

КВАРКОВЫЕ КОНФИГУРАЦИИ В ЛЕГЧАЙШИХ ЯДРАХ

В. Г. Неудачин, И. Т. Обуховский, Ю. Ф. Смирнов

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ,
Москва

NN -взаимодействие в области обычно обсуждаемой отталкивающей сердцевины (кора) рассмотрено с позиций кварковой модели как многочастичное явление, не сводимое к NN -отталкиванию. Различные приближения, используемые в кварковых расчетах NN -сил, проанализированы с помощью обобщения алгебраической техники, развитой ранее для изучения нуклонных ассоциаций (кластеров) в атомных ядрах (операторы Казимира, генеалогические коэффициенты, аппарат группы перестановок). Показано, что знание операторной структуры кваркового гамильтониана позволяет делать важные физические выводы о характере NN -взаимодействия. Предполагая, что цветомагнитное взаимодействие в кварковых системах является достаточно мощным (например, способно объяснить расщепление $N - \Delta$), получаем ряд интересных следствий для области малонуклонных корреляций в легчайших ядрах (d , t , α): цветомагнитное притяжение нуклонов в области коры, энергетическую выделенность необычных кварковых конфигураций (s^4p^2 , s^5p^4 , s^6p^6 и т. д.) по сравнению с симметричными состояниями (s^6 , s^8 , s^{12}), жесткость корреляций из-за узлового характера волновых функций (а не из-за бесконечного отталкивающего кора).

Nucleon-nucleon interaction in the core region is discussed on the basis of quark model as a multiparticle phenomenon which is not reduced to the N - N repulsion. Many approaches usually using in quark calculations of N - N forces is analysed in terms of algebraic techniques which has been early developed for investigation of nucleon associations (clusters) in nuclei (Casimir operators, fractional parentage coefficients, apparatus of the permutation group). It is shown that one can make some interesting conclusions concerning a character of the N - N interaction if the operator form of quark Hamiltonian is known only. Assuming strong colour magnetic interaction of quarks (colour magnetic origin of N - Δ splitting, etc.) one gets some interesting results on qualities of few nucleon correlations in the lightest nuclei (d , t , α), for example a colour magnetic attraction in the core region, unusual quark configurations (s^4p^2 , s^5p^4 , s^6p^6 , etc.) which are energetically outstanding, hard nucleon correlations in consequence of a node from of the wave function (but not because of hard repulsion core), etc.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время происходит очень активный пересмотр с кварковых позиций свойств малонуклонных систем и NN -взаимодействия в области сравнительно малых (по ядерным масштабам) расстояний порядка радиуса феноменологического кора $r_c \approx 0,5 \div 0,7$ фм и близкого к нему по значению адронного радиуса r_h . Идея о короткодействующем отталкивании [1] в NN -системе и концепция ОВЕР [2] уже не рассматриваются как бесспорные, хотя эти представления

и определяли первые весьма прямолинейные попытки оправдать NN -отталкивание, исходя из кварк-кварковых сил [3—9].

Трудность здесь в том, что точная реализация кваркового подхода к NN -взаимодействию пока невозможна, поскольку в области $r \approx r_c$, r_h определяющую роль играет вклад глюонного и кваркового конденсата [10], и теория возмущений КХД неприменима. Тем не менее мы уже знаем достаточно много, чтобы пытаться искать решение ряда вопросов, связанных, например, со свойствами симметрии мультикварковых систем, т. е. с операторной структурой

qq -взаимодействия вида $\sum_{\alpha=1}^8 \lambda_i^\alpha \lambda_j^\alpha \sigma_i \sigma_j$, $\sum_{\alpha=1}^8 \lambda_i^\alpha \lambda_j^\alpha$ и т. д. Эти специфические операторы определяют нетривиальные качественные особенности взаимодействия нуклонов уже как составных частиц — «кварковых кластеров».

Рассмотрение этих вопросов в связи с малонуклонными корреляциями (МНК) [11] в легчайших ядрах и является предметом данного обзора. В значительной степени используется алгебраический аппарат [12] модели нуклонных ассоциаций (кластеров) в атомных ядрах. Но он существенно обобщается [13, 14] в связи с наличием цвета у кварков.

Сущность проблемы заключается в том, насколько представления о многокварковых конфигурациях в ядрах помогут создать единую основу для описания NN -взаимодействия в широком интервале энергий от нуля до нескольких гигаэлектрон-вольт, помогут преодолеть известные трудности теории легчайших ядер и т. д. Например, вклад шестикварковых конфигураций в NN -рассеяние эффективно может проявляться через узел у волновой функции в двухчастичном (NN) канале. В результате мы приходим к новой, «узловой», феноменологии, которую можно рассматривать как альтернативу нефизическому бесконечному кору в NN -силах. Оба типа феноменологии приводят к фазово-эквивалентному описанию NN -рассеяния, но различаются по поведению вне массовой поверхности, и это должно приводить к наблюдаемым эффектам в малонуклонных системах.

Несколько слов о развитии этих взглядов. Примерно 10 лет назад мы отметили [15], опираясь на наш опыт исследования составных ядерных частиц ($\alpha - \alpha$, $\alpha - t$, $t - t$) [16] и другие предпосылки [17], что вопрос о феноменологии NN -отталкивания не так очевиден, как кажется. В самом деле, при исследовании $\alpha\alpha$ -рассеяния долго говорилось об отталкивании на малых расстояниях [18], связанном с принципом Паули. Но оказалось, что отталкивания нет, принцип Паули не запрещает α -частицам «проникать друг в друга», а действует совсем иначе. Именно, есть сильное притяжение, которое как бы замаскировано наличием состояний, запрещенных принципом Паули [19] (это конфигурации s^3 и $s^3 p^2$), что приводит к радикальной переформулировке [20] теоремы Левинсона [21]. В результате волновая функция в S -состоянии имеет в области перекрывания

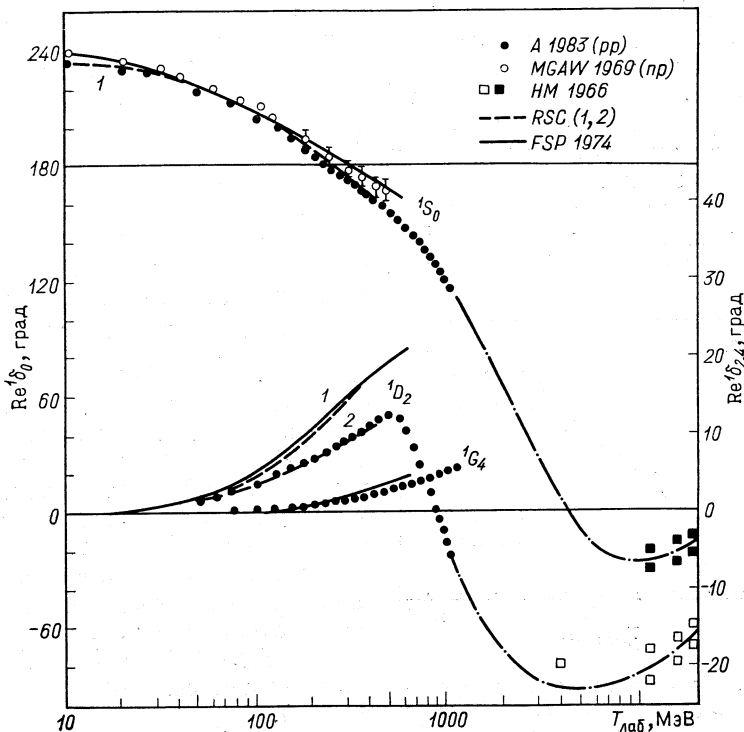


Рис. 1. Фазовые сдвиги в синглетном канале NN -рассеяния:

1 — без учета L -зависимости в NN -потенциале; 2 — с учетом L -зависимости. RSC — для потенциала Рейда [43], FSP — для модели ПЗС [22], штрихпунктирные кривые — экстраполяция в борновскую область в модели ПЗС при учете обобщенной теоремы Левинсона [22]. Данные фазовых анализов: A , $MGAW$ по [30], HM — по результатам анализа дифференциального сечения при $T_{\text{лаб}} > 10$ ГэВ [31]

α -частиц два узла, положение которых сравнительно устойчиво в широком интервале энергий рассеяния, а феноменологический кор в $\alpha\alpha$ -потенциале лишь имитирует устойчивость наружного узла [16].

Аналогичным был наш подход [22] к анализу фазовых сдвигов синглетного NN -рассеяния, который объединил в общую картину E -зависимость фаз низших парциальных волн (в S -волнах фазы смещены на π вверх) в области низких ($T_{\text{лаб}} < 1$ ГэВ) и высоких ($T_{\text{лаб}} \gg 1$ ГэВ) энергий (рис. 1). При этом вместо отталкивающей сердцевинки использовался короткодействующий глубокий потенциал притяжения (общий для всех парциальных волн) с одним запрещенным состоянием в S -волне (сокращенно ПЗС) плюс ОРЕР в периферической области. Волновая функция S -состояния имеет в ПЗС один узел в точке $r \approx r_c$ [22]. Это приводит к большому положительному значению логарифмической производной S -волны в области $r \approx r_c$, причем эта производная слабо зависит от энергии, что сбли-

жает ПЗС с моделью граничных условий Фешбаха — Ломона [23]. Заметим, что речь идет о логарифмической производной на малых расстояниях $r \approx r_c$ в отличие от расстояний $r \approx 1,5$ фм, обсуждавшихся в ряде последних работ [24—28], где эта производная имеет полюсную зависимость от энергии.

В пользу того, что эффективный NN -потенциал в области $r \approx r_c$ не изменяет знака своей производной и сохраняет большой градиент, говорят также большие спин-орбитальные силы в этой области, приводящие к расщеплению 3P_J -фаз рассеяния на десятки градусов при $E_{\text{лаб}} \gtrsim 200$ МэВ. Образум, следуя Сигнелу [29], спин-орбитальную комбинацию этих фаз

$$P_{LS} = -\frac{1}{12} (2{}^3P_0 + 3{}^3P_1 - 5{}^3P_2)$$

(рис. 2). При $E < 500$ МэВ, где фазовый анализ надежен, P_{LS} монотонно растет, причем и при $E \gtrsim 500$ МэВ, где данные менее надежны, сохраняется тенденция к росту P_{LS} . При этом знак спин-орбитального взаимодействия такой же, как и у соответствующего члена в нуклон-ядерном оптическом потенциале, т. е. притяжение, если $LS > 0$ ($J = L + 1$), и отталкивание, если $LS < 0$ ($J = L, L - 1$).

Работа [22] вызвала определенные отклики [32], но лишь сейчас,

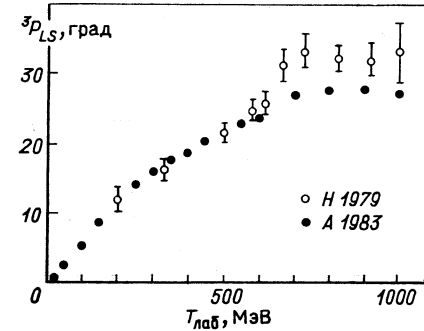


Рис. 2. Спин-орбитальная комбинация P_{LS} фазовых сдвигов 3P_J -волн по данным [30]

по-видимому, возникла микроскопическая основа для выделенности кварковой конфигурации s^4p^2 , соответствующей узлу в NN -системе, т. е. как бы наличию «запрещенного состояния». Эта основа прямо уже не связана с запретом Паули, поскольку s -оболочка имеет 12 «свободных мест» [34], а определяется характером qq -взаимодействия. Именно, главную роль играет цветоманнитный (ЦМ) член взаимодействия $H_{CM} \sim \alpha_s \sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j$ (см. [35, 36]), который задает

ЦМ-притяжение в qq -парах, симметричных в CS -пространстве, и отталкивание в антисимметричных. В итоге оказывается, что конфигурация s^4p^2 [42] \times [42] $_{CS}$ (см. [44]), по-видимому, доминирует в NN -системе над обсуждавшейся раньше конфигурацией s^6 [6] \times \times [2³] $_{CS}$, и этот эффект еще более усиливается при переходе к системам $3N$ и $4N$ [37, 38]. Мы обсудим ниже эти вопросы и рассмотрим также необходимые формальные методы.

1. КВАРКОВЫЕ ПОДХОДЫ К NN -ВЗАИМОДЕЙСТВИЮ. НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

Впервые объединенная кварковая конфигурация s^6 в дейтроне рассматривалась Дайсоном [39]. Это — простейшая возможность, поскольку в нуклоне принята конфигурация s^3 и симметричная орбитальная схема Юнга [3]_X. По правилам внешнего умножения схем Юнга [40] нетрудно получить для системы двух нуклонов

$$[3]_X \times [3]_X = \begin{cases} [6]_X + [42]_X & \text{при четных } L = 0, 2 \dots; \\ [51]_X + [3^2]_X & \text{при нечетных } L = 1, 3 \dots \end{cases} \quad (1)$$

Если перекрывание двух $3q$ -кластеров происходит адиабатически, то при нулевом межкластерном расстоянии ($r_{3q-3q} = 0$) «выживает» только одна схема Юнга [6]_X из перечисленных в (1), и реализуется общая конфигурация s^6 (при $r_{3q-3q} = 0$ кварковые орбитали разных нуклонов неразличимы).

После того, как была выяснена в общих чертах операторная структура qq -взаимодействия [41, 42], уже нетрудно было установить [3—9], что конфигурации s^6 соответствует NN -отталкиванию («мягкий» кор высотой 300—500 МэВ — см. ниже). Этот факт вызвал всеобщее удовлетворение, так как хорошо согласовался с известной феноменологией NN -рассеяния [43]. Упомянутые работы [3—5] были сделаны в стандартном адиабатическом подходе атомной физики — по методу Борна — Оппенгеймера (МБО). Это приближение, как мы увидим ниже, не позволило учесть каналы цветомагнитного притяжения нуклонов, соответствующие нетривиальной симметрии [42]_X. Важность этих каналов была отмечена в [15, 44], где использовались кварковые оболочки и простые общие алгебраические аргументы, следующие из (1).

Затем все эти вопросы интенсивно обсуждались уже в работах [8, 45—49], выполненных по методу резонирующих групп (МРГ) [50]. Этот метод, формально будучи весьма универсальным, является в то же время специфически машинным, не аналитическим методом и не обладает достаточной физической прозрачностью. Поэтому оказалось продуктивным сопоставление [45, 48] МРГ с нашим алгебраическим (по сути дела оболочечным) подходом [13—15, 44], что позволило устранить некоторые первоначальные ошибки применения МРГ (неучет важных $6q$ -состояний). Конструктивную роль, несомненно, будет играть адиабатический вариант МРГ, предложенный Харвеем [6], который обладает достоинствами более развитой аналитичности и алгебраизации. Поэтому в основе нашего обсуждения будет лежать подход Харвея. Рассмотрим все эти вопросы последовательно, переходя от простых методов к более сложным. При этом простые оценки, независимые от формы qq -взаимодействия, удобно выполнять с помощью техники казимировских инвариантов.

Техника казимировских инвариантов. В общем случае гамилтониан парного qq -взаимодействия имеет вид [42] (опускаем сумми-

рование по цветному индексу)

$$H_{\text{int}} = \sum_{i < j}^N \lambda_i \lambda_j V^c(r_{ij}) - \sum_{i < j}^N \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j V(r_{ij}), \quad (2)$$

где $V^c(r)$ и $V(r)$ нельзя пока вывести из первых принципов, и вид этих потенциалов в достаточной степени произволен. Операторы $\sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j$ и $\sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j$ являются инвариантами следующих групп: цветной $SU(3)_C$, спиновой $SU(2)_S$ и их расширения — CS -группы, введенной Джаффе [35]:

$$SU(6)_{CS} \supset SU(3)_C \times SU(2)_S. \quad (3)$$

Поэтому собственные значения этих операторов можно выразить через соответствующие казимировские инварианты групп (3). Казимировский инвариант второго порядка $C_2^{(n)}$ группы $SU(n)$ является

обобщением квадрата полного спина $C_2^{(2)} \equiv S^2 = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \sigma_i^x \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \sigma_i^y \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \sigma_i^z \right)^2$ на случай группы произвольного

ранга n : $C_2^{(n)} = \sum_{a=1}^{n^2-1} \left(\frac{1}{2} \Lambda^a \frac{1}{2} \Lambda^a \right)$, где $\Lambda^a = \sum_{i=1}^N \Lambda_i^a$ — генераторы группы $SU(n)$, нормированные соотношением $\text{Sp} \Lambda_i^a \Lambda_i^a = 2$ (так же как и σ -матрицы). Например, для группы $SU(3)_C$ в прямом

произведении $\underbrace{q \times q \times \dots \times q}_N$ спиноров $q = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ этой группы

имеем

$$C_2^{(3)} = \sum_{a=1}^8 \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \lambda_i^a \right) \left(\sum_{j=1}^N \frac{1}{2} \lambda_j^a \right), \quad (4)$$

откуда получаем

$$\sum_{i < j}^N \sum_{a=1}^8 \lambda_i^a \lambda_j^a = 2C_2^{(3)} - 2N \frac{4}{3}, \quad (5)$$

где фактор $4/3$ вычислен исходя из нормировки λ -матриц: $\sum_{a=1}^8 \frac{1}{2} \lambda_i^a \frac{1}{2} \lambda_i^a = \frac{8}{3} \text{Sp} \frac{1}{2} \lambda_i^a \frac{1}{2} \lambda_i^a = \frac{4}{3}$. Такого рода выкладки приводят к формуле Джаффе [35]

$$-\sum_{i < j}^N \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j = -4C_2^{(6)} + 2C_2^{(3)} + \frac{4}{3} C_2^{(2)} + 8N. \quad (6)$$

Собственные значения казимировских инвариантов $C_2^{(n)}([f])$ для неприводимого представления (НП) группы $SU(n)$ с помощью стандартной теоретико-групповой техники [53] можно выразить через длины (f_i) строк схемы Юнга $[f] \equiv [f_1, f_2, \dots, f_n]$, которая также является инвариантом данного НП [54],

$$C_2^{(n)}([f]) \equiv \langle [f] | C_2^{(n)} | [f] \rangle = \frac{1}{2} [f'_1 + n - 1] + f'_2(f'_2 + n - 3) + \dots + f'_{n-1}(f'_{n-1} - n + 3) - \frac{1}{2n} \left(\sum_{i=1}^{n-1} f'_i \right)^2, \quad f'_i = f_i - f_n. \quad (7)$$

Оценка ЦМ-вклада. Сравним сначала вклады взаимодействия (2) в массы нуклона и Δ -изобары. В оболочечных обозначениях волновые функции этих барионов имеют вид

$$\left. \begin{aligned} |N\rangle &= |s^3 [3]_X, [1^3]_C [21]_S ([21]_{CS} [21]_I : [1^3]_{XCSI}); \rangle \\ |\Delta\rangle &= |s^3 [3]_X, [1^3]_C [3]_S ([1^3]_{CS} [3]_I : [1^3]_{XCSI}); \rangle \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь схема Юнга в CS -пространстве $[f]_{CS}$ определена однозначно

$$[1^3]_C \circ [21]_S = [21]_{CS}, \quad [1^3]_C \circ [3]_S = [1^3]_{CS} \quad (9)$$

по правилам внутреннего произведения [40]. Используя (2), (5) — (7), получаем

$$\left. \begin{aligned} \langle N | H_{\text{int}} | N \rangle &= C + \langle V \rangle \langle [21]_{CS} | - \sum_{i < j}^{N=3} \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j | [21]_{CS} \rangle = C - 8 \langle V \rangle; \\ \langle \Delta | H_{\text{int}} | \Delta \rangle &= C + 8 \langle V \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$C = \langle V^c \rangle \langle [1^3]_C | \sum_{i < j}^{N=3} \lambda_i \lambda_j | [1^3]_C \rangle = -8 \langle V^c \rangle.$$

Мы вынесли за знак суммирования в (10) орбитальный матричный элемент $\langle V \rangle$ парного потенциала $V(r_{ij})$, одинаковый для любой пары кварков в конфигурации s^3 . Числовое значение $\langle V \rangle$ можно оценить по известной разности масс $m_\Delta - m_N \approx 300$ МэВ

$$\langle \Delta | H_{\text{int}} | \Delta \rangle - \langle N | H_{\text{int}} | N \rangle = 16 \langle V \rangle \approx 300 \text{ МэВ}. \quad (11)$$

ЦМ-вклад в NN -взаимодействие. Рассмотрим теперь, используя (10)—(11), четный NN -канал, выбирая для определенности квантовые числа дейтрона $S, I = 1, 0$. В противоположность простым соотношениям (9) произведение цветной $[2^3]_C$ и спиновой $[42]_S$ схем Юнга в канале $S, I = 1, 0$ определяет целый набор CS -состояний

$$[2^3]_C \circ [42]_S = [42]_{CS} + [321]_{CS} + [2^3]_{CS} + [31^3]_{CS} + [21^4]_{CS}. \quad (12)$$

Таблица 1. Средние значения ЦМ-оператора в каналах S , $I = 1, 0$ и $0, 1$

S, I	1, 0						0, 1			
	[42]	[321]	[23]	[312]	[214]	[32]	[412]	[2212]	[16]	
$\Delta_{CS} \equiv \Delta(f_{CS}\rangle) \equiv \langle [f_{CS}] - \sum_{i < j}^6 \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j [f_{CS}] \rangle$	$-\frac{88}{3}$	$-\frac{28}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{80}{3}$	-24	-24	8	48	
$E_{CM} = \langle V \rangle \Delta_{CS}, \text{ МэВ}$	-550	-175	50	50	500	-450	-450	150	900	
Совместная с $[f_{CS}]$ орбитальная схема Юнга $[f_X]$ в NN -канале	[42]	[42]	([6], [42])	[42]	[42]	[42]	[42]	([6] [42])	[42]	

В канале S , $I = 0, 1$ имеем аналогичное соотношение

$$\begin{aligned}
 & [2^3]_{CS} \circ [3^2]_S = \\
 & = [3^2]_{CS} + [41^2]_{CS} + \\
 & + [2^21^2]_{CS} + [1^6]_{CS}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Для каждого CS -состояния ЦМ-взаимодействие различно (табл. 1) по знаку и значению.

Наиболее симметричные CS -состояния $[42]_{CS}$, $[321]_{CS}$, $[3^2]_{CS}$, $[41^2]_{CS}$ определяют каналы ЦМ-притяжения. В остальных состояниях преобладает ЦМ-отталкивание. При орбитальной симметрии $[6]_X$ (конфигурация s^6) принципу Паули удовлетворяет только одно CS -состояние: $[f_{CS}] = [2^3]$ в канале S , $I = 1, 0$ и $[f_{CS}] = [2^21^2]$ в канале S , $I = 0, 1$. Это прямое следствие соотношения

$$[f_{CS}] = [\tilde{f}_{XI}], \quad (14)$$

вытекающего из требования перестановочной антисимметрии (принципа Паули), причем при $[f_X] = [6]$ схема Юнга $[f_{XI}]$ однозначно определена значением изоспина: $[f_{XI}] = [3^2]$ при $I = 0$ и $[f_{XI}] = [42]$ при $I = 1$. Напротив, орбитальная схема Юнга $[42]_X$ (конфигурация s^4p^2) совместима с любым CS -состоянием табл. 1. Следовательно, каналы цветомагнитного притяжения действуют в конфигурации s^4p^2 $[42]_X$ и обуславливают ее «выживание» при полном перекрывании $3q$ -кластеров (см. ниже). При этом выигрыш в энергии ЦМ-взаимодей-

ствия составляет по сравнению с s^6 [6] ${}_X E_{CM}([42]_{CS}) - E_{CM}([2^3]_{CS}) \approx \approx -600$ МэВ.

Так же как в случае расщепления $N - \Delta$, мы не использовали здесь какую-либо конкретную форму потенциала $V(r_{ij})$, но пренебрегли в данном случае различием орбитальных матричных элементов в состояниях s^2 , sp и p^2 . Хотя это и можно учесть, реально это было бы превышением точности, поскольку наше рассмотрение является довольно грубым.

Приближение Борна — Оппенгеймера. Адиабатический NN -потенциал в этом приближении записывается в виде [3]

$$U_{\text{BO}}^{SI}(r) = N_A^{-1} (\hat{A} \{ \langle N_+ | \langle N_- | \}_{SI} H_q \hat{A} \{ | N_+ \rangle | N_- \rangle \}_{SI}) - 2 \langle N_+ | H_q | N_+ \rangle, \\ N_A^2 = (\{ \langle N_+ | \langle N_- | \}_{SI} \hat{A} \{ | N_+ \rangle | N_- \rangle \}_{SI}), \quad (15)$$

где $H_q = \sum_i \frac{P_i}{2m_q} + H_{\text{int}}$; $|N_{\pm}\rangle$ — оболочечные функции (8), построенные из орбиталей s_{\pm} , «центрованных» в точках $\pm \frac{1}{2} r_{3q-3q}$:

$$|s_{\pm}^3\rangle = \left(\frac{\Omega}{\pi}\right)^{9/4} \exp\left[-\frac{1}{2}\Omega \sum_{i=1}^3 \left(r_i - \frac{1}{2} r_{3q-3q}\right)^2\right]; \quad (16)$$

r_{3q-3q} — параметр базиса, а не динамическая переменная (r_{3q-3q} не следует путать с относительной координатой r):

$$r_{3q-3q} \neq r = \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3) - \frac{1}{3}(r_4 + r_5 + r_6); \quad (17)$$

\hat{A} — антисимметризатор по перестановкам (P_{ij}) кварков из разных нуклонов:

$$\hat{A} = \frac{1}{10} \left(I - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=4}^6 P_{ij} \right), \quad \hat{A}^2 = \hat{A}. \quad (18)$$

Параметры потенциалов (2) и вариационный параметр Ω подогнаны под спектр $N - \Delta$ (в работах [3, 52] $\Omega^{-1/2} = 0,66 \div 1,1$ фм). При $r_{3q-3q} \rightarrow 0$ функция $\hat{A} \{ | N_+ \rangle | N_- \rangle \}_{SI}$ автоматически переходит в конфигурацию s^6 , так как $s_+ \rightarrow s_-$, и значение потенциала (15) в точке $r_{3q-3q} = 0$ легко подсчитывается с помощью (10), (11) и значений Δ_{CS} из табл. 1 ($[f_X]$ [6])

$$U_{\text{BO}}^{SI}(r_{3q-3q} = 0) = \langle V \rangle \left\{ \left\langle [f_{CS}] \right| - \sum_{i < j}^{N=6} \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j \right| [f_{CS}] \rangle - \\ - 2 \left\langle [21]_{CS} \right| - \sum_{i < j}^{N=3} \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j \right| [21]_{CS} \rangle \right\} = \\ = \begin{cases} \frac{54}{3} \langle V \rangle \approx 350 \text{ МэВ}, & S, I = 1, 0; \\ 24 \langle V \rangle \approx 450 \text{ МэВ}, & S, I = 0, 1. \end{cases} \quad (19)$$

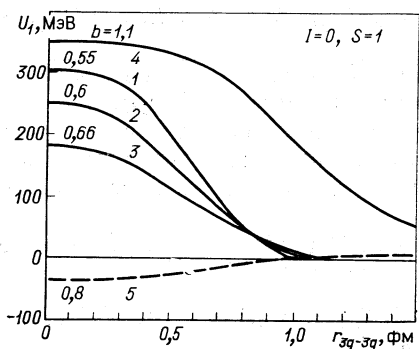


Рис. 3. Адиабатические NN -потенциалы кварковой модели:

1—3 — расчет в подходе Харвея [59] для qq -взаимодействий из [52] при различных значениях параметра b , фм; 4 — расчет по МБО из работы [3]; 5 — результат расчета Харвея [6] для кластерных функций, не минимизированных по параметру b

Роль потенциала конфайнмента $V^c(r_{ij})$ в NN -взаимодействии не существенна в данном приближении, что видно, например, из того, что в точке

$r_{3q-3q} = 0$ вклад V^c обращается в нуль из-за соотношения

$$\langle [2^3]_C | \sum_{i < j}^6 \lambda_i \lambda_j | [2^3]_C \rangle - 2 \langle [1^3]_C | \sum_{i < j}^3 \lambda_i \lambda_j | [1^3]_C \rangle = 0. \quad (20)$$

Значения (19), (20) хорошо согласуются с микроскопическим расчетом Либермана [3] (рис. 3), в котором использовался потенциал гармонического осциллятора. Однако адиабатическое приближение является плохим для системы кварковых кластеров, причем не столько из-за того, что не выполнено условие адиабатичности ($m_q \approx$

$\approx \frac{1}{3} m_N$, и поэтому отношение кинетических энергий N и q не мало),

сколько из-за автоматического исключения каналов ЦМ-притяжения [симметрия [42]_X вымирает при $r_{3q-3q} \rightarrow 0$ — см. ниже формулу (26)]. Обобщение адиабатического подхода, позволяющее учитывать каналы ЦМ-притяжения, было предложено в работе Харвея [6]. Харвей пришел также к выводу о существенной роли потенциала конфайнмента V^c в NN -взаимодействии.

Метод Харвея. Подход Харвея [6] можно рассматривать как «кварковый вариант» метода валентных связей Гайтлера — Лондона (МГЛ). Напомним, как в МГЛ возникает расщепление термов молекулы H_2 . Пусть s_{\pm} — электронные орбитали $1s$ двух водородных атомов, находящихся в точках $\pm \frac{1}{2} r_{HH}$. Из орбиталей $s_{\pm} = \Psi_0 \times \times (r_e \mp \frac{1}{2} r_{HH})$ можно построить нормированные симметричное и антисимметричное состояния (опускаем индексы e, HH)

$$\left. \begin{aligned} |s_+s_- [2]_X \rangle \\ |s_+s_- [1^2]_X \rangle \end{aligned} \right\} = \frac{\Psi_0 \left(r_1 + \frac{1}{2} r \right) \Psi_0 \left(r_2 - \frac{1}{2} r \right) \pm \Psi_0 \left(r_1 - \frac{1}{2} r \right) \Psi_0 \left(r_2 + \frac{1}{2} r \right)}{(1 \pm \langle s_+ | s_- \rangle)^{1/2}}. \quad (21)$$

Отличие от обычного адиабатического подхода в том, что нормировка фиксирована, поэтому антисимметричное состояние $[1^2]_X$ не исчезает при $r_{HH} \rightarrow 0$. Получающуюся в пределе $r_{HH} \rightarrow 0$ неопределенность $0/0$ можно раскрыть по правилу Лопиталя, переходя к производным:

$$\begin{aligned} |s_+s_- [2]_X\rangle &\xrightarrow{r_{HH} \rightarrow 0} |(1s)^2 [2]_X\rangle; \\ |s_+s_- [1^2]_X\rangle &\xrightarrow{r_{HH} \rightarrow 0} |1s2p [1^2]_X\rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Функции (21) в зависимости от параметра r_{HH} описывают две разные «траектории» в пространстве электронных конфигураций (в точке $r_{HH} = 0$ они проходят через ортогональные оболочечные состояния атома He). Соответственно этому в молекуле H_2 имеются два разных адиабатических потенциала симметричный и антисимметричный термы ${}^1\Sigma_s$ и ${}^3\Sigma_a$

$$\left. \begin{aligned} U_{HL}^{S=0}(r) &= \langle s_+s_- [2]_X | H_e | s_+s_- [2]_X \rangle - 2 \langle s_+ | H_e | s_+ \rangle ({}^1\Sigma_s); \\ U_{HL}^{S=1}(r_{HH}) &= \langle s_+s_- [1^2]_X | H_e | s_+s_- [1^2]_X \rangle - 2 \langle s_+ | H_e | s_+ \rangle ({}^3\Sigma_a). \end{aligned} \right\} (23)$$

Термы ${}^1\Sigma_s$, ${}^3\Sigma_a$ однозначно заданы значением полного спина канала $s = 0$ или 1 (следствие принципа Паули). Именно это обстоятельство и делало осмысленным удерживание единичной нормировки функций (21) — мы имеем два независимых канала.

При обобщении МГЛ на случай двух $3q$ -кластеров возникает качественно новая ситуация: при фиксированных «ядерных» квантовых числах канала ($S, I = 1, 0$ или $0, 1$) имеется целый набор кварковых CS -состояний (12) или (13) и два типа орбитальной симметрии: $[6]_X, [42]_X$. Следовательно, если прямо применить МГЛ к $3q$ -кластерам, то получим, например, в канале $S, I = 1, 0$ пять различных потенциалов для орбитальной схемы Юнга $[42]_X$ и один — для $[6]_X$ (последний совпадает с адиабатическим потенциалом МБО). Однако эти потенциалы не отвечают независимым каналам, поскольку взаимодействие (2) порождает недиагональные матричные элементы $\langle [f_{CS}] | H_{\text{int}} | [f'_{CS}] \rangle$ (квантовое число f_{CS} перестает быть хорошим, поскольку CS -симметрия нарушена из-за различия орбитальных матричных элементов $\langle V \rangle$ в парах s^2, sp, p^2). Следует иметь в виду также, что и в $\Delta\Delta$ - и CC -каналах (C — цветной $3q$ -кластер) точно таким же способом можно получить свои потенциалы МГЛ, причем будут отличны от нуля и матричные элементы, связывающие NN - и $\Delta\Delta$ -каналы ($\langle N_+N_- | H_{\text{int}} | \Delta_+\Delta_- \rangle$ и т. д.).

«Правильное» обобщение МГЛ на кварковый случай было предложено в работе Харвея [6], где МГЛ фактически был дополнен вариационным принципом. Траектория в пространстве $6q$ -конфигураций $[f_X] [f_{CS}]$, зависящая от r_{3q-3q} как от параметра, определяется из принципа минимума полной энергии H_q , что эквивалентно решению задачи диагонализации энергетической матрицы

$$\text{Det} \langle s_+^3 s_-^3 [f_X] [f_{CS}] | H_q - E | s_+^3 s_-^3 [\bar{f}_X] [\bar{f}_{CS}] \rangle = 0 \quad (24)$$

для каждого фиксированного значения r_{3q-3q} . Например, в канале $S, I = 1,0$ это матрица 6×6 , и она имеет шесть собственных значений $E_n(r_{3q-3q}), n = 1, 2, \dots, 6$. Низшие собственные значения E_1 и E_2 при $r_{3q-3q} \rightarrow \infty$ выходят на пороги NN и $\Delta\Delta$ соответственно, а остальные $E_n, n = 3, 4, 5, 6$ неограниченно растут, так как соответствуют закрытым CC -каналам.

Таким образом, в подходе Харвея получаем на основе зависящих от параметра r_{3q-3q} собственных значений $E_n(r_{3q-3q})$ следующие выражения для потенциалов NN -, $\Delta\Delta$ - и CC -каналов, т. е. «термы» $\Sigma_{NN}, \Sigma_{\Delta\Delta}$ и Σ_{CCn} (опускаем индекс $3q - 3q$)

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{NN} &: U_{HL}^{SI}(r)_{NN} = E_1^I(r) - 2 \langle N | H_q | N \rangle, \\ \Sigma_{\Delta\Delta} &: U_{HL}^{SI}(r)_{\Delta\Delta} = E_2(r) - 2 \langle \Delta | H_q | \Delta \rangle, \\ \Sigma_{CCn} &: U_{HL}^{SI}(r)_{CCn} = E_n(r) - 2 \langle C_n | H_q | C_n \rangle, n = 3, 4, 5, 6, \end{aligned} \right\} (25)$$

где C — цветной $3q$ -кластер, принадлежащий определенным значениям цветных, спиновых и изоспиновых квантовых чисел (обозначаем их одним индексом n).

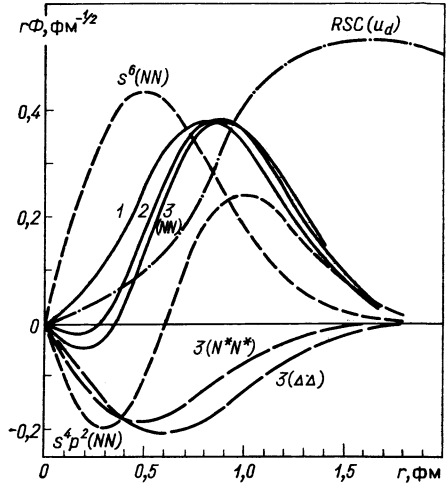
В подходе Харвея, так же как и в МГЛ, используются нормированные состояния $|N_{NL}^1 | s_+^2 s_-^2 [f_X] [f_{CS}] \rangle$. Здесь $|s_+^2 s_-^2 [f_X] [f_{CS}] \rangle$ — оболочечное состояние, построенное из орбиталей S_{\pm} с помощью техники генеалогических коэффициентов (см. разд. 4), а нормировочный множитель, подсчитанный с помощью той же техники [6],

$$\begin{aligned} N_{HL}^2(f_X, r_{3q-3q}) &= \langle s_+^3 s_-^3 [f_X] [f_{CS}] | s_+^3 s_-^3 [f_X] [f_{CS}] \rangle = \\ &= \begin{cases} 1 + 9 \langle s_+ | s_- \rangle^2 + 9 \langle s_+ | s_- \rangle^4 + \langle s_+ | s_- \rangle^6, [f_X] = [6], \\ 1 - \langle s_+ | s_- \rangle^2 - \langle s_+ | s_- \rangle^4 + \langle s_+ | s_- \rangle^6, [f_X] = [42]. \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

При $r_{3q-3q} \rightarrow 0$ получаем для нормированного состояния [42]_X неопределенность $0/0$ и после дифференцирования — конфигурацию $s^4 p^2$.

Результаты адиабатических расчетов. К сожалению, в работе Харвея [6] не была использована CS -схема классификации состояний и расчет проводился для SI -схемы [15] на ограниченном базисе (диагонализировалась матрица 3×3). При этом не учитывали наиболее важные CS -состояния (например, $[42]_{CS}$ и $[321]_{CS}$ в канале $S, I = 1,0$); были и другие недочеты, критиковавшиеся рядом авторов [51, 55, 58]. В частности, использовались кластерные функции (16), не удовлетворяющие условию минимума энергии по параметру $b = \Omega^{-1/2}$. Тогда, как это следует из общих теорем [56], будут отличны от нуля (и не малы) недиагональные матричные элементы первого слагаемого взаимодействия (2), ответственного за «среднее поле». Например, матричные элементы $\langle (1s)^3 [3]_X [f_{CS}] | \sum_{i < j}^3 \lambda_i \lambda_j \times \times V^c | 1s(1p)^2 - (1s)^2 2s [3]_X [f_{CS}] \rangle$ не обращаются в нуль для

Рис. 4. Собственные функции (28) уравнения (24), спроектированные в двухчастичные NN -, $\Delta\Delta$ - и N^*N^* -каналы в точке $r_{3q-3q} = 0$. По результатам расчетов на полном базисе: 1 — из работы [51]; 2, 3 — из [59]; для вариантов 2 и 3, приведенных на рис. 3. Для сравнения приведены также проекции в NN -канал «чистых» конфигураций s^6 и s^4p^2 и s — волновая функция дейтрона [43]



кластерных функций (16), а в шестикварковом базисе эти же члены смешивают конфигурации s^6 и s^4p^2 . Это усложняет симметричный анализ, причем некорректный базис не позволяет выделить в «чистом» виде эффект ЦМ-притяжения, содержащийся

в членах, диагональных по конфигурации s^4p^2 . Сейчас по этому вопросу уже имеется полная ясность, и правильное решение на полном, минимизированном по Ω базисе получено в [51, 55, 57—59].

На рис. 3 суммированы результаты различных расчетов NN -потенциала в подходе Харвея [6, 59] и в обычном адиабатическом подходе [3]. Во всех случаях, кроме работы [6], нуклонные функции (16) удовлетворяют условию минимума энергии по параметру $b = \Omega^{-1/2}$

$$d \langle s^3 | H_q | s^3 \rangle / db = 0. \tag{27}$$

Рассмотрим решение в характерной точке $r_{3q-3q} = 0$. Собственная функция Ψ_1 уравнения (24) при $r_{3q-3q} = 0$ представляет собой некоторую суперпозицию конфигураций s^6 и s^4p^2

$$\Psi_1(r_{3q-3q} = 0) = C_0 |s^6 [6]_X [2^3]_{CS}\rangle + \sum_V C_V |s^4p^2 [42]_X [f_{CS}^V]\rangle, \tag{28}$$

где $[f_{CS}^V]$ принимает все значения $[f_{CS}]$ из правой стороны (12). На рис. 4 решения (28) приведены в виде проекций в NN -канал

$$\Phi_{NN}(r) = \langle \Psi_1 | (r_{3q-3q} = 0) \hat{A} \times \{ |s^6 [3]_X [21]_{CS}\rangle | s^4 [3]_X [21]_{CS}\rangle \}_{S=1, I=0} \tag{29}$$

и в $\Delta\Delta$ - и N^*N^* -каналы. Варианты 1, 2 и 3 различаются лишь формой qq -потенциалов V и V^c , использованных в (2). Вариант 1 — по расчету работы [51], в котором использовался потенциал одноглюонного обмена в приближении Ферми — Брейта [42]. Варианты 2 и 3 — по аналогичному расчету [59] для несингулярных потенциалов работы [52]. Видно, что волновая функция Φ_{NN} имеет узловой характер в области $r \leq r_h$, положение узла сдвинуто влево по срав-

нению со случаем «чистой» конфигурации $s^4p^2 [42]_X [42]_{CS}$. Вероятность конфигурации s^4p^2 в решениях 1, 2 и 3, изображенных на рис. 4, составляет 50—70%. Таким образом, в подходе Харвея «разморожены» те степени свободы системы, которые отвечают симметрии $[42]_X$, но динамика $6q$ -системы описывается в подходе Харвея слишком упрощенно — на основе адиабатического приближения, для которого здесь нет никаких оснований (отсутствует малый параметр разложения).

Результаты МРГ-расчетов. В последние годы было выполнено немало машинных расчетов NN -рассеяния по методу резонирующих групп (МРГ) [8,45—48]. Учитывались два $(NN + \Delta\Delta)$ или три $(NN + \Delta\Delta + CC)$ связанных канала и использовалась SI -классификация состояний по квантовым числам групп

$$SU(4)_{SI} \supset SU(2)_S \times SU(2)_I. \quad (30)$$

Нетрудно видеть, что даже в трехканальных уравнениях МРГ было учтено не более половины состояний, разрешенных принципом Паули. Использовались барионные состояния N, Δ, C , которые имеют одну и ту же схему Юнга в SI -пространстве $[3]_{SI}$. Во внешнем произведении этих схем Юнга содержится лишь ограниченное число $6q$ -симметрий

$$[3]_{SI} \times [3]_{SI} = \begin{cases} [51]_{SI} + [3^2]_{SI}, & \text{симметричные по} \\ & \text{перестановкам } 3q\text{-кластеров;} \\ [6]_{SI} + [42]_{SI}, & \text{антисимметричные по} \\ & \text{перестановкам } 3q\text{-кластеров,} \end{cases} \quad (31)$$

тогда как в канале $S, I = 1, 0$ принципу Паули удовлетворяют в орбитальном состоянии $[42]_X$ пять SI -состояний

$$[42]_S \circ [3^2]_I = [51]_{SI} + [3^2]_{SI} + [41^2]_{SI} + [321]_{SI} + [2^21^2]_{SI}. \quad (32)$$

Поэтому, для того чтобы в приближении МРГ можно было учесть все степени свободы $6q$ -системы, необходимо включить в рассмотрение связь с другими каналами, например с N^*N^* -каналом. Резонанс $N^*_{\frac{1}{2}}(1535)$ имеет SI -симметрию $[21]_{SI}$ и орбитальную схему Юнга $[21]_X$. В этом случае во внешнем произведении двух систем Юнга имеем

$$[21] \times [21] = \begin{cases} [42] + [2^3] + [321] + [31^3], & \text{симметричные по} \\ & \text{перестановке } 3q; \\ [3^2] + [41^2] + [321] + [2^21^2], & \text{антисимметричные} \\ & \text{по перестановке } 3q. \end{cases} \quad (33)$$

Во второй строке (симметричные по перестановке $3q$ — $3q$ состояния) содержатся все схемы Юнга из (32), утерянные в (31).

Следовательно, полный учет каналов НМ-притяжения требует записи волновой функции в приближении МРГ [50] по крайней мере для следующих трех связанных каналов:

$$\Psi_{RGM}^{SI}(x_1, y_1, x_2, y_2, r) = \hat{A}\chi_{NN}(r) \{\varphi_N(x_1, y_1) \varphi_N(x_2, y_2)\}_{SI} + \\ + \hat{A}\chi_{\Delta\Delta}(r) \{\varphi_{\Delta}(x_1, y_1) \varphi_{\Delta}(x_2, y_2)\}_{SI} + \\ + \hat{A}\chi_{N^*N^*}(r) \{\varphi_{N^*}(x_1, y_1) \varphi_{N^*}(x_2, y_2)\}_{SI} \quad (34)$$

либо учета поляризационных членов [50] вида

$$\sum_f C_f \varphi_f(x_1, y_1, x_2, y_2, r). \quad (35)$$

Здесь использованы относительные координаты Якоби [см. также (17)]

$$x_1 = r_1 - r_2, y_1 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) - r_3 \text{ и т. д.} \quad (36)$$

что отличает φ_N и φ_{Δ} от функций (16); φ_f — оболочечные конфигурации $s^{N-n}p^n [f_X] [f_{CS}]$, $n = 0, 2, \dots, N = 6$.

Рассмотрим имеющиеся результаты. Как обычно, вариационный принцип приводит (варьируются функции χ_{NN} , $\chi_{\Delta\Delta}$. . .) к системе связанных интегродифференциальных уравнений для проектированных волновых функций

$$\left. \begin{aligned} u_{NN}(r) &= (\Psi_{RGM}^{SI}, \{\varphi_N \varphi_N\}_{S=1, I=0}); \\ u_{\Delta\Delta}(r) &= (\Psi_{RGM}^{SI}, \{\varphi_{\Delta} \varphi_{\Delta}\}_{S=1, I=0}) \text{ и т. д.} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Ниже $\Delta\Delta$ -порога функции (37) имеют асимптотику (рассматривались S -волны) $u_{NN}(r) \sim \frac{1}{kr} \sin(kr + \delta_0)$, $u_{\Delta\Delta}(r) \sim \frac{1}{\kappa r} \text{sh } \kappa r$, где $\kappa = [E - 2(m_{\Delta} - m_N)]^{1/2} m_N^{1/2}$, $E = k^2/m_N$. S -волновые фазовые сдвиги $\delta_0(E)$, полученные в расчетах [8, 48], в которых использовались потенциалы (2) вида

$$\left. \begin{aligned} V^c(r_{ij}) &= \frac{\alpha_s}{4} \left(\frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{m_q^2} \delta(r_{ij}) \right) - ar_{ij}; \\ V(r_{ij}) &= \frac{\alpha_s}{4} \frac{\pi}{m_q^2} (\delta r_{ij}), \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

имеют правильный наклон $d\delta_0/dk = -kr_0$ ($E = k^2/m_N \geq 50$ МэВ), отвечающий радиусу твердого кора $r_0 = 0,4 \div 0,7$ фм (см. [48]), но не согласуются даже по знаку с результатами фазового анализа [30]. Причина расхождений легко объяснима, если учесть, что qq -силы (2), (38) не должны описывать периферическую часть ($r \geq b$) NN -взаимодействия, которая определяется пионным обменом. И действительно, как было показано в [8, 48], добавление вклада ОРЕР

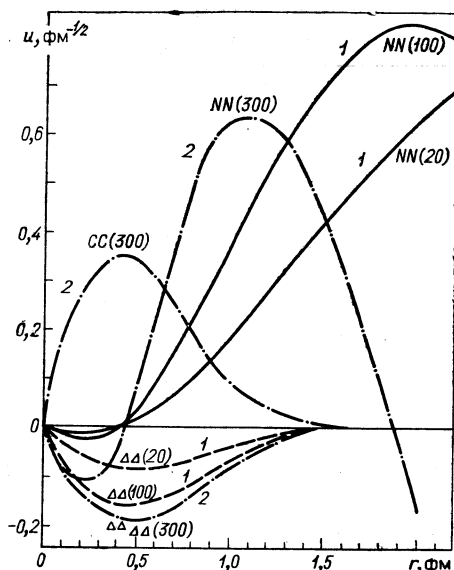


Рис. 5. Волновые функции (37), полученные в расчетах по МРГ:

1 — в приближении $NN + \Delta\Delta$ [8]; 2 — в приближении $NN + \Delta\Delta + CC$ [48]. Цифры в скобках — энергия в МэВ, отсчитанная от NN -порога

на расстояниях $r \geq b$ полностью исправляет поведение фазовых сдвигов.

На рис. 5 приведены функции u_{NN} , $u_{\Delta\Delta}$ из целой серии МРГ-расчетов [8, 48] при разных энергиях. Все u_{NN} имеют узел при $r \approx r_0 \leq b$, что и приводит к постоянному наклону фазовых сдвигов, который ранее интерпретировался как проявление твердой сердцевины (кора) в NN -силах. Непосредственно видно, что твердый кор в феноменологических NN -потенциалах [43] (либо жесткое гранич-

ное условие в модели [23]) фактически имитирует те стабильные граничные условия, которые следуют из кварковой микроскопии в области $r \leq b$. Если сравнивать функции МРГ с тем, что дает «чистая» конфигурация s^4p^2 (см. рис. 4), то можно отметить сильное различие в амплитудах левее узла. Однако можно ожидать, что при полном учете симметрии [42]_X в (34) [или (35)] подавление u_{NN} на малых расстояниях будет гораздо меньшим, и u_{NN} приблизится к волновой функции в модели ПЗС [22].

2. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ МОДЕЛИ (МЕШКИ)

В ряде работ [4, 24, 25, 44] для описания NN -взаимодействия в области $r \leq 1,3 \div 1,5$ фм использовалась модель мешка MIT [36]. Роль ЦМ-сил в NN -взаимодействии не зависит от того, какая модель используется в кварковом секторе, релятивистская или нерелятивистская. В релятивистской модели орбитально-возбужденные конфигурации $s^4_{1/2}p^2_{1/2}$, $s^4_{1/2}p^2_{3/2}$ и $s^4_{1/2}p^2_{1/2}p^2_{3/2}$ будут столь же важны при описании NN -взаимодействия, что и s^4p^2 в нерелятивистском рассмотрении. Здесь мы это покажем с помощью соответствующей алгебраической техники. Модель MIT [36] достаточно полно освещена в литературе [36, 60, 61], поэтому ограничимся лишь самыми общими замечаниями относительно динамики кварков в мешке.

Свободные кварки в мешке. Запирание кварков в мешке не связано с каким-либо парным взаимодействием, как в (2), но отвечает вакуумному фазовому переходу на границе мешка [62]. Глюонный

конденсат, который рассматривается как модель физического вакуума вне мешка, характеризуется одной константой — B , имеющей размерность объемной энергии. Внутри мешка имеем обычный теоретико-возмущенческий вакуум КХД, который, следовательно, получает избыточную объемную энергию $+B$ над физическим вакуумом. Действие свободных кварковых полей Ψ_α (α — цвет и аромат) записывается в виде интеграла по конечному объему V мешка [61] (если мешок сферический, то он имеет конечный радиус R и $V = 4/3\pi R^3$)

$$W = - \int d^4x \left[\left(-\frac{1}{2} \bar{\Psi}_\alpha i \partial_\mu \gamma^\mu \Psi_\alpha + m_q \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha + B \right) \vartheta_B(x) + \frac{1}{2} (\bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha) \delta_S(x) \right],$$

где

$$\vartheta_B(x) = \begin{cases} 1, & r < R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad -\infty < t < \infty; \quad (39)$$

$\delta_S(x)$ — «поверхностная» δ -функция, $\partial_\mu \vartheta_B(x) = n_\mu \delta_S(x)$, $n_\mu n^\mu = -1$. Стационарность действия (39) относительно вариаций $\delta\Psi$ и $\delta\bar{\Psi}$ приводит к линейному и нелинейному по полям Ψ , $\bar{\Psi}$ соотношениям (опускаем индексы α)

$$\frac{\delta W}{\delta \bar{\Psi}} = 0, \quad \vartheta_B(x) (i \partial_\mu \gamma^\mu - m_q) \Psi + \frac{1}{2} \delta_S(x) (i n_\mu \gamma^\mu - 1) \Psi = 0; \quad (40)$$

$$\frac{\delta W}{\delta \Psi} = 0, \quad \delta_S(x) \left[\frac{1}{2} \bar{\Psi} i \overleftrightarrow{\partial}_\mu \gamma^\mu \Psi - m_q \bar{\Psi} \Psi - B - \frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu (\bar{\Psi} \Psi) \right] = 0. \quad (41)$$

Из (40) следует, что поля Ψ , $\bar{\Psi}$ удовлетворяют свободному дираковскому уравнению внутри мешка и граничным условиям

$$i n_\mu \gamma^\mu \Psi_\alpha = \Psi_\alpha, \quad \bar{\Psi}_\alpha i n_\mu \gamma^\mu = -\bar{\Psi}_\alpha, \quad r = R \quad (42)$$

на его поверхности. Тензор энергии импульса системы удовлетворяет уравнению непрерывности $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$,

$$T^{\mu\nu}(x) = \vartheta_B(x) \left(\frac{1}{2} \bar{\Psi}_\alpha \gamma^\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\nu \Psi_\alpha + g^{\mu\nu} B \right), \quad (43)$$

и, следовательно, справедливы законы сохранения $P^\mu = \int_V T^{0\mu}(x) \times d^3x = \text{const}$, причем энергия мешка

$$H_q^{\text{MIT}} \equiv P^0 = \int_V \left(\frac{1}{2} \bar{\Psi}_\alpha \gamma^0 i \overleftrightarrow{\partial}_0 \Psi_\alpha + B \right) d^3x = E_q + BV \quad (44)$$

включает и объемный вклад BV . Таким образом, слагаемое действия — $B \int d^4x \vartheta_B(x)$ в релятивистском подходе играет ту же роль, что

и потенциальная энергия $\sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j V^c(r_{ij})$ в нерелятивистском гамильтониане (2). Но имеется и существенная разница, поскольку невылетание кварков в модели MIT обеспечивается не только бесконечно растущей энергией полости при $R \rightarrow \infty$, но и линейными граничными условиями (42), которые эквивалентны требованию обращения в нуль цветового потока через поверхность мешка (по каждому сорту кварков α)

$$\bar{\Psi}_\alpha i n_\mu \gamma^\mu \Psi_\alpha = \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha = -\bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha = 0, \quad r = R \quad (\text{нет суммирования по } \alpha). \quad (45)$$

Кроме того, из (41) следует [если учитывать уравнения (40)] равенство

$$-\frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu (\bar{\Psi} \Psi) = B, \quad r = R, \quad (46)$$

которое является соотношением связи для полей $\bar{\Psi}$, Ψ (условие равновесия давлений кваркового газа и глюонного конденсата на поверхности раздела).

Цветомагнитное взаимодействие. Существует немало работ, посвященных вычислению глюонного пропагатора в замкнутой полости. Но нас интересует здесь только статический предел, который в любом подходе должен приводить к магнитостатике кварковых токов [36], т. е. к взаимодействию, пропорциональному оператору $\sum_{i < k} \lambda_i \lambda_k j_i j_k$, где j_i — полный угловой момент i -го кварка. Можно показать (см. [14]), что известная магнитостатическая формула модели MIT [35, 36], выведенная для ЦМ-взаимодействия кварковых орбиталей $1s_{1/2}$, $2p_{1/2}$, справедлива также и для орбиталей $2p_{3/2}$,

$$H_{CM}^{MIT} = -\frac{\alpha_s}{R} \sum_{i < k}^N \frac{\lambda_i \lambda_k}{4} (2j_i 2j_k) M(\omega_i, \omega_k), \quad (47)$$

$$M(\omega_i, \omega_k) = 3 \frac{\mu_i(R) \mu_k(R)}{R^3} \left[1 + \frac{2R^3}{\mu_i(R) \mu_k(R)} \int_0^R \frac{\mu_i(r) \mu_k(r)}{r^4} dr \right], \quad (48)$$

где $\mu_i(r)$ выражено через плотность ЦМ-момента кварка $\mu'_i(r)$ в мешке

$$\mu_i^\alpha = \lambda_i^\alpha 2j_i \int_0^R \mu'_i(r) dr, \quad \mu_i(r) = \int_0^r \mu'_i(\rho) d\rho, \quad (49)$$

$$\mu'(r) = \begin{cases} \frac{2}{3} N_n^2 j_0 \left(\omega_n \frac{r}{R} \right) j_1 \left(\omega_n \frac{r}{R} \right) r^3 & \text{для } 1s_{1/2}, 2p_{1/2}; \\ \frac{4}{15} N_n^2 j_1 \left(\omega_n \frac{r}{R} \right) j_2 \left(\omega_n \frac{r}{R} \right) r^3 & \text{для } 2p_{3/2}. \end{cases} \quad (50)$$

Здесь ω_n — собственные частоты решений, удовлетворяющих граничному условию (42). Мы учитываем моды $2p_{3/2}$, поскольку без них алгебраическое рассмотрение было бы неполным (например, нельзя перейти от jj - к LS -связи). Состояния $2p_{3/2}$ необходимы также при рассмотрении трансляционных мод [63].

Отметим некоторые отличия кваркового гамильтониана в модели мешков от нерелятивистского гамильтониана (2): 1) в члене qq -взаимодействия (47) учтен «орбитальный цветомagnetизм», чего нет в потенциальных моделях; 2) граничное условие (42) автоматически приводит к спин-орбитальному расщеплению

$$R^{-1} [\omega(p_{1/2}) - \omega(p_{3/2})] \approx 100 \text{ МэВ.} \tag{51}$$

Объединяя все вклады, получаем следующее обобщение оператора энергии мешка (44):

$$H_q^{\text{MIT}} = \frac{4}{3}\pi R^3 B + \frac{1}{R} \left(\sum_{u=s_{1/2}, p_{1/2}, p_{3/2}} N_u \omega_u - Z_0 \right) + H_{\text{CM}}^{\text{MIT}} \tag{52}$$

(член $-Z_0/R$ — так называемая казимировская энергия — результат вычитания нулевых колебаний полей, заключенных в конечной сферической полости). Для сферической полости условие равновесия давлений (46) эквивалентно условию минимума энергии мешка при вариации его радиуса R

$$\frac{dH_q^{\text{MIT}}}{dR} = 0, \quad R = \bar{R}, \tag{53}$$

и масса адрона определяется формулой (52) при $R = \bar{R}$.

Спектр шестикваркового мешка, учитывающий орбитальные возбуждения, изучался в [14, 44, 65]. В работе [44] было показано, что ЦМ-взаимодействие приводит к приблизительному вырождению низших уровней двух конфигураций: $s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$ и $s_{1/2}^6$. Затем этот результат был подтвержден расчетом [14] на полном базисе конфигураций $s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$ и $s_{1/2}^4 p_{3/2}^2$. Такие расчеты довольно громоздки из-за того, что ЦМ-взаимодействие (47) нарушает CS -симметрию, и поэтому нельзя воспользоваться техникой казимировских инвариантов групп (3).

Т а б л и ц а 2. Матричный элемент (48)

uv	$s_{1/2}^2$	$p_{1/2}^2$	$p_{3/2}^2$	$s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$	$s_{1/2}^4 p_{3/2}^2$
$\frac{\alpha_s}{4} M(\omega_u, \omega_v)$	0,09736	0,06454	0,01837	0,06131	0,04201

В табл. 2 приведены значения орбитального интеграла ЦМ-взаимодействия $M(\omega_u, \omega_v)$ в различных парных орбитальных состояниях uv . Мы рассмотрим здесь общую схему применения техники генеалогии-

ческих коэффициентов (ГК) и коэффициентов Клебша — Гордана (КГ) унитарных групп высшего ранга, использованную в [13, 14, 44].

Классификация состояний. В схеме jj -связи используем квантовые числа групп $U(m)$ из следующей редукционной цепочки:

$$U(48)_{JCI} \supset U(8)_J \times U(6)_{CI} \supset U(8)_J \times U(3)_C \times U(2)_I. \quad (54)$$

Здесь мы рассматриваем восемь различных проекций моментов орбиталей $s_{1/2}$, $p_{1/2}$ и $p_{3/2}$ как проекции одного спинора q_J группы $U(8)_J$. Для этой группы используется система квантовых чисел, соответствующая редукции в прямую сумму подпространств $s_{1/2} \oplus p_{1/2} \oplus p_{3/2}$

$$U(8)_J \supset U(2)_{s_1} \times U(2)_{p_1} \times U(4)_{p_3}. \quad (55)$$

Вектор состояния (для определенности рассматриваем $6q$ -состояние с дейтронными квантовыми числами J^P , $I = 1^+$, 0) будем помечать перестановочными схемами Юнга $[f]$ во всех подпространствах (54) и значениями угловых моментов J_{s_1} , J_{p_1} и J_{p_3} оболочек $s_{1/2}^4$, $p_{1/2}^2$ и $p_{3/2}^2$. Момент смешанной оболочки $p_{1/2}p_{3/2}$ будем обозначать J_p^+ или J_p^- в зависимости от перестановочной симметрии орбиталей. Итак, в схеме jj -связи базисные векторы конфигураций $s_{1/2}^4$, $p_{n/2}^2$, $n = 1, 3$ обозначаем следующим образом:

$$\Psi_i^{jj} = |s_{1/2}^4 p_{n/2}^2 [f_J] (J_{s_1}, J_{p_n}) J, [2^3]_{CI} [f_{CI} = \tilde{f}_J] : [1^6]_{JCI} \rangle. \quad (56)$$

В нашем случае $I = 0$, следовательно, $[f_I] = [3^2]$, и всего имеется четыре различных CI -состояний

$$|[2^3]_C \circ [3^2]_I = [1^6]_{CI} + [2^2 1^2]_{CI} + [3^2]_{CI} + [4^1 2^1]_{CI}. \quad (57)$$

По принципу Паули $[f_J] = [\tilde{f}_{CI}]$, следовательно, разрешены орбитальные симметрии $[f_J] = [6]$, $[42]$, $[2^3]$, $[31^3]$. Другое ограничение на квантовые числа вектора (56) следует из соотношений

$$J_s + J_p = J, [f_s] \times [f_p] \rightarrow [f_J]. \quad (58)$$

В табл. 3 перечислены все состояния, удовлетворяющие соотношениям (57), (58) (полный момент $J = 1$). Параллельно в этой таблице приведены квантовые числа базисных векторов в схеме LS -связи

$$\Psi_{i:1}^{LS} = |s^4 p^2 [f_{XS}] ([f_X] LS, \omega_{XS}) J, [2^3]_{CI} [f_{CI} = \tilde{f}_{XS}] : [1^6]_{XSCI} \rangle, \quad (59)$$

где для классификации состояний используется редукционная цепочка

$$U(48)_{XSCI} \supset U(8)_{XS} \times U(6)_{CI} \supset U(8)_{XS} \times U(3)_C \times U(2)_I, \quad (60)$$

$$U(8)_{XS} \supset U(2)_S \times U(4)_X, \quad (61)$$

$U(4)_X$ — орбитальная группа, действующая в прямой сумме пространств $s \oplus p$; ω_{XS} — индекс повторения для кратных представлений во внутреннем произведении $[f_X] \circ [f_S]$.

Таблица 3. Полный базис конфигураций s^6 и s^4p^2 ($J, I=1,0$)

Квантовые числа	Конфигурация	$[f]_J$ или $[f]_{XS}$				Число состояний
		[6]	[42]	[23]	[313]	
$J_s J_p^*$	$s^6_{1/2}$		10			1
	$s^4_{1/2} p^2_{1/2}$	21	21, 11, 10, 01	01	10	7
	$s^4_{1/2} p^2_{3/2}$	23, 21	23, 21, 12, 11, 10, 01	01	12, 10	11
	$s^4_{1/2} p_{1/2} p_{3/2}$	$22^+, 21^+$	$22^+, 21^+, 12^\pm, 11^\pm, 01^+$	01^+	$11^-, 12^-$	12
LS_{ω}^{**}	$s^6 [6]_X$		01			1
	$s^4 p^2 [6]_X$	23	21, 01			3
	$s^4 p^2 [51]_X$	22, 12	22, 21, 12, 11, 10, 01			8
	$s^4 p^2 [42]_X$	21, 01	$23, 22, 21_1, 21_2, 01_1, 01_2$	21, 01	21, 01	12
	$s^4 p^2 [41^2]_X$		12, 11, 10	10	12, 11, 10	7

* $J_s J_p$ — в схеме jj -связи.
 ** LS, ω_{XS} — схеме LS -связи.

Часть состояний, перечисленных в табл. 3, соответствует возбуждениям центра масс всей системы. Отделение ложных состояний в релятивистской системе представляет собой специальную проблему [63, 64], которой мы здесь не будем касаться, поскольку модель MIT для орбитальных возбуждений не претендует на количественные предсказания.

Генеалогия и коэффициенты Клебша — Гордана. Генеалогическое разложение: $q^N \rightarrow q^{N'} \times q^{N''}$ ($N' + N'' = N$) произвольного базисного вектора [(56) или (59)] символически можно записать в виде

$$|q^N [1^N] \alpha\rangle = \sum_{\alpha', \alpha''} \Gamma(\alpha', \alpha'' : \alpha) \{ |q^{N'} [1^{N'}] \alpha'\rangle |q^{N''} [1^{N''}] \alpha''\rangle \}_{JCI}, \quad (62)$$

где $\alpha = \alpha_{JCI}$ (или α_{XSCI}) — полный набор внутренних квантовых чисел группы $U(48)_{JCI}$ [или $U(48)_{XSCI}$] для редукции (54) [или (60)]; квантовые числа, помеченные одним, двумя штрихами, относятся к подсистемам $q^{N'}$ и $q^{N''}$ соответственно. Фигурные скобки $\{ \dots \}_{JCI}$ обозначают, как обычно, операцию сложения всех трехмерных моментов (C — «цветной момент», инвариант группы $O(3)$, появляющейся в редукции $U(3)_C \supset O(3)_C$, которая здесь используется).

Соотношение (62) можно рассматривать как частный случай общей формулы приведения прямого произведения НП унитарной группы $U(m)$ $m = 48$ с помощью коэффициентов Клебша — Гордана этой группы (см. разд. 4)

$$|q^N [f] \alpha, \gamma\rangle = \sum_{\alpha', \alpha''} \left[\begin{matrix} f' \times f'' \\ \alpha' \quad \alpha'' \end{matrix} \middle| \begin{matrix} f, \gamma \\ \alpha \end{matrix} \right] |q^{N'} [f'] \alpha'\rangle |q^{N''} [f''] \alpha''\rangle. \quad (63)$$

Коэффициенты разложения (62) и (63) связаны между собой очевидным соотношением

$$\left[\begin{matrix} 1^{N'} \times 1^{N''} \\ \alpha' \quad \alpha'' \end{matrix} \middle| 1^N \right] = \Gamma(\alpha', \alpha'' : \alpha) (J' J'_2 J'' J''_2 | J J_2) \times \\ \times (C' C'_2 C'' C''_2 | C C_2) (I' I'_2 I'' I''_2 | I I_2). \quad (64)$$

Таким образом, искомым ГК $\Gamma(\alpha', \alpha'' : \alpha)$ представляет собой фактор коэффициента КГ группы $U(48)_{JCI}$, инвариантный относительно подгруппы $O(3)_J \times O(3)_C \times SU(2)_I$. В разд. 4 мы продолжим факторизацию ГК, следуя редукции (54) [или (60)], и дадим метод вычисления каждого фактора. Здесь же, считая коэффициенты $\Gamma(\alpha', \alpha'' : \alpha)$ известными, будем решать вариационную задачу для гамильтониана MIT (52) в схеме jj -связи (56).

Диагонализация гамильтониана MIT с помощью техники ГК. Спектр конфигураций $s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$ и $s_{1/2}^4 p_{3/2}^2$ определялся методом диагонализации оператора энергии (52) в базисе (56)

$$\text{Det} \langle s_{1/2}^4 p_{k/2}^2 [1^6] \alpha_{JCI} | H_q^{\text{MIT}}(R) - E | s_{1/2}^4 p_{k/2}^2 [1^6] \bar{\alpha}_{JCI} \rangle = 0 \quad (65)$$

с последующей минимизацией собственных значений $E_n(R)$ по радиусу мешка

$$dE_n/dR = 0, \quad R = \bar{R}. \quad (66)$$

В результате был получен спектр масс

$$M_n = E_n(\bar{R}) \quad (67)$$

для каждой конфигурации.

Все слагаемые оператора энергии (52), кроме последнего $H_{\text{ЦМ}}(R)$, диагональны в базисе jj -связи (56). ЦМ-оператор (47) не диагонален, так как орбитальный интеграл $M(\omega_u, \omega_v)$ имеет различные значе-

ния для разных пар кварков (см. табл. 2). Двухчастичные ГК $q^6 \rightarrow q^4 \times q^2$ позволяют свести суммирование по парам кварков ik в (47) к сумме по всем состояниям α''_{JCI} одной пары (например, пары $ik = 56$) в генеалогическом разложении (62). Подставляя разложение (62) для случая $N' = 4$, $N'' = 2$ в обкладку матричного элемента (65), получаем следующее разложение матричного элемента ЦМ-оператора (47):

$$\begin{aligned} & \langle s^4_{1/2} p^2_{n/2} [1^6] \alpha_{JCI} | H_{CM}^{MIT} | s^4_{1/2} p^2_{n/2} [1^6] \bar{\alpha}_{JCI} \rangle = \\ & = \frac{1}{2} N(N-1) \frac{1}{R} \sum_{\alpha'_{JCI}} \sum_{\alpha''_{JCI}} \sum_{\bar{\alpha}_{JCI}} \Gamma(\alpha'_{JCI}, \alpha''_{JCI}; \alpha_{JCI}) \times \\ & \times \Gamma(\alpha'_{JCI}, \bar{\alpha}_{JCI}; \bar{\alpha}_{JCI}) \langle [f\bar{c}] | - \sum_{\alpha=1}^8 \lambda_5^\alpha \lambda_6^\alpha | [f\bar{c}] \rangle \langle J'' | 2j_5 \times 2j_6 | J'' \rangle \times \\ & \times \langle s^{N''}_{s_1} p^{N''}_{pn} [f\bar{j}] | \frac{\alpha_s}{4} M(\omega_5, \omega_6) | s^{N''}_{s_1} p^{N''}_{pn} [f\bar{j}] \rangle. \quad (68) \end{aligned}$$

Чтобы вычислить (68), нужно, помимо ГК, знать только простейшие матричные элементы двухчастичных операторов $-\sum_{\alpha=1}^8 \lambda_i^\alpha \lambda_k^\alpha$ и $2j_i 2j_k$ в симметричных и антисимметричных парных состояниях, например,

$$\langle [f\bar{c}] | - \sum_{\alpha=1}^8 \lambda_i^\alpha \lambda_k^\alpha | [f\bar{c}] \rangle = \begin{cases} -\frac{4}{3}, & [f\bar{c}] = [2], \\ \frac{8}{3}, & [f\bar{c}] = [1^2], \end{cases} \quad (69)$$

$$\langle J'' | 2j_i \cdot 2j_k | J'' \rangle = -15 \left(j_i = j_k = \frac{3}{2}, J'' = 0 \right) \dots, \quad (70)$$

а также орбитальные интегралы $M(\omega_u, \omega_v)$ для всех возможных комбинаций $s^{N''}_{s_1} p^{N''}_{pn}$, $N''_{s_1} + N''_{pn} = 2$, $n = 1, 3$ (см. табл. 2). В результате диагонализации полученной матрицы приходим к следующему спектру (табл. 4).

Таблица 4. Спектр примитивных состояний (МэВ) $J, I = 1, 0$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$s^6_{1/2}$	2161											
$s^4_{1/2} p^2_{1/2}$		2373	2557	2578	2640	2649	2742	2869				
$s^4_{1/2} p^2_{3/2}$		2045	2193	2208	2275	2403	2409	2471	2530	2535	2631	2744

Так обобщаются методы разд. 2. Казимировские инварианты использовались в более ранних работах по спектру $6q$ -мешка [35, 60, 61] только для конфигурации $s_{1/2}^6$, где орбитальная часть $M(\omega(s_{1/2}), \omega(s_{1/2}))$ может быть вынесена за знак суммы в (47). Теперь имеется возможность проводить расчеты и для орбитально-возбужденных конфигураций (таблицы ГК опубликованы в [13, 14]).

Спектры, приведенные в табл. 4, показывают, что в полном соответствии с результатами нерелятивистских оценок разд. 1 низшие состояния конфигураций $s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$ и $s_{1/2}^4 p_{3/2}^2$ приближенно вырождены с состоянием 2161 МэВ конфигурации $s_{1/2}^6$. Отличие от нерелятивистского расчета лишь в том, что спин-орбитальное расщепление раздвигает полосы состояний $s_{1/2}^4 p_{3/2}^2$ и $s_{1/2}^4 p_{1/2}^2$ друг относительно друга примерно на 0,3 ГэВ [в соответствии с расщеплением (51)].

Р-матричный подход. В случае $6q$ -мешка граничное условие модели MIT (42) не соответствует физической ситуации, так как кварки могут вылетать из мешка в составе бесцветных фрагментов, образуя $3q$ -кластеры. Следовательно, дискретный спектр $6q$ -мешка, представляя собой результат решения задачи с искусственными граничными условиями, не должен соответствовать каким-либо наблюдаемым частицам (например, дибарионным резонансам). Такие собственные состояния теперь принято называть «примитивными состояниями».

Джаффе и Лоу [24] обратили внимание на то, что примитивные состояния в действительности должны присутствовать в состояниях рассеяния адронов в том смысле, что они могут служить хорошей аппроксимацией волновой функции во внутренней области при энергии системы E , близкой к собственной энергии примитивного состояния E_n .

Это положение было проиллюстрировано в работе [24] упрощенным примером рассеяния частицы на прямоугольной яме, глубина которой недостаточна для образования связанного состояния. Если для волновой функции этой задачи $\Psi_E(r)$ использовать искусственное граничное условие «запирания», полагая на краю ямы ($r = b$) $\Psi_E(b) = 0$, то появится дискретный спектр примитивных состояний в яме $E_n = k_n^2/2\mu$, $\sqrt{k_n^2 + 2\mu V_0} = n\pi/b$. Оказывается, что через этот спектр можно описать рассеяние на яме. Логарифмическая производная волновой функции рассеяния $\Psi_E^{(+)}(r)$ в точке $r = b$ может быть вычислена в этой задаче аналитически:

$$P(k, b) \equiv \frac{d[r\Psi_E^{(+)}(r)]}{\Psi_E^{(+)}(r) dr} \Big|_{r=b} =$$

$$= qb \operatorname{ctg} qb = 1 + 2q^2 b^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{q^2 b^2 - n^2 \pi^2}, \quad (71)$$

где $q = \sqrt{k^2 + 2\mu V_0}$. Последнее равенство в (71) — разложение $x \operatorname{ctg} x$ на простые дроби. Из этого разложения видно, что P -матрица,

определенная в первом равенстве (71), имеет полюсы в точках примитивного спектра E_n . Более того, при $k \rightarrow k_n$ волновая функция $\Psi_{E_n}^{(+)}(r)$ совпадает в области $r \leq b$ с примитивным состоянием $\Psi_{E_n}(r)$.

В приложении к задаче рассеяния кварковых кластеров $3q - 3q$, $3q - qq$, $qq - q\bar{q}$ данная аналогия с рассеянием на прямоугольной яме привела к формулировке P -матричного подхода, в котором полюсы P -матрицы отождествляются с примитивными спектрами соответствующих мешков MIT (q^6 , $q^4\bar{q}$, $q^2\bar{q}^2$). Разумеется, для кластерных систем типа $3q + 3q$ нет строгого доказательства, как в случае (71), что P -матрица имеет полюсы в точках примитивного спектра и волновая функция рассеяния в области $r \leq b$ совпадает с примитивным состоянием мешка MIT. Это лишь предположение, которое, однако, можно реализовать в модели, сформулировав подходящим образом приближение к многочастичной задаче рассеяния.

В модели составного кваркового мешка (СКМ), предложенной Ю. А. Симоновым [25], связь между адронной $\Psi_h(r)$ (нуклонной в данном случае) и кварковой $\Psi_q(r_1, \dots, r_6)$ компонентами волновой функции NN -системы осуществляется через феноменологический поверхностный потенциал «связи каналов»

$$V_{hq} | \Psi_q^v \rangle = C_v \frac{\delta(r-b)}{r}, \quad (72)$$

где b играет роль (искусственного) радиуса NN -канала ($b \gtrsim R$). В этой модели Ψ_h быстро вымирает при $r < b$, так как в NN -канале взаимодействие (72) эффективно проявляется как потенциальный барьер (аналог кора). Ψ_q^v в свою очередь удовлетворяет искусственным граничным условиям модели MIT. Вследствие этого спектр $6q$ -системы E_v дискретен, и функция Грина в кварковом канале имеет вид

$$G_q(E) = \sum_v \frac{|\Psi_q^v\rangle \langle \Psi_q^v|}{E - E_v}. \quad (73)$$

В модели СКМ [25] полюсное разложение

$$P_h(k, b) = \sum_v \frac{C_v^2}{E - E_v} + P_0(k, b) \quad (74)$$

автоматически следует из (72) и (73) после стандартной процедуры проектирования [50, 69] кваркового канала из уравнений для Ψ_h .

Сопоставление разложения (74) с экспериментальными фазовыми сдвигами NN -рассеяния (в случае S -волн $P_h(k, b) = kb \operatorname{ctg}(kb + \delta(k))$) показано [25–28], что 3S_1 - и 1S_0 -фазы в широком интервале энергий $0 \leq E_{\text{лаб}} \leq 500$ МэВ полностью определяются всего одним полюсом P -матрицы $E_1 \approx 2,1 \div 2,2$ ГэВ (например, при $b = 1,44$ фм, $R = 1,32$ фм). Качественно это согласуется со спектрами табл. 4, так как низшие $6q$ -состояния конфигураций s^6 и s^4p^2 лежат над NN -

порогом при $E_{\text{лаб}} \geq 450$ МэВ. Однако при этом нельзя утверждать, что низшее примитивное состояние принадлежит конфигурации $s_{1/2}^4$. Вполне вероятно, что реализуется ситуация, аналогичная той, которая получается в нерелятивистских расчетах в подходе Харвея или МРГ: волновая функция $6q$ -системы в области $r < b$ представляет собой суперпозицию $s_{1/2}^4$ и $s_{1/2}^2 p_{3/2}^2$. Примесь состояния $s_{1/2}^2 p_{3/2}^2$ аналогична примеси D -волны в дейтроне. Конфигурация $s_{1/2}^2 p_{3/2}^2$ сферически несимметрична и обладает ненулевым квадрупольным моментом. Это интересный вопрос, поскольку он позволяет по-новому трактовать связь между квадрупольным моментом дейтрона и его аномальным магнитным моментом, но, к сожалению, на основе модели MIT вряд ли имеет смысл делать количественные предсказания, касающиеся орбитально-возбужденных конфигураций. Наше рассмотрение носит сугубо качественный характер.

3. ОБОБЩЕНИЕ НА СЛУЧАЙ $9q$ -, $12q$ - и $3Aq$ -СИСТЕМ

Интересно рассмотреть на кварковом микроскопическом уровне эволюцию ЦМ-притяжения при переходе к ближайшим более тяжелым ядрам ${}^3\text{H} - {}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ и т. д. Заранее результат предвидеть трудно, так как схемы Юнга $[f_X]$, $[f_{CS}]$ становятся многострочными и все соотношения выглядят сложнее. Поэтому такие системы, как $9q$, $12q$, $15q$ и т. д. сейчас целесообразно рассматривать не на основе техники ГК, а в приближении операторов Казимира. Начнем с перемножения схем Юнга.

Вспомогательная теорема. При вычислении внутренних произведений $[f_C] \circ [f_S]$ и $[f_{CS}] \circ [f_I]$ используем простоту ситуации, связанную с тем, что одна из перемножаемых схем Юнга двустрочная. Тогда удобно использовать теорему Литлвуда [70], согласно которой для смешанных произведений справедливо соотношение

$$([\lambda] \times [\mu]) \circ [\nu] = \sum_{\rho, \sigma} \Gamma_{\rho\sigma\nu} ([\lambda] \circ [\rho]) ([\mu] \circ [\sigma]). \quad (75)$$

Коэффициенты $\Gamma_{\rho\sigma\nu}$ «отбирают» из всевозможных схем $[\rho]$ и $[\sigma]$ только те, которые во внешнем произведении $[\rho] \times [\sigma] = \sum_{\nu'} \Gamma_{\rho\sigma\nu'} [\nu']$ среди прочих $[\nu']$ дадут и схему Юнга $[\nu]$ ($\Gamma_{\rho\sigma\nu}$ — кратность $[\nu']$).

Воспользуемся тем, что интересующая нас двустрочная схема Юнга $[N - m, m]$ содержится во внешнем произведении

$$[N - m] \times [m] = [N] + [N - 1, 1] + [N - 2, 2] + \dots + [N - m, m], \quad (76)$$

которое просто вычисляется, а подстановка $[N - m] \times [m]$ в равенство (75) слева приводит к существенному упрощению этого равенства

$$([N - m] \times [m]) \circ [\nu]_N = \sum_{\rho, \sigma} \Gamma_{\rho\sigma\nu} [\rho]_{N-m} \times [\sigma]_m. \quad (77)$$

Мы учли, что $[N - m] \circ [\rho] = [\rho]$, причем $[\rho]$ должна быть схемой Юнга из $(N - m)$ клеток [это отмечено нижним индексом в (77)], и $[m] \circ [\sigma] = [\sigma]$, где $[\sigma] = [\sigma]_m$. Из (81) следует $[N - m, m] = [N - m] \times [m] - [N - m + 1] \times [m - 1]$, откуда получаем с помощью (77) окончательный результат

$$[N - m, m] \circ [v]_N = \sum_{\rho, \sigma} \Gamma_{\rho\sigma v} [\rho]_{N-m} \times [\sigma]_m - \sum_{\alpha, \beta} \Gamma_{\alpha\beta v} [\alpha]_{N-m+1} \times [\beta]_{m-1}. \quad (78)$$

Соотношение (78) позволяет свести внутреннее умножение на двухстрочную схему Юнга к внешним произведениям вспомогательных схем Юнга, для вычисления которых существуют простые правила [40, 70].

Состояния, наиболее симметричные в CS -пространстве. Обратимся теперь к ядру ${}^3\text{He} - {}^3\text{H}$ и рассмотрим соответствующие микроскопические состояния $9q$ -системы, у которой заданы схемы Юнга $[3^3]_C$, $[54]_S$ и $[54]_I$, отвечающие значениям $S = 1/2$, $I = 1/2$ и условию нейтральности по цвету. Используя (78), вычисляем произведение $[54]_S \circ [3^3]_C = [621] + [54] + [531] + [521^2] + [432] + [431^2] + [42^21] + [421^3] + [3^221] + [32^21^2] + [321^4] + [2^41]$, (79) в котором $[621]_{CS}$ — наиболее симметричное CS -состояние. Определим теперь орбитальное состояние $s^{9-m}p^m [f_X]$ с минимальным числом p -возбуждений, которое будет удовлетворять принципу Паули $[f_X] = [\tilde{f}_{CSI}]$, если $[f_{CS}] = [621]$. Все возможные схемы Юнга $[f_{CS}]$ содержатся в произведении, которое опять вычисляем с помощью (78):

$$[621]_{CS} \circ [54]_I = [72] + [71^2] + 2 [63] + 3 [621] + \dots \\ \dots + [3^3] + [3^221] + [3^21^3]. \quad (80)$$

Наименьшему числу p -возбуждений соответствует последнее слагаемое в (80), для которого по принципу Паули $[f_X] = [52^2]$. Таким образом, в $9q$ -системе при $S = 1/2$, $I = 1/2$ энергетически выделено ЦМ-притяжением состояние

$$\Psi_1(9q) = |s^5p^4 [52^2]_X, [3^3]_{CS} = \frac{1}{2} [621]_{CS} I = \frac{1}{2} [3^21^3]_{CSI} : [1^9]_{XSCI}\rangle. \quad (81)$$

«Основное» состояние, отвечающее конфигурации $s^9 [9]_X$, принадлежит, напротив, к энергетически невыгодной схеме Юнга $[2^41]_{CS}$ — последней в ряду Клебша — Гордана (79)

$$\Psi_0(9q) = |s^9 [9]_X, [3^3]_{CS} = \frac{1}{2} [2^41]_{CS} I = \frac{1}{2} [1^9]_{CSI} : [1^9]_{XSCI}\rangle. \quad (82)$$

Переходя к $12q$ -системе с квантовыми числами ядра ${}^4\text{He}$ ($S = 0$, $I = 0$), проделаем те же операции со схемами Юнга $[4^3]_C$, $[6^2]_S$,

$\{6^2\}_I$:

$$[4^3]_C \circ [6^2]_S = [82^2] + [741] + \dots + [3^2 2^2 1^2] + [2^6]$$

$$[82^2]_{CS} \circ [6^2]_I = [84] + [831] + \dots + [4^2 2^2] + [4^2 1^4]. \quad (83)$$

Мы получим, что максимальное ЦМ-притяжение действует в конфигурации $s^6 p^6 [6^2^3]_X$ при $[f_{CS}] = [82^2]$, т. е. энергетически выгодно состояние

$$\Psi_1(12q) = |s^6 p^6 [6^2^3]_X, [4^3]_{CS} = 0 [82^2]_{CS} I = 0 [4^2 1^4]_{CSI} : [1^{12}]_{XSCI} \rangle, \quad (84)$$

а в основном состоянии

$$\Psi_0(12q) = |s^{12} [12]_X, [4^3]_{CS} = 0 [2^6]_{CS} I = 0 [1^{12}]_{CSI} : [1^{12}]_{XSCI} \rangle \quad (85)$$

преобладают силы ЦМ-отталкивания.

Грубая оценка ЦМ-эффекта. В табл. 5 и 6 приведены значения ЦМ-вклада

$$\Delta([f_{CS}]) = \langle [f_{CS}] | - \sum_{i < j}^N \lambda_i \lambda_j \sigma_i \sigma_j | [f_{CS}] \rangle, \quad (86)$$

вычисленного с помощью казимировских инвариантов в системах $N = 9$ и 12 . С помощью формул типа (10), (11) получаем следующие значения энергий состояний (81), (82) и (84), (85) над $3N$ - и $4N$ -порогами соответственно [в приближении, независимом от формы потенциалов в (2)]:

$$E_0(s^9) = \langle \Psi_0(9q) | H_q | \Psi_0(9q) \rangle - 3 \langle N | H_q | N \rangle = 64 \langle V \rangle, \quad (87)$$

$$E_0(s^{12}) = 128 \langle V \rangle,$$

$$E_1(s^2 p^6) = 6 \hbar \omega - 64 \langle V \rangle.$$

Эти соотношения нужно сравнивать с результатами для $6q$ -системы

$$E_0(s^3) = \langle \Psi_0(6q) | H_q | \Psi_0(6q) \rangle - 2 \langle N | H_q | N \rangle = \frac{56}{3} \langle V \rangle, \quad \left. \vphantom{E_0(s^3)} \right\}$$

$$E_1(s^4 p^2) = \langle \Psi_1(6q) | H_q | \Psi_1(6q) \rangle - 2 \langle N | H_q | N \rangle = 2 \hbar \omega - \frac{40}{3} \langle V \rangle. \quad (88)$$

Величина $\hbar \omega$ — энергия возбуждения p -состояния в $3A$ q -системе. Ее можно оценить по разности масс N^* (1535) и N (940), $\hbar \omega \approx 600$ МэВ. С ростом A эта величина уменьшается, поскольку размер $3Aq$ -систем растет с увеличением A . Принимая для $6q$ -, $9q$ - и $12q$ -систем одинаковое значение $\hbar \omega = 400$ МэВ, при котором уровни (88) приближенно вырождены, получаем (при $\langle V \rangle \approx 19$ МэВ)

$$\left. \begin{aligned} E_0(s^6) &\approx 350 \text{ МэВ}, & E_1(s^4 p^2) &\approx 550 \text{ МэВ}, \\ E_0(s^9) &\approx 1200 \text{ МэВ}, & E_1(s^5 p^4) &\approx 1000 \text{ МэВ}; \\ E_0(s^{12}) &\approx 2400 \text{ МэВ}, & E_1(s^6 p^6) &\approx 1200 \text{ МэВ}. \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Таблица 5. 9 q , $S = \frac{1}{2}$, $I = \frac{1}{2}$

$[f]cs$	$[2^4 1]$	$[32^2 4^2]$	$[3^2 2^4]$	$[42^2 3]$	$[42^2 1]$	$[431^2]$	$[432]$	$[521^2]$	$[531]$	$[54]$	$[621]$
$[f]x$	$[9]$	$[81]$	$[72]$	$[63]$	$[72]$	$[63]$	$[63]$	$[624]$	$[531]$	$[4^2 1]$	$[52^2]$
$s^n p^m$	s^9	$s^7 p^2$	$s^6 p^1$	$s^7 p^2$	$s^6 p^3$	$s^6 p^3$	$s^6 p^3$	$s^6 p^3$	$s^6 p^4$	$s^4 p^5$	$s^5 p^4$
$\Delta([f]cs)$	40	40	24	4	8	-4	-12	-20	-40	-56	-56
L	0	0, 2	1	0, 2	1, 3	0, 2	1, 3	1, 2	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	0, 2

Таблица 6. 12 q , $S = 0$, $I = 0$

$[f]cs$	$[2^6]$	$[42^4]$	$[5421]$	$[5^4 1^2]$	$[62^3]$	$[631^3]$	$[6321]$	$[642]$	$[6^2]$	$[731^2]$	$[744]$	$[82^2]$
$[f]x$	$[42]$	$[40, 2]$	$[741]$	$[642]$	$[82^2]$	$[642]$	$[732]$	$[642]$	$[4^3]$	$[6321]$	$[5421]$	$[62^2]$
$s^n p^m$	s^{12}	$s^{10} p^3$	$s^7 p^5$	$s^6 p^6$	$s^9 p^4$	$s^6 p^6$	$s^7 p^5$	$s^6 p^6$	$s^4 p^8$	$s^6 p^6$	$s^5 p^7$	$s^6 p^6$
$\Delta([f]cs)$	96	40	-24	-40	-24	-24	-36	-56	-96	-64	-84	-96
L	0	0, 2	1, 2, 3, 4	0, 2, 2^2, 3, 4	0, 2	0, 2, 2^2, 3, 4	1, 2, 3	0, 2, 2^2, 3, 4	0, 2, 4	1, 2	1, 2	0

Результирующий выигрыш в полной энергии за счет ЦМ-притяжения (в пересчете на одну нуклонную пару), который дают конфигурации s^4p^2 , s^5p^4 , s^6p^6 и т. д. по сравнению с конфигурациями s^6 , s^9 , s^{12} и т. д., изображен на рис. 6. Резкий минимум для ядра $A = 4$ показывает, что α -частица в этом смысле является «кварковым магическим ядром», причем это происходит не из-за того, что заполнена низшая кварковая оболочка s^{12} , а из-за резкого опускания конфигурации s^6p^6 по сравнению с s^{12} . Кварковую конфигурацию s^6p^6 [62³]_x в ядре ${}^4\text{He}$ можно представить таким образом, что по каждой паре нуклонов будет конфигурация s^4p^2 [42]_x. В нуклонном секторе ($4N$) это будет выглядеть таким образом, что по каждой паре нуклонов волновая функция

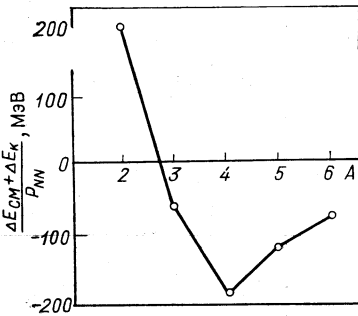


Рис. 6. Выигрыш энергии в многокварковых системах $3\alpha q$ как результат ЦМ-притяжения в орбитально-возбужденных конфигурациях $S^{3A-n}p^n$. Энергия приведена в пересчете на одну нуклонную пару $\Delta E = \frac{\Delta E_{\text{ЦМ}} + \Delta E_k}{P_{NN}}$, где $\Delta E_{\text{ЦМ}}$ и ΔE_k — изменение ЦМ и кинетической энергии при переходе от s^{3A} к энергетически наиболее выгодной конфигурации $s^{3A-n}p^n$ (при $A > 4$ — с учетом заполнения кварковой оболочки s^{12} и возбуждения $2s - 2d$ -оболочки) [37]

имеет узел, т. е. ортогональна $0S$ -состоянию. Это весьма подобно описанию ядра ${}^{12}\text{C}$ в 3α -модели с запрещенными состояниями [71].

Таким образом, кварковый подход к ядру ${}^4\text{He}$, возможно, эквивалентен использованию NN -потенциалов с запрещенными состояниями типа [22]. Как видно из (89), мощность ЦМ-притяжения еще недостаточна, чтобы втянуть все четыре нуклона в кварковую область $R_q \approx r_h$, волновая функция подавлена в этой области (см. рис. 4, где изображена похожая ситуация), а логарифмическая производная функции $\Psi(4N)$ на границе области велика по каждой парной NN -координате. Нам представляется, что эта предварительная картина позволяет наметить пути объяснения «загадок» ${}^4\text{He}$.

Во-первых, известна недосвязанность ядра ${}^4\text{He}$ на 4—5 МэВ в расчетах с «реалистическими» NN -силами [72]. Пример 3α -системы показывает [71], что замена $\alpha\alpha$ -потенциалов с отталкивающей сердцевинной на глубокий потенциал притяжения с запрещенными состояниями ощутимо увеличивает энергию связи системы. Первая попытка на этом пути в $4N$ -системе дала для ядра ${}^4\text{He}$ похожие результаты ($E_{\text{св}} \approx 42$ МэВ) [73]. В работе [73] использовался только S -волновой центральный потенциал [74] с одним запрещенным состоянием. Между тем включение тензорных сил обычно уменьшает $E_{\text{св}}$ примерно на 8—9 МэВ [72]. Следовательно, необходимо дальнейшее уточнение результатов [73, 74].

Во-вторых, известно, что необходимо вводить «кварковое усиление» в электромагнитные формфакторы в предасимптотической области [75]. Возможно, что кварковые обменные эффекты в упругих формфакторах малы [76], и тогда необходимость «кваркового усиления» просто означает, что градиенты волновой функции $\Psi(4N)$ на малых расстояниях между двумя (или тремя, четырьмя) нуклонами в действительности гораздо больше, чем в случае «реалистических» NN -потенциалов [43]. Это соответствовало бы росту вклада конфигураций s^4p^2 при переходе от $2N$ к $4N$.

В-третьих, известно очень интересное явление провала плотности в центре ядра ${}^4\text{He}$ радиусом около 1 фм [77]. Можно полагать, что этот провал обусловлен подавлением $\Psi(4N)$ в кварковой области R_q (см. рис. 4) и влиянием этой нерегулярности в некоторой окрестности R_q (имеется область «залечивания», где еще велика логарифмическая производная). Конечно, данные аргументы являются нестрогими, но они демонстрируют полезность представления о кварках в ядрах.

4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Техника операторов Казимира (см. разд. 1) позволяет решать [35] лишь ограниченный круг задач. В общем случае при вычислении матричных элементов однокварковых, двухкварковых и т. д. операторов, при определении весов различных барионных пар (NN , $\Delta\Delta$, N^*N^* и т. д.), скрытого цвета [33] и т. п. необходимо использовать генеалогическое разложение $q^N \rightarrow q^{N'} \times q^{N''}$ ($N' + N'' = N$, $N'' = 1, 2, 3 \dots$) вида (62). Согласно (64) искомый ГК является инвариантным (скалярным) фактором коэффициента Клебша — Гордана (ККГ) группы $U(48)$ для редукции

$$U(48)_{JCI} \supset O(3)_J \times O(3)_C \times SU(2)_I \quad (90)$$

или

$$U(48)_{xSCI} \supset O(3)_X \times SU(2)_S \times O(3)_C \times SU(2)_I. \quad (91)$$

Ввиду высокого ранга унитарных групп (54), (60) необходимы такие методы вычисления ГК (или ККГ), которые были бы: 1) независимы от ранга групп $U(m)$; 2) применимы в случае неканонической редукции вида (54), (55); (60), (61); (90), (91). В последние годы появился ряд работ [6, 13, 14, 66—68, 78], где поставленная задача была решена с помощью аппарата группы перестановок S_N .

Группа S_N начала использоваться для вычисления ГК еще в начале 50-х годов в работах по ядерной модели оболочек [79]. В настоящее время эти методы общеизвестны и хорошо отражены в монографиях [40, 80]. Тем не менее углубление понимания взаимосвязи групп $U(m)$ и S_N продолжается [13, 66—68, 78, 81], и кварковые задачи придали новый импульс этому процессу. Здесь мы осветим только принципиальные вопросы, необходимые для понимания современного состояния проблемы.

Исторические замечания. Наиболее важен фундаментальный результат Вейля [54], устанавливающий соответствие между неприводимыми представлениями (НП) групп $U(m)$ и S_N в тензорном пространстве $q^N = \underbrace{q \times q \times \dots \times q}_N$ [здесь $q = (q_1 q_2 \dots q_m)$ —

спинор группы $U(m)$]. Тензоры q^N образуют базис НП группы $[U(m)]^N = U(m) \times U(m) \times \dots \times U(m)$, который приводим по подгруппе $U(m) \times S_N$. НП группы $U(m)$ (обозначаем их схемой Юнга $\{f\}$) и группы S_N (обозначаем $\{g\}$) объединяются в одном НП группы $U(m) \times S_N$ (обозначаем $\{f\}, \{g\}$) таким образом, что: 1) $f = g$; 2) отсутствуют кратности в ряду Клебша — Гордана

$$(\{1\}, \{1\})^N = \sum_f (\{f\}, \{f\}). \quad (92)$$

В (92) слева стоит прямое произведение спинорных представлений группы $U(m) \times S_N$, т. е. фактически все пространство q^N . Суммирование в (92) справа распространяется на все возможные N -клеточные схемы Юнга f , содержащие не более m строк ($f_1 + f_2 + \dots + f_m = N$).

Пары групп, обладающие перечисленными свойствами, изучались в работе Мошинского и Кен [82], где такие пары групп были названы взаимно дополнительными и было сформулировано общее утверждение, что в теории представлений взаимно дополнительных групп любые одинаковые по смыслу инвариантные величины совпадают, и поэтому они могут быть вычислены как в аппарате одной, так и в аппарате ей дополнительной группы. Тривиальным примером является такой инвариант, как схема Юнга $\{f\}$ (или $\{f\}$), которая согласно Вейлю [54] характеризует НП группы $U(m)$ и группы S_N одновременно. Менее тривиальный пример — инвариантные символы этих групп (коэффициенты Рака, Фано и т. д.). Каждый из $6f$ -, $9f$ - и т. д. символов [83, 84] зависит только от схем Юнга и индексов повторения и, как было показано в [85, 86], представляет собой одну и ту же величину как в аппарате группы $U(m)$, так и в аппарате группы S_N . Полное исследование этих вопросов было завершено совсем недавно Алишаускасом [81].

В последние годы следствия взаимной дополнительной группы были прослежены и на уровне неинвариантных величин, каковыми и являются коэффициенты Клебша — Гордана групп $U(m)$ и S_N . ККГ зависят как от инвариантов (схем Юнга), так и от «проекций» — внутренних квантовых чисел этих групп, однако «проекции» также являются инвариантами, но по отношению к определенным подгруппам исходной группы, и на них также распространяется принцип дополнительнойности. В работах [87] был доказан ряд теорем, устанавливающих соотношения между свертками ККГ групп $U(mn) \supset \supset U(m) \times U(n)$ и $S_N \supset S_{N'} \times S_{N''}$. Наконец, в работах [13, 14, 66—68] было показано, что скалярные факторы ККГ групп $U(m)$

и S_N численно совпадают (при подходящем выборе систем внутренних квантовых чисел) *.

Последний результат позволяет свести вычисление ККГ унитарной группы $U(m)$ произвольного ранга m к решению известных уравнений для ККГ группы S_N (уравнений для K -матрицы из книги Хамермеша [40]). Такой метод вычисления ККГ групп $U(m)$ для редукций типа (54), (55); (60), (61) мы здесь опишем, следуя работам [13, 14].

Факторизация ККГ. Согласно лемме Рака [88] (о факторизации) ККГ может быть представлен в виде произведения инвариантных (скалярных) факторов, отвечающих звеньям редукционной цепочки подгрупп, и ККГ подгрупп низшего ранга. В случае редукций (54), (55); (60), (61) необходимо рассмотреть редукционные звенья двух типов:

$$U(mn)_{ab} \supset U(m)_a \times U(n)_b; \tag{93}$$

$$U(m+n)_{a+b} \supset U(m)_a \times U(n)_b. \tag{94}$$

Пространства ab и $a+b$ в (93), (94) представляют собой кронекеровское произведение ($q_{ab} = q_a \circ q_b$) или прямую сумму ($q_{a+b} = q_a \oplus q_b$) подпространств a и b ($q_{ab}, q_{a+b}, q_a, q_b$ — спиноры рассматриваемых групп).

В случае редукции (93) формула факторизации имеет вид [обозначения такие же, как в (63)]

$$\begin{bmatrix} f'_{ab} \times f''_{ab} & f_{ab} & \gamma_{ab} \\ \alpha'_{ab} & \alpha''_{ab} & \alpha_{ab} \end{bmatrix} = \sum_{\gamma_a, \gamma_b} F_{a,b}^U \begin{bmatrix} f'_a \times f''_a & f_a \gamma_a \\ \alpha'_a & \alpha''_a & \alpha_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f'_b \times f''_b & f_b & \gamma_b \\ \alpha'_b & \alpha''_b & \alpha_b \end{bmatrix}, \tag{95}$$

где $F_{a,b}^U$ — скалярный фактор, зависящий только от инвариантов групп $U(mn)$, $U(m)$ и $U(n)$,

$$F_{a,b}^U = \left(\begin{pmatrix} f'_a f'_b f'_{ab} & (\omega'_{ab}) \\ f''_a f''_b f''_{ab} & (\omega''_{ab}) \\ f_a f_b f_{ab} & (\omega_{ab}) \\ (\gamma_a) & (\gamma_b) & (\gamma_{ab}) \end{pmatrix} \right). \tag{96}$$

Здесь γ и ω — индексы повторения, которые помечают кратные представления во внешнем и внутреннем произведениях схем Юнга соответственно:

$$[f'] \times [f''] = \sum_f \nu_f^{\text{out}} [f], \quad \gamma = 1, 2, \dots, \nu_f^{\text{out}}; \tag{97}$$

* Интересно отметить, что данный результат был получен почти одновременно и независимо в четырех группах, занимавшихся кварковыми расчетами [13, 66—68], но, возможно, он неявно подразумевался и в более ранних работах [40, 80, 84]. Во всяком случае логика кварковых расчетов неизбежно приводит к формулировке упомянутой теоремы, поскольку без этого результата технические проблемы трудно преодолимы.

$$[f_a] \circ [f_b] = \sum_{f_{ab}} \nu_f^{\text{in}} [f_{ab}], \quad \omega_{ab} = 1, 2, \dots, \nu_f^{\text{in}}. \quad (98)$$

Ввиду кратностей в (97) факторизация ККГ в (95) неполная и подразумевает также и суммирование по индексам повторения γ_a и γ_b .

В случае редукции (94) имеем аналогичную формулу факторизации, причем соответствующий скалярный фактор F_{a+b}^U совпадает (с точностью до перенормировки) с $9f$ -символом, который был введен в рассмотрение в [83],

$$\begin{aligned} F_{a+b}^U &= (-1)^{N_a'' N_b'} \binom{N_a}{N_a''}^{1/2} \binom{N_b}{N_b''}^{1/2} \binom{N_{a+b}}{N_{a+b}''}^{-1/2} \times \\ &\times \left(\frac{n_{f_a'} n_{f_a''}}{n_{f_a}} \right)^{1/2} \left(\frac{n_{f_b'} n_{f_b''}}{n_{f_b}} \right)^{1/2} \left(\frac{n_{f_{a+b}'} n_{f_{a+b}''}}{n_{f_{a+b}}} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left(\frac{f_a' f_b' f_{a+b}'}{f_a f_b f_{a+b}} \right)^{\gamma_a \gamma_b \gamma_{a+b}} \cdot \end{aligned} \quad (99)$$

В формуле (99), взятой из монографии [12], n_f — размерность НП $\{f\}$ группы S_N , $N = N_a + N_b = N_{a+b}' + N_{a+b}''$, $N_a = N_a' + N_a''$, $N_b = N_b' + N_b''$, $N_{a+b} = N_{a+b}' + N_{a+b}''$.

Ввиду унитарности преобразования (95) скалярные факторы нормированы соотношениями

$$\sum_{\gamma_a, \gamma_b} \sum_{f_a', f_a''} \sum_{f_b', f_b''} |F_{a \cdot b}^U|^2 = 1, \quad \sum_{\gamma_a, \gamma_b} \sum_{f_a', f_a''} \sum_{f_b', f_b''} |F_{a+b}^U|^2 = 1. \quad (100)$$

Примеры других скалярных факторов. Оболочечные ГК. Другой пример скалярного фактора — изоскалярный фактор, введенный Де Свартом [89]. Он соответствует редукции $SU(3)_F \supset SU(2)_I$. Скалярными факторами являются орбитальные ГК оболочечной модели [12]. Однооболочечный и двухоболочечный ГК соответствуют редукциям

$$U(2j+1) \supset O(3), \quad (101)$$

$$\begin{aligned} U(2j_1+1+2j_2+1) &\supset U(2j_1+1) \times U(2j_2+1) \supset \\ &\supset O(3)_1 \times O(3)_2 \supset O(3)_{1+2}, \end{aligned} \quad (102)$$

где j, j_1, j_2 — одночастичные угловые моменты оболочек. Пусть F_j^U — однооболочечный ГК:

$$F_j^U = \langle f' J' \omega' \times f'' J'' \omega'' | f J \omega \rangle, \quad (103)$$

где f — орбитальная схема Юнга; J — полный момент оболочки; ω — некоторое дополнительное квантовое число [12]. Тогда двухоболочечный ГК может быть представлен в факторизованном виде

[в соответствии с редукцией (102)]

$$F_{j_1+j_2}^U = F_{1+2}^U F_{j_1}^U F_{j_2}^U F_{1+2}^O, \quad (104)$$

где $F_{1,2}^U$ — фактор, который сопоставляется первому звену редукции в (102) [он вычисляется по формуле (99)]; $F_{j_1}^U$ и $F_{j_2}^U$ — факторы, соответствующие второму звену редукции в (102) [они определены в (103)]. Последнее звено редукции в (102) аналогично (94), и соответствующий фактор F_{1+2}^O связан с $9j$ -символом формулой типа (99)

$$F_{1+2}^O = \sqrt{(2J' + 1)(2J'' + 1)(2J + 1)} \begin{pmatrix} J'_1 & J'_2 & J' \\ J''_1 & J''_2 & J'' \\ J_1 & J_2 & J \end{pmatrix} \quad (105)$$

и нормирован соотношением $\sum_{J', J''} |F_{1+2}^O|^2 = 1$.

Формулы (99), (103) — (105) решают проблемы, связанные с редукцией (94), которая используется в (55), и с редукцией (102), которая входит в (90), (91). Это решение использует лишь стандартную оболочечную технику [12, 80]. Некоторые трудности связаны только с вычислением $9f$ -символов. В случае, когда схемы Юнга, входящие в $9f$ -символ, содержат не более двух строк ($[f] = [f_1 f_2]$), $9f$ -символ совпадает с $9j$ -символом (с точностью до перенормировки)

$$\begin{aligned} & \sqrt{n_{f'_a} n_{f'_a} n_{f'_b} n_{f'_b}} \begin{pmatrix} f'_a & f'_b & f'_{a+b} \\ f''_a & f''_b & f''_{a+b} \\ f_a & f_b & f_{a+b} \end{pmatrix} = \\ & = \sqrt{(2J'_a + 1)(2J''_a + 1)(2J'_b + 1)(2J''_b + 1)} \begin{pmatrix} J'_a & J'_b & J'_{a+b} \\ J''_a & J''_b & J''_{a+b} \\ J_a & J_b & J_{a+b} \end{pmatrix}, \quad (106) \end{aligned}$$

где $J = \frac{1}{2}(f_1 - f_2)$. В случае более сложных схем Юнга для вычисления $9f$ -символа можно использовать рекуррентные формулы [84].

Скалярные факторы как весовые множители. Рассмотрим теперь редукцию (93), входящую во все звенья цепочек (54) и (60). С помощью леммы о факторизации кварковый ГК можно записать [учитывая (54) и (94)]:

1) в схеме jj -связи — для редукции (54)

$$\Gamma^{jj} = F_{J.CI}^U F_{J_s+J_p}^U F_{C.I}^U F_{C'}^U; \quad (107)$$

2) в схеме LS -связи — для редукции (60)

$$\Gamma^{LS} = F_{XS.CI}^U F_{X.S}^U F_{s+p}^U F_{C.I}^U F_{C'}^U. \quad (108)$$

Первый фактор в этих соотношениях — известный весовой множитель [12] $F_{J.CI}^U = F_{XS.CI}^U = \sqrt{\frac{n_f n_{f'}}{n_f}}$, составленный из величин $\sqrt{\frac{1}{n_f}}$,

которые являются ККГ группы S_N [40] для образования полностью антисимметричного состояния в произведении сопряженных представлений $\{f\} \circ \tilde{\{f\}} \rightarrow \{1^N\}$. Ниже мы покажем, что любые скалярные факторы $F_{a,b}^U$ тоже имеют смысл весовых множителей, составленных из ККГ групп $S_N, S_{N'}$ и $S_{N''}$, но для более сложного приведения $\{f_a\} \circ \{f_b\} \rightarrow \{f_{ab}\}$, где $\{f_{ab}\} \neq \{1^N\}$. Поэтому произведение трех ККГ будет дополнено операцией свертывания по «проециям».

Обычный весовой множитель $\sqrt{\frac{n_{f'} n_{f''}}{n_f}}$ также можно рассматривать как результат свертывания по проекциям представлений $\{f'\}$ и $\{f''\}$, что в данном случае эквивалентно умножению на размерности этих представлений: $\sqrt{\frac{n_{f'} n_{f''}}{n_f}} = n_{f'} n_{f''} \sqrt{\frac{1}{n_{f'}}} \sqrt{\frac{1}{n_{f''}}} \sqrt{\frac{1}{n_f}}$.

Скалярные факторы как свертки ККГ. Из определения (95) и свойств ортогональности ККГ следует, что фактор $F_{a,b}^U$ равен свертке ККГ унитарных групп $U(mn)_{ab}, U(m)_a, U(n)_b$ по внутренним квантовым числам групп U_a и U_b

$$F_{a,b}^U = \sum_{\alpha'_a, \alpha''_a} \sum_{\alpha'_b, \alpha''_b} \left[\begin{matrix} f'_{ab} \times f''_{ab} \\ \alpha'_{ab} \quad \alpha''_{ab} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} f_{ab} \\ \alpha_{ab} \end{matrix} \gamma_{ab} \right] \times \\ \times \left[\begin{matrix} f'_a \times f''_a \\ \alpha'_a \quad \alpha''_a \end{matrix} \middle| \begin{matrix} f_a \\ \alpha_a \end{matrix} \gamma_a \right] \left[\begin{matrix} f'_b \times f''_b \\ \alpha'_b \quad \alpha''_b \end{matrix} \middle| \begin{matrix} f_b \\ \alpha_b \end{matrix} \gamma_b \right]. \quad (109)$$

В равенствах (95) и (109) подразумевается, что система внутренних квантовых чисел группы $U(mn)_{ab}$ включает квантовые числа подгрупп $U(m)_a$ и $U(n)_b$:

$$\alpha_{ab} = (f_a) \alpha_a \circ (f_b) \alpha_b, \quad \omega_{ab}). \quad (110)$$

Заметим, что подстановка (110) в (109) автоматически приводит после свертывания к инварианту, зависящему только от схем Юнга и индексов повторения, что и зафиксировано в форме (96).

Использование трансформационных матриц. Для ККГ групп $S_N, S_{N'}$ и $S_{N''}$ ($N = N' + N''$) можно определить свертку по проекциям, аналогичную (109), но для этого нужно использовать в группе S_N систему внутренних квантовых чисел, отвечающую нестандартной редукции

$$S_N \supset S_N \times S_{N''}. \quad (111)$$

Пусть ККГ группы S_N заданы, как обычно, в базисе Юнга — Яманучи [40], отвечающем стандартной редукции

$$S_N \supset S_{N-1} \supset \dots \supset S_2 \supset S_1, \quad (112)$$

где в качестве проекций используются символы Яманучи [40]

$$y = n_N n_{N-1} \dots n_N n_{N''-1} \dots n_1. \quad (113)$$

Базисы стандартной (112) и нестандартной (111) редукции связаны между собой унитарным преобразованием [85]

$$|f, y\rangle \equiv |f, Y''y'\rangle = \sum_{\gamma} \sum_{\gamma'} \langle f\gamma, f'y' \times f''y'' | f, y\rangle |f\gamma, f'y' \times f''y''\rangle. \quad (114)$$

В (114) обозначения базисных векторов аналогичны обозначению $|j, m\rangle$, где проекция отделена запятой от инварианта данного НП. Преобразование (114) диагонально по символу Яманучи y' , который является частью исходного символа y в (113) (остальную часть символа обозначаем Y''):

$$y = Y''y', Y'' = n_N n_{N-1} \dots n_{N'+1}, y' = n_{N'} n_{N'-1} \dots n_1. \quad (115)$$

Трансформационные матрицы $\langle f\gamma, f'y' \times f''y'' | f, y\rangle$ были введены еще в первых работах по технике ГК в ядерной модели оболочек [79], а затем были подробно исследованы в работах Каплана [85], и опубликованы таблицы их значений [85]. Преобразование (114) позволяет перейти в ККГ группы S_N к базису нестандартной редукции (111)

$$\begin{aligned} C(S_N \supset S_{N'} \times S_{N''}) &\equiv \\ &\equiv \left\{ \begin{array}{ccc} f_a & \circ & f_b \\ (f'_a y'_a \times f''_a y''_a, \gamma_a) & (f'_b y'_b \times f''_b y''_b, \gamma_b) & \end{array} \middle| \begin{array}{c} f_{ab} \omega_{ab} \\ (f'_{ab} y'_{ab} \times f''_{ab} y''_{ab}, \gamma_{ab}) \end{array} \right\} = \\ &= \sum_{Y''_a, Y''_b Y''_{ab}} \left\{ \begin{array}{ccc} f_a \circ f_b & | & f_{ab} \omega_{ab} \\ y_a & y_b & | & y_{ab} \end{array} \right\} \langle f_{ab} \gamma_{ab}, f'_{ab} y'_{ab} \times f''_{ab} y''_{ab} | f_{ab}, y_{ab} \rangle \times \\ &\times \langle f_a \gamma_a, f'_a y'_a \times f''_a y''_a | f_a, y_a \rangle \langle f_b \gamma_b, f'_b y'_b \times f''_b y''_b | f_b, y_b \rangle. \quad (116) \end{aligned}$$

Скалярный фактор ККГ группы $S_N \supset S_{N'} \times S_{N''}$. Скалярный фактор $F_{a.b}^S$, отвечающий редукции (114), записывается в виде свертки, аналогичной (109). При этом используем ККГ группы S_N в форме (116)

$$\begin{aligned} F_{a.b}^S &= \sum_{y'_a, y'_b y''_a, y''_b} C(S_N \supset S_{N'} \times S_{N''}) \left\{ \begin{array}{ccc} f'_a \circ f'_b & | & f'_{ab} \omega'_{ab} \\ y'_a & y'_b & | & y'_{ab} \end{array} \right\} \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{ccc} f''_a \circ f''_b & | & f''_{ab} \omega''_{ab} \\ y''_a & y''_b & | & y''_{ab} \end{array} \right\}. \quad (117) \end{aligned}$$

Мы получили, что $F_{a.b}^S$ зависит от тех же инвариантов, что и $F_{a.b}^U$ в (96), и согласно принципу дополнительности $F_{a.b}^S$ и $F_{a.b}^U$ должны быть одинаковыми величинами. Доказательство равенства

$$F_{a.b}^S = F_{a.b}^U \quad (118)$$

представляет теперь чисто техническую проблему, которая решена, например, в работе [14] (см. также [6, 13, 67, 68, 78]).

Вычисление скалярных факторов. Тожественность величин $F_{a.b}^S$ и $F_{a.b}^U$ позволяет использовать для вычисления $F_{a.b}^U$ аппарат группы S_N . Исходим из уравнений для ККГ [90], которые требуют знания матриц представления (D -функций). Форма этих уравнений не зависит от конкретной группы. Трансформируя обозначения под базис Юнга — Яманучи для группы S_N , исходное соотношение запишем в виде

$$\left\{ \begin{matrix} f_a \circ f_b & | & f_{ab} & \omega_{ab} \\ y_a & y_b & | & y_{ab} \end{matrix} \right\} = \sum_{\bar{y}_a, \bar{y}_b, \bar{y}_{ab}} D_{y_a y_a}^{f_a} (P) D_{y_b y_b}^{f_b} (P) D_{y_{ab} y_{ab}}^{f_{ab}} (P) \left\{ \begin{matrix} f_a \circ f_b & | & f_{ab} & \omega_{ab} \\ \bar{y}_a & \bar{y}_b & | & \bar{y}_{ab} \end{matrix} \right\}. \quad (119)$$

Для вычисления $F_{a.b}^S$ (117) достаточно использовать в (119) парную перестановку $P = P_{N', N'-1}$, для которой матрица представления $D_{y_{\omega}}^{f_{\omega}} (P) = \langle f, y | P | f, y \rangle$ легко вычисляется в базисе Юнга — Яманучи для любого НП $\{f\}$ с помощью стандартных правил, описанных, например, Хамермешем [40]. Заметим, что это обстоятельство является несомненным преимуществом подхода, основанного на группе S_N . Если бы уравнения (119) требовалось записать для произвольного ККГ унитарной группы $U(m)$, то проблема вычисления D -функций на группе $U(m)$ представила бы серьезную трудность.

Переходя в (119) к базису нестандартной редукции (111) с помощью преобразований (114), (115) и определяя

$$\tilde{D}_{aa}^f \equiv \langle f_a \gamma_a, f_a \gamma'_a \times f_a \gamma''_a | P_{N', N'+1} | f_a \gamma_a, \bar{f}_a \bar{\gamma}'_a \times \bar{f}_a \bar{\gamma}''_a \rangle \quad (120)$$

и аналогично $\tilde{D}_{bb}^{f_b}, \tilde{D}_{ab \bar{a}b}^{f_{ab}}$, получаем систему уравнений для $F_{a.b}^S$ [14] (опускаем индексы повторения γ и ω)

$$\left(\begin{matrix} f'_a & f'_b & f'_{ab} \\ f''_a & f''_b & f''_{ab} \\ f_a & f_b & f_{ab} \end{matrix} \right) = \sum_{\bar{f}'_a, \bar{f}'_b, \bar{f}''_a, \bar{f}''_b} C_{\bar{f}'_a \bar{f}'_b \bar{f}''_a \bar{f}''_b} \left(\begin{matrix} \bar{f}'_a & \bar{f}'_b & \bar{f}_{ab} \\ \bar{f}''_a & \bar{f}''_b & \bar{f}''_{ab} \\ f_a & f_b & f_{ab} \end{matrix} \right), \quad (121)$$

где коэффициенты $C_{\bar{f}'_a \bar{f}'_b \bar{f}''_a \bar{f}''_b}$ представляют собой следующую свертку \tilde{D} -функций (120) и ККГ групп $S_{N'}$ и $S_{N''}$:

$$C_{\bar{f}'_a \bar{f}'_b \bar{f}''_a \bar{f}''_b} = \sum_{\bar{y}'_a, \bar{y}'_b, \bar{y}''_a, \bar{y}''_b} \sum_{y'_a, y'_b, y'_{ab}} \sum_{y''_a, y''_b, y''_{ab}} \tilde{D}_{aa}^f \tilde{D}_{bb}^{f_b} \tilde{D}_{ab \bar{a}b}^{f_{ab}} \times \left\{ \begin{matrix} f'_a \circ f'_b & | & f'_{ab} \\ y'_a & y'_b & | & y'_{ab} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} f''_a \circ f''_b & | & f''_{ab} \\ y''_a & y''_b & | & y''_{ab} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \bar{f}'_a \circ \bar{f}'_b & | & \bar{f}'_{ab} \\ \bar{y}'_a & \bar{y}'_b & | & \bar{y}'_{ab} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \bar{f}''_a \circ \bar{f}''_b & | & \bar{f}''_{ab} \\ \bar{y}''_a & \bar{y}''_b & | & \bar{y}''_{ab} \end{matrix} \right\}. \quad (122)$$

Система уравнений (121) обладает тем преимуществом по сравнению с уравнениями для K -матрицы из книги Хамермеша, что позволяет вычислять искомые скалярные факторы $F_{a,b}^S$ для редукции $S_N \supset S_{N'} \times S_{N-2}$, минуя промежуточные этапы $S_N \supset S_{N-1}$, $S_{N-1} \supset S_{N-2}$ и т. д. таблицы скалярных факторов ККГ группы S_6^6 , вычисленные таким способом, приведены в [13, 14].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре освещены вопросы, связанные с интерпретацией взаимодействия в области кора как сугубо многочастичного явления, не сводимого к NN -отталкиванию. Мы проанализировали имеющиеся кварковые расчеты, используя аппарат групп $SU(6)_{CS}$ и S_N , и показали, что в этих расчетах еще не учтены полностью каналы цветомагнитного притяжения, которые связаны с орбитальной симметрией $[42]_X$ (например, в МРГ-расчетах следовало бы учесть связь с каналом N^*N^* или учесть поляризационные члены с максимальной CS -симметрией). При полном учете всех состояний орбитальная симметрия $[42]_X$, по-видимому, будет играть определяющую роль в NN -рассеянии. Таким образом, интерпретация E -зависимости фаз NN -рассеяния, предложенная в [22], получает предварительное подтверждение. В частности, возможно, здесь лежит причина сильной спин-орбитальной связи в атомных ядрах. Кроме того, замена «реалистических» потенциалов NN -взаимодействия [43] на ЦМ-притяжение с запрещенными состояниями может вызвать заметный эффект в ядрах ${}^3\text{H} - {}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$. Предварительное указание такого рода получено в [73]. Наряду с этим было бы интересно опробовать потенциалы с запрещенными состояниями при описании сечений $d\sigma/d\Omega$ и поляризаций $P(\theta)$ в NN -рассеянии в широком интервале энергий 0,5—2 ГэВ.

Отметим некоторые общие вопросы. После того как алгебраическая структура задачи выяснена и имеется общее представление о том, какие конфигурации системы являются наиболее важными, главным препятствием для однозначных предсказаний становится отсутствие каких-либо определенных сведений о точном виде кваркового гамилтониана в случае экзотических систем ($6q$, $9q$, $12q$ и т. д.). Сейчас в членах взаимодействия разной тензорной размерности приходится использовать феноменологические параметры, согласованные со спектром обычных адронов, а независимых «мультикварковых» экспериментальных результатов, с которыми можно было бы сравнивать, пока нет.

Очень вероятно, что кварковые степени свободы дают существенный вклад во все процессы на ядрах, когда передаваемые импульсы велики $Q^2 \gtrsim 1 \text{ ГэВ}^2/c^2$ (характерные размеры $r < r_c$). Однако пока такие экспериментальные данные не получили однозначной интерпретации. Например, инклюзивные данные по глубоконеупругому рассеянию электронов [91] ($Q^2 = 1 \div 3 \text{ ГэВ}^2/c^2$) и мюонов [92] ($Q^2 \approx$

$\approx 100 \text{ ГэВ}^2/c^2$), полученные недавно на легких ядрах (d , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$) в области, кинематически запрещенной для рассеяния на отдельных нуклонах, могут быть интерпретированы в терминах малонуклонных корреляций [11] ястровского типа, но существует и альтернативная точка зрения [7, 93—95], согласно которой рассеяние в кинематически запрещенную область происходит на мультикварковых компонентах ядерной волновой функции ($6q$, $9q$, $12q$). Еще большую множественность интерпретаций [7, 11, 94—99] имеют глубоконеупругие данные для рассеяния сильновзаимодействующих частиц на ядрах: кумулятивный эффект [100] и ядерный скейлинг [101]. Аналогичная ситуация теперь складывается и для лептонных данных на ядрах (EMC -эффект).

Отметим в заключение некоторые преимущества кваркового подхода, которые обычно выпадают из рассмотрения, если при интерпретации данных при больших Q^2 учитываются только орбитально-симметричные конфигурации s^6 [6]_X, s^9 [9]_X, s^{12} [12]_X. Во-первых, NN -корреляции, которые следуют из мультикварковой картины при учете симметрии [42]_X (см. рис. 6, кривая 3), являются не менее жесткими, чем в случае твердого тела (большая положительная логарифмическая производная при $r \gtrsim r_c$), но при этом не требуется вводить нефизический бесконечный потенциал отталкивания. Во-вторых, вероятность $6q$ -компоненты в ядрах может быть не малой в противоположность случаю NN -отталкивания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jastrov R.— Phys. Rev., 1950, v. 79, p. 389; 1951, v. 81, p. 185.
2. Bryan R. A., Scott B. L.— Phys. Rev. B, 1964, v. 135, p. 434.
3. Liberman D. A.— Phys. Rev. D, 1977, v. 16, p. 1542.
4. De Tar C.— Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 323.
5. Wong C. W. Invited Talk at Ettore Majorana School of Nucl. Phys. (Quarks and Nucleus), Erice, Italy, 1981.
6. Harvey M.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 352, p. 301; p. 326.
7. Lukanov V. K., Titov A. I.— In: Intern. Conf. on Extreme States in Nucl. Systems. X. 2, Dresden, 1981, p. 60; Лукьянов В. К., Титов А. И.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 815.
8. Oka M., Yazaki K.— Prog. Theoret. Phys., 1981, v. 66, p. 572.
9. Бабуцадзе Т. Д., Коналейшвили Т. И., Мачабели И. З., Чачхунашвили М. Ш.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1406.
10. Ioffe B. L., Smilga A. V. Preprint ITEP-27, M., 1982.
11. Слив Л. А., Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.— В кн.: Физика атомного ядра. Материалы XVII зимней школы ЛИЯФ. Ленинград, 1982, с. 3; Frankfurt L. L., Strikman M. I.— Phys. Repts, 1981, v. 76, p. 215.
12. Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. Нуклонные ассоциации в легчайших ядрах. М.: Наука, 1968.
13. Obukhovskiy I. T., Smirnov Yu. F., Tchuvil'skiy Yu. M.— J. Phys. A, 1982, v. 15, p. 7; Обуховский И. Т.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 27; Дубовик В. М., Обуховский И. Т.— Сообщения ОИЯИ, P2-80-501, Дубна, 1980.
14. Obukhovskiy I. T.— Z. Phys. A, 1982, v. 308, p. 253.
15. Neudatchin V. G., Smirnov Yu. F., Tamagaki R.— Prog. Theoret. Phys., 1977, v. 58, p. 1072.
16. Neudatchin V. G., Kukulin V. I., Korotkich V. L., Korennoy V. P.— Phys. Lett. B, 1971, v. 34, p. 581.

17. Tamagaki R. — Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 629.
18. Ali S., Bodmer A. R. — Nucl. Phys., 1966, v. 80, p. 99.
19. Saito S. — Prog. Theoret. Phys., 1969, v. 41, p. 705.
20. Swan P. — Ann. Phys. (N.Y.), 1968, v. 48, p. 455; Glockle W., LeTourneux J. — Nucl. Phys. A, 1976, v. 269, p. 16.
21. Levinson N. — K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat. — Fys. Medd., 1949, v. 25.
22. Neudatchin V. G., Obukhovskiy I. T., Kukul'in V. I., Golovanova N. F. — Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 128; Neudatchin V. G., Obukhovskiy I. T., Smirnov Yu. F. — Phys. Lett. B, 1974, v. 43, p. 13.
23. Lomon E., Feshbach H. — Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 611.
24. Jaffe R. L., Low F. L. — Phys. Rev. D, 1979, v. 19, p. 2105.
25. Simonov Yu. A. — Phys. Lett. B, 1981, v. 107, p. 1; Симонов Ю. А. — ЯФ, 1983, т. 38, с. 1410; Simonov Yu. A. Preprint ITEP-73, M., 1982.
26. Данилин Б. В. — В кн.: Нуклон-нуклонные и пион-нуклонные взаимодействия при промежуточных энергиях. Труды симпозиума. Л. Изд. ЛИЯФ, 1982, с. 243.
27. Сафронов А. Н. — Там же, с. 259; Ефимов В. А. — Сообщения ОИЯИ, P-4-82-202, Дубна, 1982.
28. Grach I. L., Narodetsky I. M., Shmatikov M. Z. Preprint ITEP-32, M., 1983.
29. Signell P. S. — Advances Nucl. Phys., 1969, v. 2, p. 223.
30. McGregor M. N., Arndt R. A., Wright R. M. — Phys. Rev., 1969, v. 182, p. 1417; Arndt R. A. e.a. — Phys. Rev. D, 1983, v. 28, p. 97; Hoshizaki N. — Prog. Theoret. Phys., 1978, v. 60, p. 1796; *ibid.*, 1979, v. 61, p. 129.
31. Higuchi T., Mashida S. — Prog. Theoret. Phys., 1966, v. 36, p. 313.
32. Brayshaw D. D. — Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 2827; Shakin C. M., Weiss M. S. — Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 756.
33. Matveev V. A., Sorba P. — Nuovo cimento Lett., 1977, v. 20, p. 443; Smirnov Yu. F., Tchuvil'skiy Yu. M. — J. Phys. G, 1978, v. 4, p. L1.
34. Зельдович Я. Б. — Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 214.
35. Jaffe R. L. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 195.
36. DeGrand T. A., Jaffe R. L., Johnson K., Kiskis J. — Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 2060.
37. Neudatchin V. G., Obukhovskiy I. T., Smirnov Yu. F., Tkalya E. V. — Z. Phys. A, 1983, v. 313, p. 357.
38. Неудачин В. Г., Обуховский И. Т., Смирнов Ю. Ф. — В кн.: Физика атомного ядра. Материалы XVII зимней школы ЛИЯФ, Л., 1982, с. 109.
39. Dyson R., Xuong N. — Phys. Rev. Lett., 1964, v. 13, p. 815.
40. Хамермеш М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам. Пер. с англ. М.: Мир, 1966.
41. Gross D. J., Wilczek F. — Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1343; Politzer H. D. — Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1346.
42. DeRujula A., Georgi H., Glashow S. L. — Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 147; Appelquist T., Politzer H. D. — Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 43; Quigg C., Rosner J. L. — Phys. Lett. B, 1977, v. 71, p. 153.
43. Hamada T., Johnston I. D. — Nucl. Phys., 1962, v. 34, p. 382; Reid R. V. — Ann. Phys. (N.Y.), 1968, v. 500, p. 411.
44. Obukhovskiy I. T., Neudatchin V. G., Smirnov Yu. F., Tchuvil'skiy Yu. M. — Phys. Lett. B, 1979, v. 88, p. 231.
45. Ribeiro J. R. — Z. Phys. C, 1980, v. 5, p. 27.
46. Oka M., Yazaki K. — Phys. Lett. B, 1980, v. 90, p. 41.
47. Toki H. — Z. Phys. A, 1980, v. 294, p. 173.
48. Faessler A., Fernandez F., Lubeck G., Shimizu K. — Phys. Lett. B, 1982, v. 112, p. 201; Nucl. Phys. A, 1983, v. 402, p. 555; Faessler A. — Invited Talk at the Erice School on Nucl. Phys., 6—18 April 1983.
49. Quarks and Nuclear Forces/Ed. by O. Fries, B. Zeintitz, Heidelberg, 1982, p. 223.
50. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.

51. Ohta S., Oka M., Arima A., Yazaki K.— Phys. Lett. B, 1982, v. 119, p. 35; Oka M., Yazaki K.— Nucl. Phys. A, 1983, v. 402, p. 477.
52. Bhaduri R. K., Cohler L. E., Nogami Y.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1369.
53. Biedenbarn L. C.— J. Math. Phys., 1963, v. 4, p. 436.
54. Вейль Г. Классические группы, их инварианты и представления. М.: ГИИЛ, 1947, с. 179.
55. Bender I., Dosch H. G.— Forsch. Phys., Berlin, 1982, v. 30, p. 633; Liu K. F. Preprint Univ. Kentucky, USA, 1981.
56. Majling L., Rizek J., Pluhar Z., Smirnov Yu. F.— J. Phys. G, 1976, v. 2, p. 357.
57. Cvetic M., Golli B., Maukoc-Borstnik N., Rosina M.— Nucl. Phys. A, 1983, v. 395, p. 349.
58. Storm M. H., Watt A.— Nucl. Phys. A, 1983, v. 408, p. 397.
59. Кусанов А. М., Обуховский И. Т.— Программа и тезисы докладов 34-го совещания по ядерной спектроскопии и структуре ядра. Алма-Ата, 1984.
60. Aerts A. T., Mulders P. J., de Swart J. J.— Phys. Rev. D, 1980, v. 21, p. 1310.
61. Aerts A. T. M. The MIT bag model and some spectroscopy applications. Doct. Phil. These. Nu Nijmegen, 1979; Mulders P. J. G. Multiquark states in the bay model. Doct. Phil. These, Nijmegen, 1980.
62. Callan C. G., Dashen R. F., Gross D. J.— Phys. Rev. D, 1978, v. 17, p. 2717; 1979, v. 19, p. 1826.
63. Rebbi C.— Phys. Rev. D, 1976, v. 14, p. 2362; Исраилов З. З.— Препринт ФТИ АН УзССР 7-82-ФВЭ, Ташкент, 1982.
64. Покровский Ю. Е. Препринт ИАЭ-3809/2, М., 1983.
65. Доркин С. М., Резник Б. Л., Титов А. И.— ЯФ, 1982, т. 36, с. 124.
66. So S. I., Strottman D.— J. Math. Phys., 1980, v. 20, p. 844.
67. Chen J. Q.— J. Math. Phys., 1981, v. 22, p. 1; Chen J. Q., Shi Y. J., Feng D. H., Valliers M.— Nucl. Phys. A, 1983, v. 393, p. 122.
68. Sommers L. J. Preprint THEF-NYM-82. 12, Nijmegen, 1982; Preprint THEF-NYM-82. 13, Nijmegen, 1982.
69. Feshbach H.— Ann. Phys. (N.Y.), 1962, v. 19, p. 287.
70. Littlewood D. E. Theory of Group Characters and Matrix Representations of Groups. N.Y., Oxford Univ. Press, 1958; Джадд Д. Б., Вайборн Б. Теория сложных атомных спектров. Пер. с англ. М.: Мир, 1973, с. 114.
71. Smirnov Yu. F., Obukhovskiy I. T., Tchuvil'sky Yu. M., Neudatchin V. G.— Nucl. Phys. A, 1974, v. 235, p. 289; Horiuchi H.— Prog. Theoret. Phys., 1974, v. 51, p. 1266; *ibid.*, 1975, v. 53, p. 477.
72. Фомин Б. А., Эфрос В. Д. Препринт ИАЭ-3420, М., 1981.
73. Бурсак А. В., Горбатов А. М., Кукулин В. И. Всесоюзная конференция по теории систем нескольких частиц с сильным взаимодействием, 1983. Тезисы докладов. Л. Изд. ЛГУ, 1983, с. 103.
74. Дубовиченко С. Б., Жусупов М. А.— Изв. Каз.ССР. Сер. физ.-мат., 1983, № 6, с. 34.
75. Буров В. В., Лукьянов В. К., Титов А. И. Сообщения ОИЯИ, P2-80-68, Дубна, 1980; Кобушкин А. П.— ЯФ, 1978, т. 28, с. 495; Burov V. V., Dorkin S. M., Lukyanov V. K., Titov A. I.— Z. Phys. A, 1982, v. 306, p. 149.
76. Обуховский И. Т., Ткаля Е. В.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 288.
77. McCarty J. S., Sick I., Whithey P. R.— Phys. Rev. C, 1977, v. 15, p. 1395.
78. Бабуцидзе Т. Д., Мачабели И. З.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1059.
79. Jahn H. A.— Proc. Roy. Soc. A, 1950, v. 201, p. 516; Jahn H. A., van Wieringen H.— *Ibid.*, 1951, v. 209, p. 502; Flowers V. H., Jahn H. A.— *Ibid.*, 1952, v. 210, p. 197.
80. Ванас В. В. Алгебраические методы в теории ядра. Вильнюс: Минтис, 1971.
81. Алишаускас В. К.— ЭЧАЯ, 1983, т. 14, с. 1313.
82. Moshinsky M., Quesne C.— J. Math. Phys., 1970, v. 11, p. 1634.
83. Kra mer P.— Z. Phys., 1967, v. 205, p. 184; 1968, v. 216, p. 68.

84. **Kramer P., Zeligman T. H.**— Nucl. Phys. A, 1969, v. 123, p. 161; v. 136, p. 545.
85. **Каплан И. Г.**— ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 560; **Каплан И. Г.** Симметрия многоэлектронных систем. М.: Наука, 1969.
86. **Kukulin V. I., Mailing L., Smirnov Yu. F.**— Nucl. Phys. A, 1967, v. 103, p. 681.
87. **Sullivan J. J.**— J. Math. Phys., 1973, v. 14, p. 383; 1978, v. 19, p. 1674; p. 1681; Phys. Rev. A, 1972, v. 5, p. 29.
88. **Racah G.** Group Theory and Spectroscopy. Princeton, 1951.— Rev. Mod. Phys., 1949, v. 21, p. 494.
89. **DeSwart J. J.**— Rev. Mod. Phys., 1963, v. 35, p. 916.
Русский перевод см. УФН, 1964, т. 84, с. 651.
90. **Вигнер Е.** Теория групп и ее приложения к квантово-механической теории атомных спектров. М.: Изд-во иностр. лит., 1961, с. 225.
91. **Day D. e.a.**— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1143.
92. **Савин И. А.**— В кн.: Мультикварковые взаимодействия и квантовая хромодинамика. Материалы VI международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Д1,2-81-728, Дубна, 1981.
93. **Pirner H., Vary P.**— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 1376.
94. **Балдин А. М.**— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, с. 429.
95. **Ефремов А. В.**— ЭЧАЯ, 1982, т. 13, с. 613.
96. **Ставинский В. С.**— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 949.
97. **Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.**— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, с. 571.
98. **Копелиович В. Б.**— Я. Ф, 1977, т. 26, с. 168.
99. **Kalinkin B. H., Charby A. V., Shmonin V. L.**— Acta Phys. Pol. B, 1979, v. 5, p. 375; p. 385, 393.
100. **Балдин А. М.** Краткие сообщения по физике, 1971, т. 18, с. 465; **Балдин А. М.** и др.— Я. Ф, 1975, т. 21, с. 1008; **Baldin A. M.**— In: Proc. of the XIX Intern. Cons. on High Energy Physics/Ed. Noma S. Tokio, 1978, p. 455 (Physical Soc. of Japan, 1978).
101. **Лексин Г. А.** Ядерный скейлинг. М.: МИФИ, 1975; **Лексин Г. А.**— В кн.: Мультикварковые взаимодействия и квантовая хромодинамика. Материалы VI международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Д1,2-81-728, Дубна, 1981.