

## ПОДБАРЬЕРНОЕ СЛИЯНИЕ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

*В. П. Пермяков, В. М. Шилов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматриваются теоретические модели для описания сечений полного слияния легких и средних ядер при подбарьерных и околобарьерных энергиях. Подробно обсуждается многоканальная модель с граничными условиями в виде сходящейся волны во внутренней области ядра, рассмотрены различные упрощения модели.

На единой основе рассмотрены также упругое и неупругое сечения, обсуждаются распадные свойства составного ядра. Приводится сравнение с экспериментальными данными.

Theoretical models for describing cross sections of the complete fusion of light and medium nuclei at sub-barrier and near-barrier energies are considered. The multichannel model with ingoing-wave boundary conditions in the inner nuclear region is discussed in detail; various simplifications of the model are considered.

The elastic and inelastic cross sections are treated on the same footing; the decay properties of a compound nucleus are discussed. The results are compared with experimental data.

### ВВЕДЕНИЕ

Туннельный эффект в квантовой механике — явление хорошо известное и широко используемое не только в ядерной физике, но и в других науках [1]. Однако исследования процессов туннелирования в сложных ядерных системах являются и в настоящее время одной из актуальнейших проблем для теории и эксперимента [2].

Важной проблемой остается, например, экстраполяция околобарьерных данных по сечениям слияния ядер углерода и кислорода в область астрофизических энергий. Эти процессы определяют эволюцию звезд на поздней стадии их развития [3].

Туннелирование под кулоновским барьером определяет также время жизни тяжелых ядер по отношению к  $\alpha$ -распаду [4] и к распаду с испусканием тяжелых кластеров [5].

Подбарьерное слияние является привлекательным процессом для получения сверхтяжелых составных ядер с минимальной энергией возбуждения, что уменьшает вероятность распада этих ядер по каналу деления [6].

Когда два иона сливаются, они образуют систему с некоторой энергией возбуждения и угловым моментом. В дальнейшем эта система будет довозбуждаться испусканием легких частиц и  $\gamma$ -квантов, переходя к холодному остаточному ядру. Для тяжелых составных

ядер, где барьер деления невелик или резко падает из-за большого внесенного углового момента, открывается также канал деления. Таким образом, экспериментальное сечение слияния  $\sigma_{сл}$  может быть получено из суммы двух членов: сечения испарения и сечения деления.

В соответствии с определением составного ядра по Нильсу Бору, составная система должна достигнуть полного равновесия по всем степеням свободы. Единственные величины, которые характеризуют такую систему, — это заряд, масса, энергия и угловой момент. Распад составного ядра должен происходить по законам статистической механики [7], и эти законы устанавливают определенные требования для энергетических, угловых и массовых распределений испарительных частиц и осколков деления.

В данном обзоре мы ограничили себя анализом только таких систем, которые образуются при слиянии не слишком тяжелых ядер, для которых произведение зарядов  $Z_1 Z_2 < 2000$ . Для ядер, не удовлетворяющих этому условию, пороговая энергия для слияния предсказывается намного выше, чем для полного сечения реакции  $\sigma_p$  [8], и в этом случае открываются новые каналы реакции, названные прямым делением [9], «квазиделением» [10] и быстрым делением [11]. Экспериментально такие процессы трудно выделить от процесса распада истинного составного ядра, и их обсуждение требует отдельной статьи.

Мы также не будем обсуждать экспериментальную методику выделения канала полного слияния из многих конкурирующих каналов реакции, и для термина «слияние» всюду будем понимать процесс образования составного ядра с установлением статистического равновесия по всем степеням свободы.

Слияние двух тяжелых ионов при околобарьерных энергиях хорошо описывается в рамках простой одномерной модели. Сечение слияния определяется вероятностью туннелирования через потенциал, представляющий собой сумму ядерного, кулоновского и центробежного потенциалов двух сталкивающихся ионов. В рамках этой модели выполнено огромное количество работ (см., например, обзор [12]). Поскольку одномерная модель служит основой для последующего развития теории, в следующем разделе рассмотрим основные положения этой модели вместе с типичными экспериментальными данными.

С увеличением чувствительности экспериментальных установок стало возможным проводить исследования сечений слияния при подбарьерных энергиях. Первые исследования подбарьерного слияния, предпринятые в работах [13, 14] в 1980 г., привели к неожиданным результатам. Сечения подбарьерного слияния на порядок и более превосходят теоретические оценки сечений, выполненные в рамках одномерных моделей.

В дальнейшем во многих работах [15—21] было показано, что корректный учет внутренней структуры сталкивающихся ядер позво-

ляет вполне удовлетворительно описывать такой эффект усиления сечений подбарьерного слияния. Развитые в этих работах многомерные модели предсказывают также заметное уширение  $L$ -заселенности образовавшихся составных ядер по сравнению с одномерными моделями, которое подтверждается экспериментально. В разд. 2 мы рассмотрим теоретические модели, используемые в настоящее время для описания процессов подбарьерного туннелирования.

Метод сильной связи каналов, используемый в многомерных моделях, сталкивается с большими вычислительными трудностями в случае средних и тяжелых ядер, где велико число открытых каналов. По этой причине большое внимание будет уделено различным приближениям, упрощающим решение многоканальной задачи и позволяющим проводить качественные оценки.

В разд. 3 в рамках многоканальной модели будут сформулированы граничные условия для описания процессов, обратных слиянию, т. е. спонтанный распад и распад из возбужденных состояний тяжелых ядер с испусканием массивных кластеров. Продемонстрирована асимметрия проницаемости кулоновского барьера в распаде и слиянии при учете сложной структуры сталкивающихся ядер. Предложен простой метод для качественного объяснения этого эффекта.

## 1. ОДНОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ

В одномерных моделях используется «эффективный» потенциал, представляющий собой сумму ядерного, кулоновского и центробежного потенциалов двух сталкивающихся ионов:

$$V_L(r) = V_{\text{кул}}(r) + V_{\text{яд}}(r) + L(L+1)\hbar^2/(2\mu r^2), \quad (1)$$

где  $L$  — орбитальный угловой момент;  $\mu$  — приведенная масса системы. (Для простоты изложения мы в данном обзоре всюду будем использовать выражения для бесспиновых ядер.) В этой модели сечение слияния для парциальной волны с угловым моментом  $L$  определяется вероятностью прохождения частицы через кулоновский барьер, определяемый формулой (1). В терминах парциальных волн сечение слияния записывается в виде

$$\sigma_{\text{сл}}(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L+1) T_L(E) P_L(E). \quad (2)$$

Здесь  $k$  — асимптотическое волновое число;  $k = (2\mu E/\hbar^2)^{1/2}$ ;  $T_L(E)$  — проницаемость через «эффективный» потенциал (1) при энергии налетающих ионов в системе центра масс  $E$ ;  $P_L(E)$  — вероятность перехода системы в канал полного слияния после прохождения кулоновского барьера.

При описании реакций слияния в околобарьерной области энергий для не слишком тяжелых ядер в одномерных моделях предполагают, что частицы, преодолевшие кулоновский барьер, обязательно

сольются [12], т. е. вероятности  $P_L(E) = 1$ , и до прохождения кулоновского барьера нет диссипации кинетической энергии.

В классической физике парциальные проницаемости полностью определяются высотой барьера  $V_{6L}$  в потенциале (1):

$$T_L(E) = \begin{cases} 1 & E > V_{6L} \\ 0 & E < V_{6L} \end{cases}. \quad (3)$$

В этом случае ряд (2) легко суммируется и в результате получаем

$$\sigma_{\text{сл}} = \frac{\pi}{k^2} (L_{\text{кр}} + 1)^2, \quad (4)$$

где  $L_{\text{кр}}$  — последняя парциальная волна, для которой  $E > V_{6L}$ . [Выражение (4) часто используется в литературе для представления сечений слияния в терминах критического углового момента  $L_{\text{кр}}$ , а выражение (3) для проницаемости называется приближением резкого обрезания.]

Если далее предположить, что радиус барьера  $R_{6L}$  не зависит от  $L$  и  $L_{\text{кр}} (L_{\text{кр}} + 1) \approx (L_{\text{кр}} + 1)^2$ , то получим известную формулу

$$\sigma_{\text{сл}}(E) = \pi R_6^2 (1 - V_6/E), \quad (5)$$

где  $R_6$  и  $V_6$  — радиус и высота кулоновского барьера для  $s$ -волны. Для легких ядер, где число парциальных волн невелико, последние два предположения могут оказаться очень грубыми, как отмечено в [22].

В реакциях подбарьерного слияния тяжелых ионов для расчетов проницаемостей под кулоновским барьером классические представления для проницаемости (3) уже неприменимы, и в этом случае используют приближение Вентцеля — Крамерса — Бриллюэна (ВКБ):

$$T_L(E) = 1/(1 + t_L),$$

где

$$t_L = \exp 2 \int_{r_1}^{r_2} [2\mu/\hbar^2]^{1/2} [V_L(r) - E]^{1/2} dr, \quad (6)$$

и интегрирование в этом выражении выполняется между точками поворота в подбарьерной области потенциала (1). Отметим, что в ВКБ-приближении проницаемость не зависит от поведения потенциала на расстояниях, где  $V(r) < E$ , т. е. не учитывается отражение падающего потока от областей резкого изменения потенциала.

Аппроксимируя потенциал в области кулоновского барьера параболой с кривизной  $\hbar\omega_L$ :

$$\hbar\omega_L = \left| \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 V_L}{dr^2} \right|_{r=R_{6L}}^{1/2}, \quad (7)$$

Хилл и Уиллер для  $t_L$  получили [23]:

$$t_L = \exp \left( 2\pi \frac{V_{\sigma L} - E}{\hbar\omega_L} \right). \quad (8)$$

Предположив, что кривизна барьера  $\hbar\omega_L$  не зависит от  $L$ , и заменяя суммирование в (2) интегрированием, Вонгу удалось просуммировать ряд (2) и получить [24]:

$$\sigma_{\text{сл}} = \frac{R_0^2 \hbar\omega}{2E} \ln \left\{ 1 + \exp \left( 2\pi \frac{E - V_{\sigma}}{\hbar\omega} \right) \right\}. \quad (9)$$

При энергиях выше барьера это выражение сводится к формуле (5). Вонгу удалось получить также формулы для деформированных ядер, усредняя (2) по взаимным ориентациям налетающего ядра и ядра-мишени [24].

Формулы (1) — (9) с двумя свободными параметрами  $V_{\sigma}$  и  $R_{\sigma}$  хорошо описывают сечение слияния в околосбарьерной области энергий [12], т. е. сечение слияния  $\sigma_{\text{сл}}$  линейно падает как функция  $1/E$  с типичным значением параметра  $r_0 \approx 1,4$  фм ( $r_0 = R_{\sigma}/(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ ). Стандартная оптическая модель с мнимым потенциалом, описывающая упругое рассеяние (и, следовательно, и полное сечение реакции) [25], дает для радиуса сильного поглощения несколько большее значение  $r_0 \approx 1,5$  фм [26]. (Радиус сильного поглощения  $R_{SA}$  определяют как расстояние наибольшего сближения двух ионов, движущихся по классической резерфордской орбите с угловым моментом  $L$ , для которого прозрачность  $T_L = 0,5$ .) Это указывает на то, что прямые процессы открываются на расстояниях несколько больших, чем радиус кулоновского барьера.

Рассмотрим, как приведенный выше формализм описывает экспериментальные данные. Обратимся сначала к легким ядрам.

Исследования реакций с легкими ядрами  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ ,  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ ,  $^{16}\text{O} + ^9\text{Be}$  и др. преследуют двойную цель. С одной стороны, структура легких ядер хорошо изучена к настоящему времени, и это позволяет надеяться на получение достоверной информации о механизме протекания реакции.

С другой стороны, как уже отмечалось, подбарьерные реакции с легкими ядрами важны для понимания процессов, протекающих в звездах на поздней стадии развития, когда в результате ядерных реакций с водородом и гелием в звездах накапливаются углерод и кислород, выгорание которых при энергиях взаимодействия  $E \approx 1$  МэВ определяет эволюцию звезд. С этой точки зрения экстраполяция экспериментальных данных, полученных в настоящее время в околосбарьерной области энергий, очень важна вплоть до нескольких сотен килоэлектрон-вольт.

Физически хорошо оправданная модель необходима для такой экстраполяции. С этой целью экспериментальные усилия были затрачены не только на измерения этих реакций, но и были расширены

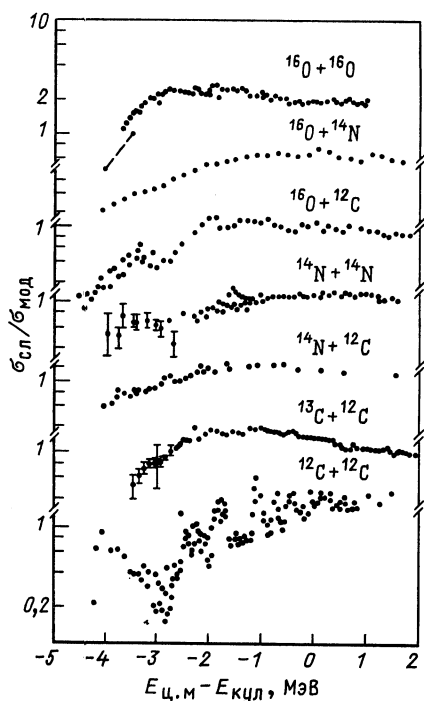
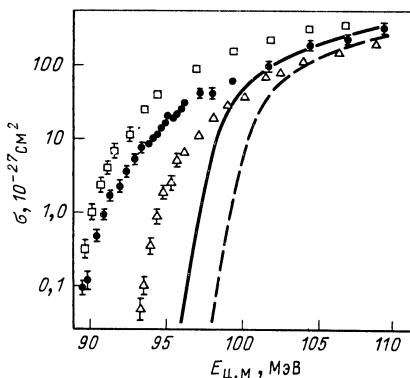


Рис. 1. Отношение сечений подбарьерного слияния ядер к сечениям, рассчитанным по оптической модели (из работы [27]). Для кулоновской энергии принята величина  $Z_1 Z_2 e^2 / R$ , где  $R = 1,7 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$

Рис. 2. Экспериментальные сечения полного слияния для различных изотопов никеля [13]:  
 □ —  $^{64}Ni + ^{64}Ni$ ; ● —  $^{58}Ni + ^{64}Ni$ ; Δ —  $^{58}Ni + ^{58}Ni$ ; сплошная и штриховая кривые — расчеты по методу ВКБ для реакций  $^{58}Ni + ^{64}Ni$  и  $^{58}Ni + ^{58}Ni$  соответственно

на исследования сечений слияния соседних ядер.

На рис. 1 показаны результаты экспериментальных исследований с легкими ядрами, приведенные в обзоре [27]. В измеренной области энергий сечения падают на пять порядков, поэтому для удобства они сравниваются с сечением реакции  $\sigma_{мод}$ , рассчитанным по оптиче-



ской модели со следующим набором параметров:  $V = 50$  МэВ,  $W = 10$  МэВ,  $r_0 = 1,27$  фм и  $\alpha = 0,4$  фм.

Из рисунка видно, что сечение слияния  $\alpha$ -кластерных ядер углерода и кислорода обнаруживает сложную резонансную структуру. Структуры в сечениях слияния обнаружены практически для всех реакций  $\alpha$ -кластерных ядер вплоть до слияния двух ядер  $^{28}Si$  и до энергий возбуждения 70 МэВ. Аналогичную структуру для этих реакций также показывают и функции возбуждения в полном сечении реакции, в упругом и квазиупругом рассеянии (см., например, обзор [28]). Тем не менее «сглаженные» экспериментальные сечения слияния для всех легких ядер не сильно отличаются от предсказаний стандартной оптической модели. При продвижении к еще более низким энергиям, сечения слияния для реакций  $^{16}O + ^{16},^{18}O$  стано-

вятся гладкими функциями от энергии и могут быть описаны в рамках одномерных моделей с небольшой перенормировкой стандартных параметров [29]. Отличия в сечениях для различных изотопов кислорода могут быть объяснены разными геометрическими размерами ядер.

При переходе к реакциям со средними ядрами согласие между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными при подбарьерных энергиях значительно ухудшается. На рис. 2 представлены экспериментальные данные работы [13] для реакций  $^{58,64}\text{Ni} + ^{58,64}\text{Ni}$ . Видно, что добавление нескольких нейтронов к ядру  $^{58}\text{Ni}$  приводит к заметному изменению наклона в сечении слияния для реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ . Кроме этого, энергетический сдвиг между сечениями слияния для различных изотопов никеля не объясняется простым изменением геометрических размеров ядер. Аналогичная резкая зависимость сечений слияния от числа добавляемых нейтронов обнаружена и в реакциях с более легкими ядрами  $^{40}\text{Ca} + ^{40,44,48}\text{Ca}$  [30]. На рис. 2 также представлены результаты расчетов по формулам Хилла — Уиллера (8) с ядро-ядерным потенциалом, полученным из жидкокапельной модели [31]. Видно, что для реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$  в низкоэнергетической части спектра рассчитанная кривая имеет тот же наклон, что и экспериментальная, но сдвинута на 5 МэВ в сторону больших энергий. Для реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$  наклон теоретического сечения в измеренной области энергий оказался большим, чем экспериментальный. Расхождение между теорией и экспериментом еще больше увеличивается с ростом массовых чисел сталкивающихся ионов [32].

Можно поставить такой вопрос: каков должен быть одномерный потенциальный барьер, чтобы удовлетворительно описать данные по подбарьерному слиянию. Такая обратная задача, аналогичная задаче восстановления в классической механике потенциальной энергии по периоду колебаний, была решена в квазиклассическом приближении в работе [33]. С использованием некоторых упрощений получено выражение для разности между правой и левой точками поворота в подбарьерной области  $t(V) = r_2(V) - r_1(V)$  от известного сечения слияния. Сами же функции  $r_2(V)$  и  $r_1(V)$  остаются неопределенными. В работе [33] полагается, что функциональная форма потенциала на правом конце барьера задается кулоновским потенциалом и хвостом ядерного жидкокапельного потенциала [31], тогда форма потенциала с другой стороны барьера определяется однозначно из полученного решения обратной задачи.

В работе [33] приведены примеры восстановленных таким образом потенциалов для легких и средних систем. Потенциалы для легких систем, например  $^{14}\text{N} + ^{14}\text{N}$ , не обнаруживают заметных расхождений с обычно используемыми потенциалами.

Для более тяжелых ядер потенциалы становятся очень узкими и даже двузначными. На рис. 3 мы представили фрагмент рисунка из работы [33] для восстановленных потенциалов в реакциях слияния

$^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca} \rightarrow F$ ,  $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni} \rightarrow F$ ,  $^{64}\text{Ni} + ^{74}\text{Ge} \rightarrow F$ . Есть несколько возможностей для объяснения неожиданного поведения потенциала. Во-первых, выражение для инерционной массы в виде  $\mu = A_1 A_2 / (A_1 + A_2) M_n$  в формуле для ВКБ-проницаемости (6) справедливо только для легких ядер, где кулоновский барьер расположен на расстояниях, превышающих сумму радиусов половинной плотности

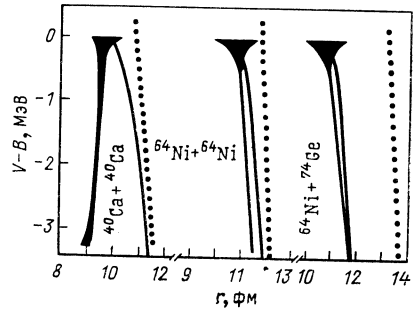


Рис. 3. Эффективные одномерные потенциальные барьеры, восстановленные методом решения обратной задачи. Штриховые линии — кулоновский потенциал точечных зарядов  $Z_1$  и  $Z_2$ . Заштрихованные участки отражают неопределенность в толщине барьера из-за экспериментальных погрешностей в измеренных сечениях слияния ядер

двух ядер. Для тяжелых ядер это не так, и в работе [32] при описании эксперимента  $^{64}\text{Ni} + ^{74}\text{Ge}$  обсуждается возможность зависимости инерционного параметра от расстояния, т. е.  $\mu \rightarrow M(r)$ . Феноменологическое введение  $\mu \rightarrow \mu/P$ , где  $P > 1$ , использовалось также в обзоре [27] для увеличения ВКБ-проницаемости (6) при описании эксперимента. Во-вторых, одномерное описание процесса туннелирования становится слишком грубым для тяжелых ядер и необходимо также учитывать и другие степени свободы.

Систематические измерения сечений подбарьерного слияния для средних ядер были проведены в работе [34]. Анализ эксперимента по формуле Вонга (9) показал, что параметр  $\hbar\omega$ , описывающий кривизну кулоновского барьера, растет с ростом масс участвующих в реакции ядер и, например, в реакциях аргона с изотопами олова и криптона с изотопами никеля достигает значения  $\hbar\omega = 13 \div 16$  МэВ. Отмечается [34], что такую кривизну невозможно получить даже с глубоким потенциалом прямоугольной ямы, тогда как общепринятые потенциалы дают  $\hbar\omega = 2 \div 4$  МэВ. Аналогичное резкое падение потенциала в области внутреннего края кулоновского барьера мы уже видели на рис. 3.

Таким образом, уже первые эксперименты по подбарьерному слиянию поставили перед теорией трудные вопросы. Рассмотрим, какую дополнительную информацию о механизме полного слияния ядер нам могут дать эксперименты при надбарьерных энергиях.

При переходе к более высоким энергиям  $E \approx 2 \div 3 V_c$  оказалось, что сечение слияния становится намного меньше полного сечения реакции и существенный вклад в сечение реакции дают прямые процессы. Анализ экспериментальных данных показал [35], что и в высокоэнергетической области также наблюдается линейный на-



клон в сечении слияния в зависимости от величины  $1/E$ . Сечение слияния при этих энергиях определяется значением и радиусом потенциала в некоторой «критической» точке с характерным радиальным расстоянием  $r_{\text{кр}}^0 = (1 \pm 0,07)$  фм:

$$\sigma_{\text{сл}}(E) = \pi R_{\text{кр}}^2 (1 - V_{\text{кр}}/E), \quad (10)$$

а формула (5) при этих энергиях продолжает описывать полное сечение реакции. Было показано для широкого круга ядер [35, 36], что необходимым условием для слияния при высоких энергиях является достижимость для тяжелых ионов критического расстояния  $R_{\text{кр}}$  в потенциале (1), а прямые процессы открываются при достижении кулоновского барьера.

Используя эту идею, Гласу и Мозелю удалось просуммировать ряд (2) и получить единое выражение для сечения слияния, справедливое как при высоких, так и при низких энергиях [37]:

$$\sigma_{\text{сл}} = \frac{\hbar\omega R_0^2}{2E} \ln \frac{1 + \exp\{2\pi[E - V_0]/\hbar\omega\}}{1 + \exp\{2\pi[E - V_0 - (R_{\text{кр}}/R_0)^2(E - V_{\text{кр}})]/\hbar\omega\}}. \quad (11)$$

Формулы (9) и (10) получаются из (11) предельными переходами к низким и высоким энергиям, так как для легких и средних ядер  $V_0 > V_{\text{кр}}$ .

При выводе уравнения (11) предполагалось, что потери кинетической энергии на расстояниях, больших  $R_{\text{кр}}$ , малы. Этот вопрос исследовался в работе [38] в рамках зависящего от времени метода Хартри — Фока. Было показано, что значительный сброс кинетической энергии во внутренние возбуждения происходит лишь на расстояниях с радиальным параметром  $r_0 \simeq 1$  фм, соответствующим сумме радиусов половинных плотностей двух ядер. Здесь происходит перестройка оболочечной структуры индивидуальных ядер в единую структуру составного ядра, и это проясняет физический смысл критического расстояния  $R_{\text{кр}}$  для слияния.

Приведенные выше выражения для сечений слияния основаны на классических или квазиклассических представлениях, предполагающих существование в надбарьерной области хорошо определенной траектории налетающей частицы. В работах [39—42] была построена квантовомеханическая модель для описания процесса слияния. Сущность модели заключается во введении на расстоянии  $r = R_{\text{кр}}$  граничного условия на волновую функцию относительного движения двух ионов в виде только сходящейся волны. Поток частиц, дошедших в потенциале (1) до критического расстояния  $R_{\text{кр}}$ , определяет сечение слияния в этой модели. (Для тяжелых ионов впервые ввел аналогичные граничные условия с несколько большим радиальным параметром  $r_0 = 1,17$  фм Томас в работе [43].) Многоканальный вариант модели будет подробно обсуждаться в следующем разделе, поэтому здесь мы ограничимся только краткими замечаниями.

В начальном варианте модели [40, 41] в одноканальном случае в периферической области перекрытия ядер мы ввели феноменологический мнимый потенциал с энергетической зависимостью  $W \sim \sim W_0 (E - V_0)$  и  $W = 0$  при подбарьерных энергиях. Мнимый потенциал в данной модели ответствен за прямые процессы и обеспечивает превышение сечения реакции от сечения слияния при надбарьерных энергиях. Модель успешно описывает сечения слияния и полные сечения реакции при околбарьерных и надбарьерных энергиях для широкого круга ядер с единым набором параметров мнимой части потенциала [41]. Очевидно, что при нулевой мнимой части сечение слияния в этой модели должно незначительно отличаться от сечения, даваемого формулой (11), и отличие вызвано квантовомеханическим описанием туннелирования в сложном потенциале (1).

Далее мы обратили внимание, что мнимый потенциал, использованный в [40, 41] для описания сечений слияния, оказался слишком мал, чтобы описать дифференциальные сечения упругого рассеяния. Увеличение же мнимого потенциала до обычного значения приводит к большому убыванию потока частиц из основного канала, и поток, дошедший до критического расстояния, а следовательно, и сечение слияния оказываются слишком малыми. Чтобы разрешить это противоречие, в работе [44] нами была введена многоканальная модель граничных условий, которая позволяла системе выходить из основного канала в неупругие каналы на больших радиальных расстояниях. С одной стороны, это обеспечивало правильное описание упругого рассеяния при околбарьерных энергиях даже без введения мнимой части потенциала. С другой стороны, часть полного потока частиц доходила до критического расстояния в неупругих каналах и, следовательно, давала вклад в сечение слияния.

По-другому устранили противоречие в описании упругого рассеяния и слияния в работе [45]. Ее авторы разделили мнимый потенциал, извлеченный из упругого рассеяния, на две части: периферическая была ответственна за прямые процессы, а оставшаяся внутренняя часть описывала убывание падающего потока в канал слияния. Парциальные проницаемости для слияния в этой модели определяются следующим образом:

$$T_L(E) = 8i\hbar v \int_0^{R_F} |\chi_L(r)|^2 W(r) dr, \quad (12)$$

где  $v$  — относительная скорость двух ионов. Искаженные парциальные волны  $\chi(r)$  рассчитываются с полным оптическим потенциалом  $V(r)$  и  $iW(r)$ , извлеченным из упругого рассеяния, и это обеспечивает правильность описания фаз упругого рассеяния. Анализ экспериментальных данных по сечениям слияния при надбарьерных энергиях показал [45, 46], что верхний предел интегрирования в выражении (12) приблизительно постоянен и дается величиной  $R_F \approx \approx 1,45 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ . Однако в подбарьерной области энергий эта

одномерная модель давала заниженные сечения слияния и в последующих работах была расширена введением сильной связи каналов в периферической области [47].

Таким образом, на примере многих одномерных моделей мы убедились, что они не способны объяснить наблюдаемые большие сечения подбарьерного слияния для средних ядер, хотя и оказываются очень полезными для параметризации и систематизации экспериментальных данных [34].

## 2. МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ

**Усреднение по ориентациям и нулевым колебаниям. Потенциалы.** После обнаружения неожиданно больших сечений подбарьерного слияния сразу же были предприняты попытки объяснить этот эффект. Когда одно из сталкивающихся ядер было деформированным, то процедура усреднения сечений по взаимным ориентациям ядер не только качественно, но и количественно давала нужное увеличение сечений. Проиллюстрируем это на примере работы [14], где сферическое ядро  $^{16}\text{O}$  сталкивалось с деформированными ядрами  $^{148,154}\text{Sm}$ .

В работе Вонга [24] были получены приближенные формулы для усредненного сечения в деформированном потенциале вудс-саксоновского типа. Во многих случаях этот потенциал оказывается неудобным, так как имеет три свободных параметра, которые, вообще говоря, известны только приблизительно. В настоящее время в физике тяжелых ионов наиболее употребительными являются двойной фолдинг-потенциал с силами МЗУ [48], контактный потенциал [49] и потенциал, полученный в формализме плотности энергии [50], параметры которых фиксированы из общих свойств ядерной материи и нуклон-нуклонного взаимодействия. Детальное обсуждение приближений, сделанных при построении ион-ионных потенциалов, содержится в [51]. Здесь мы приведем удобную параметризацию этих потенциалов, которые наиболее часто используются в теоретических моделях и при анализе экспериментов и потребуются при дальнейшем изложении.

Ядерная часть контактного потенциала имеет вид [49]:

$$V_{\text{яд}}(r) = 4\pi\gamma \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Phi(\xi). \quad (13)$$

Здесь  $\xi = r - C_1 - C_2$  — расстояние между поверхностями ядер;  $C_i = R_i - 1/R_i$  — радиусы половинной плотности ядер;  $R_i = 1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.84A_i^{-1/3}$  — радиусы ядер в капельной модели;

$$\gamma = 0,9517 \left[ 1 - 1,7826 \left( \frac{N-Z}{A} \right)^2 \right]$$

— коэффициент для поверхностной энергии ядра;  $N$ ,  $Z$  и  $A$  — числа нейтронов, протонов и нуклонов в составном ядре. Функция  $\Phi(\xi)$  параметризована в следующем виде:

$$\Phi(\xi) = \begin{cases} -0,5(\xi - 2,54)^2 - 0,0852(\xi - 2,54)^3, & \xi < 1,2511; \\ -3,437 \exp(-\xi/0,75), & \xi > 1,2511. \end{cases}$$

Потенциал, полученный в работе [50], имеет еще более простой вид:

$$Y_{\text{яд}}(r) = \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} U(s); \quad (14)$$

$$s = r - r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3});$$

$$U(s) = \begin{cases} -30 \exp(-0,27 s^2), & s > 0; \\ -30 + 6,3 s^2, & s < 0 \end{cases},$$

и величина  $r_0$  в этом потенциале варьируется в пределах  $r_0 = (1 \pm 0,07)$  фм.

Процедура усреднения сечений для деформированных ядер, взаимодействие которых описывается вышеупомянутыми потенциалами, проводится следующим образом. Вводится полярный угол  $\Theta$ , описывающий ориентацию оси симметрии деформированного ядра-мишени относительно направления падающего пучка. Далее для аксиально-симметричных ядер проводится замена

$$R_0 \rightarrow R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\Theta) \right], \quad (15)$$

где  $\beta_{\lambda}$  — параметры статической деформации мультипольности  $\lambda$ . Это выражение подставляют в аналитические выражения для потенциалов (или плотностей в фолдинг-модели), т. е. последовательно преобразуют выражения (1), (6) или (8) и (2):  $V_L(r) \rightarrow V_L(r, \Theta)$ ,  $T_L(E) \rightarrow T_L(E, \Theta)$  и  $\sigma_{\text{с.л}}(E) \rightarrow \sigma_{\text{с.л}}(E, \Theta)$ . Ответ получается интегрированием:

$$\sigma_{\text{с.л}}(E) = \int_0^{\pi/2} \sigma_{\text{с.л}}(E, \Theta) \sin \Theta d\Theta. \quad (16)$$

На рис. 4 приведен такой анализ экспериментальных данных для реакции  $^{16}\text{O} + ^{148,154}\text{Sm}$  [52]. Первое ядро-мишень является практически сферическим, а второе — сильно деформированным. Из рисунка видна чувствительность сечения подбарьерного слияния к параметрам статической квадрупольной деформации ядра-мишени. Параметры деформации, извлеченные из этого эксперимента для ядра  $^{148}\text{Sm}$ , оказались несколько завышенными по сравнению с общепринятыми. Нужно отметить, что одинаково хорошее описание эксперимента получается и при введении параметра  $P > 1$  для перенорми-

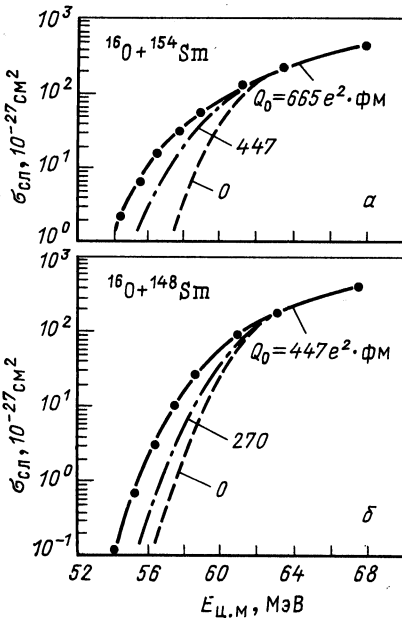


Рис. 4. Зависимость сечений подбарьерного слияния для реакций  $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$  (а) и  $^{16}\text{O} + ^{148}\text{Sm}$  (б) от энергии столкновения с различными значениями квадрупольных моментов ядра  $^{154}\text{Sm}$

ровки эффективной массы. В работе [53] также показано, что описать этот эксперимент можно и при других предположениях, считая, например, ядро  $^{154}\text{Sm}$  сферическим и полагая параметр  $\hbar\omega = 8,5 \text{ МэВ}$  в формуле Вонга (9).

К аналогичному усилению сечения подбарьерного слияния приводит также и учет отрицательной гексадекапольной деформации ядра-мишени. Методические расчеты [54] для реакции  $^{16}\text{O} + ^{184}\text{W} \rightarrow \text{F}$  показали, что наибольшее увеличение сечения слияния достигается при совместном учете

квадрупольной и отрицательной гексадекапольной деформаций.

Мы видим, что, выбирая различным образом параметры феноменологических моделей, можно получить одинаково хорошее описание сечений подбарьерного слияния для деформированных ядер. Следовательно, для тестирования различных моделей необходимы измерения и других величин, характеризующих распад составного ядра.

Перейдем к сферическим ядрам. Для них была предложена процедура усреднения по нулевым колебаниям поверхности сталкивающихся ядер [55]. По аналогии с деформированными ядрами можно записать распределение ядерных радиусов

$$R = R_0 \left\{ 1 + \sum_{n\lambda\mu} \alpha_{n\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\Theta) \right\}, \quad (17)$$

где  $\alpha_{n\lambda\mu}$  — параметры динамической деформации ядра-мишени. Предполагая независимые гармонические вибраторы для каждой моды колебаний, для функции распределения ядерных радиусов в основном состоянии получено:

$$g(R) = \left\langle 0 \left| \delta \left( R - R_0 \left( 1 + \sum_{n\lambda\mu} \alpha_{n\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \right) \right) \right| 0 \right\rangle = \\ = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp \left( -\frac{(R - R_0)^2}{2\sigma^2} \right), \quad (18)$$

где дисперсия распределения может быть выражена через массовый параметр коллективной модели ядра  $D_{n\lambda}$  и энергию  $\omega_{n\lambda}$  [56]:

$$\sigma^2 = R_0^2 \sum_{n\lambda} \frac{2\lambda+1}{4\pi} \frac{\hbar}{2D_{n\lambda}\omega_{n\lambda}} = \sum_{n\lambda} \sigma_{n\lambda}^2 \quad (19)$$

или через приведенную вероятность электромагнитных переходов, выраженную в одночастичных единицах:

$$\sigma_{n\lambda} = \frac{R_0}{Z(\lambda+3)} [(2\lambda+1) B(E\lambda)_{\text{w.u.}}]^{1/2}.$$

Для квадрупольных и октупольных осцилляций, дающих наиболее важный вклад из-за их высокой коллективности, это сводится к

$$\sigma_\lambda = R_0 \beta_\lambda / (4\pi)^{1/2}, \quad (20)$$

где  $\beta_\lambda$  — параметр динамической деформации, который можно извлечь из независимых экспериментов [56]. Когда учитываются динамические колебания обоих ядер, суммирование в (19) распространяется и на второе ядро.

Сечение слияния в этой процедуре рассчитывается следующим образом. Потенциал, входящий в выражение (1), становится зависящим от динамической переменной  $s$ , т. е.  $V(r) \rightarrow V(r - R_0 - s)$ . Затем проводится усреднение для парциальной проницаемости  $T_L(E, s)$  с весовой функцией (18)

$$T_L(E) = \int_{-\infty}^{\infty} g(s) T_L(E, s) ds. \quad (21)$$

В практических расчетах интегрирование проводится обычно в пределах трех стандартных отклонений  $\sigma$ , а проницаемости рассчитываются по формулам Хилла — Уиллера (8) для  $T_L > 0,45$  и ВКБ (6) при меньших значениях.

Возникает естественный вопрос о сходимости полученных сечений (16) и (21) от количества учитываемых уровней. В процедурах усреднения по ориентациям и нулевым колебаниям предполагается, что ядра сохраняют свою ориентацию или форму за время их прохождения под кулоновским барьером  $\tau$ , т. е. энергия вращения или вибраций не должна быть большой,  $\varepsilon < \hbar/\tau$ . Оценки «мнимого времени» туннелирования под параболическим барьером с кривизной  $\hbar\omega$  дают [16]:

$$\tau = \int \frac{dr}{\{2\mu [V(r) - E]\}^{1/2}} \approx \frac{\pi}{\omega}.$$

Для стандартных потенциалов, как уже отмечалось,  $\hbar\omega = 2 \div \div 4$  МэВ, т. е. вклад в усиление подбарьерного слияния должны давать только низколежащие коллективные состояния и суммирование в формулах (15) и (19) ограничено условием  $\epsilon < \hbar\omega/\pi$ .

С использованием описанной выше процедуры были рассчитаны сечения подбарьерного слияния для широкого круга сферических ядер [17, 57—59]. Оказалось, что параметры  $\sigma$ , извлеченные из экспериментальных данных по подбарьерному слиянию, хорошо коррелируют со значениями  $B(E\lambda)$ , извлеченными, например, из рассеяния электронов, быстрых протонов, кулоновского возбуждения и других независимых экспериментов. Однако были исключения как в сторону превышения экспериментальных данных, так и в сторону уменьшения, которые в дальнейшем получили объяснение на основе многоканальных моделей.

**Модель граничных условий.** В работах [16, 17, 60] было показано, что обе процедуры усреднения для сферических и деформированных ядер являются частным случаем более общего подхода, основанного на учете сильной связи каналов в периферической области и сильного поглощения внутри ядра на расстоянии с характерным параметром  $r_0 \approx 1$  фм, типичным для описания сечений слияния при высоких энергиях [35—38].

Сильное поглощение можно ввести граничными условиями в виде только сходящейся волны или мягкой мнимой частью потенциала с глубиной  $W = 10$  МэВ и радиальным формфактором в виде квадрата потенциала Вудса — Саксона с параметрами  $r_0 = 1$  фм и  $a = 0,4$  фм, как это сделано в работе [61]. (При выборе глубины мнимой части необходимо соблюдать осторожность, так как в [62] было показано, что очень большая глубина приводит к отражению падающего потока, а не к сильному поглощению, как можно ожидать из интуитивных представлений.)

На основе работы [21] мы кратко приведем наиболее существенные предположения при выведении формул для дифференциальных сечений упругого и неупругого рассеяния и сечений слияния и реакции.

Гамильтониан системы, описывающей взаимодействие двух ядер, выберем в виде

$$H = T + H_0(\xi) + V(r, \xi). \quad (22)$$

Здесь  $T$  — оператор кинетической энергии;  $V$  — оператор взаимодействия двух ядер, зависящий от относительного расстояния  $r$  и внутренних координат  $\xi$ ;  $H_0$  — внутренний гамильтониан ядра-мишени (для простоты изложения пренебрежем внутренней структурой налетающего иона и спин мишени положим равным нулю).

Разлагая волновую функцию полного гамильтониана в ряд по собственным функциям внутреннего гамильтониана  $H_0\varphi_\alpha = \epsilon_\alpha\varphi_\alpha$  и затем по парциальным волнам, получаем известную систему уравнений

метода сильной связи каналов [60] для радиальных волновых функций  $R_{\alpha L_\alpha}(r)$ , описывающих относительное движение двух ионов:

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - \varepsilon_\alpha - V_\alpha(r)) - \frac{L_\alpha(L_\alpha + 1)}{r^2} \right] R_{\alpha L_\alpha}(r) = \\ = \frac{2\mu}{\hbar^2} \sum_{\beta} V_{\alpha\beta}(r) R_{\beta L_\beta}(r). \quad (23)$$

Здесь  $L_\alpha$  — орбитальный угловой момент;  $V_\alpha(r)$  — диагональная часть потенциала взаимодействия двух ядер в канале  $\alpha$ ,

$$V_\alpha(r) = \langle \varphi_\alpha | V(r, \xi) | \varphi_\alpha \rangle; \quad (24)$$

$V_{\alpha\beta}(r)$  — потенциал связи между основным и возбужденными каналами,

$$V_{\alpha\beta}(r) = \langle \varphi_\alpha | V(r, \xi) | \varphi_\beta \rangle. \quad (25)$$

На радиальные волновые функции  $R_{\alpha L_\alpha}$  на больших расстояниях налагаются обычные граничные условия:

$$R_{\alpha L_\alpha}(r) = [G_{L_\alpha}(x) - iF_{L_\alpha}(x)] \delta_{\alpha\alpha_0} - S_{\alpha\alpha_0}^{L_\alpha} [G_{L_\alpha}(x) + iF_{L_\alpha}(x)], \quad (26)$$

где аргументом у регулярной  $F_L(x)$  и нерегулярной  $G_L(x)$  кулоновских функций является величина  $x = k_\alpha r$ . (Канал с нулевым индексом, как обычно, относится к основному состоянию ядра-мишени.)

В традиционном методе сильной связи каналов в качестве второго граничного условия используются условия регулярности волновых функций в начале координат, т. е.  $R_{\alpha L_\alpha}(0) = 0$ . Мы налагаем на волновые функции относительного движения в каждом канале условие в виде только сходящейся волны на расстоянии  $r = R_{\text{кр}}$ . В работе [15] для этой цели используются граничные условия ВКБ-типа

$$R_{\alpha L_\alpha}(r \approx R_{\text{кр}}) = A_{\alpha L_\alpha} \frac{\sqrt{k_\alpha}}{\sqrt{k_{\alpha L_\alpha}^1(r)}} \exp \left[ -i \int_{R_{\text{кр}}}^r k_{\alpha L_\alpha}^1(r') dr' \right], \quad (27)$$

где  $k_{\alpha L_\alpha}^1$  — локальное волновое число в канале  $\alpha$ :

$$k_{\alpha L_\alpha}^1(r) = k_\alpha (1 - V_L(r)/(E - \varepsilon_\alpha))^{1/2}, \quad (28)$$

и  $k_\alpha = (2\mu(E - \varepsilon_\alpha)/\hbar^2)^{1/2}$  — асимптотическое волновое число.

В работах [21, 39—41] в качестве граничных условий мы использовали функции Ханкеля второго рода

$$R_{\alpha L_\alpha}(r = R_{\text{кр}}) = A_{\alpha L_\alpha} \hbar_{L_\alpha}^{(2)} [k_{\alpha L_\alpha}^1(0)(R_{\text{кр}}) R_{\text{кр}}]. \quad (29)$$

Функции Ханкеля являются точным решением уравнения Шредингера в потенциале прямоугольной ямы. Для легких ионов аппроксимация центрального потенциала прямоугольной ямой при  $r = R_{\text{кр}}$



является оправданной, так как из-за малости кулоновского потенциала суммарный потенциал отрицателен и имеет минимум вблизи  $R_{кр}$ . Отрицательный знак потенциала также обеспечивает выполнение условия  $L \ll k_\alpha^1 (R_{кр}) R_{кр}$ , необходимого для того, чтобы функции Ханкеля представляли собой сходящиеся волны.

Другого типа граничные условия в виде сходящихся волн для экспоненциально спадающих потенциалов построены в работе [64] и использовались для описания упругого рассеяния тяжелых ионов.

Уравнения (22) — (25) написаны в форме, пригодной для описания связи с каналами неупругого возбуждения ротационных или вибрационных уровней. Однако реакции передач также можно включить в общую схему, если пренебречь эффектами отдачи. Как мы увидим в дальнейшем, в усиление подбарьерного слияния каналы малонуклонных передач и неупругого возбуждения вносят одинаково важный вклад.

Решение системы уравнений Шредингера с граничными условиями (26) и (27) или (29) позволяет определить коэффициенты  $A_{\alpha L_\alpha}$  и элементы  $S$ -матрицы в упругом  $\alpha = 0$  и неупругом каналах, которые определяют сечения всех интересующих нас процессов.

С волновыми функциями (27) или (29) можно рассчитать потоки частиц, дошедших до расстояния  $r = R_{кр}$ . В рассматриваемой модели они определяют сечение слияния в канале  $\alpha$

$$\sigma^{сл} = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_L (2L+1) |A_{\alpha L_\alpha}|^2 \frac{k_\alpha}{k_0} \quad (30)$$

и полное сечение слияния

$$\sigma_{сл} = \sum_\alpha \sigma_{сл}^\alpha \quad (31)$$

Элементы  $S$ -матрицы в упругом и неупругом каналах обычным образом определяют дифференциальные сечения упругого и неупругого рассеяния:

$$\frac{d\sigma_{упр}(\Theta)}{d\Omega} = \left| f_{кул}(\Theta) + \frac{i}{2k_0} \sum_L (2L+1) e^{2i\sigma_L} (1 - S_{\alpha_0\alpha_0}^L) P_L(\cos \Theta) \right|^2; \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{неупр}^\alpha(\Theta)}{d\Omega} = & \frac{\pi}{k^2} \sum_M \left| \sum_{LL_0} (2L_0+1)^{1/2} \langle LM\lambda - \right. \\ & \left. - M | L_0 0 \rangle i^{L_0-L} e^{i(\sigma_L + \sigma_{L_0})} * S_{\alpha_0\alpha_0}^L Y_{LM}(\Theta) \right|^2 \frac{k_\alpha}{k_0}; \quad (33) \end{aligned}$$

полное сечение в неупругом канале  $\alpha$

$$\sigma_{неупр}^\alpha = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{LL_0} (2L+1) |S_{\alpha_0\alpha_0}^L|^2 \frac{k_\alpha}{k_0} \quad (34)$$

и полное сечение реакции

$$\sigma_p = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_L (2L+1) (1 - |S_{\alpha\alpha_0}^L|^2). \quad (35)$$

Потенциалы связи, входящие в формулу (23), вещественны, поэтому полный поток частиц сохраняется и выполняется соотношение унитарности для сечений:  $\sigma_p = \sigma_{\text{неупр}} + \sigma_{\text{с.л.}}$ . В моделях, где поглощение вводится мнимым потенциалом внутри ядра [18, 61], это условие позволяет определять сечение слияния как разность  $\sigma_{\text{с.л.}} = \sigma_p - \sigma_{\text{неупр}}$  и использовать для расчетов  $\sigma_p$  и  $\sigma_{\text{неупр}}$  стандартные программы метода сильной связи каналов, разработанные для описания неупругих возбуждений.

Для проведения численных расчетов нам необходимо конкретизировать потенциалы, входящие в систему уравнений (23). В потенциале связи между каналами (25) выделим угловые переменные [63]:

$$V_{\alpha\beta}(r) = \frac{(2L_\beta + 1)^{1/2}}{(4\pi)^{1/2} (2\lambda + 1)^{1/2}} (-1)^{L_\alpha - \lambda} \langle L_\alpha 0 L_\beta 0 | \lambda 0 \rangle F_\lambda(r), \quad (36)$$

где  $\lambda$  — спин возбуждаемого уровня;  $F_\lambda(r)$  — радиальный формфактор перехода. Для возбуждения низколежащих коллективных состояний ядер, которые будут рассматриваться в данной работе, для формфактора потенциала связи между основным и возбужденными каналами мы будем использовать стандартное выражение макроскопической модели [56]

$$F_\lambda(r) = \beta_\alpha R_0 \frac{dV_{\text{нд}}(r)}{dr} + \frac{3}{2\lambda + 1} \beta_\alpha R_c Z_1 Z_2 e^2 \left\{ \begin{array}{l} R_c^{\lambda-1}/r^{\lambda+1}, \quad r > R_c \\ r^\lambda/R_c^{\lambda+2}, \quad r < R_c \end{array} \right\}, \quad (37)$$

где  $\beta_\alpha$  — параметр динамической деформации для возбуждения уровня  $\alpha$ ;  $R_0$  — радиус ядра;  $R_c$  — зарядовый радиус. Второе слагаемое в этой формуле описывает кулоновское возбуждение. Обычно для уменьшения числа параметров полагают  $R_c = R_0$ .

Формфакторы ядерного и кулоновского возбуждений имеют разные знаки, и они не полностью сокращаются при  $r = R_{\text{кр}}$ . Чтобы избежать скачка потенциала связи в точке  $r = R_{\text{кр}}$ , который вызовет отражение потока, введем множитель, на который умножим формфактор связи (37)

$$P = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{r - R_{\text{кр}}}{a_p} \right)^2 \right], \quad (38)$$

где  $a_p$  — малая величина (в расчетах везде использовано  $a_p = 0,3$  фм). Математически это означает, что в системе уравнений (23) при  $r = R_{\text{кр}}$  каналы развязаны друг от друга. Расчеты показали, что введение этого множителя вызывает небольшое перераспределение падающего потока между каналами, не изменяя полного сечения слияния.

На рис. 5 для иллюстрации мы показали центральный потенциал и потенциал связи для уровня  $3^-$  для ядер  $^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ . В верхней части этого рисунка показано расположение радиусов половинной плотности  $C_i$  в потенциале (13) при  $r = R_{\text{кр}}$  и  $r = R_6$ . Видно, что уже при  $r = R_{\text{кр}}$  ядра практически разделены. Таким образом, предположение о том, что туннелирование в рассматриваемой модели определяется спектром разделенных ядер, является оправданным для легких и средних ядер.

На рис. 6 для реакции  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  мы представили типичный расчет сечений реакции и слияния с учетом только ядерного возбужде-

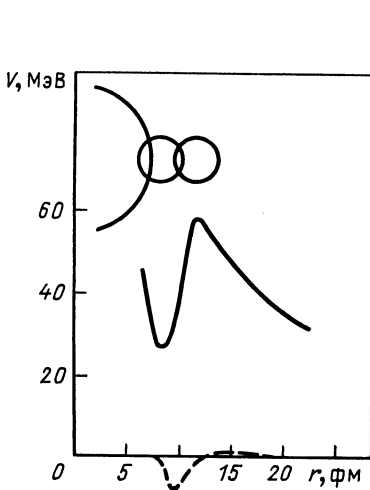


Рис. 5. Центральный потенциал (сплошная кривая) и потенциал связи (штриховая) в зависимости от расстояния между центрами ядер  $^{14}\text{C}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Вверху показаны конфигурации ядер при  $r = R_{\text{кр}}$  и  $r = R_6$ .

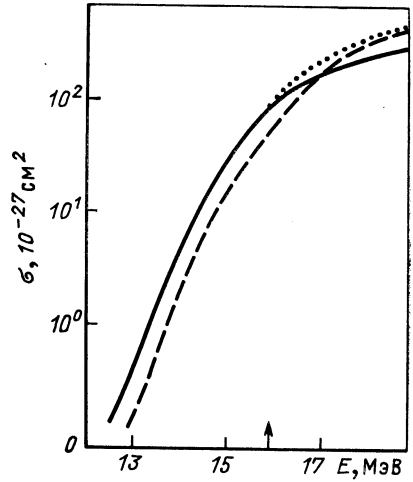


Рис. 6. Сечения слияния (сплошная кривая) и реакции (точки) для ядер  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  в зависимости от энергии налетающего иона в системе центра масс. Штриховая линия — расчет без связи каналов. Стрелкой показана высота кулоновского барьера

ния одного уровня в ядре  $^{27}\text{Al}$  с параметрами:  $\lambda = 2$ ,  $\beta R_0 = 1$  фм-е = 1 МэВ. Учет кулоновского возбуждения для этих ядер оказывается малозначительным. Для ядерной части центрального потенциала использовалась параметризация (14).

Из рисунка видно, что в области подбарьерных энергий учет связи каналов приводит к сдвигу кривой для сечения слияния в сторону меньших энергий, практически не меняя ее наклона.

Отметим, что связь с каналами неупругого возбуждения при энергиях выше кулоновского барьера приводит к уменьшению сечения слияния по сравнению с одномерной моделью. По этой причине ядерные потенциалы, которые описывают сечения слияния при око-

лобарьерных энергиях в одномерных моделях [12], нужно изменить, чтобы уменьшилась высота кулоновского барьера. Это должно привести к еще большему увеличению сечения подбарьерного слияния.

Полное сечение реакции практически совпадает с сечением слияния при подбарьерных энергиях. Выше кулоновского барьера с увеличением энергии налетающего иона сечение реакции начинает расти быстрее сечения слияния за счет возрастания сечения неупругих процессов. Увеличение потенциала связи в надбарьерном случае вызывает быстрое увеличение неупругого сечения, при этом сечение реакции также быстро растет, а сечение слияния медленно уменьшается [44]. Таким образом, параметры рассматриваемой модели определяют широкий набор измеряемых величин при энергиях вблизи высоты кулоновского барьера и могут быть определены из независимых экспериментов.

**Частные случаи расщепления уравнений.** Для качественного понимания причины увеличения сечения подбарьерного слияния сделаем некоторые модельные упрощения. Рассмотрим двухуровневую систему с нулевой энергией возбуждения и нулевым спином. В этом случае система уравнений (23) расщепляется подстановкой [65]:

$$\chi_L^{(\pm)}(r) = R_{0L}(r) \pm R_{1L}(r).$$

Используя очевидные равенства  $V_0(r) = V_1(r)$  и  $V_{01}(r) = V_{10}(r)$  для функций  $\chi_L^{(\pm)}(r)$ , получаем уравнение

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + E - \frac{L(L+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - (V_0(r) \pm V_{01}(r)) \right] \chi_L^{(\pm)}(r) = 0.$$

Из этих уравнений видно, что независимо от знака потенциала связи существует канал, в котором происходит эффективное уменьшение кулоновского барьера. Именно это обстоятельство, как мы увидим в дальнейшем, и является причиной увеличения сечения подбарьерного слияния даже при учете потери энергии на внутренние возбуждения.

Из последнего уравнения можно получить выражение для сечения слияния. Будем считать, что потенциал  $V_{01}(r)$  не изменяет кривизну и радиус кулоновского барьера. Применяя в этом случае формулу Вонга (9) для проницаемости под барьером в каналах с волновыми функциями  $\chi_L^{(+)}$  и  $\chi_L^{(-)}$  и используя условие сохранения полного потока частиц, получаем [66]:

$$\sigma_{сл} = \frac{\hbar\omega R_0^2}{4E} \left\{ \ln \left[ 1 + \exp \frac{2\pi}{\hbar\omega} (E - V_0(R_0) - V_{01}(R_0)) \right] + \ln \left[ 1 + \exp \frac{2\pi}{\hbar\omega} (E - V_0(R_0) + V_{01}(R_0)) \right] \right\}. \quad (39)$$

При  $E \gg V_0(R_0) + |V_{01}(R_0)|$  это выражение совпадает с формулой (5). Когда  $E < V_0(R_0) + |V_{01}(R_0)|$ , формулу (39) можно

еще более упростить. Оставляя только одно слагаемое в скобках и разлагая логарифм в ряд, получаем

$$\sigma_{\text{сл}}(E) = \delta \sigma_{\text{сл}}^0(E),$$

где  $\sigma_{\text{сл}}^0(E)$  — сечение без учета связи каналов, и  $\delta$  — коэффициент усиления:

$$\delta = \exp \left[ \frac{2\pi}{\hbar\omega} \left| V_{01}(R_6) \right| - \ln 2 \right]. \quad (40)$$

Из этого выражения видно, что энергетический сдвиг сечения слияния определяется потенциалом связи на расстояниях вблизи кулоновского барьера.

Потенциал связи на барьере (36) можно оценить из следующих соображений [66]. На барьере производные ядерного и кулоновского потенциала равны:  $d/V_{\text{яд}}(r = R_6)/dr = Z_1 Z_2 e^2/R_6^2$ , и мы имеем с учетом квадрупольного кулоновского взаимодействия

$$V_{\text{св}}(R) = \frac{\beta R Z_1 Z_2 e^2}{(4\pi)^{1/2} R_6^2} \left[ 1 - \frac{3}{5} \frac{R}{R_6} \right] \approx \frac{\beta R V_6}{(4\pi)^{1/2} R_6} \left[ 1 - \frac{3}{5} \frac{R}{R_6} \right]. \quad (41)$$

Это выражение показывает, что сдвиг кривой для сечения слияния в сторону меньших энергий определяется не только коллективностью состояния  $\beta R$ , но и множителем  $V_6/R_6$ , который быстро увеличивается при переходе к тяжелым ядрам. Второе слагаемое в скобках (кулоновское возбуждение) уменьшает силу связи, при этом для симметричных систем, где  $R/R_6 \approx 0,5$ , оно составляет 30 % и для асимметричных 60 %. Таким образом, становится понятным, почему экспериментальные данные по сечениям подбарьерного слияния для легких ядер [27, 29] удается описать небольшой перенормировкой параметров стандартных потенциалов.

Как мы видим, метод сильной связи каналов с полным поглощением частиц во внутренней области ядра является хорошей основой для описания процессов подбарьерного туннелирования. К сожалению, реалистические вычисления эффектов связи каналов характеризуются большим объемом и сложностью. Были предприняты усилия, чтобы уменьшить число каналов и применить более быстрые алгоритмы для решения системы связанных уравнений (23).

В [67] численно было показано, что эффект связи с вибрационными состояниями различной мультипольности хорошо воспроизводится, если считать все возбуждения монополярными. Это сильно уменьшает число возможных подканалов, имеющих общий полный момент  $J$  и отличающихся только орбитальным угловым моментом. В самом деле, если пренебречь передачей углового момента при неупругих возбуждениях, то оказывается, что все потенциалы связи для подканалов с энергией  $\epsilon$  и мультипольностью  $\lambda$  имеют одинаковую радиальную зависимость и отличаются только коэффициентом Клебша —

Гордана. Для этих подканалов можно ввести одну общую функцию [68]:

$$\bar{\Psi} = (N_1\Psi_1 + \dots + N_n\Psi_n)/N, \quad (42)$$

где  $N_i$  — численные множители перед радиальным формфактором (36), и  $N = (\sum N_i^2)^{1/2} = 1/\sqrt{4\pi}$  из свойств коэффициентов Клебша — Гордана. В этом случае канал с волновой функцией (42), «эффективно» учитывающий все подканалы уровня с мультипольностью  $\lambda$ , связан с основным состоянием формфактором  $F(r)/\sqrt{4\pi}$ , уже не зависящий от орбитального углового момента.

Для решения системы связанных дифференциальных уравнений второго порядка очень эффективны оказались итерационные методы [69, 70], но и они требуют больших вычислительных усилий. Для качественных оценок важности различных каналов было предложено много различных упрощений для приближенного решения системы уравнений (23).

Систему уравнений (23) можно расщепить в случае, когда все каналы вырождены и все потенциалы связи имеют одинаковый формфактор, т. е.  $\langle \alpha | V | \beta \rangle = F(r) W_{\alpha\beta}$ . Тогда существует матрица  $U_{\gamma\delta}$ , диагонализующая матрицу  $W_{\alpha\beta}$ :

$$\sum_{lk} U_{nl} W_{lk} U_{km}^{-1} = \lambda_m \delta_{mn} \quad (43)$$

с собственными значениями  $\lambda_m$ , которая осуществляет это расщепление,

$$\chi_\alpha(r) = \sum_\beta U_{\beta\alpha} R_\beta(r). \quad (44)$$

Из условия сохранения полного потока частиц для суммарной проницаемости получается:

$$T = \sum_m |U_{m0}| T(E, V(r) + \lambda_m). \quad (45)$$

Вышеописанные процедуры усреднения сечений по ориентациям для деформированных ядер и по нулевым колебаниям для сферических ядер, как показано в работах [16, 17, 60], могут быть непосредственно получены из этого выражения.

Расщепление системы уравнений (23) возможно провести и в более общем случае нескольких каналов и без пренебрежения энергией возбуждения [60]. В этом случае необходимо, однако, считать потенциалы связи постоянными внутри кулоновского барьера, т. е.

$$\varepsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta} + \langle \alpha | V | \beta \rangle = M_{\alpha\beta}, \quad (46)$$

и дальше действовать по аналогии с предыдущим случаем, последовательно выполняя преобразования (43) — (45). Выпишем подробнее случай, когда учитывается только один возбужденный канал

с энергией возбуждения  $\epsilon$  и с постоянной силой связи с основным каналом  $F$ . Собственные значения матрицы  $M_{\alpha\beta}$  есть

$$\lambda_{\pm} = [\epsilon \pm (\epsilon^2 + 4F^2)^{1/2}]/2 \quad (47)$$

и весовые множители

$$U_{\pm}^2 = F^2/[F^2 + \lambda_{\pm}^2]. \quad (48)$$

В [67] показано, что такой приближенный учет связи несколько завышает сечения слияния по сравнению с точным учетом в методе сильной связи каналов, но его простота удобна для проведения оценочных расчетов.

Рассматривался еще один вариант диагонализации матрицы взаимодействия. В работе [71] матрица связи (46) не считалась постоянной и диагонализировалась унитарным преобразованием  $U_{\alpha\beta}(r)$ , зависящим от расстояния между ионами. Считая в подбарьерном случае, что туннелирование происходит только в одном канале с минимальным собственным значением  $\lambda(r)$ , получаем «эффективный адиабатический потенциал»

$$\zeta(r) = V_0(r) + \lambda(r), \quad (49)$$

в котором поправка  $\lambda(r)$  учитывает вклад остальных каналов в вероятность туннелирования в основном канале. Когда учитывается только один возбужденный уровень, то собственное значение  $\lambda(r)$  может быть определено из выражения (47), но с уже зависящим от расстояния потенциалом  $F(r)$ . Из рис. 5 и формул (47) и (49) можно увидеть, что перенормировка приводит к уменьшению центрального потенциала внутри ядра за счет ядерного потенциала связи и снаружи за счет потенциала кулоновского возбуждения. Это увеличивает кривизну центрального потенциала  $\hbar\omega$ , и согласно формуле (41) изменение кривизны растет с увеличением зарядов сталкивающихся ионов. Таким образом, феноменологически найденное увеличение кривизны барьера [34] находит качественное объяснение в рамках описанного метода.

**Сходимость решений.** Рассмотрим вопрос о сходимости полученных решений в зависимости от числа учитываемых уровней. Проведенные методические расчеты [21], а также оценки, выполненные в [60], показали, что с ростом энергии возбуждения коэффициент увеличения сечения слияния пропорционален

$$\exp \sum_{\alpha} \beta_{\alpha}^2 / \epsilon_{\alpha}.$$

Можно ожидать, что для переходов на вибрационные состояния сферических ядер этот ряд быстро сходится, так как мажорирующий ряд  $\sum \beta_{\alpha}^2 \epsilon_{\alpha}$  для фиксированной мультипольности пропорционален известному энергетически взвешенному правилу сумм, а число возможных мультиполей для коллективных переходов ограничено размерами ядра. Прямые переходы на состояния более сложной струк-

Рис. 7. Сечения слияния для реакции  $^{50}\text{Ti} + ^{90}\text{Zr}$  (из [72]):

сплошная и штриховая кривые — расчеты по методу связанных каналов с шестью и двумя уровнями соответственно; штрихпунктирная кривая — расчет по методу ВКБ; точечная кривая — учет возбуждений в методе нулевых колебаний

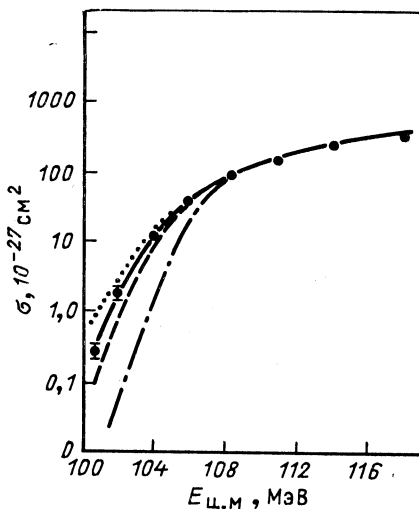
туры должны быть подавлены из-за большого различия волновых функций начального и конечного состояний.

На рис. 7 мы привели результаты расчетов по методу сильной связи каналов, выполненные в работе [72] для реакции  $^{50}\text{Ti} + ^{90}\text{Zr}$ . Видно, что учет нижайшего коллективного  $2^+$ -состояния заметно улучшает согласие с экспериментальными данными по сравнению с ВКБ-случаем, но все еще недооценивает сечение при малых энергиях. Считая возбужденные состояния ядер чистыми вибраторами, правильное описание при низких энергиях получаем при учете шести нижайших состояний. Учет этих состояний методом усреднения по нулевым колебаниям [см. формулы (17) — (24)] переоценивает сечение слияния при низких энергиях вследствие пренебрежения энергией возбуждения.

**Связь с каналами малонуклонных передач.** До сих пор мы рассматривали каналы только неупругого возбуждения сталкивающихся ядер, и в большинстве случаев этого оказывается достаточно для правильного описания экспериментальных данных [32]. Однако для некоторых реакций необходимо учесть и другие каналы. В [73, 74] для объяснения усиления сечения подбарьерного слияния в реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$  по сравнению с реакцией  $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$  была отмечена важность учета канала передач двух нейтронов от ядра  $^{64}\text{Ni}$  к ядру  $^{58}\text{Ni}$ . Этот канал имеет положительное значение  $Q_{\text{реакц}}$ , определяемое через разность масс ядер в канале с перестройкой частиц и входным каналом. В этом случае часть внутренней энергии налетающих ионов может перейти в энергию относительного движения (для реакций неупругого возбуждения  $Q = -\epsilon$ ). Кроме этого, в процессе перестройки ядер происходит изменение центрального потенциала из-за изменения геометрических размеров и зарядов налетающих ионов. Таким образом, центральный потенциал  $U_0(r)$  в канале с перестройкой частиц изменится на

$$Q_{\text{эф}} = Q_{\text{реакц}} + \Delta E_{\text{кул}}, \quad (50)$$

где  $\Delta E_{\text{кул}}$  — разность в высоте кулоновских барьеров для двух каналов. Для канала двухнейтронной передачи в реакции  $^{58}\text{Ni} +$





+  $^{64}\text{Ni}$  оценки дают  $Q_{\text{эф}} = 3,9$  МэВ. Оказалось [73], что 6 % — вероятность перехода этой системы в канал с передачей двух нейтронов обеспечивает хорошее описание экспериментальных данных, показанных на рис. 2.

В [75] исследовалось влияние каналов неупругого возбуждения и каналов однонуклонных передач на упругое рассеяние и слияние в реакции  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  при околобарьерных энергиях. Были учтены четыре вибрационных канала и восемь каналов передач. Получено хорошее описание данных и показано, что учет одних вибраций недостаточен.

Сечения реакций малонуклонных передач при подбарьерных энергиях измерены в работе [76] для реакций  $^{16,18}\text{O}$  и  $^{58}\text{Ni}$  с различными изотопами олова. В этих реакциях существуют каналы с положительным значением  $Q_{\text{реакц}}$ , однако усиление сечений подбарьерного слияния по сравнению с одномерными моделями наблюдалось только в реакциях с ионами никеля. При этом обнаружены корреляции в сечении однонуклонных передач для различных изотопов олова с усилением сечения слияния для этих же ядер. Отметим, что для изотопов олова вероятности электромагнитных переходов и энергии уровней изменяются незначительно при переходе от одного ядра к другому, поэтому усиление сечения слияния, связанное с неупругими каналами, для них примерно одинаково. В работе [77] для реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$  обнаружено, что сечения двухнуклонных передач идут с возбуждением уровней с энергией около 4 МэВ, так что «эффективное» значение  $Q_{\text{реакц}}$  становится отрицательным. Таким образом, можно сделать вывод [76], что усиление сечений подбарьерного слияния из-за связи с каналами передач связано со средним значением сечения передач, а не с положительным значением  $Q_{\text{реакц}}$  для какого-либо канала.

В [78] методом связанных каналов описывались сечения подбарьерного слияния в реакциях  $^{28,30}\text{Si} + ^{58,62,64}\text{Ni}$  с учетом каналов неупругого возбуждения и одно- и двухнуклонных передач. Исследовано влияние формы радиальных формфакторов силы связи различных каналов на усиление сечений слияния и сечений квазиупругих процессов. Диффузность потенциала связи вудс-саксоновского типа для реакций однонуклонных передач была взята в 2 раза больше, чем для неупругого возбуждения и канала двухнуклонных передач. Таким образом, формфактор однонуклонных передач имел длинный хвост, простирающийся далеко за кулоновский барьер, и это обеспечивало большое сечение для реакции однонуклонных передач. Но вклад этих процессов в усиление сечения подбарьерного слияния оказался небольшим, так как сила связи для этих процессов с основным каналом в области кулоновского барьера мала. Это указывает на то, что усиление слияния, вызываемое каким-либо уровнем, не обязательно коррелирует с сечением возбуждения этого уровня. Отметим, что полученный результат зависит от радиальной формы используемых формфакторов, поэтому задача выбора корректной

формы фактора для тяжелых ядер во внутренней области ядер является очень актуальной.

**Сведение к одномерным уравнениям.** Поляризационный потенциал. Сложность решения многоканальной системы уравнений привела многих авторов к попытке построить динамический поляризационный потенциал, который «эффективным» образом учитывает связь с другими каналами на движение системы в основном канале [79, 80]. В [81] эта цель достигается путем приближенного разделения переменных, описывающих относительное и внутренние движения и связь между ними, и получения эффективного гамильтониана. В итоге получается радиальное уравнение Шредингера с перенормированными приведенной массой, потенциалом и коллективными параметрами ядер [81]. Имея в виду результаты решения обратной задачи [33] (см. рис. 3), рассмотрим два случая: изменение формы потенциального барьера справа из-за учета связи относительного движения с низколежащими коллективными возбуждениями в ядрах [82] и влияние канала передачи нуклонов на форму потенциального барьера слева [83].

Согласно результатам работы [82], для гамильтониана двух сталкивающихся ядер с учетом коллективных квадрупольных возбуждений в одном из них имеем

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[ \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2} \right] + V(R) + \frac{\gamma}{R^3} \sum_{\mu} (-1)^{\mu} Y_{2\mu}^*(\Theta, \varphi) \alpha_{2\mu} + \hat{H}_{\text{вн}}(\alpha_{2\mu}). \quad (51)$$

Здесь  $R$  — расстояние между центрами масс сталкивающихся ядер;  $\hat{L}$  — оператор углового момента относительного движения;  $\Theta, \varphi$  — углы, характеризующие траекторию налетающего иона;  $\gamma = (3/5) Z_1 Z_2 e^2 R_2^2$ , ( $Z_1, Z_2; R_1, R_2$ ) — заряды и радиусы каждого из ядер. Динамические переменные  $\alpha_{2\mu}$  описывают квадрупольные колебания в ядре-мишени. Для внутреннего гамильтониана примем приближение эффективного гармонического осциллятора.

Уравнения движения для  $\alpha_{2\mu}$  и  $\partial/\partial\alpha_{2\mu}$  имеют вид:

$$[\hat{H}, \alpha_{2\mu}] = -\frac{\hbar^2}{B_2} (-1)^{\mu} \frac{\partial}{\partial\alpha_{2-\mu}}; \quad (52)$$

$$\left[ \hat{H}, \frac{\partial}{\partial\alpha_{2\mu}} \right] = -\frac{\gamma}{R^3} Y_{2\mu}(\Theta, \varphi) - C_2 (-1)^{\mu} \alpha_{2-\mu}; \quad (53)$$

$$[\hat{H}, [\hat{H}, \alpha_{2\mu}]] = \frac{\hbar^2 C_2}{B_2} \alpha_{2\mu} + \frac{\hbar^2 \gamma}{B_2 R^3} Y_{2\mu}(\bar{R}), \quad (54)$$

где  $B_2$  — массовый коэффициент;  $C_2$  — эффективная жесткость.

Нашей целью является получение эффективного гамильтониана, в котором связь относительного движения с внутренними колебаниями ядра учитывается перенормировкой потенциала (в общем случае

перенормируется и приведенная масса  $\mu$  [84]), т. е. гамильтониана следующего вида:

$$\hat{H}_{\text{эф}} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hat{L}^2}{R^2} \right) + V_{\text{эф}}(R). \quad (55)$$

Для этого найдем функцию  $\alpha_{2\mu}(\bar{R})$ , удовлетворяющую уравнению движения (54), но с заменой  $\hat{H}$  потенциалом  $\hat{H}_{\text{эф}}$ :

$$[H_{\text{эф}}, [H_{\text{эф}}, \alpha_{2\mu}(\bar{R})]] = \frac{\hbar^2 C_2}{B_2} \alpha_{2\mu}(\bar{R}) + \frac{\hbar^2 \gamma}{B_2 R^3} Y_{2\mu}(\bar{R}). \quad (56)$$

Затем, подставив  $\alpha_{2\mu}(\bar{R})$  в (51) и сравнив результат подстановки с (55), получим выражение для  $V_{\text{эф}}(R)$ . Поскольку в этой работе мы не рассматриваем поправок к приведенной массе, то в выражении для двойного коммутатора  $[\hat{H}_{\text{эф}}, [\hat{H}_{\text{эф}}, \alpha_{2\mu}(\bar{R})]]$  опустим слагаемые, содержащие дифференциальные операторы. Функцию можно представить следующим образом:

$$\alpha_{2\mu}(\bar{R}) = \alpha(R) Y_{2\mu}(\bar{R}), \quad (57)$$

где  $\alpha(R)$  — неизвестная функция, уравнение для которой получаем, подставляя (55) и (57) в (56):

$$\mu^{-1} \frac{dU_{\text{эф}}}{dR} \frac{d\alpha(R)}{dR} + \left( \frac{3\hbar}{\mu R^2} \right)^2 \alpha(R) = \frac{C_2}{B_2} \alpha(R) + \frac{\gamma}{B_2 R^3}. \quad (58)$$

В интересующей нас области значений  $R$ , больших суммы радиусов полуплотностей ядер, и для не слишком легких ядер значение  $(3\hbar/\mu R^2)^2$  заметно меньше  $C_2/B_2$ . Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать уравнение

$$\mu^{-1} \frac{dU_{\text{эф}}}{dR} \frac{d\alpha(R)}{dR} = \frac{C_2}{B_2} \alpha(R) + \frac{\gamma}{B_2 R^3}. \quad (59)$$

Подставляя (57) в (51) и сравнивая результат подстановки с (55), получаем для  $U_{\text{эф}}$

$$U_{\text{эф}}(R) = V(R) + \frac{5\gamma}{R^3} \alpha(R) + \frac{5}{2} C_2 \alpha^2(R). \quad (60)$$

В качестве первого приближения для  $U_{\text{эф}}(R)$  подставим в (59) кулоновский потенциал. Тогда для  $\alpha_{2\mu}(R)$  получается следующий результат:

$$\alpha(R) = -\frac{\gamma\mu}{3B_2 e^2 Z_1 Z_2} \exp\left(-\frac{\mu C_2 R^3}{3B_2 e^2 Z_1 Z_2}\right) \text{Ei}\left(\frac{\mu C_2 R^3}{3B_2 e^2 Z_1 Z_2}\right), \quad (61)$$

где  $\text{Ei}(x)$  — интегральная показательная функция.

Из (60), (61) видно, что кулоновская точка поворота (при фиксированной энергии столкновения  $E$ ) перенормируется, приводя к более быстрому спаду потенциального барьера справа, т. е. к его сужению и, следовательно, к росту сечения подбарьерного слияния.

Мы остановимся подробно на данном примере, поскольку аналитические выкладки просматриваются и легко применяются в расчетах для конкретных реакций.

Рассмотрим второй вопрос — о влиянии каналов передачи нуклонов в ходе реакции на поведение потенциального барьера слева, т. е. в области, где преобладают ядерные силы. Окончательное выражение для перенормированного потенциала громоздко, и мы отсылаем читателя к оригинальной работе [83]. Здесь же мы поясним причину возникновения перенормировки потенциала. Согласно фолдинг-модели, потенциальная энергия  $V$  ядерной системы, образовавшейся при столкновении налетающего иона  $P$  с ядром мишени  $T$ , может быть представлена в виде

$$V = \int d^3x \int d^3y \rho(x) F(x, y) \rho(y), \quad (62)$$

где  $\rho(x)$  — плотность распределения нуклонов в образовавшейся ядерной системе, а  $F(x, y)$  — эффективное взаимодействие нуклонов в ядерном веществе. Плотность  $\rho(x)$  следующим образом выражается через произведение полевых операторов нуклонов:

$$\rho(x) = \langle \Psi^+(x) \Psi(x) \rangle, \quad (63)$$

которые, в свою очередь, можно приближенно представить в виде суммы операторов, отвечающих каждому из образующих систему ядер:

$$\Psi^+(x) = \Psi_P^+(x) + \Psi_T^+(x). \quad (64)$$

Подставляя (64) в (63), получаем:

$$\rho = \langle \rho_P \rangle + \langle \rho_T \rangle + \langle (\Psi_T^+ \Psi_P + \Psi_P^+ \Psi_T) \rangle = \rho_T + \rho_P + 2\rho_{PT}. \quad (65)$$

Для потенциала  $V(R)$ , подставляя (65) в (63), получаем

$$V(R) = V_0(R) + 4 \int d^3x d^3y (\rho_P + \rho_T) F(x, y) \rho_{PT}, \quad (66)$$

$V_0(R)$  — потенциал двойной свертки.

Из формулы (66) становится понятной физическая природа перенормировки потенциала. В процессе перекрытия ядерных плотностей появляются нуклоны, принадлежащие одновременно формирующейся единой ядерной системе, что и обеспечивает дополнительное притяжение. Расчеты показывают [83], что второй член в формуле (66) имеет отрицательный знак и тем самым приводит к более резкому спаду потенциального барьера слева. Таким образом, сумма двух эффектов — учет связи относительного движения с коллективными возбуждениями во входном канале реакции и канала передачи нуклонов приводит к более узкому потенциальному барьеру, т. е. к возрастанию частоты  $\hbar\omega$  [см. формулу (7)], что означает усиление подбарьерного слияния.

**Другие степени свободы.** Связь с каналами неупругого возбуждения и малонуклонных передач — не единственные возможности для усиления вероятности туннелирования под кулоновским барье-

ром. В работе [19] в качестве механизма, вызывающего усиление, предложен механизм образования шейки при контакте двух ядер. В этой модели связь канала основного состояния налетающих ядер с каналами, где образуется шейка, вызывает уменьшение высоты кулоновского барьера и, следовательно, увеличение сечения слияния. Основным аргументом в пользу введения этой дополнительной степени свободы было то, что усиление слияния примерно одинаково в реакциях с соседними ядрами с замкнутыми и незамкнутыми оболочками, в то время как энергии и вероятности переходов для низколежащих коллективных уровней сильно варьируются от ядра к ядру. По-видимому, механизм образования шейки становится важным при слиянии тяжелых ядер, где сильное перекрытие ядерных поверхностей встречается уже в области кулоновского барьера. Для легких ядер это не так (см. рис. 5).

В [85] обсуждается еще один возможный механизм для увеличения вероятности туннелирования. Считается, что в области перекрытия двух ядер спаривательная щель  $\Delta$  [86] становится динамическим параметром, и потенциал и массовый коэффициент зависят от этого параметра, т. е.  $U_0(r) \rightarrow V_0(r, \Delta)$  и  $\mu \rightarrow M(r, \Delta)$ . В рамках ВКБ-метода проведены оценки влияния этого эффекта на времена жизни тяжелых ядер по отношению к спонтанному делению и на сечения подбарьерного слияния и показано, что коэффициент усиления для туннелирования с «размороженным» параметром  $\Delta$  сравним с коэффициентом, получаемым за счет связи с каналами неупругого возбуждения и малонуклонных передач.

Как мы убедились, введение различных степеней свободы в дополнение к относительному расстоянию может увеличить сечения подбарьерного слияния на несколько порядков. Для получения информации о важности различных механизмов, дающих вклад в усиление сечений подбарьерного слияния, необходимо, прежде всего, учесть те степени свободы, которые наиболее хорошо известны.

В [87] исследовались сечения подбарьерного слияния для реакций между различными изотопами никеля. Оказалось, что лучшее описание данных получается, если в неупругих каналах включить второй порядок по параметру связи между каналами  $\beta_2^2$ , который возникает естественным образом при учете ангармоничности коллективных уровней и основного состояния ядер [88]. Квадратичная связь вносит дополнительные эффекты по сравнению с линейной связью. Во-первых, открывается возможность прямого возбуждения двухфононных состояний. Во-вторых, в возбужденных каналах возникает диагональный член, увеличивающий глубину центрального потенциала и, следовательно, уменьшающий высоту кулоновского барьера. В-третьих, появляется связь между различными возбужденными каналами. Расчеты показали [87], что сдвиг кривой для сечения слияния в сторону меньших энергий от учета ангармоничности сравним со сдвигом, вызванным учетом только первого порядка по параметру деформации  $\beta_\alpha$ . Остающееся расхождение между теорией

и экспериментом в 2 МэВ в реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$  вызвано, как уже обсуждалось, каналами передач с положительным  $Q_{\text{реакц}}$ . Аналогичные расчеты для подбарьерного слияния двух ядер  $^{74}\text{Ge}$  все еще недооценивают сдвиг сечения на 5 МэВ [87], что говорит, по-видимому, о необходимости учета дополнительных степеней свободы.

**$L$ -заселенность составного ядра.** Проницаемость барьера определяет не только зависимость сечения от налетающей энергии, но также проницаемость высоких парциальных волн при данной налетающей энергии и, следовательно, спиновое распределение составного ядра. Спиновое распределение играет важную практическую роль, когда изучают динамику деления или синтезируют новые элементы. От  $L$ -заселенности составного ядра зависит относительный выход нейтронов, протонов,  $\alpha$ -частиц и более тяжелых ядер и продуктов деления, а также угловые распределения осколков деления.

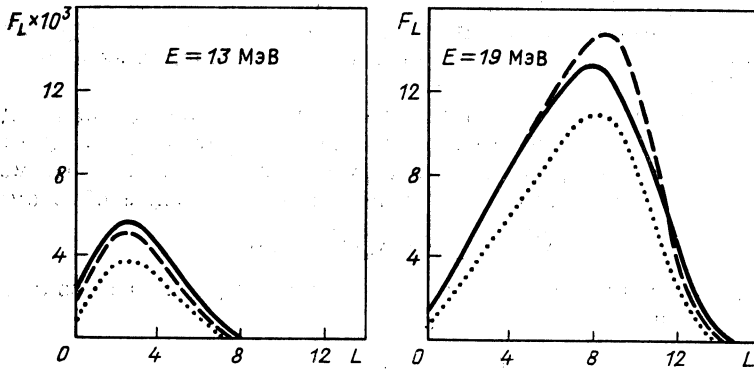


Рис. 8. Парциальные проницаемости для слияния  $F_L$  при подбарьерной и надбарьерной энергиях для ядер  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$ :

точками показаны проницаемости в возбужденном канале; сплошной кривой — суммарные проницаемости в обоих каналах; штриховая линия — расчет без связи каналов

Рассмотрим, какие изменения в  $L$ -заселенность составного ядра вносит учет возбужденных состояний сталкивающихся ядер. На рис. 8 для реакции  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  с тем же набором параметров, что и на рис. 6, но уже с учетом кулоновского возбуждения, мы привели парциальные проницаемости

$$F_L = (2L + 1) |A_{\alpha L \alpha}|^2 k_{\alpha} / k_0,$$

определяющие сечение слияния в возбужденном канале  $\alpha$  и в полном сечении слияния при энергиях 13 и 19 МэВ. Штриховыми линиями показаны проницаемости без связи каналов, определяющие в этом случае полное сечение реакции. Видно, что при обеих энергиях парциальные сечения в возбужденном канале исчерпывают большую часть полного сечения слияния. Это говорит о том, что ядра с большой вероятностью оказываются в возбужденном состоянии при

подходе к критическому расстоянию. На этот факт впервые было обращено внимание в работе [44]. Отметим также, что даже при энергиях выше барьера, где учет связи каналов уменьшает сечение слияния, увеличивается вероятность образования составного ядра с большими угловыми моментами. Для более тяжелых ядер эффект становится еще сильнее. Это играет большую роль при снятии возбуждения составного ядра, так как конкуренция между делением и испарением нейтронов для средних и тяжелых ядер зависит от внесенного в систему углового момента [89]. Для легких ядер это приведет к увеличению вероятности радиационного захвата, так как испарение нейтронов с большим угловым моментом затруднено.

Таким образом, измерения сечений испарения нейтронов, протонов,  $\alpha$ -частиц, легких ядер и осколков деления (если они есть) дают информацию о  $L$ -заселенности составного ядра. Уменьшение выхода нейтронов из реакции слияния ядер  $^{64}\text{Ni} + ^{92}\text{Zr}$  по сравнению с другими ядрами, приводящими к тому же составному ядру, в [90] объяснялось большими угловыми моментами, вносимыми в составное ядро  $^{156}\text{Er}$ .

Другой путь для извлечения  $L$ -заселенности распадающегося ядра — измерение множественности  $\gamma$ -квантов. Обычно эта информация представлена в литературе [53, 91] в терминах среднего углового момента, внесенного в систему, и определяется следующим образом:

$$\langle L_\gamma \rangle = \sum \sigma_{xn} \langle I_\gamma \rangle / \sum \sigma_{xn}, \quad (67)$$

где  $\sigma_{xn}$  — сечение образования остаточного ядра после испарения  $x$  нейтронов, и

$$\langle I_\gamma \rangle \approx 2(\langle M_\gamma \rangle - 4) \quad (68)$$

выражается через среднюю множественность  $\gamma$ -квантов  $\langle M_\gamma \rangle$ . Коэффициенты в выражении (68) отражают тот факт, что после испарения нейтронов и приблизительно четырех статистических  $\gamma$ -квантов девозбуждение составного ядра происходит испусканием квадрупольных  $\gamma$ -квантов. В теоретических расчетах средний угловой момент представляется в более привычном виде:

$$\langle L_\gamma \rangle = \sum L(2L + 1) T_L / \sum (2L + 1) T_L. \quad (69)$$

В работе [53] для уже обсуждавшейся реакции  $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$  измерили множественность  $\gamma$ -квантов и извлекли зависимость  $\langle L_\gamma \rangle$  от энергии налетающего иона. Оказалось, что расчеты по формуле Вонга с  $\hbar\omega = 4$  МэВ и  $\beta_2 = 0$  занижены по сравнению с экспериментом. Введение усреднения по ориентациям с параметром  $\beta_2 = 0,22$  воспроизводит не только сечения подбарьерного слияния, но и средний угловой момент  $\langle L_\gamma \rangle$ .

В работе [91] при околобарьерных энергиях измерены сечения слияния и множественности  $\gamma$ -квантов при распаде составного ядра  $^{160}\text{Er}$ , образованного в четырех различных реакциях слияния сферических ядер. Кинетическая энергия налетающих частиц была вы-

брана такой, чтобы ядро  $^{160}\text{Er}$  имело одинаковую энергию возбуждения в различных входных каналах. Таким образом, четыре канала отличаются друг от друга только различным внесенным угловым моментом. Для асимметричных систем приближение резкого обрезания по угловому моменту (3) хорошо описывает экспериментальные данные. Учет нулевых колебаний сталкивающихся ядер в симметричных комбинациях также дает экспериментальные значения  $\langle L_\gamma \rangle$ , однако сечения слияния при этом оказались завышенными в 1,5—2 раза. В [92] для реакции  $^{80}\text{Se} + ^{80}\text{Se}$  измерены  $\langle L_\gamma \rangle$  при подбарьерных энергиях. Эти результаты анализировались методом сильной связи каналов [93], и был получен тот же самый результат, т. е. при правильном описании  $\langle L_\gamma \rangle$  сечения слияния оказались завышенными в 3 раза.

Третий путь для извлечения среднего углового момента — измерения угловых распределений осколков деления составного ядра. Теоретические модели [94] дают для углового распределения осколков деления выражение

$$W(\Theta) = \frac{\pi}{2k^2} \sum_L (2L+1) T_L \sum_{K=-L}^L (2L+1) \rho(K) |d_{0K}^L(\Theta)|^2, \quad (70)$$

где распределение по проекции полного спина на ось симметрии составного ядра  $\rho(K)$  предполагается гауссовым:

$$\rho(K) = \exp(-K^2/2K_0^2) \left[ \sum_{K=-L}^L \exp(-K^2/2K_0^2) \right]^{-1}. \quad (71)$$

и величина  $K_0 = (T/\hbar^2) J_{\text{эф}}$ , выражаемая через температуру  $T$  и эффективный момент инерции в седловой точке, обычно трактуется как свободный параметр. (Существуют и другие параметризации для  $K$ -распределения [95].)

В эксперименте обычно измеряется угловая анизотропия  $W(\Theta)/W(90^\circ)$ , которая, как видно из выражения (70), зависит от  $L$ -заселенности составного ядра. В [96] для реакции  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  измерили анизотропию осколков деления и сечение деления при энергиях, где сечение деления составляет всего  $0,3 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup>. Получено, что анизотропия оказалась намного большей, чем ожидалось из одномерных моделей. В [97] при описании этого эксперимента методом сильной связи каналов были включены все уровни, которые могут возбуждаться в этой системе, однако расхождение все равно остается.

Еще одна возможность для определения  $L$ -заселенности составного ядра средней массы была предложена в [46]. Утверждается, что сечение деления более чувствительно к хвостам  $L$ -распределения, чем асимметрия  $W(\Theta)/W(90^\circ)$  или  $\gamma$ -множественности. Кроме того, первый метод годится только для делящихся ядер, а второй — для ядер, которые девозбуждаются испарением нейтронов. Было изме-



рено сечение деления при подбарьерных энергиях для реакции  $^{58}\text{Ni} + ^{124}\text{Sn}$ . Теоретическая модель [45] [см. формулу (12)] хорошо описывает данный эксперимент.

В [98] измерена новая характеристика в слиянии ядер. В эксперименте с выстроенными ионами  $^{23}\text{Na}$  на мишенях  $^{48}\text{Tl}$  и  $^{206}\text{Pb}$  наряду с подбарьерным сечением слияния измерена также величина  $T_{20}^{\text{сл}}$  — тензорная анализирующая способность для слияния. Она определяется как разность сечений слияния при различных выстроенностях пучка налетающих ионов. Обнаружено [98], что связь с каналами неупругих передач уменьшает  $T_{20}^{\text{сл}}$  по сравнению с одномерными мо-

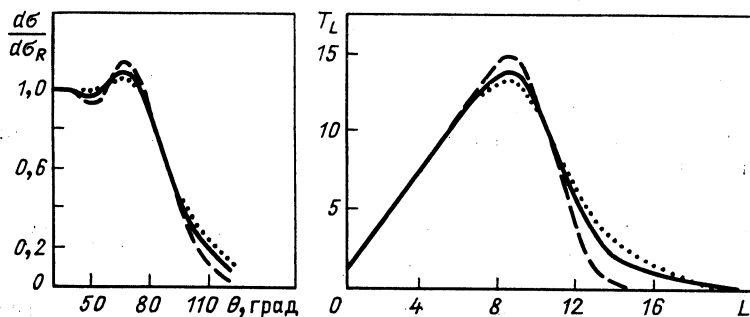


Рис. 9. Угловые распределения упругого рассеяния (левая часть рисунка) и проникаемости  $T_L$  (правая) для реакции  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  при энергии  $E = 19$  МэВ: штриховыми линиями показан расчет без связи каналов; точками — расчет по оптической модели

делями, и это позволяет описать экспериментальные данные, причем величина  $T_{20}^{\text{сл}}$  оказалась более чувствительной к связи, чем сечение слияния. Однако параметры модели, выбранные для описания  $T_{20}^{\text{сл}}$ , дают заниженные сечения слияния, что говорит, по-видимому, о необходимости учета каналов малонуклонных передач. Однако, давая вклад в увеличение слияния, эти каналы не должны изменять  $T_{20}^{\text{сл}}$ .

Отметим также, что  $L$ -заселенность составного ядра сказывается и на дисперсиях массовых распределений осколков деления. В рамках диффузионной модели [99] было показано, что с ростом вносимого углового момента в составное ядро дисперсия также увеличивается.

Таким образом, измерения других характеристик распадающегося ядра, кроме сечений слияния, обнаруживают еще много нерешенных проблем при описании реакций подбарьерного слияния.

**Упругое и неупругое рассеяние.** Одновременно с сечениями слияния многоканальные модели позволяют рассчитывать и другие процессы [см. формулы (30) — (35)], описание которых является независимой проверкой модели. Обсудим, как связь с неупругими кана-

Рис. 10. Рассчитанные сечения слияния и неупругого рассеяния с возбуждением уровня  $2^+$  в ядре  $^{44}\text{Ca}$ :

экспериментальные данные взяты из [59]; штриховая линия — предсказания для сечения возбуждения уровня  $2^+$  в ядре  $^{16}\text{O}$ ; точечная кривая — сечение слияния без связи каналов

лами в рамках многоканальной модели граничных условий изменяет дифференциальные сечения упругого рассеяния при энергиях чуть выше кулоновского барьера.

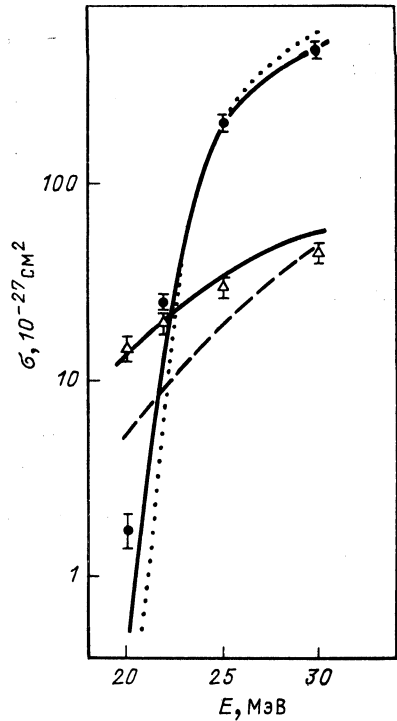
На рис. 9 показаны угловые распределения упругого рассеяния и парциальные проникаемости  $T_L$  для реакции  $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$  при энергии 19 МэВ [21]. Сплошной и штриховой кривыми показаны расчеты со связью с каналом  $2^+$  и без связи соответственно. Точками показаны расчеты, выполненные по оптической модели с параметрами реального и мнимого потенциала вудс-саксоновского типа, описывающие упругое рассеяние при этих энергиях [100]. Мы видим, что связь с одним низколежащим уровнем даже без введения мнимого потенциала существенно улучшает описание экспериментальных данных при всех углах.

Рассмотрим возможность одновременного описания сечений слияния и полных неупругих сечений в рамках этой же модели. Недавно проведены эксперименты при подбарьерных энергиях, в которых наряду с сечением слияния измерены сечения неупругого возбуждения коллективных низколежащих уровней [59, 101].

В [97] были предприняты первые удачные попытки единого описания многих каналов реакции для ядер  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ . Здесь мы приведем расчеты сечений всех измеренных каналов реакции при столкновении ядер  $^{18}\text{O} + ^{44}\text{Ca}$ , выполненные в работе [102].

Для реакции  $^{18}\text{O} + ^{44}\text{Ca}$  в качестве ядерной части потенциала мы использовали параметризацию потенциала (14). В расчеты были включены два возбужденных уровня ядра  $^{44}\text{Ca}$  —  $2^+$  и  $4^+$  с энергиями возбуждения 1,16 и 1,8 МэВ и параметрами динамической деформации 1,06 и 0,45 фм соответственно и уровень  $2^+$  в ядре  $^{18}\text{O}$  с энергией 1,98 МэВ и  $\beta R = 1,01$  фм. Все параметры выбраны из независимых экспериментов.

На рис. 10 сплошными линиями показаны сечение слияния и сечение возбуждения уровня  $2^+$  в ядре  $^{44}\text{Ca}$  в зависимости от энергии



налетающего иона. Экспериментальные данные взяты из работы [59]. Видно, что при низких энергиях налетающих ионов функции возбуждения для двух ядер заметно отличаются друг от друга и имеют разный наклон, хотя параметры динамической деформации для них почти одинаковы. Это различие связано с более высокой энергией возбуждения для ядра  $^{18}\text{O}$  и исчезает при энергиях выше кулоновского барьера. На этом же рисунке точками показано сечение слияния, рассчитанное без учета связи каналов. Видно, что и в этом случае мы имеем превышение экспериментальных данных по сечению слияния при надбарьерных энергиях и занижение при подбарьерных энергиях.

Для реакции  $^{18}\text{O} + ^{16}\text{O}$  также получено [102] хорошее описание экспериментальных данных работы [88] для сечений слияния и неупругого возбуждения.

Из примеров, приведенных в этом разделе, видно, что модель граничных условий со связью с каналами неупругого возбуждения правильно описывает широкий круг экспериментальных данных для легких ядер без привлечения дополнительных подгоночных параметров. Таким образом, можно надеяться, что каналы слияния, неупругого рассеяния и малонуклонных передач для легких ядер при околобарьерных энергиях исчерпывают полностью все процессы, которые в стандартной оптической модели описываются феноменологическим мнимым потенциалом.

### 3. РАСПАД ЯДЕР С ИСПУСКАНИЕМ ТЯЖЕЛЫХ КЛАСТЕРОВ

Мы видели, что в реакциях подбарьерного слияния учет возбуждения коллективных уровней в сталкивающихся ядрах увеличивает проницаемость кулоновского барьера для тяжелых ядер на порядок и выше. Этот же эффект должен проявиться и в реакциях спонтанного испускания тяжелых кластеров, что было показано недавно оценочными расчетами в рамках теории возмущений [103]. Рассмотрим, как отличается туннелирование в многомерном случае в реакциях распада от обсуждавшихся выше реакций слияния.

Проницаемость кулоновского барьера при одной и той же энергии должна быть различной при распаде и слиянии ядер. На это нарушение симметрии проницаемости при прохождении сложной частицы через несимметричный барьер впервые было обращено внимание в работе [104]. Там же были проведены численные расчеты для потенциалов простейшей формы в одномерном двухканальном случае. В данном обзоре мы приведем результаты расчетов работы [105] для физически интересного случая распада ядра  $^{222}\text{Ra}$  на  $^{14}\text{C}$  и  $^{208}\text{Pb}$  и слияния последних двух ядер.

Прежде всего сформулируем граничные условия для системы уравнений (23) в реакции распада тяжелого ядра. На больших расстояниях мы должны иметь расходящиеся волны во всех каналах:

$$R_{\alpha}(r) = S_{\alpha} [G_{\lambda}(k_{\alpha}r) + iF_{\lambda}(k_{\alpha}r)], \quad (72)$$

а на расстоянии  $r = R_{\text{кр}}$  мы имеем выходящую волну в основном канале и сходящиеся волны во всех каналах:

$$R_{\alpha}(r \simeq R_{\text{кр}}) = h_{\lambda}^{(1)}(k_{\alpha}^{\lambda} r) \delta_{\alpha 0} + A_{\alpha} h_{\lambda}^{(2)}(k_{\alpha}^{\lambda} r). \quad (73)$$

В формулах (72) и (73) мы убрали индексы углового момента, так как распад идет из основного состояния системы и орбитальный угловой момент в выходном канале определяется мультипольностью возбуждаемого уровня. Часть полного потока, прошедшая через барьер, определяет вероятность туннелирования при распаде:

$$T = \sum_{\alpha} T_{\alpha} = \sum_{\alpha} \frac{k_{\alpha}}{k_{\alpha}^1} |S_{\alpha}|^2. \quad (74)$$

В численных расчетах в качестве центрального потенциала мы используем потенциал (13) с другой параметризацией для величины  $\gamma$ , предложенной в работе [106]:  $\gamma = 1,2496 [1 - (N - Z)^2/A^2]$ . Этот потенциал имеет большую глубину по сравнению со стандартной параметризацией и лучше воспроизводит барьеры для слияния в надбарьерной области энергий. В реакции  $^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb} \leftrightarrow ^{222}\text{Ra}$  мы будем учитывать четыре возбужденных состояния ядра  $^{208}\text{Pb}$ :  $3^{-}$ ,  $5^{-}$ ,  $2^{+}$  и  $4^{+}$  с энергиями возбуждения  $\varepsilon_{\alpha}$ , равными 2,6; 3,2; 4,1 и 4,3 МэВ, и параметрами динамической деформации  $\beta_{\alpha} R$ , равными 0,835; 0,49; 0,42 и 0,49 соответственно. Центральный потенциал и потенциал связи для этой реакции, а также конфигурации ядер при  $r = R_{\text{кр}}$  и  $r = R_6$  мы уже показывали на рис. 5.

На рис. 11 показаны энергетические зависимости полных проицаемостей и проицаемостей в различных каналах при распаде  $T_{\alpha}$  и слиянии  $F_{\alpha}$ . Для наглядности удобно отнести их к проицаемости, рассчитанной без учета связи каналов. Отметим, что проицаемости при распаде  $T_{\alpha}$ , показанные на этом рисунке, соответствуют распаду из возбужденного ядра  $^{222}\text{Ra}$ , так как при спонтанном распаде мы имеем  $Q_{\text{реакц}} = 33,05$  МэВ. Расчеты при  $E = Q_{\text{реакц}}$  трудно провести с учетом связи каналов из-за малости получаемых значений проицаемости. Оценки проицаемости в ВКБ-методе дают значение  $T_0(E = Q) \approx 10^{-25}$ . Из рис. 11 видно, что при низких энергиях полная проицаемость при распаде полностью определяется туннелированием в основном состоянии, а при слиянии заметный вклад в проицаемость дают и возбужденные каналы. Учет связи каналов приводит к усилению проицаемости для слияния уже при энергиях  $E \approx V_6$ , а при распаде усиление незначительно и начинается при более низких энергиях.

Показанные на рис. 11 коэффициенты для распада  $T_{\alpha}$  дают распределение потоков в асимптотической области, а коэффициенты для слияния  $F_{\alpha}$  — на расстоянии  $r = R_{\text{кр}}$ , т. е. они учитывают также перераспределение потоков после прохождения кулоновского барьера.

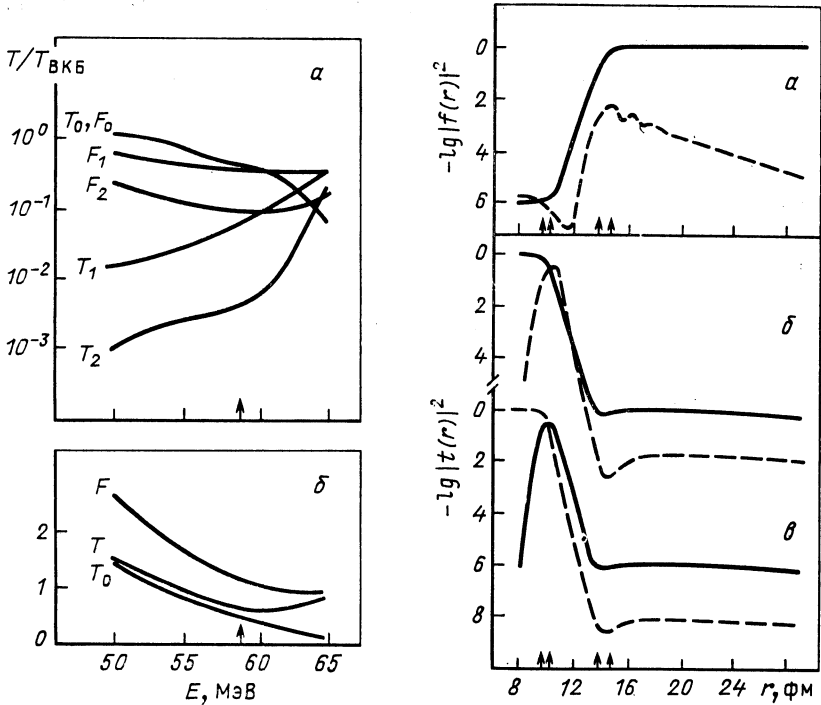


Рис. 11. Проницаемости в различных каналах при распаде  $T_\alpha$  и слиянии  $F_\alpha$  (а) и полные проницаемости и проницаемость в основном канале (б). Стрелкой отмечена высота кулоновского барьера

Рис. 12. Разложение падающего потока по сходящимся и расходящимся волнам для реакций слияния и распада соответственно:

а — слияние при энергии  $E = 50$  МэВ; б — распад из основного состояния при полной энергии  $E = 50$  МэВ; в — распад из состояния 3- при энергии  $E = 47,4$  МэВ; сплошные кривые — потоки в основном канале реакции; штриховые — в возбужденном канале

Интересно выяснить, на каких расстояниях происходит перераспределение падающего потока по различным каналам в реакциях слияния и распада. Для решения этой задачи разложим точные каналные волновые функции относительного движения по сходящимся и расходящимся волнам:

$$R_\alpha(r) = f_\alpha(r) \Psi_\alpha^{(-)}(r) + t_\alpha(r) \Psi_\alpha^{(+)}(r), \quad (75)$$

для которых возьмем их квазиклассические выражения, приведенные в [107]. Выпишем функции, нормированные на единичный поток и представляющие волну, бегущую налево. В надбарьерной области они имеют вид

$$\Psi_\alpha^{(-)}(r) = \frac{1}{\sqrt{k_\alpha^-(r)}} \exp \left\{ -i \left[ \int_R^r k_\alpha^-(r') dr' + \pi/4 \right] \right\} \quad (76)$$

и в подбарьерной области

$$\Psi_{\alpha}^{(-)}(r) = \frac{i}{V |k_{\alpha}^i(r)|} \exp \left\{ - \left[ \int_R^r |k_{\alpha}^i(r')| dr' + \pi/4 \right] \right\} + \\ + \frac{1}{2 V |k_{\alpha}^i(r)|} \exp \left[ \int_R^r |k_{\alpha}^i(r')| dr' + \pi/4 \right]. \quad (77)$$

Здесь  $k_{\alpha}^i(r)$  — локальное волновое число, определяемое выражением (28). Волна, бегущая направо, определяется комплексным сопряжением выражений (76) и (77).

Предполагая, что в разложении (75) функции  $\Psi_{\alpha}^{(-)}(r)$  и  $\Psi_{\alpha}^{(+)}(r)$  являются более быстро меняющимися функциями координат, чем коэффициенты  $f_{\alpha}(r)$  и  $t_{\alpha}(r)$ , последние могут быть найдены спиванием точной канальной волновой функции  $R_{\alpha}(r)$  и ее производной с ВКБ-функциями.

На рис. 12, а для реакции слияния при энергии  $E = 50$  МэВ показаны функции  $|f(r)|^2$ , описывающие поток в основном и возбужденном каналах, идущий налево. На рис. 12, б для реакции распада при той же энергии даны функции  $|t(r)|^2$ , описывающие поток, идущий направо. Стрелками показаны правая и левая точки поворота в основном и возбужденном каналах для этой энергии. Видно, что в реакции слияния система подходит к кулоновскому барьеру практически невозбужденной, а при распаде большая часть потока, идущего направо, оказывается в возбужденном состоянии. Это связано с тем, что в реакции слияния связь каналов перед точкой поворота осуществляется за счет плавно меняющегося потенциала кулоновского возбуждения, а в реакции распада — за счет большого и резко меняющегося ядерного потенциала связи (см. рис. 5).

На рис. 12, в показан распад для случая, когда ядро  $^{208}\text{Pb}$  с самого начала находится в возбужденном состоянии  $3^-$  с энергией 2,6 МэВ и распад происходит при энергии  $E = 47,4$  МэВ. Видно, что до точки поворота система с большой вероятностью успевает перейти в основное состояние и в асимптотической области почти весь поток находится уже в основном канале. Таким образом, для расчетов времен жизни тяжелых ядер по отношению к спонтанному распаду или распаду из возбужденных состояний необходимо учитывать спектроскопические факторы таких конфигураций, когда один из распадающихся фрагментов находится в нижайших возбужденных коллективных состояниях.

Можно представить, что аналогичные процессы будут происходить с реакциями одно- и двухнуклонных передач, если спектроскопические факторы в родителемском ядре для некоторых дочерних ядер велики и эти каналы сильно связаны с основным каналом распада. Известно, например [108], что в ядре  $^{222}\text{Ra}$  спектроскопический фактор для ядра  $^{12}\text{C}$  в 20 раз больше, чем для ядра  $^{14}\text{C}$ , но из-за проигрыша в  $Q_{\text{реакц}}$  в асимптотической области мы будем наблюдать

ядро  $^{14}\text{C}$ , как можно увидеть на рис. 12 для аналогичного случая распада из возбужденного состояния  $3^-$ .

В работе [109] на основании микроскопических расчетов приведены простые параметризации для спектроскопических факторов тяжелых кластеров с массовым числом  $A$ :

$$S(A) = S(\alpha)^{(A-1)^{1/3}},$$

где  $S(\alpha)$  — спектроскопический фактор  $\alpha$ -частицы в родительском ядре, различный для четных и нечетных ядер:  $S_{\text{чет}} = 6,3 \cdot 10^{-3}$  и  $S_{\text{неч}} = 3,2 \cdot 10^{-3}$ . Расчеты времен жизни тяжелых ядер, выполненные в рамках ВКБ-метода с этими спектроскопическими факторами [109], хорошо описывают экспериментальные данные.

В работе [110] рассчитаны сечения испарения тяжелых кластеров с  $Z = 3 \div 11$  из возбужденных ядер в рамках стандартной испарительной модели. Получено хорошее согласие экспериментальных данных с обычными значениями параметров. Последние два примера подтверждают, по-видимому, наш вывод о том, что связь каналов слабо изменяет вероятность туннелирования при распаде. Следует, однако, отметить, что  $L$ -заселенность ядра, испаряющего частицы, рассчитывается обычно по оптической модели, параметры которой подобраны для описания упругого рассеяния. Сравнение рис. 8 и 9 показывает, что средний угловой момент для величин  $T_L$  и  $F_L$ , определяющих соответственно парциальные сечения реакции и слияния, может различаться.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и результаты, изложенные в обзоре.

1. Было показано, что в настоящее время существует много моделей, предсказывающих усиление сечений подбарьерного слияния. К ним относятся: учет образования шейки при контакте ядер, статическая деформация и нулевые колебания для сферических ядер, связь с низколежащими коллективными состояниями и каналами малонуклонных передач, введение спаривательной щели как новой динамической переменной.

2. Продемонстрировано, что многоканальная модель с сильным поглощением во внутренней области ядра является хорошей основой для описания процессов, сопровождающих взаимодействие двух сложных ядер при подбарьерных и околобарьерных энергиях. Параметры модели полностью определяются параметрами ион-ионных потенциалов и параметрами силы связи между различными каналами, которые могут быть определены из соответствующих микроскопических моделей.

3. Для легких ядер было продемонстрировано, что без привлечения дополнительных подгоночных параметров удается одновременно описать упругое и неупругое рассеяние и полное сечение

слияния при околбарьерных и подбарьерных энергиях. Это указывает на разумность сделанных предположений о механизме протекания реакции и позволяет с большой достоверностью экстраполировать теоретические сечения в область астрофизических энергий, недоступных в настоящее время для экспериментального изучения.

4. Для средних ядер экспериментальные данные показывают, что в большинстве случаев учет каналов неупругого возбуждения налетающих ядер достаточен для правильного описания сечений подбарьерного слияния.

5. Измерения  $L$ -заселенности составного ядра дают дополнительную к измерениям сечений слияния информацию о механизме протекания реакций при подбарьерных и околбарьерных энергиях. Невозможность одновременного описания этих двух характеристик в некоторых реакциях при учете только неупругого возбуждения указывает на необходимость учета новых степеней свободы или на наличие каналов неполного слияния двух ядер.

6. Продемонстрирована асимметрия полной проницаемости под кулоновским барьером в случае учета многих каналов реакции. Это может сказаться при описании конкуренции между делением и испарением частиц при снятии возбуждения составного ядра, так как параметры статистической испарительной модели в выходном канале обычно выбираются из обратных реакций слияния.

7. Предложен наглядный метод разделения падающего потока по различным каналам реакции, который может быть использован при анализе и других процессах, отличных от слияния.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность Г. Н. Афанасьеву, В. Б. Беляеву, Р. В., Джолосу, Ф. А. Гарееву, П. Мэдлеру, В. Г. Соловьеву, В. Д. Тонееву, Р. Шмидту за полезные обсуждения вопросов, рассмотренных в обзоре.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кожушнер М. А. Туннельные явления. М.: Знание, 1983.
2. Захарьев Б. Н., Сузько А. А. Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи. М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Шкловский И. С. Звезды: Их рождение, жизнь и смерть. М.: Наука, 1984.
4. Кадменский С. Г., Фурман В. И. Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. Сэндулеску А., Поенару Д. Н., Грайнер В. // ЭЧАЯ. 1980. Т. 11. С. 1334—1368.
6. Oganessian Yu. Ts., Pjinov A. S., Demin A. G., Tretyakova S. P. // Nucl. Phys. 1975. Vol. A239. P. 353—364.
7. Hauser W., Feshbach H. // Phys. Rev. 1952. Vol. 87. P. 366—373.
8. Nix J. R., Sierk A. J. // Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 2072—2082.
9. Калинин Б. Н., Пермяков В. П. Препринт ОИЯИ Р4-6149. Дубна, 1971.
10. Swiatecki W. J. // Nucl. Phys. 1982. Vol. A376. P. 275—291.
11. Gregorie C., Ngo C., Remaud B. // Nucl. Phys. 1982. Vol. A383. P. 392—420.
12. Vaz L. C., Alexander J. M., Satchler G. R. // Phys. Rep. 1981. Vol. 69. P. 373—399.
13. Beckerman M., Salomaa M., Sperduto A. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 1472—1475.



14. Stokstad R. G., Eisen Y., Kaplanis S. e.a.//Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 2427—2435.
15. Dasso C. H., Landowne S., Winter A.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A405. P. 381—396.
16. Jacobs P. M., Smilansky U.//Phys. Lett. 1983. Vol. 127B. P. 313—316.
17. Eshensen H., Wu J. Q., Bertsch G. F.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A411. P. 275—288.
18. Berkowitz G. M., Braun-Munzinger P., Karp J. S. e.a.//Phys. Rev. 1983. Vol. C28. P. 667—678.
19. Krappe H. J., Mohring K., Nemes M. S., Rossner H.//Z. Phys. 1983. Vol. A314. P. 23—31.
20. Шилов В. М. Тезисы докладов 35-го совещ. по ядерн. спектр. и структуре атомн. ядра. Л.: Наука, 1985. С. 446.
21. Шилов В. М. Сообщение ОИЯИ P4-86-843. Дубна, 1986.
22. Nagatani K., Peng J. C.//Phys. Rev. 1979. Vol. C19. P. 747—755.
23. Hill D. L., Wheeler J. A.//Phys. Rev. 1953. Vol. 89. P. 1102—1115.
24. Wong C. Y.//Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 31. P. 766—769.
25. Ходгсон П. Оптическая модель упругого рассеяния: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1966.
26. Satchler G. R.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A409. P. 3c—20c.
27. Stokstad R. G.//Nukleonika. 1981. Vol. 26. P. 373—422.
28. Braun-Munzinger P.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A409. P. 31c—48c.
29. Thomas J., Chen Y. T., Hinds S. e.a.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 1980—1983.
30. Aljuwair H. A., Ledoux R. J., Beckerman M. e.a.//Phys. Rev. 1984. Vol. C30. P. 1223—1227.
31. Krappe H. J., Nix J. R., Sierk A. J.//Phys. Rev. 1979. Vol. C20. P. 992—1013.
32. Beckerman M.//Phys. Rep. 1985. Vol. 129C. P. 145—223.
33. Balantekin A. B., Koonin S. E., Negele L. W.//Phys. Rev. 1983. Vol. C28. P. 1565—1569.
34. Jahnke U., Rossner H., Hilscher D., Holub E.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 17—20.
35. Galin J., Guerreau M., Lefort M., Tarrago X.//Phys. Rev. 1974. Vol. C9. P. 1018—1024.
36. Тонеев В. Д., Шмидт Р.//ЯФ. 1978. Т. 27. С. 1191—1200.
37. Glas D., Mosel U.//Phys. Rev. 1974. Vol. C10. P. 2620—2622.
38. Glas D., Mosel U.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A264. P. 268—290.
39. Afanasiev G. N., Dobromyslov M. B., Kim Eung Poong, Shilov V. M.//Proc. of Predeal Intern. Summerscool on heavy ion physics. Predeal, 1976. P. 563—570.
40. Афанасьев Г. Н., Шилов В. М.//ЯФ. 1977. Т. 26. С. 92—98.
41. Афанасьев Г. Н., Добромислов М. Б., Ким Ынг Пхунг, Шилов В. М.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1977. Т. 41. С. 1650—1657.
42. Christensen P. R., Switkowski Z. E.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A280. P. 205—216.
43. Thomas T. D.//Phys. Rev. 1959. Vol. 116. P. 703—712.
44. Афанасьев Г. Н., Пермяков В. П., Шилов В. М. Тезисы докладов 31-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1981. С. 495.
45. Udagawa T., Tamura T.//Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 1922—1924.
46. Kondo Y., Robson V. A., Bokhorst J. J. M. e. a.//Phys. Rev. 1987. Vol. C35. P. 828—831.
47. Udagawa T., Kim B. T., Tamura T.//Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 124—135.
48. Satchler G. R., Love W. G.//Phys. Rep. 1979. Vol. 55C. P. 183—254.
49. Blocki J., Randrup J., Swiatecki W. J., Tsang C. F.//Ann. Phys. 1977. Vol. 105. P. 427—462.

50. Ngo C., Tamain B., Weiner M. e.a.//Nucl. Phys. 1975. Vol. A252. P. 237—252.
51. Брагин В. Н., Жуков М. В.//ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 725—761.
52. Stokstad R. G., Reisdorf W., Hildenbrand K. D. e.a.//Z. Phys. 1980. Vol. A295. P. 269—286.
53. Vandebosch R., Back B. B., Gil S. e.a.//Phys. Rev. 1983. Vol. C28. P. 1161—1166.
54. Rhoades-Braun V. J., Oberacker V. E.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 1435—1438.
55. Esbensen H.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A352. P. 147—156.
56. Бор О., Мотгельсон Б. Структура атомного ядра, т. 2: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
57. Reisdorf W., Hessberger F. P., Hildenbrandt K. D. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 1811—1815.
58. Pengo R., Evers D., Lobner K. E. G. e.a.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A411. P. 255—274.
59. De Castro Rizzo D. M., Bozek E., Cavallaro S. e.a.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A427. P. 151—172.
60. Dasso C. H., Landowne S., Winter A.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A407. P. 221—232.
61. Rhoades-Brown M. J., Braun-Munzinger P.//Phys. Lett. 1984. Vol. 136B. P. 19—23.
62. Афанасьев Г. Н., Добромыслов М. Б., Ким Ынг Пхунг, Шилов В. М.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1977. Т. 41. С. 2121—2124.
63. Tamura T.//Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 679—708.
64. Поздняков Ю. А., Теренецкий К. О.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. С. 2187—2190.
65. Мотт Н., Месси Г. Теория атомных столкновений. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
66. Lindsay R., Rowley N.//J. Phys. G: Nucl. Phys. 1984. Vol. 10. P. 805—822.
67. Landowne S., Pieper S. C.//Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 1352—1357.
68. Dasso C. H., Landowne S.//Z. Phys. 1985. Vol. A322. P. 175—176.
69. Dasso C. H., Landowne S., Winter A.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A432. P. 495—513.
70. Alder K., Roesel F., Morf R.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A284. P. 145—162.
71. Tanimura O., Makowka J., Mosel U.//Phys. Lett. 1985. Vol. 163B. P. 317—322.
72. Wu J. Q., Bertsch G. F.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A457. P. 401—412.
73. Broglia R. A., Dasso C. H., Landowne S., Winther A.//Phys. Rev. 1983. Vol. C27. P. 2433—2435.
74. Broglia R. A., Dasso C. H., Landowne S.//Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 1426—1427.
75. Thompson I. J., Nagarajan M. A., Lilley J. S., Fulton B. R.//Phys. Lett. 1985. Vol. 157B. P. 250—254.
76. Henning W., Wolfs F. L. H., Schiffer J. P., Rehm K. E.//Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. P. 318—321.
77. Rehm K. E., Wolfs F. L. H., Van den Berg A. M., Henning W.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 280—283.
78. Landowne S., Pieper S. C., Videbaek F.//Phys. Rev. 1987. Vol. C35. P. 597—604.
79. Love W. G., Terasawa T., Satchler G. R.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A291. P. 183—205.
80. Джолос Р. В., Пермяков В. П., Ренке Г., Шульц Г. Сообщение ОИЯИ Е4-9670. Дубна, 1976.
81. Джолос Р. В., Пермяков В. П., Шульц Г. Препринт ОИЯИ Р4-9635. Дубна, 1976.
82. Джолос Р. В., Пермяков В. П.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 58—64.

83. Джолос Р. В., Насиров А. К., Пермяков В. П. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 2041—2057.
84. Джолос Р. В., Пермяков В. П. Препринт ОИЯИ Р4-6149. Дубна, 1971.
85. Lazarev Yu. A. // Phys. Scripta. 1987. Vol. 35. P. 255—266.
86. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
87. Esbensen H., Landowne S. // Phys. Rev. 1987. Vol. C35. P. 2090—2096.
88. Воронов В. В., Соловьев В. Г. // ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. С. 1380—1442.
89. Cohen S., Plasil F., Swiatecki W. G. // Ann. Phys. 1974. Vol. 82. P. 557—596.
90. Love D. J. G., Bishop P. J., Kirwan A. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 551—554.
91. Haas V., Duchene G., Beck F. A. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 398—401.
92. Nolan P. J., Love D. J. G., Kirwan A.e.a. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2211—2214.
93. Dasso C. H., Garret J. D., Landowne S. // Phys. Lett. 1985. Vol. 161B. P. 36—38.
94. Vandenbosch R., Huizenga J. R. Nuclear Fission. N.Y.—L.: Academic Press, 1973.
95. Барабанов А. Л., Гречухин В. П. // ЯФ. 1987. Т. 46. С. 408—414.
96. Murakami T., Sahn C. C., Vandenbosch R. e.a. // Phys. Rev. 1986. Vol. C34. P. 1353—1365.
97. Pieper S. C., Rhoades-Brown M. J., Landowne S. // Phys. Lett. 1985. Vol. 162B. P. 43—46.
98. Butsch R., Jansch H., Kramer D.e.a. // Phys. Rev. 1987. Vol. C36. P. 1351—1363.
99. Адеев Г. Д., Гончар И. И., Марченко Л. А., Писчасов Н. И. // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1137—1148.
100. Back V. V., Betts R. R., Gaarde C. e.a. // Nucl. Phys. 1977. Vol. A252. P. 317—331.
101. Thomas J., Chen Y. T., Hinds S. e.a. // Phys. Rev. 1986. Vol. C33. P. 1679—1689.
102. Тараканов А. В., Шилов В. М. // Краткие сообщения ОИЯИ. 1987. N [24]—87. С. 37—41.
103. Landowne S., Dasso C. H. // Phys. Rev. 1986. Vol. C33. P. 387—389.
104. Амирханов И. В., Захарьев Б. Н. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 1097—1102.
105. Тараканов А. В., Шилов В. М. // ЯФ. 1988. Т. 48. С. 109—113.
106. Back V. V., Betts R. R., Gindler J. E. e.a. // Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 195—213.
107. Мигдал А. Б., Крайнов В. П. Приближенные методы квантовой механики. М.: Наука, 1966.
108. Кадменский С. Г., Фурман В. И., Чувильский Ю. М. // Тр. Школы по структуре ядра. Алушта, 1985. ОИЯИ Д4-85-851. Дубна, 1985. С. 385—398.
109. Blendowske R., Walliser H. // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 1930—1933.
110. Музыка Ю. Ф., Пустыльник Б. И. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 90—96.