

## НЕЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КВАРКОВ

*Г. В. Ефимов, М. А. Иванов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дается описание нелокальной модели кварков. Кварки описываются виртонным полем, т. е. существуют только в виртуальном состоянии. Адроны описываются стандартными квантованными полями и имеют экспериментально наблюдаемые массы. Адроны являются связанными состояниями кварков. Модель удовлетворяет всем аксиомам релятивистской квантовой теории поля и не содержит ультрафиолетовых расходимостей.

Вводятся лагранжианы взаимодействия адронов с кварками. Рассматриваются сильные, электромагнитные и слабые распады псевдоскалярных и векторных мезонов, октета и декаплета барионов. Модель содержит только два свободных параметра, характеризующих кварковое поле. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными.

The nonlocal quark model is presented. Quarks are described by the virton fields, they appear as virtual states only. Hadrons are described by standart quantized fields and possess the experimentally observed masses. Hadrons are the bound states of quarks. The model satisfies all axioms of relativistic quantum field theory and has no ultraviolet divergences.

The Lagrangians of hadron-quarks interactions are introduced. Some strong, electromagnetic and weak decays of pseudoscalar and vector mesons as well as those of octet and decuplet of baryons are treated. In the model there are only two vacant parameters which define the quark propagator. The good description of experimental data is presented.

### ВВЕДЕНИЕ

С открытием  $SU(3)$ -симметрии в физику элементарных частиц вошло понятие о кварках как частицах, из которых состоят адроны [1]. Предпринятые многочисленные экспериментальные попытки обнаружить кварк не увенчались успехом [2]. Однако успех феноменологических кварковых моделей в описании физики сильных взаимодействий свидетельствует о том, что кварк является реальностью, хотя он и не существует в свободном состоянии подобно электрону, протону, пиону и т. д. Кроме того, современные эксперименты убедительно показывают, что адроны являются слож-

ными составными системами. Так, эксперименты по глубоконеупругому рассеянию электронов на протонах наиболее естественно интерпретируются в рамках партонной модели, т. е. представления, что протон состоит из совокупности элементарных составляющих — партонов [3]. Дальнейшие эксперименты позволили интерпретировать партоны как кварки.

Однако законченной релятивистской теории сильных взаимодействий до сих пор не существует. Естественно считать (несколько ранее в этом были большие сомнения), что сильные взаимодействия, так же как электромагнитные и слабые, должны быть описаны в рамках релятивистской квантовой теории поля (КТП). Действительно, в идейном плане только КТП, исходя из простейших предположений о виде взаимодействия, способна описать всю совокупность взаимных превращений частиц, что составляет основу физики адронов. Идеи и методы квантовой электродинамики (КЭД), с удивительной точностью описывающей электромагнитные взаимодействия элементарных частиц, легли в основу современного развития КТП. Такие идеи и понятия КЭД, как калибровочная инвариантность, сохранение заряда, универсальность взаимодействия, стали также отправной точкой и при построении квантовополевых моделей слабых и сильных взаимодействий. Особенно плодотворной оказалась идея калибровочной инвариантности. Именно она в сочетании с понятием о спонтанном нарушении симметрии легла в основу построения единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий — модели Салама — Вайнберга [4]. Все имеющиеся экспериментальные данные, касающиеся данного круга взаимодействий, хорошо укладываются в предсказания этой модели [5].

Дальнейшее развитие идей калибровочной инвариантности привело к созданию квантовой хромодинамики (КХД), которая описывает взаимодействие цветных кварков с безмассовыми калибровочными полями — глюонами [6]. Основным принципом при построении КХД, по аналогии с КЭД, является требование калибровочной инвариантности при локальных преобразованиях цветной  $SU_c(3)$ -группы. КХД оказалась достаточно сложным объектом исследования. Основная задача, возложенная на КХД, — объяснение так называемого кваркового конфайнмента, образования адронов как связанных состояний кварков и отсутствия цветных адронных состояний — еще далека от своего решения. Это связано главным образом с тем, что вообще в любых более или менее реалистических моделях КТП совершенно не разработаны методы сильной связи. Тем не менее КХД обладает замечательным свойством асимптотической свободы: перенормированный заряд убывает с ростом энергии. Это означает, что в пределе больших импульсов (или на малых расстояниях) кварки становятся почти свободными и можно использовать методы теории возмущений.

Некоторые процессы, в особенности процессы с большими передачами импульса, оказалось возможным описать в рамках КХД [7].

В области кваркового конфайнмента КХД теряет свою предсказательную силу и является скорее философской точкой зрения, чем математическим аппаратом исследования физики адронов низких энергий. Можно сказать, что в данной области энергий КХД представляет собой в настоящее время один из феноменологических подходов в физике сильных взаимодействий.

Отсутствие какого-либо описания в рамках КТП сильных взаимодействий, особенно в области малых энергий, повлекло развитие множества феноменологических подходов. Наиболее плодотворными при описании низкоэнергетической физики адронов оказались идеи алгебры токов [8].

На основе кварковой модели было высказано предположение, что векторный и аксиальный заряды удовлетворяют алгебре  $SU(3) \times SU(3)$ . При этом считается, что векторные токи сохраняются точно (гипотеза *CVC*), а аксиальные — частично (гипотеза *PCAC*). Таким образом, незнание динамической структуры адронных токов удалось компенсировать установлением некоторых соотношений, связывающих амплитуды различных физических процессов, которые являются матричными элементами адронных токов. Однако и в этом подходе приходится принимать некоторые дополнительные гипотезы, например гипотезу о векторной доминантности и т. п.

Развитие метода исследований в алгебре токов, основанного на использовании нелинейных реализаций киральной симметрии, привело к возникновению направления, связанного с описанием низкоэнергетической физики адронов кирально инвариантными неполиномиальными лагранжианами взаимодействия. В его рамках удалось описать практически все распады октета псевдоскалярных мезонов [9]. Однако этот подход вообще не касается кварковой структуры адронов.

Представление об адроне как составной системе получило свое развитие в многочисленных феноменологических кварковых моделях [10], основанных на представлениях нерелятивистской квантовой механики. В этих моделях кварковый конфайнмент обеспечивается введением растущего на больших расстояниях потенциала. Соответствующим подбором потенциала удается более или менее точно получить адронный спектр, магнитные моменты и другие статические характеристики адронов.

В русле этих идей находится квазиклассическая теория «мешков» [11]. В этих моделях предполагается, что кварковые поля удовлетворяют свободным релятивистским уравнениям внутри некоторой ограниченной области пространства (мешка), а граничные условия на поверхности области сформулированы таким образом,

чтобы поток энергии-импульса во внешнее пространство был равен нулю. Этим обеспечивается невылетание кварков. В этой модели адрон является мешком, а его квантовые числа и другие характеристики определяются кварковыми полями, находящимися внутри мешка.

Следует заметить, что в теории мешков, строго говоря, проблема кваркового конфайнмента все же не решена, поскольку один кварк в мешке — это мешок с квантовыми числами кварка, т. е. физически наблюдаемый кварк, подобно тому как два кварка в мешке — это бозон, три — барион и т. д. Поэтому отсутствие кварков и цветных состояний, по сути дела, является дополнительным требованием теории мешка.

В целом в моделях мешков делаются попытки объяснить статические характеристики адронов. Взаимодействие двух адронов в этих моделях представляет собой крайне сложную задачу.

Возвращаясь к КХД, которая по принятому сейчас «общественному» мнению претендует стать теорией сильных взаимодействий, можно с уверенностью сказать, что даже в случае успешного решения проблемы конфайнмента (что, конечно, будет одним из значительных достижений теории) реальный математический язык описания физики адронов в области конфайнмента, который возникнет из КХД, будет много проще тех математических структур, которыми в настоящее время оперируют в КХД.

По-видимому, для адронной физики в области конфайнмента должна существовать в рамках релятивистской квантовой теории поля достаточно простая схема, в которой были бы решены следующие проблемы:

- 1) кварки не существуют в свободном состоянии;
- 2) адроны состоят из кварков;
- 3) адронные цветные состояния полностью отсутствуют;
- 4) все аксиомы релятивистской квантовой теории поля выполнены;
- 5) существуют лагранжианы взаимодействия адронов с кварками, которые описывают физику адронов низких энергий (сильные, слабые и электромагнитные распады и низкоэнергетическое рассеяние адронов);
- 6) имеется минимальный набор свободных параметров, характеризующих только кварки.

На роль такой схемы претендует нелокальная модель кварков [12].

Обычный подход к объяснению кваркового конфайнмента [10, 11, 13] основан на предположении, что кварки изначально существуют как физические дираковские частицы, но согласно какому-то динамическому взаимодействию не могут существовать как свободные частицы вне адрона. Нелокальная модель кварков основана на совершенно другой гипотезе: кварки не существуют вооб-

ще как обычные физические частицы и существуют только в виртуальном состоянии. Эта гипотеза была реализована следующим образом [12]. В рамках КТП были введены такие «частицы», названные «виртонами», которые обладают следующими свойствами. Во-первых, поле, описывающее свободные виртоны, тождественно равно нулю, т. е. виртоны не существуют в свободном состоянии. Во-вторых, причинная функция Грина, т. е. пропагатор виртонного поля, отличен от нуля и представляет собой нетривиальную функцию. Другими словами, виртоны существуют только в виртуальном состоянии.

Виртонное поле является хорошим кандидатом на роль описания кваркового поля и не нуждается ни в каких дополнительных полях (подобно глюонному полю), чтобы обеспечить удержание кварков.

Далее предполагается, что адроны описываются обычными локальными квантованными полями, но взаимодействуют они друг с другом не непосредственно, а через обмен квантами виртон-кваркового поля. Например, взаимодействия мезонного  $\pi(x)$  и барионного  $B(x)$  полей с виртонным полем  $q(x)$  может описываться лагранжианом типа

$$\mathcal{L}_I(x) = ig\pi(x)(\bar{q}(x)\gamma_5q(x)) + if(\bar{B}(x)q(x))(\bar{q}^c(x)\gamma_5q(x)) + \text{э. с.}$$

Предположение о том, что адроны являются связанными состояниями кварков, эквивалентно требованию, что константа  $Z_h$  перенормировки волновой функции адрона ( $h = \pi, B$ ) должна равняться нулю [14]. Это условие фиксирует константы связи  $g$  и  $f$  в лагранжиане взаимодействия.

На этом пути была построена конечная унитарная  $S$ -матрица методами, развитыми в квантовой теории поля с нелокальным взаимодействием [15]. Таким образом, эта модель удовлетворяет всем требованиям, перечисленным выше.

Расчеты показали, что нелокальная модель кварков способна успешно описывать физику адронов низких энергий.

В гл. 1 приведено описание нелокальной модели кварков, а в гл. 2 — описание в ее рамках адронной физики низких энергий.

## 1. ВИРТОННОЕ ПОЛЕ

**1. Постановка задачи.** Введем такое квантованное поле, которое описывает частицы, не существующие в свободном состоянии, подобно электрону, протону и т. д., но существующие только в виртуальном состоянии. Эти несуществующие частицы назовем виртонами и поле  $q(x)$ , описывающее эти частицы, виртонным.

Виртонное поле можно построить следующим образом. Тот факт, что обычные элементарные частицы наблюдаемы, в квантовом поле формализме означает, что поля, описывающие свобод-

ные частицы, являются решениями соответствующих уравнений (Дирака, Клейна — Гордона и т. д.) и эти решения отличны от нуля. Естественно считать, что ненаблюдаемость или невозможность существования частицы в свободном состоянии означает, что поле свободных виртонов тождественно равно нулю.

В рамках стандартного лагранжевого формализма это означает следующее. Пусть лагранжиан свободного виртонного поля  $q(x)$ , которое предполагается фермионным, записывается в форме

$$\mathcal{L}_0(x) = \bar{q}(x) Z(\hat{p}) q(x), \tag{1}$$

где  $Z(\hat{p})$  — некоторый оператор, зависящий от  $\hat{p} = i\hat{\partial} = i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu}$ .

Тогда предположение о невозможности существования виртонов в свободном состоянии означает, что в уравнении движения

$$Z(\hat{p}) q(x) = 0 \tag{2}$$

оператор  $Z(\hat{p})$  необходимо выбрать так, чтобы единственное решение этого уравнения было тождественно равно нулю, т. е.

$$q(x) \equiv 0. \tag{3}$$

Кроме того, мы хотим, чтобы функция Грина поля  $q(x)$ , подчиняющаяся уравнению

$$Z(\hat{p}) G(x-y) = i\delta(x-y), \tag{4}$$

была нетривиальной

$$G(x-y) = iZ^{-1}(\hat{p}) \delta(x-y) \neq 0. \tag{5}$$

В рамках стандартных методов локальной классической или квантовой теории поля невозможно одновременно удовлетворить уравнению (2) с решением (3) и уравнению (4) с решением (5), поскольку любая функция Грина свободного поля строится из решений свободного уравнения. Однако в рамках нелокальной квантовой теории, развитой в [15], эту проблему можно решить.

Идея состоит в следующем. Строится регуляризованное квантованное поле  $q^\delta(x)$ , определенное на некотором пространстве Фока  $\mathcal{H}$ , которое удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \langle \Psi_1 | : q^\delta(x_1) \cdot \dots \cdot q^\delta(x_n) : | \Psi_2 \rangle = 0 \tag{6}$$

для любых  $n \geq 1$  и  $\Psi_1, \Psi_2 \in \mathcal{H}$ , т. е. в слабом смысле на  $\mathcal{H}$  существует предел

$$q(x) = w \lim_{\delta \rightarrow 0} q^\delta(x) = 0, \tag{7}$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \langle 0 | T(q^\delta(x) \bar{q}^\delta(y)) | 0 \rangle = G(x-y) = iZ^{-1}(\hat{p}) \delta(x-y) \neq 0. \tag{8}$$

Удовлетворяющее этим условиям поле  $q^\delta(x)$  является решением проблемы.

Теперь найдем общий вид операторов  $Z(\hat{p})$ , для которых единственным решением уравнения (2) является (3).

**2. Выбор функции  $Z(\hat{p})$ .** Функция  $Z(z)$  должна удовлетворять следующим условиям.

1. Функция  $Z(z)$  должна быть целой аналитической функцией в комплексной  $z$ -плоскости, причем  $(Z(z))^* = Z(z^*)$ . Это следует из требования, что функционал действия  $S = \int dx \mathcal{L}_0(x)$  должен существовать и быть вещественным на достаточно гладких функциях  $q(x)$  в пространстве Минковского и Евклида.

2. Функция  $Z(z)$  не должна иметь нулей. Это следует из требования, чтобы единственным решением уравнения (2) был тождественный нуль  $q(x) \equiv 0$ .

3. При  $z^2 \rightarrow -\infty$  функция  $Z^{-1}(z) = G(z)$  должна достаточно быстро убывать:  $G(z) \rightarrow 0$ . Это условие означает, что мы будем строить виртуальное поле в рамках нелокальной квантовой теории поля, требующей, чтобы функции Грина полей убывали в евклидовой метрике.

Запишем общий вид функции, удовлетворяющей перечисленным выше условиям:

$$Z(z) = \exp\{W(z)\}. \quad (9)$$

Здесь  $W(z)$  — целая вещественная функция, растущая при  $z^2 \rightarrow -\infty$ .

Функциональный произвол в определении функции  $Z(z)$  в (9) можно ликвидировать, если ввести дополнительное требование.

4. **Требование минимальности.** Какова минимальная степень функции  $W(z)$ , чтобы все предыдущие условия были удовлетворены? В этом случае

$$Z(z) = \exp\{-a - bz - cz^2\},$$

где  $a, b, c$  — вещественны, причем  $c > 0$ .

Таким образом, функциональный произвол сводится к трем независимым параметрам  $a, b$  и  $c$ , причем, как оказывается, параметр  $a$  не является независимым. Запишем оператор  $Z(\hat{p})$  в форме

$$Z(\hat{p}) = \frac{1}{L} \exp\left\{-l\hat{p} - \frac{L^2}{4} p^2\right\}, \quad (10)$$

где  $l$  и  $L$  — два независимых параметра. Отсюда для функции Грина получим:

$$G(\hat{p}) = Z^{-1}(\hat{p}) = L \exp\left\{l\hat{p} + \frac{L^2}{4} p^2\right\}. \quad (11)$$

Постоянные  $l$  и  $L$  являются фундаментальными в рассматриваемом подходе и определяют динамику всех возможных виртонных взаимодействий.

Имеется определенный недостаток в использовании функции Грина в форме (11) и вообще в форме целой функции конечной степени

$$G(\hat{p}) = \exp \left\{ \sum_{h=1}^{2n} a_h \hat{p}^h \right\}. \quad (12)$$

Этот недостаток состоит в том, что при любом выборе коэффициентов  $a_h$  и степени  $n$  в (12) интегралы, например, вида

$$F(p^2) = \int dk_E \text{Sp} \{ \gamma_5 G(\hat{k}_E) \gamma_5 G(\hat{k}_E - \hat{p}_E) \} \quad (13)$$

( $p^2 = -p_E^2$ ), существующие в евклидовом пространстве, определяют функцию  $F(p^2)$ , которая в пространстве Минковского растет как

$$F(p^2) = O(\exp\{a(p^2)^n\}) \quad (a > 0).$$

Это означает, что при достаточно больших энергиях члены ряда теории возмущений растут и, следовательно, нельзя ограничиться низшими порядками теории возмущений, т. е. наступает режим сильной связи.

Можно поставить задачу: существуют ли такие функции  $W(\hat{p})$  в (9), для которых функция  $F(p^2)$  в (13) ограничена при  $p^2 \rightarrow +\infty$ ? Оказывается, такие функции существуют. Потребуем, чтобы функция  $W(\hat{p})$  не имела нулей, тогда найдется единственная функция, удовлетворяющая поставленному условию:

$$W(\hat{p}) = \exp\{-a - b\hat{p} - cp^2\},$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — вещественные параметры, причем  $c > 0$ . Имеем для функции Грина

$$G(\hat{p}) = Z^{-1}(\hat{p}) = A \exp\{-\exp\{-a - b\hat{p} - cp^2\}\}. \quad (14)$$

Таким образом, оператор  $Z(\hat{p})$  и, следовательно, функция Грина определяются с точностью до трех вещественных параметров  $a$ ,  $b$  и  $c$  [параметр  $A$  в (14) не является независимым].

В рассматриваемой кварковой модели (см. гл. 2) использовалась функция Грина (11), поскольку мы рассматривали адронную физику низких энергий.

**3. Квантование виртонного поля.** Следующая проблема состоит в том, как проквантовать систему, описываемую лагранжианом (1) с оператором  $Z(\hat{p})$  (9) или (10). Эта задача достаточно своеобразна, поскольку классическое решение уравнения (2) тождественно равно нулю. Для решения этой задачи воспользуемся метода-



ми, развитыми в квантовой теории поля с нелокальным взаимодействием [15]. Идея нашего метода квантования состоит в следующем: в лагранжиане (1) оператор  $Z(\hat{p})$  заменяется на регуляризованный оператор  $Z^\delta(\hat{p})$ , такой, что, во-первых, функция  $Z^\delta(z)$  имеет бесконечное число нулей

$$Z^\delta(z) \sim \prod_{j=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{M_j(\delta)}\right)$$

в точках

$$z_j = M_j(\delta) > 0,$$

которые в пределе снятия регуляризации ( $\delta \rightarrow 0$ )

$$M_j(\delta) \rightarrow +\infty,$$

и, во-вторых,

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} Z^\delta(z) = Z(z)$$

равномерно в любой ограниченной области  $\Gamma \subset \mathbb{C}$ .

Существует много способов ввести такую регуляризацию. Например,

$$\begin{aligned} Z^{-1}(z) &= L \exp \left\{ lz + \frac{L^2}{4} z^2 \right\} = \\ &= L \exp \left( -\frac{1}{2} l\mu \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+\mu)^{2n}}{n!} \left( \frac{L^2}{4} \right)^n \rightarrow [Z^\delta(z)]^{-1} = \\ &= L \exp \left( -\frac{1}{2} l\mu \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+\mu)^{2n}}{n!} \left( \frac{L^2}{4} \right)^n \left[ \prod_{j=1}^{2n+n_0} \left( 1 - \frac{\delta(z+\mu)L}{j^\sigma} \right) \right]^{-1} = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{M_j(\delta) - z}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$M_j(\delta) = \frac{1}{L} \left( \frac{j^\sigma}{\delta} - \mu L \right) \quad (j = 1, 2, 3 \dots),$$

$\mu = 2L/L^2$ ; параметр  $\sigma > 1$ ; коэффициенты  $A_j(\delta) > 0$ , явный вид которых легко можно определить. Параметр  $n_0$  можно выбрать произвольным, он определяет степень убывания регуляризованной функции  $[Z^\delta(z)]^{-1}$  в комплексной  $z$ -плоскости:

$$[Z^\delta(z)]^{-1} = O \left( \frac{1}{|z|^{n_0}} \right) \quad (|z| \rightarrow \infty).$$

Отсюда следует, что

$$\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(\delta) M_j^h(\delta) = 0 \quad (k=0, 1, \dots, n_0-1). \quad (16)$$

Введем систему полей

$$q_j^\delta(x) = \sqrt{A_j(\delta)} \frac{Z^\delta(\hat{p})}{\hat{p} - M_j(\delta)} q^\delta(x) \quad (j=1, 2, \dots). \quad (17)$$

Тогда

$$q^\delta(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \sqrt{A_j(\delta)} q_j^\delta(x)$$

и

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(x) &= \bar{q}(x) Z(\hat{p}) q(x) \rightarrow \mathcal{L}_0^\delta(x) = \bar{q}^\delta(x) Z^\delta(\hat{p}) q^\delta(x) = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \bar{q}_j^\delta(x) (\hat{p} - M_j(\delta)) q_j^\delta(x), \end{aligned} \quad (18)$$

Поля  $q_j^\delta(x)$  ( $j=1, 2, \dots$ ) соответствуют некоторым фиктивным нефизическим квантам с массой  $M_j(\delta)$  и не описывают никакие физические частицы. Они играют вспомогательную роль и исчезают в пределе  $\delta \rightarrow 0$ .

Уравнение движения бесконечного порядка

$$Z^\delta(\hat{p}) q^\delta(x) = 0$$

записывается как бесконечная система уравнений Дирака

$$(\hat{p} - M_j(\delta)) q_j^\delta(x) = 0 \quad (j=1, 2, \dots). \quad (19)$$

Решение этих уравнений имеет стандартную форму [16]

$$\begin{aligned} q_j^\delta(x) &= \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} [v_{j\mathbf{k}}^\delta d_{j\mathbf{k}} \exp(-ikx) + w_{j\mathbf{k}}^\delta h_{j\mathbf{k}}^+ \exp(ikx)], \\ \bar{q}_j^\delta(x) &= \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} [\bar{v}_{j\mathbf{k}}^\delta d_{j\mathbf{k}}^+ \exp(ikx) + \bar{w}_{j\mathbf{k}}^\delta h_{j\mathbf{k}} \exp(-ikx)], \end{aligned} \quad (20)$$

где  $v_{j\mathbf{k}}^\delta$  и  $w_{j\mathbf{k}}^\delta$  — спиноры Дирака и  $k_{j0} = E_{j\mathbf{k}}(\delta) = \sqrt{M_j^2(\delta) + \mathbf{k}^2}$ .

Гамильтониан, описывающий регуляризованную систему (19), имеет вид:

$$H_0^\delta = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \int d\mathbf{k} E_{j\mathbf{k}}(\delta) [d_{j\mathbf{k}}^+ d_{j\mathbf{k}} - h_{j\mathbf{k}} h_{j\mathbf{k}}^+]. \quad (21)$$

Поскольку энергия рассматриваемой системы должна быть положительной, спинорные поля  $q_j^\delta(x)$  надо проквантовать согласно

канонической процедуре с индефинитной метрикой

$$\{d_{jk}, d_{j'k'}^{\dagger}\} = \{h_{jk}, h_{j'k'}^{\dagger}\} = (-1)^j \delta_{jj'} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

остальные антикоммутируют и равны нулю.

Пространство состояний  $\mathcal{H}$ , содержащее все фиктивные частицы, является векторным пространством с индефинитной метрикой. Оно содержит

1) вакуумное состояние  $|0\rangle$ , которое единственно и определяется условиями

$$d_{jk} |0\rangle = h_{jk} |0\rangle = 0 \quad (j = 1, 2 \dots), \\ \langle 0 | 0 \rangle = 1;$$

2) одночастичные и многочастичные состояния, которые строятся на основе базисных векторов:

$$|jn, im\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!m!}} d_{j_1 k_1}^{\dagger} \dots d_{j_n k_n}^{\dagger} h_{i_1 p_1}^{\dagger} \dots h_{i_m p_m}^{\dagger} |0\rangle.$$

Вакуумное, одночастичные и многочастичные состояния образуют полную систему собственных состояний в векторном пространстве  $\mathcal{H}$ . Существенно, что вакуум  $|0\rangle$  и операторы  $d_{jk}$  и  $h_{jk}$  не зависят от параметра регуляризации  $\delta$ .

Определим пространство состояний  $\mathcal{H}(E)$  как пространство нормированных физических состояний  $\Psi(E)$  с энергией, не превосходящей энергию  $E$ :

$$\Psi(E) = \sum_{\{jn, im\}} \int d^n \mathbf{k} \int d^m \mathbf{p} \theta(E - \sum E_{jk}(\delta) - \\ - \sum E_{ip}(\delta)) \tilde{f}_{\{jn, im\}}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) |jn, im\rangle,$$

где  $d^n \mathbf{k} = dk_1 \dots dk_n$ ;  $\sum E_{jk}(\delta) = \sum_{v=1}^n E_{j_v k_v}(\delta)$ ;

$$\tilde{f}_{\{jn, im\}}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \tilde{f}_{j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_m}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) \in \tilde{\mathcal{Z}}_2.$$

Пространство функций  $\tilde{\mathcal{Z}}_2 = \cup \tilde{\mathcal{Z}}_2(N)$ , где  $\tilde{\mathcal{Z}}_2(N)$  состоит из функций  $\tilde{g}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)$  от  $3N$  переменных  $\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N$ , таких, что они дифференцируемы и для любого  $\varepsilon > 0$  существует такая  $C_\varepsilon > 0$ , что

$$|\tilde{g}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N)| \leq C_\varepsilon \exp \left\{ -\frac{1}{\varepsilon} \sum_{v=1}^N |\mathbf{k}_v|^2 \right\}. \quad (22)$$

Тогда для любого  $\Psi(E) \in \mathcal{H}(E)$  имеем:

$$\|\Psi\|^2 = (\Psi(E), \Psi(E)) = \\ = \sum_{\{jn, im\}} \int d^n \mathbf{k} \int d^m \mathbf{p} \theta(E - \sum E_{jk}(\delta) - \\ - \sum E_{ip}(\delta)) (-1)^{\sum j + \sum i} |\tilde{f}_{\{jn, im\}}(\mathbf{k}, \mathbf{p})|^2 < \infty.$$

Пространство  $Z_2$ , которое состоит из фурье-образов функций из  $\tilde{Z}_2$ , содержит целые аналитические функции  $g(z_1, \dots, z_N)$ , такие, что для любого  $\varepsilon > 0$  существует такая  $C_\varepsilon > 0$ , что

$$|g(z_1, \dots, z_N)| \leq C_\varepsilon \exp \left\{ \varepsilon \sum_{\nu=1}^N |z_\nu|^2 \right\};$$

$$\int dx_1 \dots \int dx_N |g(x_1 + iy_1, \dots, x_N + iy_N)| < \infty$$

для любых вещественных  $y_1, \dots, y_N$ .

Векторное пространство  $\mathcal{H} = \bigcup_E \mathcal{H}(E)$  будем рассматривать как индуктивный предел пространств  $\mathcal{H}(E)$  относительно вложения  $\mathcal{H}(E) \rightarrow \mathcal{H}$ .

Таким образом, мы построили полевые операторы  $q_j^\delta(x)$  и  $q^\delta(x)$  (20) и векторное пространство  $\mathcal{H}$ , на котором эти операторы существуют.

Следует отметить, что оператор  $q^\delta(x)$  (17) при  $\delta > 0$  на пространстве  $\mathcal{H}$  является локальным оператором, поскольку при  $(x - y)^2 < 0$

$$\{q^\delta(x), \bar{q}^\delta(y)\} = 0.$$

**4. Функции Грина виртонного поля.** Рассмотрим теперь, что происходит с полем  $q^\delta(x)$  и различными функциями Грина в пределе снятия регуляризации  $\delta \rightarrow 0$ . Физически ясно, что в этом пределе любое физическое состояние, которое характеризуется определенным значением энергии, не может содержать фиктивные кванты, поскольку их массы увеличиваются согласно (15). Математически это доказывается просто. Сходимость на пространстве  $\mathcal{H}$  определена как сходимость на пространствах  $\mathcal{H}(E)$  при любых фиксированных  $E > 0$ . Тогда для любых  $\Psi_1(E), \Psi_2(E) \in \mathcal{H}(E)$  и любых  $n \geq 1$  равенство (6) выполняется, поскольку для любого фиксированного  $E > 0$  существует такое  $\delta(E) > 0$ , что  $M_1(\delta) > E$  и для всех  $\delta < \delta(E)$

$$(\Psi_1(E), : q^\delta(x_1) \dots q^\delta(x_n) : \Psi_2(E)) = 0.$$

Это означает, что в слабом смысле на  $\mathcal{H}$

$$q(x) = w \lim_{\delta \rightarrow 0} q^\delta(x) = 0. \tag{23}$$

Таким образом, квантованное свободное виртонное поле  $q(x)$  равно нулю.

Функции Грина в пределе  $\delta \rightarrow 0$  являются обобщенными функциями, заданными на  $Z_2$ . Следовательно, надо рассматривать несобственный предел

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int dx G^\delta(x) f(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int dp G^\delta(p) \tilde{f}(p).$$

Введем стандартные функции Грина:

$$\begin{aligned} G_{(+)}^{\delta}(x-y) &= \{q^{\delta}(x), \bar{q}^{\delta}(y)\}; \\ G_{(-)}^{\delta}(x-y) &= \langle 0 | q^{\delta}(x) \bar{q}^{\delta}(y) | 0 \rangle; \\ G^{\delta}(x-y) &= \langle 0 | T(q^{\delta}(x) \bar{q}^{\delta}(y)) | 0 \rangle. \end{aligned}$$

Можно показать, что

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int dx G_{(+)}^{\delta}(x) f(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int dx G_{(-)}^{\delta}(x) f(x) = 0.$$

Поскольку соответствующие выкладки просты, но громоздки, мы их здесь приводить не будем, а лишь сошлемся на [15], где аналогичные вычисления проведены для скалярного случая.

Рассмотрим теперь причинную функцию Грина  $G(x)$ . Имеем:

$$\begin{aligned} G^{\delta}(x-y) &= \sum_{j=1}^{\infty} A_j(\delta) \langle 0 | T(q_j^{\delta}(x) \bar{q}_j^{\delta}(y)) | 0 \rangle = \\ &= \int \frac{dp}{(2\pi)^4 i} \exp[-ip(x-y)] \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{M_j(\delta) - \hat{p} - i0}. \end{aligned} \quad (24)$$

В пределе  $\delta \rightarrow 0$  согласно (15) и (22) получим:

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 0} \int dx G^{\delta}(x) f(x) &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \int \frac{dp}{(2\pi)^4 i} \tilde{f}(p) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{M_j(\delta) - \hat{p} - i0} = \\ &= \int \frac{dp}{(2\pi)^4 i} \tilde{f}(p) L \exp\left\{l\hat{p} + \frac{L^2}{4} p^2\right\}. \end{aligned}$$

Это означает, что причинная функция  $G^{\delta}(x)$  в пределе  $\delta \rightarrow 0$  превращается в нелокальный пропагатор

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} G^{\delta}(\hat{p}) = G(\hat{p}) = L \exp\left\{l\hat{p} + \frac{L^2}{4} p^2\right\}. \quad (25)$$

Таким образом, мы удовлетворили сформулированным выше условиям (3) и (5).

Следует заметить, что явный вид регуляризационной процедуры не важен для изучения предельных выражений. Существенно лишь, что регуляризационная процедура 1) существует и определяет локальное регуляризованное поле; 2) обеспечивает возможность перехода к евклидовой метрике; 3) допускает предельный переход  $\delta \rightarrow 0$ .

В дальнейшем будем использовать представление

$$G(\hat{p}) = A(-p^2) + \hat{p}B(-p^2), \quad (26)$$

где

$$A(-p^2) = L \operatorname{ch} l \sqrt{p^2} \exp\left(\frac{L^2 p^2}{4}\right) = L \operatorname{ch} \xi \sqrt{\frac{L^2 p^2}{4}} \exp\left(\frac{L^2 p^2}{4}\right);$$

$$B(-p^2) = L \frac{\operatorname{sh} l \sqrt{p^2}}{\sqrt{p^2}} \exp\left(\frac{L^2 p^2}{4}\right) = L \frac{L}{2} \frac{\operatorname{sh} \xi \sqrt{\frac{L^2 p^2}{4}}}{\sqrt{\frac{L^2 p^2}{4}}} \exp\left(\frac{L^2 p^2}{4}\right).$$

При переходе в евклидовую метрику  $p^2 \rightarrow -p_E^2$  имеем:

$$A(p_E^2) = L \cos \xi \sqrt{\frac{L^2 p_E^2}{4}} \exp\left(-\frac{L^2 p_E^2}{4}\right); \quad (27)$$

$$B(p_E^2) = L \frac{L}{2} \frac{\sin \xi \sqrt{\frac{L^2 p_E^2}{4}}}{\sqrt{\frac{L^2 p_E^2}{4}}} \exp\left(-\frac{L^2 p_E^2}{4}\right).$$

Для регуляризованной функции Грина справедливы соотношения

$$\begin{aligned} G^\delta(\hat{p}) &= A^\delta(-p^2) + \hat{p} B^\delta(-p^2) = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{M_j(\delta) - \hat{p} - i0} = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(\delta) S_j^\delta(\hat{p}); \end{aligned} \quad (28)$$

$$A^\delta(-p^2) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta) M_j(\delta)}{(M_j - i0)^2 - p^2} \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} A(-p^2);$$

$$B^\delta(-p^2) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{(M_j - i0)^2 - p^2} \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} B(-p^2).$$

Здесь

$$S_j^\delta(\hat{p}) = \frac{1}{M_j(\delta) - \hat{p} - i0}. \quad (29)$$

**5. Взаимодействия виртонного поля с полями физических частиц.** Обратимся теперь к вопросу, как использовать построенное виртонное поле в физике адронов. Привлекательно использовать виртонное поле для описания кварков, поскольку главное динамическое свойство кварков — их ненаблюдаемость — уже заложено в виртонном поле. Следует подчеркнуть, что при этом нет необходимости во введении никаких глюонных полей, которые в стандартном подходе призваны обеспечить удержание кварков.

Если считать, что кварки описываются виртонным полем, тогда для описания адронной физики возможны два пути исследования. Один состоит в том, что можно ввести лагранжиан вир-

тонного поля типа

$$\mathcal{L} = (\bar{q}Zq) + \lambda (\bar{q}\Gamma q) (\bar{q}\Gamma q) \quad (30)$$

и искать связанные состояния в системе виртонов-кварков, чтобы отождествить эти связанные состояния с известными адронами. Эта идея заслуживает специального исследования и технически не проста, поскольку проблема отыскания связанных состояний в квантовой теории поля еще не решена.

Другой путь заключается в том, что адроны рассматриваются как элементарные частицы и описываются стандартными квантованными полями, удовлетворяющими обычным уравнениям Дирака, Клейна—Гордона и т. д. Однако адронные поля (например, псевдоскалярных мезонов  $P(x)$ , векторных мезонов  $V_\mu(x)$ , барионов  $B(x)$  и т. д.) взаимодействуют друг с другом не непосредственно, а через промежуточное виртон-кварковое поле  $q(x)$ . В этом смысле лагранжиан взаимодействия можно выбрать, например, в форме

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I(x) = & ig_P P(x) (\bar{q}(x) \gamma_5 q(x)) + g_V V_\mu(x) (\bar{q}(x) \gamma_\mu q(x)) + \\ & + ig_B (\bar{B}(x) q(x)) (\bar{q}^c(x) \gamma_5 q(x)) + \text{э. с.} \end{aligned} \quad (31)$$

$S$ -матрицу, описывающую сильные взаимодействия адронов с лагранжианом (31), можно построить методами нелокальной квантовой теории поля [15]. Вместо  $\mathcal{L}_I(x)$  в (31) необходимо ввести регуляризованный лагранжиан взаимодействия

$$\mathcal{L}_I^\delta(x) = ig_P P(q^\delta \gamma_5 q^\delta) + g_V V_\mu(q^\delta \gamma_\mu q^\delta) + ig_B (\bar{B} q^\delta) (q^{\delta c} \gamma_5 q^\delta) + \text{э. с.} \quad (32)$$

Регуляризованная  $S^\delta$ -матрица определяется обычным образом:

$$S^\delta = T \exp \left\{ i \int dx \mathcal{L}_I^\delta(x) \right\}, \quad (33)$$

поскольку поле  $q^\delta(x)$  локальное. Предел

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} S^\delta = S \quad (34)$$

существует, что легко показать, используя методы, развитые в [15], и определяет конечную унитарную причинную  $S$ -матрицу в каждом порядке теории возмущений. Полученная  $S$ -матрица описывает только взаимодействие адронов, поскольку в начальном и в конечном состояниях кварки отсутствуют.

Естественно, все расчеты различных физических эффектов будем проводить по теории возмущений. Поэтому возникает вопрос, какова эффективная константа разложения в ряду теории возмущений при лагранжианах взаимодействия типа (31).

Сначала рассмотрим взаимодействие бозонов с кварками-виртонами. Поскольку это взаимодействие юкавского типа, то сле-

дует ожидать, что величина любого матричного элемента в  $n$ -м порядке теории возмущений будет порядка одной какой-либо диаграммы  $n$ -го порядка. Амплитуду  $T$ , соответствующую какому-либо процессу, можно условно записать в форме

$$T = \sum_n g_P^{2n+n_0} \int \prod_{i=1}^s \frac{dk_i}{(2\pi)^4} \prod_{j=1}^R L \exp \left\{ i l (\hat{k}_j + \hat{p}) - \right. \\ \left. - \frac{L^2}{4} (k_j + p)^2 \right\} \prod_{t=1}^Q \frac{1}{m^2 + (k_t + p)^2}.$$

Интегралы уже записаны в евклидовой метрике. Здесь  $n_0$  зависит от изучаемого процесса;  $R$  — число внутренних виртонных линий;  $s$  — число независимых интегрирований;  $E$  и  $Q$  — соответственно число внешних и внутренних мезонных линий. Между этими числами существуют соотношения

$$2n + n_0 = R = E + 2Q;$$

$$s = Q + R - 2n - n_0 + 1.$$

Вводя безразмерные импульсы интегрирования  $q_t = Lk_t/2$  и выделяя размерные множители из виртонных и мезонных пропагаторов, получаем:

$$T = \frac{(4\pi)^E}{(2\pi)^2} \left( \frac{g_P}{4\pi} \right)^{n_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{g_P^2}{(4\pi)^2} \right]^n I_n;$$

$$I_n = \int \prod_{i=1}^s \left( \frac{4}{\pi^2} dq_i \right) \prod_{j=1}^R \exp \left\{ i \xi_j \left( \hat{q}_j + \frac{Lp}{2} \right) - \left( q_j + \frac{Lp}{2} \right)^2 \right\} \times \\ \times \prod_{t=1}^Q \frac{1}{\left( \frac{mL}{2} \right)^2 + \left( q_t + \frac{Lp}{2} \right)^2}.$$

Поскольку для мезонов  $(mL/2)^2 \ll 1$  и интегрирование по  $q_j$  проводится с гауссовской экспонентой, то по порядку величины при  $n \rightarrow \infty$  ( $R \sim 2n$ ,  $Q \sim n$ ,  $s \sim n$ ) имеем

$$I_n \approx \prod_{i=1}^n \int \left( \frac{4}{\pi^2} dq_j \exp(-2q_j^2) \right) \prod_{t=1}^n \frac{1}{q_t^2} \approx 1,$$

так как  $q_t$  представляет собой некоторую сумму импульсов интегрирования. Поэтому можно считать, что параметр

$$\lambda_P = g_P^2 / (4\pi)^2 \quad (35)$$

является эффективной константой разложения ряда теории возмущений.



В случае лагранжиана четырехфермионного взаимодействия (31), проводя аналогичные оценки [17], легко убедиться, что эффективной константой разложения будет параметр

$$\lambda_B = (1/2) (g_B/L^2)^2 (2/3\pi)^4. \quad (36)$$

**6. Физический смысл параметров  $l$  и  $L$ .** Выясним физический смысл констант  $l$  и  $L$  в (11). Для этого исследуем потенциал взаимодействия между двумя точечными источниками, обменивающимися квантами виртонного поля, как это делается при выводе потенциала Юкавы. Пусть имеются два фермионных источника  $\psi_1(x)$  и  $\psi_2(x)$ , взаимодействие которых с виртонным полем  $q(x)$  описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_I(x) = g [(\bar{\psi}_1(x) q(x) + \bar{\psi}_2(x) q(x))] + \text{э. с.} \quad (37)$$

Энергия взаимодействия между ними во втором порядке теории возмущений по  $g$  равна:

$$W = g^2 \int \int dx_1 dx_2 [\bar{\psi}_1(x_1) G(x_1 - x_2) \psi_2(x_2) + \text{э. с.}].$$

Предположим, что эти источники покоятся и

$$\psi_j(x) = \psi_j(\mathbf{x}, t) = u \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) \quad (j = 1, 2),$$

где  $u$  — дираковский спинор, описывающий покоящиеся источники, нормированный так, что

$$\bar{u}u = 1, \quad \bar{u}\gamma_\mu u = 0.$$

Тогда, считая  $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ , получаем:

$$\begin{aligned} W(r) &= g^2 \bar{u} G(r) u = \\ &= \text{const} \left[ \left(1 + \frac{l}{r}\right) \exp\left[-\frac{(r+l)^2}{L^2}\right] + \left(1 - \frac{l}{r}\right) \exp\left[-\frac{(r-l)^2}{L^2}\right] \right], \end{aligned} \quad (38)$$

где  $G(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{p} \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) \tilde{G}(\mathbf{p})$ ;

$$\tilde{G}(\mathbf{p}) = L \left[ \cos l \sqrt{\mathbf{p}^2} - \gamma \mathbf{p} \frac{\sin l \sqrt{\mathbf{p}^2}}{\sqrt{\mathbf{p}^2}} \right] \exp\left(-\frac{L^2 \mathbf{p}^2}{4}\right).$$

Потенциал  $W(r)$  убывает при  $r \rightarrow \infty$  как  $W(r) \sim \exp\{- (r/L)^2\}$  и ограничен при  $r \rightarrow 0$ . Этим он отличается от потенциала Юкавы  $\exp\{-mr\}/r$ .

Заметим, что потенциал (38) никакого отношения к растущему потенциалу, удерживающему кварк, не имеет. Его физический смысл состоит в том, что взаимодействие источников вследствие обмена виртонами убывает с увеличением расстояния много быстрее, чем при обмене частицами с массой  $m$ .

Вычислим теперь среднее значение  $\langle r^2 \rangle_W$ , определяемое распределением  $W(r)$ :

$$\langle r^2 \rangle_W = \frac{\int dr (r^2) W(r)}{\int dr W(r)} = \frac{3}{2} (2l^2 + L^2). \quad (39)$$

Для потенциала Юкавы имеем:

$$\langle r^2 \rangle_Y = \frac{\int dr r^2 \frac{1}{r} \exp(-mr)}{\int dr \frac{1}{r} \exp(-mr)} = \frac{6}{m^2}. \quad (40)$$

Из соотношений (39) и (40) можно определить условную массу виртона:

$$m_q = \sqrt{\frac{6}{\langle r^2 \rangle_W}} = \sqrt{\frac{2}{L^2 + 2l^2}} = \frac{2}{L} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \xi^2}}. \quad (41)$$

**7. Условие связности.** Итак, считаем, что все адроны являются связанными состояниями кварков. Если адронные и кварковые поля включены независимо в исходный лагранжиан, как в (31), то в теории  $S$ -матрицы тот факт, что адрон состоит из кварков, означает, что константа перенормировки волновой функции адрона  $h$  должна равняться нулю:

$$Z_h(g, m_h L, \xi) = 0. \quad (42)$$

Действительно, константа  $Z_h$  имеет смысл вероятности пребывания физической частицы в «голом» состоянии:

$$Z_h = |\langle \mathbf{h} | h \rangle|^2,$$

где  $|\mathbf{h}\rangle$  и  $|h\rangle$  — «одетое» и «голое» состояния адрона  $h$  соответственно. Поэтому условие (42) означает, что физическая частица всегда одета и никогда не пребывает в состоянии, описываемом свободным гамильтонианом (подробнее об условиях, определяющих связанное состояние в квантовой теории поля, см. [14]). Следует заметить, что в рассматриваемой модели все перенормировочные константы конечны.

Таким образом, из условия связности (42) определяется константа связи  $g$  как функция массы адрона и параметров кварка  $L$  и  $\xi$ .

В данной работе будем учитывать условие связности (42) с точностью до второго порядка теории возмущений

$$Z_h = 1 + g^2 \frac{d}{dp^2} \tilde{\Sigma}_2^h(p^2) |_{p^2=m^2} = 0, \quad (43)$$

где  $\tilde{\Sigma}_2^h(p^2)$  — массовый оператор адрона во втором порядке теории возмущений.

Учет высших порядков теории возмущений требует проведения полной перенормировки теории. Этого мы здесь делать не будем, поскольку эффективная константа разложения оказалась

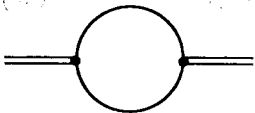


Рис. 1. Диаграмма собственной энергии мезона

меньше единицы и поэтому матричные элементы всех рассматриваемых процессов будут вычисляться в низших порядках теории возмущений.

Вычислим теперь массовый оператор во втором порядке теории возмущений в случае пионного поля. Представим член матрицы рассеяния, соответствующий диаграмме на рис. 1, в виде

$$S_2^\delta = -\frac{i}{2} \iint dx dy P(x) g_P^2 \Sigma_2^\delta(x-y) P(y),$$

где

$$\begin{aligned} g_P^2 \Sigma_2^\delta(x-y) &= -i g_P^2 \text{Sp} \{ \gamma_5 G^\delta(x-y) \gamma_5 G^\delta(y-x) \} = \\ &= g_P^2 \int \frac{dp}{(2\pi)^4} \exp[ip(x-y)] \tilde{\Sigma}_2^\delta(p^2). \end{aligned}$$

Переходя к евклидовой метрике и снимая регуляризацию, получаем:

$$\begin{aligned} g_P^2 \tilde{\Sigma}_2(p^2) &= \lim_{\delta \rightarrow 0} g_P^2 \tilde{\Sigma}_2^\delta(p^2) = -4 \int \frac{dk_E}{(2\pi)^4} [A(k_E^2) A((k-p)_E^2) + \\ &+ k_E(k_E - p_E) B(k_E^2) B((k-p)_E^2)] = \\ &= -4 \left(\frac{2}{L}\right)^2 \frac{g_P^2}{(4\pi)^2} Y\left(\frac{p^2 L^2}{4}, \xi\right), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} Y(q^2, \xi) &= 16 \int_0^\infty dt \frac{I_1(\sqrt{q^2} t)}{\sqrt{q^2}} \left\{ \left[ \int_0^\infty ds s^2 \cos \xi s \exp(-s^2) J_1(st) \right]^2 + \right. \\ &\left. + \left[ \int_0^\infty ds s^2 \sin \xi s \exp(-s^2) J_2(st) \right]^2 \right\}, \end{aligned}$$

$I_\nu(z)$  и  $J_\nu(z)$  — функции Бесселя.

Перенормировки массы пиона и его волновой функции определяются стандартным образом:

$$\begin{aligned} g_P^2 \tilde{\Sigma}_2(p^2) &= \delta m^2 + (Z-1)(p^2 - m^2) + \tilde{\Sigma}_{2R}(p^2); \\ \delta m^2 &= g_P^2 \tilde{\Sigma}_2(m^2); \quad Z = 1 + g_P^2 \tilde{\Sigma}'_2(m^2). \end{aligned}$$

Полагая  $Z = 0$ , определяем эффективную константу разложения  $\lambda_P = \frac{g_P^2}{(4\pi)^2}$  в зависимости от параметров  $mL/2$  и  $\xi$ . Соответствующее семейство графиков приведено на рис. 2.

**8. Виртоны и электромагнитное поле.** Поскольку мы намереваемся описывать кварки виртонным полем, а кварки являются заряженными частицами, рассмотрим электромагнитные взаимодействия виртонного поля. Лагранжиан классического свободного кварк-виртонного поля имеет вид (1). Лагранжиан, описывающий взаимодействие электромагнитного поля с виртонами, получается в результате стандартной «минимальной» замены:

$$i \frac{\partial}{\partial x_\mu} \rightarrow i \frac{\partial}{\partial x_\mu} + e_q A_\mu(x).$$

Тогда калибровочно-инвариантный лагранжиан запишется в форме

$$\mathcal{L}_{em}(x) = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) + \bar{q}(x) Z (\hat{p} + e_q \hat{A}(x)) q(x). \quad (44)$$

При введении электромагнитного взаимодействия необходимо сохранять калибровочную инвариантность на всех этапах вычислений. Это означает, что электромагнитное поле должно быть введено так, чтобы регуляризованный лагранжиан был также калибровочно-инвариантным, т. е.

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}^\delta = \bar{q}^\delta(x) Z^\delta (\hat{p} + e_q \hat{A}(x)) q(x). \quad (45)$$

Теперь введем систему полей

$$q_j^\delta(x) = \sqrt{A_j(\delta)} \frac{Z^\delta (\hat{p} + e_q \hat{A})}{\hat{p} + e_q \hat{A} - M_j(\delta)} q^\delta(x) \quad (j = 1, 2 \dots); \quad (46)$$

$$q^\delta(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \sqrt{A_j(\delta)} q_j^\delta(x).$$

Тогда при калибровочных преобразованиях

$$q^\delta(x) \rightarrow \exp [ie_q f(x)] q^\delta(x)$$

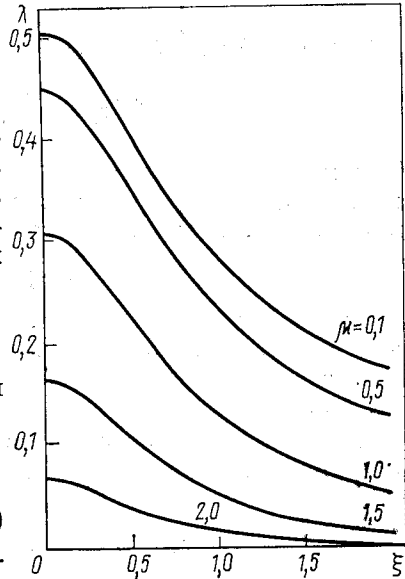


Рис. 2. Зависимость константы связи  $\lambda$  от массы мезона и параметра  $\xi$

поля  $q_j^\delta(x)$  преобразуются следующим образом:

$$q_j^\delta(x) \rightarrow \exp [ie_q f(x)] q_j^\delta(x).$$

Лагранжиан (45) можно представить в виде

$$\mathcal{L}^\delta(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \bar{q}_j^\delta(x) (\hat{p} + e_q \hat{A}(x) - M_j(\delta)) q_j^\delta(x) = \mathcal{L}_0^\delta + \mathcal{L}_{Iem}^\delta, \quad (47)$$

где  $\mathcal{L}_{Iem}^\delta = e_q J_\mu^\delta(x) A_\mu(x)$ ;

$$J_\mu^\delta(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \bar{q}_j^\delta(x) \gamma_\mu q_j^\delta(x). \quad (48)$$

Таким образом, в данной модели существует сохраняющийся векторный ток  $J_\mu$  и в регуляризованной форме он представляется в виде (48). Следует подчеркнуть, что векторный ток

$$I_\mu^\delta(x) = \bar{q}^\delta(x) \gamma_\mu q^\delta(x) \quad (49)$$

не является сохраняющимся. Наличие двух векторных выражений (48) и (49), одно из которых представляет собой сохраняющийся ток, а второе — просто вектор, является особенностью данной модели.

Аналогичным образом можно ввести аксиальный ток  $J_\mu^A$ . Регуляризованная форма этого тока имеет вид:

$$J_\mu^{A\delta}(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \bar{q}_j^\delta(x) \gamma_\mu \gamma_5 q_j^\delta(x). \quad (50)$$

Ток  $J_\mu^A$  можно использовать в слабых взаимодействиях.

Регуляризованная  $S$ -матрица определена обычным образом:

$$S^\delta = T \exp \left\{ ie_q \int dx J_\mu^\delta(x) A_\mu(x) \right\}. \quad (51)$$

Любые физические матричные элементы получаются в пределе  $\delta \rightarrow 0$ . Поскольку в этом пределе виртонное поле  $q^\delta(x)$  исчезает, рассмотрим диаграммы Фейнмана, содержащие только замкнутые виртонные петли.

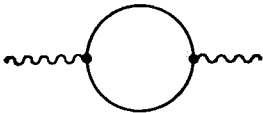


Рис. 3. Диаграмма поляризации вакуума

Проанализируем взаимодействие между фотонами посредством виртонов. Сначала мы рассмотрим диаграмму поляризации вакуума (рис. 3). Член  $S$ -матрицы, который соответствует этой диаграм-

ме, можно представить в виде

$$-i: A_\mu(x) \Pi_{\mu\nu}^\delta(x-y) A_\nu(y):,$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}^\delta(x-y) = -ie_q^2 \text{Sp} \sum_{j=1}^{\infty} \{ \gamma_\mu S_j^\delta(x-y) \gamma_\nu S_j^\delta(y-x) \}.$$

Диаграмма поляризации вакуума содержит ультрафиолетовые расходимости. Для того чтобы их устранить, используем калибро-

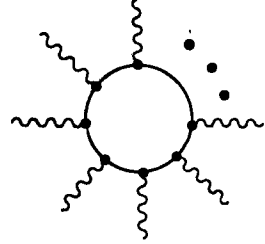


Рис. 4. Виртонная петля, описывающая фотон-фотонное взаимодействие

вочно-инвариантную регуляризацию Паули—Вилларса с дополнительными условиями [15, 16]. В этом случае имеем:

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}^\delta(p) = \int dx \exp(-ipx) \Pi_{\mu\nu}^\delta(x) = (g_{\mu\nu} p^2 - p_\mu p_\nu) \Pi^\delta(p^2);$$

$$\Pi^\delta(p^2) = \frac{e_q^2}{12\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{p^2}{4M_j^2(\delta)} \int_0^1 \frac{du \sqrt{1-u} \left(1 + \frac{1}{2}u\right)}{1 - \frac{p^2}{4M_j^2(\delta)} u - i0}.$$

Этот ряд хорошо сходится, потому что при  $\delta \rightarrow 0$   $M_j(\delta) \approx (j^\sigma/\delta) (1/L) (\sigma > 1)$  и в этом пределе

$$\Pi^\delta(p^2) \approx \frac{e_q^2}{60\pi^2} (p^2 L^2) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\delta^2}{j^{2\sigma}}.$$

Функция  $\Pi^\delta(p^2)$  стремится к нулю при  $\delta \rightarrow 0$ , как  $\delta^2$ , поскольку ряд сходится.

Виртонные петли, содержащие более двух фотонных линий (рис. 4), можно представить в виде

$$\Pi_{\mu_1, \dots, \mu_{2n}}^\delta(p_1, \dots, p_{2n}) \sim \sum_{j=1}^{\infty} \int dk \sum_{(1, \dots, 2n)} \text{Sp} \left\{ \gamma_{\mu_{2n}} \times \right. \\ \left. \times S_j^\delta \left( k + \sum_{i=1}^{2n-1} p_i \right) \gamma_{\mu_{2n-1}} \dots \gamma_{\mu_1} S_j^\delta(k + p_1) \gamma_{\mu_1} S_j^\delta(k) \right\}. \quad (52)$$

Здесь  $\sum_{(1, \dots, 2n)}$  означает сумму по всем перестановкам фотонных вершин  $\gamma_{\mu_1}, \dots, \gamma_{\mu_{2n}}$ . Интеграл в (52) не содержит ультрафиоле-

товых расходимостей, и ряд по  $j$  хорошо сходится. В пределе  $\delta \rightarrow 0$  с учетом  $M_j(\delta) \rightarrow \infty$  имеем:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \prod_{\mu_1, \dots, \mu_{2n}}^{\delta} (p_1, \dots, p_{2n}) = 0.$$

Таким образом, любой матричный элемент  $S$ -матрицы, описывающий фотон-фотонное взаимодействие посредством виртонных петель, равен нулю.

Однако, если в виртонной петле присутствует хотя бы одна адронная вершина, то матричный элемент, соответствующий такой диаграмме, отличен от нуля. Ниже рассмотрены примеры таких диаграмм.

Следует еще заметить, что виртонные диаграммы с электромагнитными радиационными добавками типа показанных на рис. 5

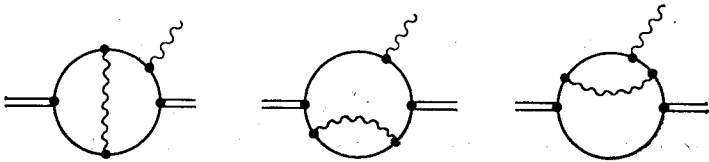


Рис. 5. Виртонные петли с радиационными добавками, содержащие ультрафиолетовые расходимости!

содержат ультрафиолетовые расходимости. Это обусловливается локальным характером электромагнитного тока (48). При этом теория является перенормируемой, как обычная спинорная электродинамика.

9. Техника расчета матричных элементов. Для примера получим матричный элемент перехода  $V \rightarrow 2P$ . Диаграмма Фейн-

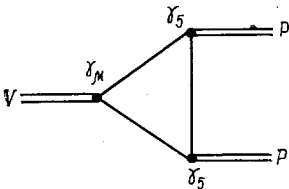


Рис. 6. Диаграмма, описывающая распад  $V \rightarrow 2P$

мана, описывающая этот процесс в низшем порядке теории возмущений, изображена на рис. 6. Инвариантная амплитуда записывается в виде

$$M_{V \rightarrow 2P} = g_P^2 g_V \epsilon_\mu \lim_{\delta \rightarrow 0} \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \times \\ \times \text{Sp} \{ \gamma_\mu G^\delta(\hat{k} - \hat{p}_2) \gamma_5 G^\delta(\hat{k}) \gamma_5 G^\delta(\hat{k} + \hat{p}_1) \},$$

где  $\epsilon_\mu$  — вектор поляризации векторного мезона.

При вычислении подобных интегралов в случаях малых ( $\leq 1$  ГэВ) масс частиц можно пользоваться разложением по внешним импульсам частиц, что соответствует разложению по параметру  $\mu = mL/2 \leq 1$ , где  $m$  — масса физической частицы.

В данном случае первым приближением является линейное по  $p_1$  и  $p_2$ . Как нетрудно видеть, выписанный интеграл меняет знак при перестановке  $p_1 \rightleftharpoons p_2$ , поэтому достаточно провести вычисления при  $p_2 = 0$ . Переходя к евклидовой метрике и используя соотношение (26), получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 0} \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{4} \text{Sp} \{ G^\delta(\hat{k}) \gamma_5 G^\delta(\hat{k}) \gamma_5 G^\delta(\hat{k} + \hat{p}_1) \gamma_\mu \} = \\ = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} [(A^\delta(-k^2))^2 - k^2 (B^\delta(-k^2))^2] \times \\ \times B^\delta(-(k+p_1)^2) (k+p_1)_\mu \approx \\ \approx p_{1\mu} \frac{\pi^2}{(2\pi)^4} \int_0^\infty duu [A^2(u) + uB^2(u)] [B(u) + \frac{u}{2} B'(u)] = \\ = p_{1\mu} \frac{L^2}{(4\pi)^2} \int_0^\infty duu \exp\left(-\frac{uL^2}{2}\right) [B(u) + \frac{u}{2} B'(u)] = \\ = p_{1\mu} \frac{L^2}{(4\pi)^2} \frac{L^2}{4} \int_0^\infty duu^2 \exp\left(-\frac{uL^2}{2}\right) B(u) = \\ = p_{1\mu} \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty dt t^5 \exp(-3t^2) \frac{\sin \xi t}{t} = \frac{p_{1\mu}}{2\pi^2} \frac{2\xi}{27} S_2\left(\frac{\xi}{\sqrt{3}}\right). \end{aligned}$$

Здесь и в дальнейшем структурные интегралы, как правило, выражаются через функции

$$\begin{aligned} C_n(\xi) &= \frac{2}{n!} \int_0^\infty dt t^{2n+1} \cos \xi t \exp(-t^2); \\ S_n(\xi) &= \frac{2}{n!} \int_0^\infty dt t^{2n+1} \frac{\sin \xi t}{\xi t} \exp(-t^2). \end{aligned} \quad (53)$$

Графики этих функций для  $n = 0, 1, 2$  приведены на рис. 7.

Для матричного элемента  $M_{V \rightarrow 2P}$  окончательно находим:

$$M_{V \rightarrow 2P} = g_p^2 g_V \frac{4\xi}{27\pi^2} S_2\left(\frac{\xi}{\sqrt{3}}\right) ((p_1 - p_2)_\mu).$$

Рассмотрим теперь примеры процессов с участием адронов и электромагнитного поля. Интегралы, соответствующие диаграм-



мам, показанным на рис. 8, записываются в виде

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu}^{\delta}(P \rightarrow \gamma\gamma) &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(\delta) \times \\
 &\times \text{Sp} \{S_j^{\delta}(\hat{k}) \gamma_{\mu} S_j^{\delta}(\hat{k} + \hat{k}_1) \gamma_{\nu} S_j^{\delta}(\hat{k} + \hat{k}_1 + \hat{k}_2) \gamma_5\}; \\
 T_{\mu\nu}^{\delta}(V \rightarrow \gamma) &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(\delta) \text{Sp} \{S_j^{\delta}(\hat{k}) \gamma_{\nu} S_j^{\delta}(\hat{k} + \hat{q}) \gamma_{\mu}\}; \\
 T_{\mu\nu}^{\delta}(V \rightarrow P\gamma) &= \int \frac{dk}{(2\pi)^4 i} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j A_j(\delta) \times \\
 &\times \text{Sp} \{S_j^{\delta}(\hat{k}) \gamma_{\mu} S_j^{\delta}(\hat{k} + \hat{k}_1) \gamma_{\nu} G^{\delta}(\hat{k} + \hat{k}_1 + \hat{k}_2) \gamma_5\}.
 \end{aligned}$$

Проводя стандартные вычисления (взятие шпура,  $\alpha$ -параметри-

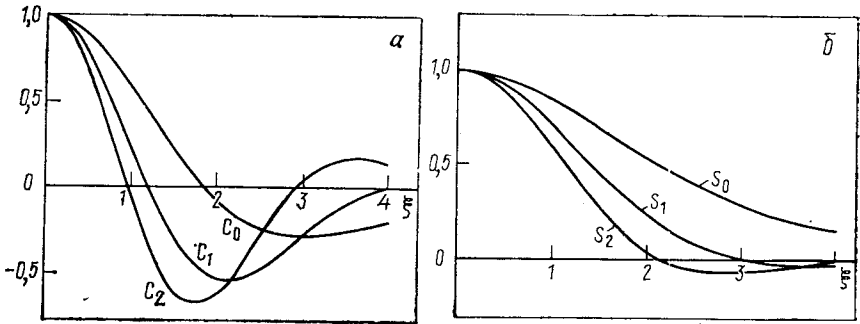


Рис. 7. Зависимость функций  $C_n$  (а) и  $S_n$  (б) от  $\xi$

зация Фейнмана, переход к евклидовой метрике, интегрирование по сферическим углам), получаем:

$$T_{\mu\nu}^{\delta}(P \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{8\pi^2 i} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} k_{1\rho} k_{2\sigma} F_P^{\delta}(k_1^2, k_2^2, p^2) \quad (p = k_1 + k_2);$$

$$F_P^{\delta}(k_1^2, k_2^2, p^2) = 2 \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 \delta(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) \times$$

$$\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(1-j) A_j(\delta) M_j(\delta)}{[M_j^2(\delta) - \alpha_1 \alpha_2 k_1^2 - \alpha_2 \alpha_3 k_2^2 - \alpha_1 \alpha_3 p^2 - i0]};$$

$$T_{\mu\nu}^{\delta}(V \rightarrow \gamma) = \frac{\pi^2}{6} [g_{\mu\nu} q^2 - q_{\mu} q_{\nu}] \Pi^{\delta}(q^2),$$

$$\Pi^{\delta}(q^2) = 6 \int_0^1 d\alpha \alpha (1 - \alpha) \int_0^{\infty} du \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j A_j(\delta)}{M_j^2(\delta) + u - \alpha(1 - \alpha)q^2 - i0}.$$

В первом исчезающем приближении по внешним импульсам имеем:

$$T_{\mu\nu}^\delta(V \rightarrow P\gamma) = \frac{1}{4\pi^2 i} \varepsilon_{\mu\nu\sigma\tau} k_{1\sigma} k_{2\tau} K^\delta;$$

$$K^\delta = \int_0^\infty du u \sum_{j=1}^\infty (-1)^j A_j (\delta') \left\{ -\frac{u}{2} [A^\delta(u)]' \frac{1}{(M_j^2 + u)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{u}{2} [B^\delta(u)]' \frac{M_j}{(M_j^2 + u)^2} + B^\delta(u) \frac{M_j}{(M_j^2 + u)^2} \right\}.$$

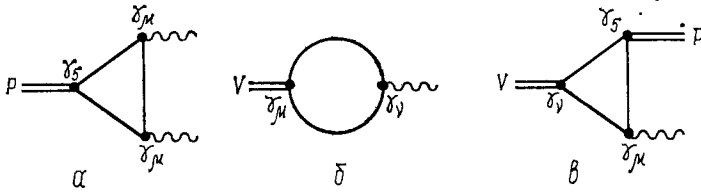


Рис. 8. Диаграммы, описывающие процессы  $P \rightarrow 2\gamma$  (а),  $V \rightarrow \gamma$  (б) и  $V \rightarrow P\gamma$  (в)

Пользуясь формулами (27), (28) и снимая затем регуляризацию  $\delta \rightarrow 0$ , окончательно получаем:

$$F_P = \lim_{\delta \rightarrow 0} F_P^\delta = 2 \int_0^1 \int_0^1 d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 \delta(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) \times$$

$$\times \cos \xi \sqrt{\alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{Lk_1}{2}\right)^2 + \alpha_2 \alpha_3 \left(\frac{Lk_2}{2}\right)^2 + \alpha_1 \alpha_3 \left(\frac{Lp}{2}\right)^2} \times$$

$$\times \exp \left\{ \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{Lk_1}{2}\right)^2 + \alpha_2 \alpha_3 \left(\frac{Lk_2}{2}\right)^2 + \alpha_1 \alpha_3 \left(\frac{Lp}{2}\right)^2 \right\} \approx$$

$$\approx 1 + \frac{1}{12} \left( 1 + \frac{\xi^2}{2} \right) (\mu_1 + \mu_2 + \mu).$$

Здесь

$$\mu_i = (Lk_i/2)^2; \quad \mu = (Lp/2)^2.$$

$$\Pi(q^2) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \Pi^\delta(q^2) =$$

$$= 12\xi \int_0^1 d\alpha (1 - \alpha) \int_0^\infty dt t \frac{\sin \xi \sqrt{t^2 - \alpha(1 - \alpha)Q^2}}{\xi \sqrt{t^2 - \alpha(1 - \alpha)Q^2}} \times$$

$$\times \exp\{-t^2 + \alpha(1 - \alpha)Q^2\};$$

$$Q^2 = (Lq/2)^2; \quad \Pi(0) = \xi S_0(\xi);$$

$$K = \lim_{\delta \rightarrow 0} K^\delta = \xi [1 + 2S_1(\sqrt{2}\xi) - C_0(\sqrt{2}\xi)].$$

Расчеты, связанные с барионами, очень громоздки и требуют привлечения ЭВМ. Детали расчетов см. в [17, 18].

10. **Электромагнитные взаимодействия адронов и виртонов и условие связности.** Рассмотрим для примера систему, состоящую из  $\pi$ -мезонов, заряженных кварков, виртонов и фотонов. Лагранжиан, описывающий электромагнитные и сильные взаимодействия этой системы, запишем в виде

$$\mathcal{L}_I = ig_\pi (\bar{q}\gamma_5 M(\pi) q) + \delta m_\pi^2 \left( \pi^+\pi^- + \frac{1}{2} \pi^0{}^2 \right) - ie (\pi^+\partial_\mu \pi^- - \partial_\mu \pi^+\pi^-) A_\mu + e^2 A_\mu A_\mu \pi^+\pi^- + e \left( \frac{2}{3} J_\mu^1 - \frac{1}{3} J_\mu^2 \right) A_\mu.$$

Здесь

$$M(\pi) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 & \pi^- \\ \pi^+ & -\frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 \end{pmatrix}; \quad q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix};$$

$\delta m_\pi^2$  — контрчлен, отвечающий за перенормировку массы пионов;  $J_\mu^a$  ( $a = 1, 2$ ) — локальный кварк-виртонный ток (48); кварки  $q_1$  и  $q_2$  имеют соответственно заряды  $e_1 = 2e/3$  и  $e_2 = -e/3$ .

Рассмотрим электромагнитный форм-фактор заряженного пиона

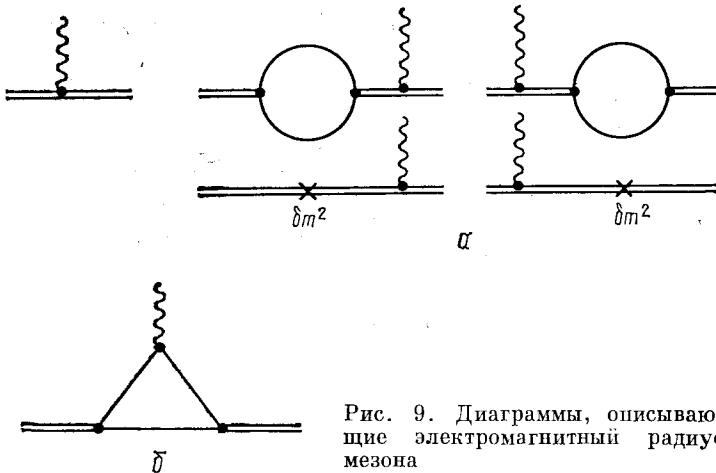


Рис. 9. Диаграммы, описывающие электромагнитный радиус мезона

во втором порядке теории возмущений по константе  $g_\pi$ . Соответствующие диаграммы Фейнмана показаны на рис. 9, а, б. Сумма матричных элементов, соответствующих диаграммам на рис. 9, а, равна

$$-ie (\pi^+\partial_\mu \pi^- - \partial_\mu \pi^+\pi^-) [1 + g_\pi^2 \tilde{\Sigma}'_2(m^2)] = 0$$

в силу условия связности (42) и (43). Поэтому электромагнитный форм-фактор определяется только диаграммой на рис. 9,б. Вычисленный по этой диаграмме форм-фактор  $F_\pi(q^2)$  нормирован  $F_\pi(0) = 1$  и убывает при  $q^2 \rightarrow -\infty$ .

Таким образом, при взаимодействии электромагнитного поля с адроном условие связности работает таким образом, что эффективно фотон взаимодействует только с кварками, составляющими адрон, в полном соответствии с представлениями о составной структуре адрона.

## 2. ФИЗИКА АДРОНОВ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

**11. Нелокальная модель кварков.** Разработанная выше динамическая схема принимается за основу при построении модели, позволяющей описывать физические эффекты. Модель основана на следующих предположениях.

1. Адроны подчиняются систематике группы  $SU(3)$  и описываются стандартными квантованными полями, удовлетворяющими обычным уравнениям Дирака, Клейна—Гордона и т. д. Предполагается, что  $SU(3)$ -симметрия нарушена вследствие того, что адроны имеют физические массы.

2. Кварки в группе  $SU(3) \times SU_c(3)$  описываются полями

$$q_a(x) = (q_a^m(x)) = \begin{pmatrix} q_a^1(x) \\ q_a^2(x) \\ q_a^3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_a(x) \\ n_a(x) \\ \lambda_a(x) \end{pmatrix}, \quad (54)$$

где  $m$  ( $m = 1, 2, 3$ ) и  $a$  ( $a = 1, 2, 3$ ) соответственно  $SU(3)$ - и цветные индексы. Квантованные кварковые поля  $q_a^m(x)$  являются виртуальными полями, так что для свободного поля  $q_a^m(x) \equiv 0$ , а пропагатор кваркового поля равен:

$$\overline{q_a^m(0)} q_{a'}^{m'}(p) = \delta_{mm'} \delta_{aa'} L_m \exp \left\{ l_m \hat{p} + \frac{L_m^2}{4} p^2 \right\}. \quad (55)$$

Заметим, что знак параметра  $l_m$  в (55) не определен.

Поскольку  $SU(3)$ -симметрия является нарушенной симметрией, естественно считать, что параметры в пропагаторах  $p$ - и  $n$ -кварков совпадают:  $L_1 = L_2$  и  $\xi_1 = \xi_2$ , а параметры  $L_3$  и  $\xi_3$  в пропагаторе  $\lambda$ -кварка таковы, что «масса» (41)  $\lambda$ -кварка больше «массы»  $p$ -кварка:

$$\frac{2}{L_3} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \xi_3^2}} > \frac{2}{L_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \xi_1^2}}.$$

Однако расчеты показали, что в рассматриваемой модели параметры нестранных и странных кварков отличаются друг от друга не более, чем на 10—20 %. Поэтому в дальнейшем будем считать, что параметры всех трех кварков совпадают:

$$L_1 = L_2 = L_3 = L; \quad \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi.$$

В результате фитирования экспериментальных данных были определены значения параметров:

$$\xi = \frac{2l}{L} = 1,45 \pm 0,05; \quad L = 3,12 \text{ ГэВ}^{-1} = \frac{1}{320 \text{ МэВ}}. \quad (56)$$

3. Предполагается, что адроны являются связанными состояниями кварков. Это предположение эквивалентно требованию, чтобы константа перенормировки волновой функции адрона равнялась нулю [условие связности (42) и (43)].

Таким образом, сильные взаимодействия определяются двумя параметрами  $L$  и  $\xi$ , а константы связи адронов с кварками определяются из условия связности (43). При этом происходит дополнительное нарушение  $SU(3)$ -симметрии, поскольку константы связи оказываются зависящими от физических масс адронов. Такой зависимостью можно пренебречь в случае мезонов, однако для барионов она должна быть учтена.

4. Предполагается, что адроны могут взаимодействовать друг с другом не непосредственно, а путем обмена кварками. Лагранжианы, связывающие адроны с кварками, выберем в простейшей форме без производных. Это фактически означает, что кварки в релятивистском пределе находятся в состояниях с наименьшим орбитальным моментом.

*Нет псевдоскалярных мезонов  $P$  ( $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$ ):*

$$\mathcal{L}_P = \frac{ig_P}{\sqrt{2}} \left\{ \varphi_i (\bar{q}_a \gamma_5 \lambda_i q_a) + \sqrt{\frac{2}{3}} \eta_1 (\bar{q}_a \gamma_5 q_a) \right\}, \quad (57)$$

где  $\lambda_i$  — матрицы Гелл-Мана;  $\varphi_i$  — мезонные поля, связанные с полями  $\pi$ ,  $K$  и  $\eta_8$  известными соотношениями [19]

$$\eta_8 = \eta \cos \theta_P + \eta' \sin \theta_P; \quad \eta_1 = -\eta \sin \theta_P + \eta' \cos \theta_P.$$

Угол смешивания  $\theta_P = -11^\circ$ , как следует из массовых квадратичных формул [19]. Эффективный параметр разложения, вычисленный из условия связности (43),  $\lambda_P = (g_P/4\pi)^2 = 0,08$ . Однако, как оказалось [12], лучшее согласие с данными по различным распадам получается при

$$\lambda_P = (g_P/4\pi)^2 = 0,13. \quad (58)$$

Мы считаем, что различие между этими величинами находится в разумных пределах. Ниже использована константа связи (58).

Следует заметить, что условие связности ни для псевдоска-

лярных, ни для векторных мезонов не зависят от знака  $\xi$ , т. е. знака  $l_m$  в (55).

Нонет векторных мезонов  $V$  ( $\rho$ ,  $K^*$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$ ):

$$\mathcal{L}_V = \frac{1}{\sqrt{2}} g_V \left\{ v_{i\mu} (\bar{q}_a \gamma_\mu \lambda_i q_a) + \sqrt{\frac{2}{3}} \omega_{4\mu} (\bar{q}_a \gamma_\mu q_a) \right\}; \quad (59)$$

$$\omega_{8\mu} = \omega_\mu \cos \theta_V + \varphi_\mu \sin \theta_V;$$

$$\omega_{4\mu} = -\omega_\mu \sin \theta_V + \varphi_\mu \cos \theta_V; \quad \text{tg } \theta_V = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

В этом случае имеем для константы связи из условия связности:

$$\lambda_V = (g_V/4\pi)^2 = 0,13. \quad (60)$$

Октет барионов  $B$  ( $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$ ). Для октета барионов возможны три вида взаимодействия:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B = & i \{ g_{BS} (\bar{B}^{kr} q_a^r) (\bar{q}_b^m \gamma_5 q_c^n) + \\ & + g_{BA} (\bar{B}^{kr} \gamma_\mu \gamma_5 q_a^r) (\bar{q}_b^m \gamma_\mu q_c^n) + \\ & + g_{BP} (\bar{B}^{kr} \gamma_5 q_a^r) (\bar{q}_b^m \gamma_5 q_c^n) \} \varepsilon_{kmn} \varepsilon^{abc} + \text{э.с.} \end{aligned} \quad (61)$$

Здесь  $B^{kr}$  — октетная матрица барионов.

Варианты взаимодействия в лагранжиане (61) в нерелятивистском пределе соответствуют следующим состояниям кварка  $q_a^r$  и дикварка ( $qq$ ) в  $(q_a^m \Gamma q_b^n)$ :

$S$ -вариант: дикварк  $0^+$ ,  $s$ -состояние,

$A$ -вариант: дикварк  $1^+$ ,  $s$ -состояние,

$P$ -вариант: дикварк  $1^-$ ,  $p$ -состояние.

Перенормировочная константа волновой функции бариона определяется выражением [17]

$$Z_j = 1 + \lambda_j F_j \left( \xi, \frac{ML}{2} \right) \quad (j = S, A, P);$$

$$\lambda_j F_j \left( \xi, \frac{ML}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial \hat{p}} \hat{\Sigma}_j(\hat{p}) \Big|_{\hat{p}=M},$$

где  $\hat{\Sigma}_j(\hat{p})$  — массовый оператор бариона, определяемый диаграммой Фейнмана (рис. 10). Зависимость функций  $F_j(\xi)$  от  $\xi$  для нуклона показана на рис. 11.

Существенно, что  $F_j(\xi) = -F_j(-\xi)$ . Поэтому условие связности  $Z_j = 0$  может быть выполнено для случаев:

$S$ -вариант для  $\xi > 0$ ;

$A$ - и  $P$ -варианты для  $\xi < 0$ .

Для нуклона имеем [17]:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_S &= 0,0017 \pm 0,003 & (\xi = 1,4 \pm 0,1); \\ \lambda_A &= 0,003 \pm 0,002 \\ \lambda_P &= 0,011 \pm 0,005 \end{aligned} \right\} (\xi = -1,4 \pm 0,1). \quad (62)$$

Сравнивая константы связи  $\lambda_S$  в (62) с константой слабых взаимодействий  $G = 10^{-5}/m_p^2$ , получаем  $g_S/G \approx 10^7$ . Таким образом, константа сильных взаимодействий в  $10^7$  раз больше

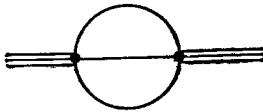


Рис. 10. Диаграмма собственной энергии бариона

константы слабых взаимодействий. Тем не менее в рамках нелокальной модели кварков при описании сильных взаимодействий

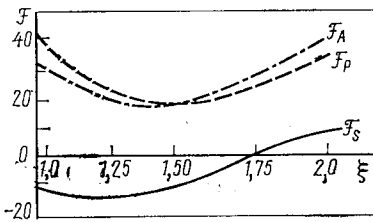


Рис. 11. Зависимость функций  $F_j$  ( $j = S, A, P$ ) от  $\xi$

применима теория возмущений. Это связано с тем, что в евклидовой метрике пропагатор кварка очень быстро убывает.

Декаплет барионов  $\mathcal{D} (\Delta, \Xi^*, Y^*, \Omega)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{D}} &= ig_{\mathcal{D}} \{ (\overline{\mathcal{D}}_{\mu}^{kmn} q_a^k) (\overline{q_b^m} \gamma_{\mu} q_c^n) + \\ &+ \frac{1}{2} (\overline{\mathcal{D}}_{\mu}^{kmn} \gamma_{\nu} q_a^k) (\overline{q_b^m} \sigma_{\nu\mu} q_c^n) \} \varepsilon^{abc} + \text{э.с.}; \quad (63) \\ \sigma_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} (\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} - \gamma_{\nu} \gamma_{\mu}); \end{aligned}$$

$\mathcal{D}_{\mu}^{kmn}$  — декаплетная матрица барионов, симметричная относительно перестановки индексов  $k, m, n$ . Для свободных полей декаплета, являющихся спинорами Рарита—Швингера, выполняются следующие условия:

$$\partial_{\mu} \mathcal{D}_{\mu}^{kmn} (x) = 0; \quad \gamma_{\mu} \mathcal{D}_{\mu}^{kmn} (x) = 0.$$

Лагранжиан (63) является единственным лагранжианом без производных, инвариантным относительно  $C$ -,  $P$ - и  $T$ -преобразований и  $SU(3)$ -перестановок.

В случае декаплета константы связи, определяемые условием связности, зависят от масс частиц декаплета. Расчет дает следующие значения [18]:

$$\begin{aligned} \lambda_{\Delta} &= \frac{1}{2} \left( \frac{g_{\Delta}}{L^2} \right)^2 \left( \frac{3}{2\pi} \right)^4 = 2,3 \cdot 10^{-4}; \\ \lambda_{Y^*} &= 1,1 \cdot 10^{-4}; \quad \lambda_{\Xi^*} = 0,5 \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \tag{64}$$

Вышеперечисленные лагранжианы взаимодействия, однако, не учитывают приближенной киральной инвариантности физики низких энергий. Поэтому процессы с участием четырех и более адронов (например,  $\pi\pi$ - и  $K\pi$ -расстояния, распад  $K \rightarrow 3\pi$  и т. д.) нельзя правильно описать в рамках выбранных выше лагранжианов. Чтобы исправить положение, введем нонет нерождающихся  $\sigma$ -частиц, что приводит к появлению дополнительного третьего параметра в модели. Подробнее этот вопрос рассмотрен ниже.

Таким образом, в нелокальной модели кварков имеется фактически два свободных параметра  $\xi$  и  $L$ , а третий параметр, связанный с введением  $\sigma$ -частиц, будет определен из некоторого условия.

Расчеты конкретных физических процессов в построенной модели проводятся с помощью техники, развитой в начале статьи. Полученные результаты для более компактного и наглядного изложения будут представлены следующим образом. В табл. 1—3 помещены диаграммы Фейнмана, соответствующие указанному процессу, экспериментальное значение вычисляемой характеристики и ее теоретическое предсказание в нелокальной модели кварков. В тексте приводятся выражения для инвариантной амплитуды и, если необходимо, для ширины распадов. Детали расчетов можно найти в оригинальных работах.

**12. Сильные взаимодействия.** Эффективные константы разложения в ряд по теории возмущений (58), (60), (62) и (64) оказались меньше единицы, т. е. при описании сильных взаимодействий в нелокальной модели кварков можно пользоваться теорией возмущений.

Для начала проанализируем процессы  $V \rightarrow PP$ ,  $\omega \rightarrow 3\pi$ ,  $\varrho \rightarrow VP$ , а также сильные взаимодействия в октете псевдоскалярных мезонов:  $\pi\pi$ - и  $K\pi$ -рассеяние. Данные процессы являются основными в рассматриваемой области энергий и поэтому хорошее согласие с экспериментом (табл. 1) указывает на то, что построенная схема с малой константой разложения способна правильно описывать динамику сильных взаимодействий.

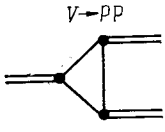
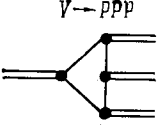
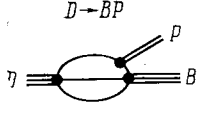
Распад  $V \rightarrow PP$  [12]:

$$M(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = G_{\rho^0\pi^+\pi^-} \varepsilon^\mu (p_+ - p_-)^\mu,$$

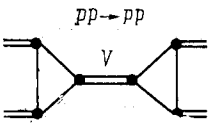
где  $\varepsilon$  — поляризация  $\rho$ -мезона;



Таблица 1

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
 <p><math>V \rightarrow \rho\rho</math></p>	$\rho \rightarrow \pi\pi$	Г, МэВ	$1,52 \pm 4$ [29]	145 [12]
	$K^* \rightarrow K\pi$		$49,4 \pm 1,8$	43
	$\varphi \rightarrow K^+K^-$		$1,91 \pm 0,18$	1,97
	$\varphi \rightarrow K^0\bar{K}^0$		$1,44 \pm 0,15$	1,29
 <p><math>\gamma \rightarrow \rho\rho\rho</math></p>	$\omega \rightarrow 3\pi$	Г, МэВ	$8,99 \pm 0,45$ [29]	5,5 [12]
 <p><math>D \rightarrow B\rho</math></p>	$\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+$	Г, МэВ	$111,5 \pm 0,67$ [29]	100 [18]
	$\Delta^+ \rightarrow p\pi^0$		$76,1 \pm 0,46$	68
	$\Delta^+ \rightarrow n\pi^+$		$36,8 \pm 0,22$	33
	$\Delta^0 \rightarrow p\pi^-$		$38,3 \pm 0,23$	34
	$\Delta^0 \rightarrow n\pi^0$		$76,7 \pm 0,46$	71
	$\Delta^- \rightarrow n\pi^-$		$116 \pm 0,69$	106
	$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^0\pi^0$		$3,26 \pm 0,2$	3,3
	$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^-\pi^+$		$5,54 \pm 0,25$	5,3
	$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^-\pi^0$		$3,09 \pm 0,2$	3,1
	$\Xi^{*-} \rightarrow \Xi^0\pi^-$		$6,56 \pm 0,4$	6,6
	$Y^{*+} \rightarrow \Lambda\pi^+$		$30,8 \pm 0,61$	21
	$Y^{*+} \rightarrow \Sigma^+\pi^0$		$2,3 \pm 0,046$	1,5
	$Y^{*+} \rightarrow \Sigma^0\pi^+$		$1,9 \pm 0,04$	1,2
	$Y^{*0} \rightarrow \Lambda\pi^0$		$30,8 \pm 0,61$	23
	$Y^{*0} \rightarrow \Sigma^-\pi^+$		$1,86 \pm 0,037$	1,2

Продолжение табл. 1

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
	$Y^{*0} \rightarrow \Sigma^+\pi^-$		$2,3 \pm 0,046$	1,5
	$Y^{*-} \rightarrow \Lambda\pi^-$		$35,2 \pm 0,71$	23
	$Y^{*-} \rightarrow \Sigma^0\pi^-$		$2,4 \pm 0,048$	1,5
	$\pi\pi \rightarrow \pi\pi$	$a_0^0$	$[0,10; 0,60]$ [32]	0,18 [20]
		$a_0^2$	$[-0,10; -0,03]$	-0,9
		$a_1^1$	$[0,042; 0,04]$	0,045
	$K\pi \rightarrow K\pi$	$a_0^{1/2}$	$[-0,4; 0,4]$ [33]	0,147 [20]
		$a_0^{3/2}$	$[-0,2; 0]$	-0,074

$$G_{\rho 0\pi^+\pi^-} = \lambda^{3/2} \frac{2^9 \pi}{9 \sqrt{2}} S_2 \left( \frac{\xi}{\sqrt{3}} \right);$$

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{2p^3}{3m_\rho^2} \frac{G_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi};$$

$p$  — импульс  $\rho$ -мезона в с. ц. м.

Распад  $\omega \rightarrow 3\pi$  [12]:

$$M(\omega \rightarrow 3\pi) = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^\mu k_1^\nu k_2^\alpha k_3^\beta G_{\omega \rightarrow 3\pi},$$

$\epsilon$  — вектор поляризации  $\omega$ -мезона;  $k_1, k_2, k_3$  — 4-импульсы пионов;

$$G_{\omega \rightarrow 3\pi} = 72\pi^2 \lambda^2 L^3 \frac{\xi}{2} \{S_0(\xi) - S_0(2\xi) + 3C_0(\xi)\};$$

$$\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi) = G_{\omega \rightarrow 3\pi}^2 \frac{196,5 m_\pi^{10}}{3\pi^3 M_\omega^3};$$

Распад  $\mathcal{D} \rightarrow B\rho$  [18]:

$$M = 8\pi \left(\frac{3}{4}\right)^4 \sqrt{\lambda_D \lambda_B \lambda_\rho} \frac{L}{2} C_{hs, tri, ml} \times \\ \times \bar{B}^{hs}(q) k_\mu R \mathcal{D}_\mu^{tri}(p) M^{ml}(k);$$

$$C_{hs, tri, ml} = -6\epsilon^{km'n} \delta_{sl} [\delta_{mt} (\delta_{nl} \delta_{m'r} - \delta_{m't} \delta_{nr}) + \\ + \delta_{mr} (\delta_{nl} \delta_{m't} - \delta_{nt} \delta_{m'r})];$$

$$M^{hs} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m \varphi_m \lambda_m^{hs}.$$

Явное выражение для  $R$  слишком громоздко и здесь не приведено [18].

*Рассеяние лл, Кл* [20]. Простейший лагранжиан (57) инвариантен относительно преобразований  $SU(3)$ - группы и не учитывает приближенной киральной инвариантности, которая имеет место для рассматриваемой области энергий. В частности, при таком выборе лагранжиана лл-рассеяние описывается диаграммой на рис. 12. В этом случае отношение длин волн лл-рассеяния

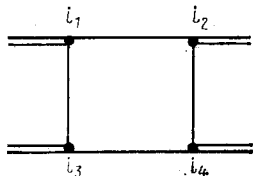


Рис. 12. Кварковая петля, описывающая лл-рассеяние

$a_0^0/a_0^2 = 5/2$  в полном соответствии с предсказанием  $SU(3)$ -симметрии. Однако этот результат резко расходится с экспериментом ( $a_0^0/a_0^2$ )<sub>эксп</sub> =  $-(2 \div 4)$ . Киральная теория [8] предсказывает  $a_0^0/a_0^2 = -7/2$ , что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Попробуем в рамках данной модели учесть киральную инвариантность. Для этого по аналогии с линейной  $\sigma$ -моделью введем набор гипотетических ненаблюдаемых  $\sigma$ -частиц так, чтобы удалось правильно описать длины волн лл-, Кл-рассеяния. Лагранжиан взаимодействия  $\sigma$ -частиц с кварками записывается в виде

$$\mathcal{L}_{\sigma qq} = \frac{g_P}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma^0 (\bar{q}_a I q_a) + \sigma^i (\bar{q}_a \lambda^i q_a) \right].$$

Считается, что

- 1)  $\sigma$ -частицы не наблюдаемы, т. е.

$$\overline{\sigma^i(x) \sigma^j(y)} = \delta_{ij} \frac{1}{i} \frac{1}{m_\sigma^2} \delta(x-y).$$

Поле  $\sigma$ -частиц квантуется точно так же, как и виртонное.

2) «Масса»  $m_\sigma$  определяется из условия сокращения вкладов диаграмм на рис. 12 и 13.

Если считать, что массы всех  $\sigma$ -частиц одинаковы, то в силу очевидного равенства

$$\begin{aligned} \text{Sp}(\lambda^{i_1} \lambda^{i_2} \lambda^{i_3} \lambda^{i_4}) &= \frac{1}{2} \text{Sp}(\lambda^{i_1} \lambda^{i_2} \lambda^j) \times \\ &\times \text{Sp}(\lambda^j \lambda^{i_3} \lambda^{i_4}) + \frac{1}{3} \text{Sp}(\lambda^{i_1} \lambda^{i_2}) \text{Sp}(\lambda^{i_3} \lambda^{i_4}) \end{aligned}$$

имеем:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{3}{2} \frac{W^2}{(Lm_\sigma)^2} &= 1; \\ W(\xi) &= \xi [1 + 3S_1(\xi)]. \end{aligned}$$

При  $L = 1/320$  МэВ и  $\xi = 1,45$  получаем, что  $m_\sigma = 446$  МэВ.

Таким образом, главный вклад в амплитуды  $\pi\pi$ - и  $K\pi$ -рассеяния дают резонансные диаграммы (см. табл. 1). Численные значения длин волн приведены в табл. 1. Видно, что они хорошо согласуются с экспериментом.

Нетрудно видеть, что  $\sigma$ -частицы не дадут вклада в амплитуды рассмотренных распадов  $V \rightarrow PP$  и  $\omega \rightarrow 3\pi$  в низших порядках

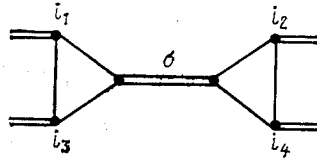


Рис. 13. Вклад  $\sigma$ -частиц в  $\pi\pi$ -рассеяние

теории возмущений. Единственный распад, где  $\sigma$ -частицы окажут существенное влияние,— это распад  $K \rightarrow 3\pi$  (см. ниже).

Необходимо подчеркнуть, что введение  $\sigma$ -частиц следует рассматривать лишь как попытку феноменологического учета киральной инвариантности, но не как окончательное решение проблемы.

**13. Электромагнитные взаимодействия.** Минимальное введение электромагнитного поля (см. п. 8) приводит к лагранжиану взаимодействия

$$\mathcal{L}_I = eA_\mu J_{qu}^{em}.$$

Здесь  $J_{qu}^{em}$  — электромагнитный кварковый ток, который в регуляризованной форме имеет вид:

$$(J_{qu}^{em})^\delta = \sum_{j=1}^{\infty} (-)^j \bar{q}_{ja}^\delta \gamma_\mu Q q_{ja}^\delta;$$

$$Q = \frac{1}{2} \left( \lambda^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda^8 \right).$$

Лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с адронами имеют стандартную форму [19].

Ниже рассмотрены основные радиационные распады адронов ( $P \rightarrow \gamma\gamma$ ;  $V \rightarrow P\gamma$ ;  $\eta \rightarrow \pi\pi\gamma$ ;  $V \rightarrow l^+l^-$ ), средний квадратичный радиус пиона, магнитные моменты барионов, магнитный момент  $\mathcal{D} - B$ -перехода, а также ряд редких распадов псевдоскалярных мезонов  $P \rightarrow \gamma l^+l^-$ ;  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ ;  $\eta' \rightarrow V\gamma$ , интерес к которым возрос в последнее время. Это связано прежде всего с измерением характеристик форм-факторов в распадах  $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$ ;  $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ ;  $\eta' \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ ;  $\eta' \rightarrow V\gamma$  [21]. Следует отметить, что вычисление характеристик распадов  $P \rightarrow \gamma l^+l^-$  зависит от выбора модели. Имеются сомнения в экспериментальном измерении ширины распада  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ , поскольку существующие теоретические оценки

очень занижены по сравнению с экспериментальным значением [9].

Распад  $P \rightarrow \gamma\gamma$  ( $P = \pi^0, \eta, \eta'$ ) [12, 22]:

$$M(P \rightarrow \gamma\gamma) = e^2 g_{P\gamma\gamma} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\mu \varepsilon_1^\nu p_2^\alpha \varepsilon_2^\beta;$$

$$g_{\pi^0\gamma\gamma}^2 = L^2 \frac{\lambda}{2\pi^2};$$

$$g_{\eta\gamma\gamma}^2 = g_{\pi^0\gamma\gamma}^2 \cdot \frac{1}{3} (\cos\theta - 2\sqrt{2}\sin\theta)^2;$$

$$g_{\eta'\gamma\gamma}^2 = g_{\pi^0\gamma\gamma}^2 \cdot \frac{1}{3} (2\sqrt{2}\cos\theta + \sin\theta)^2;$$

$$\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{4} \pi \alpha^2 m_P^3 g_{P\gamma\gamma}^2.$$

Распад  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$  [22]:

$$M(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma) = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^\mu q^\nu p_+^\alpha p_-^\beta C_\eta;$$

$$C_\eta = -e \frac{48\pi}{\sqrt{6}} \lambda^{3/2} L^3 (\cos\theta - \sqrt{2}\sin\theta) R_\eta(\xi);$$

$R_\eta(\xi)$  — структурный интеграл:

$$R_\eta(\xi) = \frac{1}{12} \left\{ C_0(\sqrt{3}\xi) - C_0\left(\frac{\xi}{\sqrt{3}}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{3\xi^2}{2} \left[ S_0(\sqrt{3}\xi) - S_0\left(\frac{\xi}{\sqrt{3}}\right) \right] \right\};$$

$$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma) = m_\eta \cdot 16\lambda^3 \alpha (m_\pi L)^6 R_\eta^2(\xi) \times$$

$$\times (\cos\theta - \sqrt{2}\sin\theta)^2 J;$$

$$J = \int_0^{3/2} dt t^3 (3-2t) \sqrt{\frac{3-2t}{2(2-t)}} \approx 0,52.$$

Распад  $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$  [22]:

$$M(\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma) = -e^2 \lambda L^2 \frac{4I}{3\sqrt{3}} [\cos\theta - \sqrt{2}\sin\theta] \times$$

$$\times \varepsilon_\mu(k_1) \varepsilon_\nu(k_2) [(k_1 k_2) g_{\mu\nu} - k_2^\mu k_1^\nu];$$

$$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma) = m_\eta \alpha^2 \lambda^2 (m_\pi L)^4 \frac{4I}{27\pi} \times$$

$$\times (\cos\theta - \sqrt{2}\sin\theta)^2,$$

где  $I = \int_1^{M/m_\pi} du \sqrt{u^2 - 1} \left(u - \frac{M}{m_\pi}\right)^2 \approx 0,391;$

$$M = (m_\eta^2 + m_\pi^2)/2m_\eta.$$

Теоретическое значение (см. табл. 2) примерно в 50 раз ниже экспериментального, хотя и выше предсказания киральной теории [9]. Как говорилось выше, здесь имеются сомнения в правильности экспериментальных данных.

Распад  $\eta' \rightarrow V\gamma$  [22]:

$$M(\eta' \rightarrow V\gamma) = e g_{\eta'V\gamma} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_V^\mu \varepsilon_\gamma^\nu p_V^\alpha p_V^\beta.$$

Соответственно ширина распада

$$\Gamma(\eta' \rightarrow V\gamma) = \frac{\alpha}{8} m_{\eta'}^3 \left[ 1 - \frac{m_V^2}{m_{\eta'}^2} \right]^3 g_{\eta'V\gamma}^2.$$

Здесь

$$g_{\eta'\rho^0\gamma}^2 = \lambda^2 L^2 6 \left( \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \right)^2 [K_{PV}(\xi)]^2;$$

$$g_{\eta'\omega\gamma}^2 = \frac{1}{9} g_{\eta'\rho^0\gamma}^2,$$

$$K_{PV}(\xi) = \xi [1 + 2S_1(\sqrt{2}\xi) - C_0(\sqrt{2}\xi)].$$

Распад  $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$  ( $P = \pi^0, \eta, \eta'$ ) [22, 23]:

$$M(P \rightarrow \gamma l^+ l^-) = -e^3 \Phi_P(k_2^2) \frac{1}{k_2^2} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma} \varepsilon^\mu(k_1) k_1^\rho k_2^\sigma j^\nu(k_2).$$

Здесь

$$k_1^2 = 0, \quad p^2 = (k_1 + k_2)^2 = m_P^2;$$

$$j^\nu(k_2) = \bar{l}(q_1) \gamma^{\nu l}(q_2) |_{q_1+q_2=k_2}; \quad q_1^2 = q_2^2 = m_l^2;$$

$$\Phi_P(k_2^2) = g_{PV\gamma}(k_2^2) + k_2^2 \sum_V \frac{g_{PV\gamma}}{f_V} \frac{1}{m_V^2 - k_2^2}.$$

При достаточно малых  $k_2^2$  имеем следующую параметризацию:

$$\Phi_P(k_2^2) = g_{PV\gamma}(0) \left\{ 1 + \frac{k_2^2}{M_P^2} \right\}.$$

Здесь

$$\frac{1}{M_P^2} = \frac{L^2}{4} \frac{1}{1+a(\xi)\mu_P^2} \{a(\xi) + F(\xi)r_P\};$$

$$\mu_P^2 = \left( \frac{m_P L}{2} \right)^2; \quad a(\xi) = \frac{1}{12} \left( 1 + \frac{1}{2} \xi^2 \right);$$

$$F(\xi) = \frac{8\lambda}{m_P^2 L^2} \xi^2 S_0(\xi) [1 + 2S_1(\sqrt{2}\xi) - C_0(\sqrt{2}\xi)];$$

$$r_{\pi^0} = 2;$$

$$r_\eta = \frac{10}{3} \frac{\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta}{\cos \theta - 2\sqrt{2} \sin \theta}; \quad r_{\eta'} = \frac{10}{3} \frac{\sqrt{2} \cos \theta + \sin \theta}{2\sqrt{2} \cos \theta + \sin \theta}.$$

Оказывается, что вклад первой диаграммы по отношению ко второй следующий: 1)  $P = \pi^0$  — 22 %, 2)  $P = \eta$  — 16 %, 3)  $P = \eta'$  — 28 %. Числовые значения для  $M_P^2$  приведены в табл. 2. В случае  $P = \pi^0$  наш результат занижен примерно в два раза по сравнению с экспериментальным и сравним с предсказанием модели векторной доминантности [21]. Для  $\eta$ -мезона результат находится в полном соответствии с недавним экспериментом [24]. Для  $\eta'$ -мезона экспериментального предсказания пока нет.

*Распад  $V \rightarrow P\gamma$  [12]:*

$$M(V \rightarrow P\gamma) = eg_{VP\gamma} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_V^\mu k_V^\nu \epsilon_V^\alpha k_V^\beta;$$

$$g_{VP\gamma} = 3\lambda LK_{PV}(\xi) \frac{1}{2} \text{Sp}(\{\lambda^P, Q\} \lambda^V);$$

$$\Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \frac{\alpha}{24} m_V^3 \left[1 - \frac{m_P^2}{m_V^2}\right]^3 g_{VP\gamma}^2.$$

*Распад  $V \rightarrow l^+l^-$  [12]:*

$$M(V \rightarrow l^+l^-) = \frac{e^2}{f_V} \bar{u}(k_1) \hat{\epsilon}_V u(-k_2);$$

$$\frac{1}{f_V} = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\pi} \xi S_0(\xi) \text{Sp}(\lambda^V Q);$$

$$\Gamma(V \rightarrow l^+l^-) = \frac{\alpha^2}{3} m_V \frac{4\pi}{f_V^2}.$$

*Средний квадратичный радиус пиона [24]:*

$$M(\pi^- \rightarrow \pi^- \gamma) = ea_\mu(q) (p_1 + p_2)^\mu F_+(q^2);$$

$$\langle r_\pi^2 \rangle = 6 \frac{dF_+(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{3}{2} \lambda L \mathcal{D}(\xi);$$

$\mathcal{D}(\xi)$  см. [24].

*Магнитные моменты барионов  $\frac{1}{2}^+$  [17]:*

$$M(B \rightarrow B\gamma) = ef_0(k^2) \text{Sp}(\bar{B} \gamma_\mu [Q, B]) -$$

$$- \frac{e}{2m_N} f_1(k^2) \text{Sp}(\bar{B} \sigma_{\mu\nu} k^\nu [Q, B]) -$$

$$- \frac{e}{2m_N} f_2(k^2) \text{Sp}(\bar{B} \sigma_{\mu\nu} k^\nu \{Q, B\}),$$

где

$$\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) / 2; \quad k = p - p',$$

$m_N$  — масса нуклона;  $f_0(k^2)$  — форм-фактор электрического заряда, удовлетворяющий условию  $f_0(0) = 1$ ;  $f_1(k^2)$ ,  $f_2(k^2)$  — магнитные форм-факторы, причем  $f_1(0)$ ,  $f_2(0)$  определяют аномальные магнитные моменты барионного октета. Величины  $f_1(0)$ ,

$f_j(0)$  являются функциями массы частицы и параметра  $\xi$ . Обозначим:  $f_j(0) = f_j(m, \xi)$  ( $j = 1, 2$ ), где  $m$  — масса данной частицы. Аномальные магнитные моменты барионного октета выражаются через  $\tilde{f}_1(m, \xi)$  и  $\tilde{f}_2(m, \xi)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu_j &= -\frac{2}{3} \tilde{f}_2(m_j, \xi), \quad j = n, \Xi^0; \\ \mu_j &= \frac{1}{3} \tilde{f}_2(m_j, \xi) - \tilde{f}_1(m_j, \xi), \quad j = \Sigma^-, \Xi^-; \\ \mu_j &= \frac{1}{3} \tilde{f}_2(m_j, \xi) + \tilde{f}_1(m_j, \xi), \quad j = p, \Sigma^+; \\ \mu_\Lambda &= -\frac{1}{3} \tilde{f}_2(m_\Lambda, \xi); \quad \mu_{\Sigma^0} = \frac{1}{3} \tilde{f}_2(m_{\Sigma^0}, \xi). \end{aligned}$$

Аномальные магнитные моменты выражены в единицах ядерного магнетона  $\mu_N = e/2m_p$ .

**Магнитный момент  $\mathcal{D}$ — $B$ -перехода** [18]. Магнитный момент  $\mathcal{D}$ — $B$ -перехода  $\mu^*$  определяет недиагональный матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между состояниями бариона  $B$  и барионного резонанса  $\mathcal{D}$ . Магнитный момент  $\mu^*$  можно найти по вероятности радиационного распада  $\mathcal{D} \rightarrow B + \gamma$ . Так как амплитуда испускания в распаде  $\mathcal{D} \rightarrow B + \gamma$  электрического квадрупольного  $\gamma$ -кванта существенно меньше амплитуды испускания магнитного дипольного  $\gamma$ -кванта, то с хорошей точностью можно считать, что ширина этого распада определяется только величиной магнитного момента перехода  $\mu^*$ :

$$M = \frac{e}{m_p} \bar{B}^{hs}(q) \gamma_5 [V_1 \gamma_\gamma + V_2 q_\gamma] \mathcal{D}_\mu^{itr}(p) \tilde{F}_{\mu\nu}(k),$$

где

$$\tilde{F}_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x).$$

В рассматриваемой модели  $V_1$  и  $V_2$  — инвариантные интегралы (см. [18]). Для  $\mu^*$  имеем:

$$\mu^* = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{m_{\mathcal{D}}}{m_B}} \left[ -V_1 \left( 3 + \frac{m_B}{m_{\mathcal{D}}} \right) + 2V_2 m_{\mathcal{D}} \left( 1 - \frac{m_B}{m_{\mathcal{D}}} \right) \right],$$

где  $\mu^*$  выражено в единицах ядерного магнетона. Величину  $\mu^*$  удобно представить в виде

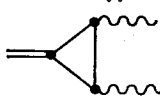
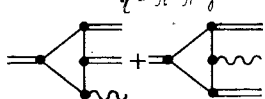
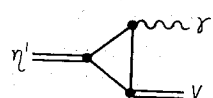
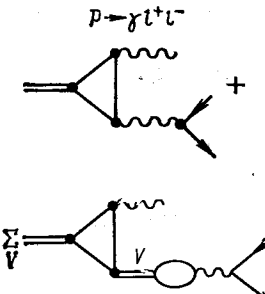
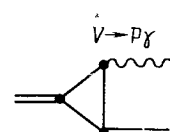
$$\mu^* = c \mu_N 2 \sqrt{2}/3.$$

Значение  $c$  приведено в табл. 2.

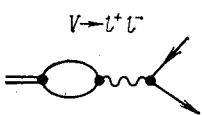
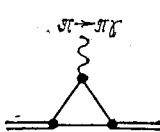
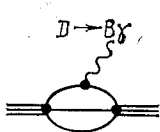
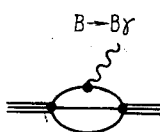
**14. Полулептонные слабые взаимодействия.** Слабые лептонные и полулептонные взаимодействия псевдоскалярных мезонов



Таблица 2

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
$p \rightarrow \gamma\gamma$ 	$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	$\Gamma, \text{эВ}$	$7,92 \pm 0,42$ [29]	6,8 [12,22]
	$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	$\Gamma, \text{эВ}$	$323 \pm 54$ [29]	342 [22]
	$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	$\Gamma, \text{кэВ}$	$5,4 \pm 2,1$ [21]	5,3 [22]
$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ 	$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$\Gamma, \text{эВ}$	$41,6 \pm 7,0$ [29]	41 [22]
	$\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$	$\Gamma, \text{эВ}$	$26 \pm 14$ [29]	0,45 [22]
$\eta'$ 	$\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$\Gamma, \text{кэВ}$	$83 \pm 52$ [21]	106 [22]
	$\eta' \rightarrow \omega\gamma$	$\Gamma, \text{кэВ}$	$5,9 \pm 2,4$ [34]	11
$p \rightarrow \gamma l^+ l^-$ 	$\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$	$M_{\pi^0}^{-2}, \Gamma_{\text{эВ}}^{-2}$	$5,5 \pm 1,6$ [21]	2,3 [22,23]
	$\eta \rightarrow \gamma \mu^+\mu^-$	$M_{\eta}^{-2}, \Gamma_{\text{эВ}}^{-2}$	$3 \pm 1$ [21]	2,6
	$\eta' \rightarrow \gamma \mu^+\mu^-$	$M_{\eta'}^{-2}, \Gamma_{\text{эВ}}^{-2}$		
$V \rightarrow p\gamma$ 	$\omega \rightarrow \pi^0\gamma$	$\Gamma, \text{кэВ}$	$888 \pm 55$ [29]	920 [12]
	$\omega \rightarrow \eta\gamma$		$3^{+2,5}_{-1,6}$ [35]	7,7
	$\rho^- \rightarrow \pi^-\gamma$		$67 \pm 7$ [36]	98
	$\rho^0 \rightarrow \eta\gamma$		$50 \pm 13$ [35]	62
	$K^{*0} \rightarrow K^0\gamma$		$75 \pm 35$ [29]	216

Продолжение табл. 2

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
	$K^{*-} \rightarrow K^{-}\gamma$		$40 \pm 15$ [36]	68
	$\Phi \rightarrow \eta\gamma$		$55 \pm 12$ [35]	170
	$\Phi \rightarrow \eta'\gamma$			0,85
 $V \rightarrow l^+ l^-$	$\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$	$\Gamma$ , кэВ	$6,44 \pm 0,89$ [29]	$4,7$ [12]
	$\omega \rightarrow e^+ e^-$		$0,76 \pm 0,47$	0,53
	$\Phi \rightarrow e^+ e^-$		$1,31 \pm 0,15$	1,30
 $\pi \rightarrow \pi \gamma$		$r_\pi$ , фМ	$0,56 \pm 0,04$ [30]	0,46 [24]
 $D \rightarrow B \gamma$		$\mu_p$	1,79 [29]	1,66 [17]
		$\mu_n$	-1,91	-1,88
		$g_w$	3,70	3,54
 $B \rightarrow B \gamma$	$\Delta^+ \rightarrow p \gamma$	$c$	$1,25 \pm 0,2$ [31]	0,82 [18]
	$\Delta^0 \rightarrow n \gamma$		$1,25 \pm 0,2$	0,82
	$Y^{*+} \rightarrow \Sigma^+ \gamma$		$-(1,25 \pm 0,2)$	-0,99
	$Y^{*0} \rightarrow \Sigma^0 \gamma$		$0,63 \pm 0,1$	0,5
	$Y^{*0} \rightarrow \Lambda \gamma$		$1,08 \pm 0,17$	0,72
	$\Xi^{*0} \rightarrow \Xi^0 \gamma$		$1,25 \pm 0,2$	0,91

и барионов описываются ток-токовой теорией Кабиббо:

$$\mathcal{L}_I^w = \frac{G_s}{\sqrt{2}} \{ (I_\mu^P + I_\mu^B + J_\mu^Q) l_\mu + \text{с. с.} \},$$

где

$$I_\mu^P = -i \text{Sp}([J, M], \partial_\mu M);$$

$$I_\mu^B = \text{Sp}(\bar{B}, O_\mu [J, B]);$$

$$(J_\mu^Q)^\delta = \sum_{j=1}^{\infty} (-)^j \bar{q}_{ja}^\delta O_\mu J q_{ja}^\delta;$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad O_\mu = \gamma_\mu (1 - \gamma_5).$$

Отметим, что для барионного слабого тока выбираем лишь  $F$ -связь.  $\mathcal{D}$ -связь появляется в результате взаимодействия лептонов с кварками как эффект сильных взаимодействий. Были вычислены следующие основные характеристики полулептонных распадов мезонов и барионов:

1) ширина распада  $P \rightarrow \mu\nu$  ( $P = \pi, K$ ), т. е. вычислена константа распада  $f_P$ , являющаяся основным параметром нелинейной киральной теории;

2) форм-факторы  $K_{l_3}$ -распада;

3) перенормировка аксиальной константы связи, обусловленная сильным взаимодействием, и интенсивность вкладов  $F$ - и  $\mathcal{D}$ -связи в матричные элементы полулептонных распадов барионов;

4) отношение вкладов аксиальной и векторной частей амплитуды распада  $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$ .

Распад  $P \rightarrow \mu\nu$  ( $P = \pi, K$ ) [24]:

$$\langle \mu\nu | M | P \rangle = s_P \frac{G}{\sqrt{2}} f_P m_\mu \bar{u}(p) (1 - \gamma_5) u(-p'),$$

где  $p, p'$  — импульсы мюона и нейтрино соответственно;

$$s_P: s_\pi = \cos \theta; \quad s_K = \sin \theta;$$

$$f_\pi = f_K = \frac{12\sqrt{2}}{L\pi} C_0(\xi);$$

$$\Gamma(P \rightarrow \mu\nu) = \frac{G^2 f_P^2 s_P^2}{8\pi} m_P m_\mu^2 \left[ 1 - \frac{m_\mu^2}{m_P^2} \right]^2;$$

Распад  $K_{l_3}$  [24]:

$$M(K^+ \rightarrow l^+ \pi^0 \nu) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta l_\mu^{(-)} T_\mu(p_1, p_2) \Big|_{p_1^2 = m_K^2, p_2^2 = m_\pi^2},$$

где  $l_\mu^{-1}$  — лептонный слабый ток;

$$T_\mu(p_1, p_2) = F_+(t)(p_1 + p_2)_\mu + F_-(t)(p_1 - p_2)_\mu;$$

$$t = (p_1 - p_2)^2;$$

$$F_+(t) = 1 - \lambda(p_1^2 - p_2^2)C(\xi) + t \frac{L^2}{4} \lambda \mathcal{D}(\xi);$$

$$F_-(t) = (p_1^2 - p_2^2) \lambda \left[ -\mathcal{D}(\xi) + t \frac{L^2}{4} E(\xi) \right].$$

Явный вид структурных интегралов  $C(\xi)$ ,  $\mathcal{D}(\xi)$  и  $E(\xi)$  приведен в [24]. Используя стандартную параметризацию форм-факторов  $K_{l_3}$ -распадов, имеем:

$$F_\pm(t) = F_\pm(0) \left[ 1 + \lambda_\pm \frac{t}{m_\pi^2} \right];$$

$$F_+(0) = 1 - \lambda(\mu_K^2 - \mu_\pi^2)C(\xi);$$

$$\mu = mL/2;$$

$$F_-(0) = -\lambda(\mu_K^2 - \mu_\pi^2)\mathcal{D}(\xi);$$

$$\lambda_+ = \frac{\lambda \mu_\pi^2 \mathcal{D}(\xi)}{1 - \lambda(\mu_K^2 - \mu_\pi^2)C(\xi)}; \quad \lambda_- = -\mu_\pi^2 \frac{E(\xi)}{\mathcal{D}(\xi)};$$

$$\xi(0) = \frac{F_-(0)}{F_+(0)}; \quad \lambda_0 = \lambda_+ + \frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \xi(0) \equiv 0.$$

Численные значения для  $\lambda_\pm$ ,  $\lambda_0$ ,  $\xi(0)$  приведены в табл. 3.

Параметры  $\lambda_\pm$ ,  $\xi(0)$  экспериментально определяются тремя способами при анализе диаграмм Далитца (изучение спектра  $\rho$ -мезонов), при измерении поляризации  $\rho$ -мезонов и измерении отношения  $\Gamma_{K\mu_3}/\Gamma_{Kl_3}$ . В табл. 3 приведены средние значения  $\lambda_\pm$ ,  $\xi(0)$ , взятые из поляризационных экспериментов.

*Распад  $B \rightarrow B e \nu$*  [17]. С учетом градиентной инвариантности и условия связности  $Z_2 = 0$  получим следующее выражение для матричного элемента полулептонного распада бариона:

$$\bar{B}(p') \Lambda_\mu(p', k) B(p) = F_\mu^V - \beta [(1 - \alpha) F_\mu^A + \alpha \mathcal{D}_\mu^A],$$

где

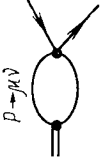
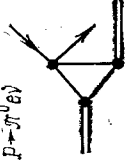
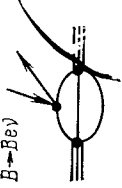
$$F_\mu^V = \text{Sp}(\bar{B} \gamma_\mu [J, B]);$$

$$F_\mu^A = \text{Sp}(\bar{B} \gamma_\mu \gamma_5 [J, B]);$$

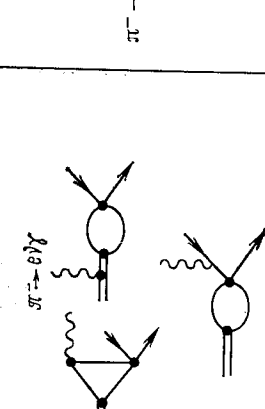
$$\mathcal{D}_\mu^A = \text{Sp}(\bar{B} \gamma_\mu \gamma_5 \{J, B\}).$$

Зависимость величин  $\beta$  и  $\alpha$  от параметра  $|\xi|$  для вариантов  $S$ ,  $A$  и  $P$  сильной связи в (61) приведена на рис. 14. Как видно из графиков, в окрестности точки  $|\xi| = 1,45 \pm 0,05$  только  $S$ -вариант дает правильное согласие с экспериментальными данными (см. табл. 3).

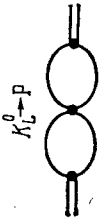
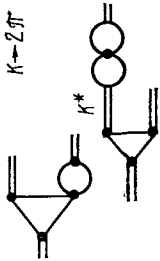
Таблица 3

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
 $P \rightarrow \mu \nu$	$\pi \rightarrow \mu \nu$	$\Gamma, \text{ МэВ}$	$(2,528 \pm 0,002) \cdot 10^{-14}$	$2,6 \cdot 10^{-14}$ [24]
	$K \rightarrow \mu \nu$		$(3,383 \pm 0,016) \cdot 10^{-14}$	$3,1 \cdot 10^{-14}$
 $P \rightarrow \pi^0 e \nu$	$\pi^- \rightarrow \pi^0 e \nu$	$\Gamma, \text{ ГэВ}$	$(2,58 \pm 0,18) \cdot 10^{-25}$	$2,8 \cdot 10^{-25}$ [24]
	$K^- \rightarrow \pi^0 e \nu$	$\Gamma, \text{ ГэВ}$	$(2,56 \pm 0,03) \cdot 10^{-18}$	$2,78 \cdot 10^{-18}$
		$\xi(0)$	$-0,35 \pm 0,14$ [29]	$-0,2$ [24]
		$\lambda_+$	$0,026 \pm 0,08$	$0,016$
		$\lambda_-$		$-0,009$
		$\lambda_0$	$-0,003 \pm 0,001$	$0$
 $B \rightarrow B e \nu$	$\Sigma^- \rightarrow n e^- \nu$	$\Gamma, \text{ МэВ}$	$(1,08 \pm 0,04) \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$ [17]
	$\Sigma^- \rightarrow n \mu^- \nu$		$(4,5 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-4}$
	$\Lambda \rightarrow p e \nu$		$(8,07 \pm 0,28) \cdot 10^{-4}$	$7,32 \cdot 10^{-4}$
	$\Lambda \rightarrow p \mu \nu$		$(1,57 \pm 0,35) \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$
	$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$		$(0,60 \pm 0,06) \cdot 10^{-4}$	$0,61 \cdot 10^{-4}$

Продолжение табл. 3

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
	$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu$		$(0,20 \pm 0,04) \cdot 10^{-4}$	$0,2 \cdot 10^{-4}$
	$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$		$(0,69 \pm 0,18) \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-3}$
	$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \nu$		$< 0,5 \cdot 10^{-3}$	$0,078 \cdot 10^{-3}$
	$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \nu$		$< 1,1 \cdot 10^{-3}$	$0,25 \cdot 10^{-3}$
	$\Xi^- \rightarrow \Xi^0 e^- \nu$		$< 2,3 \cdot 10^{-4}$	$0,09 \cdot 10^{-4}$
		$\beta = G_A/G_V$	$1,25 \pm 0,01$	1,19
		$\alpha = \mathcal{D}/(F + \mathcal{D})$	$0,66 \pm 0,07$	0,68
	$\pi^- \rightarrow e \nu \gamma$	$\gamma = F_A/F_V$	$0,15 \pm 0,11$ [29]	1 [24]

Продолжение табл. 3

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НКК	
 $K_L^0 \rightarrow P$	$K_L^0 \rightarrow \pi^0$	$M(K \rightarrow \pi)$ МэВ <sup>2</sup>		A [20]	B [20]
	$K_L^0 \rightarrow \eta$			$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$
	$K_L^0 \rightarrow \eta'$				$-1,9 \cdot 10^{-2}$
 $K \rightarrow Z \eta$ $K^*$	$K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$	Г, МэВ	$(2,32 \pm 0,02) \cdot 10^{-12}$	$2,4 \cdot 10^{-12}$	$1,8 \cdot 10^{-12}$
	$K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$		$(5,06 \pm 0,03) \cdot 10^{-12}$	$4,9 \cdot 10^{-12}$	$3,5 \cdot 10^{-12}$
	$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$		$(1,13 \pm 0,01) \cdot 10^{-14}$	0	0

Продолжение табл. 3

Процесс, диаграмма	Мода	Измеряемая величина, единицы	Эксперимент	Теория НМК
$K \rightarrow 3\pi$ (см. рис. 15)	$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	Г, МэВ	$(1,57 \pm 0,03) \cdot 10^{-15}$	$1,1 \cdot 10^{-15}$
		$\sigma_{+-0}$	$-(0,33 \pm 0,73)$	$-0,48$
	$K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$	Г, МэВ	$(2,73 \pm 0,11) \cdot 10^{-15}$	$2,0 \cdot 10^{-15}$
		Г, МэВ	$(2,97 \pm 0,02) \cdot 10^{-15}$	$1,8 \cdot 10^{-15}$
	$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$	$\sigma_{++-}$	$0,11 \pm 0,02$	$0,24$
		Г, МэВ	$(0,92 \pm 0,03) \cdot 10^{-15}$	$0,6 \cdot 10^{-15}$
$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$	$\sigma_{+00}$	$-(0,28 \pm 0,01)$	$-0,48$	
	Г, МэВ	$(6,22 \pm 0,64) \cdot 10^{-18}$	$10 \cdot 10^{-18}$	
	$K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma$	Г, МэВ	$(7,62 \pm 2,54) \cdot 10^{-19}$	$13 \cdot 10^{-19}$



Распад  $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$  [12, 24]. В распаде  $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$  наиболее интересным является отношение вкладов аксиальной и векторной

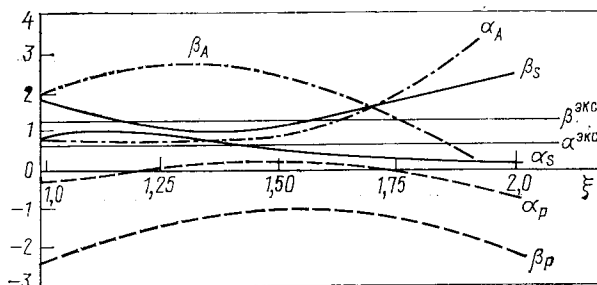


Рис. 14. Зависимость  $\alpha$  и  $\beta$  от варианта взаимодействия ( $S, A, P$ ) и от параметра  $\xi$

частей амплитуды. Обычно структурно-зависящая часть амплитуды параметризуется следующим образом:

$$M_{S\mathcal{Z}}^{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k^\rho p^\sigma b(t) - i(k^\mu p^\nu - g^{\mu\nu}(kp)) a(t),$$

где  $k, p$  — импульсы фотона и пиона. В рассматриваемом подходе данная амплитуда определяется набором диаграмм (см. табл. 3). Оказывается, что

$$a(0) = b(0) = \sqrt{\lambda} L/2\pi,$$

т. е. экспериментально определяемая величина

$$\gamma = a(0)/b(0) = 1,$$

как и в обычных кварковых моделях [25].

**15. Нелептонные слабые взаимодействия.** Нелептонные слабые распады интересны прежде всего тем, что их изучение позволяет глубже понять структуру слабых взаимодействий, а также взаимосвязь слабых и сильных взаимодействий. Экспериментальные данные по нелептонным распадам адронов свидетельствуют о справедливости правила  $\Delta T = 1/2$ . Убедительного теоретического объяснения этого факта до сих пор не найдено, хотя данной проблеме посвящено довольно много работ [26]. Один из общепринятых способов получения правила  $\Delta T = 1/2$  — это предположение о том, что лагранжиан нелептонного взаимодействия преобразуется как шестая компонента октета [26]:

$$\mathcal{L}_I^{\Delta T=1/2} = \frac{G}{\sqrt{2}} 2d_{6mn} J_\mu^m J_\mu^n,$$

где  $J_\mu^m$  — октет слабых адронных токов (в кварковых моделях  $J_\mu^m = \bar{q} \frac{1}{2} \lambda^m O_\mu q$ ). Это соответствует введению нейтральных токов.

В цветных кварковых моделях [27] существует другой оригинальный способ получения правила  $\Delta T = 1/2$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{\Delta T=1/2} &= \frac{G}{\sqrt{2}} \left[ \left( \bar{q}_a O_\mu \frac{\lambda^1 - i\lambda^2}{2} q_{a^*} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left( \bar{q}_b O_\mu \frac{\lambda^4 + i\lambda^5}{2} q_{b^*} \right) + \text{в. с.} \right] \varepsilon_{abc} \varepsilon_{a'b'c}. \end{aligned}$$

Здесь  $a, b, c$  — цветовые индексы.

В нелокальной модели кварков при рассмотрении этих взаимодействий можно использовать локальные слабые токи (50), однако при этом в теории возмущений появляются ультрафиолетовые расходимости уже в низших порядках и поэтому необходимы специальные усилия [24], чтобы избежать их.

Однако в нелокальной модели кварков существует возможность использовать вместо кварковых локальных слабых токов следующие векторы:

$$I_\mu^m = \bar{q}_a O_\mu \frac{\lambda^m}{2} q_a.$$

В этом случае любое произведение этих векторов приводит к конечному результату.

Итак, рассмотрим следующие два варианта лагранжианов взаимодействия, обеспечивающих выполнение правила  $\Delta T = 1/2$ :

$$\mathcal{L}_I^{\Delta T=1/2} = \frac{G}{\sqrt{2}} 2d_{\beta mn} I_\alpha^m I_\alpha^n \quad (\text{А-вариант});$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{\Delta T=1/2} &= \frac{G}{\sqrt{2}} \left[ \left( \bar{q}_a O_\mu \frac{\lambda^1 - i\lambda^2}{2} q_{a^*} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left( q_b O_\mu \frac{\lambda^4 + i\lambda^5}{2} q_{b^*} \right) + \text{в. с.} \right] \varepsilon_{abc} \varepsilon_{a'b'c} \quad (\text{Б-вариант}). \quad (65) \end{aligned}$$

Следует заметить, что при описании распадов  $K \rightarrow 2\pi$ ,  $K \rightarrow 3\pi$  эти два варианта практически не отличаются друг от друга, в то время как матричный элемент для распада  $K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , существенно зависит от выбора варианта. В А-варианте теоретическое значение ширины распада  $K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma$  оказывается заниженным примерно на порядок по сравнению с экспериментальным, что находится в согласии с выводами работы [28]. В Б-варианте получается хорошее согласие с экспериментом, однако пока трудно дать ясное физическое толкование такого типа взаимодействию.

Переход  $K_L^0 \rightarrow P$  ( $P = \pi^0, \eta, \eta'$ ) [20]:

$$M_A(K_L^0 \rightarrow P) = \frac{\lambda}{L^2} \frac{Gm_K^2}{\sqrt{2}} \frac{7\xi^2}{4\pi^2} (1 + 3S_1(\sqrt{2}\xi))^2 C_P^A;$$

$$C_{\pi^0}^A = 1;$$

$$C_\eta^A = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \cos \theta + \frac{5\sqrt{2}}{7} \sin \theta \right);$$

$$C_{\eta'}^A = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \sin \theta - \frac{5\sqrt{2}}{7} \cos \theta \right);$$

$$M_B(K_L^0 \rightarrow P) = \frac{\lambda}{L^2} \frac{Gm_K^2}{\sqrt{2}} \frac{3\xi^2}{2\pi^2} (1 + 3S_1(\sqrt{2}\xi))^2 C_P^B;$$

$$C_{\pi^0}^B = 1;$$

$$C_\eta^B = \frac{1}{\sqrt{3}} (\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta);$$

$$C_{\eta'}^B = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta).$$

Из табл. 3 видно, что матричные элементы  $M_A$  и  $M_B$  мало отличаются друг от друга для перехода  $K_L^0 \rightarrow \pi^0$ , но имеется довольно существенное отличие в случае переходов  $K_L^0 \rightarrow \eta, \eta'$ .

Распад  $K \rightarrow 2\pi$  [20];

$$M(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = i \frac{1}{L} (G(m_K^2 - m_\pi^2)) \left( \frac{4\sqrt{\lambda}}{3} \right)^3 \frac{\xi^2}{2\pi} \times \\ \times S_2 \left( \frac{\xi}{\sqrt{3}} \right) (1 + 3S_1(\sqrt{2}\xi)) C \left\{ 1 + \frac{12\lambda}{L^2(m_{K^*}^2 - m_\pi^2)} (3 + C_1(\sqrt{2}\xi)) \right\};$$

$$C = \begin{cases} 7 & \text{А-вариант;} \\ 6 & \text{Б-вариант,} \end{cases}$$

т. е. варианты А и Б мало отличаются в данном случае;

$$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{1}{16\pi m_K} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{m_K^2}} |M(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)|^2.$$

Распад  $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$  запрещен, поскольку лагранжианы (65) обеспечивают точное выполнение правила  $\Delta T = 1/2$ .

Распад  $K \rightarrow 3\pi$  [20]. Соответствующие диаграммы приведены на рис. 15.

$$M(K \rightarrow 3\pi) = a_{K \rightarrow 3\pi} [1 - \sigma_{K \rightarrow 3\pi} y].$$

где  $y = (s_3 - s_0)/m_\pi^2$ ;  $s_i = (k - p_i)^2$ ;  $k$ -импульс  $K$ -мезона;  $p_i$ -импульс  $i$ -го пиона;  $s_0 = m_\pi^2 + m_K^2/3$ ;

$$a_{+-0} = \lambda^2 \frac{G}{\sqrt{2}} m_K^2 C a; \quad \sigma_{+-0} = b/a.$$

Здесь

$$a = a_0 + a_\sigma + a_\rho + a_{K^*} + a_{\pi\rho} + a_{K^*K} + a_{K^*\rho}$$

$$b = b_0 + b_\sigma + b_\rho + b_{K^*} + b_{\pi\rho} + b_{K^*K} + b_{K^*\rho};$$

$a_j, b_j$  — вклады различных диаграмм. Характеристики других

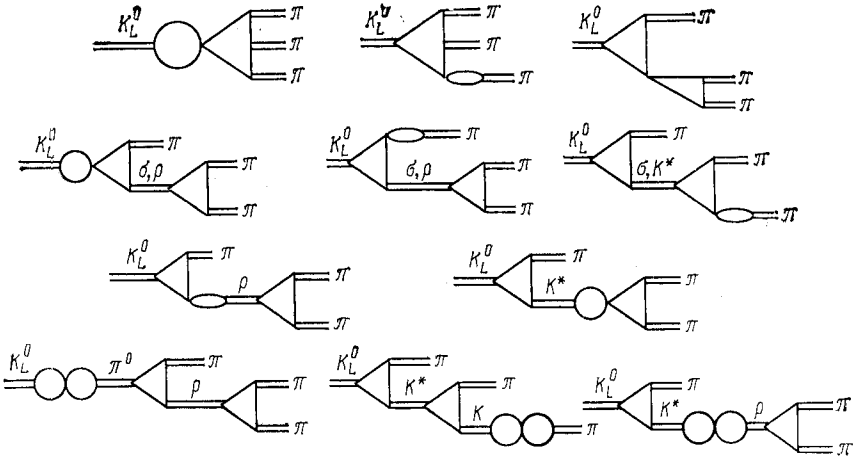


Рис. 15. Диаграммы, описывающие распад  $K \rightarrow 3\pi$

мод распадов  $K \rightarrow 3\pi$  связаны с  $a_{+-0}$  и  $\sigma_{+-0}$  с помощью изотопических соотношений [8]. Имеем:

$$a = \begin{cases} -0,996 & \text{А-вариант;} \\ -0,854 & \text{Б-вариант;} \end{cases}$$

$$b = 0,474;$$

$$\Gamma(K \rightarrow 3\pi) = m_K \left(1 - 3 \frac{m_\pi}{m_K}\right)^2 \frac{|a_{K \rightarrow 3\pi}|^2}{27\pi^2 (\sqrt{3})^3}.$$

Распад  $K \rightarrow \gamma\gamma$  [20]:

$$M(K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma) = eg_{K\gamma\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \epsilon_1^\alpha q_1^\beta \epsilon_2^\mu q_2^\nu,$$

где  $\epsilon_i, q_i$  — поляризация и импульс  $i$ -го фотона. Оказывается, что контактные диаграммы дают сравнительно малый вклад:

$$g_{K \rightarrow \gamma\gamma}^{(a)} = \begin{cases} L(Gm_K^2) \sqrt{\lambda} \frac{\xi^2}{(6\pi)^3} (1 + 3S_1(\sqrt{2}\xi)) = \\ = 0,016 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}^{-1}; \text{ (А)} \\ 6L(Gm_K^2) \sqrt{\lambda} \frac{\xi^2}{(6\pi)^3} (1 + 3S_1(\sqrt{2}\xi)) = \\ = 0,096 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}^{-1}, \text{ (Б)} \end{cases}$$

а основной вклад дают резонансные диаграммы:

$$g_{K \rightarrow \gamma\gamma}^{(6)} = \sum_{P=\pi^0, \eta, \eta'} M(K_L^0 \rightarrow P) \frac{1}{m_P^2 - m_K^2} M(P \rightarrow \gamma\gamma) =$$

$$= \begin{cases} -0,12 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}^{-1} & (\text{А}); \\ -0,55 \cdot 10^{-10} \text{ МэВ}^{-1} & (\text{Б}); \end{cases}$$

$$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{4} \pi \alpha^2 m_K^3 g_{K\gamma\gamma}^2.$$

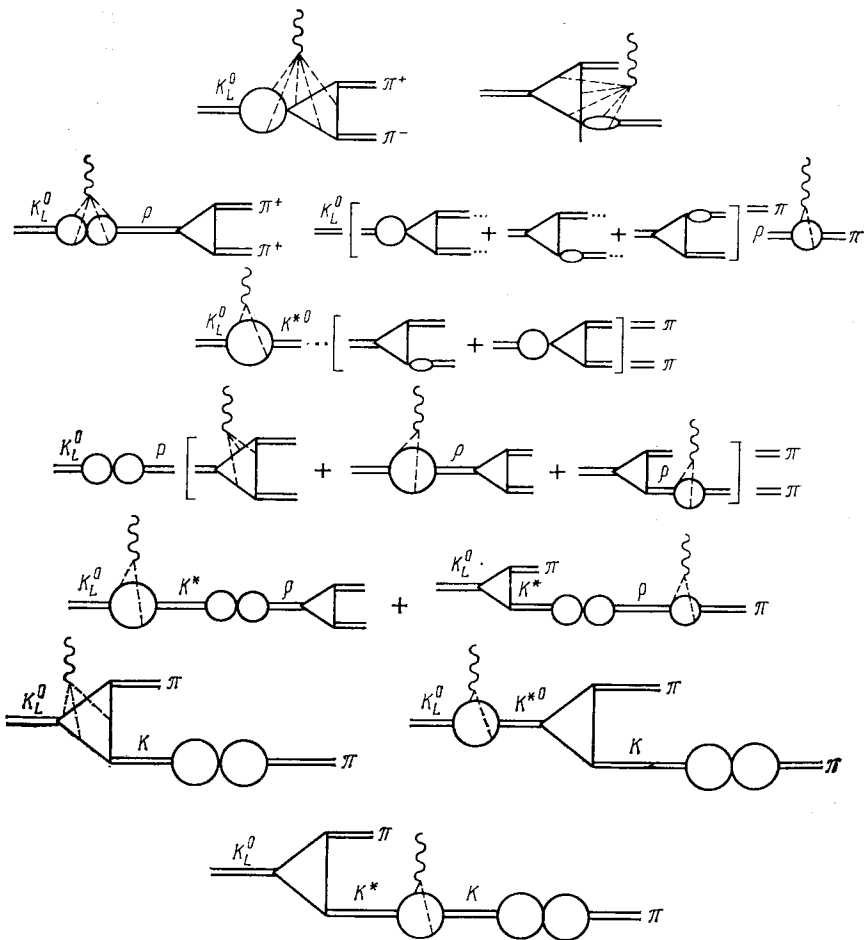


Рис. 16. Диаграммы, описывающие распад  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$

Поскольку основной вклад дают резонансные диаграммы, результат сильно зависит от выбора лагранжиана нелептонного

взаимодействия (А- и Б-варианты). В случае А-варианта результат занижен примерно на порядок по сравнению с экспериментом, в то время как Б-вариант приводит к хорошему согласию с экспериментом.

Распад  $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$  [20]. Соответствующие диаграммы приведены на рис. 16.

$$M(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma) = eg_{K \rightarrow \pi\pi\gamma} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^\mu q^\nu q_-^\alpha q_+^\beta,$$

где  $\varepsilon$ ,  $q$  — поляризация и импульс фотона;  $q_-$ ,  $q_+$  — импульсы пионов;

$$g_{K \rightarrow \pi\pi\gamma} = g_0 + g_\rho + g_{K^*} + g_{K^*K} + g_{K^*\rho};$$

$g_i$  — вклады различных диаграмм;

$$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma) = \frac{0,13\pi^2}{(2\pi)^5} \left(\frac{17}{75}\right)^{11/2} m_K^2 g_{K \rightarrow \pi\pi\gamma}^2.$$

### Заключение

Построенная нелокальная модель кварков представляет собой квантовополевую динамическую схему релятивистского мешка. Модель имеет всего лишь два свободных параметра, характеризующих нерождающееся кварковое поле. Тот факт, что эффективные константы разложения оказались меньше единицы, позволяет при вычислениях ограничиться низшими порядками теории возмущений. Полученные результаты показывают, что модель правильно описывает физику элементарных частиц в области энергий, соответствующих кварковому конфайнменту.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gell-Mann M. — Phys. Lett., 1964, v. 8, p. 214; Zweig G. CERN Preprints TH 401, 402, 1964; Коккедэ Я. Теория кварков. Пер. с англ. М., Мир, 1971.
2. Jones L. W. — Rev. Mod. Phys., 1977, v. 49, p. 717.
3. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами. Пер. с англ. М., Мир, 1975.
4. Аберс Е. С., Ли Б. В. — В кн.: Квантовая теория калибровочных полей. М., Мир, 1977, с. 241; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М., Наука, 1978.
5. Биленький С. М. — В кн.: Тр. V Международного совещания по нелокальным теориям поля. Дубна, ОИЯИ P2-12462, 1979, с. 103.
6. Pati J., Salam A. — Phys. Rev. D., 1973, v. 8, p. 1240; Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyler H. — Phys. Lett. B., 1973, v. 47, p. 365.
7. De Rujula A. e.a. TH 2778-CERN, 1979.
8. Де Альфаро В. и др. Токи в физике адронов. Пер. с англ. М., Мир, 1976.
9. Волков М. К., Первушин В. Н. Существенно нелинейные квантовые теории. М., Атомиздат, 1978.
10. Vecchi S., Morigiugo G. — Phys. Rev. B., 1965, v. 140, p. 687; Боголюбов П. Н. — ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 144; Шелест В. П., Зиновьев Г. М., Миранский В. А. Модели сильновзаимодействующих элементарных частиц. Т.1. М., Атомиздат, 1975.

11. Bogolubov P. N. — Ann. Inst. Henri Poincare, 1967, v. 8, p. 163; Chodos A. e.a. — Phys. Rev. D., 1974, v. 9; p. 3471; Bardeen W. e.a. — Phys. Rev. D., 1975, v. 11, p. 1094; Kufi J. Quark Confinement and the Quark Model. Lectures delivered at the 1977 CERN-JINR School of Physics, 1977.
12. Dubníčková A. Z., Efimov G. V., Ivanov M. A. — Fortschr. Phys., 1979, Bd 27, S. 403, Ефимов Г. В. — В кн.: Тр. V Международного совещания по нелокальным теориям поля, Алушта, 1979, Дубна, P2-12462; Ефимов Г. В. Иванова М. А. — В кн.: Тр. Международной конференции «Кварки—80», Сухуми, 1980.
13. Joos H. DESY 76/36, 1976; Drell S. D. SLAC-PUB-2020, 1977.
14. Hayashi K. e.a. — Fortschr. Phys., 1967, Bd 15, S. 625.
15. Ефимов Г. В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М., Наука, 1977.
16. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., Наука, 1973.
17. Динейхан М., Ефимов Г. В., Лобанов Ю. Ю. — Ядерная физика, 1980, т. 32, с. 183.
18. Динейхан М. Ядерная физика 1981, т. 33, с. 241.
19. Газирович С. Физика элементарных частиц. М., Наука, 1969.
20. Динейхан М., Ефимов Г. В., Иванов М. А. Препринт ОИЯИ, P2-13054, Дубна, 1980.
21. Fischer J. e.a. — Phys. Lett. B., 1978, v. 73, p. 359; Bushnin Yu. B. e.a. — Phys. Lett. B., 1978, v. 79, p. 147; Ядерная физика, 1978, т. 28, с. 1207; Викторов В. А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 30, с. 387.
22. Ефимов Г. В., Иванов М. А., Ноговицын Е. А. Препринт ОИЯИ, E2-80275, Дубна, 1980.
23. Ефимов Г. В., Иванов М. А., Мурадов Р. Х. Препринт ОИЯИ, P2-13007, Дубна, 1980; Ефимов Г. В., Иванов М. А. — Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 60.
24. Ефимов Г. В. и др. — Ядерная физика, 1981, т. 33, с. 559.
25. Герасимов С. Б. — Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 513.
26. Marshak R. E., Riazuddin R. C. P. Theory of Weak Interactions in Particle Physics, N. Y., Wiley-Interscience, 1969; Gell-Mann M., Oakes R. J., Renner B. — Phys. Rev., 1968, v. 175, p. 2195; Калиновский Ю. Л., Первушин В. Н. — Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 475.
27. Боголюбов Н. Н. и др. Препринт ОИЯИ P-2141, Дубна, 1975; Tavkhelidze A. N. — In: Proc. Seminar on High Energy Physics and Element. Particles. Trieste, 1965, Vienna, IAEA, 1965, p. 763; Струманский Б., Тавхелидзе А. Н. — В кн.: Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Киев, Наукова думка, 1967; Han M.-Y., Nambu Y. — Phys. Rev. B., 1965, v. 139, p. 1006; Говорков А. Б. — ЭЧАЯ, 1977, т. 8, с. 1056.
28. Gaillard M. K., Lee V. W., — Phys. Rev. D., 1974, v. 10, p. 897.
29. Particle Data Group.—Phys. Lett. B., 1978, v. 75.
30. Dally E. V. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 1176.
31. Ахизер А. И., Рекало М. П. Электродинамика адронов. Киев, Наукова думка, 1977.
32. Baton J. P. e.a. — Phys. Lett. B., 1970, v. 33, p. 525; Protopopescu S. D. e.a. Preprint LAL-787, Berkeley, 1972; Boillou P. — Phys. Lett. B., 1972, v. 38, p. 55; Багусов Ю. Л. и др. — Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 309.
33. Barash-Schmidt N. e.a. Rev. of Part., Propert. UCRL-8030, 1968; French B. — In: 14th Intern. Conf. on High Energy Phys., Vienna, 1968; Исаев П. С. — ЭЧАЯ, 1973, т. 4, с. 731.
34. Zaffino C. J. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 930.
35. Andrews D. E. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 198.
36. Berg D. e.a. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 706; Preprint University Rochester C00-3065-250, UR-727, 1979.