ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2001. Т. 32. ВЫП. 4

УДК 539.12.01

О ФИЗИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ

Б.П.Косяков

Российский федеральный ядерный центр ВНИИЭФ, Саров

«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
2001, ТОМ 32, ВЫП. 4

УДК 539.12.01

О ФИЗИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ

Б.П.Косяков

Российский федеральный ядерный центр ВНИИЭФ, Саров

Дано физическое истолкование условия перенормируемости. Показано, что перенормируемые квантовые теории поля описывают такие системы, для которых тенденция к коллапсу, связанная с вакуумными флуктуациями взаимодействия, подавляется вакуумными флуктуациями кинетической энергии. Из классификации топологических типов эволюции частиц и анализа задачи о падении на центр получен общий критерий предотвратимости коллапса, согласно которому спектр гамильтониана должен быть ограничен снизу. Голографический принцип используется для объяснения природы аномалий и уточнения связи между перенормируемостью и обратимостью во времени.

A plausible physical interpretation of the renormalizability condition is given. It is shown that renormalizable quantum filed theories describe such systems wherein the tendency to collapse associated with vacuum fluctuations of the interaction is suppressed by vacuum fluctuations of kinetic energy. Relaying on the classification of topological types of the particle evolution and analysis of the problem of the fall to the centre, we obtain a general criterion for the preventability of collapse wich states that the Hamiltonian spectrum must be bounded from below. A holographic principle is used to explain the origin of anomalies and make precise the relation between renormalizability and reversibility in time.

1. ВВЕДЕНИЕ

Волнующим событием в современной истории теоретической физики явилось присуждение Нобелевской премии по физике за 1999 г. Герарду ’т Хоофту и Мартинусу Велтману «... за прояснение квантовой структуры электрослабых взаимодействий в физике элементарных частиц». Специалистам известно, что официальная формулировка Королевской академии наук Швеции подразумевает вполне конкретную заслугу — доказательство перенормируемости модели Янга–Миллса–Хиггса. Что же касается широкой физической аудитории, то для нее значение этого достижения едва ли целиком понятно, поскольку физический смысл перенормируемости до сих пор мало освещался в литературе. Возможно, наступил тот момент, когда уместно обсуждение перенормируемости на уровне, близком к «интуитивному».

Следует четко различать понятия *перенормировки* и *перенормируемости*. Наша цель — подробное обсуждение второго из них. Физический смысл первого достаточно прозрачен; ограничимся по этому поводу лишь следующим кратким замечанием.

О перенормировке массы в системах с бесконечным числом степеней свободы знали давно — еще в XIX веке. Представим себе сферическое тело массой M_0, которое движется со скоростью $\mathbf{v}$ в идеальной жидкости. Из гидродинамики известно, что кинетическая энергия системы, состоящей из этого тела и увлекаемой им жидкости, равна $(1/2)\,M\mathbf{v}^2$, где $M = M_0 + \delta M$, причем δM — присоединенная масса, равная половине массы жидкости, вытесняемой телом, а сила, приложенная к телу, создает ускорение, обратно пропорциональное M. Таким образом, динамические законы в жидкости остаются теми же, что и в вакууме, но масса может измениться весьма значительно. Например, помещая шарик пинг-понга в сосуд с ртутью, мы имеем дело с объектом, в 80 раз более массивным, чем тот, которым привыкли играть в обычных условиях. Если тело нельзя извлечь из жидкости, то его инертные свойства характеризуются перенормированной массой M, а измерение M_0 становится невозможным. Исходя из аналогии между гидродинамической средой и эфиром, Дж.Дж.Томсон ввел понятие электромагнитной массы электрона δm, которую нужно добавить к его механической массе m_0, чтобы получить наблюдаемую массу m. (О дальнейшем развитии этой идеи в трудах Томсона, Лоренца и Крамерса см. в [1].)

В релятивистской квантовой теории мы встречаемся с процессами рождения и аннигиляции частиц. Они порождают специфическое для квантовой теории поля явление *поляризации вакуума*, ответственное за перенормировку констант связи. Действительно, попытаемся локализовать электрон в области, имеющей размер меньше половины его комптоновской длины волны. Согласно принципу неопределенности, это приводит к флуктуациям энергии, достаточным для рождения виртуальной пары электрон–позитрон. Чем меньше область локализации, тем сильнее флуктуации энергии, а значит, тем больше пар здесь может родиться и аннигилировать. Электрон притягивает к себе виртуальные позитроны и отталкивает виртуальные электроны, поэтому диполи пространственно разделенных пар экранируют его заряд. Заряд электрона e, измеренный на расстоянии, большем его комптоновской длины волны, перенормирован за счет экранировки по сравнению с «затравочным» зарядом e_0. Кроме того, масса m электрона, укутанного в «шубу» виртуальных пар, оказывается перенормированной по сравнению с его «затравочной» массой m_0.

Таким образом, вакуум квантовой теории поля (КТП) играет роль среды, которая перенормирует массы и константы связи. Беда, однако, в том, что для физически интересных лагранжианов такие перенормировки оказываются бесконечными или, выражаясь более технически, вычисление поправок к массам и константам связи по фейнмановским правилам наталкивается на ультрафиолетовые расходимости.

С математической точки зрения наличие этих расходимостей обязано тому факту (впервые указанному Н.Н.Боголюбовым [3]), что произведение обобщенных функций — плохо определенная операция. Теория перенормировок, позволяющая поглотить ультрафиолетовые расходимости за счет бесконечной перенормировки масс и констант связи, дает однозначный рецепт, чтобы определить произведение пропагаторов в точках совпадения их аргументов. Но такой рецепт применим далеко не всегда. Согласно теории перенормировок, все локальные квантовые теории поля разбиваются на два класса — перенормируемые и неперенормируемые. Возьмем, к примеру, систему, характеризуемую полями со спинами 0 и 1/2. Пусть лагранжиан взаимодействия $\mathcal{L}_I$ представляется в виде полинома по полям, причем моном n-й степени содержит произведение b_n скалярных, f_n дираковских полей и k_n производных. Правило перенормируемости по счету степеней, точнее сказать, по индексу

$$\omega_n = b_n + \frac{3}{2} f_n + k_n - 4 \tag{1}$$

гласит: теория *суперперенормируема*, если $\omega_n < 0$ для всех n, *перенормируема*, если $\omega_n \leq 0$, и *неперенормируема*, если $\omega_n > 0$ хотя бы для одного n*.

На сегодня процедура перенормировок, которую в математизированных текстах именуют R-операцией Боголюбова, развита с должной строгостью и во всех деталях (путь ее разработки и современный статус описаны в [4]). Написаны книги, излагающие эту процедуру обстоятельно и с большим педагогическим тактом, например, [5–8]. Продолжают совершенствоваться ее прикладные аспекты — конкретное вычисление многопетлевых диаграмм в перенормируемых теориях [4, 9]. Углубляется понимание математической природы R-операции, которая, как недавно выяснилось, есть частный случай процедуры мультипликативного извлечения конечных величин, основанной на решении проблемы Римана–Гильберта [10].

Что касается понятия перенормируемости, то оно прошло долгий, но пока не завершенный путь развития (запечатленный в ряде прекрасных обзоров, например [11–14, 59], и книг [2, 15]). Отсылая читателя за подробностями и библиографией к этим и цитируемым ниже работам, напомним лишь некоторые факты, прямо относящиеся к нашей теме. Наш краткий экскурс в историю перенормируемости, разумеется, ни в малой степени не претендует на роль экспресс-анализа основных событий в КТП за последние полстолетия, а упоминания отдельных имен или работ не связаны с приоритетным

*Это правило можно сформулировать иначе: теория перенормируема, если полевая размерность лагранжиана взаимодействия $\mathcal{L}_I$, выраженная через размерность массы μ (ниже всюду, если не оговорено противное, используется система единиц, где $\hbar = c = 1$), равна $\mu^{4+\omega}$ с $\omega \leq 0$, а значит, константы связи либо безразмерны, либо имеют размерность массы в положительных степенях.

предпочтением или оценкой значимости каких-либо достижений. Нам хотелось бы лишь разобраться в мотивировках «старых» и «новых» разработок, так или иначе затрагивающих понятие перенормируемости.

В 1949 г. Ф. Дайсон [16] показал, что для устранения ультрафиолетовых расходимостей в квантовой электродинамике (КЭД) достаточно перенормировать массу и заряд электрона. Он обнаружил также, что поглотить все бесконечности за счет переопределения параметров в лагранжиане удается лишь в особого рода квантово-полевых теориях, которые он назвал перенормируемыми. С тех пор перенормируемость стала критерием отбора теорий. В 70-е гг. этот критерий был несколько уточнен: теорию следует считать непротиворечивой, если она не только перенормируема, но и свободна от аномального нарушения локальных калибровочных симметрий (хотя аномалии глобальных калибровочных симметрий допустимы и даже желательны). Таким образом, к ультрафиолетовым расходимостям перестали относиться однозначно негативно: «На расходимости квантовой теории поля не нужно смотреть как на явный дефект; напротив, они сообщают нам критически важные сведения о физической ситуации, без которых большинство наших теорий были бы физически неприемлемы [...] Нельзя отделаться от впечатления, что природа нарушает симметрии с помощью аномалий, возникающих в локальной квантовой теории поля, благодаря бесконечностям, которые затаились в математическом описании» [17].

Обратим внимание на инструментальный характер критерия. В нем отражена точка зрения на приемлемую КТП как на набор пертурбативных правил, совместимых с перенормировочной процедурой. Неперенормируемая теория считается плохой не потому, что в ее основе лежат какие-то физические «патологии», а просто потому, что мы не знаем, как с ней обращаться. Все превратности судьбы критерия связаны именно с этой его особенностью. На разных этапах различна оценка значения перенормируемости: от решительного неприятия всех локальных теорий, как перенормируемых, так и неперенормируемых, до полной терпимости по отношению к любым теориям, включая неперенормируемые (при этом, однако, крайне редки попытки выяснить, чем перенормируемая теория отличается от неперенормируемой по своей физической сути).

Кризис 50–60-х гг. в КТП разразился в связи с открытием явления «нуль-заряда» Л.Д.Ландау и И.Я.Померанчуком [18] и независимо Е.С.Фрадкиным [19]. Как оказалось, поляризация вакуума в КЭД и других моделях столь сильна, что наблюдаемые константы связи подвергаются полной экранировке, независимо от величин затравочных констант связи. Другим неприятным сюрпризом явилось открытие «духового» состояния фотона [20]. Ландау расценил нулификацию заряда как свидетельство логической противоречивости КЭД, а вместе с ней и всей концепции локального взаимодействия [21]. Принцип перенормируемости был надолго погребен под руинами лагранжевского формализма. «Под влиянием Ландау и Померанчука теория поля оказалась под запретом для целого поколения физиков » [13].

В 70-е гг. происходит «калибровочная революция» и наступает «золотой век» перенормируемых теорий. Прорыв был связан с доказательством перенормируемости модели Янга–Миллса–Хиггса [22] и открытием явления асимптотической свободы [23]. Была создана перенормируемая калибровочная $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$-теория сильных и электрослабых взаимодействий, которую стали именовать стандартной моделью. Идея о слиянии бегущих констант связи в районе 10^{16} ГэВ инициировала попытки построения теории великого объединения трех фундаментальных взаимодействий в рамках калибровочной теории с простой группой внутренней симметрии, например, $SU(5)$ или $O(10)$. Все эти факты ныне широко известны и отражены в учебниках.

Наличие асимптотической свободы, казалось, реабилитировало четырехмерную $(4D)$ квантовую теорию поля. «В асимптотически свободных теориях можно доверять теории перенормировок ... так как на малых расстояниях режим становится все лучше и лучше» [13]. Ожидалось, что S-матрица свободна от «духа» Ландау, а значит, вся схема непротиворечива. Но, как вскоре стало ясно, «дух» просто перекочевал из ультрафиолетовой области в инфракрасную. Для квантовой хромодинамики это означало всего лишь, что конфайнмент — непертурбативный эффект. Тем не менее с надеждой на то, что асимптотически свободные теории окажутся непротиворечивыми уже в рамках теории возмущений, пришлось расстаться.

Близость энергетического масштаба теории великого объединения $\sim 10^{16}$ ГэВ и массы Планка $M_{\rm Pl} \equiv k^{-1/2} \approx 10^{19}$ ГэВ послужила стимулом к объединению всех фундаментальных сил, включая гравитацию. Однако перенормировочная идеология довольно скоро зашла в тупик из-за неперенормируемости гравитации.

К концу 70-х гг. стремительно развивается супергравитация [24]. Замечательная особенность суперсимметричных теорий Янга–Миллса — сокращение расходимостей в однопетлевом приближении (некоторые теории оказались конечными даже во всех порядках теории возмущений) — приводит к кардинальному изменению взгляда на то, какого ультрафиолетового поведения нужно требовать от непротиворечивой теории поля. Условие перенормируемости заменяют условием *конечности* [25]. Подчеркнем, что речь идет не об обрезании на планковской длине $l_{\rm Pl} \approx 10^{-33}$ см, а о сокращении расходимостей, которое обеспечивается «правильным» набором полей. Большие надежды возлагают на одиннадцатимерную $\mathcal{N} = 1$-супергравитацию, ибо 11 есть и минимальное число измерений, необходимое, чтобы $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ могла служить калибровочной группой, и максимальное число измерений, совместимое с требованием суперсимметрии для полей со спином $J \leq 2$.

Найден динамический механизм компактификации 7 измерений из 11 в духе идеологии Калуцы–Клейна.

И все же проект потерпел неудачу: $4D$-супергравитация оказалась конечной на массовой оболочке только в двухпетлевом приближении В $11D$-супергравитации не сокращаются даже однопетлевые расходимости. Кроме того, любая нечетномерная теория не может быть киральной, а технология компактификации Калуцы–Клейна не позволяет вывести из $11D$-супергравитации киральную $4D$-теорию, которая описывает наблюдаемый мир с присущей ему асимметрией между правым и левым.

Взор теоретиков переключился на суперструны [26–29]. Квантовая теория струн в общем случае свободна от ультрафиолетовых расходимостей, однако страдает от аномалий. Было найдено 5 суперструн без аномалий: открытая струна с $\mathcal{N} = 1$-суперсимметрией и калибровочной группой $SO(32)$ — струна типа I, две замкнутые струны с $\mathcal{N} = 2$-суперсимметрией (киральная и некиральная) — струны типа IIA и IIB, и две замкнутые струны с разной конструкцией правого и левого секторов, обладающие калибровочной $E_8 \times E_8$- и $SO(32)$-симметрией, — гетеротические струны. Непротиворечивое квантование суперструн возможно лишь в 10 измерениях. Особый интерес вызывала гетеротическая $E_8 \times E_8$-струна, в связи с надеждой встроить в нее стандартную модель; нужно было лишь компактифицировать пространство-время до 4 измерений и снизить чересчур высокую суперсимметрию. Перспективы решения этих задач открывались в многообразиях Калаби–Яо и орбифолдах. В итоге возникла непротиворечивая теория, которая в пределе низких энергий содержит квазиклассическую супергравитацию и теорию великого объединения с киральными представлениями для кварков и лептонов. Она была названа «теорией всего сущего».

Почему же струны избавлены от ультрафиолетового недуга? Суперсимметричное сокращение расходимостей здесь «почти ни при чем» (конечны и бозонные струны, но в их спектре имеется тахион, удаляемый с помощью суперсимметрии). Конечность теории струн часто связывают с нелокальностью. Струна — протяженный объект, и этим якобы должно обеспечиваться обрезание энергий в районе $M_{\rm Pl}$. Но, как известно, взаимодействие струн устроено локально, например, две открытые струны сливаются в одну, только когда соприкасаются их концы. Между тем обрезание при помощи нелокального формфактора означает размазывание *взаимодействия* по конечной области [30]. Если взаимодействие не размазано, то, как показано в [31], расходимости никуда не исчезают*. Причина хорошего ультрафиолетового поведения струн состоит, по-видимому, в том, что речь идет о локальной конформной КТП на *двумерном* многообразии, которое образует мировой

---

*К обсуждению этого поучительного результата мы еще вернемся.

лист, заметаемый струной в ходе ее эволюции. В некоторых случаях такая двумерная конформная теория — это фактически все, чем мы располагаем. Например, в гетеротической конструкции X^μ является бозонным полем, которое невозможно интерпретировать как координату струны в объемлющем пространстве-времени. О том, что протяженность объекта не гарантирует ультрафиолетового обрезания, можно понять и из сравнения струны с мембраной. Действительно, попытка построения соответствующей локальной КТП на трехмерном мировом объеме мембраны вновь возвращает нас к проблеме ультрафиолетовых расходимостей.

Итак, теория струн свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Но на смену им пришли иные концептуальные трудности. Наиболее серьезная из них — проблема единственности. По самому своему замыслу «теория всего сущего» должна быть единственной. Она должна выделяться среди возможных теоретических схем не просто наилучшим отражением феноменологии, но и тем, что лишь она одна лишена математических противоречий. Вместо этого мы имеем 5 непротиворечивых теорий. Компактификация 6 лишних измерений делает ситуацию еще хуже: известно гигантское количество конфигураций Калаби–Яо, которые описывают вакуумные состояния с одинаковой энергией, и не ясно, как сузить круг приемлемых теорий.

Иной путь решения этой проблемы — показать, что все эти теории существуют как проявления одной и той же физики (но в разных контекстах, например, в режимах сильной и слабой связи), т.е. любые две из них связаны преобразованием дуальности [32]. Несколько лет назад стало ясно, что это действительно так: все суперструны и солитоноподобные объекты $11D$-супергравитации (браны, черные дыры и т.п.) туго опутаны паутиной дуальностей в единую схему, которая получила название M-теории [33]. (Строгое доказательство дуальностей было бы возможно, если бы мы знали все непертурбативные решения рассматриваемых теорий. К сожалению, найти решения в режиме сильной связи пока не удается, поэтому многие дуальности остаются правдоподобными предположениями.) Одно из свойств M-теории состоит в том, что она описывает 11-мерный мир, причем киральная $E_8 \times E_8$-струна возникает при компактификации одного измерения на сегменте. Другое свойство — наличие протяженных объектов с разным числом измерений, способных к взаимным превращениям. Пока не ясно, какие степени свободы фундаментальны в M-теории, во всяком случае, это не струны и не браны (подробнее об M-теории см. в [34]).

Итак, перед нами открывается возможность построения конечной, свободной от аномалий, единственной теории*, описывающей первоосновы мира.

---

*Впрочем, не стоит забывать о других подходах, например, петлевой квантовой гравитации [35].

Нужна ли нам перенормируемость как фундаментальный принцип? Может, пора с ней проститься? На это имеется, по крайней мере, два возражения. Во-первых, M-теория является проектом более грандиозным, чем все предыдущие. Едва ли можно рассчитывать на успех в его решении, если не извлечен урок из неудач дострунных попыток описания систем с бесконечным числом степеней свободы (были ли эти попытки действительно обречены на неудачу?). Во-вторых, как заметил Р. Джэкив [17]: «Хотел бы я знать, где в целиком конечной и нелокальной динамике отыщется тот механизм нарушения симметрии, который нам нужен, чтобы объяснить мир вокруг нас». В самом деле, как можно было бы естественным образом объяснить нарушение симметрий иначе, чем считать их «рубцами» от заживленных ультрафиолетовых «ран»? В проблеме нарушенных симметрий конечность перестает быть благом.

Имеется и более «земная», техническая проблема. Опускаясь из планковских высей в область экспериментально досягаемых энергий, мы не можем воспользоваться конечностью струнной теории для расчета процессов, происходящих с обычными частицами, например с кварками, поскольку не знаем истинного механизма редукции от 10 к 4 измерениям. Для сравнения напомним, что классическая релятивистская механика позволяет рассчитать движение частиц как со скоростями, близкими к скорости света, так и с малыми скоростями, причем иногда (например, при движении в поле плоской электромагнитной волны) такой расчет оказывается даже более простым, чем в ньютоновской механике.

Обратимся к последним страницам истории перенормируемости и попытаемся найти в них ответ на «наивный» вопрос: почему три фундаментальных взаимодействия — сильное, электромагнитное и слабое — перенормируемы? Было бы нелепо думать, будто природа играет с нами в «поддавки», устраивая свои законы так, чтобы мы могли в них разобраться с помощью пертурбативных вычислений.

В 70-е гг. развиваются подходы, ориентированные на нивелировку различий между перенормируемыми и неперенормируемыми теориями. К. Вильсон возрождает интерес к ренормализационной группе как средству, позволяющему анализировать ситуацию в КТП вне рамок теории возмущений (об истории и современном состоянии ренормгрупповых исследований см., например, [36]). По аналогии с критической точкой в фазовом переходе второго рода, где флуктуации всех масштабов оказываются сравнимыми, можно определить понятие ультрафиолетовой фиксированной точки, приближаясь к которой квантованные поля становятся асимптотически конформно-инвариантными (подробнее об этом см. в [37]). Это понятие служит отправным пунктом в программе «асимптотической безопасности» С. Вайнберга, согласно которой параметры связи достигают фиксированной точки, когда энергетический масштаб их нормировки стремится к бесконечности [38]. Для гауссовских фиксированных точек асимптотическая безопасность эквивалентна перенормируемости в обычном смысле (причем заведомо отсутствует проблема «нуль-заряда»), в общем же случае она призвана обобщить условие перенормируемости. К сожалению, доказать наличие или отсутствие фиксированных точек для $4D$-калибровочных теорий так и не удалось.

К середине 70-х гг. в конструктивной квантовой теории поля происходит ряд открытий, проливающих свет на структуру неперенормируемых теорий и условия, при которых такие теории обретают математический смысл. В частности, найдено, что некоторые непертурбативные решения таких теорий могут характеризоваться конечным числом произвольных параметров, в отличие от ситуации в теории возмущений (достижениям в этой области посвящен обзор [39]). Идея ослабить требование перенормируемости, расширяя класс физически непротиворечивых теорий, сегодня утратила свою остроту, тем не менее она не предана полному забвению [40].

Другая линия развития ренормгрупповых идей привела к доказательству теоремы об отделении, согласно которой в перенормируемой теории с полем, имеющим массу M много бóльше масс других полей, можно найти такое перенормировочное предписание, что в картине низкоэнергетических явлений тяжелые поля отделяются и дают о себе знать лишь в виде поправок к лагранжиану, подавленных степенями E/M, где E — характерная в данной области энергия (подробнее см. в гл. 8 книги [8]). Важное следствие теоремы состоит в том, что низкоэнергетическая физика описывается эффективной теорией, содержащей только те частицы, которые действительно важны в рассматриваемом диапазоне энергий. Масса M играет, таким образом, роль ультрафиолетового обрезания в эффективной теории; если $E \to M$, то эффективная теория перестает быть применимой и должна быть заменена на новую эффективную теорию с бóльшим обрезанием. При $E \ll M$ тяжелые частицы могут проявить себя лишь через процессы (например, слабые распады), которые запрещены симметриями (например, сохранением четности) в отсутствие тяжелых частиц (например, W-бозонов), осуществляющих взаимодействия с нарушенной симметрией. Эти малые эффекты соответствуют неперенормируемым членам лагранжиана, поскольку они умножаются на обратные степени M, а значит, имеют операторную размерность положительной степени массы. «Таким образом, при обычных энергиях мы можем наблюдать лишь те взаимодействия, которые перенормируемы в обычном смысле, плюс любые неперенормируемые взаимодействия, производящие эффекты, хотя и тонкие, но в чем-то столь экзотичные, что их нельзя не заметить» [41]. Например, неперенормируемое четырехфермионное взаимодействие $(G/\sqrt{2})\, J \cdot J$ подавлено при $E \ll M_W$ малостью фермиевской константы G (пропорциональной M_W^{-2}) и все же наблюдаемо, благодаря киральности слабых процессов.

Чем же объясняется перенормируемость стандартной модели в контексте эффективных теорий? Ответ довольно очевиден: стандартная модель есть эффективная низкоэнергетическая теория, которая выводится из теории более высокого уровня, например теории великого объединения, если проинтегрировать в континуальном интеграле все тяжелые поля, например X-бозоны. А так как подразумевается мир, доступный наблюдению, то лагранжиан не должен быть подавлен степенями $1/M_X$, откуда по размерным соображениям следует его перенормируемость.

Если следовать этой логике, то лагранжиан гравитации (эффективной теории, выводимой из теории суперструн в пределе низких энергий) должен быть подавлен степенями $1/M_{\rm Pl} = \sqrt{k}$, ибо гравитация неперенормируема. Но, как известно, это не так: гильбертовский лагранжиан $\sqrt{-g}R/16\pi k$ не поделен, а умножен на $M_{\rm Pl}^2$. Хотя гравитация возникает как низкоэнергетический предел теории струн, в отличие от остальных трех взаимодействий, речь не идет об эффективной теории.

Итак, в рамках идеологии эффективных теорий мы находим лишь часть (не очень убедительного) ответа на поставленный выше вопрос. Кроме того, так и осталась неведомой *динамическая* причина, в силу которой неперенормируемые взаимодействия отвергаются или хотя бы подавляются малыми коэффициентами. Непонятно даже, в каком смысле перенормируемость является антиподом неперенормируемости.

Ниже мы обсудим именно эти стороны проблемы перенормируемости. Внимание будет сосредоточено на квантовой физике малых по макроскопическим меркам расстояний, но значительно бóльших планковской длины $l_{\rm Pl}$. Предполагается, что гравитация как квантовое явление в этой области не играет особой роли, а ее эффекты сводятся к чисто классическому искривлению пространства-времени. В разд. 4 мы выясним, что условие перенормируемости эквивалентно условию предотвратимости коллапса. К этому выводу мы будем двигаться шаг за шагом. В разд. 2 речь пойдет о топологических типах эволюции классических точечных частиц, что позволяет взглянуть на коллапс с топологической точки зрения. (Часто считают, что классическая теория вообще не имеет отношения к вопросу о перенормируемости, ибо в ней отсутствуют процессы рождения и аннигиляции частиц, а значит, константы связи не подлежат перенормировке. Сложилось убеждение, что классическая собственная энергия δm расходится иначе, чем квантовая собственная энергия Σ. Это, казалось бы, исключает всякую связь между ультрафиолетовыми недугами в классической и квантовой теориях. Однако при всем различии болезней критерий жизнеспособности обеих теорий одинаков — предотвратимость коллапса. Более того, в разд. 6 будет показано, что степени расходимостей соответствующих величин в дуальных классической и квантовой картинах на самом деле совпадают. Таким образом, анализ ультрафиолетовых свойств классической картины дает многое для понимания того, что происходит в менее наглядной квантовой картине.) Простейшая разновидность коллапса — падение частицы на центр, обсуждаемая в разд. 3, позволяет сформулировать критерий предотвратимости коллапса в общем виде: коллапс предотвращается, если спектр гамильтониана ограничен снизу. В разд. 5 речь пойдет о сходстве и различии понятий перенормируемости, кинетического преобладания и предотвратимости коллапса. В разд. 6 мы используем голографический принцип для объяснения природы аномалий и уточнения связи между перенормируемостью и обратимостью во времени. В разд. 7 будут подведены итоги всего обсуждения.

2. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЭВОЛЮЦИИ

Имеются две точки зрения на то, какой объект классической теории поля следует считать фундаментальным. Согласно одной из них, поля фундаментальны, а частицы возникают как локальные возбуждения полей. Другая исходит из фундаментальности частиц, полям же отводится роль кодированных правил поведения частиц. В классической электродинамике обе точки зрения эквивалентны (см. [42]). Квантование приводит к объединению взглядов, поскольку мы имеем дело с синтезированным объектом — квантовым полем.

Наше обсуждение удобно начать в рамках классической теории, обращаясь к понятиям интуитивно ясным и одновременно очень глубоким — понятиям топологии. Примем точку зрения, исходящую из фундаментальности частиц, и рассмотрим картину их эволюции. Единственным топологическим путеводителем в такой картине является критерий *компактности*. Он делит движения на финитные и инфинитные, иначе говоря, все системы подразделяются на связанные и несвязанные. Таким образом, распады и рекомбинации являются топологически значимыми событиями, а упругие рассеяния таковыми не являются.

На рис. 1 схематически изображены элементарные топологические типы эволюции. Для простоты показаны мировые линии только двух частиц, хотя подразумевается система с любым числом частиц. История несвязанной системы, совершающей инфинитное движение, представлена диаграммой *1*.

Историю стабильной связанной системы символизирует диаграмма *2*; ее движение происходит в компактной области пространства. При некоторых

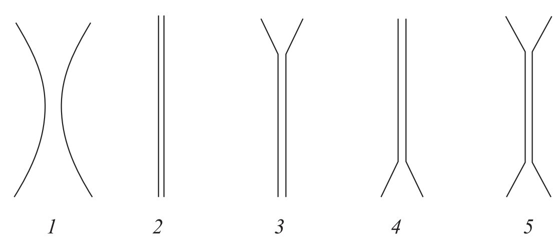


Рис. 1. Элементарные топологические типы эволюции

видах взаимодействия связанные системы существуют в течение полубесконечного периода, но все же распадаются в некоторый момент, как показано на диаграмме *3*. Здесь мы наблюдаем топологическую смену режима движения — от финитного к инфинитному. Мыслима и противоположная история, показанная на диаграмме *4*, а именно: в определенный момент образуется связанная система, с которой в дальнейшем ничего не происходит. Здесь режимы сменяются в обратном порядке — от инфинитного к финитному. Наконец, можно представить себе образование связанной системы, которая распадается через конечный промежуток времени. Ситуация изображена на диаграмме *5*. Здесь мы имеем дело с двойным топологическим изменением — от некомпактного к компактному и наоборот*. Совокупность вариантов *1–5* почти исчерпывает все возможные топологические типы эволюции. Из них строятся почти любые классические картины.

В качестве примера вообразим мир, где все частицы находятся в составе кластеров, которые никогда не распадаются на отдельные частицы, но могут обмениваться своими составными частями при столкновениях. Именно такова ситуация в холодном субъядерном мире, где кварки не существуют в изолированном виде, а заключены внутри адронов. Как известно, бóльшая часть адронной феноменологии описывается планарными диаграммами [43]. На этих диаграммах валентные кварки сохраняют свою индивидуальность в течение всего периода пребывания в адроне. Подобное сохранение индивидуальности характерно для классических частиц. Поэтому адронная фаза хорошо описывается квазиклассически. Планарные диаграммы в основном составлены из диаграмм *1–5*. В дополнение требуется лишь диаграмма типа «чайки», в которой две полубесконечные времениподобные мировые линии выходят из одной точки или заканчиваются в ней. Такая диаграмма символизирует рождение или аннигиляцию кварк-антикварковой пары. В классической теории такая конфигурация мировых линий запрещена из-за неприменимости к ней принципа наименьшего действия. Рождение и аннигиляция валентных кварков внутри адронов действительно подавлены в силу правила Окубо–Цвейга–Иидзуки (см., например, [44]), но небольшая доля таких процессов все же допустима в адронных столкновениях.

Из вариантов *1–5* можно выделить подварианты, которые соответствуют особым состояниям, когда область финитного движения сжимается до точки (напомним, что множество, состоящее из единственной точки, является компактным). Эти особые варианты изображаются диаграммами, подобными диаграммам *1–5* с заменой двух вертикальных линий на одну (рис. 2), и нумеруются цифрами со шляпками.

---

*Диаграмма *5* переходит в диаграмму *1*, если время жизни системы стремится к нулю.

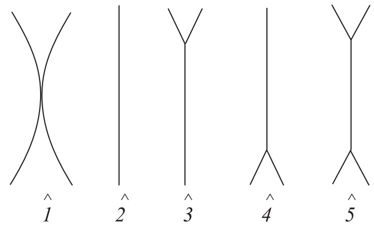


Рис. 2. Особые варианты эволюции

Особый вариант $\hat{4}$ может быть (а может и не быть) истолкован как коллапс. Если это так, то особые варианты радикально отличаются от обычных. Действительно, если допустимо образование связанной системы (вариант *4*), то с учетом обратимости картины во времени можно сделать заключение и о возможности распада такой системы (варианты *3* и *5*). С другой стороны, как будет показано в следующем разделе, разновидность коллапса, именуемая падением на центр, оказывается неизбежной, если потенциал притяжения более сингулярен, чем центробежный член. В этом случае частицы сливаются в одну, оставаясь в слитом состоянии навсегда. Таким образом, само наличие варианта $\hat{4}$ делает невозможным обратный к нему вариант $\hat{3}$ (чисто топологически эти варианты отличаются числом «втекающих» и «вытекающих» из вершины линий), а также варианты $\hat{1}$ и $\hat{5}$. Это означает топологическое нарушение обратимости во времени. Картину можно квалифицировать как $\hat{1}$-, $\hat{3}$- и $\hat{5}$-ущербную.

Если же потенциал притяжения менее сингулярен, чем центробежный член, то падение на центр предотвращается и вариант $\hat{4}$ исчезает. Вместе с ним исчезают варианты $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ и $\hat{5}$, ибо теперь исключена предпосылка для появления агрегата слившихся частиц. Мы приходим к обедненной картине, в которой отсутствуют все особые варианты $\hat{1}$–$\hat{5}$, но зато восстанавливается обратимость во времени. Мы увидим далее, что деление квантовых теорий поля на перенормируемые и неперенормируемые вытекает из критерия подавляемости коллапса, иначе говоря, физическая непротиворечивость перенормируемой теории обеспечивается за счет обеднения топологической картины, из которой исключены все особые варианты эволюции.

Приведенная здесь классификация топологических типов эволюции может быть однозначно выражена на *спектральном языке**. Действительно, варианты *1* и *2* отвечают, соответственно, непрерывной и дискретной частям энергетического спектра. Вариант *3* подразумевает превращение дискретного спектра состояний $|\,\mathrm{in}\rangle$ в непрерывный спектр $|\,\mathrm{out}\rangle$, а вариант *4* символизирует противоположное превращение. Вариант *5* ассоциируется с резонансной линией. Он переходит в вариант *1* при стремлении к нулю времени жизни связанного состояния, что соответствует такому уширению линии, при котором она перестает восприниматься как линия дискретного спектра.

*Заметим, что этот язык достаточно гибок, чтобы при желании вообще избавиться от упоминания о частицах, которые играли центральную роль в начале нашего обсуждения.

Менее тривиальная иллюстрация этого соответствия состоит в том, что упомянутое выше описание адронного мира планарными диаграммами, по-видимому, можно однозначно выразить [45] в терминах спектров, изображаемых графиком зависимости квадрата массы m^2 от спина J в виде прямых траекторий Редже с постоянным наклоном, при этом адроны, принадлежащие любой траектории, отделены интервалами $\Delta J = 2$. Никакого убедительного объяснения, почему картина эволюции частиц, изображаемая планарными диаграммами, соответствует эквидистантному спектру Редже, до сих пор, увы, не предложено.

Особые варианты соответствуют непрерывному спектру со щелью между вакуумным и одночастичным уровнями энергии, причем для агрегата слившихся частиц эта щель больше, чем та, что была до слияния. Если вариант $\hat{4}$ интерпретируется как коллапс, то картина, из которой исключены все варианты $\hat{1}$–$\hat{5}$, соответствует ограниченному снизу спектру энергии, а $\hat{1}$-, $\hat{3}$- и $\hat{5}$-ущербная картина характерна для систем, у которых спектр не ограничен снизу.

3. ПАДЕНИЕ НА ЦЕНТР

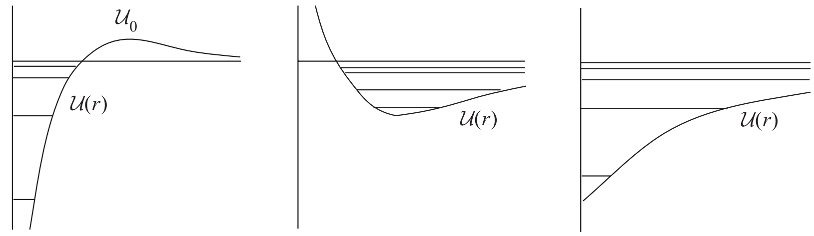
В качестве прелюдии к обсуждению коллапса в системах с бесконечным числом степеней свободы напомним некоторые аспекты релятивистской кеплеровской задачи. Эта двухчастичная задача, сводимая к задаче о движении одной частицы в поле потенциала $U(r)$, характеризуется гамильтонианом (см., например, [46], § 39):

$$H = \sqrt{m^2 + \frac{p_\phi^2}{r^2} + p_r^2} + U(r), \tag{2}$$

где p_ϕ и p_r — импульсы, канонически сопряженные полярным координатам ϕ и r. Отметим, что p_ϕ является сохраняющейся величиной — орбитальным моментом J. «Выключив» радиальную динамику, т.е. положив $p_r = 0$ в (2), получаем эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$, с помощью которого удобно анализировать поведение частицы в окрестности начала координат:

$$\mathcal{U}(r) = \sqrt{m^2 + \frac{J^2}{r^2}} + U(r). \tag{3}$$

Имеются три варианта. Во-первых, потенциал притяжения $U(r)$ более сингулярен в начале координат, чем центробежный член J/r. Эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$ имеет вид, показанный на рис. 3,a. Частица, в принципе, может находиться на круговой орбите с радиусом, соответствующим локальному



а *б* *в*

Рис. 3. Эффективный потенциал и спектр

максимуму $\mathcal{U}_0$ потенциала $\mathcal{U}(r)$. Но это движение неустойчиво и падение на центр весьма вероятно. Если же $E > \mathcal{U}_0$, то падение на центр неизбежно.

Во-вторых, потенциал $U(r)$ менее сингулярен, чем J/r. В частности, для $U(r) = -\alpha/r$ это означает, что $\alpha < J$. Вид $\mathcal{U}(r)$ показан на рис. 3,*б*. Частица совершает устойчивое финитное движение. Падение на центр невозможно, за исключением случая $J = 0$, который соответствует лобовым столкновениям. Но если частицы находятся не на прямой линии, а на пространственной арене большей размерности, то такие столкновения имеют нулевую меру вероятности.

В-третьих, сингулярности $U(r)$ и J/r одинаковы, т.е. $U(r) = -\alpha/r$, $\alpha = J$. График $\mathcal{U}(r)$ изображен на рис. 3,*в*. Частица движется по устойчивой орбите, которая проходит через центр, однако это не останавливает движения.

Квантово-механический анализ [47] в основном подтверждает эти выводы. Из решений релятивистских волновых уравнений для частиц со спинами 0 и 1/2 следует, что в случае достаточно сингулярных потенциалов $U(r)$ связанные состояния образуют дискретный спектр*, простирающийся от минус бесконечности до нуля, причем в $E = m$ наблюдается точка сгущения (рис. 3,a). Система стремится перейти во все более выгодные состояния, которым соответствуют все более низкие уровни энергии. При этом дисперсия волновой функции стремится к нулю, по мере того как $E_n \to -\infty$. Процесс напоминает падение на центр в его традиционном понимании.

Если потенциал $U(r)$ менее сингулярен, чем квантово-механический центробежный член, то ситуация обычная. Спектр ограничен снизу (рис. 3,*б*).

*Примечательно, что в задаче о падении на центр не возникает непрерывного спектра, который свидетельствовал бы о том, что агрегат слившихся частиц является свободным объектом, не имеющим внутренней структуры. В квантовой механике объекты не сохраняют своей индивидуальности, поэтому возможна суперпозиция состояний двух раздельных частиц и агрегата слившихся частиц; фундаментальным понятием здесь является не сам объект, а его степени свободы, в частности, спектр энергии, а также окружающая обстановка, характеризуемая, например, потенциалом $U(r)$.

Единственная отличительная особенность квантово-механической ситуации состоит в том, что существует стабильное основное состояние с $J = 0$. Это, однако, не влечет за собой падения на центр, ибо волновая функция ведет себя гладко в окрестности начала координат — притяжение уравновешено нулевыми колебаниями.

Если сингулярности $U(r)$ и центробежного члена одинаковы, то описание с помощью одночастичных волновых уравнений становится слишком грубым. На малых расстояниях вступают в действие процессы рождения и аннигиляции частиц, и теперь следует привлечь методы квантовой теории поля. Если константа связи α стремится к своему критическому значению α_c, то может возникнуть чрезвычайно нетривиальная картина, которая и по сей день продолжает завораживать внимание теоретиков (см., например, работу [48] и содержащиеся в ней ссылки).

Что касается качественных выводов из представленного здесь анализа, то они вполне надежны для формулировки простого критерия, отделяющего системы, в которых падение на центр подавлено, от тех, в которых оно неизбежно. Критерий гласит: падение на центр предотвратимо тогда и только тогда, когда спектр гамильтониана ограничен снизу.

4. ПОДАВЛЯЕМОСТЬ КОЛЛАПСА

Применительно к системам с бесконечным числом степеней свободы критерий должен быть обобщен следующим образом: *тенденция к коллапсу подавляется, если спектр гамильтониана ограничен снизу*. Действительно, отрицательный член в гамильтониане ассоциируется с потенциалом притяжения, а силы притяжения приводят к коллапсу, если спектр простирается до минус бесконечности.

Однако у большинства изучаемых полевых моделей мы не в состоянии заранее предвидеть спектр. Нелинейность динамики может привести к перестройкам вакуума, поэтому наивное представление о спектре, подсказанное формальной структурой гамильтониана, оказывается далеким от истинного.

Поэтому мы вынуждены *изменить постановку вопроса*. Мы можем уверенно работать с квадратичным по полям гамильтонианом. В физически интересных случаях он имеет спектр, ограниченный снизу. Разбивая гамильтониан изучаемой модели $H = \int \mathcal{H}(x)\,dx$ на две части: $H = H_0 + H_I$, где H_0 содержит члены не выше квадратичных по полям, а H_I — все остальные, можно истолковать H_0 как гамильтониан, управляющий поведением свободных полей, а H_I как величину, ответственную за взаимодействие. Далее, мы знаем, что вакуум и одночастичное состояние свободного поля стабильны, т.е. вакуумные флуктуации энергии не нарушают структуры спектра. Если потребовать, чтобы среднеквадратичные вакуумные флуктуации H_I не превышали среднеквадратичные вакуумные флуктуации H_0, то спектр, очевидно, останется ограниченным снизу. Это означает, что у систем, для которых

$$\Delta H_0 > \Delta H_I, \tag{4}$$

тенденция к коллапсу подавлена.

Аналогия с кеплеровской задачей довольно очевидна: причина предотвращения падения на центр состоит в том, что проявления кинетической энергии (центробежный член или нулевые колебания) преобладают над силами притяжения.

Убедимся теперь, что (4) эквивалентно условию перенормируемости по счету степеней. Поскольку полевые операторы в H предполагаются нормально упорядоченными, вакуумные средние $\langle 0|H_0|0\rangle$ и $\langle 0|H_I|0\rangle$ исчезают, и (4) принимает вид

$$\langle 0|\, H_0^2|0\rangle > \langle 0|\, H_I^2|0\rangle. \tag{5}$$

(Отметим, что это неравенство может рассматриваться как необходимое условие для пертурбативных вычислений: чтобы члены ряда теории возмущений убывали от порядка к порядку, «невозмущенный» гамильтониан H_0 должен в каком-то смысле превышать «возмущение» H_I.)

В обеих частях неравенства (5) стоят интегралы, которые в общем случае математически бессмысленны из-за ультрафиолетовых расходимостей. Чтобы исправить положение, введем ультрафиолетовую регуляризацию, раздвигая аргументы сомножителей. Кроме того, ввиду положительной определенности подынтегральных выражений, мы можем сравнивать не результаты интегрирования, а степени сингулярности матричных элементов $\langle 0|\, \mathcal{H}_0(x)\, \mathcal{H}_0(y)|0\rangle$ и $\langle 0|\, \mathcal{H}_I(x)\, \mathcal{H}_I(y)|0\rangle$ при $x^\mu \to y^\mu$.

Расходимости, возникающие в этом пределе, свидетельствуют о сингулярном поведении квантов полей на световом конусе. Но это не совсем то, что нас интересует. В проблеме коллапса важны малые евклидовы, а не псевдоевклидовы интервалы. Ультрафиолетовые расходимости были бы связанными с малыми евклидовыми расстояниями, если бы x^0 было заменено на ix^0. Для обоснования такой замены используется аналитическое продолжение $x^0 \to ix^0$, которое осуществимо, если матричные элементы регуляризованы так, что поворот временной оси (поворот Вика) не задевает особых точек. Известно, что это так, если регуляризация не только раздвигает аргументы, но и хронологически упорядочивает сомножители.

Однако хронологическое упорядочение не является однозначной операцией. Существуют два определения T-произведения — дайсоновское и виковское. Если выбрать виковское T_w-произведение (которое более удобно, ибо перестановочно с операцией дифференцирования), то гамильтониан следует заменить на лагранжиан [5,49]. Теперь вместо (5) получаем

$$\langle 0|\, T_w\{\mathcal{L}_0(x)\,\mathcal{L}_0(y)\}|0\rangle > \langle 0|\, T_w\{\mathcal{L}_I(x)\,\mathcal{L}_I(y)\}|0\rangle, \tag{6}$$

где $\mathcal{L}_0$ и $\mathcal{L}_I$ — плотности лагранжиана, связанные, соответственно, с $\mathcal{H}_0$ и $\mathcal{H}_I$. Поскольку мы рассматриваем ситуацию, когда флуктуации свободных полей доминируют над флуктуациями взаимодействия, можно считать, что $\mathcal{L}_0$ и $\mathcal{L}_I$ зависят от свободных полей, т.е. можно использовать картину взаимодействия.

Пусть система находится в плоском D-мерном пространстве-времени и характеризуется совокупностью N вещественнозначных полей, обозначаемых общим символом $\chi_j(x)$, $j = 1, \ldots, N$. (Мы пока опускаем тонкости, присущие системам со связями [50]. В окончательном результате они дают о себе знать лишь косвенно — через наличие или отсутствие калибровочной инвариантности.) Положим

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{j=1}^{N} {:}\chi_j(x)\,\text{Ł}_j(\partial)\,\chi_j(x){:}, \tag{7}$$

где $\text{Ł}_j(\partial)$ — дифференциальный оператор первого порядка для фермионов и второго — для бозонов, а символом : : обозначено нормальное произведение. Рассмотрим простейший нетривиальный лагранжиан взаимодействия в виде монома n-й степени

$$\mathcal{L}_I = g\,{:}\prod_{i=1}^{n} P^{k_i}(\partial)\,\chi_i(x){:}, \tag{8}$$

где $P^{k_i}(\partial)$ — дифференциальный оператор k_i-го порядка.

Подстановка (7) и (8) в (6) приводит к выражениям, построенным из фейнмановских пропагаторов $\Delta_{Fj}(x)$, аналитически продолженных в евклидово пространство D измерений. Пропагатор $\Delta_{Fj}(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\text{Ł}_j(\partial)\,\Delta_{Fj}(x) = -\delta^D(x),$$

и может быть представлен в виде

$$\Delta_{Fj}(x) = Q^{r_j}(\partial)\,\Delta_F(x).$$

Здесь $Q^{r_j}(\partial)$ — дифференциальный оператор r_j-го порядка, характерный для поля данного спина, $\Delta_F(x)$ — ядро оператора $(\Delta + m_j^2)^{-1}$, а Δ обозначает D-мерный лапласиан. Нас интересует область малых расстояний $x^2 = \epsilon^2$, где $\Delta_F(x)$ ведет себя как x^{2-D}, поэтому

$$\Delta_{Fj}(x) \sim Q^{r_j}(\partial)\,x^{2-D} = O(\epsilon^{\,2-D-r_j}).$$

Для оценки формальной величины $\delta^D(0)$ в интеграле Фурье

$$\delta^D(x) = \frac{1}{(2\pi)^D} \int \mathrm{e}^{ikx} d^D k$$

введем ультрафиолетовое обрезание $\Lambda \sim 1/\epsilon$, тогда

$$\delta^D(0) = O(\epsilon^{-D}).$$

С учетом этих оценок в пределе $(x-y)^2 = \epsilon^2 \to 0$ получаем

$$\langle 0|\, T_w\{\mathcal{L}_0(x)\, \mathcal{L}_0(y)\}|0\rangle = \sum_{j=1}^{N} [\text{Ł}_j(\partial)\, \Delta_{Fj}(x-y)]^2 = O(\epsilon^{-2D}), \tag{9}$$

$$\langle 0|\, T_w\{\mathcal{L}_I(x)\, \mathcal{L}_I(y)\}|0\rangle = g^2 \prod_{i=1}^{n} P^{k_i}(\partial_x)\, P^{k_i}(\partial_y)\, \Delta_{Fi}(x-y) = \\ = O\left(\prod_{i=1}^{n} \epsilon^{\,2-D-r_i-2k_i}\right). \tag{10}$$

Сравнивая степени ϵ в (9) и (10), находим, что неравенство (6) выполняется, если

$$\Omega_n \;=\; D + \sum_{i=1}^{n} (1 - \frac{1}{2}\, D - \frac{1}{2}\, r_i - k_i) \geq 0. \tag{11}$$

Очевидно, неравенство (11) есть не что иное, как условие перенормируемости по счету степеней. Например, при $D=4$, учитывая, что для скалярных полей $r_i = 0$, а для дираковских полей $r_i = 1$, имеем $\Omega_n = -\omega_n$, где ω_n определен согласно (1). Заметим также, что пропагатор массивных векторных полей $(\eta_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\nu/m^2)\, \Delta_F$ ведет себя на малых расстояниях как x^{-D}, в отличие от пропагатора безмассового калибровочного поля $(\eta_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\nu/\partial^2)\, \Delta_F$, который ведет себя как x^{2-D}, откуда следует, что критерий подавляемости коллапса (11) реагирует на наличие или отсутствие калибровочной инвариантности через указание величины r_i для векторных полей.

Когда в (11) стоит знак равенства, константа связи g оказывается безразмерной. При этом условие (6) выполняется, если g достаточно мало по абсолютной величине.

Представленный здесь анализ следует считать лишь наводящим соображением о предотвратимости коллапса. В основе более строгого рассмотрения могли бы лежать, например, свойства точных решений уравнения Бете–Солпитера, описывающего квантово-полевые связанные состояния. К сожалению, однако, попытки продвинуться в этом направлении (см., например, [51]) нельзя признать сколько-нибудь успешными из-за отсутствия адекватных математических средств для решения этой чрезвычайно трудной задачи.

5. ПОДОПЛЕКА ПЕРЕНОРМИРУЕМОСТИ

Согласно Дайсону, теория перенормируема, если все расходимости поглощаются за счет переопределения параметров лагранжиана. Для выполнения этого условия нужно, чтобы вакуумные флуктуации кинетической энергии превышали вакуумные флуктуации взаимодействия. Поэтому перенормируемость можно заменить на эквивалентное, но физически более прозрачное условие *кинетического преобладания**.

Существует убеждение (см., например, [53]), что в перенормируемой теории физика на больших расстояниях нечувствительна к влиянию малых расстояний, причем это влияние может быть эффективно учтено конечным числом параметров, тогда как в неперенормируемой теории оно учитывается с помощью бесконечного числа параметров. Наш анализ подтверждает эту точку зрения. Действительно, вернемся к кеплеровской задаче. В ситуации, когда падение на центр подавлено (рис. 3,*б*), в окрестности начала координат эффективный потенциал $\mathcal{U}(r)$ асимптотически приближается к J/r. Это означает, что зондирование малых расстояний контролируется единственным параметром J. Напротив, в ситуации, когда падение на центр неизбежно (рис. 3,*а*), $\mathcal{U}(r)$ стремится к $U(r)$ при $r \to 0$, т.е. зондирование малых расстояний равносильно определению бесконечного числа коэффициентов ряда Лорана, представляющих функцию $U(r)$.

Таким образом, перенормируемость гарантирует *самодостаточность законов, управляющих крупномасштабными явлениями*. Правда, отсюда вовсе не следует, что все происходящее в диапазоне малых длин волн тривиально или, по крайней мере, допускает унификацию с длинноволновой картиной. В результате подавления коллапса низкоэнергетическая область, которую мы исследуем, оказывается, по существу, изолированной от области высоких энергий.

Вспомним, однако, что истинное условие предотвратимости коллапса состоит не в кинетическом преобладании, а в ограниченности спектра гамильтониана снизу. Чем чревата замена одного условия другим?

Кинетическое преобладание *необходимо* для предотвращения коллапса**, но *не достаточно*. В самом деле, юкавский член $\mathcal{L}_I = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi\phi$, взятый сам по себе, при $D = 4$ дает пример неперенормируемого лагранжиана, несмотря на то, что условие (11) соблюдено. Перенормируемости невозможно достичь, пока не добавлен член скалярного самодействия $\mathcal{L}_I = -\lambda\phi^4$. Другой извест-

---

*В несколько упрощенном и неявном виде это условие было впервые предложено Д.И.Блохинцевым [52].

**Любопытно, что в проблеме гравитационной сингулярности роль энергодоминантности прямо противоположна: нарушение энергодоминантности предотвращает образование сингулярности [54].

ный пример — калибровочная теория типа Янга–Миллса–Хиггса, которая в общем случае неперенормируема из-за наличия аксиальной аномалии. Аномалия влечет за собой нарушение калибровочной инвариантности, без которой поля Янга–Миллса имеют плохое ультрафиолетовое поведение, характерное для массивных векторных полей. Эти примеры говорят о наличии систем, для которых не все ультрафиолетовые расходимости поглощаются параметрами лагранжиана, а значит, коллапс не подавлен, хотя условие (4) выполнено.

Рассуждая наивно, можно усомниться даже в *необходимости* требования кинетического преобладания. Действительно, если к $\mathcal{H}_0$ добавить «возмущение» типа скалярного самодействия $\mathcal{H}_I = \lambda\phi^{2n}$ с $\lambda > 0$, которое, на первый взгляд, кажется положительно определенным, то спектр должен остаться ограниченным снизу при произвольном $n > 1$. Но здесь упущено из виду, что перенормированная константа связи λ может кардинально измениться, благодаря поляризации вакуума, в частности, поменять знак по сравнению с голой константой связи. Столь сильной поляризации вакуума нет в двумерных суперперенормируемых теориях [55], поэтому при $D = 2$ число n может быть любым. Что же касается случая $D = 4$, то здесь ограничение $n \leq 2$, налагаемое условием (11), остается существенным. Другое сомнение может возникнуть в связи с так называемой теоремой эквивалентности, согласно которой две квантовые теории поля, связанные нелинейным преобразованием поля

$$\chi = \Phi + \Phi^2 F(\Phi), \tag{12}$$

имеют одну и ту же S-матрицу. Это значит, что коллапс подавлен не только для полиномиальных лагранжианов, удовлетворяющих критерию (11), но и для любых, получаемых из них путем нелинейных преобразований (12). Однако, используя технику нильпотентных операторов, применяемую в калибровочных теориях, можно показать [56], что весь эффект, вызываемый в лагранжиане $\mathcal{L}$ нелинейной частью преобразования (12), подобен члену, который «фиксирует калибровку». Таким образом, условие (4) действительно необходимо для подавляемости коллапса.

С другой стороны, скалярное самодействие ϕ^3, казалось бы, доставляет контрпример четырехмерной перенормируемой теории с гамильтонианом, не ограниченным снизу. Это впечатление обманчиво. Действительно, член ϕ^3 стремится к $-\infty$ при $\phi \to -\infty$, превышая рост члена $(m^2/2)\,\phi^2$, содержащегося в кинетической энергии члена. При этом, однако, упускается из виду, что ведущим членом в кинетической энергии является не $(m^2/2)\,\phi^2$, а $(1/2)\,(\partial\phi)^2$, сингулярность которого $O(\epsilon^{-4})$ сравнима с сингулярностью ϕ^4 и заведомо превосходит сингулярность $O(\epsilon^{-3})$ члена ϕ^3.

Критерий кинетического преобладания относится к системам, предрасположенным к коллапсу. О таком предрасположении предупреждают ультрафиолетовые расходимости. В одних системах тенденция к коллапсу подавляется, а в других беспрепятственно осуществляется. Мы можем судить о том, какой из этих вариантов свойствен данной системе не только по аналитическим, но и по топологическим особенностям ее поведения. Топологическую картину, в которой происходит падение на центр, мы квалифицировали как $\hat{1}$-, $\hat{3}$- и $\hat{5}$-ущербную. Это наблюдение в обычной локальной КТП легко распространяется на случай более общих теорий (таких, например, как M-теория) следующим образом. Пусть на классическом уровне возможны превращения пространственно протяженных объектов в объекты меньшей размерности, например, сжатие струны в точку, свертывание мембраны в струну, сплющивание солитона в плоскую волну и т.п. Такие превращения аналогичны особому варианту эволюции $\hat{4}$, в котором две частицы исходно интерпретируются как концы сжимающейся струны. Если эти превращения обратимы, то в картине присутствуют все особые варианты эволюции, в противном случае картина ущербна: само наличие в ней некоторого особого варианта эволюции несовместимо с наличием «противоположного» варианта. Эту ущербность картины мы принимаем за *топологическое определение осуществимости коллапса*. С физической точки зрения ущербность картины равносильна нарушению обратимости во времени. На языке квантовой механики топологическая ущербность означает, что гильбертовские пространства состояний $H_{\rm in}$ и $H_{\rm out}$ различны, т.е. унитарность нарушается. Как известно [57], скалярная теория с лагранжианом взаимодействия ϕ^4 при $D > 4$ тривиальна. Это служит намеком на то, что неперенормируемая теория может быть унитарной лишь в том случае, если коллапс относится к «доисторическим» временам, а равенство $H_{\rm in} = H_{\rm out}$ обеспечивается для той части системы, которая остается после коллапса и уже не испытывает взаимодействия.

Подавляемость коллапса есть средство восстановления обратимости. Однако за это приходится платить обеднением топологической картины, из которой исчезают все особые варианты эволюции. Не имеем ли мы дело со столь сильнодействующим средством, что множество перенормируемых теорий с нетривиальной S-матрицей оказывается пустым? Примеры нетривиальных суперперенормируемых теорий, удовлетворяющих всем аксиомам Вайтмана, были найдены [55] для $D = 2$ и $D = 3$, но не исключено, например, что скалярное самодействие ϕ^4 (важная составляющая стандартной модели) при $D = 4$ дает единичную S-матрицу. Отсюда возникает вопрос: не является ли тривиализация топологической картины свойством, внутренне присущим любой перенормируемой теории?

6. ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП И АНОМАЛИИ

Читатель, вероятно, успел обратить внимание на то, что в нашем обсуждении постоянно возникает понятие *размерности* пространства-времени D.

Например, D входит в критерий предотвратимости коллапса (11). Значения $D = 2$ и $D = 3$ появлялись в связи с упоминанием удивительных миров, где поляризация вакуума слаба, а теории суперперенормируемы. Само определение коллапса, предложенное в предыдущем разделе, основано на превращении протяженных объектов в объекты меньшей размерности. (Отметим также, что в суперсимметричных теориях, где расходимости сокращаются частично или полностью, ультрафиолетовое благополучие достигается за счет эффективного понижения размерности. Действительно, как показали Г.Паризи и Н.Сурла [58], суперсимметричные теории на градуированном многообразии с обычными координатами $x_1, \ldots, x_D$ и грассмановскими координатами θ и $\bar{\theta}$ эквивалентны несуперсимметричным теориям на многообразии с координатами $x_1, \ldots, x_{D-2}$, другими словами, для явной реализации суперсимметрии требуются координаты θ *отрицательной* размерности. Суперсимметрия — это лифт, переносящий в нижние этажи размерности.)

Другим важным для нашей темы понятием является понятие *обратимости*. До сих пор эти понятия не были связанными. Мы могли бы значительно продвинуться в понимании предмета, если бы в нашем распоряжении было средство, позволяющее связать физические картины при различных D. Такое средство действительно имеется — это так называемый голографический принцип. Он позволяет взглянуть на необратимость как на аномалию, нарушающую дуализм *квантового* и *классического* описаний в мирах сопредельной размерности.

Согласно голографическому принципу, провозглашенному в пионерских работах 'т Хоофта [59] и Саскинда [60], вся информация о степенях свободы внутри объема может быть спроецирована на поверхность (называемую также экраном), которая ограничивает этот объем. Из-за отсутствия общепринятой формулировки мы будем пользоваться рабочими версиями этого принципа, обсуждаемыми в текущей литературе. Их суть состоит в том, что классическая теория, описывающая явления с учетом гравитации внутри объема, может быть выражена в виде квантовой теории, которая рассматривает те же явления без гравитации на границе объема. В таком виде голографический принцип подтвержден Малдаценой [61], который обнаружил соответствие между квазиклассической супергравитацией в антидеситтеровском пространстве и квантовой конформной теорией Янга–Миллса на границе пространства.

Есть основания думать, что голографический принцип остается в силе и при выключении гравитации. Тогда его можно просто реализовать при помощи замечательного дуализма де Альфаро, Фубини и Фурлана (АФФ) [62], которые показали, что производящий функционал для функций Грина евклидовой квантовой теории поля в D измерениях совпадает с гиббсовским средним классической статистической механики в пространстве-времени $D + 1$ измерений. Другими словами, имеется соответствие (АФФ-дуализм) между классической картиной в пространстве-времени $\mathcal{M}_{D+1}$ и квантовой картиной в D-мерном сечении $\mathcal{M}_{D+1}$ в любой фиксированный момент времени. Такие сечения играют роль D-мерных экранов, несущих голограммы того, что происходит в толще $\mathcal{M}_{D+1}$.

Напомним идею де Альфаро, Фубини и Фурлана о возможности превращения D-мерной квантовой картины в $D+1$-мерную классическую на примере системы, описываемой скалярным полем $\phi(x)$. Пусть система помещена в D-мерном евклидовом пространстве-времени и характеризуется лагранжианом $\mathcal{L}$. Введем фиктивное время t. Поле становится функцией евклидовых координат $x_1, \ldots, x_D$ и фиктивного времени t, $\phi = \phi(x,t)$. Если $(1/2)(\partial\phi/\partial t)^2$ истолковать как кинетический член, а $\mathcal{L}$ как член потенциальной энергии, то возникает новый лагранжиан $\tilde{\mathcal{L}} = (1/2)(\partial\phi/\partial t)^2 - \mathcal{L}$, порождающий эволюцию в фиктивном времени t. Ему соответствует гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}} = (1/2)\,\pi^2 + \mathcal{L}$, где $\pi = \partial\tilde{\mathcal{L}}/\partial\dot{\phi} = \partial\phi/\partial t$ обозначает сопряженный импульс, для которого постулируется классическая скобка Пуассона $\{\phi(x,t), \pi(y,t)\} = \delta^D(x-y)$. Теперь легко увидеть, что гиббсовское среднее по ансамблю с температурой $kT = \hbar$

$$\mathcal{Z}[J] = \int \mathcal{D}\pi\mathcal{D}\phi\,\exp\left(-\frac{1}{kT}\int d^D x\,(\tilde{\mathcal{H}} + J\phi)\right) \tag{13}$$

превращается в производящий функционал для квантовых функций Грина

$$Z[J] = \int \mathcal{D}\phi\,\exp\left(-\frac{1}{\hbar}\int d^D x\,(\mathcal{L} + J\phi)\right) \tag{14}$$

после взятия гауссовского интеграла по π. Заметим, что голографическое отображение картины в толще $\mathcal{M}_{D+1}$ на экраны, т.е. сечения $\mathcal{M}_{D+1}$ в произвольные моменты времени, обеспечивается теоремой Лиувилля. Действительно, хотя $\phi(x,t)$ и $\pi(x,t)$ эволюционируют во времени t, элемент фазового объема $\mathcal{D}\pi\mathcal{D}\phi$, а вместе с ним и $\mathcal{Z}$ не зависят от t. (О других, например калибровочных, системах см. в [62].)

Таким образом, бессмысленно спрашивать: каков данный мир — классический или квантовый? Он и классический, и квантовый, но эти два лика относятся к пространствам сопредельной размерности*. Чтобы охарактеризовать мир, следует просто указать значение D. Например, приписывая электромагнитному миру значение $D=4$, мы имеем в виду, что он описывается

*Интересно сравнить этот вывод с позицией 'т Хоофта, сформулированной недавно [63] в связи с голографическим принципом: «В нашей теории квантовые состояния не являются первичными степенями свободы. Первичными степенями свободы являются детерминистические состояния».

либо четырехмерной квантовой электродинамикой, либо пятимерной классической электродинамикой.

На процедуру квантования можно смотреть как на смещение места действия в другой мир: вместо исходной классической системы в D измерениях возникает новая классическая система в $D{+}1$ измерениях. Как известно, симметрии действия иногда бывают чувствительны к размерности пространства-времени; некоторые из них могут реализоваться лишь при выделенном значении $D^\star$, другие только при четных $D = 2n$. С другой стороны, если задана квантованная $D^\star$-мерная теория, то мы фактически имеем дело с голографическим образом классической $D^\star$+1-мерной теории, где эта симметрия явно отсутствует. В этом причина порчи симметрии от квантования, известной под названием «квантовая аномалия». Такая порча связана с тем, что у двух сравниваемых классических описаний различаются размерности.

В общем случае АФФ-дуализм не означает, что $D + 1$-мерная классическая теория *эквивалентна* ее D-мерному квантовому партнеру. Во-первых, равенство $\mathcal{Z} = Z$, строго говоря, не имеет смысла из-за ультрафиолетовых расходимостей. Ввиду различия классических и квантовых расходимостей, перенормированные выражения для $\mathcal{Z}$ и Z могут быть не равными. Отсюда следует невозможность получить коэффициенты квантовых аномалий прямым сравнением классических действий в сопредельных размерностях. Мы увидим, что этим же объясняется *аномалия обратимости*, связанная с нарушением инвариантности классической теории относительно обращения времени $t \to -t$, но при соблюдении этой симметрии в квантовой теории.

Во-вторых, если бы голографическое отображение классической картины на квантовую было взаимно однозначным, то это означало бы, что образ содержит нарушение классического детерминизма (который выражается в единственности решения задачи Коши для классических уравнений динамики), связанное с потерей части информации об эволюции классической системы*.

Ниже мы кратко обсудим все эти вопросы.

6.1. Конформная аномалия. АФФ-дуализм помогает понять природу аномалий, ибо мы можем теперь не выходить за пределы классического описания. Рассмотрим, например, конформную аномалию в теории Янга–Миллса. Конформные инфинитезимальные преобразования метрики

$$g_{\mu\nu} \to \mathrm{e}^{2\varepsilon}\, g_{\mu\nu} \tag{15}$$

*Именно проблема потери информации побудила 'т Хоофта усомниться в фундаментальности квантового описания и предположить [63]: «Поскольку на локальном уровне информация в этих (классических) состояниях не сохраняется, состояния комбинируются в классы эквивалентности. По построению информация, с помощью которой различаются разные классы эквивалентности, абсолютно сохраняется. Квантовые состояния являются классами эквивалентности».

порождают соответствующий нетеровский ток — тензор энергии-импульса

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}}\,\frac{\delta}{\delta g_{\mu\nu}}\,\sqrt{-g}\,\mathcal{L}, \tag{16}$$

причем теория конформно-инвариантна, если $\delta S = 2\varepsilon\, g_{\mu\nu}\Theta^{\mu\nu} = 0$, т.е.

$$\Theta^{\mu}{}_{\mu} = 0. \tag{17}$$

С помощью (16) находим, что в $D+1$-мерной теории Янга–Миллса с лагранжианом

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4\Omega_{D-1}\alpha}\,\mathrm{tr}\,F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$$

$\Theta^{\mu\nu}$ записывается в виде

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{1}{\Omega_{D-1}\alpha}\,\mathrm{tr}\,\left(F^{\mu\alpha}F_{\alpha}{}^{\nu} + \frac{1}{4}\,\eta^{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}\right). \tag{18}$$

Здесь Ω_{D-1} есть площадь $D-1$-мерной сферы единичного радиуса. Из (18) видно, что условие (17) выполняется лишь при $D+1=4$. Уравнения Янга–Миллса инвариантны относительно преобразований (15) только в четырехмерном пространстве-времени. Это согласуется с масштабной инвариантностью теории, воплощенной в том факте, что при $D+1=4$ константа связи α безразмерна.

С учетом голографического принципа квантование $4D$-классической теории Янга–Миллса приводит к $5D$-классической теории Янга–Миллса, в которой конформная инвариантность отсутствует, $\Theta^{\mu}{}_{\mu} \neq 0$. Так возникает конформная аномалия.

Технически конформная инвариантность квантовой теории поля нарушается от введения масштаба масс μ в точке нормировки заряда. Это явление носит название размерной трансмутации [64]. В $3D$-квантовой теории Янга–Миллса размерная трансмутация отсутствует, чем обеспечивается конформная инвариантность дуальной $4D$-классической теории. Почему это происходит? Ниже мы увидим, что в $3D$-квантовой теории поляризация вакуума слабая, здесь не требуется бесконечной перенормировки α, и необходимость введения нормировочного параметра μ отпадает.

Что касается $4D$-квантовой теории, то здесь эффекты поляризации вакуума существенны, поэтому α превращается в «бегущую» константу связи $\alpha(q^2/\mu^2)$, зависящую от квадрата переданного импульса q^2. След тензора энергии-импульса

$$\Theta^{\mu}{}_{\mu} = \frac{2g^{\mu\nu}}{\alpha^2}\,\frac{\partial\alpha}{\partial g^{\mu\nu}}\,\frac{1}{16\pi}\,\mathrm{tr}\,F^2 = \frac{1}{8\pi}\,\frac{\beta(\alpha)}{\alpha^2}\,\mathrm{tr}\,F^2 \tag{19}$$

выражается через функцию Гелл-Манна–Лоу $\beta \equiv \partial\alpha/\partial \log q^2$. Здесь коэффициент при $\operatorname{tr} F^2$ зависит от q^2, в отличие от коэффициента в наивном выражении

$$\Theta^\mu_{\ \mu} = \frac{1}{8\pi^2\alpha} \operatorname{tr} F^2, \tag{20}$$

которое следует из классического $5D$-янг-миллсовского действия. Таким образом, голографический принцип качественно объясняет зависимость $\Theta^\mu_{\ \mu} \propto \operatorname{tr} F^2$, однако точный коэффициент выражения (19) не воспроизводится.

6.2. Необратимость. Нарушение АФФ-эквивалентности после бесконечной перенормировки может также трактоваться как разновидность аномалии. В качестве примера рассмотрим нарушение обратимости в классической картине, которое, однако, не сопровождается нарушением обратимости в дуальной квантовой картине. Конкретно обратимся к D-мерной квантовой скалярной электродинамике, характеризуемой лагранжианом

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + ig_0 A^\mu)\phi\,(\partial_\mu - ig_0 A_\mu)\bar\phi - m_0^2 \phi\,\bar\phi - \frac{\lambda_0}{4}(\phi\,\bar\phi)^2 - \frac{1}{4\Omega_{D-2}}\, F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \tag{21}$$

В дуальном $D+1$-мерном классическом мире скалярное поле ϕ может рассматриваться как лагранжевская координата непрерывной заряженной среды, которая эволюционирует во времени $t = x_{D+1}$. Однако такая модель неудобна для анализа ультрафиолетовых свойств, и мы обсудим ее дискретный аналог — систему с очень большим числом (строго говоря, ∞^D) точечных заряженных частиц. Предположим, что действие для классической частицы, взаимодействующей с электромагнитным полем, записывается обычным образом:

$$S = -\int d\tau\,(m_0\sqrt{v\cdot v} + g\,v\cdot A), \tag{22}$$

где $v^\mu \equiv \dot z^\mu \equiv dz^\mu/d\tau$ есть $D+1$-скорость частицы, а τ — собственное время.

Свойства дуальных АФФ-пар, соответствующих нескольким значениям D, суммированы в табл. 1. С увеличением D степень расходимостей растет, поэтому дуализм должен портиться все сильнее, вплоть до его полного разрушения при $D \geq 4$. Прокомментируем сначала строку «Ультрафиолетовое поведение», где речь идет о зависимости физических величин от импульса ультрафиолетового обрезания Λ. Среди $D+1$-мерных классических величин от Λ может зависеть только вектор энергии-импульса электромагнитного

Таблица 1. Дуальности в скалярной электродинамике

Размерность пространства-времени в квантовой картине							
$D=1$		$D=2$		$D=3$		$D=4$	
Дуальные АФФ-пары							
$1D_{\rm quant}-2D_{\rm class}$		$2D_{\rm quant}-3D_{\rm class}$		$3D_{\rm quant}-4D_{\rm class}$		$4D_{\rm quant}-5D_{\rm class}$	
Ультрафиолетовое поведение							
Λ^0	Λ^0	$\log\Lambda$	$\log\Lambda$	Λ	Λ	Λ^2, $\log\Lambda$	Λ^2, $\log\Lambda$
Перенормируемость							
Теория конечна	Теория конечна	Супер-перенорм.	Пере-нормир.	Супер-перенорм.	Пере-нормир.	Пере-нормир.	Непере-нормир.
Обратимость картины во времени							
Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Соблюд.	Слабо наруш.	Соблюд.	Тополог. наруш.

поля*, порождаемого точечной частицей,

$$P_\mu = \int d\sigma^\nu\, \Theta_{\mu\nu}, \tag{23}$$

где интегрирование ведется по D-мерной пространственноподобной гиперповерхности. В статическом случае, когда электромагнитное поле можно охарактеризовать потенциалом φ, удовлетворяющим уравнению Пуассона

$$\Delta\varphi(\mathbf{x}) = -\Omega_{D-1}\,\rho(\mathbf{x}), \tag{24}$$

где

$$\rho(\mathbf{x}) = g\,\delta^D(\mathbf{x}), \tag{25}$$

имеем

$$\varphi(\mathbf{x}) = g\begin{cases} |\,\mathbf{x}|^{2-D}, & D\neq 2,\\ \log|\,\mathbf{x}|, & D=2.\end{cases} \tag{26}$$

Из (25) и (26) с учетом выражения для собственной энергии в статическом случае

$$\delta m = \frac{1}{2}\int d^D\mathbf{x}\,\rho(\mathbf{x})\,\varphi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\,g^2\varphi(0) \tag{27}$$

получаются главные зависимости от Λ, указанные в табл. 1.

*Момент импульса имеет аналогичное ультрафиолетовое поведение.

При малом отклонении от статичности выражение (23) можно записать в виде

$$P_\mu = c_1\, v_\mu + c_2\, \dot{v}_\mu + c_3\, \ddot{v}_\mu + \dots\,, \tag{28}$$

где величины v_μ, $\dot{v}_\mu$ и т.п. относятся к точечному источнику поля в данный момент. Очевидно, что $c_1 = \delta m$. Из соображений размерности находим также, что $c_i/c_{i+1} \sim \Lambda$.

Начнем с $5D_{\rm class}$. Поскольку интегрирование в (23) ведется по четырехмерной гиперповерхности, отличными от нуля оказываются только четные степени Λ:

$$c_1 \sim \Lambda^2, \quad c_2 = 0, \quad c_3 \sim \log\Lambda. \tag{29}$$

Квадратичная расходимость поглощается перенормировкой массы, но для поглощения логарифмической расходимости в действии (22) нет подходящих параметров, поэтому теория оказывается *неперенормируемой*. Перенормируемость удается восстановить, если к действию (22) добавить член с высшими производными [65]:

$$-\kappa_0 \int d\tau\, \frac{1}{\sqrt{v\cdot v}} \left(\frac{d}{d\tau} \frac{v^\mu}{\sqrt{v\cdot v}} \right)^2. \tag{30}$$

Что касается D-мерных квантовых величин, то к обсуждаемому предмету имеют отношение поляризационный оператор $\Pi_{\mu\nu}$, собственная энергия Σ и самодействие Υ, однопетлевые диаграммы которых изображены на рис. 4.

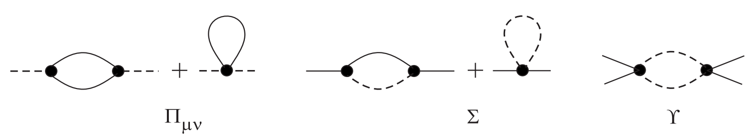


Рис. 4. Однопетлевые диаграммы скалярной КЭД

(Рассеяние света на свете, имеющее более мягкое ультрафиолетовое поведение, здесь не существенно.) При использовании калибровочно-инвариантной регуляризации $\Pi_{\mu\nu}$ представляется в виде $\Pi_{\mu\nu}(q) = (q^2\eta_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)\,\Pi(q^2)$. Следуя элементарным правилам диаграммной техники, находим

$$\Sigma \sim \int \frac{d^D k}{k^2}, \qquad \Pi \sim \int \frac{d^D k}{(k^2)^2}, \qquad \Upsilon \sim \int \frac{d^D k}{(k^2)^2},$$

откуда

$$\Sigma \sim \begin{cases} \Lambda^{D-2}, & D \neq 2, \\ \log \Lambda, & D = 2, \end{cases} \quad \Pi \sim \begin{cases} \Lambda^{D-4}, & D \neq 4, \\ \log \Lambda, & D = 4, \end{cases} \quad \Upsilon \sim \begin{cases} \Lambda^{D-4}, & D \neq 4, \\ \log \Lambda, & D = 4. \end{cases} \tag{31}$$

Сравнение (26)–(27) и (29) с (31) показывает, что в $5D_{\rm class}$-теории расходимости такие же, как и в $4D_{\rm quant}$-теории. Тем не менее, последняя *перенормируема* [66], поскольку все примитивно расходящиеся диаграммы соответствуют величинам Π, Σ и Υ, которые перенормируют g_0, m_0 и λ_0 в лагранжиане (21).

Так как в $4D_{\rm quant}$-теории структура голого лагранжиана $\mathcal{L}$ и контрчленов одна и та же, а $\mathcal{L}$ инвариантен относительно обращения времени $t \to -t$, то перенормированная квантовая динамика обратима. Между тем дуальная $5D_{\rm class}$-теория необратима из-за неподавленной тенденции к коллапсу (если только действие не модифицировано *ad hoc* добавлением члена с высшими производными). Действительно, в кеплеровской задаче неизбежно падение на центр, так как потенциальная энергия $U(r) = -g^2/r^2$ более сингулярна, чем центробежный член J/r. Падение на центр есть необратимое явление, причем необратимость имеет явно топологический характер: само наличие топологического варианта эволюции $\hat{4}$ исключает возможность обратного ему варианта $\hat{3}$. Разрушение АФФ-дуализма $4D_{\rm quant} - 5D_{\rm class}$ связано с тем, что в классическом мире частицы не рождаются и не аннигилируют, поэтому здесь невозможна поляризация вакуума, ответственная за перенормировку констант связи.

Перейдем к случаю $D = 3$. Теперь Π и Υ конечны, поэтому константы связи не подвергаются перенормировке. Расходимости Σ и δm поглощаются перенормировкой массы. В лагранжиане достаточно параметров для устранения всех расходимостей и, на первый взгляд, АФФ-эквивалентность соблюдена. Но это не так. Перенормировка массы оставляет *конечный след*, который более глубок в классической картине, чем в квантовой. Перенормированная квантовая динамика обратима во времени. Напротив, в перенормированной классической динамике обратимость нарушена. Действительно, коэффициенты c_i в (28) даются соотношениями [67]:

$$c_1 \sim \Lambda, \quad c_2 = -\frac{2}{3}\, g^2, \quad c_3 \sim \Lambda^{-1},$$

откуда получается выражение для 4-импульса «одетой» частицы

$$p_\mu = m\, v_\mu - \frac{2}{3}\, g^2\, \dot{v}_\mu \tag{32}$$

(m — перенормированная масса) и уравнение движения «одетой» частицы

$$m\,\dot{v}^{\mu} - \frac{2}{3}\,g^2\,(\ddot{v}^{\mu} + \dot{v}^2 v^{\mu}) = f^{\mu}. \tag{33}$$

Это уравнение Лоренца–Дирака, которое, очевидно, неинвариантно относительно преобразования $\tau \to -\tau$. Эта необратимость связана с диссипацией энергии при излучении электромагнитных волн заряженной частицей.

Было затрачено много усилий, чтобы вывести уравнение Лоренца–Дирака из некоторого лагранжиана, но попытки не увенчались успехом. Вероятно, гиббсовское среднее $\mathcal{Z}$ (в конструкции которого используется гамильтониан, что, в свою очередь, подразумевает наличие соответствующего лагранжиана), вообще не имеет отношения к перенормированной классической динамике, а диссипативный и необратимый характер классической эволюции в четырехмерном мире тщетно объяснять эргодической гипотезой — он следует из особенностей самодействия в классической электродинамике.

Итак, особенность $4D_{\rm class}$-теории состоит в том, что перенормировка избавляет ее от симметрии относительно обращения времени, которая противоречит данным макроскопического опыта. Важно, что избыточная симметрия не была нарушена за счет неинвариантных членов лагранжиана, ибо их наличие сказалось бы на инвариантности квантовой теории. Слабое нарушение АФФ-дуализма $3D_{\rm quant} - 4D_{\rm class}$ адекватно физической реальности. Его можно сравнить по значению с киральной аномалией, позволяющей преодолеть запрет на распад $\pi^0 \to 2\gamma$, обусловленный избыточной симметрией стандартной модели.

В случае $D = 2$ ультрафиолетовая ситуация качественно такая же, как в случае $D = 3$: расходимости Σ и δm поглощаются перенормировкой массы. Однако перенормированная $3D_{\rm class}$-динамика обратима во времени. Действительно, $c_1 \sim \log\Lambda$, поэтому $c_2 \sim \Lambda^{-1}$. Это означает, что перенормировка массы не оставляет конечного следа в 3-импульсе «одетой» частицы и ее поведением управляет недиссипативный второй закон Ньютона. Таким образом, перенормировка не нарушает АФФ-дуализма $2D_{\rm quant} - 3D_{\rm class}$.

В случае $D = 1$ ультрафиолетовых расходимостей нет вообще, в связи с чем АФФ-эквивалентность не нарушается. Этот случай стоит обсудить чуть более подробно.

6.3. Индетерминизм в классическом мире. Ультрафиолетовые расходимости — не единственная причина, почему АФФ-дуализм не является точной эквивалентностью. Другая причина состоит в том, что классическое описание лишено квантовой когерентности, иначе говоря, классический детерминизм невозможно согласовать с принципом суперпозиции квантовых амплитуд. Понятие статистической вероятности вводится в классическую статистическую механику искусственно, оно выражает меру незнания деталей детерминированной картины эволюции, тогда как амплитуда вероятности является существенным элементом квантовой теории. При отображении классического описания на квантовое происходит потеря информации, механизм которой не понятен. Мы наметим здесь возможный путь решения этой проблемы в случае $D = 1$, а именно покажем, что в двумерном классическом мире поведение частиц может быть недетерминированным.

Запишем динамические уравнения обсуждаемой $2D_{\rm class}$-теории:

$$\partial_\lambda F^{\lambda\mu}(x) = 2e\sum_{a=1}^{2}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau_a\, v_a^\mu(\tau_a)\,\delta^{(2)}\Big(x - z(\tau_a)\Big), \tag{34}$$

$$m_a \dot v_a^\mu = e_a v_\nu^a F^{\mu\nu}(z_a). \tag{35}$$

Они точно интегрируемы. Из вида решений следуют два поразительных свойства $2D_{\rm class}$-мира. Во-первых, в этом мире нет излучения электромагнитных волн, а значит, нет диссипации энергии [65]. Все движения частиц обратимы. Во-вторых, несколько частиц могут слиться в единый агрегат, а затем, по прошествии некоторого времени, агрегат самопроизвольно расщепится на исходные объекты.

Для простоты ограничимся случаем двух частиц с одинаковыми массами m и зарядами e (обозначим $e^2/m = a$) и будем вести рассмотрение в системе центра масс. Пусть частицы движутся навстречу друг другу, причем полная энергия такова, что в момент встречи скорости частиц в точности обращаются в нуль. Тогда существует точное решение уравнений (34) и (35), описывающее мировые линии $z_1^\mu(\tau)$ и $z_2^\mu(\tau)$, которые сливаются в момент τ^* и разъединяются в момент $\tau^{**} = \tau^* + T$:

$$z_1^\mu(\tau) = \begin{cases} a^{-1}\{\operatorname{sh} a(\tau-\tau^*), 1 - \operatorname{ch} a(\tau-\tau^*)\}, & \tau < \tau^*,\\ \{\tau - \tau^*, 0\}, & \tau^* \le \tau < \tau^{**},\\ a^{-1}\{aT + \operatorname{sh} a(\tau-\tau^{**}), \operatorname{ch} a(\tau-\tau^{**}) - 1\}, & \tau \ge \tau^{**}, \end{cases} \tag{36}$$

$$z_2^\mu(\tau) = \begin{cases} a^{-1}\{\operatorname{sh} a(\tau-\tau^*), \operatorname{ch} a(\tau-\tau^*) - 1\}, & \tau < \tau^*,\\ z_1^\mu(\tau), & \tau^* \le \tau < \tau^{**},\\ a^{-1}\{aT + \operatorname{sh} a(\tau-\tau^{**}), 1 - \operatorname{ch} a(\tau-\tau^{**})\}, & \tau \ge \tau^{**} \end{cases} \tag{37}$$

и запаздывающее поле $F^{\mu\nu}$, выражающееся через $z_1^\mu(\tau)$ и $z_2^\mu(\tau)$ в виде

$$F^{\mu\nu}(x) = e\sum_{a=1}^{2}\frac{1}{\rho_a}\,(R_a^\mu v_a^\nu - R_a^\nu v_a^\mu). \tag{38}$$

Здесь $R_a^\mu \equiv x^\mu - z^\mu_{a\,\mathrm{ret}}$ есть изотропный вектор, проведенный из точки испускания $z^\mu_{a\,\mathrm{ret}}$ на a-й мировой линии в точку наблюдения x^μ, а $\rho_a \equiv R_a \cdot v_a$ — инвариантное расстояние между x^μ и $z^\mu_{a\,\mathrm{ret}}$.

Параметры τ^* и τ^{**} произвольны. Если τ^* и τ^{**} отличны друг от друга и конечны, то кривые (36) и (37) соответствуют образованию агрегата с конечным временем жизни (вариант $\hat{5}$). При $\tau^{**} \to \infty$ они описывают образование стабильного, никогда не распадающегося агрегата (вариант $\hat{4}$). Агрегат, образованный в бесконечно далеком прошлом и распадающийся в конечный момент времени (вариант $\hat{3}$), получается при $\tau^* \to -\infty$. Если $\tau^* \to -\infty$ и $\tau^{**} \to \infty$, то кривые вырождаются в единую прямую, которая соответствует абсолютно стабильному агрегату (вариант $\hat{2}$). При $\tau^* = \tau^{**}$ они описывают агрегат, существующий лишь одно мгновение (вариант $\hat{1}$). Таким образом, решение уравнений (34) и (35) при указанных данных Коши не единственно. Мы имеем целый континуум решений, ибо период пребывания в слитом состоянии T может выражаться любым неотрицательным числом. Распад может произойти совершенно случайно в любой момент. Заметим, однако, что варианты эволюции с такими данными Коши образуют множество меры нуль.

Итак, $D+1$-мерная классическая картина может быть эквивалентна D-мерной квантовой картине тогда и только тогда, когда $D = 1$. Действительно, $1D_{\mathrm{quant}}$-теория свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Именно в двумерном классическом мире нет излучения, поэтому здесь отсутствует проблема диссипации энергии и нет аномалии обратимости. Только в этом мире запаздывающее электромагнитное поле (38) не обращается в бесконечность на мировых линиях источников, и особый вариант $\hat{4}$ не означает падения на центр. Лишь этому миру присущи особые варианты эволюции, обеспечивающие игру случая уже на классическом уровне (в более высоких размерностях особые варианты эволюции либо образуют топологически ущербную картину, либо вообще исчезают). Так как фазовый объем таких вариантов равен нулю, то они не сказываются на выполнении теоремы Лиувилля, а значит, переменная t выпадает из $1D_{\mathrm{quant}}$-описания, в котором остается лишь зависимость от переменной ix_0, играющей роль «евклидова» времени. Если учесть, что кластеры классических заряженных частиц в $2D_{\mathrm{class}}$-мире имитируют одномерные объекты, то становится ясно, что поведение классических струн оказывается закодированным в поведении квантовых точечных частиц.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы попытались развить идею о том, что перенормируемость с физической точки зрения равнозначна кинетическому преобладанию. Последнее необходимо, чтобы подавить тенденцию к коллапсу. В чем опасность коллапса? Картина, в которой возможен коллапс, необратима во времени, причем необратимость имеет топологический характер — картина топологически ущербна; в переводе на язык квантовой механики пространства асимптотических состояний $H_{\rm in}$ и $H_{\rm out}$ оказываются разными, и унитарность (по крайней мере, в рамках теории возмущений) нарушается.

Мы обсудили качественные особенности коллапса и возможность его предотвращения на примере падения частицы на центр. Для предотвращения падения на центр необходимо и достаточно, чтобы спектр гамильтониана был ограничен снизу.

Любопытно, что гамильтониан в суперсимметричной теории формально всегда положителен, поскольку энергия нижнего уровня равна нулю. Суперсимметричная система заведомо избавлена от коллапса, если ее основное состояние *стабильно*. С другой стороны, суперсимметрия позволяет сократить расходимости и даже иногда делает теорию конечной. Можно попытаться связать эти факты, предположив, что суперсимметрия переносит место действия в мир меньшей размерности, где тенденция к коллапсу ослабляется или совсем исчезает. Это предположение косвенно подтверждают так называемые теоремы о неперенормируемости в суперсимметричных теориях. Действительно, обращение в нуль квантовых поправок к константам связи означает квазиклассичность картины (слабость эффектов поляризации вакуума), что возможно лишь при достаточно низкой размерности.

Замена условия перенормируемости условием подавляемости коллапса — шаг оправданный с познавательной точки зрения. Он, вероятно, приблизит нас к разгадке того удивительного факта, что три фундаментальных взаимодействия оказались перенормируемыми, а одно — неперенормируемым.

Однако какая *практическая* польза от этой замены? Интуитивное понимание полевой динамики позволяет избежать многих заблуждений, не прибегая к сложным вычислениям. Например, сложилось стойкое убеждение, будто собственная энергия δm в классической электродинамике расходится сильнее, чем собственная энергия Σ в КЭД. Оно основано на том, что в случае $D=4$ расходимость δm линейная, а расходимость Σ логарифмическая. Это дало основание для спекуляций, исходящих из того, что квантование улучшает ультрафиолетовое поведение теории. Но это убеждение ошибочно. Во-первых, свойства бесспиновой частицы в классической теории нужно сравнивать со свойствами скалярного (а не спинорного) поля в квантовой теории, при этом расходимость Σ оказывается квадратичной, откуда очевидно, что квантование только ухудшает ультрафиолетовую ситуацию. Во-вторых, $D+1$-мерная классическая теория поля голографически связана с D-мерной квантовой теорией поля и, как следует из п. 6.2, в таких дуально связанных теориях величины δm и Σ расходятся одинаково.

Долгое время полагали, что, вводя дискретную решетку вместо континуального пространства-времени, мы автоматически избавляемся от ультрафиолетовых расходимостей. В 1988 г. эта иллюзия была развеяна следующим контрпримером [31]. Пусть в $\mathcal{L}_0$ производные скалярного и дираковского полей заменены на конечные разности, а $\mathcal{L}_I$ задан в виде $\mathcal{L}_I = -\lambda\phi^3 + ig\bar{\psi}\psi\phi$, где аргументы всех полей совпадают. Однопетлевые диаграммы такой решеточной модели оказываются расходящимися, а сама модель — неперенормируемой!

Но стоит вспомнить принцип кинетического преобладания, как этот вывод не покажется столь сенсационным. Действительно, теория на решетке есть частный случай теорий с нелокальными формфакторами. Задав конечные разности $\chi(x + l\,\hat{n}) - \chi(x)$, мы размазываем свободный лагранжиан $\mathcal{L}_0$ нелокальными операторами вида $\exp\left(l\,\hat{n}\cdot\partial\right) - 1$, причем размазывание происходит в конечной области размером l. Величина $O(\epsilon^{-2D})$ в выражении (9) заменяется на $O(l^{-2D})$. А так как поля в $\mathcal{L}_I$ локализованы в одних и тех же точках, то сингулярность выражения (10) остается неизменной. Другими словами, мы имеем дело с такой моделью, в которой сингулярности в кинетических членах размазаны, а в членах взаимодействия оставлены неизменными. Условие подавляемости коллапса (6) оказалось нарушенным — коллапс неминуем.

Мы выяснили, что фундаментальное отличие перенормируемых теорий от неперенормируемых состоит в том, что они соответствуют совершенно разным топологическим картинам эволюции. Неперенормируемость выражается в том, что наличие некоторого особого варианта эволюции исключает возможность существования обратного к нему варианта. Перенормируемая теория свободна от такой асимметрии. В ней обратимость восстанавливается за счет обеднения топологической картины, из которой исчезают все особые варианты эволюции. Остается, однако, открытым вопрос: не ведет ли это обеднение к тому, что все четырехмерные перенормируемые теории (в некотором «точном» непертурбативном смысле) тривиальны?

Вопросы, затронутые в этой статье или близко связанные с ними, в разное время обсуждались со многими людьми. Особенно полезными были давние беседы с Я.Б.Зельдовичем, А.Ю.Морозовым и сравнительно недавние — с Р.Хаагом, Д.В.Ширковым и Г.В.Ефимовым. Всем им я глубоко признателен. Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Международного научно-технического центра в рамках проекта 840.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dresden M.* Renormalization in Historical Perspective – The First Stage // Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond). Berlin: Springer, 1993. P.29–55.
2. Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond) / Ed. by L.M.Brown. Berlin: Springer, 1993.

3. *Боголюбов Н.Н.* Уравнения в вариациях квантовой теории поля // ДАН. 1952. T. LXXXII, C. 217–220. English translation in: In the Intermissions.... / Ed. by Yu.A.Trutnev. Singapore: World Scientific, 1998. P. 71–75.
4. *Завьялов О.И.* R-операция Боголюбова и теорема Боголюбова–Парасюка. // УМН. 1994. Т.49. Вып.5(299). С.61-70.
5. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. Гл.5.
6. *Завьялов О.И.* Перенормированные диаграммы Фейнмана. М.: Наука, 1979. Перевод: *Zavialov O.I.* Renormalized Quantum Field Theory. Dordrecht: Kluwer, 1989.
7. *Itzykson C., Zuber J.-B.* Quantum Field Theory. New York: McGraw-Hill, 1980. Chap. 8. Перевод: *Ициксон К., Зюбер Ж.-Б.* Квантовая теория поля. М.: Мир, 1984. Гл. 8.
8. *Collins J.C.* Renormalization. Cambridge: Cambridge U. P., 1984. Перевод: *Коллинз Дж.* Перенормировка. М.: Мир, 1988.
9. *Ткачев Ф. В.* Новые методы исследования радиационных поправок. Теория асимптотической операции // ЭЧАЯ. 1994. Т.25. С.649–695.
10. *Connes A., Kreimer D.* Renormalization in Quantum Field Theory and the Riemann–Hilbert Problem. // J. High Energy. 1999. V.9. P.24–31; hep-th/9909126, 9912092.
11. *Weinberg S.* Conceptual Foundations of the Unified Theory of Weak and Electromagnetic Interactions // Rev. Mod. Phys. 1980. V.52. P.515–524. Перевод: УФН. 1980. Т.132. Вып. 2. С.201–217.
12. *'t Hooft G.* When was Asymptotic Freedom Discovered? or The Rehabilitation of Quantum Field Theory // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1999. V.74. P.413–425; hep-th/9808154.
13. *Gross D.J.* Twenty Five Years of Asymptotic Freedom // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1999. V.74. P.426–446; hep-th/9809060.
14. *Gell-Mann M.* From Renormalizability to Calculability? Shelter Island II / Ed. by R. Jackiw et al. Cambridge, 1985. Перевод: УФН. 1987. Т.151. Вып.4. С.683–698.
15. *Schweber S.S.* QED and the Men Who Made It. Princeton, 1994.
16. *Dyson F.J.* The S Matrix in Quantum Electrodynamics // Phys. Rev. 1949. V.75. P.1736–1755.
17. *Jackiw R.* The Unreasonable Effectiveness of Quantum Field Theory. hep-th/9602122.
18. *Ландау Л., Померанчук И.* О точечном взаимодействии в квантовой электродинамике // ДАН. 1955. Т.102. С.489–492.
19. *Фрадкин Е.С.* К вопросу об асимптотике функций Грина в теории мезонов со слабой псевдоскалярной связью // ЖЭТФ. 1955. Т.29. Вып.39. С.377–379.
20. *Landau L.D., Abrikosov A.A., Khalatnikov I.M.* On the Quantum Theory of Fields // Nuovo Cimento Suppl. 1955. V.3. P.80–104.
21. *Landau L.D.* Fundamental Problems // Theoretical Physics in the Twentieth Century. Pauli Memorial Volume. New York, 1960. P.245–249. Перевод: Теоретическая физика 20 века. М., 1962. С.285–289.
22. *'t Hooft G.* Renormalization of Massless Yang–Mills Fields // Nucl. Phys. 1971. V.B33. P.173–199; Renormalizable Lagrangians for Massive Yang–Mills Fields // *ibid.* 1971. V.B35. P.167–188; *'t Hooft G., Veltman M.* Renormalization and Regularization of Gauge Fields // *ibid.* 1972. V.B44. P.189–213.
23. *Gross D.J., Wilczek F.* Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. 1973. V.30. P.1343–1346; *Politzer H.D.* Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // *ibid.* 1973. V.30. P.1346–1349.

24. *van Nieuwenhuizen P.* Supergravity // Phys. Rep. 1981. V.68. P.189–398.

25. *Duff M.* Ultraviolet Divergences in Extended Supergravity // Supergravity'81 / Ed. by S.Ferrara and J.G.Taylor. Cambridge: Cambridge U.P., 1984. Перевод: Введение в супергравитацию. М.: Мир, 1985.

26. *Green M.B., Schwarz J.H., Witten E.* Superstring Theory. Cambridge: Cambridge U.P., 1987. Vol. 1,2. Перевод: *Грин М., Шварц Дж., Виттен Э.* Теория суперструн. М.: Мир, 1990. Т. 1,2.

27. *Kaku M.* Introduction to Superstrings. Berlin: Springer, 1988. Перевод: *Каку М.* Введение в теорию суперструн. М.: Мир, 1999.

28. *Kiritsis E.* Introduction to Superstring Theory. Leuven: Leuven U. P., 1998; hep-th/9709062.

29. *Polchinski J.* String Theory. Cambridge: Cambridge U. P., 1999. Vol. 1,2.

30. *Ефимов Г. В.* Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М.: Наука, 1977.

31. *Trivedi A.K.* Evidence of Ultraviolet Divergence on the Lattice // Phys. Rev. Lett. 1988. V.61. P.907–910.

32. *Polchinski J.* String Duality // Rev. Mod. Phys. 1996. V.68. P.1245–1258. hep-th/9607050.

33. *Witten E.* String Theory Dynamics in Various Dimensions // Nucl. Phys. 1995. V.B 443. P.85; hep-th/9503124.

34. *Duff M.J.* A Layman's Guide to M-Theory. hep-th/9805177.

35. *Rovelli C.* Loop Quantum Gravity. gr-qc/9710008.

36. *Shirkov D.V.* Historical Remarks on the Renormalization Group // Renormalization: From Lorentz to Landau (and beyond) / Ed. by L.M.Brown. Berlin: Springer, 1993. P.167–186; *Ширков Д.В.* Ренормгруппа Боголюбова // УМН. 1994. Т.49. Вып. 5(299). P.147–164.

37. *Wilson K.G.* Problems in Physics with Many Scales of Length // Sci. Amer. 1979. V.241. P.158–179.

38. *Weinberg S.* Ultraviolet Divergences in Quantum Theories of Gravitation // General Relativity: An Einstein Centenary Survey / Ed. by S.W.Hawking, W.Israel. Cambridge: Cambridge U.P. 1979. P.790–831. Перевод: Общая теория относительности. М.: Мир, 1983. С.405–455.

39. *Wightman A.S.* Some Lessons of Renormalization Theory // The Lesson of Quantum Theory / Ed. by J. de Boer, E. Dal, D. Ulfbeck. Amsterdam: Elsevier, 1986. P.201–225.

40. *Gomis J., Weinberg S.* Are Nonrenormalizable Gauge Theories Renormalizable? // Nucl. Phys. 1996. V.B 469. P.473–487.

41. *Weinberg S.* Effective Gauge Theories. // Phys. Lett. B. 1980. V.91. P.51–55.

42. *Feynman R.P.* The Development of the Space-Time View of Quantum Mechanics. Nobel Lecture // Phys. Today. 1966. V.19. P.31–40. Перевод: Характер физических законов. М.: Мир, 1968. С.193–231.

43. *Witten E.* Baryons in the $1/N$ Expansion // Nucl. Phys. 1979. V.B 160. P.57–115.

44. *Ogawa S., Sawada S., Nakagawa M.* Constituent Models of Elementary Particles. Tokyo, 1980. Chap. 4. (In Japanese). Перевод: Составные модели элементарных частиц. М.: Мир, 1983. § 4.5.

45. *Ne'eman Y., Šijački Dj.* Hadrons in an $\overline{\mathrm{SL}}(4, R)$ Classification // Phys. Rev. D. 1988. V.37. P.3267–3283.

46. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1967.

47. *Case K.M.* Singular Potentials // Phys. Rev. 1950. V.80. P.797–806.

48. *Dagotto E., Kocić A., Kogut J.B.* Collapse of the Wave Function, Anomalous Dimensions and Continuum Limits in Model Scalar Field Theories // Phys. Lett. 1990. V.B 237. P. 268–273.

49. *Павлов В.П., Тавлуев Г.А.* Гамильтониан взаимодействия в квантовой теории поля // ТМФ. 1971. Т.9. С.80–87.

50. *Гитман Д.М., Тютин И.В.* Каноническое квантование полей со связями. М.: Наука, 1986.

51. *Halpern M.B.* Nonrenormalizable Field Theories // Ann. Phys. (NY). 1966. V.39. P.351–375.

52. *Блохинцев Д.И.* Существенно-нелинейные поля и поляризация вакуума // ТМФ. 1974. Т.21. С.155–159.

53. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Квантовые поля. М.: Наука, 1976. § 33.

54. *Зельдович Я.Б.* Теория вакуума, быть может, решает загадку космологии // УФН. 1981. Т.133. Вып.3. С.479–504.

55. *Glimm J., Jaffe A.* Quantum Physics: A Functional Integral Point of View. Heidelberg: Springer, 1981. Перевод: *Глимм Дж., Джаффе А.* Математические методы квантовой физики. Подход с использованием функционального интеграла. М.: Мир, 1984.

56. *Blasi A. et al.* Renormalizability of Nonrenormalizable Field Theories. // Phys. Rev. D. 1999. V.59. P.121701(1–3).

57. *Aizenman M.* Proof of the Triviality of φ^4_d Field Theory and Some Mean-Field Features of Ising Models for $d > 4$ // Phys. Rev. Lett. 1981. V.47. P.1–4.

58. *Parisi G., Sourlas N.* Random Magnetic Fields, Supersymmetry, and Negative Dimensions. // Phys. Rev. Lett. 1979. V.43. P.744–745.

59. *'t Hooft G.* Dimensional Reduction in Quantum Gravity // Salamfestschrift / Ed. by A.Ali, J.Ellis, S.Randjbar-Daemi. Singapore: World Scientific, 1993. P.284–296. gr-qc/9310006.

60. *Susskind L.* The World as a Hologram // J. Math. Phys. 1995. V.36. P.6377–6396. hep-th/9409089.

61. *Maldacena J.* The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity // Adv. Theor. Phys. 1998. V.2. P.231–252. hep-th/9711200.

62. *de Alfaro V., Fubini S., Furlan G.* Gibbs Average in the Functional Formulation of Quantum Field Theory // Phys. Lett. 1981. V.105B. P.462–466.

63. *'t Hooft G.* Quantum Gravity as a Dissipative Deterministic System // Class. Quant. Grav. 1999. V.16. P.3263–3279. gr-qc/9903084.

64. *Coleman S., Weinberg E.* Radiative Corrections as the Origin of Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. 1973. V. 7. P.1888–1910.

65. *Косяков Б.П.* Точные решения в классической электродинамике и теории Янга–Миллса–Вонга в пространстве-времени четного числа измерений // ТМФ. 1999. Т.119. С.119–135.

66. *Salam A.* Renormalized S-Matrix for Scalar Electrodynamics // Phys. Rev. 1952. V.86. P.731–744.

67. *Teitelboim C.* Splitting of Maxwell Tensor: Radiation Reaction without Advanced Fields // Phys. Rev. D. 1970. V.1. P.1572–1582.