

## О ФИЗИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ В КХД

*В. Н. Первушин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Цель обзора — дать популярное изложение современных теоретических идей о вакууме КХД.

The aim of the review is to give a popular account of the recent theoretical ideas on vacuum in QCD.

### ВВЕДЕНИЕ

Понятие вакуума является одним из центральных в современной квантовой теории поля, где этим термином называют состояние системы с наименьшей энергией. Расчет энергии вакуума, как правило, делают с помощью теории возмущений, которая использует представления о виртуальном рождении и уничтожении частиц. Здесь можно сказать также о концепции «виртуального вакуума» теории возмущений, если понимать под вакуумом такую физическую субстанцию, которая непосредственно не может быть измерена физическими приборами, но взаимодействие с которой является исчерпывающим объяснением ряда явлений. Взаимодействием с виртуальным вакуумом, например, объясняют такие экспериментальные факты в квантовой электродинамике (КЭД), как лэмбовский сдвиг энергетических уровней в спектре атома, аномальные магнитные моменты частиц и т. д.

Представление о виртуальном вакууме теории возмущений было перенесено на квантовую хромодинамику (КХД) — теорию взаимодействия кварков и глюонов [1, 2]. Концепция виртуального вакуума, дополненная свойством инвариантности физических величин относительно ренормировок квантовых полей и констант связи [3], объясняет в КХД явление асимптотической свободы, т. е. уменьшение эффективной константы связи кварков и глюонов с ростом переданного импульса. Формула асимптотической свободы имеет вид:

$$\alpha(q^2) = \frac{1}{b \ln(q^2/\Lambda^2)}; \quad b = \frac{1}{4\pi} \left( 11 - \frac{2}{3} n_f \right). \quad (1)$$

Здесь  $\Lambda$  — размерный параметр, возникающий при наложении граничных условий на решения ренормгрупповых уравнений,  $n_f$  — число ароматов кварков [3]. (Факт возникновения размерного параметра  $\Lambda$  называют размерной трансмутацией.)

Поскольку при  $q = \Lambda$  константа связи (1) обращается в бесконеч-

ность, параметр  $\Lambda$  задает одновременно и границы применимости теории возмущений. Неограниченный рост константы связи на больших расстояниях  $R \sim \Lambda^{-1}$  называют инфракрасной катастрофой и связывают с ним удержание кварков в адронах. Таким образом, и асимптотическая свобода, и конфайнмент, по крайней мере качественно, нашли свое объяснение в рамках представления о виртуальном вакууме теории возмущений, которое вместе с ренормгрупповыми методами дало обоснование кварк-партоновой феноменологии сильных взаимодействий на малых расстояниях [4].

Успешное развитие КХД за последние годы (см. [1]) способствовало закреплению ее логических и физических оснований. Глубокая вера в ренормгрупповые методы теории возмущений лежит в основе современных предсказаний об асимптотической пустыне единых теорий и даже современных вариантов космогонии и космологии [5]. Однако эта система общепринятых физических представлений КХД все чаще сталкивается с трудностями теоретического и экспериментального характера, важнейшая из которых — отсутствие конструктивного доказательства конфайнмента с количественным описанием адронной физики больших расстояний.

Здесь можно назвать тот факт, что экспериментальное значение  $\Lambda$  сильно зависит от эксперимента и все больше сползает в область низких энергий ( $\Lambda \leq 100$  МэВ), а данные эксперимента ЦЕРН — ОИЯИ (NA-4) даже допускают значение  $\Lambda$ , равное нулю [6]. Из формулы (1) видно, что стремление  $\Lambda$  к нулю означает в терминах расстояний неограниченное расширение области применимости теории возмущений, которая начинает включать в себя область конфайнмента. В этом случае проблема конфайнмента не может быть связана с вопросом применимости теории возмущений, поскольку в области конфайнмента ренормгрупповая константа связи (1) является еще достаточно малой и инфракрасной катастрофы не существует. Виртуальный вакуум теории возмущений тогда не может рассматриваться как физическая причина конфайнмента, и мы вынуждены констатировать незнание этой причины.

Раскрытие неизвестного механизма конфайнмента в последнее время все чаще начинают связывать с построением «истинного непертурбативного вакуума КХД».

При решении этой проблемы в настоящее время доминирует аналогия квантовой теории поля с точно решаемыми моделями статической физики типа модели Изинга, описывающей фазовые переходы в ферромагнетике с изменением температуры. Предполагается, что эти фазовые переходы в основных чертах воспроизводят «фазовый переход» в КХД от малых расстояний к большому. Основным аргументом для подобных аналогий — это тождество моделей квантовой теории поля при мнимом времени (т. е. в евклидовом пространстве — времени) моделям статической физики. Такой подход уже стал приносить первые результаты, например успешное вычисление на ЭВМ масс адронов в решеточных аппроксимациях КХД [7].

В работах этого направления неявно предполагается, что все основные проблемы КХД сосредоточены в той области явлений, которые могут быть описаны переходом в евклидово пространство. Между тем, делая этот переход для квантовой механики, мы получаем теорию броуновского движения. Действительно, существует целый класс задач, например вычисление критических индексов или поведения корреляционных функций (функций Грина), где квантовая механика совпадает с теорией броуновского движения. Однако последняя не в состоянии описать интерференционные явления, к которым относятся подтвержденный недавно эффект Бома — Ааронова, эффекты Белла, Джозефсона и другие чисто квантовые эффекты и явления.

Далеко не очевидно, что окончательное решение проблемы вакуума и больших расстояний лежит именно в той области, которая описывается евклидовой теорией поля. В частности, в квантовой электродинамике, которая послужила исходной аналогией при формулировке КХД, устранение инфракрасных расходимостей (т. е. та же проблема больших расстояний), в принципе, не может быть окончательно решено в пространстве Евклида.

В настоящем обзоре сделана попытка популярно изложить теоретические идеи и принципы, которые связаны с «чисто квантовым» решением проблемы вакуума в КХД. Уровень изложения в обзоре предполагает контингент читателей: квалифицированные экспериментаторы и начинающие теоретики. В разд. 1 дается краткая история возникновения калибровочных теорий и введение в их исходные принципы. В разд. 2 излагаются основные моменты «квантового» решения проблемы больших расстояний в КЭД. Читатели, знакомые с этим материалом, могут сразу читать разд. 3—6, которые представляют основное содержание обзора.

## 1. КРАТКАЯ ИСТОРИЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

Полезно вспомнить основные этапы рождения и развития теоретической электродинамики. Современная теория поля началась с идей Майкла Фарадея.

Поражает непредвзятый взгляд Фарадея на результаты собственных экспериментов, который помог ему выработать свои представления о физическом вакууме (т. е. о субстанции, которую он непосредственно не наблюдал, но в реальности которой не сомневался), а также плодотворное влияние этих представлений на формирование направлений собственных экспериментальных исследований, в частности, на изучение влияния магнитного поля на свет \*. Этот пример может служить хорошей иллюстрацией ответа на вопрос: зачем экспериментатору нужно знать о свойствах вакуума?

\* В 1938 г. в архиве Королевского общества было найдено письмо Фарадея, написанное в 1832 г., которое он просил вскрыть через 100 лет и в котором предсказывалась электромагнитная природа света (напомним, что Максвелл родился в 1831 г.).

«Фарадей видел силовые линии, пронизывающие все пространство, там, где математики видели центры сил, притягивающих на расстоянии; Фарадей видел среду там, где они не видели ничего, кроме расстояния. Фарадей предполагал источник и причину явлений в реальных действиях, протекающих в среде, они же были удовлетворены тем, что нашли их в силе действия на расстоянии, приписанной электрическим флюидам» [8].

Глубокое убеждение Фарадея в реальности электромагнитного поля и единстве сил природы стали руководящими принципами всего дальнейшего развития физики.

Физический этап формирования Фарадеем исходных идей, понятий и представлений электромагнитных явлений сменился математическим этапом создания теории электромагнитных явлений, который целиком принадлежит Максвеллу.

Продемонстрируем на примерах влияние электродинамики Фарадея — Максвелла на дальнейшее развитие физики.

1. Лоренц, Пуанкаре, Эйнштейн обнаружили группу релятивистских преобразований уравнений Максвелла и обобщили классическую механику. Возникла специальная теория относительности (СТО).

2. Появилась идея, что исходными положениями для теоретика являются не сами уравнения, а принципы симметрии этих уравнений. И эта идея была успешно реализована Эйнштейном при построении общей теории относительности (ОТО), которая вводит понятия гравитационного поля.

3. Вейль [9] обратил внимание, что принципы симметрии в электродинамике (СТО) и в ОТО играют разные роли по отношению к взаимодействию. В отличие от электродинамики принцип симметрии в ОТО позволяет выяснить форму самого взаимодействия. Вейль пытался найти такой же «динамический» принцип симметрии для электродинамики в период с 1919 до 1930 г. Замечательно, что ему удалось найти группу таких «динамических» преобразований, из которых следует вид электромагнитного взаимодействия, только после построения квантовой механики.

Вейль ознакомился с работой Фока [10], где установлена форма оператора квантово-механического импульса в присутствии электромагнитного поля

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{e}{c} A_\mu$$

и догадался, что искомые динамические преобразования есть фазовые преобразования волновых функций частиц в квантовой механике:

$$\psi' = \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \lambda\right) \psi; \quad \lambda = \lambda(x, t); \quad (2)$$

$$A'_\mu = \exp\left(-i \frac{e}{\hbar c} \lambda\right) \left(A_\mu + \frac{\hbar c}{ie} \partial_\mu\right) \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \lambda\right). \quad (3)$$

4. Дирак находит свое знаменитое уравнение для спинорной частицы и предлагает квантовую электродинамику с лагранжианом:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi} \left( i\hbar\partial_\mu + \frac{e}{c} A_\mu \right) \gamma^\mu \psi + M\bar{\psi}\psi; \quad (4)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

который инвариантен относительно преобразований (2), (3). Эти преобразования получили название калибровочных преобразований.

5. Янг и Миллс [11] предлагают так называемую неабелеву калибровочную теорию, в которой вейлевская фаза  $\lambda$  в преобразованиях (2), (3) заменяется матрицей группы внутренней симметрии, типа изотопической:

$$-i\lambda \frac{e}{\hbar c} \Rightarrow \hat{\lambda}(x, t) = \frac{e}{\hbar c} \sum_{a=1}^3 \frac{\tau^a \lambda^a(x, t)}{2i}, \quad (5)$$

где  $\tau^a$  — матрица Паули. И, следовательно, само калибровочное поле  $A_\mu$  заменяется матрицей

$$\hat{A}_\mu = \frac{e}{\hbar c} \sum_{a=1}^3 \frac{\tau^a}{2i} A_\mu^a \quad (6)$$

с законом преобразования

$$\hat{A}'_\mu = e^{\hat{\lambda}} (\hat{A}_\mu + \partial_\mu) e^{-\hat{\lambda}}, \quad (7)$$

$$\psi' = e^{-\hat{\lambda}} \psi. \quad (8)$$

Лагранжиан типа (4) может быть инвариантен относительно таких преобразований только при условии включения самодействия калибровочных полей

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \frac{e}{\hbar c} \epsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (9)$$

Неабелевы калибровочные поля являются заряженными и как бы сами излучают самих себя.

6. Вайнберг, Салам и Глэшоу предложили единую теорию слабых и электромагнитных взаимодействий на основе принципа неабелевой калибровочной симметрии [12].

7. В 50-х годах обнаружен еще один принцип симметрии электродинамики — упомянутая во введении симметрия теории относительно ренормировки физических величин [3].

8. С помощью ренормгрупповых методов открывается явление асимптотической свободы неабелевой калибровочной теории [2], и Фрицш, Гелл-Ман и Лейтвиллер [13] предлагают оформить уже

развитые кварк-партонные представления в виде современной квантовой хромодинамики \*.

Таким образом, стратегией современной физики стал поиск исходных простых принципов симметрии, и наиболее плодотворной тактикой, при построении практически всех работающих теорий, стала аналогия с электродинамикой Фарадея — Максвелла; и чем больше мы узнавали о симметрии электродинамики, тем более плодотворными были эти аналогии.

## 2. О ФИЗИЧЕСКОМ ВАКУУМЕ В КЭД

Как было сказано выше, современные физические представления основаны на концепции виртуального вакуума теории возмущений. В квантовой электродинамике необходимо учитывать также непертурбативные эффекты, связанные с взаимодействием как с виртуальными, так и с реальными инфракрасными фотонами. Дело в том, что поправки от виртуального фотонного вакуума становятся бесконечно большими в инфракрасной области. Эти расходимости обусловлены незаконностью применения теории возмущений к тем процессам, в которых участвуют длинноволновые или мягкие фотоны [15]. (Хорошо известно, что число фотонов, излучаемых заряженной частицей, в единичном интервале энергий стремится к бесконечности при стремлении энергии фотонов к нулю, в то время как в теории возмущений предполагается, что излучение одного фотона более вероятно, чем излучение двух фотонов.)

Эффекты взаимодействия с мягкими виртуальными фотонами вычисляются точно вне рамок теории возмущений, поскольку в этом случае можно пренебречь отдачей заряда при излучении и поглощении длинноволновых фотонов. В результате вероятности всех излучаемых процессов с заряженными частицами  $W_i$  можно представить в виде произведения вероятности данного процесса, вычисленного по теории возмущения с учетом жестких фотонов,  $W_{(т.в.)i}$ , на точную вероятность того, что в данном процессе не излучается ни один инфракрасный фотон,  $P_0$ :

$$W_i = W_{(т.в.)i} P_0. \quad (10)$$

Вероятность  $P_0$  зависит от передачи импульса заряженной частице  $\Delta P$ , массы этой частицы  $M$  и параметра инфракрасного обрезания  $\lambda$ . Например, для упругого рассеяния фотона на электроне этот фактор имеет вид [15]:

$$P_0 = \exp \left\{ -\frac{2\alpha}{3\pi} \left( \frac{\Delta P}{M} \right)^2 \ln \frac{M}{\lambda} \right\} \equiv \exp \left( -\bar{\nu} \left( \frac{M}{\lambda} \right) \right). \quad (11)$$

\* Необходимо подчеркнуть, что присущее кваркам квантовое число — цвет — было открыто в работах Н. Н. Боголюбова, Б. В. Струминского и А. Н. Тавхелидзе [14].

При снятии инфракрасного обрезания все эти вероятности избавлены от бесконечности, но становятся равными нулю:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} P_0 = 0. \quad (12)$$

Таким образом, «точная теория» не в состоянии решить проблему инфракрасных расходимостей. Проблема решается, если учесть, что разделение частицы от излучаемого частицей поля в теории возмущений носит приближенный характер и что любой регистрирующий прибор имеет конечное разрешение по энергии  $\Delta\varepsilon$ . Если этот прибор детектирует исследуемый процесс, то он детектирует все неупругие процессы с *мягкими реальными фотонами*, которые сопровождают этот процесс. Для корректного сравнения с экспериментом необходимо учесть как упругое, так и неупругое сечение. Физический прибор измеряет сечение процесса усредненного по всем неупругим каналам

$$\bar{W}_i = W_{(т. в) i} P_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_{(n)}, \quad (13)$$

где  $P_{(n)}$  — вероятность излучения  $n$  фотонов с полной энергией от  $\lambda$  до разрешения прибора  $\Delta\varepsilon$ , которое происходит статистически независимо и подчиняется распределению Пуассона:

$$P_{(n)} = \frac{\left[ \bar{\nu} \left( \frac{\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) \right]^n}{n!}; \quad \sum_n P_{(n)} = \exp \left\{ \bar{\nu} \left( \frac{\Delta\varepsilon}{\lambda} \right) \right\}. \quad (14)$$

Из (11) — (14) видно, что зависимость от параметра инфракрасного обрезания в усредненном сечении (13) исчезает:

$$\bar{W}_i = W_{(т. в) i} \exp \left\{ -\frac{2\alpha}{3\pi} \left( \frac{\Delta p}{M} \right)^2 \ln \frac{M}{\Delta\varepsilon} \right\}. \quad (15)$$

Таким образом, физика больших расстояний КЭД заэкранирована разрешающей способностью физического прибора и зависит от феноменологического параметра  $\Delta\varepsilon$  и условий эксперимента. Такая зависимость существует и при экспериментальном определении основного параметра теории — постоянной тонкой структуры  $\alpha = 1/137$ , которая измеряется в упругом рассеянии фотонов на электроне в томсоновском пределе бесконечно малого импульса фотона.

Согласно (15) для любой энергии фотона  $k_0$  и переданного импульса  $\Delta p \sim k_0$  можно проводить измерение для дифференциального сечения со столь малым разрешением  $\Delta\varepsilon$ , что результаты измерения константы тонкой структуры будут значительно отличаться от томсоновского предела. Томсоновский предел достигается лишь в том случае, когда относительное энергетическое разрешение прибора  $\Delta\varepsilon/k$  фиксировано при  $k \rightarrow 0$ . Таким образом, прежде чем придавать определенный смысл каким-либо количественным предсказаниям эксперимента в КЭД, необходимо тщательно проверить все экспери-

ментальные условия. Здесь уместно напомнить следующие слова М. Борна о квантовой теории [16]: "Ключевым моментом оказывается то, что квантовая механика описывает не сам объективный внешний мир, а лишь вполне определенный эксперимент, поставленный для наблюдения некоторой части внешнего мира. Без этой идеи невозможна даже формулировка какой-либо динамической задачи в квантовой теории. Но если эту идею принять, то фундаментальный индетерминизм физических предсказаний становится естественным, поскольку никакое экспериментальное устройство никогда не может быть абсолютно точным». Из вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1. В КЭД, строго говоря, нельзя разделить поле и частицу и нет того, что обычно называют пертурбативным вакуумом ( $A = 0$ ). Помимо виртуального вакуума теории возмущений существует совокупность реальных инфракрасных фотонов, которые ненаблюдаемы данным физическим прибором, но взаимодействие с которыми необходимо учитывать непertурбативным образом для того, чтобы устранили инфракрасные особенности и определить зависимость сечений процессов от экспериментальных условий. Такие инфракрасные фотоны также можно назвать вакуумом в смысле определения, данного во введении; мы будем называть их *физическим вакуумом*.

2. Квантовая электродинамика имеет своим низкоэнергетическим пределом классическую теорию как теорию реальных физических явлений с константой связи, определяемой с помощью томпсоновского предела сечения упругого комптоновского рассеяния фотонов на электронах. Константа связи в КЭД получается в результате экстраполяции количественных измерений при вполне определенных условиях на экспериментальную установку, исключаящих максимальным образом непertурбативное влияние инфракрасных фотонов. Строго говоря, в КЭД константа связи зависит от параметров прибора и условий эксперимента, в котором она измеряется. Хотя эта зависимость исчезающе мала, ее существование важно как прецедент, указывающий на феноменологический характер физики больших расстояний в КЭД.

3. В соответствии с инвариантностью КЭД относительно ренорм-групповых преобразований физические результаты в КЭД не зависят от выбора точки нормировки константы связи  $\alpha$  ( $q^2 = 0$ ) или  $\alpha$  ( $q^2 = \Lambda^2 \neq 0$ ).

### 3. ПРОБЛЕМА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЙ В КХД

КХД в своих основных положениях в значительной степени опирается на аналогию с КЭД, и точно так же использует теорию возмущений. Чтобы избежать инфракрасных расходимостей в теории возмущений обычно выбирают такую точку нормировки эффективной константы связи (1), в которой отсутствуют инфракрасные особенности. (Напомним, что в КЭД этого шага явно недостаточно для



построения матричных элементов без расходимостей на массовой поверхности, и нужно учитывать еще взаимодействие с физическим вакуумом.) Основным аргументом для теории возмущений в КХД является свойство асимптотической свободы (1), которого КЭД не имеет. Однако, как правило, все асимптотически свободные теории нестабильны [3]: обычный вакуум теории возмущений  $A = 0$  не является самым нижним устойчивым состоянием (т. е. противоречит первому определению вакуума, данному в начале введения). Для КХД это впервые было показано Савиди и Матиньяном [17]. Они получили эффективный гамильтониан КХД ( $H$ ) в присутствии постоянных магнитных полей ( $B$ ) в однопетлевом приближении:

$$H(gB) = bg^2 B^2 \left| \ln \frac{gB}{\Lambda_s^2} - \frac{1}{2} \right|; \quad g = \frac{e}{\hbar c}$$

и показали, что ренормгрупповой вакуум ( $B = 0$ ) обладает более высокой энергией ( $H = 0$ ), чем энергия постоянного магнитного поля

$$H(gB = \Lambda_s^2) = -\frac{1}{2} b \Lambda_s^2. \quad (16)$$

Другими словами, ренормгрупповая КХД в однопетлевом приближении есть цветной ферромагнетик с основным состоянием, которое характеризуется спонтанной намагниченностью  $B \neq 0$ . Нильсон и Олессен [18] показали, что вакуум Савиди также нестабильн, его энергия имеет мнимую часть. Учет коллективных колебаний поля ведет к новому минимуму энергии и новому вакууму со значительно более сложной структурой. Варианты такого вакуума называют  $\theta_3$  — вакуум и спагетти-вакуум [18]. Исследование стабильности вакуума Нильсона затруднено из-за его сложности, по-видимому, он также является не последней ступенью в иерархии инфракрасных нестабильных вакуумов, порожденных однопетлевым приближением ренормгрупповой схемы КХД.

Мы видим, что попытки раскрыть нестабильность теории возмущений в ее рамках указывают на существование непертурбативных инфракрасных вакуумных полей — аналога физического вакуума в КЭД.

Во множестве конкурирующих и дополняющих друг друга феноменологических моделей и теоретических изысканий в области больших расстояний в КХД все чаще используют понятие «непертурбативного вакуума». Понимание его еще весьма расплывчато и неоднозначно, как и основания самих феноменологических моделей.

В упомянутой выше работе [17] вакуум есть магнитное поле. В работах группы ИТЭФ под вакуумными средними понимают, в конечном итоге, параметры степенного разложения точных пропагаторов кварков и глюонов [19]. Ли с сотр. [20] рассматривают вакуум как диэлектрическую среду с разными свойствами внутри адрона и вне его, а сами адроны как нелинейные солитонные волны

в этой среде. (Модель Ли является обобщением наиболее популярных моделей мешков ОИЯИ [21], MIT [22], SLAC [23].) В работах Адлера [24] (см. также [25—27]) были предложены для глюонного вакуума КХД уравнения потенциального типа

$$E_i^a \sim B_i^a \sim \nabla_i^{ab} \Phi^b, \quad (17)$$

где

$$E_i^a = \partial_0 A_i^a - \partial_i A_0^a + g \epsilon^{abc} A_0^b A_i^c \equiv \partial_0 A_i^a - \nabla_i^{ab} A_0^b; \quad (18)$$

$$B_i^a = \epsilon_{ijk} \left( \partial_j A_k^a + \frac{1}{2} g \epsilon^{abc} A_j^b A_k^c \right) \quad (19)$$

— электрическое и магнитное поля соответственно, а

$$\nabla_i^{ab} \Phi^b = \partial_i \Phi^a + g \epsilon^{abc} A_i^b \Phi^c; \quad g = e/\hbar c. \quad (20)$$

Попытки обоснования этих уравнений в духе первых работ по теории сверхтекучести [28—30] были сделаны в [26, 27]. Для получения уравнений (17) важно признать, следуя КЭД, сам факт существования ненаблюдаемых инфракрасных глюонных полей, взаимодействие с которыми необходимо учитывать, чтобы устранить инфракрасные расходимости. Однако, в отличие от КЭД, инфракрасный предел КХД

$$(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \rightarrow 0 \quad (21)$$

означает сильное взаимодействие глюонов практически при любой, сколь угодно малой константе связи  $g$ , поскольку члены, описывающие взаимодействие в (18), (19) в пределе (21), становятся равными или больше «кинетического» члена (21). Вследствие сильной связи квантовое поведение инфракрасных глюонов должно быть скоррелировано во всей области пространства, которое они занимают. Основное состояние такой системы должно описываться единой волновой функцией, подобно волновой функции в теории квантовых жидкостей [28—30].

Уравнения квантовой гидродинамики глюонов можно вывести, следуя Ландау [29], из самой постановки задачи: «поиск спектра стационарных состояний» (что предполагает существование системы координат, где глюонные поля стационарны:  $E \sim \nabla \Phi$ ) и из релятивистской ковариантности (т. е. предположения равноправности электрического и магнитного полей:  $B \sim \nabla \Phi$ ). При этом ковариантные импульсы потенциала  $\Phi$  тождественно равны нулю  $|\nabla^2 \Phi = 0|$ , а для определенных коэффициентов в (17) равно нулю формальное выражение для тензора энергии-импульса таких полей, что согласуется с требованием ненаблюдаемости вакуума.

Решения уравнения (17) неаналитичны по константе связи  $g = e/\hbar c$  и исчезают в классическом пределе  $\hbar \rightarrow 0$ . Например, сфери-

чески-симметричные. решения имеют вид:

$$\Phi = \beta A_0; A_\mu^a = (A_0, A_i) = \frac{\hbar c}{e} \Sigma_{\mu\nu}^a \partial^\nu \ln \rho; \quad \square \rho = 0; \quad (22)$$

$$\rho = e^{-\hbar_0 t} \frac{\text{sh } k_0 r}{r}; \quad \left( \rho = e^{i\hbar_0 t} \frac{\sin k_0 r}{r} \right). \quad (23)$$

Здесь  $k_0, \beta$  — произвольные параметры  $r = |x|$ ,

$$\Sigma_{ij}^a = \epsilon^{aij}; \quad \Sigma_{0j}^a = -\Sigma_{j0}^a = i\delta_{ja}. \quad (24)$$

В работах [24—27] эти решения используют для обоснования модели мешков [21—23].

Общая черта упомянутых выше моделей вакуума КХД — это использование идей, понятий и терминологии теорий *квантовых жидкостей* [28—30]. (В то время как для Максвелла одной из наиболее плодотворных аналогий была аналогия электромагнитного поля с теорией *классической жидкости*, предложенная Рэлеем.)

Основная трудность в понимании явлений сверхтекучести заключается в расширении области применимости квантовых представлений на макроскопические объекты. Создатели квантовой механики четко осознавали, что ее необычные законы есть законы микромира, в то время как законы классической физики описывают макромир. Ф. Лондон, Л. Д. Ландау, Н. Н. Боголюбов и др. [28—30] распространили эти квантовые представления на макрообъекты: сверхпроводники и сверхтекучие жидкости. Этот шаг оказался плодотворным для объяснения многих таинственных явлений, которые стали называть макроскопическими квантовыми явлениями. Одна из тенденций развития современной теоретической физики — это постепенное осознание квантовой природы нашего макроскопического мира и переход к той шкале ценностных ориентаций, которая сформировалась в работах по теориям сверхтекучести и сверхпроводимости.

#### 4. ЭТОТ КВАНТОВЫЙ МИР!

Квантовые представления о физическом мире являются основой современных физических концепций, и без ясного понимания квантовой теории нельзя сделать ни шагу даже на фарадеевском уровне исследования вакуума (см. разд. 1).

Рассмотрим в этом разделе несколько примеров, раскрывающих сущность квантовой теории, чтобы сформулировать ее в виде ясного и простого предложения.

**З а д а ч а:** «Поезд» массы  $M$  идет из пункта  $A$  в пункт  $B$  за время  $T$  с постоянной скоростью. Дать классическое и квантовое описание его движения. Для классического описания достаточно найти траекторию движения

$$X(t) = \frac{X_B - X_A}{T} t + X_A. \quad (25)$$

Квантовое описание состоит в нахождении волновой функции из уравнения Шредингера

$$\hat{H}\Psi = i\hbar\partial_t\Psi; \quad H = \frac{\hat{p}^2}{2M}; \quad i[\hat{p}, \hat{X}] = \hbar$$

и энергетического спектра стационарных состояний

$$H\Psi_\varepsilon(X) = \varepsilon\Psi_\varepsilon(X); \quad \Psi(X, t) = \Psi_\varepsilon(X) e^{-i\varepsilon t}.$$

Можно сразу написать ответ:

$$\Psi_\varepsilon(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ipX/\hbar}; \quad \varepsilon = \frac{p^2}{2M}, \quad (26)$$

где  $p$  — собственное значение оператора импульса.

Аналогом траектории (25) в квантовой теории является амплитуда вероятности перехода «поезда» из точки  $A$  в точку  $B$  за время  $T$ , которую можно записать в виде спектрального представления

$$G(X_A, 0 | X_B, T) = \sum_{\varepsilon} e^{-i\varepsilon T} \Psi_\varepsilon(X_A) \Psi_\varepsilon^*(X_B) = \\ = \sqrt{\frac{M\hbar}{2\pi i}} \exp\left\{\frac{iS_{\text{кл}}(X_A, X_B)}{\hbar}\right\}; \quad (27)$$

$$S_{\text{кл}} = \frac{(X_B - X_A)^2 M}{2T}, \quad (28)$$

где  $S_{\text{кл}}$  — классическая функция действия для траектории (25). Однако постановка задачи, указанная выше, допускает совершенно

другое квантовое описание. Дело в том, что в условиях задачи мы ничего не сказали о свойствах пространства  $\{X\}$  в целом, т. е. о свойствах всей линии, на которой лежит отрезок  $A$  и  $B$ . Мы неявно предположили, что эта линия бесконечна и незамкнута. Предположим теперь, что мы имеем замкнутую линию. Тогда точки  $X$  и  $X + L$ , где  $L$  — длина всей замкнутой линии, совпадают, т. е. физически эквивалентны (рис. 1). Это означает, что волновая функция в точке  $X$  совпадает с точностью до фазы  $e^{i\theta}$ ,  $|\theta| \leq \pi$ , с волновой функцией в точке  $X + L$ :

$$\Psi(X + L) = e^{i\theta} \Psi(X). \quad (29)$$

Классическое описание этой задачи осталось прежним\*, в то время как квантовый «машинист» заметил, что его энергетический спектр

\* Классические решения первой задачи являются частными случаями решений второй задачи.

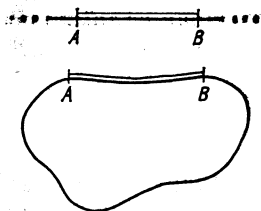


Рис. 1. Примеры конфигурационных пространств  $\{X\}$  в квантовой механике

стал дискретным. Подставляя решение (26) в условия (29), получаем

$$p = \hbar \frac{2\pi k + \theta}{L}; \quad k = \pm (0, 1, 2 \dots). \quad (30)$$

Более того, квантовый «поезд» вообще не может остановиться при  $\theta \neq 0$ . Состояние с минимальной энергией  $k = 0$ , т. е. «вакуум», соответствует незатухающему движению «поезда»  $p = \hbar\theta/L$ . Вычисляя амплитуду вероятности перехода из точки  $A$  в  $B$  с помощью спектрального разложения (27), мы получаем совершенно другое выражение для этой амплитуды:

$$G(X_A, 0 | X_B T) = \sqrt{\frac{M\hbar}{2\pi i}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(i\theta n) \exp\left\{i \frac{S_{\text{кл}}(X_A, X_B + nL)}{\hbar}\right\}. \quad (31)$$

Амплитуда (31) представляет собой сумму по путям, из  $A$  в  $B$ , которые отличаются друг от друга целым числом оборотов. Дело в том, что замыкая весь путь, мы увеличим потенциальные возможности достижения точки  $B$ . (Двигаясь из  $A$ , поезд мог бы потенциально обернуться  $n$  раз вокруг всего пути, прежде чем остановиться в  $B$ .) В квантовой теории при вычислении амплитуды вероятности должны учитываться все потенциальные возможности. С математической точки зрения замкнутая и разомкнутая линии отличаются глобально, например, числом разрывов, необходимым для того, чтобы эти линии разделить на две части. Другое существенное отличие: все замкнутые пути на замкнутой линии (в отличие от открытой) разбиваются на классы, которые характеризуются разным числом оборотов вокруг всего пути и никакими бесконечно малыми и непрерывными преобразованиями пути из одного класса нельзя перевести в другой. Все эти различия двух линий — замкнутой и открытой называются топологическими (топология — наука, изучающая те свойства пространства, которые нельзя измерить и исследовать с помощью линейки и циркуля). Таким образом, для корректной постановки рассматриваемой задачи в квантовом случае мы должны задать также топологические свойства пространства  $\{X\}$ , где рассматривается движение.  $\{X\}$  называется конфигурационным пространством. Сформулируем основное отличие классической частицы от квантовой. Оно состоит в том, что квантовая частица описывается волновой функцией, которая задана сразу *нелокально* во всем пространстве и отражает его топологические свойства; в то время как для описания классической частицы достаточно знать только локальные свойства пространства. В нелокальности волновой функции заключается суть таких чисто квантовых явлений, как эффекты Боме — Ааронова, Джозефсона, Казимира, физика сверхтекучести и сверхпроводимости.

Рассмотрим, например, эффект Джозефсона, т. е. незатухающий ток через контакт двух сверхпроводников. Движение электронов

в сверхпроводнике сильно скоррелировано, так что все электроны имеют один и тот же импульс и единую волновую функцию

$$\Psi = \prod_{j=1}^N \Psi_j = \exp \left\{ i \sum_1^N p_j x_j / \hbar \right\} = \\ = \exp \left\{ i p \sum_1^N x_i / \hbar \right\} = \exp \left\{ i (pN) \sum_1^N x_j / N \hbar \right\} = \exp \{ i \mathcal{P} \mathcal{X} / \hbar \}, \quad (32)$$

где  $\mathcal{X}$  — координата центра тяжести электронов, а  $\mathcal{P}$  — их полный импульс. На контакте двух разных проводников в точке  $\mathcal{X}_0$  имеется скачок фазы единой волновой функции:  $\Psi(\mathcal{X}_0 + \varepsilon) = e^{i\theta} \Psi(\mathcal{X}_0 - \varepsilon)$ , а, как мы видели выше, скачки фазы (29) волновой функции ведут к постоянному току в основном состоянии сверхпроводящих электронов (30). В этом и состоит эффект Джозефсона.

Рассмотрим, как проявляются топологические свойства конфигурационного пространства, на примере простейшей калибровочной квантовой теории поля — квантовой электродинамики в одном пространственном измерении. Ее действие и лагранжиан можно построить в соответствии с принципом калибровочной инвариантности Вейля:

$$S = \int dt L = \int dt dx \mathcal{L}; \quad (33)$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi} (\hbar i \hat{\partial} - e \hat{A}) \psi. \quad (34)$$

Здесь

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu; \quad \nu, \mu = 0, 1,$$

— калибровочное поле;  $\bar{\psi}$ ,  $\psi$  — двухкомпонентный спинор Дирака

$$\bar{\psi} = \psi_+ \gamma_0 = (\psi_1^+, \psi_2^+); \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_2 \\ \psi_1 \end{pmatrix}.$$

Матрицы Дирака  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  выбраны так, чтобы квадратированное уравнение Дирака

$$\hat{\partial} \hat{\partial} = (\gamma_0 \partial_0 - \partial_1 \gamma_1) (\gamma_0 \partial_0 - \partial_1 \gamma_1) = \\ = \gamma_0^2 \partial_0^2 + \gamma_1^2 \partial_1^2 - (\gamma_0 \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_0) \partial_0 \partial_1$$

в соответствии с исходной его идеей [31] превращалось в уравнение Клейна — Гордона

$$\hat{\partial} \hat{\partial} = \partial_0^2 - \partial_1^2. \quad (35)$$

В качестве матриц, подчиняющихся (35), можно выбрать следующие выражения:

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_0 \gamma_1 = \gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Лагранжиан (34) инвариантен относительно совместных преобразований спинов и бозонов

$$\left. \begin{aligned} eA'_\mu &= \exp\left(i \frac{\lambda(x, t)}{\hbar}\right) (eA_\mu + i\hbar\partial_\mu) \exp\left(-i \frac{\lambda(x, t)}{\hbar}\right), \\ \psi &= e^{i\lambda/\hbar}\psi. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Небольшое отличие этих преобразований от вейлевских (3) обусловлено тем, что бозонные поля  $\lambda/\hbar$  в двумерии безразмерны, в то время как константа связи  $e/\hbar$  ( $c = 1$ ) имеет размерность, обратную длине.

При рассмотрении «классической» теории поля (33), (34) нужно иметь в виду, что сама ее формулировка возникла в 30-е годы как релятивистское обобщение квантово-механического уравнения Шредингера. В частности, Дирак открыл свое знаменитое уравнение для спинора, пытаясь совместить принципы квантовой механики (вероятностную интерпретацию волновой функции  $\psi$ , которая требовала линейной зависимости от временной производной) и принципы релятивистской инвариантности (т. е. связь между энергией и импульсом, как в уравнении Клейна — Гордона  $p_0^2 = \vec{p}_1^2$ ). Поэтому о «классических» уравнениях теории (34) иногда говорят как о первичном квантовании, которое в четырехмерном случае справедливо в области низких энергий, когда можно пренебречь рождением и уничтожением частиц. Что касается теории (34), то обычно не очень заботятся об области ее применимости, а рассматривают ее как промежуточный «классический» шаг на пути построения квантовой теории.

Константу  $\hbar$ , которая входит в калибровочные преобразования «классических полей» (36) и в «классический» лагранжиан принимают равной единице, и часто забывают о квантовом происхождении современной классической релятивистской теории поля. Как мы увидим ниже, такое забвение истоков возникновения теории ведет к весьма важным следствиям. От того, что считать исходной величиной калибровочных преобразований,  $\lambda(x)$  или  $\exp\{i\lambda(x)/\hbar\}$ , зависят топологические свойства пространства  $\{\lambda(x)\}$  и пространства полей  $\{A\}$ , так как область определения комплексной фазы  $e^{i\lambda/\hbar}$  есть окружность (замкнутая линия), а область  $\lambda$ , вообще говоря, — прямая разомкнутая линия. Итак, договоримся считать лагранжиан (34) классическим с точностью до топологии, указанной выше. Прежде чем квантовать теорию калибровочного поля, выбирают динамические переменные. Например, если лагранжиан зависит только от переменной  $A_0$ , но не зависит от ее производной по времени  $\partial_0 A_0$ , то такая система характеризуется только статическим положением и не может быть рассмотрена как динамическая и как квантовая. Именно этот случай возникает в теории (34). Величина  $A_0$ , которая не имеет своей производной по времени в плотности лагранжиана

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 = \frac{1}{2} (\partial_0 A_1 - \partial_1 A_0)^2, \quad (37)$$

трактуются как классическая, а ее уравнения движения

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (A_0)} - \partial_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_1 A_0)} = 0 \Rightarrow \partial_1^2 A_0 = \partial_1 \partial_0 A_1 - j_0 e \quad (38)$$

— как уравнение связи, выражающее величину  $A_0$  через динамические переменные  $A_1$  и  $j_0$ :

$$A_0 = \frac{1}{\partial_1^2} (\partial_1 \partial_0 A_1 - e j_0); \quad e j_0 = e \bar{\Psi} \gamma_0 \Psi. \quad (39)$$

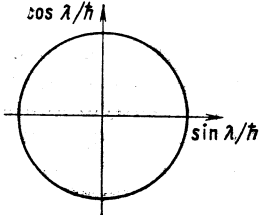


Рис. 2. Область определения калибровочных преобразований по Вейлю  $\exp \{i\lambda(x)/\hbar\}$

Недостаток такого подхода в том, что в решении (39) имеется неоднозначность в точке  $\partial_1^2 = 0$ . Эта неоднозначность относится к физике больших расстояний, которая, как мы помним (см. разд. 2), была заэкранирована в обычной электродинамике размером физического прибора. Указанная инфракрасная особенность является наиболее интересной для нас, и, чтобы в ней разобраться, применим другой способ квантования, устраняя лишнюю «динамическую» переменную  $A_0$  с помощью калибровочных преобразований (36), в которых не встречаются подобные неоднозначности:

$$eA_0^\Phi = eA_0 + \partial_0 \lambda(x, t) = 0. \quad (40)$$

Из (40) следует, что  $\lambda(x, t)$  можно определить с точностью до функции, зависящей только от  $x$ :

$$\lambda(x, t) = - \int^t dt' eA_0(x, t') + \Lambda(x) \quad (41)$$

и, следовательно, для лагранжиана (37) мы получаем выражение:

$$L_0 = \frac{1}{2} \int dx (\partial_0 A_1^\Phi)^2, \quad (42)$$

которое инвариантно относительно стационарных калибровочных преобразований

$$\left. \begin{aligned} A_1^\Phi &= P_1(x)^{-1} \left( A_1^\Phi + i\hbar \frac{\partial_1}{e} \right) P_1(x) = A^\Phi + \frac{\partial_1 \Lambda(x)}{e}, \\ P_1(x) &= \exp(-i\Lambda(x)/\hbar). \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Основной элемент этих преобразований, как мы договорились выше, есть вейлевская фаза, которая возникает как реликт квантово-механических представлений и которая в качестве области своего определения имеет замкнутую линию — окружность (рис. 2).

Когда  $x$  пробегает значение от  $-\infty$  до  $+\infty$ , то  $P_1(x)$  пробегает путь по окружности. Напомним, что все замкнутые пути по окружности характеризуются целым числом, которое указывает, сколько



раз путь накрутился на окружность. После того, как мы выбрали динамические переменные, квантование заключается в том, чтобы отождествить  $\partial_0 A_1$  с каноническим импульсом  $\hat{E} = -i\hbar\delta/\delta A_1(x)$  и найти решение уравнения Шредингера

$$\hat{H}\Psi_\varepsilon = \varepsilon\Psi_\varepsilon; \quad \hat{H} = \int dx \frac{1}{2} (\hat{E}(x))^2, \quad (44)$$

которое было бы инвариантным относительно преобразований (43). Рассмотрим вначале инвариантность  $\Psi_\varepsilon(A)$  относительно бесконечно малых преобразований (43) ( $\partial_1\Lambda(x) \rightarrow 0$ ):

$$\Psi_\varepsilon(A + \partial_1\Lambda/e) = \Psi_\varepsilon(A), \quad (45)$$

тогда, раскладывая левую часть в ряд по  $\partial_1\Lambda$ , получаем:

$$\Psi_\varepsilon(A + \partial_1\Lambda/e) - \Psi_\varepsilon(A) = \int dx \frac{\delta\Psi_\varepsilon}{\delta A} (\partial_1\Lambda/e) = 0. \quad (46)$$

Если  $\Lambda(x)$  гладкая, непрерывная функция, исчезающая на бесконечности  $\Lambda(\pm\infty) = 0$ , то мы можем взять интеграл (46) по частям:  $\int dx (\hat{E}\Psi) \partial_1\Lambda = - \int dx (\partial_1\hat{E}\Psi) \Lambda$ . Тогда равенство (46) означает условие поперечности собственных значений оператора электрического поля [в силу произвольности  $\Lambda(x)$ ]:

$$\partial_1 \hat{E}(x) \Psi = -i\partial_1 \frac{\delta}{\delta A_1(x)} \Psi(A) = 0. \quad (47)$$

В обычной электродинамике получают условие поперечности таким же путем. На этом примере мы видим, что использование вариационного метода в теории поля (вывод уравнения Эйлера, законов сохранения и т. д.) предполагает не только исчезновение самих полей  $A$  и их вариаций на пространственной бесконечности, а также гладкость, непрерывность физических преобразований (43) и их исчезновение на бесконечности. По отношению к основному элементу вейлевских преобразований их исчезновение на бесконечности

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \exp(i\Lambda^{(n)}(x)/\hbar) = 1; \quad \Lambda^{(n)}(+\infty) - \Lambda^{(n)}(-\infty) = 2\pi n\hbar \quad (48)$$

означает замкнутость всех «путей»  $P_1(x) = \exp(-i\Lambda(x)/\hbar)$ . И как мы говорили выше, все замкнутые непрерывные пути на окружности разбиваются на классы с индексом  $n = \pm(0, 1, 2, \dots)$  и никакими непрерывными преобразованиями нельзя перейти из одного класса в другой. Поскольку эти преобразования применяются к полям  $A_1$ , то все поля также разбиваются на классы, связанные между собой конечными калибровочными преобразованиями с индексом  $n$

$$A_1^{(n)} = P_1^{(n)}(x)^{-1} \left( A_1^0 + i\hbar \frac{\partial_1}{e} \right) P_1^{(n)}(x). \quad (49)$$

Конфигурации  $A^{(0)}(x), A^{(1)}(x), \dots, A^{(n)}(x) \dots$  есть физические эквивалентные «точки» в функциональном конфигурационном про-

странстве, поэтому волновые функции в этих «точках» совпадают с точностью до фазы:

$$\Psi(A^{(1)}) = e^{i\theta} \Psi(A^{(0)}). \quad (50)$$

Довольно легко найти решение уравнения Шредингера (44) с условиями (47), (50). Собственная функция оператора гамильтониана (44) одновременно является собственной функцией оператора «импульса»

$$\hat{E}(x) \Psi \equiv \frac{\hbar}{i} \frac{\delta}{\delta A(x)} \Psi = E(x) \Psi,$$

а последняя, как хорошо известно, есть плоская волна

$$\Psi(A) \sim \exp\left(i \int dx A(x) E(x)/\hbar\right).$$

Условие поперечности (47) приводит к постоянному значению  $E(x) = \text{const}$ , т. е. к одному и тому же импульсу поля для полей во всех точках пространства. Условие поперечности играет роль сильного взаимодействия, которое коррелирует возбуждения полей во всем пространстве и, другими словами, приводит к коллективному движению поля в полной аналогии со сверхтекучестью (32):

$$\Psi(A) \sim \exp\left\{i \left[ \int dx A(x) \right] E/\hbar\right\},$$

причем роль такой коллективной переменной «центра тяжести» в полевом пространстве может играть функционал

$$N[A] = \frac{e}{2\pi\hbar} \int dx A(x), \quad (51)$$

который меняется на целое число при преобразованиях (43), (49) с нетривиальными «калибровочными путями»  $P_1^{(n)}$ :

$$\begin{aligned} N[A^{(n)}] &= \frac{e}{2\pi\hbar} \int dx \left( A^{(0)}(x) + \frac{\partial_1 \Lambda^{(n)}}{ie} \right) = \\ &= N[A^{(0)}] + \frac{\Lambda^{(n)}(+\infty) - \Lambda^{(n)}(-\infty)}{2\pi\hbar} = N[A^{(0)}] + n. \end{aligned} \quad (52)$$

Так что решение уравнения Шредингера зависит от одной переменной

$$\Psi(A) \equiv \Psi(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{i \left( E \frac{2\pi}{e} \right) N\right\}, \quad (53)$$

а спектр постоянного электрического поля (53) определяется из условия (50), точно так же, как определялся спектр поезда (30) в пространстве с кольцевой топологией

$$E = \frac{e}{2\pi} (2\pi k + \theta); \quad k = \pm(0, 1, 2, \dots). \quad (54)$$

В результате мы получаем квантовую систему, наблюдаемая (54) которой релятивистски-инвариантна и плотность энергии которой конечна:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} E^2 V \quad (V = \int dx)$$

Эта система удовлетворяет всем принципам квантовой теории поля и в то же время эта система обладает удивительной неклассической особенностью. Ее основное состояние (т. е. состояние с минимальной энергией — вакуум) соответствует ненулевому постоянному электрическому полю

$$E_{\text{мин}} = \frac{e\theta}{2\pi}; \quad |\theta| \leq \pi,$$

т. е. незатухающему движению в пространстве полей, если есть скачки фазы  $\theta \neq 0$  в (50). Мы получили здесь полевой аналог эффекта Джозефсона: существование тока без внешних источников этого тока (32) и существование постоянного поля без внешних источников этого поля, т. е. пластин плоского конденсатора, которые отсутствуют в исходном лагранжиане. Эти постоянные электрические поля и есть инфракрасный реальный вакуум в данной модели. Возникновение вакуума есть чисто квантовый эффект, родственный эффекту Джозефсона, а область применимости квантовой теории здесь совпадает с размером пространства  $V = \int dx$ . Этот факт можно непосредственно увидеть, вычисляя амплитуду перехода из точки  $N_0$  в точку  $N_T$  с помощью спектрального представления (27). В итоге мы получаем известное уже выражение (31) в виде суммы по путям в циклическом пространстве  $\{N\}$ :

$$G(N_0 | N_T, T) = \sqrt{\frac{M}{2\pi i}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i\theta n} \exp\{iS(N_0, N_T + n)/\hbar\}, \quad (55)$$

где

$$S(N_0, N_T) = \frac{1}{2} \left( \frac{N_0 - N_T}{T} \right)^2 MT \equiv \int_0^T dt \frac{\dot{N}^2}{2} M, \quad (56)$$

а  $M$  — эффективная масса системы,

$$M = \left( \frac{2\pi\hbar}{e} \right)^2 \frac{1}{V},$$

которая и определяет границы применимости квантовой теории порядка  $V$ . Таким образом, квантово-механические представления, которые привели к формулировке принципа калибровочной инвариантности и к современной «классической» релятивистской теории поля, нужно распространить на всю макроскопическую область  $V$ , где заданы калибровочные поля и, в частности, ввести понятия единой

волновой функции этого квантового мира. Предположение Вейля о калибровочной симметрии как симметрии квантовой теории обращается для двумерия обобщением квантовых представлений на весь двумерный мир. Вместо экранировки физики больших расстояний в обычной электродинамике мы получаем в двумерии описание этой физики с помощью топологических свойств калибровочных преобразований. Критерием существования нетривиальных топологических свойств теории является неравенство нулю лоренц-инвариантного функционала, называемого индексом Понтрягина:

$$\nu[A] = \frac{e}{4\pi\hbar} \int dx dt \epsilon^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \equiv \frac{e}{2\pi\hbar} \int dx dt F_{01}. \quad (57)$$

В случае  $A_0 = 0$ ,  $F_{01} = \partial_0 A_1$  этот функционал для (55) равен

$$\nu[A] \equiv \int_0^T dt \frac{\partial}{\partial t} N = N_T - N_0 \neq 0. \quad (58)$$

Обратимся теперь к более общему методу квантования калибровочной теории с помощью уравнения связи (38), где присутствуют неоднозначности в инфракрасной области ( $\partial_1^2 = 0$ ). Существует единственный путь удовлетворить критерию (58) и описать квантовую коллективную динамику — это учесть *сингулярное решение* однородного уравнения  $\partial_1^2 A_0 = 0$  в общем решении уравнения связи (38):

$$A_0(x, t) = C(t)x + \frac{1}{\partial^2} (\partial_1 \partial_0 A_1 - e j_0). \quad (59)$$

Например, в теории без токов  $j_0 = 0$ , подставляя (59) в исходный лагранжиан (34) и определение индекса Понтрягина (57), (58), мы сразу получаем известный лагранжиан коллективного движения (56):

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \int dx (\partial_0 A_1 - \partial_1 A_0) = \frac{1}{2} V C^2(t); \\ \dot{N} &= \frac{e}{2\pi\hbar} C(t) V \Rightarrow L = \frac{1}{2} \dot{N}^2 \left( \frac{2\pi\hbar}{e} \right)^2 \frac{1}{V}. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Инфракрасный вакуум здесь выступает в роли сингулярных внешних полей  $A_0 \sim Cx$ , которые присутствуют в теории без «источника» (пластин плоского конденсатора) благодаря эффекту Джозефсона. Классическая теория (60) фиктивна, она нужна лишь как промежуточный шаг для построения гамильтониана

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{p}e}{2\pi} \right)^2 V; \quad \hbar p = \frac{\delta L}{\delta \dot{N}}; \quad i[\hat{P}, \hat{N}] = 1 \quad (61)$$

квантовой теории, которая имеет реальный смысл. Мы привыкли считать, что законы квантовой теории справедливы для микромира, а законы классические для макромира. Квантовые макроскопические явления (сверхтекучесть, сверхпроводимость и т. д.) скорее являются исключениями из этих правил, которые можно получить в лаборатор-

ных условиях. Здесь же мы столкнулись с примером релятивистской теории поля, для описания которой требуется распространить область квантовых законов на весь мир. Напомним, что в таком квантовом мире движение физического объекта не только определено локальными уравнениями, но и существенным образом обусловлено топологией пространства. Образно говоря, нелокальные квантовые объекты, в отличие от классических, заранее знают, как и куда двигаться, их движение гармонизировано со свойствами мира в целом.

Осознание квантовой природы нашего макроскопического мира может радикальным образом изменить наше мировоззрение и наше понимание гармонической связи микрокосмоса (человека) и макрокосмоса. Какое-то представление об этом могли бы дать статьи и работы Д. И. Блохинцева [32, 33]. Мы не имеем возможности и достаточной подготовки, чтобы раскрывать здесь эти вопросы.

### 5. ДАЙТЕ, ПОЖАЛУЙСТА, ВАКУУМ БЕЗ ЧАСТИЦ!

Современные теоретические представления обычно приблизительно разделяют на три части:

1. Релятивистская квантовая механика (обобщение уравнения Шредингера).

2. Релятивистская классическая теория поля (обобщение классической электродинамики).

3. Релятивистская квантовая теория поля (обобщение первых двух).

Исторический феномен состоит в том, что квантовая теория поля, возникнув как релятивистское обобщение уравнения Шредингера, в дальнейшем стала плодотворно развиваться как обобщение классической теории поля. Внутренняя логика построения любой физической теории повторяет логику исторического развития всей физики: вначале классическая физика, затем квантовая. Прохождение какой-либо теории (например, физики сильных взаимодействий) в процессе теоретического построения через все этапы истории физики вовсе не означает, что эта теория на всех этапах имеет последовательную интерпретацию и предназначена для описания реальных физических явлений. Многие неразрешимые парадоксы и тупиковые ответвления теоретической физики возникают часто именно из-за попыток интерпретации физической теории на одном из промежуточных этапов как реальной теории. Существуют, например, попытки построить последовательную релятивистскую одно- или двухчастичную квантовую теорию или релятивистскую классическую теорию (без квантования).

В разд. 4 мы встретились с моделью теории поля, которая имеет нетривиальную интерпретацию только в терминах физики макроскопических квантовых явлений — сверхтекучести и сверхпроводимости. Похожая ситуация возникает при изучении дираковских полей, которые не имеют последовательной одночастичной и клас-

сической интерпретаций. Известно, что уравнение Дирака приводит к решению как с положительной, так и с отрицательной энергиями. Квантово-механическая система с отрицательными энергиями нестабильна относительно слабых возмущений внешних полей. Таким образом, одночастичная теория имеет смысл только в отсутствие взаимодействия, т. е. для изолированной свободной частицы. Мы не можем использовать такую теорию для описания реальных динамических задач, в частности, атома водорода. Поэтому лагранжиан для свободной дираковской частицы, например, в двух измерениях (33), (35)

$$L_0 = \int dx \bar{\psi} i \hbar \partial \psi = \int dx i \hbar [\psi_1^+ (\partial_0 - \partial_1) \psi_1 + \psi_2^+ (\partial_0 + \partial_1) \psi_1] \quad (62)$$

трактуют как лагранжиан классической теории поля с гамильтонианом

$$\begin{aligned} H &= \int dx (\pi_1 \psi_1 + \pi_2 \psi_2) - L_0 = \\ &= i \hbar \int dx [\psi_1^+ \partial_1 \psi_1 - \psi_2^+ \partial_1 \psi_2]; \\ \pi_i &= \frac{\delta L}{\delta \partial_0 \psi_i(x)} \end{aligned} \quad (63)$$

с целью его дальнейшего квантования. Перепишем это выражение в более удобном «импульсном» представлении:

$$\psi_i(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk e^{ikx} a_{ik}(t); \quad (64)$$

$$\psi_i^+(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk e^{ikx} a_{ik}^+(t);$$

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} dk \hbar k (a_{1k}^+ a_{1k} - a_{2k}^+ a_{2k}). \quad (65)$$

Легко видеть, что этот гамильтониан положительно не определен. Будем квантовать эту теорию, накладывая антикоммутиационные соотношения для фермионов в соответствии с принципом Паули:

$$\{\pi_i(x), \psi_j(y)\} = i\delta(x-y)\delta_{ij} \Rightarrow \{a_{ik}^+, a_{jq}\} = \delta(k-q)\delta_{ij}. \quad (66)$$

Определим вакуум как состояние с нулевой энергией:

$$\langle 0 | H | 0 \rangle = 0. \quad (67)$$

Действие на вакуум операторов рождения и уничтожения частиц дает нуль:

$$a_{ki} | 0 \rangle = 0; \quad \langle 0 | a_{ki}^+ = 0. \quad (68)$$

Из выражения (65) видно, что операторы  $a_1^+(-k)$ ,  $a_2^+(k)$  ( $k > 0$ ) рождают частицы с отрицательной энергией  $\varepsilon = -k$ . Сама по себе

отрицательная энергия в теории поля не является существенным недостатком. Эту трудность можно устранить, переопределяя энергию. Плохо то, что у физической системы (65) нет основного состояния. Эта система нестабильна относительно слабых возмущений. Дирак предложил единственное приемлемое решение этой проблемы, которое невозможно вне рамок квантовой теории поля. Он сформулировал «теорию дырок», в которой проблема отрицательной энергии решается заполнением частицами всех состояний с отрицательной энергией в соответствии с принципом запрета Паули.

Новый вакуум есть состояние, в котором все уровни с отрицательной энергией заполнены. Тем самым обеспечивается стабильность основного состояния физических систем, в частности атома водорода, поскольку согласно принципу Паули ни одна частица с положительной энергией не может попасть в дираковское море отрицательных состояний. Незаполненный уровень в море — дырка — трактуется как античастица с положительной энергией. Математически это означает, что старые операторы уничтожения частиц с отрицательной энергией стали операторами рождения античастиц ( $C^+$ ), в то время как смысл операторов уничтожения частиц с положительной энергией не изменился ( $b$ ). Такой переход к новому вакууму можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} a_{1p} &= b_p \theta(p) + c_p^+ \theta(-p); & a_{2p} &= b_p \theta(-p) + c_p^+ \theta(p); \\ a_{1p}^+ &= b_p^+ \theta(p) + c_p \theta(-p); & a_{2p}^+ &= b_p^+ \theta(-p) + c_p \theta(p), \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

$\theta(p)$  — ступенчатая функция:  $\theta(p \geq 0) = 1$ ;  $\theta(p < 0) = 0$ .

Новый вакуум

$$b | 0 \rangle = c | 0 \rangle = 0 \quad (70)$$

является одновременно состоянием с наимизшей энергией, и проблема отрицательных энергий решена. Дираковское море обладает бесконечным зарядом и энергией  $\epsilon_0, Q_0$ . Однако по гипотезе Дирака они ненаблюдаемы, а наблюдаемы лишь разности

$$(\epsilon - \epsilon_0); \quad (Q - Q_0).$$

Уже в 30-е годы было обнаружено [34], что введение дираковского моря влечет за собой более серьезные следствия, а именно изменение коммутационных соотношений между токами

$$\left. \begin{aligned} j_{5,1}(x) &= j_0(x) \equiv \bar{\psi} \gamma_0 \psi = \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_1 \psi = (\psi_1^+ \psi_1 + \psi_2^+ \psi_2); \\ -j_{5,0}(x) &= j_1(x) \equiv \bar{\psi} \gamma_1 \psi = -\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_0 \psi = (\psi_2^+ \psi_2 - \psi_1^+ \psi_1). \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

В частности, рассмотрим коммутационные соотношения между токами  $\rho_1(p)$  и  $\rho_1(-p)$ , где  $\rho_1(p)$  определено соотношением

$$\psi_1^+(x) \psi_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int dp e^{ipx} \rho_1(p) \quad (72)$$

и имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} p > 0; \quad \rho_1(p) &= \int_{-\infty}^{\infty} dk a_{1, k+p}^{\dagger} a_{1, k}; \\ \rho_1(-p) &= \int_{-\infty}^{\infty} dk a_{1, k}^{\dagger} a_{1, k+p}. \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

Используя коммутационное соотношение (66), коммутатор

$$[\rho_1(p), \rho_1(-p')] = \int_{-\infty}^{\infty} dq dq' [a_{p+q}^{\dagger} a_q, a_q^{\dagger} a_{q+p}']$$

легко представить в виде разности двух выражений

$$[\rho_1(p), \rho_1(-p')] = \int_{-\infty}^{\infty} dq (a_{p+q}^{\dagger} a_{p'+q}) - \int_{-\infty}^{\infty} dq (a_{p-p'+q}^{\dagger} a_q), \quad (74)$$

одно из которых можно свести к другому с помощью линейной замены переменных  $q \rightarrow p' + q$ . В результате получим нуль:

$$[\rho_1(p), \rho_1(-p')] = 0. \quad (75)$$

Однако это не так для дираковского вакуума (69), (70). Подставим в правую часть (74) определение (69) и расставим операторы рождения слева от операторов уничтожения [т. е. приведем (74) к нормальному произведению по вакууму (70), обозначаемому  $: \cdot :$ , в результате получим:

$$\begin{aligned} [\rho_{1D}(p), \rho_{1D}(-p')] &= : [\rho_{1D}(p), \rho_{1D}(-p')] : + \\ + \delta(p-p') &\left[ \int_{-\infty}^{\infty} dq \theta(p+q) - \int_{-\infty}^{\infty} dq \theta(q) \right] = -p\delta(p-p'). \end{aligned} \quad (76)$$

Из интеграла (76) видно, что не для всяких функций возможна линейная замена переменных, ведущая к нулю (75). Нужно учитывать, что операторные соотношения, взятые сами по себе, формальны и раскрывают смысл только при действии в функциональных пространствах, где они заданы. Переопределение операторов (69), которое сопровождается введением нового вакуума, меняет наши исходные неявные предположения о свойствах класса функций, на которых действуют операторы рождения и уничтожения  $a^+$ ,  $a$ .

В координатном представлении (71) соотношение (76) принимает вид коммутаторов для скалярных полей

$$i [j_{5,0}(x, t), j_{5,1}(y, t)] = \frac{1}{\pi} \partial_x \delta(x-y). \quad (77)$$



Если сделать переобозначение в (77)

$$J_{5\mu} = \frac{1}{\pi\hbar} \partial_\mu \Phi, \quad (78)$$

получим

$$i [\partial_0 \Phi(x, t), \partial_1 \Phi(y, t)] = \hbar \partial_x \delta(x - y).$$

Коммутационные соотношения для токов типа (77) получили в 50-х годах название швингеровских аномальных коммутаторов. Мы видим здесь еще один пример того, как изменения глобальных характеристик теории (вакуума) меняют ее локальные свойства.

Для взаимодействующей системы дираковских частиц разные вакуумы приводят к теориям, отвечающим одному и тому же гамильтониану, но с разной симметрией. Рассмотрим, например, гамильтониан для теории (33), (34). Мы показали в разд. 4, что устранение нединамических полей ведет к кулоновскому взаимодействию токов и к внешним полям (инфракрасному вакууму). Гамильтониан полной теории имеет вид:

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_I; \\ H_0 &= \int dx \hbar \bar{\psi} i \gamma_1 \partial_1 \psi + \frac{1}{2} \left( \frac{ep}{2\pi} \right)^2 V; \quad p = 2\pi k + \theta; \\ H_I &= \int dx \frac{e^2 p}{2\pi} (\partial_1^{-1} j_0) + \frac{e^2}{2} \int dx (\partial_1^{-1} j_0)^2, \end{aligned} \quad (79)$$

где последний член в (79) описывает кулоновское взаимодействие.

Используя коммутационные соотношения (77), найдем гейзенберговское уравнение движения для тока (71)  $j_{5,0}$

$$\hbar \partial_t j_{5,0} = i [H, j_{5,0}] \equiv i [H_0, j_{5,0}] + i [H_I, j_5].$$

Если бы не было взаимодействия или выполнялись коммутационные соотношения для нестабильного вакуума (75), мы получили бы обычное уравнение непрерывности

$$\partial_t j_{5,0} - \partial_x j_{5,1} \equiv \partial_\mu j_{5,\mu} = 0, \quad (80)$$

известное как закон сохранения аксиального тока. В случае (77) легко видеть, что  $[H_I, j_{5,0}] \neq 0$ , и закон сохранения (80) не выполняется:

$$\partial_\mu j_{5,\mu} = \frac{e^2}{\pi\hbar} \left( \partial_1^{-1} j_1 + \frac{p}{2\pi} \right) \equiv \frac{e^2}{\pi\hbar} \left( \frac{\Phi}{\sqrt{\pi\hbar}} + \frac{p}{2\pi} \right). \quad (81)$$

Учитывая (78), можно переписать это соотношение в виде релятивистского уравнения на скалярную частицу

$$\hbar^2 \partial_\mu^2 \Phi = M^2 \left( \Phi + \frac{p \sqrt{\pi\hbar}}{2\pi} \right) \quad (82)$$

с массой

$$M^2 = \hbar \frac{e^2}{\pi}. \quad (83)$$

Псевдоскалярное незаряженное поле  $\Phi$  образовалось как связанное состояние заряженных кварков, которые ненаблюдаемы в том смысле, что не являются локальными возбуждениями в данной модели. Результат (83) совпадает с точным решением этой модели, данным Швингером [35]. (Сама модель электродинамики в двумерном пространстве — времени носит название модели Швингера.)

Эффективный гамильтониан для «наблюдаемых» объектов

$$H_{\text{эф}} = \frac{1}{2} \hbar^2 [(\partial_0 \Phi)^2] + (\partial_1 \Phi)^2 + \frac{1}{2} M^2 \left[ \Phi + \sqrt{\pi \hbar} \frac{p}{2\pi} \right]^2 \quad (84)$$

описывает свободное псевдоскалярное поле над конденсатом  $\sqrt{\pi \hbar} \frac{p}{\pi}$ , который отражает факт существования инфракрасных вакуумных полей. Квантовые коллективные движения вакуумов бозонов и фермионов тесно связаны [36]. Выражение (83) инвариантно относительно совместных преобразований инфракрасного вакуума и дираковского вакуума

$$\exp \{i (Q_5 + 2N) \alpha\} H_{\text{эф}} \exp \{-i (Q_5 + 2N) \alpha\} = H_{\text{эф}}, \quad (85)$$

где  $N$  — коллективная переменная калибровочного поля, а  $Q$  — так называемый киральный заряд-разность чисел левых  $\psi_2$  и правых  $\psi_1$  фермионов:

$$Q_5 = \int dx j_{5,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi \hbar}} \int dx (\partial_0 \Phi) = \int dx (\psi_2^+ \psi_2 - \psi_1^+ \psi_1).$$

Несохранение аксиального тока (81) приводит к несохранению разности чисел левых и правых фермионов

$$\partial_t Q_5 \neq 0.$$

Такое же явление существует и в четырехмерных моделях, и на нем основан недавно обнаруженный в единых теориях поля эффект Рубакова [37]. Известно, что в единых теориях левые и правые фермионы принадлежат разным мультиплетам и имеют разные квантовые числа. Присутствие внешних полей типа монополя «поляризует» дираковский вакуум и индуцирует переходы между левыми и правыми фермионами с разными квантовыми числами. Эти переходы, в частности, могут вести к распаду протона.

Аксиальная симметрия в модели Швингера нарушается без возникновения дополнительной частицы нулевой массы, которая называется голдстоуновской. В настоящее время с такого рода явлением связывают большую массу девятого псевдоскалярного мезона [так называемая  $U(1)$ -проблема] [38].

Мы изложили интерпретацию модели Швингера, основанную в основном на работах 20—30-х годов [36]. Эта интерпретация привлекательна тем, что явно демонстрирует чисто квантовый характер физических результатов, на который указывает их определенная зависимость от постоянной Планка  $\hbar$ .

Работы [38—41] основаны на несколько другой интерпретации этих же результатов и особенно  $\theta$ -вакуума, которая связана не с топологическими свойствами калибровочного поля, а с частичным восстановлением аксиальной симметрии с помощью изменения определения физических состояний. Такое изменение не обусловлено внутренней необходимостью и не дает, как указано в работе Коулмена [40], физического обоснования введения параметра  $\theta$  в массивной модели Швингера.

Драматическая история аксиальных аномалий в четырехмерном случае хорошо изложена в [42]. Лишь недавно Грибов [43] показал, что причиной аксиальных аномалий в четырехмерном случае, так же как и в двумерном, является дираковский вакуум.

Мы назвали этот раздел «Дайте, пожалуйста, вакуум без частиц». Если под частицами понимать наблюдаемые возбуждения полей, то вопрос «А вам без каких частиц дать вакуум?» становится вполне разумным и логичным для квантовой теории поля.

## 6. ИНСТАНТОНЫ И Т. Д.

Осознание роли топологии в теории калибровочных полей является наиболее характерной чертой современной теоретической физики. Одним из первых результатов в этом направлении было обнаружение Поляковым и др. [44, 45] нетривиальной топологии глюонных полей (9), описываемых конечным действием

$$S = \int d^4x \left[ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a{}^2 \right]; \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g \epsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (86)$$

в пространстве Евклида ( $d^4x \Rightarrow -i dt d^3x$ ). Такие евклидовы поля были названы «инстантонами». Они указывали на вырожденность классического глюонного вакуума и стали рассматриваться как квазиклассические «траектории» (в пространстве полей), описывающие туннельные квантовые переходы между различными вакуумами [45—48]. Открытие инстантонов вызвало поток работ по применению квазиклассического инстантонного приближения в КХД и его обоснованию. Здесь следует отметить: 1) картину фазовых переходов инстантонного вакуума [49], которая в какой-то степени послужила подтверждением модели мешков [21—23]; 2) применение топологического вырождения к решению проблемы большой массы девятого псевдоскалярного мезона [50, 51]; 3) постановку и различные решения проблемы сохранения  $CP$ -инвариантности сильных взаимодействий, в том числе предсказания новой нейтральной частицы — аксиона [52, 53]. Все эти результаты получили достаточно полное освещение в обзорах (см., например, [19, 51, 53]). Здесь мы обсудим основные трудности в понимании топологии неабелевых полей, ее отношение к квантованию и альтернативы к инстантонной реализации топологического вырождения вакуума в калибровочной теории.

Как мы уже видели на примере модели Швингера, топология калибровочных полей имеет отношение скорее к квантовой теории, чем к классической, и будет более последовательно вводить топологию при построении квантовых уравнений [26, 48]; например, при формулировке операторных условий калибровочной инвариантности (7) на волновую «функцию»  $\Psi(A)$ , удовлетворяющую уравнению Шредингера в калибровке  $A_0 = 0$  [см. формулы (18), (19), (40), (44)]:

$$\hat{H}\Psi_\varepsilon(A) = \varepsilon\Psi_\varepsilon(A); \quad \hat{H} = \int d^3x \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\delta}{i\hbar\delta A_i^a} \right)^2 + [B_i^a]^2 \right\}. \quad (87)$$

Напомним, что в калибровочной теории инвариантность гамильтониана  $H$  относительно стационарных калибровочных преобразований (7)

$$\hat{A}'_i(x, t) = e^{\hat{\lambda}(x)} (\hat{A}_i(x, t) + \partial_i) e^{-\hat{\lambda}(x)} \quad (88)$$

накладывает условие инвариантности на волновую функцию  $\Psi(A') = \Psi(A)^*$ . Нам важно при решении (87) сформулировать это условие в операторной форме. Для этого рассматривают бесконечно малые преобразования (88)

$$A_i'^a = A_i^a + \nabla_i^{ac}(A) \lambda^c \equiv A_i^a + \delta A_i^a; \quad (89)$$

$$\nabla_i^{ac}(A) \equiv \delta^{ac} \partial_i + g \zeta^{abc} A_i^b \quad (90)$$

и раскладывают  $\Psi(A + \delta A)$  в ряд по  $\delta A$ , приравнивая нулю первый член разложения по  $\delta A$  (см. (45), (46)):

$$\delta\Psi(A) \equiv \int d^3x \frac{\delta\Psi}{\delta A_i^a(x)} \nabla_i^{ac}(A) \lambda^c + O(\lambda^2) = 0. \quad (91)$$

Если функции  $\lambda^c(x)$  гладкие и исчезают на бесконечности достаточно быстро, то условие (91) можно записать в локальной форме

$$\nabla_i^{ac}(A) \frac{\delta\Psi}{\delta A_i^a} = 0. \quad (92)$$

Аналогичное условие известно в КЭД как условие поперечности. Здесь следует подчеркнуть очень важный момент. Первичными являются условия  $\Psi(A') = \Psi(A)$  и интегральное уравнение (91). Им эквивалентны уравнение (92) и, одновременно, условие ограничения возможного класса преобразований гладкими исчезающими на бесконечности функциями

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \lambda^a(x) = 0. \quad (93)$$

Как мы уже подчеркивали в разд. 4, в квантовой теории становятся важными *глобальные свойства* калибровочных преобразований типа

\* Вообще говоря, требуют, чтобы  $\Psi$  была представлением группы инвариантности  $H$ , причем не обязательно «скалярным» представлением, т. е. инвариантом.

(93). Обобщение условия (93) на полное калибровочное преобразование

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} e^{-\hat{\lambda}(x)} = 1 \quad (94)$$

приводит к теории с нетривиальными топологическими свойствами, которые по сути эквивалентны топологическим свойствам модели Швингера, рассмотренным в разд. 4.

Матрица  $e^{\hat{\lambda}(x)}$  определена в области значений группы  $SU(2)$ , которая представляет собой замкнутую сферу трех измерений. Когда  $(x)$  пробегает по всему трехмерному пространству  $R(3)$ , то матрица

$$P_3(x) = e^{-\hat{\lambda}(x)} \quad (95)$$

обегает трехмерную сферу, т. е. представляет собой трехмерный путь на трехмерной сфере, точно так же, как функция (43) является одномерным путем на окружности. Замкнутые трехмерные пути (94) обладают точно такими же топологическими свойствами, как и одномерные пути  $P_1(x)$ . Пути  $P_3(x)$  характеризуются целым числом оборотов вокруг сферы

$$n = -\frac{1}{12\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \text{tr} (P_3^{-1} \partial_i P_3) (P_3^{-1} \partial_j P_3) (P_3^{-1} \partial_k P_3). \quad (96)$$

[Следует отметить, что в обычной КЭД имеется только топологически тривиальное отображение ( $n = 0$ ) трехмерного пространства на одномерную окружность значений калибровочной фазы.]

Все калибровочные поля также разбиваются на классы полей с индексом  $n$ :

$$A_i^{(n)} = P_3^{(n)}(x)^{-1} (A_i^{(0)} + \partial_i) P_3^{(n)}(x). \quad (97)$$

Поля из различных классов нельзя связать между собой непрерывной последовательностью бесконечно малых преобразований (89). Поэтому уравнение Шредингера (87) с гамильтонианом, инвариантным относительно (97), необходимо дополнить условием физической тождественности «точек»  $A_i^{(0)}$ ;  $A_i^{(1)}$  и т. д.:

$$\Psi(A^{(1)}) = e^{i\theta} \Psi(A^{(0)}) \quad (98)$$

[ср. (47) и (50)]. Следуя аналогии с моделью Швингера в калибровке  $A_0 = 0$ , можно указать операторную форму этого условия

$$T\Psi(A) = e^{i\theta} \Psi(A); \quad T = \exp\left(\frac{d}{dN}\right), \quad (99)$$

где  $N[A]$  — функционал от поля  $A$ :

$$N[A] = \frac{g^2}{8\pi^2} \int d^3x \epsilon_{ijk} \left[ \frac{1}{2} \partial_i A_k^a A_j^a + \frac{g}{6} \epsilon^{abc} A_i^a A_k^b A_j^c \right], \quad (100)$$

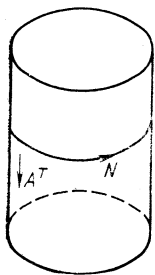


Рис. 3. Конфигурационное пространство  $\{A\}$  неабелевой калибровочной теории

который меняется на целое число при преобразованиях (97) [54]:

$$N[A^{(n)}] = N[A^{(0)}] + n, \quad (101)$$

т. е. несет всю информацию о топологии калибровочного поля. Вариация  $N[A]$  по полю  $A$  совпадает с магнитным полем

$$\delta N[A] / \delta A_a^i(x) = \frac{g^2}{8\pi^2} B_i^a(x). \quad (102)$$

Л. Д. Фаддеев [54] предложил считать величину (100) коллективной динамической переменной и образно представил конфигурационное пространство полевых переменных в виде бесконечномерного цилиндра. Циклической координате на цилиндре соответствует величина  $N$ , а продольным — поперечные неабелевы поля (рис. 3).

Можно ожидать, что фазовая неоднородность волновой функции (98) так же, как и в эффекте Джозефсона, ведет к «незатухающим токам» в этом «цилиндре», т. е. к исчезающим вакуумным напряжениям глюонного поля ( $B \neq 0$ ;  $E \neq 0$ ), которые могли бы объяснить конфайнмент, мешки, спектры масс и т. п.

Реализации этой возможности с помощью инстантонов были посвящены работы [44—49]. Основное предположение этих работ состоит в том, что амплитуда перехода между «точками»  $A(x)_1$  и  $A(x)_2$

$$G\left(A_{(1)}; \frac{T}{2} \middle| A_{(2)}; \frac{T}{2}\right) = \langle A_1 | e^{-iTH} | A_2 \rangle \equiv \sum_{\epsilon} e^{-i\epsilon T} \Psi_{\epsilon}(A_{(1)}) \Psi_{\epsilon}^*(A_{(2)}) \quad (103)$$

представима в виде суммы по классическим путям

$$G \sim \sum_{(\text{пути})} e^{i\theta n} \exp \left\{ i \frac{S_{\text{кл}}(A_{(1)}^{(0)}; A_{(2)}^{(n)})}{\hbar} \right\}, \quad (104)$$

где  $S_{\text{кл}}$  — классическая функция действия для пути из  $A_{(1)}^{(0)}$  в  $A_{(2)}^{(n)} = P_3^{(n)}(A_{(2)}^{(0)} + \partial) P_3^{(n)-1}$  [см. (28), (31)]. Второе предположение: что основной вклад в сумму (104) в пределе  $T = -i\tau \rightarrow -i\infty$ ;  $A_{(1)}^{(0)} = A_{(2)}^{(0)} = 0$  дают решения классических уравнений  $\delta S_{\text{кл}} / \delta A = 0$  с конечным действием — инстантоны. Сравнение (104) со спектральным представлением (103), в котором в пределе  $T \rightarrow -i\infty$  выживает только первое слагаемое с минимальной энергией, привело к вычислению энергии вакуума  $\epsilon_0 \sim \cos \theta$  [45, 49].

Пока единственным строгим аргументом в пользу справедливости инстантонного приближения является квантовая механика, где классические решения, подобные инстантонам, играют роль траекто-

рий туннельного перехода между различными минимумами потенциала.

Следует отметить, что само представление амплитуды (103) в виде суммы по путям (104), которое было сделано для неабелевой теории Фаддеевым, Поповым и др. (см. [55]), строго доказано только в рамках теории возмущений [56]. (Например, Грибов [57] установил, что представление Фаддеева, Попова изменяется, если учитывать неоднозначность неабелевых полей, которая остается после фиксации калибровки и возникает вне рамок теории возмущений.)

Однако уже на уровне спектрального представления (103) квазиклассическая идеология инстантонного приближения сталкивается с трудностью, отмеченной в [26]. Дело в том, что система уравнений Шредингера и дополнительных условий (87), (92), (99) [в отличие от аналогичных уравнений модели Швингера (44), (47), (50)] переопределена и не может иметь физических решений, т. е., строго говоря, вероятность перехода (103) точно равна нулю. Причиной переопределения системы уравнений (87), (92), (99) является зависимость функционала  $N$  от поперечных переменных (102). Легко проверить, что оператор (99), который изменяет  $N$  на целое число  $\hat{T}N = N + 1$ , не коммутирует с гамильтонианом  $[\hat{T}, \hat{H}] \neq 0$ , в то время как классические преобразования  $N' = N + 1$  оставляли гамильтониан инвариантным. Аналогичный пример, в котором симметрия квантовой теории не совпадает с симметрией классической, был разобран в разд. 5, где обсуждалась аксиальная аномалия. Здесь мы имеем дело с топологической аномалией. Обе они возникают вне рамок теории возмущений.

Операторы  $\hat{T}$  ( $\hat{T}\Psi = e^{i\theta}\Psi$ ) и  $\hat{N}$  ( $\hat{N}\Psi = \epsilon\Psi$ );  $[\hat{T}, \hat{N}] \neq 0$  не могут иметь общих собственных функций  $\Psi$ , за исключением случая ( $\epsilon = 0$ ). В этом случае волновая функция есть знакомая нам плоская волна

$$\Psi \sim e^{ipN}; \quad p = 2\pi k + \theta; \quad \frac{\delta N}{\delta A} = \frac{g^2}{8\pi^2} B.$$

Однако импульс  $p$  мнимый:

$$(\hbar p)^2 = -(g^2/8\pi^2)^2 \quad (105)$$

и соответствующая волновая функция не может иметь вероятностной интерпретации — она ненормируема. Такие решения не учитываются в сумме (103). В результате, как мы уже отмечали, вероятность перехода (103) строго равна нулю из-за топологической аномалии.

Модель Швингера указывает на еще один путь построения топологической калибровочной теории: введение независимой топологической переменной, точно так же, как это было сделано в разд. 4 [см. формулы (38), (59), (60)]. Основная идейная трудность такой реализации топологии в том, что мы должны ожидать последователь-

ной релятивистской интерпретации теории только на квантовом уровне, хотя исходим первоначально из классических величин и понятий, которые могут противоречить принципам релятивистской инвариантности. Одним из таких понятий является динамическая переменная одновременного возбуждения системы в целом, которая возникает при решении уравнений связи:

$$\delta S / \delta A_0 = 0; \quad (\nabla_i)^2 A_0 = \nabla_i \partial_0 A_i + j_0; \quad (106)$$

$$A_0 = C(t) \Phi + \left( \frac{1}{\Delta_i^2} \right) (\nabla_i \partial_0 A_i + j_0); \quad \nabla^2 \Phi = 0. \quad (107)$$

Здесь  $j_0$  — цветные токи, а  $C(t)$  — по своему математическому смыслу и есть указанная выше переменная, которая не входит в рамки релятивистских классических принципов.

В модели Швингера эта трудность была обойдена релятивистской нормировкой  $C$  с помощью индекса Понтрягина. Соответствующее выражение для индекса Понтрягина в КХД имеет вид:

$$\nu[A] = \int dt \dot{\nu}; \quad \dot{\nu} = \frac{g^2}{8\pi^2} \int d^3x (\partial_0 A_i - \nabla_i A_0) B_i. \quad (108)$$

Чтобы упростить рассмотрение такой теории (106)—(108), сделаем приближение, согласно которому все поперечные переменные равны нулю:

$$\partial_0 A_i^a = 0. \quad (109)$$

В КЭД такое приближение называется электростатикой, при этом фактически пренебрегается эффектами виртуального вакуума, и в лагранжиане остается только кулоновская часть взаимодействия. В КЭД этого достаточно, чтобы с хорошей точностью описать спектр атомов, понять многие явления атомной и молекулярной физики. Соответствующее приближение в КХД без виртуального вакуума будем называть хромостатикой.

Основное отличие хромостатики от электростатики заключается в том, что в КХД существуют стационарные решения уравнений глюонных полей,  $(\delta S / \delta A_i) = 0$ , без внешних источников этих полей. Например, в работах Адлера [24], посвященных евклидовой хромостатике, в качестве таких вакуумных глюонных полей рассматриваются решения уравнения

$$B_i^a = (\nabla_i \Phi)^a.$$

Прямое обобщение этих уравнений на пространство Минковского

$$B = i \nabla_i \Phi \quad (110)$$

приводит к комплексным неабелевым полям. (Следует отметить, что до сих пор все попытки обобщения нетривиальной топологии калибровочных полей на пространство Минковского, как правило, используют комплексные поля [26, 49].) Главным аргументом выбора уравнений вакуума (110) для теории (101)—(108) является релятивистски-



инвариантная форма взаимодействия вакуума (110) с цветными токами (см. приложение).

При получении гамильтониана в теории (101)–(108) необходимо учесть, что индекс Понтрягина на решениях (110) становится мнимым и для самосогласованности квантовой теории коллективного возбуждения канонически сопряженный импульс

$$\hbar p = \delta S / \delta \dot{v}$$

также должен быть мнимым. Для импульса, определенного формулой (105), гамильтониан вакуума исчезает, в то время как гамильтониан взаимодействия с вакуумом  $A_\mu = (\Phi, A_i)$  имеет вид:

$$H = \int d^3x j_\mu A^\mu + \frac{1}{2} \int d^3x j_0 \frac{1}{\nabla^2} j_0 + O(g^2). \quad (111)$$

Здесь из слагаемого порядка  $O(g^2)$  выделен аналог кулоновского взаимодействия в КЭД. Первое слагаемое в (111) не зависит от константы связи.

При выборе решений уравнения (110) необходимо иметь в виду, что поле  $\Phi$  играет «квантовую» роль одного из коэффициентов операторного разложения электрического поля (107)

$$\hat{E}_i \sim \hat{p} \nabla_i \Phi + \dots$$

и должно быть нормируемым

$$\int d^3x (\nabla_i \Phi)^2 < \infty$$

в соответствии с принципом вероятностной интерпретации квантовой теории. Как показывает Адлер [24], существует только единственное решение уравнений типа  $B \sim \nabla \Phi$ , которое имеет конечную норму

$$A_\mu^a = \frac{\hbar c}{e} \sum_{\mu\nu} \delta^{\mu\nu} \ln \rho(x); \quad \rho(x) = e^{-k_0 t} \frac{\text{sh } k_0 |x+X|}{k_0 |x+X|}, \quad (112)$$

где  $X_i, k_0$  — произвольные параметры положения и масштаба [см. формулы (22)–(24)]. Решения подобного типа впервые рассматривались в [58]. (Для краткости, следуя Полякову, будем называть их «ежами».) Нормируемый спектр оператора  $(i\nabla_i)^2$  в (111) строго положителен, что указывает на стабильность вакуума (112).

Покажем, что рассматриваемого приближения хромостатики (в отсутствие виртуального вакуума) достаточно, чтобы убедиться в одном из критериев конфайнмента в пространстве Минковского — отсутствии полюсов у точной функции Грина\*:

$$\begin{aligned} G(p) &= (2\pi)^4 \delta^4(p-q) \doteq \\ &= \frac{1}{\int d^3X} \int d^3x \int d^4y e^{ipx - iqy} G(x, y). \end{aligned} \quad (113)$$

\* Феноменологическая модель адронов, основанная на этом факте, рассматривается в [59].

Здесь  $G(x, y)$  удовлетворяет условию

$$\gamma_\mu (\partial_\mu + gT^a A_\mu^a) G(x, y) = -\delta^4(x-y), \quad (114)$$

$T^a$  — матрицы представления группы цвета для кварка. В (113) сделано усреднение только по параметрам положения ежа, поскольку в более полной теории эти параметры играют роль динамических переменных. Масштаб  $k_0$  такой роли не может играть (так как соответствующая переменная ненормируема [24]), и должен рассматриваться как феноменологический параметр типа «размера прибора» в КЭД (см. разд. 2).

Согласно работе [60], где найдены полные наборы нормируемых решений уравнений Дирака в пространстве Минковского

$$\gamma_\mu (\partial_\mu + gT^a A_\mu^a) \psi = 0; \quad \bar{\psi} \gamma_\mu (-\overleftarrow{\partial}_\mu + gT^a A_\mu^a) = 0$$

для левых ( $L$ ) и правых ( $R$ ) кварков точные функции Грина имеют вид:

$$G_L(x, y) = \left( \frac{\rho(x)}{\rho(y)} \right)^T G_0(x-y); \quad G_R(x, y) = \left( \frac{\rho(y)}{\rho(x)} \right)^T G_0(x-y),$$

где  $G_0$  — пропагатор свободного кварка;  $T$  — число, обозначающее размерность представления ( $T = 1/2, 1, \dots$ ).

Выражение (113) легко вычислить, если воспользоваться замечательной формулой

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{\int_V d^3X} \int_V d^3X \left( \frac{\rho(x)}{\rho(y)} \right)^T = \rho(T(x-y))|_{x=0},$$

которая доказывается почленным разложением по  $(x-y)$  и отбрасыванием членов, исчезающих в бесконечном объеме  $V$ . В результате для точного пропагатора получаем следующую оценку:

$$G(p) = \int d^4y e^{ipy} \rho(Ty) G_0(y) \sim \sim \frac{1}{2|p|2Tk_0} \left( \ln \frac{p_0 - |p| + 2iTk_0}{p_0 + |p| + 2iTk_0} - \ln \frac{p_0 - |p| + i\epsilon}{p_0 + |p| + i\epsilon} \right). \quad (115)$$

Мы опустили здесь несущественные алгебраические факторы типа  $\hat{p}$ , которые отражают многокомпонентность кварков. Это типичный пропагатор конфайнмента, который в пределе  $Tk_0 \rightarrow 0$  переходит в запаздывающий пропагатор свободного кварка

$$\lim_{Tk_0 \rightarrow 0} G(p) \sim \frac{1}{2|p|} \left( \frac{1}{p_0 - |p| + i\epsilon} - \frac{1}{p_0 + |p| + i\epsilon} \right) = \frac{1}{p_0^2 - |p|^2 + i\epsilon p_0}.$$

Предел  $Tk_0$  означает либо бесцветность  $T = 0$ , либо область малых расстояний  $p^2 \rightarrow \infty$ .

Важно отметить, что интеграл (115) имеет математический смысл (т. е. не расходится) только в пространстве Минковского и для запаздывающих функций Грина. (В евклидовом пространстве существуют совершенно другие критерии для выбора «физических» решений уравнений Дирака и соответственно функций Грина [24]. Этот факт объясняет противоположный вывод работ Адлера [24] об отсутствии конфайнмента в евклидовом вакууме типа ежа.)

Подобную физическую картину хромостатики можно рассматривать пока как пример альтернативной версии конфайнмента, которая не связана с поведением эффективной константы связи (1) и фазовыми переходами. Нужно иметь в виду, что последовательная теория еще находится в стадии формулировки. При этом сделан ряд предложений о расширении области значений физических величин, которые столь же необычны с классической точки зрения, как в свое время были необычны выводы Дирака о расширении области значений энергетического спектра на отрицательные числа.

Однако уже на данной стадии хромостатики можно увидеть некоторые положительные моменты.

1. Существуют киральные преобразования, которые «раздевают» точные пропагаторы кварков внутри диаграмм Фейнмана, эти пропагаторы становятся свободными в безмассовом пределе, и в этом смысле теория возмущений мало чем отличается от теории возмущений в КЭД или в обычной КХД.

2. Эти киральные преобразования оставляют  $U(1)$ -аномалию и возможность решения проблемы девятого псевдоскалярного мезона по аналогии с моделью Швингера.

3. Возникает эффективная зависимость массы кварков от расстояний.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы попытались здесь изложить некоторые тенденции в понимании вакуума КХД. Суть этих тенденций заключается в экспансии квантовых представлений и постепенном осознании того, что так называемая классическая релятивистская теория поля есть продукт квантово-механических представлений 30-х годов и не может иметь последовательной классической интерпретации точно так же, как не может иметь такой интерпретации уравнение Дирака. Мы дали квантовую версию «объяснения» конфайнмента в духе эффекта Джозефсона. В стороне остались численные расчеты на ЭВМ, которые жестко привязаны к ренормгрупповой формулировке КХД, попытка представить теорию Янга — Миллса как полностью интегрируемую систему и классические пути решения проблемы удержания кварков в духе критерия Вильсона и т. д.

Как наиболее плодотворно рассматривать проблему вакуума: как трудную математическую задачу для ЭВМ или как тайну для человеческого ума? — покажет время.

Настоящий обзор оформился в процессе чтения лекций для молодых ученых Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ и для сотрудников и студентов кафедры теоретической физики Ташкентского университета. В заключение я хотел бы выразить признательность Л. И. Липидусу, Б. М. Понтекорво, М. М. Мусаханову за предоставленную возможность прочитать эти лекции.

Я благодарен С. Адлеру, А. В. Ефремову, А. М. Полякову и В. А. Рубакову за обсуждение ряда вопросов, отраженных в обзоре.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ К РАЗД. 6. ХРОМОСТАТИКА

Рассмотрим теорию неабелевых полей, описываемых действием и индексом Понтрягина

$$S = \int d^4x \left[ \frac{1}{2} (\partial_0 A_i - \nabla_i A_0)^2 - \frac{1}{2} B_i^2 + j_\mu^a A_\mu^a \right]; \quad (\text{П.1})$$

$$\mathbf{v} = \int d^4x \frac{g^2}{8\pi^2} (\partial_0 A_i - \nabla_i A_0)^a B_i^a. \quad (\text{П.2})$$

Сделаем приближение  $\partial_0 A_i = 0$  и подставим в (П.1) и (П.2) решение уравнения движения

$$\nabla^2(A) A_0 = j_0; \quad A_0 = C(t) \Phi + \frac{1}{\nabla_i^2} j_0; \quad (\nabla_i^2 \Phi = 0). \quad (\text{П.3})$$

В результате получим  $S = \int dt L$ ;  $\mathbf{v} = \int dt \dot{\mathbf{v}}$ , где

$$L(A) = \int d^3x \left[ -\frac{1}{2} B^2 - j_i^a A_i^a + \frac{1}{2} j_0 \frac{1}{\nabla^2} j_0 \right] + \frac{1}{2} C^2(t) \left[ \int d^3x (\nabla \Phi)^2 \right] + C(t) \int d^3x \left[ j_0 \Phi + \nabla_i \Phi \left( \nabla_i \frac{1}{\nabla^2} j_0 \right) \right]; \quad (\text{П.4})$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{g^2}{8\pi^2} \int d^3x \left[ C(t) \nabla_i \Phi + \nabla_i \frac{1}{\nabla^2} j_0 \right] B_i. \quad (\text{П.5})$$

Лагранжиан (П.4) в силу (П.3) не зависит локально от поля  $\Phi$ . Этот факт определяет правила перебрасывания производных в выражениях типа

$$- \int d^3x (\nabla_i \Phi) \left( \nabla_i \frac{1}{\nabla^2} j_0 \right) = \int d^3x j_0 \Phi, \quad (\text{П.6})$$

Выразим в (П.4) переменную  $C(t)$  через ковариантную переменную (П.5) и вычислим гамильтониан

$$H = \dot{\mathbf{v}} \hbar \mathbf{p} - L; \quad \hbar \mathbf{p} = \delta L / \delta \dot{\mathbf{v}}.$$

В результате получим выражение, аналогичное гамильтониану (79) в модели Швингера (79):

$$H_{\text{tot}} = H_{\text{vac}} + H_j; \\ H_{\text{vac}} = \int d^3x \frac{1}{2} B^2(x) + \frac{1}{2} \left[ \left( \int d^3x B \nabla \Phi \right)^2 / \int d^3x (\nabla \Phi)^2 \right] \left( \hbar p \frac{g^2}{8\pi^2} \right)^2; \quad (\text{П.7}) \\ H_j = \int d^3x \left[ -\frac{1}{2} j_0 \frac{1}{\nabla^2} j_0 + j_i A_i - \left( \hbar p \frac{g^2}{8\pi^2} \right) B_i \left( \nabla_i \frac{1}{\nabla^2} j_0 \right) \right].$$

Нетрудно убедиться, используя (П.6), что в классе вакуумных полей  $B = i \nabla \Phi$ , и для констант связи (105) гамильтониан (П.7) принимает вид (111).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Efremov A. V., Radyushkin A. V.— Riv. Nuovo cimento, 1980, v. 3, N 2.
2. Gross D., Wilczek F.— Phys. Rev., 1973, v. D8, p. 3633.
3. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976; Владимиров А. А., Ширков Д. В.— УФН, 1979, т. 129, вып. 3, с. 407.
4. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с андронами: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
5. Гелл-Ман М., Рамон П., Сланский Р.— УФН, 1980, т. 130, с. 459; Рубаков В., Шапошников М.— В кн.: Тр. XV Международной школы по физике высоких энергий. Дубна, 1982, Дубна-Д2, 4-83-179, 1983, с. 5.
6. Bollini D., Savin J. A. e. a.— Phys. Lett., 1981, v. 104B, p. 403.
7. Montvay I. DESY-83-001 Preprint, Hamburg, 1983.
8. Клерк-Максвелл Дж. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля: Пер. с англ. М.: Физматгиз, 1954.
9. Weyl H.— Z. Phys., 1929, Bd 56, S. 330.
10. Fock V.— Z. Phys., 1927, Bd 39, S. 226.
11. Yang C. N., Mills R. L.— Phys. Rev., 1954, v. 96, p. 191.
12. Вайнберг С.— УФН, 1979, т. 132, с. 201; Салам А.— Там же, с. 229; Глэшоу Ш.— Там же, с. 219.
13. Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyller H.— Phys. Lett., 1973, v. 47B, p. 375.
14. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н. ОИЯИ D-1968, Дубна, 1965.
15. Бьеркен Д. Дж., Дрелл С. Д. Релятивистские квантовые поля. М.: Наука, 1976.
16. Борн М. Моя жизнь и взгляды: Пер. с англ. М.: Прогресс, 1973.
17. Savidy G. K.— Phys. Lett., 1977, v. 71B, p. 133; Matinyan S. G., Savidy G. K.— Nucl. Phys., 1978, v. B134, p. 539.
18. Nielsen N. K., Ollesen P.— Nucl. Phys., 1978, v. B144, p. 376; Nielsen H. B.— In: Particle Physics, 1980/Ed. by I. Andric e. a. Amsterdam, N.Y., Oxford, North-Holland Publ. Company, p. 67.
19. Вайнштейн А. И. и др.— УФН, 1982, т. 136, с. 553.
20. Lee T. D. Particle Physics and Introduction to Field Theory. Harwood Acad. Publ., 1981.
21. Bogolubov P. N.— Ann. Inst. H. Poincare, 1967, v. 8, p. 163.
22. Chodos A. e. a.— Phys. Rev., 1974, v. D9, p. 239.
23. Bardeen W. A. e. a.— Phys. Rev., 1975, v. D4, p. 1094.
24. Adler S.— Phys. Rev., 1976, v. D17, p. 3212; v. D18, p. 411.
25. Протогенов А. М.— ЯФ, 1979, т. 29, с. 554.
26. Первушин В. Н.— ТМФ, 1980, т. 45, с. 394.
27. Первушин В. Н.— ЯФ, 1982, т. 36, с. 263.
28. London F.— Phys. Rev., 1938, v. 54, p. 947.
29. Landau L. D.— J. Phys. USSR, 1941, v. 5, p. 71.
30. Bogolubov N. N.— J. Phys. USSR, 1947, v. 9, p. 23.
31. Dirac P. A. M.— Proc. Roy. Soc., 1928, v. A117, p. 610.
32. Блохинцев Д. И.— УФН, 1950, т. 42, вып. 1, с. 78; 1951, вып. 1, с. 104.
33. Блохинцев Д. И.— Техника молодежи, 1982, № 3, с. 42.
34. Jordan P.— Z. Phys., 1935, Bd 93, S. 464; 1936, Bd 98, S. 759; Bd 99, S. 109; Bd 102, S. 243; 1937, Bd 105, S. 114, 229; Socolow A. A.— Phys. Z. Sow. Union, 1937, Bd 2, S. 148.
35. Schwinger J.— Phys. Rev., 1962, v. 128, p. 2425.
36. Пиева Н. Р., Первушин В. Н. JINR E2-3-283, Dubna, 1983, ЯФ, 1984, т. 39, с. 1011.
37. Rubakov V. A.— Nucl. Phys. D. 1982, v. 203, p. 311.
38. Kogut J., Susskind L.— Phys. Rev., 1975, v. D11, p. 3594.
39. Lowenstein J., Swieca A.— Ann. Phys. (N.Y.), 1971, v. 68, p. 172.

40. Coleman S.— Ann. Phys., N.Y., 1976, v. 101, p. 239.
41. Красников Н. В. и др.— ТМФ, 1980, т. 45, с. 313.
42. Трейман С., Джекив А., Гросс Д. Лекции по алгебре токов. М.: Атомиздат, 1978, с. 112.
43. Gribov V. N. Preprint KFKI-1981-66.
44. Polyakov A. M.— Phys. Lett., 1975, v. 59B, p. 83; Belavin A. A. e.a.— Ibid., p. 85.
45. Polyakov A. M.— Nucl. Phys. B, 1976, v. 120, p. 429.
46. 't Hooft G.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 8; Phys. Rev., 1976, v. D14, p. 3432.
47. Callan C. G. e.a.— Phys. Lett., 1976, v. 63B, p. 334.
48. Jackiw R., Rebbi C.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 172.
49. Callan G. G. e.a.— Phys. Rev., 1979, v. D19, p. 1826; Илгенфритц М., Казаков Д. И., Мюллер-Пройскер М.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 1107.
50. Witten E.— Nucl. Phys., 1979, v. B156, p. 269; Veneziano S.— Ibid., v. B159, p. 213.
51. Волков М. К.— ЭЧАЯ, 1982, т. 13, вып. 5, с. 1070.
52. Weinberg S.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 40, p. 223.
53. Красников Н. В., Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, вып. 1, с. 100.
54. Фаддеев Л. Д.— В кн.: Материалы IV Междунар. совещ. по нелокальным теориям поля. 1976. ОИЯИ, Д1-9788, Дубна, 1977, с. 267.
55. Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1976.
56. Славнов А. А.— ТМФ, 1975, т. 22, с. 177.
57. Gribov V. N.— Nucl. Phys., 1976, v. B106, p. 189.
58. Поляков А. М.— Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 430.
59. Ефимов Г. В., Иванов М. А.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, вып. 5, с. 1220.
60. Pervushin V. N., Horjesi J. E2-82-316, JINR, Dubna, 1982.