

$$(\alpha - \beta)\pi^{P, P'} = \frac{\nu_M \sigma_{\text{пол}}^{P, P'} \left(\frac{\nu_M}{4} \right)}{\pi^2} \left(\frac{2 \operatorname{Im} T_{1, -1}^{P, P'} \left(\frac{\nu_M}{4}, t \right)}{t \operatorname{Im} T_{1, 1}^{P, P'} \left(\frac{\nu_M}{4}, t \right)} \right)_{t=0}, \quad (64)$$

где $\sigma_{\text{пол}}^{P, P'}(\nu)$ — полное сечение адронного фотопоглощения на π -мезоне [см. формулу (63)]. Сейчас нет экспериментальных данных или надежной теоретической модели для последовательного расчета величины, стоящей в формуле (64) в скобках. Ее можно оценить только грубо, например, с помощью следующих соотношений:

$$\frac{2 \operatorname{Im} T_{1, -1}^{P, P'}(\gamma\pi \rightarrow \gamma\pi)}{t \operatorname{Im} T_{1, 1}^{P, P'}(\gamma\pi \rightarrow \gamma\pi)} \approx \frac{2 \operatorname{Im} T_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{P, P', A_2}(\gamma P \rightarrow \gamma P)}{t \operatorname{Im} T_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{P, P', A_2}(\gamma P \rightarrow \gamma P)} \approx \left(\frac{\Sigma}{t} \right)_{\text{экс}}. \quad (65)$$

Трудно определить допускаемую при этом погрешность в величине $(\alpha - \beta)\pi$, так как механизм нарушения s -канальной спиральности фотона в комптоновском рассеянии или фоторождении ρ^0 -мезонов на адронах пока не выяснен. Если определяющая роль

в этом механизме принадлежит P -полюсу (померону), то соотношения (65) должны приближенно выполняться. Наоборот, если основной вклад в асимптотику $T_{\frac{1}{2}^1, \frac{1}{2}^{-1}}^{P, P', A_2}$ вносит A_2 -полюс, то

оценка величины $(\alpha - \beta)_{\pi}^{P, P'}$ окажется сильно завышенной. В случае компенсации больших вкладов от P' - и A_2 -полюсов возможно также занижение величины $(\alpha - \beta)_{\pi}^{P, P'}$. Подставляя в правую часть формулы (64) численные значения, получаем оценку

$$-3,9 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3 \leq (\alpha - \beta)_{\pi}^{P, P'} \leq 10,1 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Заменив в формуле (53) параметры нуклона на параметры π -мезона, находим значение вклада от ϵ -полюса Редже:

$$(\alpha - \beta)_{\pi}^{\epsilon} = 2,0 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3.$$

Полная сумма вкладов в разность поляризуемостей $(\alpha - \beta)_{\pi}$ приведена в последнем столбце табл. 6, где указаны значения $(\alpha - \beta)_{\pi}$ при трех возможных значениях асимптотического вклада $(\alpha - \beta)_{\pi}^{P, P', \epsilon}$: $-1,9$; $2,0$ и $12,1$ в единицах 10^{-43} см^3 . Так как вычисленные значения суммы $(\alpha + \beta)_{\pi^{\pm}}$ и разности $(\alpha - \beta)_{\pi^{\pm}}$ удовлетворяют неравенству $|(\alpha - \beta)_{\pi^{\pm}}| \gg |(\alpha + \beta)_{\pi^{\pm}}|$, то для самих поляризуемостей π^{\pm} -мезона выполняется приближенное соотношение $\alpha^{\pi^{\pm}} \approx -\beta^{\pi^{\pm}}$. Качественные аргументы в пользу такого соотношения уже приводились ранее в работе [356]. Из данных табл. 6 для электрической поляризуемости π -мезона получается

$$\alpha^{\pi^{\pm}} = \begin{cases} (4,2 \pm 1,1) \\ (6,1 \pm 1,1) \\ (11,2 \pm 1,1) \end{cases} 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^{\pi^0} = \begin{cases} (-5,8 \pm 1,7) \\ (-3,8 \pm 1,7) \\ (1,2 \pm 1,7) \end{cases} 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (66)$$

Таким образом, в отличие от суммы поляризуемостей π -мезона, которая вычисляется в рамках дисперсионного подхода достаточно точно, значения самих поляризуемостей предсказываются с большой неопределенностью. Это особенно касается величины α^{π^0} , у которой из-за большой неопределенности в асимптотическом вкладе $(\alpha - \beta)_{\pi}^{P, P'}$ не удается определить даже знак. Напомним, что в НКМ электрическая поляризуемость адрона, в частности π^0 -мезона, всегда больше нуля.

В заключение к этому разделу отметим, что экспериментальное определение поляризуемостей π -мезонов имеет важное значение не только для описания низкоэнергетических двухфотонных взаимодействий π -мезонов, но и для выяснения механизмов однофотонного взаимодействия адронов при средних и высоких энергиях. В частности, принципиально важным представляется определение

знака электрической поляризуемости π^0 -мезона. Отрицательное значение величины α^{π^0} прямо указывает на релятивистский характер движения структурных кварков в π -мезоне.

7. ДРУГИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ π - И K -МЕЗОНОВ

В вступительном разделе отмечалось, что первые последовательные расчеты поляризуемостей π - и K -мезонов были выполнены в рамках алгебры токов и модели теории поля с киральным лагранжианом. В настоящее время по различным приложениям методов алгебры токов и феноменологических лагранжианов с киральной симметрией в физике адронов имеется обширная литература (см., например [128], [129]). Детальное изложение расчетов поляризуемостей π - и K -мезонов в алгебре токов и модели теории поля с киральным лагранжианом содержится в обзоре [35в] и монографии [37]. Поэтому ниже автор ограничивается только обсуждением основных результатов такого подхода.

Теория поля с киральным лагранжианом [36, 37]. В расчетах поляризуемостей π - и K -мезонов используется модель квантовой теории поля с кирально-симметричным лагранжианом с минимальным числом производных. Нарушение киральной симметрии при введении массы мезонов проводится по схеме, предложенной в [130]. Электромагнитное взаимодействие в киральном лагранжиане вводится с помощью обычной замены:

$$\partial_\mu \varphi \rightarrow (\partial_\mu + ieA) \varphi,$$

где φ — поле заряженных π -, K -мезонов или B -барионов.

В первых двух порядках теории возмущений для амплитуды процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ получается следующее выражение:

$$\begin{aligned} T_{ab}^{\mu\nu} = & 2e^2 (\delta_{ab} - \delta_{a3}\delta_{b3}) \left[\left(g^{\mu\nu} - \frac{p_1^\mu p_2^\nu}{p_1 q_1} - \frac{p_1^\nu p_2^\mu}{p_1 q_2} \right) + \right. \\ & \left. + (g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\nu q_2^\mu) (f^M(q_1 q_2) + f^B(q_1 q_2)) \right] + \\ & + 4e^2 \delta_{a3}\delta_{b3} (g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\nu q_2^\mu) f^M(q_1 q_2). \end{aligned} \quad (67)$$

В формуле (67) q_1 и q_2 — 4-импульсы начальных фотонов; p_1 и p_2 — 4-импульсы конечных π -мезонов; μ и ν — индексы векторов поляризации первого и второго фотонов соответственно; a и b — изотопические индексы π -мезонов. Первый член в квадратной скобке в формуле (67) — борновский вклад. Члены, зависящие от функций $f^M(q_1 q_2)$ и $f^B(q_1 q_2)$ — вклады от диаграмм с мезонными и барионными петлями. Функция $f^M(q_1 q_2)$ без учета вклада каонных петель, который представляет малую поправку порядка

m_π^2/m_K^2 , имеет вид

$$f^M(q_1q_2) = \frac{1}{(4\pi F_\pi)^2} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\mu^2}{q_1q_2}\right) \times \\ \times \left\{ \frac{2\mu^2}{q_1q_2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{2\mu^2}{q_1q_2} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \right]^{-2} - 1 \right\},$$

где $F_\pi = 93$ МэВ — константа пионного распада. Для значений $q_1q_2 \ll (4\pi F_\pi)^2 = 1,4$ ГэВ² функция $f^B(q_1q_2)$ практически не изменяется и равна величине

$$1,7 \cdot 2g_A^2/3 (4\pi F_\pi)^2 \approx 1,7/(4\pi F_\pi)^2, \quad (68)$$

где $g_A \approx 1,25$ — отношение констант связи аксиального и векторного токов. Коэффициент 1,7 в формуле (68) появляется при учете наряду с нуклоном всех других частиц из барионного октета. Неборновскую часть амплитуды (67) при малых импульсах фотонов $|q_1| \ll \mu$ и $|q_2| \ll \mu$ можно получить из эффективного лагранжиана взаимодействия пионного и электромагнитного полей поляризационного типа*:

$$L_{\text{вз}}^{\text{эф}} = -\frac{1}{2} (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2) \left[\frac{e^2}{\mu} (f^M(0) + f^B(0)) \varphi^+ \varphi + \right. \\ \left. + \frac{2e^2}{\mu} f^M(0) \varphi_0^+ \varphi_0 \right], \quad (69)$$

где φ и φ_0 — поля заряженных и нейтральных π -мезонов. Следовательно, коэффициенты поляризуемости π -мезонов естественно определить следующим образом:

$$\alpha^{\pi^\pm} = -\beta^{\pi^\pm} = (e^2/\mu) (f^M(0) + f^B(0)), \\ \alpha^{\pi^0} = -\beta^{\pi^0} = (2e^2/\mu) f^M(0). \quad (70)$$

Получившееся равенство по абсолютной величине электрической и магнитной поляризуемостей π -мезонов является следствием приближений, сделанных в работах [36, 37] при вычислении амплитуды (67). В строгом смысле такого равенства нет, так как сумма поляризуемостей $\alpha + \beta$ (35) всегда больше нуля.

* Общее выражение для квадратичного по электромагнитному полю эффективного лагранжиана взаимодействия заряженной скалярной частицы имеет вид [91]:

$$L_{\text{вз}}^{\text{эф}} = -\frac{\alpha + \beta}{4\mu} \{ 2 [\partial_\alpha \varphi^+ \partial_\beta \varphi + \partial_\beta \varphi^+ \partial_\alpha \varphi] F^{\alpha\mu} F^{\beta\nu} - \\ - \varphi^+ \varphi \partial_\alpha \partial_\beta F^{\alpha\mu} F^{\beta\nu} \} g_{\mu\nu} + \mu \beta \varphi^+ \varphi F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}.$$

После подстановки в формулы (70) значений $f^M(0) = -1/9 (4\pi F_\pi)^2$ и $f^B(0)$ (68) получается

$$\alpha^{\pi^\pm} = -\beta^{\pi^\pm} = 5,1 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^{\pi^0} = -\beta^{\pi^0} = -0,66 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (71)$$

Аналогичные вычисления для K -мезонов приводят к следующим значениям поляризуемостей:

$$\alpha^{K^\pm} = -\beta^{K^\pm} = 1,3 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^{K^0} = -\beta^{K^0} = 0. \quad (72)$$

Ожидаемая погрешность в значениях поляризуемостей (71) и (72) около 30% (см. [37] с. 226 и [131, 132]). Данных о поляризуемостях π -мезонов пока нет. Сравнительно давно из прецизионных измерений энергий фотонов, излучаемых при K -мезоатомных переходах было получено очень слабое ограничение на поляризуемость K^- -мезона [133]:

$$-15 \cdot 10^{-42} \text{ см}^3 \leq \alpha^{K^-} \leq 7 \cdot 10^{-42} \text{ см}^3.$$

Алгебра токов [35а, б]. Амплитуды процессов $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ и $\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}$, вычисленные в рамках алгебры токов и гипотезы РСАС, совпадают с низкоэнергетическим пределом формулы (67), если в последней заменить параметры $f^M(0) + f^B(0)$ и $f^M(0)$ на h_A/F_π и 0 соответственно. Параметры $h_{A(V)}$ определяют вклад аксиального (векторного) тока в амплитуду распада $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$. Если воспользоваться экспериментальным значением отношения $\gamma = h_A/h_V = (0,44 \pm 0,12)$ [134, 135] * и формулой $h_V = -f/2e^2$ (см. [137]), где $|f| \approx 0,45e^2/\mu$ — константа распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, то поляризуемости π -мезона оказываются равными

$$\alpha^{\pi^\pm} = -\beta^{\pi^\pm} = (2,4 \pm 0,7) 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^{\pi^0} = -\beta^{\pi^0} = 0. \quad (73)$$

Аналогичные расчеты для K^\pm -мезонов приводят к значениям

$$\alpha^{K^\pm} = -\beta^{K^\pm} = (1 \pm 0,3) 10^{-43} \text{ см}^3, \quad \alpha^{K^0} = -\beta^{K^0} = 0. \quad (74)$$

Отметим заметное отличие в предсказаниях алгебры токов и модели теории поля с киральным лагранжианом для поляризуемостей π -мезонов. Сделанные в работах [35—37] приближения в наибольшей степени сказываются на оценках поляризуемостей нейтральных мезонов (см. конец разд. 6).

Модель кварковых диаграмм [138]*2. Недавно предложен новый метод насыщения правил сумм для различных структурных пара-

* В работе [134] для параметра $\gamma = h_A/h_V$ найдены два значения: $\gamma = 0,44 \pm 0,12$ и $\gamma = -2,36 \pm 0,12$. Обычно в расчетах используют первое, поскольку оно ближе к предсказанию модели векторной доминантности $\gamma_{VDM} = F_\pi/2m_\rho^2 h_V \approx 0,55$ [136], где m_ρ — масса ρ -мезона.

*2 Автор благодарит С. Б. Герасимову за информацию о расчете поляризуемости π^\pm -мезона в модели кварковых диаграмм до ее публикации.

метров мезонов, являющихся следствием алгебры токов и гипотезы РСАС. Расчеты выполняются в рамках следующих предположений. Принимается гипотеза о насыщении таких правил сумм бесконечным числом резонансов, построенных из минимального числа «структурных» кварков. Используется предположение о глобальной дуальности между кварковыми петлевыми диаграммами и вкладом адронных резонансов в правила сумм. Для определения константы связи псевдоскалярных мезонов с кварками используется соотношение Гольдбергера — Треймана, а связь предполагается локальной.

При вычислении поляризуемости заряженного π^\pm -мезона используются соотношения:

$$\alpha^{\pi^\pm} = e^2 h_A / \mu F_\pi, \quad (75a)$$

$$h_A = \frac{\langle r_E^2 \rangle_{\pi^\pm}}{3} F_\pi - \frac{1}{F_\pi} \int \frac{\rho^V(q^2) - \rho^A(q^2)}{q^4} dq^2, \quad (75b)$$

выведенные в работах [35a] и [136] соответственно.

В модели кварковых петлевых диаграмм для каждого из слагаемых (75b) получаются следующие выражения:

$$\langle r_E^2 \rangle_{\pi^\pm} = 3/4\pi^2 F_\pi^2, \quad (76)$$

$$\int \frac{\rho^V(q^2) - \rho^A(q^2)}{q^4} dq^2 = \frac{1}{8\pi^2}. \quad (77)$$

Отметим, что при выводе формулы (76) не учитываются поправки на конечную массу пиона и нерезонансные вклады, которые увеличивают величину $\langle r_E^2 \rangle_{\pi^\pm}$ приблизительно на 15%. После подстановки выражений (76) и (77) в (75b) и далее в (75a) получаем

$$\alpha^{\pi^\pm} = e^2/8\pi^2 \mu F_\pi^2 \approx 6 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3. \quad (78)$$

Значение поляризуемости (78) близко к значению (71), полученному в модели квантовой теории поля с киральным лагранжианом*.

8. ЧТО ИЗМЕРЯТЬ

В основе дисперсионных правил сумм (35), (37), (41) и (42) для поляризуемостей адронов лежат только общие принципы квантовой теории поля. Поэтому сравнение результатов их насыщения

* После того как настоящий обзор был отправлен в печать, автору стали известны результаты еще двух расчетов [139, 140] поляризуемостей π -мезонов на основе кварковых и π -мезонных однопетлевых диаграмм. Значения поляризуемостей $\alpha_{\pi^\pm} = -0,67 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ и $\alpha_{\pi^0} = -6,7 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$, полученные в работе [139] резко расходятся со значениями (66), (71), (73) и (78). М. К. Волков, Д. Эберт и независимо А. И. Львов заметили, что причина расхождения состоит в неучете в работе [139] треугольной диаграммы с кварковой петлей. Учет этой диаграммы в рамках σ -модели приводит к следующим результатам [140]: $\alpha_{\pi^\pm} = 4,3$, $(\alpha + \beta)_{\pi^\pm} = 0,23$, $\alpha_{\pi^0} = -0,73$, $(\alpha + \beta)_{\pi^0} = 0,65$ в единицах 10^{-43} см^3 .

с экспериментальными данными есть еще одна независимая проверка некоторых важных предположений о механизмах взаимодействия фотонов с адронами при средних и высоких энергиях. К таким предположениям относятся гипотеза о приближенном сохранении s -канальной спиральности (SCHC) в дифракционных процессах и модель ОПО для фонового вклада в амплитуды процессов $\gamma N \rightarrow$ адроны и $\gamma \pi \rightarrow$ адроны. В основе формул (18), (70) и (78), полученных в рамках НКМ, в моделях киральной теории поля и кварковых диаграмм соответственно лежат более или менее общие предположения динамического характера. В НКМ — это предположения о нерелятивистском характере движения кварков в адроне и об осцилляторных силах, в модели киральной теории поля — предположение о малом вкладе в амплитуду процесса от двухпетлевых диаграмм, в модели кварковых диаграмм — известное предположение алгебры токов о гладком поведении матричных элементов при малых ($\sim \mu$) импульсах частиц. В связи с этим ниже перечислены эксперименты, выполнение которых, во-первых, позволит более глубоко интерпретировать существующие и будущие данные по поляризуемостям адронов и, во-вторых, продвинет вперед понимание механизмов взаимодействия фотонов с адронами.

Имеются в виду следующие эксперименты:

- 1) уточнение значения магнитной поляризуемости протона;
- 2) уточнение значения среднеквадратичного радиуса π^\pm -мезона;
- 3) изучение энергетической зависимости параметра асимметрии комптоновского рассеяния на протоне в области энергий фотона от 1,5 до 10 ГэВ, где пока сделано единственное измерение при энергии 3,5 ГэВ;
- 4) дальнейшая проверка гипотезы SCHC в комптоновском рассеянии фотонов и фоторождении нейтральных векторных мезонов на нуклонах;
- 5) дальнейшее изучение механизма парного фоторождения π -мезонов на нуклонах в области энергий от порога до 2 ГэВ;
- 6) определение электрических поляризуемостей π^\pm - и K^\pm -мезонов; особый интерес представляет определение величины и знака поляризуемости π^0 -мезона;
- 7) уточнение ширины радиационных распадов $\rho \rightarrow \pi\gamma$, $A_{1(2)} \rightarrow \pi\gamma$;
- 8) уточнение параметров ϵ -мезона, в частности, массы и ширины радиационного распада $\epsilon \rightarrow 2\gamma$;
- 9) дальнейшее изучение процессов фоторождения адронов на π - и K -мезонах.

Перечислим теперь экспериментальные методы определения

поляризуемостей «стабильных» адронов, предложенные и осуществляемые в некоторых лабораториях в настоящее время.

В [25] обсуждается возможность изучения комптоновского рассеяния на π^\pm -мезонах в области низких энергий, в частности, возможность определения поляризуемости π -мезонов измерением дифференциального сечения процесса радиационного рассеяния π^\pm -мезона с энергией несколько десятков гигаэлектронвольт под малыми углами в кулоновском поле атомных ядер. Этот метод в принципе позволяет определить поляризуемости и других «стабильных» адронов, например протонов, нейтронов, K^\pm -мезонов.

Другой метод изучения комптоновского рассеяния на π^\pm -мезоне обсуждается в [24]. В ней предлагается измерять дифференциальное сечение радиационного фоторождения π^+ -мезонов на водороде в области энергий $\omega \leq 1 \div 2$ ГэВ, а для определения сечения комптоновского рассеяния использовать экстраполяционную процедуру типа Чу-Люу. С той же целью в [114] предлагается изучить на встречных $e^- - e^+$ -пучках близкий к комптоновскому рассеянию на π -мезоне процесс $\gamma(q_1) + \gamma(q_2) \rightarrow 2\pi$ в области $t = (q_1 + q_2)^2 < 1$ ГэВ².

В [28] обсуждалась возможность использования квазимонохроматических поляризованных фотонов, полученных от рассеяния назад лазерного пучка на пучке электронов в накопителе, для изучения комптоновского рассеяния на протонах в области энергий $\omega \leq 100$ МэВ. Отметим, что тщательное изучение энергетической зависимости дифференциального сечения комптоновского рассеяния на протонах под углами $\theta \geq 90^\circ$ во всей области энергий ниже Δ_{33} (1236)-резонанса все еще весьма желательно. Наконец, в [26, 27] предлагалось определять электрические поляризуемости заряженных π^- - и K^- -мезонов путем измерения сдвига уровней у π^- - и K^- -мезоатомов из-за эффекта поляризации π^- - и K^- -мезонов в кулоновском поле ядра. Для реализации этого метода требуются измерения энергии мезоатомного излучения в области сотен килоэлектронвольт с относительной погрешностью $10^{-5} - 10^{-6}$, а также тщательный теоретический анализ всех малых поправок к уровням энергии.

В заключение автор выражает признательность А. М. Балдину и П. С. Исаеву за поддержку предложения написать настоящий обзор, а также благодарит П. С. Баранова, М. К. Волкова, С. Б. Герасимова, А. Б. Говоркова, Л. И. Лапидуса, А. И. Лебедева, Г. В. Мицельмахера, В. Н. Первушина за плодотворные обсуждения и информацию о полученных результатах. Автор выражает особую благодарность А. И. Львову, который внимательно прочитал всю рукопись, высказал ряд замечаний, способствовавших ее улучшению, и сделал некоторые численные оценки.

П Р И Л О Ж Е Н И Е 1

Волновые функции унитарного и обычного спинов для протона и нейтрона с проекцией спина $s_z = 1/2$ имеют вид [60]:

$$\begin{aligned} \Psi^p(\xi) &= (1/\sqrt{18}) [2|p \uparrow n \downarrow p \uparrow\rangle + 2|p \uparrow p \uparrow n \downarrow\rangle + \\ &+ 2|n \downarrow p \uparrow p \uparrow\rangle - |p \uparrow p \downarrow n \uparrow\rangle - |p \uparrow n \uparrow p \downarrow\rangle - \\ &- |p \downarrow n \uparrow p \uparrow\rangle - |n \uparrow p \downarrow p \uparrow\rangle - |n \uparrow p \uparrow p \downarrow\rangle - |p \downarrow p \uparrow n \uparrow\rangle], \\ \Psi^n(\xi) &= (1/\sqrt{18}) [-2|n \uparrow p \downarrow n \uparrow\rangle - 2|n \uparrow n \uparrow p \downarrow\rangle - \\ &- 2|p \downarrow n \uparrow n \uparrow\rangle + |p \uparrow n \downarrow n \uparrow\rangle + |n \uparrow p \uparrow n \downarrow\rangle + \\ &+ |n \downarrow p \uparrow n \uparrow\rangle + |n \uparrow n \downarrow p \uparrow\rangle + |p \uparrow n \uparrow n \downarrow\rangle + |n \downarrow n \uparrow p \uparrow\rangle], \end{aligned}$$

где $|p \uparrow\rangle, |p \downarrow\rangle, |n \uparrow\rangle, |n \downarrow\rangle$ — состояния p - и n -кварков с проекциями спина на ось z , равными $\pm 1/2$.

При выводе формулы (18) в разд. 3 использованы соотношения:

$$\langle p | (e_1 + e_2 - 2e_3)^2 | p \rangle = \langle n | (e_1 + e_2 - 2e_3)^2 | n \rangle = 2e^2.$$

Волновые функции π - и K -мезонов, относящиеся к унитарному спину, имеют вид [60]:

$$\begin{aligned} \Psi^{\pi^+}(\xi) &= (1/\sqrt{2}) [| \bar{n} \uparrow p \downarrow \rangle - | \bar{n} \downarrow p \uparrow \rangle], \\ \Psi^{\pi^0}(\xi) &= (1/2) [| \bar{p} \uparrow p \downarrow \rangle - | \bar{p} \downarrow p \uparrow \rangle - | \bar{n} \uparrow n \downarrow \rangle + | \bar{n} \downarrow n \uparrow \rangle], \\ \Psi^{K^+}(\xi) &= (1/\sqrt{2}) [| \bar{\lambda} \uparrow p \downarrow \rangle - | \bar{\lambda} \downarrow p \uparrow \rangle], \\ \Psi^{K^0}(\xi) &= (1/\sqrt{2}) [| \bar{\lambda} \uparrow n \downarrow \rangle - | \bar{\lambda} \downarrow n \uparrow \rangle], \end{aligned}$$

где $\bar{p}, \bar{n}, \bar{\lambda}$ — антикварки.

При выводе формул (20) использованы соотношения:

$$\begin{aligned} \langle \pi^+ | (e_1 - e_2)^2 | \pi^+ \rangle &= \langle K^+ | (e_1 - e_2)^2 | K^+ \rangle = e^2/9, \\ \langle \pi^0 | (e_1 - e_2)^2 | \pi^0 \rangle &= 10e^2/9, \quad \langle K^0 | (e_1 - e_2)^2 | K^0 \rangle = 4e^2/9. \end{aligned}$$

П Р И Л О Ж Е Н И Е 2

АКР в с.ц.м. R_h определяется равенством [81]

$$\frac{T_{ji}}{8\pi W} = \tilde{v}' [(e' * e) R_1 + (s' * s) R_2 + i\sigma (e' * \times e) R_3 +$$

$$+ i\sigma (s' * \times s) R_4 + i((\sigma n)(s' * e) - (\sigma n')(e' * s)) R_5 + i((\sigma n')(s' * e) - (\sigma n)(e' * s)) R_6] v, \quad (*)$$

где $s = (n \times e)$, $s' = (n' \times e')$, $W = \sqrt{s}$.

Связь между амплитудами R_h и T_h имеет следующий вид [82]:

$$\begin{aligned} 4\pi W (1 - z^2) R_1 &= \frac{(W + m)^2 - z(W - m)^2}{4W} (T_1 z + T_3) + \\ &+ \frac{W^2 - m^2}{4W} [W + m + z(W - m)] (T_2 z + T_4), \\ -4\pi W (1 - z^2) R_2 &= \frac{(W + m)^2 - z(W - m)^2}{4W} (T_1 + zT_3) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{W^2 - m^2}{4W} [W + m + z(W - m)] (T_2 + zT_4), \\
4\pi W R_3 &= \frac{(W - m)^2}{4W} [T_1 - (W + m) T_2], \\
-4\pi W R_4 &= \frac{(W - m)^2}{4W} [T_3 - (W + m) T_4], \\
4\pi W (1 - z^2) R_5 &= \frac{(W - m)^2}{4W} [T_1 z + T_3 - (W + m) (T_2 z + T_4)] - \\
& - \frac{W^2 - m^2}{4W} (1 + z) T_5 + \frac{W^2 - m^2}{4} (1 - z) T_6, \\
-4\pi W (1 - z^2) R_6 &= \frac{(W - m)^2}{4W} [T_1 + zT_3 - (W + m) (T_2 + zT_4)] - \\
& - \frac{W^2 - m^2}{4W} (1 + z) T_5 - \frac{W^2 - m^2}{4} (1 - z) T_6.
\end{aligned}$$

Здесь z — косинус угла рассеяния в с. ц. м. Если импульсы частиц комплексны, то даже при $z = \pm 1$, несмотря на $(\mathbf{n} \mp \mathbf{n}')^2 = 0$, вектор \mathbf{n}' отличается от $\pm \mathbf{n}$. Поэтому спиновые комбинации в формуле (*) независимы при всех z , так что функции R_i должны быть конечными при $z = \pm 1$. Инвариантные амплитуды $A_i(s, t)$ связаны со спиральными амплитудами $T_{\lambda_1 \lambda_2, \lambda_1' \lambda_2'}$ следующими формулами:

$$\begin{aligned}
(s - m^2)^2 A_1 &= -\frac{s}{m} \left(1 - \sigma \frac{s + m^2}{2s} \right) \tau_4 - \frac{\sqrt{s}}{2} (\tau_5 + \sigma \tau_6); \\
(s - m^2)^3 A_2 &= -\frac{s}{m} (s + m^2) \left(1 - \sigma \frac{s - m^2}{2s} \right) \tau_4 - \\
& - \frac{\sqrt{s}}{2} (s - m^2) \tau_5 + 2s \sqrt{s} \left(1 - \sigma \frac{s - m^2}{4s} \right) \tau_6; \\
(s - m^2)^2 \left(s - m^2 + \frac{t}{2} \right) A_3 &= m^3 [\tau_1 + (1 - \sigma) \tau_2] - 2m \sqrt{s} \left(1 - \sigma \frac{s + m^2}{2s} \right) \tau_3; \\
(s - m^2)^2 \left(s - m^2 + \frac{t}{2} \right) A_4 &= m^3 \tau_1 - m^3 \left(1 + \sigma \frac{m^2}{s} \right) \tau_2 + \frac{2m^4}{\sqrt{s}} \sigma \tau_3; \\
(s - m^2)^2 \left(s - m^2 + \frac{t}{2} \right) A_5 &= m (s + m^2) \sigma \tau_4 - m^2 \sqrt{s} (\tau_5 + \sigma \tau_6); \\
(s - m^2)^2 \left(s - m^2 + \frac{t}{2} \right) A_6 &= -\frac{m}{2} (s + m^2) [\tau_1 + (1 - \sigma) \tau_2] + \\
& + 2m^2 \sqrt{s} (1 - \sigma) \tau_3.
\end{aligned}$$

Здесь $\sigma = -st/(s-m^2)^2 = \sin^2(\theta/2)$, τ_i — спиральные амплитуды без кинематических факторов $[\sin(\theta/2)]^{\lambda-\lambda'1} [\cos(\theta/2)]^{|\lambda+\lambda'1}$.

$$\begin{aligned} T_{\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}1} &= \cos(\theta/2) \tau_1, \quad T_{\frac{1}{2}-1, \frac{1}{2}-1} = \cos^3(\theta/2) \tau_2, \quad T_{-\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}1} = \\ &= \cos^2(\theta/2) \sin(\theta/2) \tau_3, \quad T_{\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}-1} = \cos(\theta/2) \sin^2(\theta/2) \tau_4, \quad T_{-\frac{1}{2}-1, \frac{1}{2}1} = \\ &= \sin(\theta/2) \tau_5, \quad T_{-\frac{1}{2}1, \frac{1}{2}-1} = \sin^3(\theta/2) \tau_6. \end{aligned}$$

Разложение спиральной амплитуды по d -функциям с полным моментом имеет вид:

$$T_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2} = 8\pi \sqrt{s} \sum_{\mathcal{J}} (2\mathcal{J}+1) d_{\lambda \lambda'}^{\mathcal{J}}(\theta) f_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}},$$

где $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\lambda' = \lambda'_1 - \lambda'_2$, $f_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}}$ — парциальные спиральные амплитуды. Выражение для вклада двухчастичных промежуточных состояний в мнимую часть амплитуды $f_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}}$ имеет вид

$$\text{Im} f_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}} = \sum_n q f_{n, \lambda'_1 \lambda'_2}^{\mathcal{J}} \times f_{n, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}},$$

где q — импульс частицы в с. ц. м., а суммирование по n выполняется по всем возможным двухчастичным состояниям. Парциальные спиральные амплитуды $f_{n, \lambda_1 \lambda_2}^{\mathcal{J}}$ связаны с величинами $A_{l\pm}$ и $B_{l\pm}$, определяемыми в парциальных анализах фоторождения π -мезонов, следующими формулами [100]:

$$\begin{aligned} f_{\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1}^{\mathcal{J}} &= -f_{-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1}^{\mathcal{J}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (A_{K+} + A_{(K+1)-}); \\ f_{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1}^{\mathcal{J}} &= -f_{\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1}^{\mathcal{J}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-A_{K+} + A_{(K+1)-}); \\ f_{\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1}^{\mathcal{J}} &= -f_{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1}^{\mathcal{J}} = \sqrt{\frac{K(K+2)}{8}} (B_{K+} + B_{(K+1)-}); \\ f_{-\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, 1}^{\mathcal{J}} &= -f_{\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, -1}^{\mathcal{J}} = \sqrt{\frac{K(K+2)}{8}} (B_{K+} - B_{(K+1)-}), \end{aligned}$$

где $K = \mathcal{J} - 1/2$. Парциальные разложения ОРЕ-амплитуд фоторождения представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_{K+} &= -\frac{K}{2} \beta_K f_3 + \frac{K+2}{2} \beta_{K+1} f_4, \quad B_{K+} = -\beta_K f_3 + \beta_{K+1} f_4; \\ A_{(K+1)-} &= \frac{K}{2} \beta_K f_4 - \frac{K+2}{2} \beta_{K+1} f_3, \quad B_{(K+1)-} = -\beta_K f_4 + \beta_{K+1} f_3; \\ f_3 &= \frac{eg_{\pi NN}}{8\pi \sqrt{s}} \sqrt{2 \frac{\varepsilon' + m}{\varepsilon + m}} v, \quad f_4 = \frac{eg_{\pi NN}}{8\pi \sqrt{s}} \sqrt{2 \frac{\varepsilon' - m}{\varepsilon - m}} v. \end{aligned}$$

Здесь ε и ε' — энергии начального и конечного нуклона, v — скорость промежуточного π -мезона в с. ц. м., $g_{\pi NN} = -\sqrt{4\pi} \cdot 14,5$;

$$\beta_K = \frac{1}{(2K+1)v} \left[Q_{K-1} \left(\frac{1}{v} \right) - Q_{K+1} \left(\frac{1}{v} \right) \right],$$

где $Q_K(z)$ — функция Лежандра второго рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Klein A.— Phys. Rev., 1955, v. 99, p. 998.
2. Baldin A. M.— Nucl. Phys., 1960, v. 18, p. 310.
3. Петрунькин В. А.— а) ЖЭТФ, 1961, т. 40, с. 1148; б) В кн.: Труды ФИАН им. П. Н. Лебедева, 1968, т. 41, с. 165.
4. Petrun'kin V. A.— Nucl. Phys., 1964, v. 55, p. 197.
5. Александров Ю. А., Бондаренко И. И.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, с. 726.
6. Барашенков В. С., Стаханов И. П., Александров Ю. А.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 154.
7. Гольданский В. И. и др.— ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 1695.
8. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами. Пер. с англ. М., Мир, 1975.
9. Герасимов С. Б., Лебедев А. И., Петрунькин В. А.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 1872.
10. Александров Ю. А. и др.— ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 294; 1961, т. 40, с. 1878.
11. Thaler R. M.— Phys. Rev., 1959, v. 114, p. 827.
12. Александров Ю. А. и др.— Письма в ЖЭТФ, 1966, т. 4, с. 196.
13. Львов А. И., Петрунькин В. А., Старцев С. А.— Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 1265; Preprint N 254, Lebedev Physical Institute, M., 1978.
14. Varashenkov V. S., Barbashov V. M.— Nucl. Phys., 1958, v. 9, p. 426.
15. Лашидус Л. И.— ЖЭТФ, 1962, т. 43, с. 1358.
16. Федянин В. К.— ЖЭТФ, 1962, т. 42, с. 1038; 1963, т. 44, с. 633.
17. Мороз Л. Г., Третьяков В. Н.— Докл. АН БССР, 1964, т. 8, с. 575.
18. Ahmedov D. M., Fil'kov L. V.— Nucl. Phys. B, 1977, v. 125, p. 530.
19. Guiasu I., Pomponiu C., Radescu E. E.— Ann. Phys., 1978, v. 114, p. 296.
20. Kanazawa A.— Nucl. Phys., 1961, v. 24, p. 524.
21. Varashenkov V. S., Kaiser H.— Fortschr. Phys., 1962, v. 10, p. 33.
22. Александров Ю. А. Фундаментальные свойства нейтрона. М., Атомиздат, 1976.
23. Баранов П. С. и др.— Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 689; Phys. Lett. B, 1974, v. 52, p. 122.
24. Баранов П. С. и др. Препринт ФИАН, № 64, М., 1973.
25. Гальперин А. С. и др.— Ядерная физика, 1980, т. 32, с. 1053.
26. Ericson TEO, Hufner J.— Nucl. Phys. B, 1972, v. 47, p. 205.
27. Петрунькин В. А. В кн.: Доклад в трудах III семинара «Электромагнитные взаимодействия ядер при малых и средних энергиях», Москва, декабрь 1975. М., Наука, 1976.
28. Matone G., Prosperi D. Lectures Notes in Physics, 1976, 61, 149 (Ericse Course, Photonicuclear Reaction II).
29. Львов А. И., Петрунькин В. А., Старцев С. А. Препринт 173, ФИАН. М., 1976.
30. L'vov A. I., Petrun'kin V. A. Preprint 170, Lebedev Physical Institute. M., 1977.
31. Bernabeu J., Tarrach R.— a) Phys. Lett. B, 1977, v. 69, p. 484; b) Ann. Phys., 1976, v. 102, p. 323.
32. Дегтев В. И., Львов А. И., Петрунькин В. А. В кн.: XI Международная школа молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике, Гомель, 12—23 сентября 1977. ОИЯИ, Дубна, 1979.
33. Ragusa S.— Nuovo cimento Lett., 1971, v. 1, p. 416.
34. Dattoli G., Matone G., Prosperi D.— Nuovo cimento Lett., 1977, v. 19, p. 601.
35. Терентьев М. В.— а) Ядерная физика, 1972, т. 16, с. 162; б) Ядерная физика, 1974, т. 19, с. 1298; в) УФН, 1974, т. 112, с. 37.
36. Волков М. К., Первушин В. Н.— Phys. Lett. B, 1975, v. 55, p. 405; 1975, v. 58, p. 177; Ядерная физика, 1975, т. 22, с. 346.

37. Волков М. К., Первушин В. Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М., Атомиздат, 1978.
38. Гальперин А. С., Калиновский Ю. Л. Препринт ОИЯИ, P2-10849. Дубна, 1977.
39. Cannata F., Mazzanti P. — Nuovo cimento A, 1977, v. 41, p. 433.
40. Thirring W. — Philos. Mag., 1950, v. 41, p. 1193.
41. Low F. — Phys. Rev., 1954, v. 96, p. 1428.
42. Gell-Mann M., Goldberger L. — Phys. Rev., 1954, v. 96, p. 1433.
43. Ланидус Л. И., Чжоу-Гуан-Чжао. — ЖЭТФ, 1960, т. 39, с. 1286.
44. Gerasimov S. B., Soloviev L. D. — Nucl. Phys., 1965, v. 74, p. 589; Пронько Г. П. — Ядерная физика, 1975, т. 22, с. 141.
45. Старцев С. А. — Краткие сообщения по физике, 1974, т. 8, с. 8.
46. Ragusa S. — Phys. Rev., 1975, v. 11, p. 1536.
47. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
48. Вансовский С. В. Магнетизм. М., Наука, 1971.
49. Barashenkov V. S., Kaiser H. J., Ogreba A. A. — Phys. Lett., 1962, v. 2, p. 33.
50. Powell J. L. — Phys. Rev., 1949, v. 75, p. 32.
51. Львов А. И. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. общая и ядерная физика, 4 (10), с. 16, 18. Харьков, 1979.
52. Ахмедов Д. В., Фильков Л. В. Краткие сообщения по физике, 1978, т. 8, с. 25.
53. Агафонов В. Н. и др. — ПТЭ, 1962, т. 5, с. 47.
54. Mork K. — Phys. Rev. A, 1971, v. 4, p. 920.
55. Hubell J. — Data System. NSRDS-NBS 29, 1969.
56. Oxley C. — Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 773.
57. Говорков Б. Б. и др. — Докл. АН СССР, 1956, т. 111, с. 988.
58. Human L. G. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1959, v. 3, p. 93.
59. Bernardini G. e.a. — Nuovo cimento, 1960, v. 18, p. 1203.
60. Кокедэ Я. Теория кварков. Пер. с англ. М., Мир, 1971.
61. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н. Препринт ОИЯИ, Д-1968. Дубна, 1965.
62. Герасимов С. Б. Препринт ОИЯИ, P-2509. Дубна, 1965; ЖЭТФ 1966, т. 50, с. 1559.
63. Faïman D., Hendry A. — Phys. Rev., 1969, v. 180, p. 1572.
64. Berger S. B., Feld V. T. — Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 3875.
65. Friar J. L. — Ann. Phys., 1975, v. 95, p. 170.
66. Дегтев В. И. Дипломная работа МИФИ — ФИАН, 1976.
67. Ericson TEO, Hufner J. — Nucl. Phys. B, 1973, v. 57, p. 669.
68. Герасимов С. Б. Кандидатская диссертация, ОИЯИ, Дубна, 1966; Препринт ОИЯИ, P-2619, Дубна, 1966.
69. Петрунькин В. А. В кн.: Труды IV семинара «Электромагнитные взаимодействия ядер при малых и средних энергиях. М., декабрь 1977. М., Наука, 1979.
70. Кременцова Ю. Н., Лебедев А. И. В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Общая и Ядерная физика. Вып. 1 (I), с. 35. Харьков, 1978.
71. Ono S. — Nucl. Phys. B, 1976, v. 107, p. 592.
72. Dally E. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 1176.
73. Quenzer A. e.a. — Phys. Lett. B, 1978, v. 76, p. 512.
74. Tsyganov E. In: Proc. XIX Intern. Conf. on High Energy Physics, То-кьо, 1978.
75. Говорков А. Б., Дренска С. Б. — Ядерная физика, 1977, т. 26, с. 851.
76. Fujimaga K., Kobayashi T., Narniki M. — Prog. Theor. Phys. 1970, v. 44, p. 193.
77. Saito S. — Phys. Rev., 1969, v. 184, p. 1894; Pais A. — Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 544.
78. Prange R. E. — Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 240.

79. Gordin M., Martin A.— *Nuovo cimento*, 1960, v. 17, p. 224.
80. Bardeen W. A., Wu-Ki Tung.— *Phys. Rev.*, 1968, v. 173, p. 1428.
81. Ритце В. И.— *ЖЭТФ*, 1957, т. 33, с. 1264; 1957, т. 32, с. 1536.
82. Лапидус Л. П., Чжоу-Гуан-Чжао.— *ЖЭТФ*, 1961, т. 41, с. 294.
83. Hearn A. S.— *Nuovo cimento*, 1961, v. 21, p. 333.
84. Logunov A. A., Isayev P. S.— *Nuovo cimento*, 1958, v. 10, p. 917.
85. Шехтер В. М.— *Ядерная физика*, 1968, т. 7, с. 756.
86. Abarbanel H. D., Goldberger M. L.— *Phys. Rev.*, 1968, v. 165, p. 1594.
87. Choudhury S. R., Freedman D. Z.— *Phys. Rev.*, 1968, v. 168, p. 1739.
88. Brodsky S. J., Close F. E., Gunion J. E.— *Phys. Rev. D*, 1972, v. 6, p. 177; 1973, v. 8, p. 3678.
89. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.— *Докл. АН СССР*, 1957, т. 113, с. 529.
90. Gell-Mann M., Goldberger M. L., Thirring W.— *Phys. Rev.*, 1954, v. 95, p. 1612.
91. Feinberg G., Sucher J.— *Phys. Rev. A*, 1970, v. 2, p. 2395.
92. Ахмедов Д. М., Фильков Л. В.— *Краткие сообщения по физике*, 1975, т. 1, с. 13.
93. Guiasu I., Radescu E. E.— *Phys. Lett. B.*, 1976, v. 62, p. 193.
94. Логунов А. А., Соловьев Л. Д., Тавхелидзе А. Н.— *Phys. Lett. B*, 1967, v. 24, p. 181.
95. Dalitz R., Sutherland D.— *Phys. Rev.*, 1966, v. 146, p. 1180.
96. Буднев В. М., Карнаков В. А.— *Ядерная физика*, 1979, т. 3 440.
97. Pfeil W., Schwela D.— *Nucl. Phys. B*, 1972, v. 45, p. 349.
98. Moorhouse R. G., Oberlack H., Rosenfeld A. H.— *Phys. Rev. D*, 1974, v. 9, p. 1.
99. Заяц А. А.— *Ядерная физика*, 1972, т. 16, с. 1088.
100. Walker R. L.— *Phys. Rev.*, 1969, v. 182, p. 1729.
101. Bauer T. H., Spital R. D., Yennie D. R.— *Rev. Mod. Phys.*, 1978, v. 50, p. 261.
102. Cozzika e.a.— *Phys. Lett. B*, 1972, v. 40, p. 281.
103. Derado I. e.a.— *Nucl. Phys. B*, 1972, v. 38, p. 541.
104. Kramer S. L. e.a.— *Phys. Rev. D*, 1978, v. 17, p. 1709.
105. Berger E. L., Irvind A. C., Sorensen C.— *Phys. Rev. D.*, 1978, v. 17, p. 2971.
106. Irving A. C., Worden R. P.— *Phys. Reports*, 1977, v. 340, p. 177.
107. Bernabeu J., Ericson TEO, C. Ferro Fontan.— *Phys. Lett. B.*, 1974, v. 49, p. 381.
108. Guiasu I., Radescu E. E.— *Phys. Rev. D*, 1976, v. 14, p. 1335.
109. Holliday D.— *Ann. Phys.*, 1963, v. 24, p. 289; 1963, v. 24, p. 319.
110. Bohannon G. E.— *Phys. Rev. D*, 1976, v. 14, p. 126.
111. Nielsen H., Oades G. C.— *Nucl. Phys. B*, 1972, v. 49, p. 586.
112. Babelon O. e.a.— *Nucl. Phys. B*, 1976, v. 114, p. 252.
113. Guiassi I., Radescu E. E.— *Phys. Rev., D*, 1978, v. 18, p. 1728.
114. Буднев В. М., Волл А. Н., Серебряков В. В.— *Ядерная физика*, 1975, т. 21, с. 1033.
115. Ахмедов Д. М., Фильков Л. В. Препринт № 232 ФИАН. М., 1978.
116. Львов А. И., Петрунькин В. А. *Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Общая и ядерная физика. Вып. 1 (1)*, Харьков, 1978.
117. Малакян Ю. П.— *Ядерная физика*, 1972, т. 16, с. 1035.
118. Collins e.a.— *Phys. Lett. B*, 1973, v. 44, p. 183.
119. Львов А. И.— *Ядерная физика*, 1979, т. 29, с. 962.
120. Bronzan J. B., Low F. E.— *Phys. Rev. Lett.*, 1964, v. 12, p. 522.
121. *Particles Data Group*— *Rev. Mod. Phys.*, 1976, v. 48, part II.
122. *Particles Data Group*— *Phys. Lett. B*, 1978, v. 75, p. 1.
123. Ferbal T. Preprint UR-704, UR-727. The University of Rochester, 1979.
124. May E. N. e.a.— *Phys. Rev. D*, 1977, v. 16, p. 1983.

125. Levy N., Majerotto W., Read B. J.— Nucl. Phys. B, 1973, v. 55, p. 493.
126. Jackson J. D.— Rev. Mod. Phys., 1965, v. 37, p. 484.
127. Ballam J. e.a.— Phys. Rev. D, 1972, v. 5, p. 545.
128. Трейман С., Джекив Р., Гросс Д. Лекции по алгебре токов. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1977.
129. Де Альфаро В. и др. Токи в физике адронов. Пер. с англ. М., Мир, 1976.
130. Chang P., Gursev F.— Phys. Rev., 1967, v. 164, p. 1752.
131. Thung K. S., Willey R. S.— Phys. Rev. D, 1974, v. 9, p. 3132.
132. Волков М. К., Казаков Д. И., Первушин В. Н. Препринт ОИЯИ, Е2-9170. Дубна, 1975; Теорет. и матем. физика, 1976, т. 28, с. 46.
133. Backenstoss G. e.a.— Phys. Lett. B, 1973, v. 43, p. 431.
134. Stetz A. e.a.— Nucl. Phys. B, 1978, v. 128, p. 285.
135. Depomier P. e.a.— Phys. Lett. 1963, v. 7, p. 285.
136. Das T., Mathur V., Okubo S.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 19, p. 859.
137. Vaks V. G., Ioffe V. L.—Nuovo cimento, 1958, v. 10, p. 342.
138. Герасимов С. Б.— Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 513.
139. Llanta E., Tarrach R.— Phys. Lett. B, 1980, v. 91, p. 132.
140. Львов А. И.— Ядерная физика, в печати