ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2008. Т. 39. ВЫП. 1

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И СИНГУЛЯРНОСТЬ ШВАРЦШИЛЬДА

*С. С. Герштейн**, *А. А. Логунов***, *М. А. Мествиришвили*

Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

*E-mail: Semen.Gershtein@ihep.ru
**E-mail: Anatoly.Logunov@ihep.ru

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2008. Т. 39. ВЫП. 1

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И СИНГУЛЯРНОСТЬ ШВАРЦШИЛЬДА

С. С. Герштейн, А. А. Логунов**, М. А. Мествиришвили*

Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

В статье анализируется несоответствие, которое имеет место в ОТО между ее общими положениями и вакуумными сингулярными решениями уравнений Эйнштейна.

The discrepancy taking place in General Relativity between general statements of the theory and the vacuum singular solutions of Einstein equations is studied in this work.

PACS: 04.20.-g; 04.20.Jb; 04.20.Dw

ВВЕДЕНИЕ

В 1913 г. А. Эйнштейн в работе [1, ст. 21] писал: «Таким образом, мы приходим к убеждению, что в общем случае гравитационное поле характеризуется десятью пространственно-временны́ми функциями $g_{\mu\nu}$ $(g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu})$».

Мы видим, что Эйнштейн при изучении гравитации пришел к псевдориманову (в дальнейшем — риманову) пространству-времени с интервалом

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu. \tag{1}$$

Введением новых переменных этот интервал в любой точке пространства-времени приводится к виду

$$ds^2 = (d\xi^0)^2 - (d\xi^1)^2 - (d\xi^2)^2 - (d\xi^3)^2, \tag{2}$$

где величины $d\xi^\nu$ не являются полными дифференциалами.

В 1917 г. Эйнштейн относительно континуума писал [1, ст. 43]:

> Резюмируя, мы можем сказать следующее: Гаусс предложил метод математического описания любого континуума, в котором определены метрические соотношения («расстояния» между соседними точками). Каждой точке континуума приписывается столько чисел (гауссовых координат), сколько измерений имеет континуум. Способ приписания

*E-mail: Semen.Gershtein@ihep.ru
**E-mail: Anatoly.Logunov@ihep.ru

> выбран таким, чтобы он был однозначным и чтобы соседним точкам соответствовали числа (гауссовы координаты), отличающиеся на бесконечно малую величину. Гауссова система координат является логическим обобщением декартовой. Она применима также и к неевклидовым континуумам, но лишь тогда, когда малые по отношению к определенному размеру («расстоянию») части рассматриваемого континуума тем более похожи на евклидов континуум, чем меньше рассматриваемая часть континуума.

И далее в этой же статье он особо подчеркнул: «Все гауссовы системы координат в принципе эквивалентны для формулирования общих законов природы».

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОТО

Остановимся на некоторых общих свойствах риманова пространства-времени, которые лежат в основе общей теории относительности (ОТО).

В псевдоримановой геометрии пространства-времени интервалы бывают трех видов:

$$\begin{aligned} &\text{времениподобные} && ds^2 > 0, \\ &\text{пространственноподобные} && ds^2 < 0, \\ &\text{изотропные} && ds^2 = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Это *различие абсолютно*, поскольку никакими *допустимыми преобразованиями координат пространства-времени* нельзя преобразовать интервал одного вида в другой. Допустимые преобразования — *это такие преобразования, которые обеспечивают взаимно-однозначное отображение (диффеоморфизм).*

Из выражения (1) для локальных $dx^i{=}0$ $(i = 1, 2, 3)$ последовательных событий вытекает неравенство

$$ds^2 = g_{00}(dx^0)^2 > 0, \quad x^0 = ct, \tag{4}$$

откуда следует условие

$$g_{00} > 0. \tag{5}$$

Для одновременных событий $dx^0 = 0$ интервал должен быть отрицательным:

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k < 0, \quad i, k = 1, 2, 3. \tag{6}$$

Необходимым и достаточным условием отрицательности интервала являются условия Сильвестра:

$$g_{11} < 0, \quad g_{22} < 0, \quad g_{33} < 0, \tag{7}$$

$$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} g_{22} & g_{23} \\ g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{13} \\ g_{31} & g_{33} \end{vmatrix} > 0, \tag{8}$$

$$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} < 0. \tag{9}$$

Независимыми из них являются, например, неравенство (9), первое из (7), первое из (8).

Интервал (1) представим в форме

$$ds^2 = d\tau^2 - dl^2,$$

где выделены времениподобная и пространственноподобная части:

$$d\tau = \frac{g_{0\nu}dx^\nu}{\sqrt{g_{00}}}, \quad dl^2 = \varkappa_{ik}dx^i dx^k, \quad \varkappa_{ik} = -g_{ik} + \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}. \tag{10}$$

Здесь $d\tau$ — собственное время; dl^2 — квадрат расстояния между бесконечно близкими точками в трехмерном пространстве. Величины $d\tau$ и dl не являются полными дифференциалами.

На основании (10) определим физическую скорость материальной частицы:

$$V^2 = \left(\frac{dl}{d\tau}\right)^2. \tag{11}$$

Учитывая (11), интервал ds^2 можно записать в форме*

$$ds^2 = d\tau^2(1 - V^2). \tag{12}$$

Легко убедиться на основании (7)–(9), что квадратичная форма

$$dl^2 = \varkappa_{ik}dx^i dx^k > 0$$

положительно определенна.

Физические величины $d\tau$ и dl^2 не должны зависеть ни от выбора трехмерных координат, ни от способа выбора времени в каждой точке пространства. Это означает, что они должны быть калибровочно-инвариантны относительно преобразований [2]

$$x'^0 = f^0(x^0, x^i), \quad x'^i = f^i(x^k). \tag{13}$$

Введенные величины $d\tau$ и dl^2 удовлетворяют этому требованию. Покажем это на примере $d\tau$.

*Мы используем систему единиц $c = 1$.

В силу тензорного преобразования $g_{\mu\nu}$ имеем

$$g'_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta}\frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu}\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu}.$$

Учитывая (13), отсюда находим

$$g'_{00} = g_{00}\left(\frac{\partial x^0}{\partial x'^0}\right)^2, \quad g'_{0\lambda} = g_{0\beta}\frac{\partial x^0}{\partial x'^0}\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\lambda}.$$

Аналогично

$$dx'^\lambda = \frac{\partial x'^\lambda}{\partial x^\sigma}dx^\sigma.$$

Принимая во внимание равенство

$$\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\lambda}\frac{\partial x'^\lambda}{\partial x^\sigma} = \delta^\beta_\sigma,$$

получим

$$d\tau = \frac{g'_{0\lambda}dx'^\lambda}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{g_{0\sigma}dx^\sigma}{\sqrt{g_{00}}}.$$

Мы видим, что физическое время не зависит от вида преобразований (13). Оно калибровочно-инвариантно.

Четырехмерный координатный импульс материальной точки с единичной массой удовлетворяет равенству

$$g_{\alpha\beta}U^\alpha U^\beta = \left[\frac{g_{0\nu}U^\nu}{\sqrt{g_{00}}}\right]^2 - \varkappa_{ik}U^iU^k = 1, \quad U^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}.$$

Отсюда энергия материальной точки определяется времениподобной частью интервала

$$E = \frac{g_{0\nu}U^\nu}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{U_0}{\sqrt{g_{00}}},$$

а импульс — пространственноподобной частью

$$\mathbf{p}^2 = \varkappa_{ik}U^iU^k.$$

Учитывая эти выражения, имеем

$$g_{\alpha\beta}U^\alpha U^\beta = E^2 - \mathbf{p}^2 = 1.$$

Так как движущаяся материальная точка обладает только двумя физическими характеристиками: массой покоя и скоростью, то, учитывая (10) и (12), получим для энергии материальной точки выражение

$$E = \frac{g_{0\nu}U^\nu}{\sqrt{g_{00}}} = \frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}. \tag{14}$$

Отсюда следует, что энергия материальной точки в любом гравитационном поле всегда конечна, поскольку ее скорость всегда меньше 1. Это означает, что при движении материальной точки по геодезической линии времениподобный интервал, ей соответствующий, никогда не может стать изотропным, поскольку геодезическая линия, изотропная в точке, изотропна всюду.

Рассмотрим движение материальной точки по геодезической линии риманова пространства:

$$\frac{dU^\nu}{ds} + \Gamma^\nu_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta = 0, \quad U^\nu = \frac{dx^\nu}{ds}, \quad U_\mu = g_{\mu\sigma}\frac{dx^\sigma}{ds}. \tag{15}$$

С этой целью преобразуем уравнение (15) к уравнениям движения в форме Гамильтона–Якоби. Первый член в уравнении (15) запишем в форме

$$\frac{dU^\nu}{ds} = U^\mu \partial_\mu U^\nu.$$

Подставляя это выражение в уравнение (15) и свертывая (15) с $g_{\nu\sigma}$, получим

$$U^\mu \partial_\mu U_\sigma - U^\nu U^\mu \partial_\mu g_{\nu\sigma} = -g_{\nu\sigma}\Gamma^\nu_{\alpha\beta} U^\alpha U^\beta. \tag{16}$$

Учитывая, что

$$g_{\nu\sigma}\Gamma^\nu_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\partial_\alpha\, g_{\beta\sigma} + \partial_\beta\, g_{\alpha\sigma} - \partial_\sigma\, g_{\alpha\beta}),$$

уравнение (16) приводим к виду

$$U^\mu \partial_\mu U_\sigma - \frac{1}{2} U^\alpha U^\beta \partial_\sigma\, g_{\alpha\beta} = 0. \tag{17}$$

Представив U_σ и U^μ в форме

$$U_\sigma = \partial_\sigma S, \quad U^\mu = g^{\mu\sigma}\partial_\sigma S \tag{18}$$

и подставив их в (17), получим уравнение для S:

$$g^{\mu\lambda}\partial_\lambda S \cdot \partial_\mu \partial_\sigma S + \frac{1}{2}\partial_\lambda S \cdot \partial_\nu S \cdot \partial_\sigma g^{\lambda\nu} = 0. \tag{19}$$

Отсюда находим

$$\partial_\sigma (g^{\mu\lambda}\partial_\lambda S \cdot \partial_\mu S) = 0,$$

а следовательно,

$$g^{\mu\lambda}\partial_\lambda S \cdot \partial_\mu S = 1. \tag{20}$$

Здесь мы учли, что

$$g^{\mu\lambda} U_\lambda U_\mu = 1. \tag{21}$$

Таким образом, вместо уравнения геодезической линии в форме (15) мы пришли к уравнению движения материальной точки с единичной массой в форме уравнения Гамильтона–Якоби:

$$g^{\lambda\mu}\frac{\partial S}{\partial x^\lambda}\frac{\partial S}{\partial x^\mu}=1. \tag{22}$$

Рассмотрим теперь случай движения материальной точки в римановом пространстве, когда *метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ не зависят от времени*.

Разрешая уравнение (22) относительно $\partial S/\partial x^0$, получим

$$U_0=\frac{\partial S}{\partial x^0}=-H(x^1,x^2,x^3,U_1,U_2,U_3,),\quad U_i=\frac{\partial S}{\partial x^i}, \tag{23}$$

где

$$H=\frac{1}{g^{00}}\Big(g^{0i}U_i-\sqrt{(g^{0i}U_i)^2-g^{00}g^{ik}U_iU_k+g^{00}}\Big). \tag{24}$$

В правой части уравнения (23) *отсутствует явная зависимость от времени*, поскольку компоненты $g^{\mu\nu}$ не зависят от времени. Как известно, интегрирование уравнения с частными производными (23) сводится к интегрированию системы уравнений Гамильтона:

$$\frac{dx^i}{dx^0}=\frac{\partial H}{\partial U_i},\quad \frac{\partial U_i}{\partial x^0}=-\frac{\partial H}{\partial x^i},\quad i=1,2,3. \tag{25}$$

Продифференцировав (23) по времени x^0, получим

$$\frac{dU_0}{dx^0}=-\frac{dH}{dx^0}=-\left(\frac{\partial H}{\partial x^0}+\frac{\partial H}{\partial x^i}\frac{dx^i}{dx^0}+\frac{\partial H}{\partial U_i}\frac{dU_i}{dx^0}\right). \tag{26}$$

Учитывая, что H явно не зависит от времени, и принимая во внимание уравнения (25), равенство (26) приведем к виду

$$\frac{dU_0}{dx^0}=-\left(\frac{\partial H}{\partial x^i}\frac{\partial H}{\partial U_i}-\frac{\partial H}{\partial U_i}\frac{\partial H}{\partial x^i}\right)=0. \tag{27}$$

Отсюда следует, что *величина U_0 является постоянной во время движения материальной точки*:

$$U_0=\text{const}>0. \tag{28}$$

С другой стороны, согласно (14)

$$U_0=g_{0\mu}\frac{dx^\mu}{ds}. \tag{29}$$

Это выражение на основании (10) принимает вид

$$U_0=\sqrt{g_{00}}\,\frac{d\tau}{ds}. \tag{30}$$

Согласно (12) имеем

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}. \tag{31}$$

Отсюда на основании (28), (30) и (31) находим точное общее условие:

$$\sqrt{g_{00}} = \mathrm{const}\sqrt{1-V^2}. \tag{32}$$

Поскольку физическая скорость материальной точки не может достигнуть скорости света, $V = 1$, из (32) следует общий вывод: в римановом пространстве, где *метрические коэффициенты* $g_{\mu\nu}$ *не зависят от времени, величина* g_{00} *не может обратиться в нуль.* Равенство (32) справедливо как вне вещества, так и в веществе.

Все изложенное выше непосредственно следует из основного положения Эйнштейна: гравитационное поле — это риманова геометрия пространства-времени.

Поиск уравнения для метрического тензора $g_{\mu\nu}$ продолжался и в 1915 г., независимо Эйнштейном и Гильбертом были найдены уравнения, которые в записи Эйнштейна имеют следующий вид [3]:

$$R_{\mu\nu} = 8\pi\Big(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\Big). \tag{33}$$

Эти уравнения обладают удивительным свойством. Из них следуют уравнения движения для пробного тела.

Об этом Р. Фейнман в работе [4] писал:

> Возможность такого вывода приводит к утверждению, что уравнения Эйнштейна одновременно определяют движение материи и гравитационных полей. Это утверждение вводит в заблуждение и совершенно не выглядит так замечательно, как это может показаться с первого взгляда. Давайте вспомним, что если у нас есть свободная частица, движущаяся сама по себе вдали от каких-либо других тел, тогда законы сохранения энергии и количества движения определяют полностью ее движение. Но обычная физическая ситуация не является настолько простой, как описанная выше. Когда мы имеем нечто большее, чем только гравитация и частица, уравнения движения не следуют только из законов сохранения энергии и импульса. В электродинамике сохранение заряда должно содержаться в каждом решении уравнений Максвелла, так что можно сказать, что этот закон сохранения есть следствие уравнений Максвелла. Но это условие не дает всего необходимого для того, чтобы построить уравнения движения для зарядов, полей, которые они задают, и сил, с которыми эти заряды действуют друг на друга. Подобно этому в теории гравитации имеет место сохранение энергии и количества движения, но этого недостаточно, чтобы определить движение планет и

Луны для случая, когда эти объекты не являются точками, и законы физики, отличные от закона сохранения энергии, требуются для того, чтобы уяснить их поведение в гравитационном поле.

Предвосхищая дальнейшее, следует отметить, что нет необходимости требовать, чтобы из уравнений гравитационного поля (33) следовали и уравнения движения пробного тела. Уравнения движения вещества должны независимо подключаться к уравнениям гравитационного поля. Но это мы обсудим подробнее несколько позднее.

2. РЕШЕНИЯ ШВАРЦШИЛЬДА И КЕРРА

Вскоре после открытия уравнений ОТО К. Шварцшильдом для сферически-симметричного статического поля было найдено решение [5] уравнения поля (33), которое в гармонических координатах имеет вид

$$\begin{gathered} ds^2 = g_{00}dt^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2, \\ g_{00} = \frac{r - r_g/2}{r + r_g/2}, \quad g_{11} = -\frac{r + r_g/2}{r - r_g/2}, \\ g_{22} = -\left(r + \frac{r_g}{2}\right)^2, \quad g_{33} = -\left(r + \frac{r_g}{2}\right)^2 \sin^2\theta. \end{gathered} \tag{34}$$

Здесь $r_g = 2GM$.

Далее мы будем пользоваться гармоническими координатами, которые правильно описывают эффекты в Солнечной системе. Заметим, что именно шварцшильдовское решение в этих координатах в области $r \gg r_g$ непосредственно следует из полевых представлений.

Наличие в этом решении «особенности Шварцшильда» на сфере радиуса

$$r = \frac{r_g}{2}$$

несколько смутило физиков, и она активно обсуждалась в 20-х годах прошлого века на конференциях с участием А. Беккереля, Л. Бриллюэна, Э. Картана, Т. де Донде, Ж. Адамара, П. Ланжевена, Ш. Нормана, П. Пенлеве, но не нашла решения; склонялись к мысли, что такое не существует в природе.

Интервал (34) в вакууме на времениподобной геодезической линии равен

$$ds^2 = dt^2\left(\frac{r - r_g/2}{r + r_g/2}\right)^2.$$

Отсюда следует, что на сфере радиуса $r = r_g/2$ времениподобный интервал становится изотропным, что физически недопустимо. В этом и состоит недостаток решения Шварцшильда, если его рассматривать как решение для точечного источника или тела с радиусом $r < r_g/2$. Но этот недостаток решения Шварцшильда нельзя устранить допустимыми регулярными преобразованиями координат. Всякие другие сингулярные преобразования координат в принципе недопустимы, поскольку они вносят изменения в физику.

Все это, если привести решение Шварцшильда в соответствие с общим физическим требованием (32), *означает, что поверхность $r = r_g/2$ не может находиться в вакууме. Вакуумное решение Шварцшильда статического источника имеет физический смысл только в области $r > r_g/2$.* Так по существу ОТО впервые на примере статического тела открыла, что радиус сферического тела всегда больше $r_g/2$.

Дж. Синг об этом писал [6]:

> Теперь нам ясно, что при $r = 2m$ имеет место какое-то нарушение. Это — так называемая «сингулярность Шварцшильда». Изучению последней посвящено значительное количество работ. Однако если рассуждать неформально и попытаться выяснить причины ее появления, то окажется, что в наших рассуждениях фактически содержатся некоторые скрытые допущения относительно природы неравенств. По существу здесь предполагается, что величина T_4^4 такова, что $\exp(-\alpha)$ в соотношении (7.135) (имеется в виду формула
>
> $$g_{00} = \mathrm{e}^{-\alpha} = 1 + \frac{\varkappa}{r} \int\limits_0^r T_4^4 dr.$$
>
> Заметим, что положительность этой величины следует как из условия (5), так и из равенства (32). — *Авт.*) всюду положительна. Это означает, что точки, для которых $r = 2m$, находятся *внутри* звезды. В таком случае (7.145) (имеется в виду решение Шварцшильда. — *Авт.*) применима лишь *вне* звезды и *в области, где формула* (7.145) *справедлива, сингулярность отсутствует.*

В 1939 г. Р. Оппенгеймер и Г. Снайдер в статье [7] на основании точного решения Толмена [8] для сферически-симметричного нестатического поля, когда давление p равно нулю, пришли к следующему заключению:

> После истощения всех источников термоядерной энергии достаточно массивная звезда претерпевает коллапс. *То есть* … ее сжатие будет происходить безгранично… Для наблюдателя, сопутствующего веществу звезды, полное время коллапса, конечно, и составляет в этом идеализированном случае (имеется в виду пренебрежение давлением внутри звезды. — *Авт.*) при обычных массах звезд срок порядка одних суток; внешний наблюдатель видит, что звезда асимптотически сжимается до своего гравитационного радиуса.

В работах [6, 7] используются шварцшильдовские координаты.

Но в том же 1939 г. А. Эйнштейн в статье [9] провел детальное исследование и пришел к другому выводу:

> *Основным результатом проведенного исследования является четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют «шварцшильдовские сингулярности»* (выделено нами. — *Авт.*). Хотя приведенная теория рассматривает только такие скопления, в которых частицы движутся по круговым траекториям, вряд ли следует сомневаться в том, что рассмотрение и самого общего случая приведет к тем же результатам. *Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы, образующие скопление, достигнут скорости света* (выделено нами. — *Авт.*).

Вывод Эйнштейна подтверждается и точной формулой (32), из которой следует, что поскольку скорость материальной точки всегда меньше 1, то

$$g_{00} > 0,$$

что находится в соответствии с условием (5). Именно поэтому вакуумное решение Шварцшильда справедливо только в области $r > r_g/2$.

Позднее с помощью преобразований

$$\tau = t + \int\limits_0^r \frac{\sqrt{r_g(r + r_g/2)}\,dr}{r - r_g/2}, \quad R = t + \int\limits_0^r \frac{(r + r_g/2)^{3/2}dr}{\sqrt{r_g}\,(r - r_g/2)} \tag{35}$$

интервал Шварцшильда (34) был приведен к виду

$$ds^2 = d\tau^2 - dR^2 \frac{r_g}{\left\{\left[\dfrac{3}{2}(R-\tau)\sqrt{r_g} + \alpha\right]\right\}^{2/3}} - \\ - \left\{\left[\frac{3}{2}(R-\tau)\sqrt{r_g} + \alpha\right]\right\}^{4/3}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \tag{36}$$

$$\sqrt{r_g}\,(R - \tau) = \frac{2}{3}\left[\left(r + \frac{r_g}{2}\right)^{3/2} - \alpha\right], \quad \alpha = \left(\frac{r_g}{2}\right)^{3/2}.$$

В этих координатах особенность в метрических коэффициентах отсутствует, поэтому сингулярность Шварцшильда в вакууме и стали считать фиктивной.

Но на самом деле в вакууме сингулярности нет, поскольку решение Шварцшильда справедливо только в области $r > r_g/2$. Именно это внешнее решение хорошо сшивается с внутренним решением в веществе. Однако, придав вакуумному решению Шварцшильда самостоятельное значение, решили с помощью сингулярных преобразований (35) устранить сингулярность в метрических коэффициентах, и, получив интервал в виде (36), осуществить продолжение решения и в область $r \leqslant r_g/2$. Однако такой шаг лишен физического смысла, поскольку область $r \leqslant r_g/2$ занята веществом источника, а поэтому вакуумное решение Шварцшильда в этой области уже неприменимо.

Но именно эту область авторы [10] и считают «черной дырой». Выражение (36) является математическим решением вакуумных уравнений Эйнштейна. Метрические коэффициенты в выражении (36) в области $r \geqslant 0$ регулярны. Для них инвариант

$$R_{\mu\nu\lambda\sigma}R^{\mu\nu\lambda\sigma}$$

в гармонических координатах в указанной выше области не имеет сингулярности. Чтобы придать физический смысл решению (36), его необходимо сшить с внешним решением Шварцшильда. *Но как раз это можно осуществить только с помощью сингулярных преобразований* (35), *что недопустимо. Поэтому решение* (36) *нельзя считать физическим решением уравнений Эйнштейна. Но именно на таких нефизических решениях вакуумных уравнений Эйнштейна и строится концепция «черных дыр».*

Аналогичная ситуация имеет место и с решением Толмана [8] для пылевидного шара. В этом случае данное решение сшивается с внешним решением Шварцшильда также с помощью сингулярных преобразований [7].

Рассмотрим радиальное геодезическое движение в переменных τ, R для интервала (36), который запишем в форме

$$ds^2 = d\tau^2 - AdR^2 - \left(\frac{r_g}{A}\right)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2),$$

здесь

$$A = r_g\left[\frac{3}{2}(R-\tau)\sqrt{r_g} + \alpha\right]^{-(2/3)}.$$

Уравнения для геодезической линии имеют вид

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} + \Gamma^0_{11}\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 = 0,$$

$$\frac{d^2R}{ds^2} + 2\Gamma^1_{01}\frac{d\tau}{ds}\frac{dR}{ds} + \Gamma^1_{11}\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 = 0,$$

где

$$\Gamma^1_{01} = \frac{1}{2A}\frac{\partial A}{\partial \tau}, \quad \Gamma^1_{11} = \frac{1}{2A}\frac{\partial A}{\partial R}, \quad \Gamma^0_{11} = \frac{1}{2}\frac{\partial A}{\partial \tau}.$$

Эти уравнения помимо очевидного решения

$$\frac{dR}{ds} = 0, \quad \frac{d\tau}{ds} = \text{const}$$

имеют и решение вида

$$\frac{dR}{ds} = \frac{2}{1-A}, \quad \frac{d\tau}{ds} = \frac{1+A}{1-A}.$$

Отсюда находим

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{2}{1+A}.$$

Интервал ds^2 на этом решении равен

$$ds^2 = d\tau^2 \left[\frac{1-A}{1+A}\right]^2. \tag{37}$$

Как следует из (37) и (36), интервал по-прежнему обращается в нуль при $A = 1$, т. е. при

$$r = \frac{r_g}{2}.$$

Что касается самих преобразований (35), то следует отметить, что преобразования (35) сингулярны, а следовательно, сингулярны и элементы якобиана

$$\frac{\partial\tau}{\partial r}, \ \frac{\partial R}{\partial r},$$

хотя сам якобиан и не является сингулярным в точке $r = r_g/2$.

Таким образом, преобразования (35) не обеспечивают взаимно однозначное отображение (диффеоморфизм), а следовательно, ими нельзя пользоваться. *Сингулярные преобразования недопустимы, поскольку они могут изменить физику. Но математические операции не должны вносить изменения в физику явления.*

В качестве примера покажем, как неаккуратное использование математических операций может привести к сингулярности.

Совершим преобразования (35) от переменных τ и R к переменным t и r для элементов $g_{\mu\nu}$:

$$g'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} g_{\alpha\beta}.$$

Отсюда для нашего преобразования имеем

$$g'_{rr} = \left(\frac{d\tau}{dr}\right)^2 + \left(\frac{dR}{dr}\right)^2 g_{RR}.$$

На основании (35) и (36) находим

$$g_{RR} = -\frac{r_g}{r + r_g/2}, \quad \left(\frac{d\tau}{dr}\right)^2 = \frac{r_g(r + r_g/2)}{(r - r_g/2)^2}, \quad \left(\frac{dR}{dr}\right)^2 = \frac{(r + r_g/2)^3}{r_g(r - r_g/2)^2}.$$

Используя эти выражения, получим

$$g'_{rr} = -\frac{r + r_g/2}{r - r_g/2}.$$

Отсюда видим, что из-за сингулярности преобразований (35) мы получили из регулярного метрического коэффициента g_{RR} сингулярный метрический элемент g'_{rr}. Это показывает, что преобразования (35) недопустимы.

Несколько позднее, в 1960-х гг., появились преобразования Крускала, но для них элементы якобиана также сингулярны, хотя сам якобиан и не обладает сингулярностью. Эти преобразования также не обеспечивают диффеоморфизм.

Преобразования Крускала имеют вид

$$u = (r-1)^{1/2}\,\mathrm{e}^{r/2}\,\mathrm{ch}\,\frac{t}{2}, \quad v = (r-1)^{1/2}\,\mathrm{e}^{r/2}\,\mathrm{sh}\,\frac{t}{2} \quad \text{в области} \quad r \geqq 1$$

и

$$u = (1-r)^{1/2}\,\mathrm{e}^{r/2}\,\mathrm{sh}\,\frac{t}{2}, \quad v = (1-r)^{1/2}\,\mathrm{e}^{r/2}\,\mathrm{ch}\,\frac{t}{2} \quad \text{в области} \quad r \leqq 1.$$

Здесь безразмерная переменная r определена как отношение радиального расстояния к радиусу Шварцшильда.

Интервал Шварцшильда в переменных u и v равен

$$ds^2 = \frac{4}{r}\,\mathrm{e}^{-r}(dv^2 - du^2) - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2).$$

Символы Кристоффеля равны

$$\Gamma^0_{00} = \psi(r)v, \quad \Gamma^0_{01} = -\psi(r)u, \quad \Gamma^0_{11} = \psi(r)v,$$

$$\Gamma^1_{00} = -\psi(r)u, \quad \Gamma^1_{01} = \psi(r)v, \quad \Gamma^1_{11} = -\psi(r)u.$$

Здесь

$$\psi(r) = \frac{1}{r^2}(1+r)\,\mathrm{e}^{-r}.$$

Используя уравнения

$$\frac{d^2x^\nu}{ds^2} + \Gamma^\nu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{ds}\frac{dx^\beta}{ds} = 0$$

для радиального геодезического движения, находим решение в форме

$$\frac{du}{ds} = \frac{\sqrt{r}\,u + vr}{2(r-1)}, \quad \frac{dv}{ds} = \frac{\sqrt{r}\,v + ru}{2(r-1)}$$

для движения от центра по переменной r и решение

$$\frac{du}{ds} = \frac{\sqrt{r}\,u - rv}{2(r-1)}, \quad \frac{dv}{ds} = \frac{\sqrt{r}\,v - ru}{2(r-1)}$$

для движения к центру.

В области $r > 1$ скорость движения от центра равна

$$\frac{du}{dv} = \frac{u + \sqrt{r}\,v}{v + \sqrt{r}\,u},$$

а скорость движения к центру

$$\frac{du}{dv} = \frac{\sqrt{r}\,v - u}{\sqrt{r}\,u - v}.$$

Этим геодезическим движениям соответствует времениподобный интервал. В области $r < 1$ скорость движения от центра равна

$$\frac{dv}{du} = \frac{v + \sqrt{r}\,u}{u + \sqrt{r}\,v}.$$

Ей соответствует пространственноподобный интервал, т. е. такое движение невозможно.

Для движения к центру скорость будет равна

$$\frac{dv}{du} = \frac{\sqrt{r}\,u - v}{\sqrt{r}\,v - u},$$

что соответствует времениподобному интервалу.

Именно эта область и является черной дырой. Но чтобы сшить решение в этой области с внешним решением Шварцшильда, необходимо использовать сингулярные преобразования, что недопустимо.

В 1963 г. Керром в статье [11] было найдено решение уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} = 0 \tag{38}$$

в шварцшильдовских координатах вида

$$ds^2 = g_{00}(dx^0)^2 + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2 + 2g_{03}d\phi dx^0, \tag{39}$$

где

$$g_{00} = 1 - \frac{r_g\,r}{\rho^2}, \quad g_{11} = -\frac{\rho^2}{\triangle}, \quad g_{22} = -\rho^2,$$

$$g_{33} = -\Big(r^2 + a^2 + \frac{r_g\,ra^2}{\rho^2}\sin^2\theta\Big)\sin^2\theta, \quad g_{03} = \frac{r_g\,ra}{\rho^2}\sin^2\theta. \tag{40}$$

Здесь

$$\triangle = r^2 - r_g r + a^2, \quad \rho^2 = r^2 + a^2\cos^2\theta,$$

квадрат расстояния

$$dl^2 = \frac{\rho}{\triangle}dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \frac{\triangle\sin^2\theta}{g_{00}}(d\phi)^2.$$

Но это решение, как и решение Шварцшильда, *не соответствует* общим свойствам риманова пространства-времени: условию (5) и выражению (32), поскольку и в этом решении g_{00} обращается в нуль на поверхности вращения:

$$r_0 = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\Big(\frac{r_g}{2}\Big)^2 - a^2\cos^2\theta}.$$

Из вышеизложенного следует, что вакуумное уравнение Эйнштейна (38) *само не исключает возможности обращения метрического коэффициента* g_{00} *в нуль, что и приводит к локальной остановке времени.*

Выше мы исключали такую возможность, исходя из точного равенства (32) и условия (5), которые вытекают из общих положений ОТО. Таким образом, в ОТО имеется несоответствие между ее общими положениями и некоторыми точными решениями вакуумных уравнений Эйнштейна (38).

3. ВОЗМОЖНОСТЬ СОГЛАСОВАНИЯ ОБЩИХ ПОЛОЖЕНИЙ ОТО С УРАВНЕНИЯМИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

В 1965 г. группа авторов [10], анализируя ОТО, пришла к следующему выводу:

> Помимо предсказания теории Эйнштейна, касающегося расширения и сжатия Вселенной, все другие обычно рассматривавшиеся приложения ОТО (прецессия перигелия, красное смещение, искривление световых лучей, гравитационное излучение) связаны с небольшими отклонениями от плоского характера пространства. Но здесь все иначе. Гравитационный коллапс приводит к минимально плоской геометрии . . . Если у вас

имеется намерение отвергнуть ОТО, как раз самое время для этого. Если нет, то вы на пути к новому миру физики, одновременно классическому и квантовому. Двинемся же по этому пути.

Но это заключение не совсем точно. Как мы видим, из нашего анализа следует, что возникает несоответствие между общими положениями о римановой геометрии пространства-времени как основы ОТО и точными решениями уравнений Эйнштейна в вакууме:

$$R_{\mu\nu} = 0. \tag{41}$$

Авторы заключения [10] отошли от общих положений ОТО и отдали предпочтение вакуумным уравнениям (41). На этом пути возникли «черные дыры» — объекты, не имеющие материальной поверхности, а также «кротовые норы» и т. д.

Как мы увидим далее, не было осознано, что по сути в самой концепции ОТО Эйнштейна: *гравитация есть риманово пространство — уже заложена в общей форме невозможность коллапса.*

Именно поэтому следует сохранить общие положения ОТО, но несколько видоизменить в вакууме уравнения Эйнштейна с космологическим членом:

$$R_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = 0, \tag{42}$$

таким образом, чтобы они стали совместимы с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского:

$$R_{\mu\nu} - \lambda(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = 0. \tag{43}$$

Отсюда видно, что уравнения (43) имеют, в противоположность уравнению (42), решение и в виде метрики пространства Минковского:

$$g_{\mu\nu} = \gamma_{\mu\nu}.$$

Но такое простое и естественное изменение вакуумных уравнений Эйнштейна оказывается принципиальным и ведет к простой топологии риманова пространства, а также к радикальным физическим изменениям как в отношении коллапса массивных тел, так и в отношении эволюции однородной и изотропной Вселенной.

Все это получается благодаря тому, что вакуумные уравнения (43) *исключают возможность обращения в нуль метрического коэффициента* g_{00}, *и тем самым исключается локальная остановка времени.* Именно об этом в рамках ОТО Р. Фейнман писал [4]: «Если наша формула для замедления времени была бы правильной, то физические процессы должны были бы остановиться в центре Вселенной, так как время там не шло бы совсем. Это не только физически неприемлемое предсказание».

Для слабого поля уравнения (43) принимают вид

$$\Box\phi_{\mu\nu} + 2\lambda\phi_{\mu\nu} = 0. \tag{44}$$

Отсюда видно, что космологическая постоянная λ в слабом гравитационном поле на фоне плоской метрики Минковского проявляется как масса покоя гравитона:

$$\lambda = \frac{m_g^2}{2} \quad (\text{в системе единиц } c = \hbar = 1). \tag{45}$$

Так стал ясен физический смысл космологической постоянной в (43).

Интервал пространства Минковского в общем случае имеет вид

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu. \tag{46}$$

В инерциальной системе в галилеевых координатах метрика

$$\gamma_{\mu\nu} = \text{diag }(1, -1, -1, -1), \tag{47}$$

а в сферических координатах

$$\gamma_{\mu\nu} = \text{diag }(1, -1, -r^2, -r^2\sin^2\theta). \tag{48}$$

На основании (48) и диагональной метрики $g_{\mu\nu}$ риманова пространства для сферически-симметричного поля имеем

$$\gamma_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = \frac{1}{g_{00}} + \frac{1}{g_{11}} + \frac{r^2}{g_{22}} + \frac{r^2\sin^2\theta}{g_{33}}. \tag{49}$$

Из уравнения (43), используя (45) и (49), получим в вакууме выражение для скалярной кривизны R:

$$R = 2m_g^2 - \frac{m_g^2}{2}\left[\frac{1}{g_{00}} + \frac{1}{g_{11}} + \frac{r^2}{g_{22}} + \frac{r^2\sin^2\theta}{g_{33}}\right]. \tag{50}$$

Поскольку R — инвариант, отсюда следует, что метрические коэффициенты g_{00}, g_{11} не должны обращаться в нуль, поскольку в противном случае на сфере возникнет физическая сингулярность скалярной кривизны R, что означает бесконечную напряженность гравитационного поля. Именно поэтому особенность типа особенности Шварцшильда $(g_{00} = 0)$ недопустима в вакууме, поскольку в противном случае из-за сингулярности R невозможно было бы сшить решение внутри вещества с внешним решением.

Таким образом, простое изменение уравнения гравитационного поля Эйнштейна в вакууме устраняет особенность типа особенности Шварцшильда и тем самым восстанавливает общие положения ОТО (5) и (32), согласно которым $V < 1$.

Принимая уравнения в вакууме в форме (43) и учитывая (33), мы можем получить уравнения гравитационного поля с источником:

$$R_{\mu\nu} - \frac{m_g^2}{2}(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = 8\pi\Big(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\Big). \tag{51}$$

Но к этим уравнениям для полноты системы уравнений необходимо еще добавить уравнения для вещества. Так в систему уравнений наряду с уравнениями гравитационного поля вошли и уравнения вещества.* Если вещество описывается только физическими величинами: плотностью ρ, давлением p и скоростью $\mathbf{v}$, то в качестве уравнений вещества можно взять уравнения

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0, \tag{52}$$

которые теперь из-за присутствия метрики $\gamma_{\mu\nu}$ не следуют из уравнений (51). Тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)U^\mu U^\nu - pg^{\mu\nu}. \tag{53}$$

Здесь p и ρ — давление и плотность, измеренные в сопутствующих координатах. Они являются инвариантами (скалярами). Добавляя к уравнениям (51) и (52) еще уравнение состояния вещества, мы получим полную систему общековариантных уравнений.

Таким образом, при предложенном изменении уравнений Эйнштейна нам уже не нужны дополнительные нековариантные координатные условия.

В работах [12–16] показано, что система уравнений (51) и (52) следует из принципа наименьшего действия с плотностью лагранжиана

$$L = L_g + L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \phi_A), \tag{54}$$

где плотность лагранжиана гравитационного поля

$$L_g = \frac{1}{16\pi}\tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu}G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma}G^\sigma_{\nu\lambda}) - \frac{m_g^2}{16\pi}\Big(\frac{1}{2}\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma}\Big). \tag{55}$$

Здесь

$$G^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(D_\mu g_{\nu\sigma} + D_\nu g_{\mu\sigma} - D_\sigma g_{\mu\nu}),$$

D_μ — ковариантная производная в пространстве Минковского.

* Под веществом мы подразумеваем все поля материи, за исключением гравитационного поля.

Именно отсюда следует полная система общековариантных уравнений гравитационного поля и вещества:

$$\frac{\delta L}{\delta g_{\mu\nu}} = 0, \quad \frac{\delta L_M}{\delta \phi_A} = 0.$$

Такая плотность лагранжиана L_g непосредственно следует из полевого подхода к гравитации, когда гравитационное поле рассматривается как физическое тензорное поле $\phi^{\mu\nu}$ со спинами 2 и 0, развивающееся в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$. При таком подходе риманово пространство возникает как эффективное, но с простой топологией, обязанное наличию гравитационного поля. Источником поля является сохраняющийся полный тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых.

Полевой подход к гравитации обеспечивает строгое соблюдение законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения всех форм материи, включая и гравитационное поле.

Далее следует отметить, что такое изменение уравнений гравитационного поля ведет к восстановлению инерциальной системы координат, а следовательно, к сохранению закона инерции Галилея. Это означает, что *ускорение* в релятивистской теории гравитации (РТГ), в противоположность ОТО, *имеет абсолютный смысл*.

Эффективная риманова метрика и физическое гравитационное поле $\phi^{\mu\nu}$ связаны соотношением

$$\begin{aligned} \tilde{g}^{\mu\nu} &= \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\phi}^{\mu\nu}, \quad \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\, g^{\mu\nu}, \\ \tilde{\gamma}^{\mu\nu} &= \sqrt{-\gamma}\, \gamma^{\mu\nu}, \quad \tilde{\phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\, \phi^{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{56}$$

Как показано в работах [12–14], система уравнений гравитационного поля (51) и вещества (52) приводится к форме уравнений релятивистской теории гравитации:

$$R_{\mu\nu} - \frac{m_g^2}{2}(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = 8\pi\Big(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T\Big), \tag{57}$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\nu\lambda} = 0. \tag{58}$$

Решение этих уравнений должно удовлетворять условию причинности [13]: чтобы любой времениподобный вектор в римановом пространстве оставался также времениподобным и в пространстве Минковского.

Для полей вещества ϕ_A с учетом гравитации имеют место уравнения движения

$$\frac{\delta L_M}{\delta \phi_A} = 0.$$

Поскольку вариация действия

$$S_M = \int L_M(g^{\mu\nu}, \phi_A) d^4x$$

при бесконечно малом изменении координат равна нулю, то отсюда следует общее тождество (см. [13], приложение B):

$$\nabla_\alpha T^\alpha_\lambda = -D_\sigma\Big(\frac{\delta L_M}{\delta \phi_A} F^{B;\sigma}_{A;\lambda}\phi_B\Big) - \frac{\delta L_M}{\delta \phi_A} D_\lambda \phi_A.$$

Здесь плотность тензора Гильберта $T^{\alpha\beta}$ равна

$$T^{\alpha\beta} = -2\frac{\delta L_M}{\delta g_{\alpha\beta}}.$$

Величина T^α_λ определена только в веществе, поскольку вне его она тождественно равна нулю из-за отсутствия вещества.

Обычно считают (см., например, [17]), что уравнение (52) выражает закон сохранения энергии-импульса. Однако в действительности это не так. *Если вещество описывается четырьмя уравнениями, то согласно тождеству уравнение* (52) *есть уравнение движения вещества с учетом гравитации.*

Для всех гравитационных эффектов в Солнечной системе уравнения (57) и (58) из-за слабого влияния члена, содержащего массу покоя гравитона, приводят к тем же результатам, что и в ОТО, *но только в том случае, если там взяты гармонические координаты.*

Согласно уравнениям ОТО гравитационное поле обладает свойством замедлять ход времени, не ограничивая сам процесс замедления. В РТГ [13, 15, 16], описываемой уравнениями (57) и (58), гравитационное поле обладает не только свойством замедлять ход времени, но и новым свойством: *останавливать процесс замедления хода времени и тем самым останавливать и процесс сжатия вещества гравитационным полем. Открылось явление «самоограничения» гравитационного поля.* Именно оно привело к невозможности образования «черных дыр» (объектов, не имеющих материальных границ).

Это можно увидеть на основе общего анализа свойств нестатического сферически-симметричного решения:

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + 2g_{01}dtdr + g_{11}dr^2 + g_{22}d\theta^2 + g_{33}d\phi^2.$$

Для метрических коэффициентов $g_{\mu\nu}$ введем обозначения:

$$g_{00} = U(r,t), \quad g_{01} = -A(r,t), \quad g_{11} = -\left[V(r,t) - \frac{A^2(r,t)}{V(r,t)}\right],$$

$$g_{22} = -W(r,t), \quad g_{33} = -W(r,t)\sin^2\theta.$$

Отличные от нуля компоненты тензора $g^{\mu\nu}$

$$g^{00} = \frac{1}{U}\Big(1 - \frac{A^2}{UV}\Big), \quad g^{01} = -\frac{A}{UV}, \quad g^{11} = -\frac{1}{V},$$

$$g^{22} = -\frac{1}{W}, \quad g^{33} = -\frac{1}{W\sin^2\theta}.$$

Из условий Сильвестра (7), (8) следуют неравенства

$$U > 0, \quad V > 0, \quad A^2 < UV.$$

Для интервала пространства Минковского

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

находим

$$\gamma_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = \frac{1}{U}\Big(1 - \frac{A^2}{UV}\Big) + \frac{1}{V} + \frac{2r^2}{W}.$$

Используя это равенство, на основании уравнения (51) для скалярной кривизны R в вакууме получим равенство

$$R = 2m_g^2 - \frac{m_g^2}{2}\left[\frac{1}{U}\Big(1 - \frac{A^2}{UV}\Big) + \frac{1}{V} + \frac{2r^2}{W}\right]. \tag{59}$$

Функция U не равна нулю, так как в противном случае скалярная кривизна R обратилась бы в бесконечность и невозможно было бы сшить вакуумное решение с внутренним решением. Именно отсюда также следует, что процесс замедления времени гравитационным полем по сравнению с инерциальным временем, определяемый метрическим коэффициентом U, останавливается, т. е. всегда существует граница замедления времени, а следовательно, и граница гравитационного сжатия.

Внутри тела вместо формулы (59) мы будем иметь выражение

$$R + 8\pi T = 2m_g^2 - \frac{m_g^2}{2}\left[\frac{1}{U}\Big(1 - \frac{A^2}{UV}\Big) + \frac{1}{V} + \frac{2r^2}{W}\right]. \tag{60}$$

Здесь $T = \rho - 3p$; ρ — плотность вещества; p — давление. Следуя [6, 18], отнесем метрические коэффициенты к классу C^3, т. е. будем считать, что они обладают непрерывными производными первых трех порядков. Тогда согласно уравнению (57) следует, что внутри тела функции R, ρ и p имеют непрерывные производные первого порядка. Отсюда следует, что величины R, ρ и p внутри тела ограничены. Заметим, что для ограниченности величин достаточно только их непрерывности. Ограниченность левой части (60) следует также из-за ограниченности правой части. Таким образом, никакого безграничного сжатия вещества не происходит.

Для тела массы M, когда источники термоядерной энергии будут исчерпаны, под действием гравитационного поля начнется процесс сжатия вещества, который за конечное время приведет к статическому внешнему гравитационному полю. При этом положительно определенная функция $U(r,t)$

будет стремиться со временем к своему статическому пределу $U(r)$, соответствующему решению уравнений (57), (58), согласно которому [13] радиус тела удовлетворяет неравенству $(r > r_g/2)$, что и исключает возможность образования «черных дыр».

Для сферически-симметричного тела в статическом состоянии уравнение (52) имеет вид

$$\frac{dp}{dr} = -(\rho + p)\frac{1}{2U}\frac{dU}{dr}. \tag{61}$$

Это уравнение имеет место как в ОТО, так и в РТГ. Именно в этом уравнении благодаря концепции Эйнштейна, согласно которой гравитация есть риманово пространство, и возникает связь между давлением вещества p и метрическим коэффициентом $U(r)$, который в соответствии с (5) и (32) не может обращаться в нуль.

Для уравнения состояния вещества, соответствующего политропе

$$\rho = \alpha p^{\beta}, \quad \beta = \frac{n}{n+1},$$

из уравнения (61) следует решение

$$\sqrt{U}\left(\alpha + p^{1-\beta}\right)^{1/1-\beta} = \text{const}, \tag{62}$$

а для уравнения состояния

$$\rho = \alpha p$$

имеем решение

$$p^{1/1+\alpha}\sqrt{U} = \text{const}. \tag{63}$$

Так устанавливается связь давления с функцией $U(r)$.

Из решений (62) и (63) следует, что поскольку в РТГ функция $U(r)$, определяющая *«самоограничение»* гравитационного поля, не может обратиться в нуль, то *давление и плотность вещества внутри статического тела ограничены независимо от величины массы тела.* Это означает, что согласно РТГ в природе должны существовать не «черные дыры», а объекты больших масс, имеющие материальную поверхность и радиус, превышающий радиус Шварцшильда.

При сферически-симметричной аккреции вещества на «черную дыру» энерговыделение будет крайне малым, поскольку падающее вещество уносит энергию в «черную дыру». Аккреция на объект с материальной поверхностью будет сопровождаться значительным энерговыделением из-за падения вещества на поверхность тела. В этом состоит одно из физических отличий «черных дыр» от объектов больших масс с материальной поверхностью.

Примеры (62) и (63) также показывают, какое важное значение в гравитации занимает метрический коэффициент $U(r)$, поведение которого является определяющим для инвариантов: давления p и плотности ρ. Следует отметить, что не все уравнения состояния вещества будут совместимы с уравнениями гравитационного поля (57) и (58). Так, например, жесткое уравнение состояния $(p = \rho)$ несовместимо с уравнениями (57) и (58).

Тот же механизм «*самоограничения*» гравитационного поля приводит и к циклическому развитию однородной и изотропной Вселенной [13, 15, 16].

Из теории следует, что Вселенная «*плоская*» и в ней [14, 15, 19] существует большая скрытая масса «*темной*» материи:

$$\Omega^0_{\text{tot}} = \frac{\rho^0_{\text{tot}}}{\rho^0_c} = 1 + \frac{1}{6}\left(\frac{m_g c^2}{\hbar H}\right)^2, \quad \rho^0_c = \frac{3H^2}{8\pi G}. \tag{64}$$

Здесь ρ^0_{tot} — современная плотность материи; ρ^0_c — критическая плотность; H — современное значение постоянной Хаббла.

Минимальное значение плотности вещества во Вселенной равно

$$\rho_{\min} = \frac{(m_g c^2/\hbar)^2}{16\pi G}.$$

Из вышеизложенного следует, что Большого взрыва Вселенной не было, а было, согласно Гамову, ее состояние с большой плотностью и высокой температурой. Когда обычно пишут о Большом взрыве, то часто не осознают, что такой взрыв произошел не в точке, а *одновременно во всех точках пространства.* «Расширение» Вселенной обусловлено не движением вещества, а только изменением во времени гравитационного поля. Наблюдаемое ускоренное «расширение» Вселенной в РТГ можно объяснить, например, наличием *квинтэссенции*.

При этом устраняются известные трудности ОТО: сингулярности, причинности (горизонта), плоскостности (евклидовости).

В 1984 г. о «скрытой массе» в статье [19] было сказано:

> Данная теория дает предсказание исключительной силы — она приводит к строго определенному развитию Вселенной. Согласно ей Вселенная незамкнута, она в силу уравнений (4.29) (имеются в виду уравнения (58) данной статьи. — *Авт.*) является «плоской».

И далее:

> Поскольку данная теория основана на фундаментальных общих физических принципах и построена однозначно, ее предсказания о характере развития Вселенной столь общи, что с необходимостью требуют обязательного существования во Вселенной «скрытой массы» в какой-либо форме материи. Итак, во Вселенной существует «скрытая масса», чтобы полная плотность вещества была равна критическому значению ρ_0.

В результате дальнейших теоретических исследований была несколько увеличена величина «скрытой массы», — для нее была получена формула (64), в которой учтено влияние массы покоя гравитона. Именно учет массы покоя гравитона и обусловил циклическое развитие однородной и изотропной Вселенной.

В заключение авторы выражают благодарность В. В. Киселеву, Ю. М. Лоскутову, В. А. Петрову, Н. Е. Тюрину за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Einstein A., Grossmann M.* // Z. Math. Phys. 1913. Bd. 62. S. 225–261 (Пер.: *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. М., 1965. Т. I, ст. 21. С. 231; ст. 43. С. 575–576; 579).
2. *Зельманов А. Л., Агаков В. Г.* Элементы общей теории относительности. М., 1989. С. 130.
3. *Einstein A.* // Akad. Wiss. 1915. Bd. 48, Nr. 2. S. 844–847 (Пер.: *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. М., 1965. Т. I, ст. 37. С. 448).
4. *Feynman R. P., Moringo F. B., Wagner W. G.* Feynman's Lectures on Gravitation / Ed. B. Hatfield. Reading, Mass.: Addision-Weslay, 1995 (Пер.: *Фейнман Р. Ф., Мориниго Ф. Б., Вагнер У. Г.* Фейнмановские лекции по гравитации. М.: Янус-К, 2000. 296 с.).
5. *Schwarzschild K.* // Akad. Wiss. 1916. Bd. 48. S. 189–196 (Пер.: *Шварцшильд К.* О гравитационном поле точечной массы в эйнштейновской теории. М., 1979. С. 199–207).
6. *Synge J. L.* Relativity: the General Theory. Amsterdam: North-Holland Publ. Co.; N. Y.: Interscience Publ., 1960 (Пер.: *Синг Дж. Л.* Общая теория относительности. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 432 с.).
7. *Oppenheimer J. R., Snyder H.* On Continued Gravitational Contraction // Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 455; А. Эйнштейн и теория гравитации: Сб. ст. М., 1979. С. 353.
8. *Tolman R. C.* // Proc. of Nat. Acad. Sci. USA. 1934. V. 20. P. 3.
9. *Einstein A.* // Ann. Math. 1939. V. 40. P. 922–936 (Пер.: *Эйнштейн А.* Собр. науч. тр. М., 1966. Т. II, ст. 119. С. 530).
10. *Harrison B. K. et al.* Gravitation Theory and Gravitational Collapse. Chicago, 1965. P. 177.
11. *Kerr R. P.* // Phys. Rev. Lett. 1963. V. 11. P. 237.
12. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989. 304 с.
13. *Логунов А. А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2006. 253 с.
14. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Космологическая постоянная и пространство Минковского // ЭЧАЯ. 2007. Т. 38. С. 569–586.

15. *Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Самоограничение гравитационного поля и его роль во Вселенной // УФН. 2006. Т. 176, № 11. С. 1207–1225.

16. *Gershtein S. S., Logunov A. A., Mestvirishvili M. A.* // Phys. At. Nucl. 1998. V. 61, No. 8. P. 1420–1429.

17. *Misner C. W., Thorn K. S., Wheeler J. A.* Gravitation. V. 2. San Francisco: W. H. Freeman and Comp., 1973 (Пер.: *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация. Т. 2. М.: Мир, 1977. 525 с.).

18. *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961. 563 с.

19. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* // ТМФ. 1984. Т. 61, № 3. С. 327–345.