

РЕАКЦИИ РАЗВАЛА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО

С. Н. Ершов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Б. В. Данилин

Российский научный центр «Курчатовский институт», Москва

ВВЕДЕНИЕ	1623
СТРУКТУРА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО	1625
Особенности структуры ядер с гало.	1625
Трехчастичные модели структуры ядер с двухнейтронным гало.	1629
Структура ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^{11}\text{Li}$.	1633
МЕХАНИЗМ РЕАКЦИЙ РАЗВАЛА	1637
Описание реакций развала в методе искаженных волн.	1642
Развал ядер с двухнейтронным гало в ион-ионных столкновениях.	1646
Переходные плотности и взаимосвязь между степенями свободы нуклонов кора и гало.	1658
Развал ядер с двухнейтронным гало в электронном рассеянии.	1662
СПЕКТРОСКОПИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО	1667
Теоретический анализ.	1668
Азбука трехчастичных корреляций.	1669
Идентификация «истинных» трехчастичных резонансов.	1673
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ	1676
Реакции развала при рассеянии электронов.	1676
Развал ядер с двухнейтронным гало в столкновениях с нуклонами.	1683
Реакции развала в ядро-ядерных столкновениях.	1690
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1709
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1716

РЕАКЦИИ РАЗВАЛА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО

С. Н. Ершов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Б. В. Данилин

Российский научный центр «Курчатовский институт», Москва

Исследование реакций, вызванных столкновениями пучков нестабильных ядер с ядерными мишенями, привело к открытию в некоторых легких ядрах на границе нуклонной стабильности нового типа ядерной структуры — гало. Дается обзор различных реакций с участием ядер, имеющих структуру двухнейтронного гало, и рассматривается их использование для извлечения информации о структуре экзотических ядер. Подробно описываются кинематически полные реакции развала, позволяющие получить наиболее достоверную информацию о структуре основного состояния и непрерывного спектра ядер. Формулируется микроскопическая четырехчастичная модель реакций развала ядер с двухнейтронным гало с учетом характерных особенностей их структуры. Модель основана на методе искаженных волн и пригодна для анализа низколежащих возбуждений непрерывного спектра вблизи порога развала — области, наиболее чувствительной к проявлению специфических особенностей структуры гало. Описанный подход позволяет рассчитывать все наблюдаемые кинематически полных экспериментов в ядро-ядерных столкновениях при средних и промежуточных энергиях, в которых доминируют одноступенчатые процессы, и создает основу спектроскопии непрерывного спектра через последовательный анализ разнообразных корреляционных сечений, доступных в кинематически полных экспериментах.

Halos represent a new type of nuclear structure that has been found in some light nuclei at the limits of nuclear existence. Review of different reactions with two-neutron halo nuclei is given and their use for extracting information about the structure of exotic nuclei is presented. A microscopic four-body approach to breakup reactions of two-neutron halo nuclei which takes into account their characteristic features is described. The model is based on the distorted wave method and can be used to analyse the low-energy continuum excitations near the breakup threshold — the region which is the most sensitive to specific properties of the halo structure. The approach allows one to calculate all observables of the kinematically complete experiments in the nucleus–nucleus collisions at intermediate energies, when one-step processes dominate, and establishes a base for the continuum spectroscopy via the consistent analysis of different correlations.

PACS: 21.45.+v, 21.60.Gx, 24.10.-i, 27.20.+n

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наибольший интерес в ядерной физике связан с исследованиями поведения атомных ядер в экстремальных условиях, которые могут быть созданы в современных лабораториях. Параметры, характеризующие ядерные состояния и принимающие экстремальные значения, могут

быть различными: энергия, деформация, угловые моменты и т. д. Особый интерес связан с изучением радиоактивных ядер. Это нейтроно- или протоно-избыточные ядра, нестабильные по отношению к β -распаду. Исследования с пучками радиоактивных ядер открыли новые перспективы в изучении структуры атомного ядра и нашли широкие приложения в других областях физики, включая ядерную астрофизику. Фундаментальные вопросы физики ядра, например, определение границы нуклонной стабильности ядер, синтез сверхтяжелых элементов, эволюция оболочечной структуры на пути к пределам существования атомных ядер (исчезновение и появление магических чисел), изучаются в реакциях с пучками нестабильных ядер. Не случайно физика радиоактивных пучков вышла на передний план исследований во многих мировых научных ядерных центрах. Прогресс в исследовании радиоактивных ядер определяется возможностью получать пучки с интенсивностью, достаточной для их использования в ядерных реакциях. Новые установки для изучения экзотических ядер с параметрами, значительно превосходящими ныне существующие, планируются и строятся в Японии, Германии, Канаде, США. В будущем можно ожидать появления новых важных результатов, касающихся фундаментальных вопросов структуры атомных ядер и механизмов ядерных реакций. Но уже сейчас исследования с радиоактивными ядрами привели к фундаментальному результату: в некоторых слабосвязанных легких ядрах, находящихся на границе нуклонной стабильности, открыт новый тип ядерной структуры — гало.

Структура ядер с гало, находящихся на границе стабильности атомных ядер, является одним из наиболее интересных вопросов физики радиоактивных пучков. Наиболее известные ядра, имеющие структуру двухнейтронного гало, это ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$, ${}^{17}\text{B}$ и некоторые изотопы углерода и кислорода. В боромиевских ядрах* с гало (они возникают в конце цепочки всех легких ядер) наиболее интригующей является природа возбуждений трехчастичного непрерывного спектра. Концентрация силы переходов, экспериментально наблюдаемая при низких энергиях возбуждения, может содержать трехчастичные резонансы или новые виды коллективного движения, такие как мягкая дипольная мода, соответствующая осцилляциям кора относительно нейтронов гало. В принципе, внутренние свойства непрерывного спектра боромиевских ядер могут быть исследованы в процессах $3 \rightarrow 3$ -рассеяния. Однако выполнить соответствующие эксперименты в лабораторных условиях практически невозможно. Поэтому используются бинарные столкновения, и континуум исследуется через отклики, вызванные переходами из основного состояния в спектр непрерывных возбуждений. Наиболее эффективный путь изучения

*Название «боромиевские ядра» предложено в работе [47] и обозначает связанную трехчастичную систему, в которой ни одна бинарная подсистема не является связанной.

непрерывного спектра — это анализ ядерных реакций при условии доминирования одноступенчатых процессов. Но даже такая задача является довольно сложной и трудоемкой из-за тесной связи между структурой основного состояния и возбуждениями в непрерывном спектре, определяемой реакционным механизмом.

В данном обзоре сделана попытка представить результаты исследования структуры ядер с двухнейтронным гало, полученные при изучении различных реакций развала, ведущих к возбуждениям вблизи порога. Это требует ясного понимания как структуры основного состояния и непрерывного спектра ядер, так и механизмов реакции. В разд. 1 представлено описание структуры ядер с двухнейтронным гало в рамках трехчастичных моделей. Разд. 2 посвящен механизмам реакций развала и содержит описание микроскопической четырехчастичной модели реакций развала в рамках метода искаженных волн. В разд. 3 представлены основные понятия, на которых основана спектроскопия непрерывного спектра ядер с гало. В разд. 4 приведены результаты расчетов различных реакций развала ядер с гало, инициированных столкновениями с электронами, нуклонами и сложными ядрами. Приложения содержат некоторые технические детали подхода, необходимые для понимания теоретического формализма.

1. СТРУКТУРА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО

1.1. Особенности структуры ядер с гало. Исторически вслед за открытием аномально больших сечений взаимодействия при столкновениях ряда радиоактивных ядер p -оболочки с легкими мишенями [1, 2] последовала интерпретация структуры ядра ^{11}Li как «динейтрона» в s -состоянии, слабо связанном с кором ^9Li [3] (под кором понимается кластер, состоящий из нуклонов). Такая структура была названа нейтронным гало, чтобы подчеркнуть необычайно большие размеры ядерной системы. И хотя структура ^{11}Li оказалась более сложной [4], чем предполагалось в двухкластерной модели «динейтрон + кор», она устоялась и широко используется в настоящее время для обозначения нового типа ядерной структуры.

В чем же состоят особенности структуры гало по сравнению со структурой обычных ядер и какие экспериментальные факты указывают на его появление? Ядра, обладающие гало, являются слабосвязанными системами с энергией связи менее 1 МэВ. Сечения взаимодействия при столкновении с легкими ядрами значительно больше, чем для соседних ядер, что свидетельствует об аномально больших размерах ядра. Например, современные оценки [5] среднеквадратичного материального радиуса ^{11}Li в рамках подхода Глаубера с учетом кластерной структуры ядра дают величины $\sim 3,5$ фм, что примерно на 1 фм больше радиуса ^9Li , и соответствуют размерам типичного ядра с числом нуклонов в четыре раза больше (размеры ^{48}Ca). Такие размеры

необычны для сильновзаимодействующих систем, связанных короткодействующими силами. Распределения фрагментов по импульсам в реакциях развала ядер на кор и нейтроны в несколько раз уже, чем в обычных ядрах. В то же время при развале на другие фрагменты узких импульсных распределений не наблюдается. Сечение взаимодействия высокоэнергетических ядер гало с легкими мишенями приблизительно равно [2,6] сечению взаимодействия кора плюс сечение для удаления нейтронов, что является сильным подтверждением хорошо развитой кластеризации на кор и один или два нейтрона. Сечение электромагнитной диссоциации ядер с гало на единицу заряда примерно на два порядка больше, чем для стабильных ядер [7]. Это свидетельствует о большой разнице между центрами распределений заряда и массы в системе покоя ядра, а также о концентрации силы дипольных переходов при небольших энергиях возбуждения около порога развала. Основные состояния ядер с гало и кора имеют похожие магнитные дипольные и квадрупольные моменты [8, 9]. Таким образом, особенности гало не могут быть объяснены большими деформациями и кор не сильно модифицируется нейтронами гало. Все известные ядра с двухнейтронным гало — это боромиевские трехчастичные системы [4], так как ни одна из парных подсистем (два нейтрона или кор и нейтрон) не является связанной, и только все три конstituента вместе образуют связанное состояние. Следовательно, трехчастичная динамика является наиболее важной для ядер с двухнейтронным гало, так как только благодаря ей возможно существование ядра как единой системы.

Указанные особенности наблюдаются для ряда ядер, расположенных на границе нуклонной стабильности: ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$, ${}^{17}\text{B}$ и т. д. Все эти ядра имеют структуру кор + двухнейтронное гало. Существуют ядра (${}^{11}\text{Be}$ и ${}^{19}\text{C}$) с однеитронным гало, которые распадаются на два фрагмента: кор и нейтрон. Они также имеют малые энергии связи, аномально большие размеры, узкие импульсные распределения фрагментов после развала, большие сечения взаимодействия и электромагнитной диссоциации. Структуру ядра ${}^8\text{He}$ (возможно, и ${}^{19}\text{B}$) можно классифицировать как четырехнейтронное гало, так как существуют экспериментальные свидетельства в пользу представления ее как пятичастичной системы, состоящей из α -частичного кора и четырех нейтронов. В протоноизбыточной области отметим два ядра, ${}^8\text{B}$ и ${}^{17}\text{Ne}$, которые имеют признаки структуры гало с одним или двумя протонами соответственно. Все эти примеры соответствуют легким ядрам на границе нуклонной стабильности. Будущие исследования более тяжелых ядер вблизи предела их существования, возможно, дополнят приведенные примеры.

Структура гало может появиться только для состояний, лежащих близко к границе непрерывного спектра. Низкая энергия отделения нейтрона или нейтронной пары в сочетании с короткодействующим характером ядерных сил позволяет им туннелировать за пределы кора и радиуса сильного взаимодействия в классически запрещенные области пространства. Это значит,

что один или два нейтрона располагаются на больших расстояниях от кора и приближенно не зависят от его внутренних степеней свободы. Вокруг кора образуется облако разреженной нейтронной материи. Дальнедействующие отталкивающие взаимодействия, подобные кулоновскому потенциалу или центробежным барьерам, препятствуют образованию гало, локализуя волновую функцию относительного движения на небольших расстояниях. В двухчастичных системах гало может появиться только для s - и p -состояний относительного движения между фрагментами [10]. В трехчастичных системах для его появления необходимо также доминирование относительного движения с малыми орбитальными моментами.

Таким образом, структура ядер с гало сильно отличается от структуры стабильных ядер. Структура стабильных ядер может быть описана качественным образом как движение нуклонов ядра в некотором среднем самосогласованном поле, созданном взаимодействием между всеми нуклонами. Качественное описание свойств атомных ядер достигается учетом возмущений, вызванных остаточными взаимодействиями между нуклонами. Качественная картина структуры ядер с гало иная. Она характеризуется *сосуществованием* двух ядерных подсистем: нуклонов кора, образующих сильносвязанное ядро, и нуклонов гало, движущихся относительно центра масс кора и образующих облако разреженной ядерной материи вокруг кора. В слабосвязанных системах потенциальная энергия среднего поля практически полностью компенсируется кинетической энергией движения нуклонов.

Для описания структуры атомных ядер можно использовать различные теоретические подходы. В легких ядрах наиболее амбициозными являются микроскопические *ab initio* модели, например, метод монте-карловских функций Грина (Monte Carlo Green's Function) [11] или оболочечная модель без кора (No-Core Shell Model) [12], которые используют реалистические нуклон-нуклонные взаимодействия и эмпирические трехчастичные силы для решения задачи A частиц и вычисления полностью антисимметричной волновой функции ядра. В рамках этих моделей достигнуты большие успехи в описании энергий связи и волновых функций связанных состояний многих легких ядер. Тем не менее эти методы неприменимы для вычислений волновых функций непрерывного спектра, которые необходимы для расчетов различных ядерных реакций. Использование данных методов для расчета свойств ядер с гало также встречается с определенными трудностями [13]. К тому же волновые функции в этих моделях слишком сложны для практического использования. Например, при расчетах структуры ^{11}Be [14] в рамках модели оболочек без кора размерность базиса в модельном пространстве $9\hbar\Omega$ больше одного миллиарда, при этом данные вычисления не воспроизводят инверсию уровней в ^{11}Be .

Микроскопические теории [15–17], использующие приближение среднего поля, достигли высокого уровня надежности в описании статических и

динамических свойств атомных ядер. Статические свойства включают основные состояния (энергии связи, радиусы, энергии отделения одной или двух частиц, оболочечные эффекты, ...) и хорошо описываются в рамках приближения Хартри–Фока или Хартри–Фока–Боголюбова, включающего спаривание. Динамические свойства затрагивают возбужденные состояния (одночастичные или коллективные возбуждения, гигантские резонансы, ...), для которых необходимо выйти за рамки приближения среднего поля для правильного описания экспериментальных данных. Эти методы, например, приближение хаотических фаз или метод генераторной координаты, осуществляют особые смешивания конфигураций, и, чтобы быть последовательными, они должны основываться на базисе волновых функций, полученных в рамках среднего поля. В моделях изначально задаются эффективные взаимодействия (или эффективные лагранжианы [18]), которые строятся феноменологическим или самосогласованным образом, что открывает путь для обхода многих теоретических проблем, появляющихся в *ab initio* вычислениях, стартующих с реалистических свободных нуклон-нуклонных взаимодействий. Параметры эффективных взаимодействий подгоняются, как правило, по свойствам стабильных ядер. Поэтому не удивительно, что приближенные методы теории многих частиц, развитые для стабильных ядер, оказались неэффективными вблизи границы нуклонной стабильности. В этой области требуется серьезная модификация как эффективных взаимодействий, так и многих приближений, используемых, например, для учета непрерывного спектра и спаривания [19–21].

В то же время развитая кластерная структура многих легких ядер позволяет дать приближенное описание многонуклонной системы как взаимодействующей системы малого числа тел (кластеров). Динамика движения кластеров определяется реалистическими взаимодействиями между ними, и для ее описания используются различные методы. Так, для расчетов структуры ядер в рамках трехчастичной динамики использовался метод интегральных уравнений [22], вариационные методы [23, 24], оболочечный подход с кластерными орбиталями [25], решения уравнения Фаддеева в координатном пространстве [26, 27], метод гиперсферических гармоник [4] и т. д. Модели структуры, основанные на теории малого числа тел, способны дать наиболее простую и прозрачную интерпретацию специфических свойств ядер с гало [4, 28, 29]. Абстрагируясь от сложнейшей и до сих пор открытой проблемы кластеризации в ядрах, они концентрируются на динамике взаимодействия между малым числом конститuentов: кластера и нуклонов гало. Опираясь на эффективные нуклон-кластерные и реалистические нуклон-нуклонные взаимодействия, дополненные рецептами учета принципа Паули, кластерные модели позволяют описать основные свойства как основного состояния, так и непрерывного спектра низколежащих возбуждений ядер с гало. Заметим, что возможность при определенных условиях образования в трехчастичных системах состояний с необычными свойствами обсуждается уже в течение долгого времени.

Например, Ефимов [30] показал, что в трехчастичных системах, когда несвязанные бинарные подсистемы близки к появлению состояний у порога развала, возможно появление большого числа связанных состояний, некоторых с аномально большими пространственными размерами. Причиной является специфическое поведение эффективных дальнедействующих потенциалов, убывающих асимптотически $\sim 1/(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)$. Мигдал [31] обсуждал возможность существования связанного динейтрона вблизи поверхности ядра.

Описание структуры гало в рамках кластерных трехчастичных подходов является составной частью моделей реакций развала, обсуждаемых в данном обзоре, и поэтому подробно представлено ниже.

1.2. Трехчастичные модели структуры ядер с двухнейтронным гало.

Ядра с двухнейтронным гало имеют только одно слабосвязанное состояние (основное), в котором нейтроны гало движутся с малыми угловыми орбитальными моментами относительно остальных нуклонов, образующих компактный кор. Благодаря малой энергии связи нейтронов гало волновая функция, описывающая их относительное движение, распространяется далеко за пределы потенциалов взаимодействия с кором. В дополнение к специфической структуре основного состояния ядра с гало имеют особенности в спектре низколежащих возбуждений, проявляющиеся в концентрации силы переходов вблизи порога развала.

При использовании трехчастичных моделей для описания структуры ядра, состоящего из A нуклонов, ядерная система разбивается на три подсистемы. В ядрах с гало подсистемы состоят из кора C , образованного $A_C = (A-2)$ нуклонами, и двух нейтронов гало. Волновая функция ядра $\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$ записывается в факторизованном виде

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) = \phi_C(\xi_1, \dots, \xi_{A_C})\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (1)$$

где $\phi_C(\xi_1, \dots, \xi_{A_C})$ является волновой функцией кора в основном состоянии, зависящей от координат нуклонов кора в с.ц.м. кора, $\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ описывает относительное движение двух нейтронов гало и центра масс кора. В выражении (1) координата ξ_j обозначает положение нуклонов кора относительно центра масс кора, \mathbf{x} соответствует расстоянию между нейтронами гало, а \mathbf{y} является расстоянием между центром масс кора и центром масс двух нейтронов гало (см. рис. 1). Главным приближением

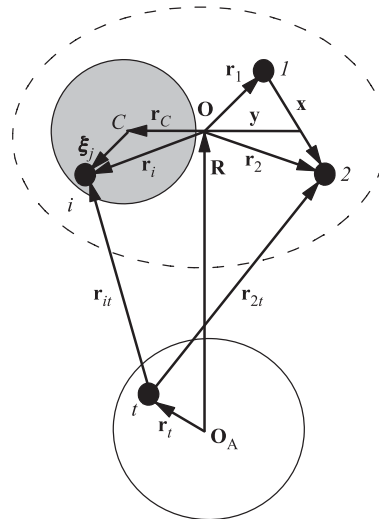


Рис. 1. Система пространственных координат для ядро-ядерных столкновений

при таком представлении ядерной волновой функции является пренебрежение внутренними степенями свободы кора. Частично их влияние может быть принято во внимание при выборе соответствующих эффективных взаимодействий между нейтронами гало и кором. В случае более точного описания структуры ядра возбуждения кора могут быть учтены и в явном виде, представляющем волновую функцию ядра в виде разложения по возбужденным состояниям кора. Дополнительно при вычислении волновых функций не будем учитывать зависимость от спина кора. Для ядра ${}^6\text{He}$, где кор является α -частицей и имеет нулевой спин, это предположение является точным. Для ${}^{11}\text{Li}$ кором является ядро ${}^9\text{Li}$ со спином $3/2$. Так как спин-спиновое (слабое в большинстве случаев) взаимодействие между нейтронами и ${}^9\text{Li}$ в настоящее время неизвестно, такое приближение кажется оправданным, особенно при расчетах наблюдаемых величин, усредненных по спину.

Волновая функция трехчастичной системы $\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ является решением уравнения Шредингера

$$(T + V - E)\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0, \quad V = V_{12}(\mathbf{x}_{12}) + V_{2C}(\mathbf{x}_{2C}) + V_{1C}(\mathbf{x}_{1C}), \quad (2)$$

где $V_{ij}(\mathbf{x}_{ij})$ обозначает взаимодействие между i -й и j -й частицами трехчастичной системы. Решение уравнения (2) при отрицательных энергиях ($E < 0$) определяет связанные состояния системы и полностью характеризуется полным угловым моментом J и его проекцией M на ось квантования. С использованием схемы LS -связи связанные состояния $\Phi_{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ могут быть разложены по гиперсферическим функциям (определение гиперсферических координат и функций приведено в приложении А) следующим образом:

$$\Phi_{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{\rho^{5/2}} \sum_{\gamma} \chi_{\gamma}^J(\rho) \left[\mathcal{Y}_{KL}^{l_x l_y}(\Omega_5^{\rho}) \otimes [\chi_{1/2}(\sigma_1) \otimes \chi_{1/2}(\sigma_2)]_S \right]_{JM}, \quad (3)$$

$$\int d\mathbf{x} \int d\mathbf{y} \Phi_{J'M'}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Phi_{JM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \delta_{JJ'} \delta_{MM'},$$

где γ обозначает группу квантовых чисел $\gamma = (K, L, S, l_x, l_y)$, а $\chi_{1/2 m_i}(\sigma_i)$ — спиновую функцию i -го нейтрона. При положительных энергиях, $E > 0$, решения уравнения Шредингера описывают $3 \rightarrow 3$ -рассеяние фрагментов и могут быть полностью охарактеризованы заданием импульсов их относительного движения $(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ и проекций спинов m_i на ось квантования. Соответственно, разложение функций непрерывного спектра $\Phi_{m_1 m_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y; \mathbf{x}, \mathbf{y})$ по гиперсферическим функциям имеет следующий вид:

$$\Phi_{m_1 m_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{J, \gamma, M, M_L, M_S} i^K \left(\frac{1}{2} m_1 \frac{1}{2} m_2 | S M_S \right) \times$$

$$\times (L M_L S M_S | J M) \mathcal{Y}_{K L M_L}^{l_x l_y *}(\Omega_5^{\kappa}) \Phi_{\gamma J M}(\kappa, \mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\gamma JM}(\kappa, \mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \\ &= \frac{1}{(\kappa\rho)^{5/2}} \sum_{\gamma'} \chi_{\gamma\gamma'}^J(\kappa, \rho) \left[\mathcal{Y}_{K'L'}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho) \otimes [\chi_{1/2}(\sigma_1) \otimes \chi_{1/2}(\sigma_2)]_{S'} \right]_{JM}. \end{aligned} \quad (5)$$

Знак (\pm) у волновой функции соответствует заданию граничных условий в виде расходящихся или сходящихся волн. Волновые функции непрерывного спектра нормированы следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{m'_1 m'_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}'_x, \mathbf{k}'_y) | \Phi_{m_1 m_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \rangle &= \\ &= \delta_{m'_1 m_1} \delta_{m'_2 m_2} \delta(\mathbf{k}'_x - \mathbf{k}_x) \delta(\mathbf{k}'_y - \mathbf{k}_y). \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя разложение (4) в уравнение Шредингера (2) и проектируя на гиперугловую часть волновой функции, получаем систему связанных уравнений для определения гиперрадиальной части волновой функции $\chi_{\gamma\gamma'}^J(\kappa, \rho)$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\hbar^2}{2\mathcal{M}} \left[\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)}{\rho^2} \right] + V_{\gamma'\gamma'}^J(\rho) - E \right) \chi_{\gamma\gamma'}^J(\rho) &= \\ &= - \sum_{\gamma'' \neq \gamma'} V_{\gamma'\gamma''}^J(\rho) \chi_{\gamma\gamma''}^J(\rho), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\mathcal{L} = K + 3/2$ и матричные элементы оператора взаимодействия определены следующим образом:

$$\begin{aligned} V_{\gamma'\gamma}^J(\rho) &= \left\langle \left[\mathcal{Y}_{K'L'}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho) \otimes [\chi_{1/2} \otimes \chi_{1/2}]_{S'} \right]_{JM} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left| \sum_{i \neq j=1,2,C} V_{ij}(\mathbf{x}_{ij}) \left[\mathcal{Y}_{KL}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho) \otimes [\chi_{1/2} \otimes \chi_{1/2}]_S \right]_{JM} \right\rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогичная система связанных уравнений получается и для гиперрадиальных частей $\chi_{\gamma}^J(\rho)$ волновой функции связанных состояний. Система уравнений (7) похожа на систему уравнений для движения частицы с массой \mathcal{M} в деформированном среднем поле, за исключением величины центробежного барьера. В гиперсферической системе связанных уравнений стандартный двухчастичный центробежный барьер заменен на эффективный центробежный отталкивающий потенциал $(K + 3/2)(K + 5/2)/\rho^2$. В отличие от двухчастичного случая этот барьер не исчезает даже тогда, когда угловые моменты l_x и l_y обеих подсистем равны нулю и $K = 0$. Он содержит не только одночастичные барьеры, связанные с каждой частицей, но и дополнительное отталкивание, отражающее трудности обнаружения трех близко расположенных частиц. Эффективным методом расчета матричных элементов (8) является их вычисление в собственной системе координат с последующим вращением с помощью коэффициентов Рейнала–Реваи к исходной системе. В случае короткодействующих двухчастичных потенциалов $V_{ij}(\mathbf{x}_k)$ трехчастичное среднее поле

$V_{\gamma\gamma'}^J(\rho)$ ведет себя для больших значений ρ как $V_{\gamma\gamma'}^J(\rho \rightarrow \infty) \sim \rho^{-n}$ с $n \geq 3$ ($n \geq l_x + l'_x + 3$, так что $n = 3$ для большинства диагональных потенциалов) [32]. Такое степенное убывание потенциалов, полученное для парных потенциалов конечного радиуса, отражает возможность для двух частиц взаимодействовать, когда они находятся далеко от третьей частицы.

Асимптотический вид собственных волновых функций для системы трех незаряженных частиц в координатном пространстве был получен в работах [33, 34], а более детальные асимптотические выражения найдены в работе [35]. Как следует из уравнений (7) (если недиагональные связи исчезают в начале координат), гиперрадиальные волновые функции связанных состояний $\chi_{\gamma}^J(\rho)$ для нейтральных частиц в боромиевских ядрах имеют граничные условия

$$\chi_{\gamma}^J(\rho \rightarrow 0) \sim \rho^{K+5/2}, \quad \chi_{\gamma}^J(\rho \rightarrow \infty) \sim \exp(-\kappa\rho). \quad (9)$$

Для волновых функций непрерывного спектра $\chi_{\gamma\gamma'}^J(\rho)$ граничные условия в начале координат совпадают с условиями для связанных состояний, в то время как при $\rho \rightarrow \infty$ имеем

$$\chi_{\gamma\gamma'}^J(\rho \rightarrow \infty) \sim \rho^{1/2} [H_{K+2}^{(-)}(\kappa\rho)\delta_{\gamma,\gamma'} - S_{\gamma,\gamma'}^J H_{K+2}^{(+)}(\kappa\rho)], \quad (10)$$

где функции $H_n^{(\mp)}$ есть функции Хенкеля с целым индексом ($n = K + 2$), имеющие асимптотическое поведение $\sim \rho^{-1/2} \exp(\mp\kappa\rho)$ и описывающие сходящиеся и расходящиеся трехчастичные сферические волны. $S_{\gamma,\gamma'}^J$ обозначает S -матрицу для $3 \rightarrow 3$ -рассеяния, когда 6-мерная плоская волна (81) есть падающая волна в канале γ .

Ядерные волновые функции должны быть не только решениями уравнения Шредингера, но также должны удовлетворять принципу Паули. Для ядерных трехчастичных моделей ($C + n + n$), которые мы рассматриваем, это обозначает, что волновые функции должны быть антисимметричны при перестановке нейтронов и должны быть учтены ограничения, связанные с присутствием нуклонов в коре. Первое требование об антисимметризации при перестановке нейтронов легко принять во внимание, рассчитывая волновые функции в \mathbf{T} -базисе, в котором вектор \mathbf{x} является расстоянием между двумя нейтронами, и удаляя компоненты волновой функции, которые не удовлетворяют условию принципа Паули: $(-1)^{l_x+S+t} = -1$, где l_x есть относительный угловой момент между двумя нейтронами, $S = (0, 1)$ и $t = 1$ являются полным спином и полным изоспином двухнейтронной системы. Это объясняет, почему \mathbf{T} -базис является предпочтительной системой координат Якоби для решения трехчастичных уравнений. Второе требование антисимметризации приближенно сводится к запрещению (блокировке) доступа нейтронам гало к состояниям, занятым в коре. Были развиты различные приближенные методы для решения этой проблемы. Они содержат, например, методы исключения запрещенных состояний, использование суперсим-

метричных преобразований потенциалов и т. д. Подробное обсуждение соответствующих методов и необходимые ссылки на литературу содержатся в работе [36].

1.2.1. Специфика трехчастичного континуума. В отсутствие взаимодействия (8) трехчастичная функция рассеяния сводится к 6-мерной плоской волне (81). В общем случае при учете взаимодействия пространственная структура функции $3 \rightarrow 3$ -рассеяния отличается от плоской волны (81). Отметим два возможных качественных отличия пространственной структуры во внутренней области, которая определяет интегралы перекрытия с волновой функцией основного состояния и является наиболее важной для определения сечений различных ядерных реакций.

i) Истинно трехчастичные резонансы характеризуются сильным увеличением внутренней части волновой функции непрерывного спектра в области сильного взаимодействия частиц. Эти резонансы в основном обязаны своим происхождением «карманам» в некоторых диагональных матричных элементах, которые являются усредненной по всем углам суммой всех взаимодействий (8) с добавлением трехчастичного центробежного барьера $\mathcal{L}(\mathcal{L} + 1)/\rho^2$. Из-за сильного пространственного перекрытия с волновой функцией связанного состояния такие неупругие переходы могут быть доминирующими.

ii) Другой тип специфических состояний в трехчастичном континууме — это долгоживущие состояния, появляющиеся благодаря дальнедействующим (радиусы порядка суммы длин рассеяния в парных подсистемах) эффективным взаимодействиям в трехчастичных системах. Для таких состояний прослеживается аналогия с эффектом Ефимова для связанных состояний [30], где число дискретных состояний и их пространственная протяженность в трехчастичной системе, не имеющей связанных парных подсистем, зависит от соотношения длины рассеяния и радиуса действия парных сил. Мы будем классифицировать такие состояния как состояния, подобные описанным Ефимовым. В общем, дальнедействие отражает возможность одной из частиц «чувствовать» взаимодействие двух остальных на расстояниях порядка длины рассеяния. Например, в случае боромиевских ядер длина нейтрон-нейтронного рассеяния ~ 16 фм и эти расстояния определяют динамику процесса, которая эквивалентна в модели оболочек «спариванию» в континууме и ответственна за сжатие спектра около порога. Большая пространственная протяженность области взаимодействия и, соответственно, «внутренней» части волновой функции приводят к слабому перекрытию с компактной функцией связанного состояния, что может значительно уменьшить вероятность переходов.

Ниже соответствующие пространственные корреляции будут продемонстрированы на примере некоторых возбуждений в ядре ${}^6\text{He}$.

1.3. Структура ядер ${}^6\text{He}$ и ${}^{11}\text{Li}$. *1.3.1. Описание структуры ${}^6\text{He}$.* Экспериментальный спектр легчайшего боромиевского ядра ${}^6\text{He}$ состоит из основ-

ного состояния 0^+ с энергией связи 0,97 МэВ (порог трехчастичного развала на α -частицу и два нейтрона), хорошо известного 2_1^+ -резонанса с энергией возбуждения 1,8 МэВ, за которым до недавнего времени простиралась пустыня трехчастичного $\alpha + n + n$ непрерывного спектра вплоть до порога двухчастичного развала на ${}^3\text{H} + {}^3\text{H}$ при энергии возбуждения около 12 МэВ [37]. Экспериментальные исследования последних десяти лет показали более сложную структуру низколежащих возбуждений непрерывного спектра в ${}^6\text{He}$ [38]. Так, реакции перезарядки с тяжелыми ионами ${}^6\text{Li}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Be}){}^6\text{He}$ [39,40] показали наличие широкого бампа при энергии возбуждения ~ 6 МэВ, но были сделаны различные предположения о его мультиполярности. Кинематически полные измерения развала ${}^6\text{He}$ на тяжелых ядрах при промежуточных энергиях столкновения [41] подтвердили концентрацию силы дипольных переходов вблизи порога развала.

Теоретические расчеты структуры ${}^6\text{He}$ в методе гиперсферических гармоник [42–45] предсказывают богатую структуру непрерывного спектра ${}^6\text{He}$ при небольших энергиях возбуждения. В дополнение к 2_1^+ -резонансу при $E^* = 1,8$ МэВ предсказываются второй 2_2^+ - и 1^+ -резонансы. Расчеты показывают концентрацию силы дипольных переходов («мягкая» дипольная мода) в районе энергии возбуждения 3 МэВ, но соответствующие возбуждения не могут быть квалифицированы как трехчастичные резонансы по ряду существенных признаков (см. детальный анализ в [43]). Отметим, что метод гипергармоник, применяемый для расчетов структуры ядра, особенно удобен для использования в боромиевских системах из-за их простого асимптотического поведения. Физические характеристики связанного состояния и низколежащих состояний непрерывного спектра обычно хорошо описываются уже с помощью только нескольких компонент волновой функции, соответствующих наименьшим угловым орбитальным моментам и энергетическим конфигурациям трехчастичной системы. Только для специфических трехчастичных возбуждений, подобных мягким дипольным возбуждениям, для достижения сходимости необходимо учитывать значительно большее число гипергармоник.

В предыдущем разделе дана физическая классификация различных состояний в трехчастичном непрерывном спектре. Проиллюстрируем ее на характерных состояниях в ${}^6\text{He}$. Наиболее удобными являются пространственные двумерные корреляционные плотности $P^J(\kappa, x, y)$ [46] для фиксированного полного момента J , которые отображают важнейшие черты трехчастичной волновой функции (4) и зависят только от модулей относительных координат (72):

$$\begin{aligned} \sum_J P^J(\kappa, x, y) &= \sum_{m_1, m_2} \int d\Omega_5^\kappa d\hat{\mathbf{x}} d\hat{\mathbf{y}} |\Phi_{m_1 m_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y; \mathbf{x}, \mathbf{y})|^2 = \\ &= \sum_{J, M, \gamma} \int d\hat{\mathbf{x}} d\hat{\mathbf{y}} |\Phi_{\gamma JM}(\kappa, \mathbf{x}, \mathbf{y})|^2. \quad (11) \end{aligned}$$

Как было сказано выше, истинно трехчастичные резонансы характеризуются сильным увеличением внутренней части волновой функции непрерывного спектра в области сильного взаимодействия частиц. На рис. 2 представлена корреляционная плотность известного 2_1^+ -резонанса при $E = 1,8$ МэВ в **T**-базисе (координаты x и y обозначены на рисунке как r_{nn} и r_{c-nn} соответственно). Обратим внимание, что в пике при $r_{nn} \simeq 5$ фм, $r_{c-nn} \simeq 3$ фм плотность на три порядка больше, чем в асимптотике, где она переходит в гиперсферическую волну (10). Данная структура аналогична квазистационарному состоянию в двухчастичном случае. Для сравнения, соответствующая компонента плоской волны (81) (которая часто используется в модели без взаимодействия в конечном состоянии) имеет на рис. 2 пик при $r_{nn} \simeq r_{c-nn} \simeq 25$ фм и волнообразную структуру с почти нулевыми минимумами, несмотря на то, что компонента состоит из (вообще-то бесконечной) суммы функций Бесселя (81) с разными индексами. В более широких 2_2^+ - и 1_1^+ -резонансах усиление во внутренней области не столь велико, всего лишь в несколько раз.

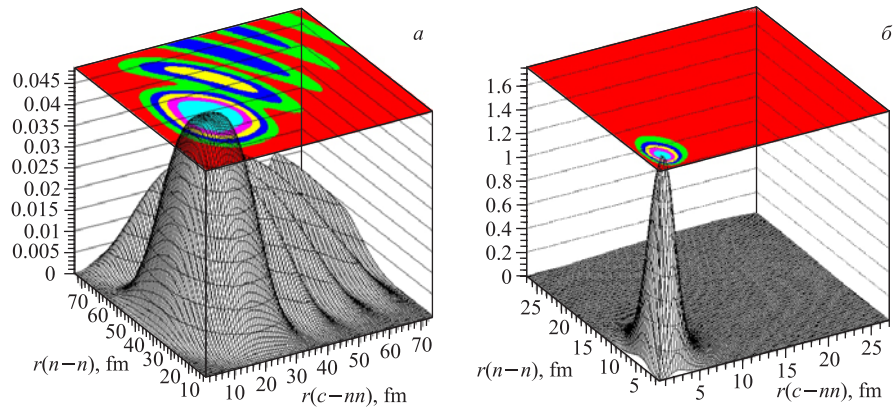


Рис. 2. Пространственные корреляции для 2^+ -парциальной компоненты плоской волны (а) и 2_1^+ -резонанса в **T**-базисе (б)

Монопольная и дипольная моды возбуждений, несмотря на присутствие пиков в функции возбуждения, являются состояниями, подобными описанным Ефимовым. На рис. 3 представлена корреляционная плотность 0^+ -континуума при $E = 2,8$ МэВ (максимум в монопольном отклике). На рисунке отчетливо видны структуры, отличные от плоских волн в области до 35 фм, и лишь далее плотности выходят на асимптотику плоских волн. Чтобы оценить порядки корреляций, обратим внимание на рудименты основного состояния в области до 5 фм, где в **T**-базисе видны конфигурации «динейтрон» и «сигара» [4].

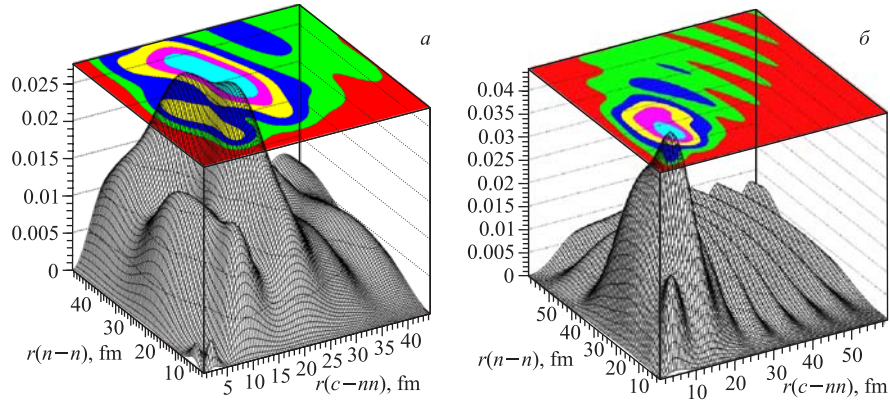


Рис. 3. Пространственные корреляции в пике силовых функций для 0^+ мягкой монополюсной моды (а) и 1^- мягкой дипольной моды в Т-базисе (б)

Корреляционная плотность в пике мягкой дипольной моды (рис. 3) имеет аналогичную структуру с радиусом корреляций порядка 25 фм. Следовательно, в матричном элементе перехода из основного состояния будет участвовать лишь очень малая доля корреляций, что даст искаженную информацию о свойствах трехчастичного монополюсного и дипольного континуума.

1.3.2. Описание структуры ^{11}Li . Атомное ядро ^{11}Li имеет единственное состояние с энергией связи около 300 кэВ и разваливается при возбуждении на три фрагмента: два нейтрона и ядро ^9Li . Исследование спектра возбуждений ^{11}Li проводилось в ряде экспериментов. Наиболее достоверные результаты были получены при исследовании столкновений ^{11}Li с протонной мишенью при энергии пучка 68 МэВ/нуклон [48] при детектировании протонов отдачи как в совпадении с различными фрагментами развала ^{11}Li , так и в инклюзивной постановке эксперимента. Было показано существование пика в спектре возбуждения ^{11}Li при энергии $\simeq 1,3$ МэВ.

В обычных оболочечных моделях для основного состояния ^{11}Li [49] предполагается, что уровни $(0s_{1/2})^2$ и $(0p_{3/2})^4$ заняты нейтронами кора ^9Li , а оставшаяся пара нейтронов в ^{11}Li заполняет p -оболочку, занимая свободную орбиту $(0p_{1/2})^2$. Тем не менее существуют указания на то, что в ^{10}Li есть низкоэнергетические примесные состояния противоположной четности из следующей sd -оболочки [50, 51]. Важно, что примесное состояние очень близко к порогу $n + ^9\text{Li}$ и соответствует виртуальному s -уровню, который характеризуется отрицательной длиной рассеяния. Его учет оказывает сильное влияние на структуру ^{11}Li и приводит к появлению больших примесей компонент $(1s_{1/2})^2$ в волновой функции основного состояния.

В расчетах структуры основного состояния и состояний непрерывного спектра ^{11}Li в рамках трехчастичной кластерной ($^9\text{Li} + n + n$) модели выбор взаимодействия между кором и нейтроном соответствовал модели P2 [51–53]. Для основного состояния расчеты дают суперпозицию $(0p_{1/2})^2$ и $(1s_{1/2})^2$ компонент в волновой функции с вкладами 45 и 31 % соответственно. Эта модель описывает данные по материальному радиусу ^{11}Li и β -распаду [51]. Спин ^9Li не принимался во внимание. При учете спина ^9Li ($J^\pi = 3/2^-$) в трехчастичной волновой функции основного состояния появляются компоненты с полным орбитальным моментом $L = 1, 2$ и 3 , которые приводят к отличию дипольных и квадрупольных моментов ядра ^{11}Li от кора ^9Li . Оценка суммарного вклада компонент с $L > 0$ из описания этой разницы не превышает 5 % [54]. Плотность кора ^9Li выбиралась в виде распределения Гаусса с радиусом, подогнанным для описания эмпирического материального радиуса ^9Li , $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 2,32$ фм.

Вычисления монополярных фазовых сдвигов указывают, в согласии с результатами работы [52], на возможный трехчастичный 0^+ -резонанс около порога развала, образованный суперпозицией s^2 - и p^2 -конфигураций. Расчеты дипольного континуума проявляют отчетливый пик в спектре возбуждений, но дипольные фазовые сдвиги имеют резонансно-подобную структуру, не удовлетворяющую критериям истинного трехчастичного резонанса [52].

2. МЕХАНИЗМ РЕАКЦИЙ РАЗВАЛА

Характерной особенностью физики ядер с гало является тесная взаимосвязь механизма ядерной реакции и структуры ядра. Уже первичный анализ [1, 2] экспериментальных данных по сечениям взаимодействия ядер с гало привел к определению больших материальных радиусов данных систем. Тем не менее развитие реакционных моделей [55], адекватно учитывающих кластерную структуру, и анализ в их рамках старых данных привели к выводам, что размеры ядер, имеющих структуру гало, много больше размеров, предсказанных традиционными моделями. Это один из многих примеров, демонстрирующих важность включения известных особенностей структуры гало в реакционные модели. И наоборот, извлечение количественной информации о структуре ядер возможно только при использовании моделей механизмов реакции, корректно учитывающих их специфику.

При рассмотрении столкновения ядер можно акцентировать внимание на различных аспектах динамики данного процесса. Для нас наиболее интересным является изучение характерных особенностей структуры ядра, обусловленных наличием гало. Специфика гало проявляется как в структуре основного состояния (слабосвязанные системы с необычайно большими пространственными размерами и ярко выраженной кластеризацией), так и в структуре

спектра низколежащих возбуждений, где наблюдается концентрация силы переходов около порога развала — так называемые мягкие моды возбуждений [56, 57]. Заметим, что чем большую роль в реакционных наблюдаемых играет возбуждение низколежащих состояний континуума, тем более ярко проявляются отличия структуры гало от нормальных ядер. Сравнение масштабов изменения наблюдаемых (от десятков процентов в сечениях реакций к отличию в несколько раз для ширин распределений фрагментов по импульсам и порядкам в сечениях электромагнитной диссоциации) подтверждает это. Основное состояние можно исследовать в процессах упругого рассеяния и при определенных воздействиях на механизмы ядерной реакции в инклюзивных наблюдаемых, подобных полным сечениям реакции и сечениям взаимодействия, чувствительным к интегральным свойствам распределения вещества в ядрах.

Прямое исследование состояний непрерывного спектра в трехчастичных системах невозможно, так как требует реализации в лаборатории $3 \rightarrow 3$ -столкновений. Практический путь изучения структуры гало — это исследование столкновений двух ядер с передачей энергии и импульса. В результате в ядерных реакциях изучаются переходные свойства ядерных систем, а именно переход из основного состояния в возбужденные. Так как в известных ядрах с двухнейтронным гало основное состояние является единственным связанным состоянием, то развал ядер с гало в бинарных столкновениях является конечным процессом любой реакции, сопровождаемой возбуждением экзотической системы. Развитие адекватных моделей развала имеет большую практическую ценность как средство извлечения достоверной информации о структуре ядер с гало и динамике процессов взаимодействия.

Одной из важнейших характеристик взаимодействия легких экзотических ядер со стабильными ядрами является сечение взаимодействия или полное сечение реакции, экспериментальные измерения которых открыли эру исследований с радиоактивными пучками в ядерной физике [1, 2]. Как правило, теоретический анализ проводится в рамках трех основных подходов: эмпирическом, оптико-модельном и основанном на теории Глаубера [58]. В эмпирическом подходе используют либо геометрические представления о взаимодействии двух сталкивающихся ядер при высоких энергиях [1] или параметризацию сечений в рамках модели сильного поглощения [59]. Анализ экспериментальных данных позволяет установить общие геометрические свойства легких экзотических ядер и потенциалов их взаимодействия со стабильными ядрами, но не дает возможности определить распределение вещества в ядре. В оптико-модельных подходах для анализа используют оптические потенциалы, параметризованные феноменологически или рассчитанные в модели свертки, в которой входными данными являются плотности распределения вещества в сталкивающихся ядрах и эффективные нуклон-нуклонные взаимодействия [60, 61]. Наиболее популярным является анализ экспериментальных

данных, основанный на глауберовском приближении в рамках оптического предела [2]. Основная информация, извлекаемая из анализа экспериментальных данных [62], это радиусы сильного поглощения (в эмпирическом подходе) и среднеквадратичные радиусы распределения вещества, нейтронов и протонов, в полумикроскопических подходах свертки и глауберовском приближении. В тех случаях, когда плотности вычисляются в рамках различных структурных моделей, появляется возможность проверки моделей из сравнения экспериментальных сечений с теоретическими.

Много информации о структуре экзотических ядер и динамике взаимодействия может быть получено из упругого рассеяния на стабильных ядрах и протонных мишенях. Угловые распределения упругого рассеяния ${}^6\text{He}$ и ${}^{11}\text{Li}$, измеренные в широком диапазоне энергий столкновения [63, 64], показали черты, характерные для рассеяния ряда ядер, таких как $d(p+n)$, ${}^6\text{Li}(\alpha+d)$ и ${}^7\text{Li}(\alpha+t)$, с ярко выраженной кластерной структурой и сильной зависимостью от динамической поляризации. Для слабосвязанных ядер с гало влияние каналов развала на рассеяние еще более значимо. Наиболее распространен анализ упругого рассеяния в рамках оптической модели, в которой реальная часть оптического потенциала рассчитывается сверткой с эффективными нуклон-нуклонными потенциалами, зависящими от плотности, и мнимая часть вводится феноменологически. В более микроскопических подходах для анализа упругого рассеяния используют волновые функции, а не одночастичные плотности. При небольших энергиях столкновения для ядер с двухкластерной структурой применяется метод связанных каналов с дискретизацией непрерывного спектра (continuum-discretized coupled-channels: CDCC) [65]. При высоких энергиях используют глауберовские подходы, основанные на квазиклассическом эйкональном приближении [58].

Для обоих методов входными данными являются (в дополнение к двухкластерной волновой функции налетающего ядра) оптические потенциалы для взаимодействия между кластерами и мишенью. Достоинство указанных подходов состоит в том, что каналы развала учитываются естественным образом в расчетах. Большинство методов применяется к описанию рассеяния двухкластерных ядер или, другими словами, к трехчастичным моделям рассеяния. Описание процессов с трехкластерными ядрами (двухнейтронным гало) требует развития четырехчастичных моделей рассеяния. Первыми появились четырехчастичные глауберовские модели [66], основанные на эйкональном и адиабатическом методах. Позднее они были расширены для включения эффектов отдачи и малочастичных корреляций [67]. Адиабатическая четырехчастичная модель, основанная на трехчастичной модели [68] и не включающая квазиклассического или эйконального приближения, была развита в работе [69]. Недавно появилась и первая попытка обобщения метода CDCC к проблеме описания упругого рассеяния при небольших энергиях столкновения в рамках четырехчастичной модели [70].

Реакции развала являются основным источником информации о ядрах, имеющих структуру гало. На практике реализуются различные типы экспериментов по фрагментации экзотических ядер. Степень экспериментальной сложности обусловлена числом фрагментов, регистрируемых на совпадение. Иногда дополнительно регистрируются ядра отдачи мишени или гамма-кванты от разрядки возбужденных состояний мишени. С увеличением числа регистрируемых фрагментов увеличивается количество доступной для анализа информации и появляется новое качество: возможность исследования различных корреляций. В случае ядер с двухнейтронным гало одновременная регистрация всех трех фрагментов развала приводит к кинематически полному эксперименту, в котором возможно установить энергию возбуждения ядра с гало и, соответственно, спектр возбуждения. Кинематически полные эксперименты позволяют выбирать каналы реакции и содержат наиболее полную информацию о структуре ядра и динамике взаимодействия. Отметим, что измерение трех фрагментов на совпадение является кинематически полным только по отношению к ядру с гало. Относительно ядра мишени известны только переданные энергия и импульс, но не известно, как они распределены между движением центра масс мишени и внутренними возбуждениями мишени. Отметим также, что из-за низкой интенсивности радиоактивных пучков экспериментально более доступны реакции фрагментации с детектированием меньшего числа фрагментов.

Различные теоретические методы и модели применяются для анализа реакций развала экзотических ядер. Для двухкластерных ядер широко используются квазиклассические подходы. В моделях передачи в континуум [71] решается уравнение Шредингера, зависящее от времени, при предположении, что относительное движение между кором и мишенью рассматривается классически и приближается траекторией с постоянной скоростью. Амплитуда развала вычисляется в рамках зависящей от времени теории возмущений. В работах [72, 73] относительное движение между ядрами также рассматривается квазиклассически, но для решения зависящего от времени уравнения Шредингера применяются алгоритмы, не основанные на теории возмущений, а использующие трехмерные пространственные сетки узлов, которые позволяют рассмотреть кулоновского развала без использования теории возмущения. Среди квантово-механических подходов выделим метод CDCC [65], который предлагает наиболее полное приближение к трехчастичной проблеме, включающей соударение двухкластерного ядра с мишенью при небольших энергиях столкновения. В работе [74] было показано, что точные уравнения Фаддеева сводятся к CDCC-уравнениям при достаточно большом числе связанных каналов. Несмотря на проблемы со сходимостью решений, которые должны быть тщательным образом исследованы в каждом конкретном случае, решение CDCC-уравнений проще, чем решение уравнений Фаддеева. Широко используется и другой квантово-механический подход: борновское

приближение метода искаженных волн (DWBA) [75,76]. Примеры использования можно найти в работе [77].

Анализ реакций развала трехкластерных ядер значительно более сложен. Упрощенное рассмотрение структуры ядер с двухнейтронным гало как системы из двух кластеров позволяет свести четырехчастичную реакционную динамику к трехчастичной. Типичным примером такого подхода может быть рассмотрение кулоновского развала ^{11}Li (с использованием «динейтронной» модели) на ^{208}Pb при энергии столкновения 28 МэВ/нуклон [78] в рамках непертурбативного квазиклассического решения уравнения Шредингера. Для исследования структуры ядер с двухнейтронным гало подобные ограничения являются довольно сильными, так как не учитывают важнейших корреляций, определяющих структуру гало.

Другой вид упрощающих приближений связан с рассмотрением только кулоновского развала. Например, в работе [79] развивается четырехчастичная модель кулоновской фрагментации, в которой не учитываются ядерные взаимодействия кора и нейтронов гало с мишенью, а динамика взаимодействия определяется чисто кулоновскими силами между кором и мишенью. Модель формулируется в рамках метода искаженных волн после взаимодействия (postform DWBA) и применяется к развалу ^6He на тяжелых мишенях. Развиваются модели, в которых учитываются только ядерные взаимодействия между мишенью и налетающим ядром. В работе [80] были представлены расчеты ядерного развала ^6He в рамках эйконольного подхода. В данной модели доступно описание только ограниченного числа возможных наблюдаемых и ее нельзя применить для описания данных кинематически полных экспериментов.

Другой подход реализован в модели, в которой фрагменты развала разделены на «участников» (participant) и «зрителей» (spectators) реакционного процесса (см. [81] и ссылки в этой работе). Предполагается, что только один из фрагментов взаимодействует с мишенью и сечение реакции является суммой независимых вкладов от каждого из фрагментов. Метод позволяет одновременно рассматривать кулоновский и ядерный развалы, но учитывает только часть взаимодействия в конечном состоянии, а именно между двумя зрительскими частицами. Такой подход оправдан для процессов выбивания частиц, но не подходит для описания низколежащих возбуждений ядер с гало, для которых полный учет взаимодействия в конечном состоянии является определяющим элементом реакционной динамики.

Ниже будет подробно представлена модель [45, 47, 82–87] для описания реакций развала, в которой принимаются во внимание важнейшие особенности структуры ядер с двухнейтронным гало как в основном состоянии, так и в непрерывном спектре, и описывается полный спектр наблюдаемых кинематически полных экспериментов по развалу при столкновениях с тяжелыми и легкими мишенями. Важнейшие особенности, учитываемые в представлен-

ном подходе, включают: i) большие пространственные размеры ядер с гало; ii) эффекты отдачи, возникающие из-за кластерной структуры и трехчастичной динамики взаимодействия фрагментов; iii) учет структуры непрерывного спектра вблизи порога развала; iv) одновременный учет кулоновского и ядерного развалов, их интерференции. Теоретической основой подхода является четырехчастичный метод искаженных волн в представлении до взаимодействия (priorform DWBA). Структура ядер с гало описывается в рамках метода гиперсферических функций. Предлагаемый подход пригоден для описания реакций развала, в которых доминируют одноступенчатые процессы, т. е. для столкновений при средних и промежуточных энергиях, при которых происходит возбуждение низколежащих состояний непрерывного спектра. При низких энергиях столкновений, когда структура ядра динамически связана с процессом протекания реакции, многоступенчатые процессы играют важную роль и развиваемый подход может быть использован как составная часть описания сложной динамической картины.

2.1. Описание реакций развала в методе искаженных волн. Центральным для данного обзора является исследование структуры ядер с гало в реакциях развала. Поэтому из всего разнообразия процессов фрагментации ядер выделяются реакции, наиболее чувствительные к особенностям структуры гало. Это значит, что наше обсуждение ограничено реакциями фрагментации, которые ведут к низколежащим возбуждениям ядра гало с неразрушенным кором. Фактически это приводит к исследованиям периферических столкновений ядер, ибо в центральных столкновениях велика вероятность разрушения кора. В таких условиях возможны два варианта протекания реакции. В первом, который называется упругой фрагментацией, ядро мишени остается в основном состоянии после столкновения с ядром гало. Во втором, носящем, соответственно, имя неупругой фрагментации, ядро мишени возбуждается. Сечение реакции развала $a + A \rightarrow 1 + 2 + C + A'$, включающего столкновение налетающего ядра a (имеющего структуру двухнейтронного гало и распадающегося на два нейтрона 1, 2 и ядро кора C) с ядром-мишенью A , может быть представлено в следующем виде [88]:

$$\sigma = \frac{(2\pi)^4}{\hbar v_i} \sum_{\alpha} \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_C d\mathbf{k}_{A'} \delta(E_i - E_f) \delta(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_f) |T_{fi}|^2, \quad (12)$$

где v_i есть относительная скорость сталкивающихся ядер в начальном канале, $\hbar\mathbf{k}_{1,2,C}$ являются импульсами нейтронов и кора, а $\hbar\mathbf{k}_{A'}$ — импульсом ядра-мишени в конечном канале. Сумма по α включает суммирование по всем квантовым числам, необходимым для полного определения каналов реакции, и в случае, когда ядра имеют ненулевой спин, содержит усреднение по начальным проекциям спинов и суммирование по конечным проекциям. δ -функция гарантирует сохранение полной энергии и импульса. Выражение

для точного матричного элемента оператора перехода (в представлении до взаимодействия) имеет следующий вид:

$$T_{fi} = \left\langle \Psi_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \mathbf{k}_f) \left| \sum_{p,t} V_{pt} - U_{aA} \right| \Psi_0, \Phi_A, \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle. \quad (13)$$

В этом выражении $\Psi_{\alpha}^{(-)}$ обозначает точную функцию рассеяния с граничными условиями падающих волн, а Ψ_0 и Φ_A являются волновыми функциями основного состояния ядер гало и мишени соответственно. Искаженная волна $\chi_i^{(+)}$ описывает относительное движение ядер в начальном канале и является решением уравнения Шредингера с оптическим потенциалом U_{aA} , а V_{pt} есть NN -взаимодействие между нуклонами сталкивающихся ядер. Вследствие трансляционной инвариантности только относительные импульсы могут характеризовать динамику реакции: $\hbar\mathbf{k}_x$, $\hbar\mathbf{k}_y$ и $\hbar\mathbf{k}_{i,f}$ обозначают относительные импульсы между парой фрагментов, между центром масс пары и третьим фрагментом, центрами масс ядра гало и мишени в начальном и конечном каналах соответственно. В системе покоя ядра гало $\hbar\mathbf{k}_y$ соответствует импульсу третьего фрагмента.

Вычисление матричных элементов (13) требует решения задачи четырех и более тел при условии, что некоторые из взаимодействующих объектов имеют сложную внутреннюю структуру, которую необходимо принимать во внимание. Ясно, что точное решение соответствующих динамических задач в настоящее время неосуществимо и требуется развитие приближенных методов и моделей. Для нас центральным является исследование специфических свойств ядерной структуры типа гало. Поэтому мы будем пытаться последовательным образом учитывать трехчастичные особенности структуры ядер с гало и делать приближения на уровне описания механизма реакции. Для этого будем рассматривать реакции в условиях, при которых динамика становится более прозрачной физически и допускает упрощенное описание механизмов реакции.

Особенности структуры гало проявляются наиболее ярко при небольших энергиях возбуждения ядра $E_{\kappa} \sim (\mathbf{k}_x^2/\mu_x + \mathbf{k}_y^2/\mu_y)$. Вблизи порога развала скорости движения фрагментов относительно друг друга (импульсы $\hbar\mathbf{k}_x$ и $\hbar\mathbf{k}_y$) малы и ограничены кинематически. При медленном относительном движении фрагменты успевают провзаимодействовать между собой. Поэтому в этих условиях необходимо учитывать *все* взаимодействия между ними, т. е. учитывать взаимодействие в конечном состоянии в полном масштабе. Следовательно, при малых E_{κ} у нас нет фрагментов-спектаторов, все частицы принимают участие в реакционном процессе. Упрощение динамики возбуждения ядра вблизи порога (небольшие импульсы $\hbar\mathbf{k}_x$ и $\hbar\mathbf{k}_y$) происходит при достаточно высоких энергиях столкновения (большие импульсы $\hbar\mathbf{k}_i$ и $\hbar\mathbf{k}_f$). При таких условиях доминируют одноступенчатые процессы, а описание реакции

в рамках метода искаженных волн является адекватным. Соответственно, точная функция рассеяния $\Psi_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \mathbf{k}_f)$ может быть представлена в виде произведения волновых функций, описывающих ядра гало $\Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$, мишени $\Phi_{A'}$ и относительное движение их центров масс $\chi_f^{(-)}(\mathbf{k}_f)$. Тогда амплитуда реакции (13) сводится к следующему выражению:

$$T_{fi} = \left\langle \chi_f^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_{A'}, \Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_0, \Phi_A, \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle. \quad (14)$$

Согласно этому выражению *реакция развала рассматривается как неупругое возбуждение ядра прямо в состояние непрерывного спектра* $\Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$. Будет ли данное состояние континуума резонансным или нет, определяется взаимодействием в конечном состоянии между фрагментами. Член с оптическим потенциалом U_{aA} в выражении (13) не дает вклада в T -матричные элементы (14) из-за ортогональности между волновыми функциями дискретного Ψ_0 и непрерывного $\Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ спектра ядра гало. Отметим, что если для вывода приближенной T -матрицы использовать выражение для точной амплитуды развала в представлении после взаимодействия, то в развиваемом подходе также получается приближенная амплитуда (14), так как разбиение полного гамильтониана на возмущенную и невозмущенную части одинаково для начальных и конечных каналов.

Выражение (14) показывает, что T -матрица реакции определяется тремя составляющими: i) ядерной структурой, описывающей переход из основного состояния ядра с двухнейтронным гало Ψ_0 в непрерывный спектр состояний $\Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ для развала на три фрагмента и выраженной через переходные плотности; ii) эффективным взаимодействием V_{pt} между нуклонами налетающего ядра и мишени; iii) искаженными волнами $\chi_{i,f}^{(\pm)}(\mathbf{k}_{i,f})$, описывающими относительное движение сталкивающихся систем. В настоящее время рассмотрение всех ингредиентов (ядерной структуры и реакционной динамики) в рамках единого подхода с одним реалистическим нуклон-нуклонным взаимодействием находится за пределами вычислительных возможностей. Поэтому приходится использовать различные эффективные силы для описания ядерной структуры и механизма реакции. Тем не менее составляющие (ii) и (iii) могут быть связаны, так как свойства эффективных нуклон-нуклонных взаимодействий проявляются в нуклон-ядерных потенциалах рассеяния. Самосогласованность требует, чтобы эффективное взаимодействие V_{pt} , ответственное за реакцию, использовалось также для расчета оптических потенциалов, необходимых для вычисления искаженных волн. В таком случае экспериментальные данные по упругому рассеянию и полным сечениям реакции могут быть использованы для определения эффективных взаимодействий V_{pt} и проверки точности расчетов волновых функций искаженных волн. Такое самосогласо-

вание сильно ограничивает свободу модификации взаимодействий в расчетах сечений развала. Отметим также, что в неупругом рассеянии взаимодействие со всеми нуклонами налетающего ядра (кора и гало) складывается когерентно в амплитуде (14). Таким образом, взаимодействие между степенями свободы кора и гало является существенным и оказывает сильное влияние на динамику реакции.

Ниже в рамках описанного подхода будут рассмотрены примеры расчетов развала ядер с двухнейтронным гало в столкновениях с электронами, нуклонами и сложными ядрами. Для всех реакций общим элементом является структура ядерных возбуждений, описываемая в рамках кластерной трехчастичной модели. Особенности разных реакций определяются используемыми эффективными взаимодействиями и искаженными волнами. В рассеянии электронов взаимодействие V_{pt} известно, и при рассматриваемых условиях доминирует кулоновское взаимодействие. Искаженные волны $\chi_{i,f}^{(\pm)}(\mathbf{k}_{i,f})$ при рассеянии ультрарелятивистских электронов на легких ядрах сводятся к плосковолновым спинорам Дирака (приближение однофотонного обмена). Поэтому сечения электронного рассеяния определяются только структурой ядерных возбуждений. При вычислениях развала на нуклонных и ядерных мишенях эффективные взаимодействия в общем неизвестны. Обычно применяются различные параметризации, основанные на фитировании независимых экспериментальных данных. Практически это приводит к появлению новых модельных параметров в теоретических расчетах. Поэтому для извлечения достоверной информации о структуре ядра необходимо одновременное описание широкого круга разнообразных сечений развала в рамках единой динамической модели.

Область энергий возбуждений ядра вблизи порога развала является наиболее чувствительной к трехчастичным корреляциям и, соответственно, наиболее полезной для изучения структуры гало. Исследования в данной области энергий возбуждения требуют специальной селекции экспериментальных данных. Ее можно осуществить, совершая кинематически полные эксперименты, когда все три фрагмента развала ядра гало измеряются в совпадении. Тогда, зная энергии и импульсы всех фрагментов, можно восстановить спектр возбуждения и выбрать только те события, которые соответствуют низкоэнергетическим возбуждениям ядра. Важным достоинством таких экспериментов является также то, что одновременно становятся доступны многие различные энергетические и угловые корреляции между фрагментами. Возможность описать разнообразные сечения в рамках одной динамической модели — это строгий тест для нашего понимания структуры ядра и механизмов ядерной реакции. Другой особенностью указанных экспериментов является то, что они кинематически полны только по отношению к ядру гало. Для ядра-мишени из измерений известна только переданная ему энергия, но если мишень —

сложное ядро, то неизвестно, как эта энергия распределяется между движением центра масс и внутренним возбуждением мишени. Тогда при сравнении с экспериментальными данными в теоретических расчетах должны быть учтены процессы неупругого развала.

Описанную выше модель можно использовать для описания реакции, если процесс столкновения быстрый и потери энергии на внутренние возбуждения малы по сравнению с начальной энергией столкновения. Реакция происходит по другому сценарию, когда благодаря взаимодействию с мишенью фрагмент выбивается из ядра с гало. В этом случае скорость фрагмента относительно остатка ядра с гало велика, что соответствует большим энергиям возбуждения E_{κ} . Тогда взаимодействием между «участником» (выбитый фрагмент) и «зрителями» (два других фрагмента) можно пренебречь при описании конечного состояния ядра с гало. Для таких условий оправдано спектаторное приближение, которое требует иной, чем в уравнении (14), факторизации функции $\Psi_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y, \mathbf{k}_f)$.

2.2. Развал ядер с двухнейтронным гало в ион-ионных столкновениях.

В динамике ядро-ядерных и нуклон-ядерных столкновений имеется много общих черт, но есть и существенные различия. Отметим три момента: i) в дополнение к упругой фрагментации, происходящей в нуклон-ядерных столкновениях, при ядро-ядерных взаимодействиях возможны процессы неупругого развала, в которых стабильное ядро-мишень переходит в возбужденное состояние, ii) конечные размеры обоих сталкивающихся ядер приводят к необходимости рассмотрения более сложной геометрии реакционного процесса (см. рис. 1), iii) использование мишеней с разным зарядом (легкие и тяжелые ядра) обогащает динамику процесса и позволяет варьировать соотношение между различными механизмами развала, т. е. между ядерной и кулоновской фрагментациями.

К настоящему времени большая часть информации о структуре ядер с гало получена из исследования ядро-ядерных столкновений. Поэтому в данном разделе приведем более детальное описание формализма данных реакций в рамках метода искаженных волн. Подробное описание формализма для реакций развала при столкновении с нуклонными мишенями проводится аналогичным образом и содержится в работах [45, 53, 82].

2.2.1. Выделение вкладов упругого и неупругого развалов в сечениях фрагментации. Инклюзивное сечение (12) включает в себя процессы упругого и неупругого развалов. Упругим (неупругим) развалом называется фрагментация налетающего ядра при взаимодействии с мишенью, если мишень остается в основном (возбужденном) состоянии после реакции. Для разделения вкладов обоих процессов используем метод, предложенный в работах [47, 89–91], в котором δ -функция по энергии, представленная мнимой частью энергетического знаменателя, заменяется на многочастичную функцию Грина. Таким

образом, имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{A'} \int d\mathbf{k}_f \delta(\omega - \varepsilon_f - E_{A'}) |\langle \chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_{A'} | V_{aA} | \Phi_A \rangle|^2 = \\ & = \sum_{A'} \int d\mathbf{k}_f \left(-\frac{1}{\pi}\right) \text{Im} \frac{\langle \Phi_A | V_{aA} | \Phi_{A'}, \chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f) \rangle \langle \chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_{A'} | V_{aA} | \Phi_A \rangle}{\omega - \varepsilon_f - E_{A'} + i\eta} = \\ & = \left(-\frac{1}{\pi}\right) \langle \Phi_A | V_{aA} \text{Im} \mathcal{G}(\omega) V_{aA} | \Phi_A \rangle, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\omega = \varepsilon_i - E_\kappa - Q$ и $V_{aA} = \Psi_f^{(-)*}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \sum_{p,t} V_{pt} \Psi_0 \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i)$. В этих выражениях Q обозначает пороговую энергию развала ядра гало, а $\varepsilon_{i,f}$ являются кинетическими энергиями относительного движения сталкивающихся ядер в начальном и конечном каналах. Многочастичная функция Грина имеет следующее спектральное представление:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\omega) &= \frac{1}{\omega - H_A - T_f - \tilde{U}_{aA} + i\eta} = \\ &= \sum_{A'} \int d\mathbf{k}_f \frac{|\Phi_{A'} \chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f)\rangle \langle \chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f) \Phi_{A'}|}{\omega - \varepsilon_f - E_{A'} + i\eta}, \quad (16) \end{aligned}$$

где H_A обозначает гамильтониан ядра-мишени, $(E_{A'} - H_A)\Phi_{A'}(\mathbf{r}_t) = 0$. Искаженные волны $\chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f, \mathbf{R})$ зависят от расстояния \mathbf{R} между центрами масс сталкивающихся ядер a и A' (рис. 1) и определяются оператором кинетической энергии T_f и оптическим потенциалом $\tilde{U}_{aA}(\mathbf{R})$, $(\varepsilon_f - T_f - \tilde{U}_{aA})\chi_{A'}^{(-)}(\mathbf{k}_f, \mathbf{R}) = 0$. Многочастичная функция Грина $\mathcal{G}(\omega)$ является сложным объектом, зависящим и от внутренних координат мишени \mathbf{r}_t . Практичным путем работы с $\mathcal{G}(\omega)$ может быть устранение зависимости от внутренних координат мишени в результате усреднения по основному состоянию $\Phi_A(\mathbf{r}_t)$. К сожалению, $\Phi_A(\mathbf{r}_t)$ нельзя пронести прямо через матричный элемент (15) к функции Грина, потому что взаимодействие $V_{pt}(\mathbf{r}_{pt})$ также зависит от внутренних координат мишени \mathbf{r}_t . Поэтому делаем приближение и заменяем $\mathcal{G}(\omega)$ средним значением по основному состоянию [90, 92], используя следующую оптико-модельную редукцию:

$$G(\omega) = \langle \Phi_A | \mathcal{G}(\omega) | \Phi_A \rangle = \frac{1}{\omega - T_f - \tilde{U}_{aA} + i\eta}. \quad (17)$$

Мнимая часть оптико-модельной функции Грина удовлетворяет тождеству [91]

$$\begin{aligned} \text{Im} G(\omega) &= \\ &= (-\pi) \int d\mathbf{k} |\chi_i^{(-)}(\mathbf{k})\rangle \delta(\omega - \varepsilon_k) \langle \chi_i^{(-)}(\mathbf{k})| + G^+(\omega) \text{Im} \tilde{U}_{aA} G(\omega). \quad (18) \end{aligned}$$

Применяя тождество (18) в уравнении (15), получаем два члена, которые дают разделение на упругий развал с ядром-мишенью в основном состоянии и неупругий развал, который включает все возможные возбуждения мишени. Таким образом, инклюзивное сечение разлагается на упругий σ_{el} и неупругий σ_{in} развалы, $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{in}$, где

$$\sigma_{el} = \frac{(2\pi)^4}{\hbar v_i} \int d\mathbf{k}_x d\mathbf{k}_y d\mathbf{k}_f \delta(\varepsilon_i - \varepsilon_f - E_\kappa - Q) \times \\ \times \left| \left\langle \chi_i^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_A, \Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_i, \Phi_A, \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle \right|^2, \quad (19)$$

$$\sigma_{in} = \frac{(2\pi)^4}{\hbar v_i} \int d\mathbf{k}_x d\mathbf{k}_y \int d\mathbf{R} \frac{1}{\pi} (-\text{Im} \tilde{U}_{aA}(\mathbf{R})) \times \\ \times \left| \left\langle G(\mathbf{R}, \omega), \Phi_A, \Psi_f^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_0, \Phi_A, \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle \right|^2. \quad (20)$$

Данные выражения являются стартовой точкой для вычисления различных сечений, угловых и энергетических корреляций как для упругого, так и для неупругого развалов. В уравнении (20) интегрирование по радиальной зависимости оптического потенциала и функции Грина показано явным образом. Заметим, что выражения для σ_{el} и σ_{in} имеют похожую структуру. В матричном элементе для неупругой фрагментации оптико-модельная функция Грина $G(\mathbf{R}, \mathbf{R}', \omega)$ появляется на месте искаженной волны $\chi_i^{(-)}(\mathbf{k}_f, \mathbf{R})$ в амплитуде упругого развала, и интегрирование по координате \mathbf{R} , взвешенное с мнимой частью оптического потенциала $\text{Im} \tilde{U}_{aA}(\mathbf{R})$, заменяет интегрирование по импульсу $\hbar \mathbf{k}_f$. Следовательно, в развиваемом подходе можно изучать пространственную локализацию процессов неупругого развала, в то время как дифференциальное сечение $d^3\sigma_{el}/d\hat{\mathbf{k}}_f dE_\kappa$ для неупругого рассеяния ядра с гало может быть рассчитано только для упругой фрагментации, так как переменная \mathbf{k}_f отсутствует в выражении (20) для неупругого развала.

2.2.2. *Упругий развал.* Эксклюзивное сечение упругого развала (19) (энергии и импульсы всех фрагментов известны), усредненное по начальным и просуммированное по конечным проекциям спинов, может быть написано в следующем виде:

$$\frac{d^8\sigma_{el}}{d\hat{\mathbf{k}}_f d\hat{\mathbf{k}}_x d\hat{\mathbf{k}}_y d\epsilon dE_\kappa} = (2\pi)^4 \frac{\mu_i \mu_f}{\hbar^4} \frac{k_f}{k_i} \left(\frac{\mu_x \mu_y \mathcal{M}^2}{\hbar^4} \right)^{3/2} \times \\ \times 2E_\kappa^2 \frac{\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}}{\hat{J}_i^2 \hat{J}_A^2} \sum_{M_{A'}, m_1, m_2, M_A, M_i} |T_{el}|^2, \quad (21)$$

где переменная $\epsilon = \varepsilon_x/E_\kappa$ ($\varepsilon_y/E_\kappa = 1 - \epsilon$) описывает долю относительной кинетической энергии, приходящейся на пару частиц (или третью ча-

стицу и центр масс другой пары частиц) в энергии возбуждения E_κ . Фактор $E_\kappa \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}$ описывает распределение энергии между различными модами относительного движения фрагментов и отражает фазовое пространство, доступное для развала. В рамках метода искаженных волн амплитуда реакции T_{el} записывается следующим образом:

$$T_{el} = \left\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_{J_A M_{A'}}, \Psi_{m_1, m_2}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_{J_i M_i}, \Phi_{J_A M_A}, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle. \quad (22)$$

В уравнении (22) зависимость волновых функций от квантовых чисел угловых моментов показана в явном виде. В этом выражении J_i и M_i (J_A и M_A) обозначают спин и проекцию спина налетающего иона (мишени) в основном состоянии, m_1 и m_2 являются проекциями спинов нейтронов гало после развала. Так как большинство численных расчетов, приведенных ниже, относится к реакции с ядром ${}^6\text{He}$, где один из фрагментов — α -частица с нулевым спином, то ссылки на спин кора для упрощения обозначений не приводятся. Для случаев ядро-ядерного рассеяния, показанных ниже, оптические потенциалы также не зависят от спинов, и, соответственно, искаженные волны $\chi^{(\pm)}$ не зависят от проекций спинов. Формулы ниже представлены только для такого случая. Если ядро с ненулевым спином, то оптический потенциал имеет дополнительно спин-орбитальные компоненты, и, соответственно, искаженные волны зависят от M_A . Обобщение на указанные случаи легко выполнимо, но здесь не приводится.

С использованием кластерного представления (1) для волновой функции ядра гало и разложения (4) трехчастичной волновой функции выше порога развала по K -гармоникам амплитуда перехода T_{el} может быть представлена в виде

$$T_{el} = \sum_{\gamma, J_f, M_f, M_{L_f}, M_{S_f}} \left(\frac{1}{2} m_1 \frac{1}{2} m_2 \left| S_f M_{S_f} \right. \right) (L_f M_{L_f} S_f M_{S_f} | J_f M_f) \times \\ \times i^{-K_f} \psi_{K_f}^{l_x l_y}(\theta_\kappa) [Y_{l_x}(\hat{\mathbf{k}}_x) \otimes Y_{l_y}(\hat{\mathbf{k}}_y)]_{L_f M_{L_f}} T_{\gamma J_f}(\kappa, \mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i), \quad (23)$$

где $T_{\gamma J_f}(\kappa, \mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i)$ имеет формально такую же структуру, как любая двухчастичная амплитуда для возбуждения ядерного состояния с полным угловым моментом J_f , M_f , энергией возбуждения E_κ и дополнительными квантовыми числами γ , характеризующими относительное движение фрагментов

$$T_{\gamma J_f}(\kappa, \mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \left\langle \chi^{(-)}(\mathbf{k}_f), \Phi_{J_A M_{A'}}, \Psi_{\gamma J_f M_f}(\kappa) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_{J_i M_i}, \Phi_{J_A M_A}, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right\rangle, \quad (24)$$

где $\Psi_{\gamma J_f M_f}(\kappa) = \phi_C \Phi_{\gamma J_f M_f}(\kappa)$. Эффективное взаимодействие V_{pt} (предполагается локальное взаимодействие) зависит от расстояния $\mathbf{r}_{pt} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_t + \mathbf{R}$ между нуклонами налетающего иона p и мишени t , где $\mathbf{r}_{p,t}$ обозначают координаты нуклонов относительно центра масс ядер, а \mathbf{R} является расстоянием между центрами масс сталкивающихся ядер (рис. 1). Интегрируя по координатам налетающего иона \mathbf{r}_p и мишени \mathbf{r}_t можем определить ядерный формфактор, зависящий от расстояния \mathbf{R} ,

$$\left\langle \Phi_{J_A M_{A'}}, \Psi_{\gamma J_f M_f}(\kappa) \left| \sum_{p,t} V_{pt} \right| \Psi_{J_i M_i}, \Phi_{J_A M_A} \right\rangle = \sum_{l j_p j_t} (J_i M_i j_p m_p | J_f M_f) \times \\ \times (l m_l j_t m_t | j_p m_p)(J_A M_{A'} j_t m_t | J_A M_A) i^{-l} Y_{l m_l}^*(\hat{\mathbf{R}}) F_{l j_t j_p}^{\gamma J_f}(\kappa, R), \quad (25)$$

где j_p и j_t обозначают переданные полные угловые моменты в налетающем ионе и мишени; l — переданный орбитальный угловой момент относительного движения ядер. Удобным путем работы со сложной радиальной зависимостью в уравнении (25) является вычисление радиального формфактора $F_{l j_t j_p}^{\gamma J_f}(\kappa, R)$ в импульсном пространстве [45, 93, 94], в котором интегрирование по различным пространственным координатам сводится к произведению подынтегральных факторов. Используя преобразование Фурье–Бесселя, можно получить разложение эффективных нуклон-нуклонных сил $V_{pt}(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_t + \mathbf{R})$ на операторы, которые действуют на отдельные координаты, и рассчитать радиальные формфакторы для различных ядерных возбуждений (см. приложение Б). Учитывая данные определения и используя разложение искаженных волн $\chi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{R})$ по парциальным волнам

$$\chi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{R}) = \frac{4\pi}{k_i r} \sum_{l_a m_{l_a}} i^{l_a} Y_{l_a m_{l_a}}^*(\hat{\mathbf{k}}_i) Y_{l_a m_{l_a}}(\hat{\mathbf{R}}) \chi_{l_a}(k_i, R), \quad (26)$$

где $\chi_{l_a}(k_i, R)$ является радиальной частью, амплитуду реакции $T_{\gamma J_f}(\kappa, \mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i)$ можно написать следующим образом:

$$T_{\gamma J_f}(\kappa, \mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = \\ = \frac{1}{\pi^{3/2} k_i k_f} \sum_{j_p j_t l l_a l_b} (J_i M_i j_p m_p | J_f M_f)(J_A M_{A'} j_t m_t | J_A M_A) \times \\ \times (l m_l j_t m_t | j_p m_p)(l_b m_{l_b} l m_l | l_a m_{l_a}) Y_{l_a m_{l_a}}^*(\hat{\mathbf{k}}_i) Y_{l_b m_{l_b}}(\hat{\mathbf{k}}_f) \times \\ \times \frac{1}{\hat{j}_p \hat{l}_a^2} T_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}(\kappa, k_f, k_i), \quad (27)$$

$$T_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}(\kappa, k_f, k_i) = i^{l_a - l - l_b} \hat{j}_p \hat{l}_a \hat{l}_b (l_b 0 l 0 | l_a 0) I_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}(\kappa, k_f, k_i), \quad (28)$$

где радиальные интегралы $I_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}$ определены как

$$I_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}(\kappa, k_f, k_i) = (2\pi)^3 \int_0^\infty dR \chi_{l_b}(k_f, R) F_{l j_t j_p}^{\gamma J_f}(\kappa, R) \chi_{l_a}(k_i, R). \quad (29)$$

Для дальнейшего использования удобно ввести следующие обозначения для амплитуды развала:

$$A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa) = 2E_\kappa \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_i \varepsilon_f} \frac{k_f}{k_i}} \left(\frac{\mu_x \mu_y \mathcal{M}^2}{\hbar^4} \right)^{3/4} i^{l_a - l - l_b} \times \\ \times \frac{\hat{J}_f \hat{l}_b}{\hat{J}_i \hat{j}_t} (l_b 0 l 0 | l_a 0) I_{l_b, l_a}^{l j_t j_p, \gamma J_f}(\kappa, k_f, k_i), \quad (30)$$

где $\delta = (J_f, S_f, j_t, j_p, l, l_a, l_b)$ обозначает группу квантовых чисел.

Используя уравнения (23) и (27) в (21) и совершая суммирование по всем проекциям спинов, можно получить выражение для эксклюзивного сечения упругого развала с известными значениями энергий и импульсов для всех фрагментов:

$$\frac{d^8 \sigma_{el}}{d\hat{\mathbf{k}}_f d\hat{\mathbf{k}}_x d\hat{\mathbf{k}}_y d\epsilon dE_\kappa} = \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \times \\ \times \sum_{S_f, j_t, L_x, L_y, L_a, L_b, L} \frac{1}{8\pi} ([Y_{L_x}(\hat{\mathbf{k}}_x) \otimes Y_{L_y}(\hat{\mathbf{k}}_y)]_L [Y_{L_a}(\hat{\mathbf{k}}_i) \otimes Y_{L_b}(\hat{\mathbf{k}}_f)]_L) \times \\ \times \sum_{\beta, \beta'} (-1)^{J_i + S_f + j_t + l_x + l_y + L_f + J_f + J'_f + l_a + l'_a - (K_f - K'_f)} \psi_{K_f}^{l_x l_y}(\theta_\kappa) \psi_{K'_f}^{l'_x l'_y}(\theta_\kappa) \times \\ \times A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa) A_{\delta' K'_f}^{l'_x l'_y L'_f}(E_\kappa)^* (\hat{l}_x \hat{l}_y \hat{L}_f \hat{J}_f \hat{l}_a \hat{l}_b \hat{j}_p) (\hat{l}'_x \hat{l}'_y \hat{L}'_f \hat{J}'_f \hat{l}'_a \hat{l}'_b \hat{j}'_p) \times \\ \times (l_x 0 l'_x 0 | L_x 0) (l_y 0 l'_y 0 | L_y 0) (l_a 0 l'_a 0 | L_a 0) (l_b 0 l'_b 0 | L_b 0) \times \\ \times \left\{ \begin{matrix} L_f & L'_f & L \\ J'_f & J_f & S_f \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_f & J'_f & L \\ j'_p & j_p & J_i \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_p & j'_p & L \\ l' & l & j_t \end{matrix} \right\} \times \\ \times \left\{ \begin{matrix} l'_y & l'_x & L'_f \\ l_y & l_x & L_f \\ L_y & L_x & L \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l'_a & l'_b & l' \\ l_a & l_b & l \\ L_a & L_b & L \end{matrix} \right\}. \quad (31)$$

В этом выражении $\beta = (l_x, l_y, L_f, J_f, K_f, l_a, l_b, l, j_p)$ является коротким обозначением для группы квантовых чисел, характеризующих различные моды

движения в системе. Данное сечение содержит наиболее полную информацию, которая может быть получена из реакций с неполяризованными ядрами. Его можно рассчитать, но в настоящее время нет экспериментальных данных для сравнения. Также уравнение (31) зависит от слишком большого числа переменных, чтобы выполнить значимый анализ важнейших корреляций. Более конструктивным подходом является уменьшение числа независимых переменных через интегрирование по некоторым из них и, соответственно, анализ различных инклюзивных сечений и их сравнение с экспериментальными данными, что позволит проверить динамику, лежащую в основе используемых моделей. При таком подходе можно исследовать различные энергетические и угловые корреляции, содержащие ценную информацию о структуре ядер с гало и механизмах реакции развала.

После фрагментации существуют четыре различных, физически значимых импульса: начальный импульс пучка $\hbar\mathbf{k}_i$, импульс относительного движения между центрами масс вылетающего ядра и мишени $\hbar\mathbf{k}_f$, относительные импульсы $\hbar\mathbf{k}_x$ и $\hbar\mathbf{k}_y$ между фрагментами в системе покоя вылетающего ядра. Импульс пучка $\hbar\mathbf{k}_i$ фиксирован начальными условиями, и память о его величине и направлении сохраняется в системе через законы сохранения, но другие импульсы являются независимыми переменными, через которые выражаются динамические корреляции. Сохраняя абсолютные величины одиночных импульсов $\hbar\mathbf{k}_f$, $\hbar\mathbf{k}_x$ или $\hbar\mathbf{k}_y$ и проинтегрировав по остальным степеням свободы, можно получить энергетические распределения $d\sigma/dE_\kappa$, $d\sigma/d\varepsilon_x$ или $d\sigma/d\varepsilon_y$. Они описывают спектр возбуждения налетающего ядра, распределение по энергии относительного движения между фрагментами или энергетическое распределение для одного фрагмента в системе покоя ядра с гало соответственно. После интегрирования по двум из трех независимых импульсов $\hbar\mathbf{k}_f$, $\hbar\mathbf{k}_y$ или $\hbar\mathbf{k}_x$ сечение становится зависящим от угла между направлением пучка \mathbf{k}_i и направлением оставшегося импульса. Тогда получается дифференциальное сечение $d^2\sigma/d\Omega_f$, распределение по относительному импульсу между фрагментами $d^3\sigma/d\mathbf{k}_x$ и распределение по импульсам фрагмента $d^3\sigma/d\mathbf{k}_y$. Дополнительное интегрирование по двум проекциям импульса из трех приводит к распределениям фрагментов по продольным и поперечным импульсам.

Следующий класс сечений может быть рассчитан, если проинтегрировать только по одному из трех независимых импульсов. Из возможных вариантов только один, в котором совершено интегрирование по \mathbf{k}_f , будет рассмотрен ниже. Векторы \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y , описывающие движение фрагментов, лежат в одной плоскости. После усреднения по \mathbf{k}_f только угол между \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y имеет физическое значение. Ориентация плоскости, где лежат векторы \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y , не играет никакой роли, и по ней может быть проведено усреднение. Результирующие угловые корреляции $d\sigma/d(\hat{\mathbf{k}}_x \cdot \hat{\mathbf{k}}_y)$ могут представлять интерес для исследований.

Множество различных мод движения, связанных с любым из импульсов $\hbar\mathbf{k}$, характеризуется некоторой группой квантовых чисел и сосуществует в конечной системе. Они интерферируют друг с другом и дают когерентный вклад в сечение (31). Интегрирование по импульсу разрушает интерференцию, и соответствующие моды движения дают независимые вклады в сечения. Следовательно, различные сечения чувствительны к различным корреляциям, и одновременное их описание в рамках единого подхода является строгим тестом на понимание динамики процесса и модельных предположений о ядерной структуре и механизме реакции.

Если интегрировать по всем независимым переменным за исключением энергии возбуждения гало E_κ и принять во внимание свойства ортогональности гипергармоник, то спектр неупругого возбуждения ядра, описывающий распределение силы различных мод движения по энергии возбуждения, может быть получен в следующем виде:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dE_\kappa} = \sum_{l_x, l_y, L_f, K_f, \delta} |A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa)|^2. \quad (32)$$

В спектре возбуждения все корреляции между различными модами движения потеряны: они дают независимый вклад в сечение процесса. Распределение по энергии фрагмента

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{el}}{d\epsilon dE_\kappa} = \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \sum_{l_x, l_y, L_f, K_f, K'_f} \frac{1}{2} i^{-(K_f-K'_f)} \psi_{K_f}^{l_x l_y}(\theta_\kappa) \psi_{K'_f}^{l_x l_y}(\theta_\kappa) \times \\ \times \sum_{\delta} A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa) A_{\delta K'_f}^{l_x l_y L_f*}(E_\kappa) \end{aligned} \quad (33)$$

несет информацию об энергетических корреляциях, которая содержится в интерференции между модами возбуждения с различными значениями гипермомента K_f . Для получения распределения, зависящего только от энергии фрагмента, необходимо проинтегрировать по полной энергии возбуждения E_κ .

Тройное сечение для угловых и энергетических корреляций фрагментов может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{d(\hat{\mathbf{k}}_x \cdot \hat{\mathbf{k}}_y) d\epsilon dE_\kappa} = \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \sum_{\lambda} \frac{1}{4} P_\lambda(\hat{\mathbf{k}}_x \cdot \hat{\mathbf{k}}_y) \sum_{L_f, l_x, l_y, K_f, l'_x, l'_y, K'_f} C_{l'_x l'_y L_f}^{l_x l_y \lambda} \times \\ \times i^{(K'_f-K_f)} \psi_{K_f}^{l_x l_y}(\theta_\kappa) \psi_{K'_f}^{l'_x l'_y}(\theta_\kappa) \sum_{\delta} A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa) A_{\delta K'_f}^{l'_x l'_y L_f*}(E_\kappa), \end{aligned} \quad (34)$$

где коэффициенты $C_{l'_x l'_y L_f}^{l_x l_y \lambda}$ определены следующим образом:

$$C_{l'_x l'_y L_f}^{l_x l_y \lambda} = (-1)^{\lambda + L_f} \hat{l}_x \hat{l}_y \hat{l}'_x \hat{l}'_y \left\{ \begin{matrix} l_x & l'_x & \lambda \\ l'_y & l_y & L_f \end{matrix} \right\} (l_x 0 l'_x 0 | \lambda 0) (l_y 0 l'_y 0 | \lambda 0). \quad (35)$$

Все возбуждения налетающего иона с различными орбитальным L_f , спиновым S_f и полным угловым J_f моментами суммируются независимо в данном выражении, сохраняя при этом угловые и энергетические корреляции по относительному движению. Интегрируя дополнительно по ϵ и E_κ , можно рассчитать угловые корреляции фрагментов развала $d\sigma_{e1}/d(\hat{\mathbf{k}}_x \cdot \hat{\mathbf{k}}_y)$.

Дифференциальное сечение для рассеяния ядер при фиксированной энергии возбуждения E_κ может быть представлено в виде

$$\frac{d^3\sigma_{e1}}{d\mathbf{k}_f dE_\kappa} = \sum_{\lambda, l_x, l_y, L_f, \delta, l'_a, l'_b} \frac{(-1)^\lambda}{4\pi} P_\lambda(\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \hat{\mathbf{k}}_f) C_{l'_a l'_b l}^{l_a l_b \lambda} A_{\delta K_f}^{l_x l_y L_f}(E_\kappa) A_{\delta' K_f}^{l'_x l'_y L_f}(E_\kappa)^*.$$

Аналогичным образом могут быть получены выражения для дифференциальных сечений $d^4\sigma_{e1}/(d\mathbf{k}_y dE_\kappa)$ и $d^4\sigma_{e1}/(d\mathbf{k}_x dE_\kappa)$, которые являются исходными для расчетов распределений фрагментов по продольным и поперечным импульсам. Детальные выражения приведены в [47, 83]. В этих работах было также показано, что поперечные распределения всегда имеют *симметричную* форму относительно начала оси импульсов, в то время как продольные могут быть *асимметричны*. Причиной отклонения от симметричной формы в продольных распределениях является интерференция между ядерными состояниями с различной четностью, которые возбуждаются со сравнимой интенсивностью при одинаковой энергии.

Для характеристики относительного движения трех фрагментов нам необходимы два якобиевских импульса: \mathbf{k}_x — между двумя конституэнтами и \mathbf{k}_y — между третьим и центром масс первой пары. Так как два из трех фрагментов являются тождественными частицами (нейтронами), то существуют только две различные якобиевские системы координат. Одна, обозначаемая \mathbf{T} (кластерное представление), соответствует случаю, когда относительный импульс \mathbf{k}_x определяется нейтронами. Во второй системе координат, обозначаемой \mathbf{Y} (оболочечно-модельное представление), импульс \mathbf{k}_x определяется между кором C и нейтроном. Формулы, данные выше, используются для расчета сечений в обеих координатных системах \mathbf{T} и \mathbf{Y} . Так как преобразование гиперсферических гармоник при переходе из одной системы координат Якоби к другой является простым вращением, связь между реакционными амплитудами $A_{\delta K}^{l_x l_y L}(E_\kappa)$ в двух системах унитарная и выполняется с помощью коэффициентов Рейнала–Реваи $\langle l_x^{\mathbf{T}} l_y^{\mathbf{T}} | l_x^{\mathbf{Y}} l_y^{\mathbf{Y}} \rangle_{KL}$ [95, 96],

$$A_{\delta K}^{l_x^{\mathbf{Y}} l_y^{\mathbf{Y}} L} = \sum_{l_x^{\mathbf{T}} l_y^{\mathbf{T}}} \langle l_x^{\mathbf{T}} l_y^{\mathbf{T}} | l_x^{\mathbf{Y}} l_y^{\mathbf{Y}} \rangle_{KL} A_{\delta K}^{l_x^{\mathbf{T}} l_y^{\mathbf{T}} L}, \quad (36)$$

где индексы \mathbf{T} и \mathbf{Y} у орбитальных угловых моментов обозначают координатную систему, в которой эти моменты определены. Так как в \mathbf{T} -системе перестановка двух нейтронов гало приводит только к изменению знака относительной координаты x , трехчастичная волновая функция имеет особенно простые свойства симметрии по отношению к данной операции. Из-за этой симметрии число разрешенных компонент волновой функции уменьшается. Следовательно, амплитуды первоначально вычисляются в \mathbf{T} -системе. Для расчетов в \mathbf{Y} -системе амплитуды получаются с помощью соотношения (36). Это значит, что угловые и энергетические распределения в одной системе координат Якоби однозначно связаны с распределениями в другой, и их одновременное описание в обеих системах является строгой проверкой правильности знания о парциальном составе, абсолютных величинах и относительных фазах реакционных амплитуд для возбуждений в непрерывном спектре.

2.2.3. *Неупругий развал.* Эксклюзивное сечение неупругого развала (20) (энергии и импульсы всех фрагментов ядра с гало измерены), усредненное по начальным и просуммированное по конечным проекциям спинов, может быть написано как

$$\frac{d^6\sigma_{\text{in}}}{d\mathbf{k}_x d\mathbf{k}_y dE_\kappa} = (2\pi)^4 \frac{\mu_i}{k_i \hbar^2} \sqrt{2} \left(\frac{\mu_x M}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E_\kappa - \varepsilon_y} \times \\ \times \int d\mathbf{R} \frac{1}{\pi} (-\text{Im} \tilde{U}_{aA}(\mathbf{R})) \frac{1}{\hat{j}_i^2 \hat{j}_A^2} \sum_{m_1, m_2, M_{A'}, M_i, M_A} |T_{\text{in}}(\mathbf{R})|^2. \quad (37)$$

Матричный элемент T_{in} для неупругой фрагментации имеет форму, похожую на выражение (22) для упругого развала

$$T_{\text{in}}(\mathbf{R}) = \left\langle G(\varepsilon_f, \mathbf{R}), \Phi_{J_A M_{A'}}, \Psi_{m_1, m_2}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) \times \right. \\ \left. \times \left| \sum_{p,t} V_{pt} \left| \Psi_{J_i M_i}, \Phi_{J_A M_A}, \chi^{(+)}(\mathbf{k}_i) \right. \right\rangle, \quad (38)$$

в котором оптико-модельная функция Грина $G(\varepsilon_f, \mathbf{R}, \mathbf{R}')$ заменяет искаженную волну $\chi(\mathbf{k}_f, \mathbf{R}')$ в выходном канале. Функция Грина $G(\varepsilon_f, \mathbf{R}, \mathbf{R}')$ является решением уравнения

$$\left(\varepsilon_f + \frac{\hbar^2}{2\mu_f} \nabla^2 - \tilde{U}_{aA} \right) G(\mathbf{R}, \mathbf{R}', \varepsilon_f) = \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \quad (39)$$

для энергии относительного движения в выходном канале $\varepsilon_f = \varepsilon_i - E_\kappa - Q$. Для центрального оптического потенциала $\tilde{U}_{aA}(R)$ функция Грина G имеет

следующее разложение по парциальным волнам:

$$G(\varepsilon_f, \mathbf{R}, \mathbf{R}') = \frac{2\mu_f}{\hbar^2} \sum_l \frac{1}{rr'} G_l(k_f, R, R') Y_{lm}(\hat{\mathbf{R}}) Y_{lm}(\hat{\mathbf{R}})^*, \quad (40)$$

в котором радиальная часть $G_l(k_f, R, R')$ может быть представлена в виде произведения регулярного решения $\chi_l(k_f, R)$ и решения $h_l(k_f, R)$ с расходящимися граничными условиями в оптическом потенциале $\tilde{U}_{aA}(R)$

$$G_l(k_f, R, R') = \frac{\chi_l(k_f, R_{<}) h_l(k_f, R_{>})}{W(\chi_l, h_l)}. \quad (41)$$

Здесь $R_{<}$ и $R_{>}$ обозначают наименьшее и наибольшее значения координат R и R' соответственно. Вронскиан независимых решений χ_l и h_l определен следующим образом:

$$W(\chi_l, h_l) = \chi_l \frac{dh_l}{dR} - \frac{d\chi_l}{dR} h_l.$$

Сечения для различных энергетических и угловых корреляций, за исключением уравнения (36), могут быть рассчитаны [47], если вставить разложения (40) в уравнение (38) и выполнить все вычисления, аналогично вычислениям для упругого развала. В дополнение подынтегральное выражение в уравнении (37) дает распределение сечения неупругой фрагментации в зависимости от радиальной координаты R .

2.2.4. Учет кулоновского взаимодействия. Для непротиворечивого описания электромагнитной диссоциации кулоновское и ядерное взаимодействия должны включаться в описание процесса на равных основаниях. Так как в представленном подходе эффективные нуклон-нуклонные взаимодействия явно входят в описание динамики реакции, то это включение происходит естественным образом: взаимодействие V_{pt} между нуклонами сталкивающихся ионов имеет короткодействующую часть, обусловленную сильным взаимодействием, и кулоновское отталкивание в центральных компонентах взаимодействия, если оба нуклона являются протонами. В результате в расчетах радиальных формфакторов (25), выполненных в импульсном пространстве, центральная часть $V_C(k)$ нуклон-нуклонных сил, действующих между протонами, имеет ядерную часть вместе с кулоновской частью $V_{Coul}(k) = 4\pi e^2 k^2$, которая приводит к деструктивной интерференции с ядерным притяжением.

Дальнодействующая природа кулоновских сил является главной особенностью и приводит к появлению дополнительных эффектов и вычислительных проблем по сравнению с расчетами реакций с ионами, в которых учтено только ядерное взаимодействие. Для короткодействующих ядерных сил достаточно вычислять ядерные формфакторы (25) в ограниченной области

$0 \leq R \leq R_{\max}$ координатного пространства, вне которой формфакторы становятся пренебрежимо малы. Соответственно, только ограниченное количество $l < L_N$ искаженных парциальных волн должно быть учтено в реакционных вычислениях. В присутствии дальнедействующего кулоновского взаимодействия формфактор содержит медленно уменьшающийся хвост, который простирается на большие расстояния. Для тяжелых мишеней с большим зарядом хвост имеет достаточную амплитуду, для того чтобы вызвать сильную кулоновскую диссоциацию. В результате парциально-волновое разложение медленно сходится и необходимо учитывать значительно большее число орбитальных угловых моментов, а радиальное интегрирование в выражениях (29) необходимо проводить до больших расстояний. Чтобы преодолеть возникающие вычислительные проблемы, удобно использовать специфические свойства кулоновского взаимодействия. Существенным упрощением является то, что на больших расстояниях $R \geq R_{\max}$ кулоновский формфактор может быть рассчитан аналитически и имеет простую форму

$$\begin{aligned}
 F_{j_p 0 j_p}^{\gamma J_f}(\kappa, R)|_{r > R_{\max}} = \\
 = v^{j_p} \frac{4\pi e^2 Z_A}{(2j_p + 1) \hat{J}_f} \langle \Psi_{\gamma J_f}(\kappa) | \sum_{p=1}^{Z_p} r_p^{j_p} Y_{j_p}(\hat{r}_p) | \Psi_{J_i} \rangle \frac{1}{R^{j_p+1}}. \quad (42)
 \end{aligned}$$

Следовательно, можно вычислять радиальные формфакторы только для $R \leq R_{\max}$ и использовать аналитический вид (42) на больших расстояниях. Координатное пространство и пространство искаженных волн может быть разделено на три области [47, 97], в которых применяются разные методы вычисления радиальных интегралов. Первая область ($R \leq R_{\max}$ и $l \leq L_N$) используется для вычислений, в которых присутствуют как короткодействующие ядерные, так и дальнедействующие кулоновские взаимодействия. В этой области искаженные волны и формфакторы известны численно и численное интегрирование имеет достаточную точность. Вторая область соответствует низким парциальным волнам $l \leq L_N$, а радиальное интегрирование включает расстояния $R_{\max} < R < \infty$. В этой области формфактор известен аналитически (выражение (42)), искаженные волны заданы своими асимптотическими представлениями и их перекрытия не являются малыми, если кулоновское возбуждение значительно. Так как все функции известны аналитически, то медленная сходимость численного интегрирования может быть преодолена методом контурного интегрирования в комплексной радиальной плоскости [98]. Третья область включает высокие парциальные волны $l > L_N$. Парциальные волны не проникают под большой центробежный барьер, следовательно, эти волны не чувствуют ядерного потенциала, испытывают только кулоновское рассеяние и являются регулярными кулоновскими волновыми функциями. Так как эти парциальные волны пренебрежимо малы на не-

больших расстояниях R , аналитическое выражение (42) для формфактора может быть использовано также и для расстояний $R \leq R_{\max}$. В этом случае радиальные интегралы сводятся к хорошо известным интегралам теории кулоновского возбуждения [99] и выражаются аналитически через гипергеометрические функции. С возрастанием величины парциальных орбитальных угловых моментов кулоновские матричные элементы уменьшаются экспоненциально [99], но скорость сходимости сильно зависит от энергии возбуждения и довольно мала около порога развала. Например, в случае низкоэнергетических возбуждений ${}^6\text{He}$ в процессе фрагментации на ядре ${}^{208}\text{Pb}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон было необходимо учитывать до 20 000 парциальных волн, в то время как около 400 волн было достаточно при учете только короткодействующих ядерных взаимодействий. Представленная схема вычислений позволяет совершать квантово-механические расчеты ядерного и кулоновского возбуждений, включая их интерференцию, без искусственного разделения на различные механизмы. Заметим, что кулон-ядерная интерференция имеет значение только в первой области, где присутствуют оба формфактора, ядерный и кулоновский. Вклады в амплитуду от других областей являются чисто кулоновскими. Соотношение между кулоновской и ядерной диссоциацией в сечении развала определяется долей вкладов от указанных областей в полную амплитуду процесса.

2.3. Переходные плотности и взаимосвязь между степенями свободы нуклонов кора и гало. Исследование ядерных реакций дает информацию о переходных свойствах ядерных систем. При расчетах амплитуды реакции структура ядра входит в динамику процесса в виде переходных плотностей, которые описывают отклик ядра на точечное возмущение и выражаются через приведенные матричные элементы между начальным Ψ_0 и конечным Ψ_f ядерными состояниями

$$\rho^{lsj}(r) = \langle \Psi_f | \left| \sum_{t=1}^A \frac{\delta(r - r_t)}{r_t^2} [Y_l(\hat{\mathbf{r}}_t) \otimes \sigma_t^s]_j \right| | \Psi_0 \rangle = \rho_h^{lsj}(r) + \rho_C^{lsj}(r), \quad (43)$$

где l , s и j являются орбитальным, спиновым и полным угловыми моментами, переданными ядру в процессе его возбуждения. В этом выражении суммирование по t происходит по всем нуклонам ядра. При описании легких ядер эффекты отдачи или, иными словами, трансляционная симметрия играет важную роль. Поэтому с самого начала формулировка реакционной динамики была основана на относительных трансляционно-инвариантных координатах Якоби. В трехчастичных кластерных моделях только координаты нейтронов гало и центра масс кора появляются в волновой функции $\Phi_{\gamma, J_f, M_f}(\kappa, \mathbf{x}, \mathbf{y})$, в то время как координаты нуклонов кора входят более сложным образом. Поэтому учет нуклонных степеней свободы кора заслуживает специального внимания [47]. Чтобы подчеркнуть это, во второй строчке выражения (43)

выделены части переходной плотности, связанные с вкладами от нуклонов гало $\rho_h^{lsj}(r)$ и нуклонов кора $\rho_C^{lsj}(r)$.

Переходные плотности для нейтронов гало сводятся к вычислению приведенного матричного элемента

$$\rho_{\gamma J_f}^{lsj}(\kappa, r) = \langle \Phi_{\gamma J_f}(\kappa) | \sum_t \frac{\delta(r - r_t)}{r_t^2} [Y_l(\hat{\mathbf{r}}_t) \otimes \sigma_t^s]_j | \Phi_{J_0} \rangle, \quad (44)$$

где суммирование по t включает суммирование по координатам двух нейтронов гало ($t = 1, 2$). Это выражение является аналогом переходной плотности, рассчитываемой в традиционных моделях ядерной структуры для возбуждения состояний с определенным полным угловым моментом J_f . Детальные выражения для расчетов переходной плотности (44) приведены в [45, 82].

Переходные плотности $\rho_C^{lsj}(r)$ определяются векторами $\mathbf{r}_j = \beta \mathbf{u} + \boldsymbol{\xi}_j$, показанными на рис. 1, где $\beta = 2/A$. Для вычисления соответствующей переходной плотности оператор в уравнении (43) должен быть разложен по мультиполям, зависящим от координат $\beta \mathbf{u}$ и $\boldsymbol{\xi}_i$ по отдельности. Данное разложение удобно совершить в пространстве импульсов

$$\rho^{lsj}(k) = \int_0^\infty dr r^2 j_l(kr) \rho^{lsj}(r) = \langle \Psi_f | \sum_i j_l(kr_i) [Y_l(\hat{\mathbf{r}}_i) \otimes \sigma_i^s]_j | \Psi_0 \rangle. \quad (45)$$

Оператор внутри матричного элемента может быть разложен на сумму произведений операторов, зависящих по отдельности от координат \mathbf{u} и $\boldsymbol{\xi}_i$:

$$j_l(kr_i) [Y_l(\hat{\mathbf{r}}_i) \otimes \sigma_i^s]_{j,m} = \sqrt{4\pi} \sum_{Ll_y l_\xi} i^{l_y + l_\xi - l} \hat{L} l_y \hat{l}_\xi (l_y 0 l_\xi 0 | l 0) (-1)^{l+s-j} \times \\ \times \left\{ \begin{matrix} l & s & j \\ L & l_y & l_\xi \end{matrix} \right\} [j_{l_y}(k\beta y) Y_l(\hat{\mathbf{y}}) \otimes j_{l_\xi}(k\xi_i) [Y_{l_\xi}(\hat{\boldsymbol{\xi}}_i) \otimes \sigma_i^s]_L]_{j,m}. \quad (46)$$

Взяв матричный элемент между начальными и конечными ядерными волновыми функциями $\phi_C(\boldsymbol{\xi}_i) \Phi_{i,f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, можно получить в рамках кластерной модели переходную плотность, учитывающую внутреннюю структуру кора с любым спином. Для α -частичного кора ($C = \alpha$), имеющего нулевой спин и изоспин, результат получается особенно простым:

$$\rho_\alpha^{l0l}(k) = \langle \Phi_f | j_l(k\beta y) Y_l(\hat{\mathbf{y}}) | \Phi_0 \rangle \times \\ \times \langle \phi_\alpha | \sum_{i=1}^4 j_0(k\xi_i) | \phi_\alpha \rangle = \rho_{\alpha_{\text{cm}}}^{l0l}(k) \rho_{\text{mat}}(k), \quad (47)$$

где $\rho_{\alpha_{\text{cm}}}^{l0l}(k) = \langle \Phi_f | j_l(k\beta y) Y_l(\hat{\mathbf{y}}) | \Phi_0 \rangle$ есть переходная плотность для движения центра масс кора и содержит только координаты центра масс кора,

а $\rho_{\text{mat}}(k) = \langle \phi_\alpha | \left| \sum_{i=1}^4 j_0(k\xi_i) \right| | \phi_\alpha \rangle$ является материальной плотностью кора, нормированной при $k = 0$ на число нуклонов в коре. Фактор $\rho_{\alpha_{\text{cm}}}^{l0l}(k)$ в уравнении (47) дает вклады только в возбуждения нормальной четности ($l = j$) с переданным спином $s = 0$ и отсутствует в случае возбуждений с $s = 1$. Это значит, что в трехчастичных кластерных моделях взаимодействие с нуклонами α -частичного кора может приводить только к возбуждению состояний нормальной четности без переворота спина.

Проиллюстрируем связь между степенями свободы нейтронов гало и нуклонов кора на примере развала ${}^6\text{He}$. На рис. 4, а показаны модули реальных частей $|\text{Re} \rho_{\alpha_{\text{cm}}}^{l0l}(r)|$ (штриховая линия) и $|\text{Re} \rho_n^{l0l}(r)|$ (сплошная линия) переходной плотности 2^+ -резонанса ($l = j = 2, s = 0$) при энергии $E^* = 1,8$ МэВ для возбуждения волновой функции непрерывного спектра с квантовыми числами $(KLSl_x l_y) = (22002)$. Переходная плотность $\rho_{\alpha_{\text{cm}}}^{l0l}(r)$ для движения центра масс α -кора (плотность отдачи) сконцентрирована на малых рассто-

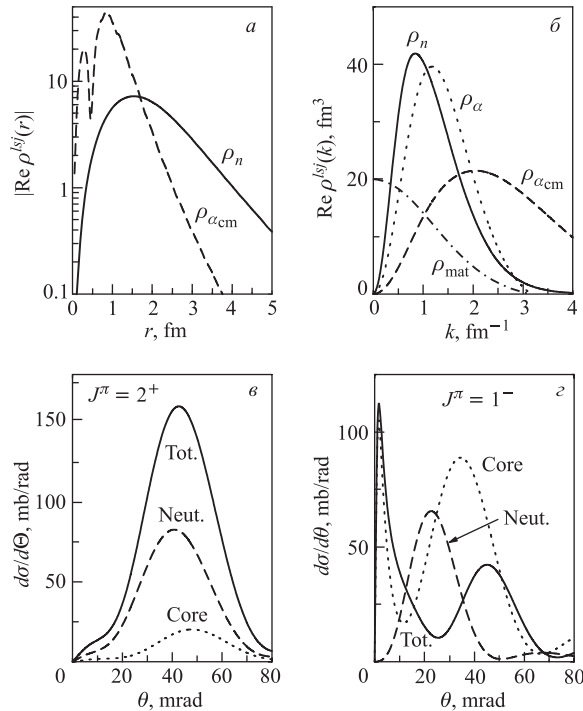


Рис. 4. Переходные плотности 2^+ -резонанса в координатном (а) и импульсном (б) пространствах. Дифференциальные сечения для 2^+ -резонанса (в) и дипольных (г) возбуждений в уругом развале ${}^6\text{He}$ на ${}^{12}\text{C}$. Подробное описание кривых дано в тексте

яниях, в то время как переходная плотность нейтронов гало $\rho_h^{10l}(r)$ простирается на большие расстояния и доминирует во внешней области. Если увеличить массу кора \mathcal{M}_C , то коэффициент пропорциональности $\beta = 2/A$ между координатами \mathbf{r}_C и \mathbf{y} , $\mathbf{r}_C = \beta\mathbf{y}$, станет меньше и переходная плотность $\rho_{\alpha_{cm}}^{10l}(r)$ будет сжиматься к еще меньшим радиусам.

Концентрация плотности $\rho_{\alpha_{cm}}^{10l}(r)$ на малых расстояниях соответствует в пространстве импульсов концентрации плотности отдачи $\rho_{\alpha_{cm}}^{10l}(k)$ при больших импульсах k . Следовательно, можно ожидать увеличения вклада от кора в сечение реакции с увеличением переданного момента, что и подтверждается численными расчетами. На рис. 4, б показаны переходные плотности в пространстве импульсов. Переходная плотность нейтронов гало (сплошная линия) сконцентрирована при малых импульсах. Плотность отдачи (штриховая линия) широко простирается в пространстве импульсов. Материальная плотность α -частицы $\rho_{mat}(k)$ [100] показана штрихпунктирной линией и быстро убывает с увеличением k . В результате переходная плотность (пунктирная линия) нуклонов α -кора $\rho_{\alpha}^{lsj}(k) = \rho_{\alpha_{cm}}^{lsj}(k)\rho_{mat}(k)$ обрезается при больших моментах и имеет форму, похожую на форму для нейтронов гало, но сдвинутую к большим импульсам.

На рис. 4, в показаны теоретические дифференциальные сечения для возбуждения 2^+ -резонанса в неупругом рассеянии ${}^6\text{He}$ на ${}^{12}\text{C}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон. Полное дифференциальное сечение и отдельные вклады от взаимодействия с нуклонами гало и кора показаны сплошной, штриховой и пунктирной линиями соответственно. Вклад от нуклонов кора имеет максимум при больших углах, чем от нейтронов гало. Оба вклада становятся равными на углах в конце представленного интервала (при переданных импульсах $\sim 1 \text{ фм}^{-1}$). При больших импульсах вклад от кора доминирует. Описанная тенденция подтверждает, что в рассеянии большие передачи импульсов происходят при взаимодействии с более массивным α -кором. Полное дифференциальное сечение для 2^+ -резонанса показывает сильную конструктивную интерференцию от вкладов нуклонов кора и гало.

Другой пример взаимосвязи между степенями свободы нуклонов кора и нейтронов гало представлен на рис. 4, г, где показаны угловые распределения для дипольных возбуждений с $E^* \leq 4,5$ МэВ (обозначения соответствуют обозначениям предыдущего рис. 4, в. Пик на малых углах обусловлен чисто кулоновским возбуждением и полностью определяется вкладом от α -кора. Ядерное взаимодействие ответственно за появление пиков на больших углах рассеяния. Вклад от нуклонов α -кора примерно в два раза больше, чем от двух нейтронов гало, и сдвинут к большим углам. В отличие от квадрупольных возбуждений для дипольных происходит деструктивная интерференция между степенями свободы нуклонов кора и гало. В результате полное сечение меньше индивидуальных вкладов и показывает максимум при больших углах рассеяния, чем наблюдается при взаимодействии с нуклонами кора и

гало, взятыми по отдельности. Следовательно, правильный учет трансляционной инвариантности в легких ядрах, связанный с эффектами отдачи, является важной частью реакционной динамики и должен корректно учитываться в количественном описании ядерных реакций.

2.4. Развал ядер с двухнейтронным гало в электронном рассеянии. Несмотря на огромное количество информации о ядрах с гало, полученных из столкновений с другими ядрами, для исследования их структуры желательно использовать более точные методы. Электромагнитное взаимодействие электрона с ядерными зарядами и токами является хорошо известным и слабым, что приводит к возможности надежного отделения ядерной структуры от реакционного механизма. Поэтому рассеяние электронов является одним из наиболее мощных и проверенных методов исследования структуры атомных ядер. Для исследования ядра применяются электроны ультрарелятивистских энергий. Так как заряд ядер с гало составляет всего несколько единиц, для ультрарелятивистских электронов эффектами многократного рассеяния можно пренебречь и использовать для описания электромагнитных взаимодействий приближение однофотонного обмена.

В настоящее время не существует экспериментальных установок для выполнения экспериментов по рассеянию электронов на короткоживущих ядрах. Но в ближайшем будущем планируется проведение электрон-ядерных экспериментов коллайдерного типа на новых установках по производству радиоактивных ядер в RIKEN и GSI. Можно ожидать, что первые измерения будут выполнены для процессов с наибольшими сечениями, а именно для упругого и инклюзивного неупругого рассеяния электронов.

Ранее были опубликованы две работы [101, 102], касающиеся теоретического исследования рассеяния электронов на ядрах с гало. Развита в этих статьях модель основана на предположении, что энергия и момент, переданные электроном ядру, целиком поглощаются одним из конституэнтов («участник»), который выбивается из ядра. Два других фрагмента, взаимодействующие между собой, рассматриваются в процессе реакции неактивными («зрителями»). При таком подходе не учитываются взаимодействия в конечном состоянии между «участником» и «зрителями» реакционного процесса. Описанный сценарий реакции («участники – зрители») представляется оправданным для кинематических областей, в которых доминируют квазиупругие процессы. Однако особенности структуры ядер с гало проявляются наиболее сильно в других кинематических областях, а именно при небольших энергиях возбуждения над порогом развала. В этих условиях кинетическая энергия относительного движения фрагментов мала и скорости относительного движения, соответственно, небольшие. Поэтому фрагменты имеют достаточное время для взаимодействия друг с другом и модель «участники – зрители» не является более оправданной: все фрагменты принимают активное участие в реакционной динамике. Корректное описание физического процесса около

порога развала требует полного учета взаимодействия в конечном состоянии (ВКС), т. е. между всеми тремя фрагментами развала. Заметим, что несколько лет назад была развита модель электронного рассеяния на трехнуклонных ядрах (${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$) с полным включением взаимодействия в конечном состоянии в импульсном пространстве [103, 104]. В этих работах подчеркивается важность полного учета ВКС для реакций развала.

В данном разделе обсуждается модель [86] для описания процесса рассеяния электронов, ведущего к низкоэнергетическим возбуждениям ядер, имеющих структуру двухнейтронного гало, с полным учетом взаимодействия между фрагментами в конечном состоянии. Ключевые элементы модели включают последовательный учет в координатном пространстве трехчастичных особенностей структуры гало в связанном состоянии и в непрерывном спектре. Модель предназначена для описания процессов развала на три фрагмента при небольших передачах импульса и энергии и применяется к электронному рассеянию на ядре ${}^6\text{He}$, которое является полигоном для изучения структуры ядер с двухнейтронным гало.

2.4.1. Формализм рассеяния электронов. Рассмотрим реакцию, в которой электрон с энергией ε_i и импульсом $\hbar\mathbf{k}_i$ соударяется с ядром массой M_i и рассеивается с конечной энергией ε_f и импульсом $\hbar\mathbf{k}_f$. Начальные $k_i = (\varepsilon_i/\hbar c, \mathbf{k}_i)$, конечные $k_f = (\varepsilon_f/\hbar c, \mathbf{k}_f)$ и переданные $q = k_i - k_f = (\omega/c, \mathbf{q})$ 4-мерные волновые векторы характеризуют динамику реакции. Вывод сечения электронного рассеяния приведен во многих обзорах и монографиях [105–107]. Соответствующие выражения для развала ядер с двухнейтронным гало выводятся в работе [86].

Вследствие слабости электромагнитного взаимодействия приближение одnofотонного обмена между электроном и ядерной системой является достаточно точным для рассеяния ультрарелятивистских электронов на легких ядрах. В рамках этого приближения сечение электронного рассеяния, усредненное по начальным и просуммированное по конечным проекциям спинов, традиционно представляется в виде [105, 108]

$$d\sigma = d\varepsilon_f d\Omega_f \sigma_M \sum_{\lambda\lambda'} l_{\lambda\lambda'} (-1)^{\lambda+\lambda'} N_{\lambda\lambda'}, \quad (48)$$

где суммирование выполняется по спиральности виртуальных фотонов $\lambda = 0, \pm 1$, σ_M является моттовским сечением, описывающим рассеяние электронов на точечном ядре. В выражении (48) $l_{\lambda\lambda'}$ обозначает хорошо известный лептонный тензор, в то время как адронный тензор $N_{\lambda\lambda'}$, соответствующий развалу ядра на три фрагмента с импульсами $\hbar\mathbf{k}_1, \hbar\mathbf{k}_2$ и $\hbar\mathbf{k}_C$ для нейтронов гало и кора, имеет форму

$$N_{\lambda\lambda'} = \frac{(2\pi)^6}{\hbar c} \overline{\sum} N_\lambda N_{\lambda'}^* \delta^4(q + P_i - P_f) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_C, \quad (49)$$

где $N_\lambda = \epsilon_\lambda^\mu \langle \Psi_f | J_\mu(0) | \Psi_0 \rangle$ обозначает ядерные матричные элементы электромагнитного тока $J_\mu(0)$ между начальным и конечным ядерными состояниями, а ϵ_λ^μ обозначает векторы поляризации виртуального фотона со спиральностью λ . В адронном тензоре $N_{\lambda\lambda'}$ (49) сумма с чертой наверху обозначает усреднение по проекциям спина ядра и суммирование по проекциям спинов всех фрагментов.

Далее удобно выбрать систему координат таким образом, чтобы ось \hat{z} была параллельна переданному импульсу, $\hat{z} \parallel \mathbf{q}$, а вектор $\mathbf{k} = \mathbf{k}_i + \mathbf{k}_f$ лежал целиком в плоскости рассеяния (\hat{x}, \hat{z}) . Для описания движения фрагментов в конечном состоянии будем использовать якобиевские импульсы $\hbar\mathbf{k}_x$, $\hbar\mathbf{k}_y$ и $\hbar\mathbf{P}_f$. Векторы $\mathbf{q} \parallel \hat{z}$ и \mathbf{k}_y определяют плоскость разлета фрагментов, повернутую на угол φ относительно плоскости рассеяния электронов.

Структура гало особенно чувствительна к процессам, ведущим к возбуждению низколежащих состояний при небольших переданных импульсах. В таких случаях для описания ядерных волновых функций можно использовать нерелятивистское уравнение Шредингера и применять нерелятивистскую редукцию операторов тока. В дополнение, при малых переданных импульсах вклады от конвекционного и спинового токов малы по сравнению с вкладом от кулоновского взаимодействия. Это значит, что при интересующих нас кинематических условиях вклад от продольного члена N_{00} доминирует и только его достаточно учитывать при расчете сечений развала. Соответствующий лептонный тензор равен $l_{00} = Q^2/|\mathbf{q}|^2$, где $Q^2 = \mathbf{q}^2 - \omega^2/c^2$ является квадратом волнового вектора виртуального фотона. Тогда продольная часть ядерного тока равна [108]

$$N_0 = \frac{\hbar W}{M_{iC}} \frac{Q}{|\mathbf{q}|} \frac{1}{(2\pi)^3} \rho_f^{\text{ch}}(\mathbf{q}), \quad (50)$$

где $\hbar c W$ есть инвариантная масса конечной ядерной системы и вычисление зарядовой переходной плотности $\rho_f^{\text{ch}}(\mathbf{q})$ совершается в с.ц.м. ядра [109]:

$$\rho_f^{\text{ch}}(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r}_1 \cdots d\mathbf{r}_A \delta\left(\frac{1}{A} \sum_{j=1,A} \mathbf{r}_j\right) \Psi_f^{(-)*}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ \times \sum_{j=1,Z} e^{i(\mathbf{q}\mathbf{r}_j)} \Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A). \quad (51)$$

В этом выражении Z обозначает число протонов и $\psi_f^{(-)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$ соответствует состояниям ядра в непрерывном спектре с граничными условиями, заданными падающими волнами.

С использованием факторизации (1) зарядовая переходная плотность (51) может быть представлена в виде произведения

$$\rho_f^{\text{ch}}(\mathbf{q}) = \rho_f^{\text{cm}}(\mathbf{q}) \rho_C^{\text{ch}}(\mathbf{q}), \quad (52)$$

где $\rho_C^{\text{ch}}(\mathbf{q})$ есть зарядовая плотность кора и $\rho_f^{\text{cm}}(\mathbf{q})$ описывает движение центра масс кора

$$\rho_f^{\text{cm}}(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{x} d\mathbf{y} \Phi_f^{(-)*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) e^{i\beta(\mathbf{q}\mathbf{y})} \Phi_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad (53)$$

$$\rho_C^{\text{ch}}(\mathbf{q}) = \int d\xi_1 \dots d\xi_{A_C} \delta \left(\frac{1}{A_C} \sum_{j=1, A_C} \xi_j \right) \times \\ \times \sum_{j=1, Z} e^{i(\mathbf{q}\xi_j)} |\phi_C(\xi_1, \dots, \xi_{A_C})|^2. \quad (54)$$

В выражении (53) коэффициент $\beta = 2/A$. В рамках метода гиперсферических функций расчет переходной плотности (приведенного матричного элемента между начальным и конечным состояниями ядра) для движения центра масс кора сводится к расчетам выражения (44) для $\rho_{\gamma J_f}^{l 0 l}(\kappa, r)$. При учете кулоновского взаимодействия электронов с зарядом кора в выражениях, приведенных ниже, не появляются переходные плотности, определяемые нейтронами гало.

Если выбрать в качестве независимой переменной энергию ядра E_κ вместо энергии электрона в конечном состоянии ε_f , то адронный тензор (49) может быть записан в следующем виде:

$$\int d\varepsilon_f N_{00} = d\hat{\mathbf{k}}_x d\hat{\mathbf{k}}_y d\epsilon dE_\kappa f_R \left(\frac{\mu_x \mu_y \mathcal{M}^2}{\hbar^4} \right)^{3/2} \times \\ \times 2E_\kappa^2 \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \frac{Q^2}{|\mathbf{q}|^2} \frac{(\hbar W)^2}{(\mathcal{M}_i c)^2} W_{00}. \quad (55)$$

В этом выражении f_R обозначает фактор отдачи

$$f_R = \left(1 + \frac{\varepsilon_f}{\mathcal{M}_i c^2} \left(1 - \frac{|\mathbf{k}_i| \cos \theta}{|\mathbf{k}_f|} \right) \right)^{-1}, \quad (56)$$

а конечная энергия электрона ε_f определяется сохранением энергии. Ядерная структурная функция W_{00} равна

$$W_{00} = \frac{1}{\hat{j}_i^2} \sum_{m_1 m_2 M_i} |\langle \Phi_{m_1 m_2}^{(-)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y) | e^{i\beta(\mathbf{q}\mathbf{y})} | \Phi_{J_i M_i} \rangle|^2 (\rho_C^{\text{ch}}(\mathbf{q}))^2. \quad (57)$$

Используя разложения (4) и определение (45), совершая суммирование по проекциям спинов, структурную функцию запишем в следующем

виде:

$$\begin{aligned}
W_{00} = & \frac{1}{J_i^2} \sum_{\alpha} \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{L}} \left([Y_{L_x}(\hat{\mathbf{k}}_x) \times Y_{L_y}(\hat{\mathbf{k}}_y)]_L \cdot Y_L(\hat{\mathbf{q}}) \right) \times \\
& \times (-1)^{J_i+S_f+L_f J_f+J_f'+l'_x+l'_y} \varrho^{l-l'+K_f'-K_f} \psi_{K_f}^{l'_x, l'_y}(\theta_{\kappa}) \psi_{K_f'}^{l'_x, l'_y}(\theta_{\kappa}) \times \\
& \times \hat{l}_x \hat{l}_y \hat{L}_f \hat{J}_f \hat{l}'_x \hat{l}'_y \hat{L}'_f \hat{J}'_f (l_x 0 \ l'_x 0 | L_x 0) (l_y 0 \ l'_y 0 | L_y 0) (l 0 \ l' 0 | L 0) \times \\
& \times \left\{ \begin{array}{ccc} L_f & L'_f & L \\ J_f & J'_f & S_f \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} J_f & J'_f & L \\ l' & l & J_i \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} l'_y & l'_x & L'_f \\ l_y & l_x & L_f \\ L_y & L_x & L \end{array} \right\} \times \\
& \times \rho_{\gamma J_f}^{l 0 l}(\kappa, |\mathbf{q}|) \rho_{\gamma' J'_f}^{l' 0 l'}(\kappa, |\mathbf{q}|)^* (\rho_c^{\text{ch}}(\mathbf{q}))^2, \quad (58)
\end{aligned}$$

где индекс α включает все квантовые числа и промежуточные индексы суммирования. Так как мы усреднили (58) по проекциям спинов фрагментов, интерференция между движениями с различными значениями полного спина S_f двух нейтронов гало потеряна и возбуждения с различными S_f дают независимый вклад в сечение. Функция W_{00} содержит всю информацию о структуре ядра, энергетических и угловых корреляциях фрагментов.

Эксклюзивное сечение рассеяния электронов с возбуждением низколежащих состояний в ${}^6\text{He}$ записывается в виде

$$\begin{aligned}
\frac{d^8 \sigma}{d\hat{\mathbf{k}}_f d\hat{\mathbf{k}}_x d\hat{\mathbf{k}}_y d\epsilon dE_{\kappa}} = & f_R \sigma_M \left(\frac{\mu_x \mu_y \mathcal{M}^2}{\hbar^4} \right)^{3/2} \times \\
& \times 2E_{\kappa}^2 \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \frac{Q^4}{|\mathbf{q}|^4} \frac{(\hbar W)^2}{(\mathcal{M}_i c)^2} W_{00}. \quad (59)
\end{aligned}$$

Это сечение содержит наиболее полную информацию, которая может быть выделена из сечения развала ядра на три фрагмента с неполяризованными электронами при малых переданных импульсах. Однако сечение (59) зависит от слишком многих переменных, чтобы сделать значимый анализ важных корреляций. Более простым и ясным является анализ различных инклюзивных сечений, в которых совершено интегрирование по большинству независимых переменных. Таким образом могут быть выделены различные угловые и энергетические корреляции, содержащие ценную информацию о структуре ядер с гало.

Множество различных мод движения, связанных с относительными импульсами $\mathbf{k}_{x,y}$, характеризуется различными квантовыми числами и сосуществует в конечном состоянии. Детектируя рассеянные электроны, мы узнаем импульс \mathbf{q} , переданный ядру, и энергию возбуждения ядра. Если дополнительно измерить импульс кора \mathbf{k}_c , то становятся известными относительный

момент \mathbf{k}_y и абсолютная величина момента $|\mathbf{k}_x|$. Соответствующее сечение получается интегрированием по ненаблюдаемому направлению момента $\hat{\mathbf{k}}_x$. Это усреднение разрушает угловые корреляции по движению \mathbf{k}_x , а соответствующее сечение зависит от угла между переданным моментом $\hat{\mathbf{q}}$ и направлением развала кора $\hat{\mathbf{k}}_y$. Интегрирование по направлению $\hat{\mathbf{k}}_y$ разрушает все угловые корреляции в движении фрагментов. Наконец, инклюзивное сечение для неупругого рассеяния электронов может быть записано в виде

$$\frac{d^3\sigma}{d\hat{\mathbf{k}}_f dE_\kappa} = f_R \sigma_M \left(\frac{\mu_x \mu_y \mathcal{M}^2}{\hbar^4} \right)^{3/2} \times \\ \times 4E_\kappa^2 \frac{Q^4}{|\mathbf{q}|^4} \frac{(\hbar W)^2}{(\mathcal{M}_i c)^2} \frac{4\pi}{\hat{J}_i^2} \sum_{lJ_f\gamma} |\rho_{\gamma J_f, J_i}^{l0l}(\kappa, |\mathbf{q}|)|^2 (\rho_c^{\text{ch}}(\mathbf{q}))^2. \quad (60)$$

Для небольших энергий возбуждения ядра E^* ($= E_\kappa + |E_B|$), которые рассматриваются здесь, фактор $\hbar W/\mathcal{M}_i c = 1 + E^*/\mathcal{M}_i c^2 \simeq 1$.

3. СПЕКТРОСКОПИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА ЯДЕР С ДВУХНЕЙТРОННЫМ ГАЛО

Природа и свойства трехчастичного непрерывного спектра боромиевских ядер со структурой гало является в настоящее время одним из наиболее интересных вопросов. Задача спектроскопии непрерывного спектра — определение доминирующих мод при данной энергии возбуждения (области энергий). Для двухчастичного развала энергия возбуждения однозначно определяет импульс между фрагментами и только один орбитальный угловой момент характеризует их относительное движение. В некоторых случаях, например, в случае ядра с нулевым спином, он совпадает с переданным орбитальным угловым моментом и может быть определен из угловых дифференциальных сечений [76]. В предположении одночастичного описания структуры ядра могут быть получены и спектроскопические факторы [110].

Развал на три фрагмента значительно богаче и сложнее, чем развал на два фрагмента. Появляются новые степени свободы, и необходимо, соответственно, больше квантовых чисел для однозначной характеристики движения фрагментов. Кинетические энергии фрагментов распределены непрерывным образом в доступном фазовом пространстве, и два (якобиевских) орбитальных угловых момента характеризуют их движение. Специфическая структура непрерывного спектра определяет доступные моды возбуждения. Наконец, возбуждения континуума и структура основного состояния тесно связаны реакционными механизмами.

Экспериментальное изучение трехчастичных корреляций фрагментов гало в реакциях развала требует проведения кинематически полных измерений, когда три частицы — нейтрон, гало и кор — детектируются в совпадении. После этого возможно реконструировать спектр ядра гало и отобрать события, соответствующие низкоэнергетическим возбуждениям. Для фиксированной энергии возбуждения три фрагмента могут двигаться еще относительно друг друга разнообразными способами. Таким образом, в дополнение к спектру возбуждения ядра можно изучать множество различных угловых и энергетических корреляций между фрагментами. Трехчастичные корреляции чувствительны к различным аспектам реакционной динамики. Следовательно, спектроскопия непрерывного спектра предполагает последовательный анализ множества эксклюзивных и инклюзивных сечений, доступных в кинематически полных экспериментах.

Недавно в GSI были получены экспериментальные данные о различных угловых и энергетических корреляциях трех фрагментов из развала ${}^6\text{He}$ при столкновении с мишенью ${}^{208}\text{Pb}$ с энергией 240 МэВ/нуклон [111]. Они проявили очень интересную картину. *Низкоэнергетический спектр* ${}^6\text{He}$ имеет гладкое поведение [112], в то время как с увеличением энергии возбуждения форма некоторых трехчастичных корреляций сильно меняется вдоль спектра.

3.1. Теоретический анализ. После развала ядра с гало относительное движение фрагментов описывается трехчастичной функцией непрерывного спектра $\Phi_{m_1 m_2}^{(+)}(\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y)$ (4). Заметим, что, как правило, при низких энергиях возбуждения компоненты с наибольшим вкладом в волновую функцию непрерывного спектра имеют $n = 0$. Только для монополярных возбуждений компонента с наименьшим значением $K = l_x = l_y = 0$ подавлена из-за принципа Паули и компонента с $K = 2$ ($n = 1$) доминирует. Энергетические корреляции (33) фрагментов развала определяются гипергармониками $\psi_K^{l_x l_y}$, которые для $n = 0$ пропорциональны $\sqrt{\epsilon^{l_x} (1 - \epsilon)^{l_y}}$. Тогда удобно переписать сечение для энергетических корреляций (33) в следующем виде [87]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\epsilon dE_\kappa} = \frac{d\sigma}{dE_\kappa} \sqrt{\epsilon (1 - \epsilon)} \frac{1}{2} \sum_{l_x l_y} \epsilon^{l_x} (1 - \epsilon)^{l_y} (N_0^{l_x l_y})^2 \times$$

$$\times \left\{ \sum_L D_{L0}^{l_x l_y}(E_\kappa) - \frac{N_1^{l_x l_y}}{N_0^{l_x l_y}} \left(l_x + \frac{3}{2} - (l_x + l_y + 3)\epsilon \right) I_{l_x l_y 1}^{l_x l_y 0}(E_\kappa) + \dots \right\}, \quad (61)$$

где для фиксированных орбитальных угловых моментов (l_x, l_y) только моды с наименьшим гипермоментом ($K = l_x + l_y$, $n = 0$) и интерференционный член с $n = 1$ приведены в явном виде. Диагональный $D_{Ln}^{l_x l_y}(E_\kappa)$ и интерференционный (недиагональный) $I_{l_x l_y n'}^{l_x l_y n}(E_\kappa)$ вклады определяются следующим

образом:

$$D_{Ln}^{l_x l_y}(E_\kappa) = \sum_{\delta} |A_{\delta K}^{l_x l_y L}(E_\kappa)|^2 \frac{d\sigma}{dE_\kappa}, \quad (62)$$

$$I_{l_x l_y n'}^{l_x l_y n}(E_\kappa) = 2 \sum_{L\delta} \mathcal{R}e \left\{ A_{\delta K}^{l_x l_y L}(E_\kappa) A_{\delta K'}^{l'_x l'_y L}(E_\kappa)^* \right\} / \frac{d\sigma}{dE_\kappa}. \quad (63)$$

Вклад $D_{Ln}^{l_x l_y}(E_\kappa)$ определяет долю, которую моды возбуждения с орбитальными угловыми моментами (l_x, l_y, L) и гипермоментом $K = l_x + l_y + 2n$ имеют в сечении при данной энергии возбуждения E_κ . Вклад $I_{l_x l_y n'}^{l_x l_y n}(E_\kappa)$ определяет важность интерференции движений с $n \neq n'$. Вклад от интерференционного члена в инклюзивное сечение исчезает при интегрировании по ϵ . Фактор $\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}$ описывает фазовое пространство для относительного движения фрагментов при фиксированной энергии возбуждения и является *общим фактором для всех ядерных возбуждений*. Отклонение от распределения по фазовому пространству определяется парциальным составом возбуждений непрерывного спектра, а именно тем, какие комбинации орбитальных угловых моментов l_x и l_y доминируют. Чтобы более ясно проявить парциальный состав возбуждений, мы удалим важную, но тривиальную энергетическую зависимость от фазового пространства из энергетических корреляций (61) и в дальнейшем будем рассматривать следующее сечение: $d^2\sigma/\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}dedE_\kappa$. Это модифицированное сечение, в отличие от (61), уже может быть не равным нулю при $\epsilon = 0$ и 1 и иметь конечные значения в этих точках, если возбуждаются моды с l_x или $l_y \neq 0$.

Если проинтегрировать трижды дифференциальное сечение (34) по ϵ , то получится сечение для угловых корреляций фрагментов как функция угла θ ($\cos \theta = (\hat{\mathbf{k}}_x \cdot \hat{\mathbf{k}}_y)$). Форма угловых корреляций, описываемая полиномами Лежандра $P_\lambda(\cos \theta)$ с четными значениями λ , симметрична относительно 90° . Тогда анизотропия корреляций может появиться только из-за нечетных значений λ . Для нечетных λ коэффициент $C_{l'_x l'_y L}^{l_x l_y \lambda}$ в (34) всегда нуль, если $l_x = l'_x$ или $l_y = l'_y$. Только интерференция мод с различной четностью $(l_x + l'_x$ и $l_y + l'_y$ должны быть нечетными) может дать анизотропию в угловых корреляциях.

3.2. Азбука трехчастичных корреляций. Фундаментальная симметрия тождественности частиц, очевидная в хорошо известных эффектах бинарного рассеяния, проявляется через угловые и энергетические корреляции также и в трехчастичном непрерывном спектре, в котором два нейтрона гало являются тождественными фермионами. Эффект, который оказывает тождественность частиц на трехчастичные корреляции, зависит от координатной системы, в которой они определяются. В Т-системе перестановка нейтронов изменяет направление их относительного импульса, $\mathbf{k}_x \rightarrow -\mathbf{k}_x$. Как следствие, угол

между импульсами \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y изменяется от θ к $\pi - \theta$. Перестановка частиц не должна влиять на наблюдаемые, следовательно, угловые корреляции должны быть симметричными относительно угла $\theta = 90^\circ$ (или $\cos \theta = 0$). Энергетические корреляции в Т-системе, зависящие от \mathbf{k}_x^2 , не изменяются при перестановке нейтронов. В Y-системе тождественность нейтронов гало проявляется более сложным образом. Для демонстрации этого эффекта поучительно рассмотреть случай, в котором масса кора становится бесконечно большой. Тогда получается оболочечно-модельная система координат \mathbf{V} , в которой импульсы \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y направлены от центра кора к первому и второму нейтронам соответственно. В этой системе векторы \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y преобразуются один в другой при перестановке нейтронов. При этом угол между векторами не изменяется, поэтому не затрагиваются также и угловые корреляции. В энергетических корреляциях взаимная перестановка векторов \mathbf{k}_x и \mathbf{k}_y соответствует изменению переменной ϵ в $1 - \epsilon$. Тогда энергетические корреляции должны быть симметричными относительно точки $\epsilon = 0,5$. Если принять во внимание конечность массы кора (эффекты отдачи), то симметрия энергетических корреляций относительно середины ϵ -интервала в Y-системе оказывается только приближенной. Чем более тяжелым является ядро кора, тем более совершенной становится симметрия, которую можно ожидать в энергетических корреляциях.

Трехчастичные корреляции фрагментов определяются структурой ядерных возбуждений, которая состоит из смеси различных элементарных мод. Перечисление мод (т. е. определение группы квантовых чисел, которые необходимы для полной идентификации ядерных возбуждений) определяется симметриями, существующими в системе, в то время как их амплитуда зависит от динамики (т. е. взаимодействий между конститuentами и механизмом реакции, который может отбирать отдельные элементарные моды).

Корреляции для отдельной элементарной моды возбуждения имеют фиксированную форму и преобразуются при переходе от одной системы координат Якоби к другой хорошо известным способом через коэффициенты Рейнала–Реваи. Перед выполнением анализа, который учитывает всю сложность динамики, полезно понять трехчастичные корреляции на уровне элементарных мод для простых случаев. Как пример, на рис. 5 показаны модифицированные энергетические корреляции (61) (т. е. без фактора $\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}$) для элементарных мод, которые доминируют в возбуждении хорошо известного 2^+ -резонанса в ${}^6\text{He}$, расположенного при энергии 1,8 МэВ. На рис. 5, а показаны корреляции в Т-системе для трех мод с квантовыми числами L, S, l_x^T, l_y^T : (2, 0, 0, 2), (2, 0, 2, 0) и (1, 1, 1, 1), имеющими гипермомент $K = 2$. На рис. 5, б–г изображен состав этих мод в Y-системе, представленный суммой элементарных мод L, S, l_x^Y, l_y^Y с вкладками, определяемыми коэффициентами Рейнала–Реваи. Сильноасимметричные моды 1 (2) с максимумами при $\epsilon = 0$ (1) в Т-системе на рис. 5, а преобразуются в Y-системе в

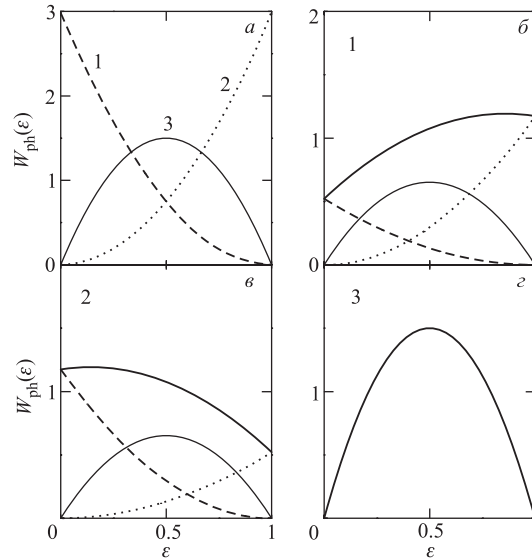


Рис. 5. Энергетические корреляции элементарных мод для 2^+ -возбуждения с гипермоментом $K = 2$. а) Т-система: штриховая, пунктирная и тонкая сплошная линии, обозначенные цифрами 1, 2 и 3, показывают корреляции от возбуждения мод с квантовыми числами L, S, l_x^T, l_y^T : $(2, 0, 0, 2)$, $(2, 0, 2, 0)$ и $(1, 1, 1, 1)$ соответственно. На рис. б-г показаны моды 1, 2 и 3 и их частичный состав в Y-системе соответственно. Толстая сплошная линия обозначает полную корреляцию, в то время как штриховая, пунктирная и тонкая сплошная линии показывают частичные моды с квантовыми числами L, S, l_x^Y, l_y^Y : $(2, 0, 0, 2)$, $(2, 0, 2, 0)$ и $(2, 0, 1, 1)$ соответственно

слабоасимметричные формы с максимумами при $\epsilon = 1(0)$ и состоят из трех компонент l_x^Y, l_y^Y : $(0, 2)$, $(2, 0)$ и $(1, 1)$. Вклад симметричной компоненты $(1, 1)$ является наибольшим, в то время как вклад конфигурации с исходными квантовыми числами минимален. Параболическая форма корреляции 3 не изменяется при трансформации в Y-систему. Подобный анализ может быть выполнен и для других элементарных мод.

В реалистических расчетах трехчастичного непрерывного спектра практически не встречаются ситуации, когда полностью доминирует одна элементарная мода. Всегда присутствует сильное смешивание различных конфигураций и динамика реакции определяет их относительные вклады. Тем не менее для низколежащих узких резонансов только несколько элементарных мод дают существенный вклад. На рис. 6 приведены реалистический расчет модифицированных энергетических корреляций для 2^+ -резонанса и вклады от главных мод. Максимум в распределении при $\epsilon = 0$ демонстрирует, что

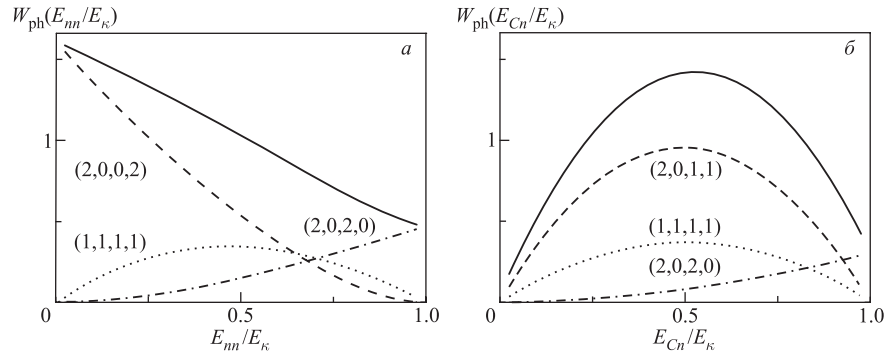


Рис. 6. Энергетические корреляции 2^+ -резонанса ядра ${}^6\text{He}$ в координатных системах \mathbf{T} (а) и \mathbf{Y} (б). Штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линии показывают вклад элементарных мод с квантовыми числами (L, S, l_x, l_y)

мода с $l_x^{\mathbf{T}} = 0, l_y^{\mathbf{T}} = 2$ является основной. Две другие имеют меньшие, но еще значимые вклады. Компонента $l_x^{\mathbf{T}} = 2, l_y^{\mathbf{T}} = 0$ имеет определяющее значение при $\epsilon = 1$. Элементарная мода $l_x^{\mathbf{T}} = l_y^{\mathbf{T}} = 1$ существенна в середине ϵ -интервала, а все три вместе образуют почти прямую линию энергетических корреляций для 2^+ -возбуждения. В \mathbf{Y} -системе энергетические корреляции имеют почти симметричную форму (в соответствии с антисимметрией двух нейтронов гало, обсужденной выше) с максимумом в центре распределения и конечными значениями при $\epsilon = 0$ и 1. Чтобы иметь такую форму, возбуждения с $l_x^{\mathbf{Y}} = l_y^{\mathbf{Y}} > 0$ должны доминировать; тем не менее моды с $l_x^{\mathbf{Y}} = 0, l_y^{\mathbf{Y}} > 0$ или $l_x^{\mathbf{Y}} = 0, l_y^{\mathbf{Y}} > 0$ также дают значимые вклады. Такая модификация формы при переходе из \mathbf{T} в \mathbf{Y} -систему становится легко объяснимой и понятной, если учитывать сделанное выше обсуждение элементарных мод.

Главной причиной асимметрии энергетических корреляций в \mathbf{T} -системе является сильное s -волновое притяжение между нейтронами, которое увеличивает корреляционную функцию при малых значениях ϵ . Если промоделировать 2^+ -резонанс в \mathbf{Y} -системе как смесь двух p -оболочечных конфигураций ($l_x^{\mathbf{Y}} = l_y^{\mathbf{Y}} = 1, K = 2$), $(p_{3/2})^2$ и $p_{1/2}p_{3/2}$ с равными вкладами, тогда после применения преобразования Рейнала–Реваи (36) максимальный вклад, равный 0,52, в \mathbf{T} -системе имеет компонента $l_x^{\mathbf{T}} = 1, l_y^{\mathbf{T}} = 1$, и равные вклады 0,24 получаются для компонент $l_x^{\mathbf{T}} = 0, l_y^{\mathbf{T}} = 2$ и $l_x^{\mathbf{T}} = 2, l_y^{\mathbf{T}} = 0$. Такая смесь приводит к симметричной форме энергетических корреляций. Реалистические расчеты [43] с полным учетом взаимодействия в конечном состоянии дают другие вклады для главных компонент: 0,45 для $l_x^{\mathbf{T}} = 0, l_y^{\mathbf{T}} = 2$, 0,32 для $l_x^{\mathbf{T}} = 1, l_y^{\mathbf{T}} = 1$ и 0,22 для $l_x^{\mathbf{T}} = 2, l_y^{\mathbf{T}} = 0$. Удвоение вклада компоненты с $l_x^{\mathbf{T}} = 0$ демонстрирует важную роль притягивающего

s -волнового взаимодействия между нейтронами. Более того, перерасчет в схему jj -связи показывает большую примесь (около 35 %) s - d -оболочки [43], демонстрируя сильную смесь конфигураций, значительно более сложную, чем простое p -оболочечное движение, обычно используемое для нейтронов в рамках простейшей оболочечной модели.

Сравнение экспериментальных [111] данных с теоретическими расчетами [87] будет представлено ниже.

3.3. Идентификация «истинных» трехчастичных резонансов. Наблюдение пика в инклюзивном спектре ядра не определяет природу данного возбуждения и не является достаточным для его квалификации как резонансного состояния, соответствующего полюсу в S -матрице. Можно ли указать на дополнительные характеристики возбуждений, которые могли бы помочь в определении его природы? В данном разделе постараемся показать, что исследование энергетических корреляций фрагментов распада может быть полезным инструментом в решении данного вопроса.

Для случая, когда возможны аналитические оценки, воспользуемся следующими приближениями. Используя метод гипергармоник и принимая во внимание близкую аналогию между парциальными разложениями в двухчастичной и трехчастичной задачах, рассмотрим в первом приближении диагональные части волновой функции непрерывного спектра. Тогда для данного J^π резонансная трехчастичная волновая функция принимает (во внутренней области) форму, данную в работах [46, 113] (спины нейтронов не указаны в явном виде),

$$\psi(\rho\Omega_5^\rho, E_\kappa\Omega_5^\kappa) \propto \frac{1}{(\kappa\rho)^{5/2}} \sum_{K,\gamma} C_{K\gamma}(E_\kappa)\psi_{K\gamma}^R(\rho)\mathcal{Y}_{K\gamma}(\Omega_5^\rho)\mathcal{Y}_{K\gamma}(\Omega_5^\kappa),$$

в которой энергетическая зависимость описывается множителем

$$|C_{K\gamma}(E_\kappa)|^2 = \frac{\Gamma_{K\gamma}}{(E_\kappa - E_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (64)$$

В этих выражениях K является гипермоментом, $\gamma = (l_x, l_y, L)$ обозначает якобиевские орбитальные и полные орбитальные угловые моменты, $\mathcal{Y}_{K\gamma}(\Omega_5)$ есть гипергармоника, зависящая от пространственных Ω_5^ρ или импульсных Ω_5^κ углов в гиперсферических координатах (см. приложение А). E_0 обозначает положение резонанса, $\Gamma_{K\gamma}$ — парциальную ширину, Γ — полную ширину; $\psi_{K\gamma}^R(\rho)$ есть *не зависящая от энергии* внутренняя часть резонансной волновой функции. Из выражения (64) видно, что зависимость трехчастичного резонанса от E_κ имеет полюсный характер, типичный для обычного брейт-вигнеровского резонанса. В случае резонанса около порога компонента с минимальным значением гипермомента K_0 доминирует в функции рассеяния (64). Использование однокомпонентного (K_0) выражения для волновой

функции континуума в T -матрице (14) приводит к факторизованному выражению для сечения неупругого рассеяния. Интегрирование по всем направлениям импульсов $\hat{\mathbf{k}}_x, \hat{\mathbf{k}}_y$ дает дважды дифференциальное сечение

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_x d\varepsilon_y} &\propto (E_\kappa)^{-5/2} \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} \sum_\gamma |C_{K_0\gamma}(E_\kappa)|^2 |\psi_{K_0}^{l_x l_y}(\theta_\kappa)|^2 = \\ &= \frac{(E_\kappa)^{-5/2} \sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} \sum_\gamma \Gamma_{K_0\gamma} |\psi_{K_0}^{l_x l_y}(\theta_\kappa)|^2}{(\varepsilon_x + \varepsilon_y - E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (65) \end{aligned}$$

где $\psi_{K_0}^{l_x l_y}(\theta_\kappa)$ есть гиперугловая часть гипергармоники, $\sin^2 \theta_\kappa = \varepsilon_x/E_\kappa$. В случае не очень узких резонансов $\Gamma \sim E_0$ и около порога должна быть учтена зависимость ширин $\Gamma_{K_0\gamma}$ и Γ от энергии. В простейшем приближении трехчастичная ширина пропорциональна трехчастичному фазовому объему, $\Gamma_{K_0\gamma} \propto E_\kappa^2$. Для состояния J^π с наименьшим значением K_0 получается следующее выражение:

$$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_x d\varepsilon_y} \propto \frac{\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)^{-1/2}}{(\varepsilon_x + \varepsilon_y - E_0)^2 + \Gamma_0^2 (E_\kappa/E_0)^4/4} \sum_{l_x, l_y} \left(\frac{\varepsilon_x}{E_\kappa}\right)^{l_x} \left(\frac{\varepsilon_y}{E_\kappa}\right)^{l_y},$$

в котором использовалась простая параметризация энергетической зависимости полной ширины, $\Gamma = \Gamma_0 (E_\kappa/E_0)^2$. Интегрирование выражения (66) по гиперуглу θ_κ приводит к асимметричной резонансной форме трехчастичного распадающегося состояния

$$\frac{d\sigma}{dE_\kappa} \propto \frac{E_\kappa^{3/2}}{(E_\kappa - E_0)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_0^2 (E_\kappa/E_0)^4}. \quad (66)$$

Заметим, что для формы (66) позиция максимума E_{\max} и ширина Γ' не совпадают с $E_{\max} = E_0$ и $\Gamma' = \Gamma_0$, но можно обнаружить пределы $E_{\max} \leq E_0$ и $\Gamma' < E_0/2$ для любых значений параметров E_0 и Γ_0 . В качестве примера рассмотрим монополюсный и дипольный резонансы. Для 0^+ -состояния $K_0 = l_x = l_y = 0$ в обоих (\mathbf{T} и \mathbf{Y}) базисах сечения (66) симметричны при перестановках $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ и одинаковы в двух базисах. Для 1^- гипермомент $K_0 = 1$ и угловые моменты (l_x, l_y) могут быть равны $(0, 1)$ или $(1, 0)$. Так как два нейтрона сильно притягиваются (отталкиваются), для s -волнового (p -волнового) движения ожидается, что компонента с $(l_x, l_y) = (0, 1)$ доминирует для дипольных возбуждений в \mathbf{T} -базисе и приводит к сечению, которое асимметрично по $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$. В \mathbf{Y} -базисе это сечение соответствует движению с угловыми моментами $(0, 1)$ и $(1, 0)$ с примерно равными вкладами, так что форма сечений (66) близка к симметричной.

Из уравнения (66) следует, что контурные графики сечений $\Phi(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = d^2\sigma/d\varepsilon_x d\varepsilon_y$ имеют специальный вид для \mathbf{T} - и \mathbf{Y} -базисов в $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ -плоскости

в присутствии «истинного» трехчастичного резонанса. Количественным инструментом, который может быть полезен при сравнении с реальными данными, является траектория максимумов сечений. Эта траектория проходит по кривой $\varepsilon_y = \varepsilon_y(\varepsilon_x)$, которая определяется экстремумами производной по направлению от функции $\Phi(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ в плоскости $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$. В области, где сечения не малы, траектория может быть аппроксимирована решением более простого уравнения $(d\Phi/d\varepsilon'_x)|_{\varepsilon'_y=\text{const}} = 0$, полученного вращением на угол $\pi/4$ исходной системы координат: $\varepsilon'_x = 1/\sqrt{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$, $\varepsilon'_y = 1/\sqrt{2}(-\varepsilon_x + \varepsilon_y)$.

Контурный график рис. 7, б показывает картину, полученную из выражения (66) с параметрами $E_0 = 0,25$ МэВ и $\Gamma_0 = 0,3$ МэВ, соответствующими 0^+ -состоянию в ^{11}Li , и траекторию максимумов сечений. На рис. 7, в, г

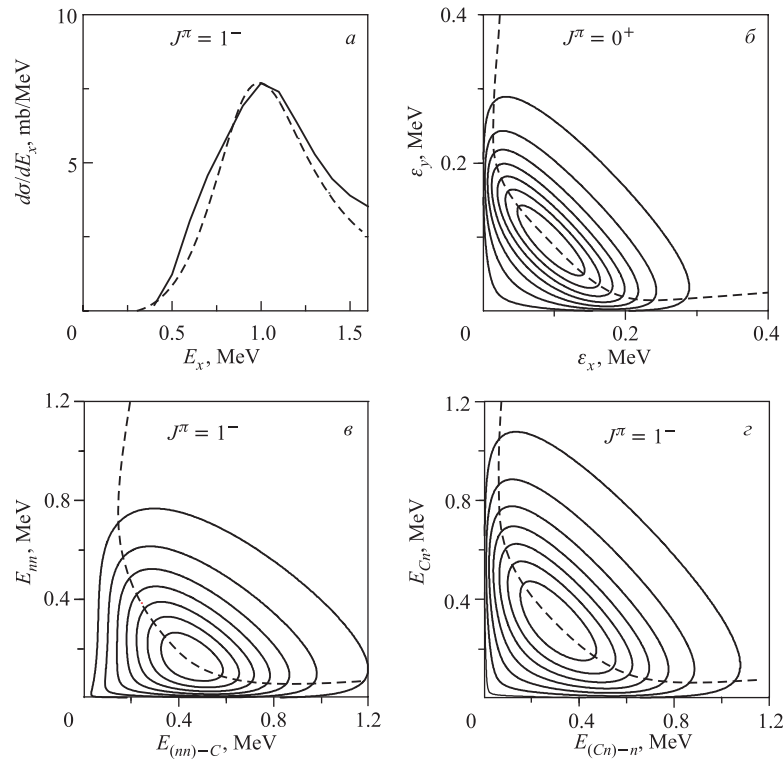


Рис. 7. а) Сплошная линия обозначает теоретический спектр 1^- -возбуждений в ^{11}Li для рассеяния на протонах. Штриховая линия является аппроксимацией спектра выражением (66) для возбуждения трехчастичного резонанса с параметрами $E_0 = 1,2$ МэВ и $\Gamma_0 = 4$ МэВ. Сечение (66) рассчитывается для резонансов 0^+ (б) и 1^- в Т- (в) и в Y-базисах (г) в ^{11}Li . Штриховая линия на рис. б, в и г описывает траекторию максимумов сечений

показаны контуры и максимумы для 1^- -состояния в T - и Y -базисах соответственно. Форма трехчастичного резонанса из выражения (66) (штриховая линия на рис. 7, а) подогнана к модельным вычислениям (сплошная линия), описываемым ниже в подпункте 4.2.2. Согласие максимумов в реальных сечениях с максимумами на рис. 7 может дать возможность прояснить, является ли пик по E_κ «истинным» трехчастичным резонансом.

Описанная процедура очень прозрачна в случае узкого состояния. Узкий резонанс характеризуется максимумами сечения вдоль прямой линии $\varepsilon_y = E_0 - \varepsilon_x$. Замечательным примером является хорошо известный 2^+ -резонанс в ${}^6\text{He}$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Ниже будут представлены примеры описания реакций развала ядер с двухнейтронным гало, инициированных столкновениями с электронами, нуклонными мишенями и сложными ядрами.

4.1. Реакции развала при рассеянии электронов. Представленная выше модель реакций развала применялась для расчетов электронного рассеяния на ${}^6\text{He}$. Это боромиевское ядро является полигоном для теоретических исследований структуры ядер с двухнейтронным гало. Ниже на ряде примеров мы постараемся продемонстрировать важность использования электронного рассеяния для извлечения информации о структуре ядер гало.

4.1.1. Упругое рассеяние электронов. Упругое рассеяние электронов является основой для определения распределений заряда в атомных ядрах. Сечение упругого рассеяния электронов на боромиевских ядрах с гало может быть представлено в следующем виде [53]:

$$\frac{d\sigma}{d\mathbf{k}_f} = f'_R \sigma_M \frac{Q^4}{|\mathbf{q}|^4} Z^2 |F_{\text{ch}}(\mathbf{q})|^2, \quad (67)$$

$$|F_{\text{ch}}(\mathbf{q})|^2 = \frac{1}{Z^2} \frac{4\pi}{\tilde{j}_i^2} \sum_l |\rho_{J_i}^{l0l}(|\mathbf{q}|)|^2 (\rho_c^{\text{ch}}(\mathbf{q}))^2, \quad f'_R = \left(1 + \frac{2\varepsilon_i}{M_i c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{-1},$$

где плотность $\rho_{J_i}^{l0l}(|\mathbf{q}|)$ для движения центра масс кора в основном состоянии определяется выражением (44), в котором на левой стороне матричного элемента используется волновая функция основного состояния Φ_{J_i} вместо $\Phi_{\gamma, J_f}(\kappa)$. Так как спин ${}^6\text{He}$ равен нулю, только нулевые значения переданного орбитального момента l разрешены в (67). Из этого выражения следует, что зарядовый формфактор ядра с гало $F_{\text{ch}}^A(\mathbf{q})$ в рамках кластерной модели пропорционален произведению зарядового формфактора кора $\rho_c^{\text{ch}}(\mathbf{q})$ и плотности $\rho_{J_i}^{l0l}(|\mathbf{q}|)$, описывающей движение центра масс кора в импульсном про-

странстве. Поэтому знание распределения заряда в коре и движения центра масс кора достаточно для определения зарядового распределения всего ядра и, как видно из (67), для определения сечения упругого рассеяния электронов для не очень больших переданных импульсов. При маленьких импульсах $|\mathbf{q}|$ зарядовый формфактор однозначно определяется среднеквадратичным зарядовым радиусом ядра $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle_A^{1/2}$, $F_{\text{ch}}^A(\mathbf{q}) \simeq 1 - \langle r_{\text{ch}}^2 \rangle_A |\mathbf{q}|^2 / 6$.

На рис. 8, *a* показаны различные зарядовые формфакторы. Феноменологическая параметризация в виде распределения Вудса–Саксона для зарядового формфактора ${}^4\text{He}$ [100] (темные квадраты), выделенная из экспериментальных данных, обозначена штриховой линией. Плотность $\sqrt{4\pi} \rho_{J_i}^{0l}(|\mathbf{q}|)$ для движения центра масс кора ${}^4\text{He}$ внутри ядра ${}^6\text{He}$ показана штрихпунктирной линией. Рассчитанный формфактор ${}^6\text{He}$ обозначен сплошной линией, а приближение малых импульсов с экспериментальным значением зарядового радиуса — пунктирной линией. Видно, что зарядовый радиус определяет поведение зарядового формфактора для импульсов $|\mathbf{q}| \leq 0,5 \text{ фм}^{-1}$. При больших переданных импульсах более тонкие детали зарядовой плотности становятся важными. Сравнение экспериментальных данных (они могут быть получены на новых установках в RIKEN и GSI) с теоретическими расчетами может проявить важные физические эффекты. В рамках кластерной модели зарядовый формфактор полностью определяется движением центра масс кора, и отклонение экспериментальных данных от теоретических расчетов может свидетельствовать об изменении свойств кора внутри ядра (поляризация кора) вследствие взаимодействия с нейтронами гало. Положение минимума зарядового формфактора ${}^6\text{He}$ согласно кластерной модели совпа-

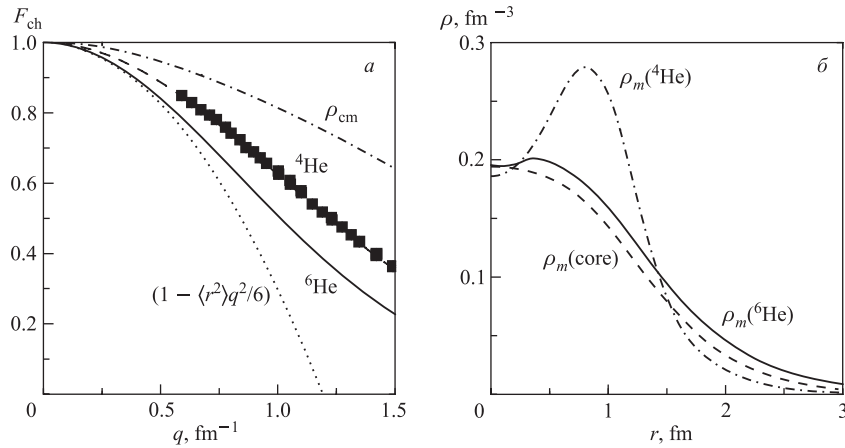


Рис. 8. Зарядовые формфакторы (*a*) и материальные плотности (*b*) для ${}^6\text{He}$. Описание кривых дано в тексте

дает с положением минимума в ${}^4\text{He}$. Проверка данного предсказания будет демонстрировать возможность использования кластерных моделей при больших переданных импульсах, но это будет трудной экспериментальной задачей, так как потребует измерений для переданных импульсов, больших чем 3 фм^{-1} .

Поведение материальных плотностей в координатном пространстве показано на рис. 8, б. Здесь материальная плотность ${}^4\text{He}$ (удвоенная зарядовая плотность точечных протонов), выделенная из экспериментально известной зарядовой плотности [100], обозначена штрихпунктирной линией. Соответствующая плотность кора, свернутая с движением центра масс кора, показана штриховой линией. Материальная плотность ${}^6\text{He}$, которая в дополнение к плотности кора включает вклады от нейтронов гало, представлена сплошной линией. Данный рисунок демонстрирует важную роль, которую играет движение центра масс кора в создании гладкого распределения ядерной плотности.

4.1.2. Инклюзивное неупругое рассеяние электронов. Как пример инклюзивного рассеяния, которое может быть реализовано на будущих установках в GSI, рассмотрим столкновение электронов с ${}^6\text{He}$ при начальной энергии $\varepsilon_i = 500 \text{ МэВ}$. На рис. 9 приведены рассчитанные спектры низкоэнергетических возбуждений для нескольких углов рассеяния электронов θ , соответствующих переданным импульсам $|\mathbf{q}| < 80 \text{ МэВ}/c$. Величина абсолютных сечений сильно зависит от переданного импульса $|\mathbf{q}|$ и быстро падает с увеличением угла рассеяния электронов θ . Мультипольный состав спектра возбуждений зависит от свойств кулоновского взаимодействия и ядерной

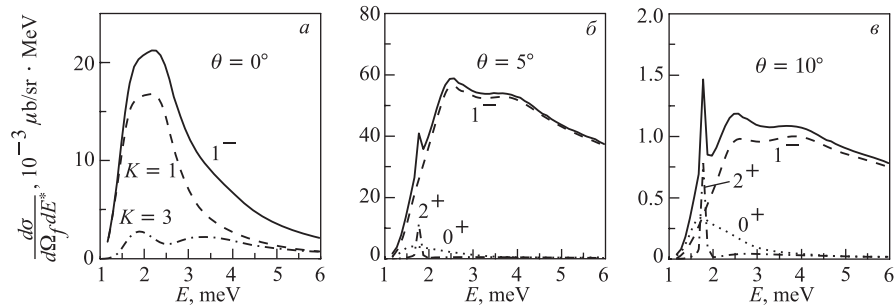


Рис. 9. Инклюзивное рассеяние электронов на ${}^6\text{He}$ для $\varepsilon_i = 500 \text{ МэВ}$ и различных углах рассеяния. а) Сплошная линия обозначает полное (дипольное) сечение, штриховая и штрихпунктирная показывают вклады в дипольное возбуждение от мод с орбитальными угловыми моментами $l_x = 0$, $l_y = 1$, спином $S_f = 0$, гипермоментами $K_f = 1$ и 3 соответственно. б, в) Сплошные, штриховые, штрихпунктирные и пунктирные линии обозначают полные, дипольные, квадрупольные и монопольные сечения соответственно

структуры. В мультипольном разложении кулоновского взаимодействия монополюсный член уменьшается наиболее медленно с увеличением расстояния между электроном и центром масс ядра. Затем следуют члены с более высокими угловыми моментами: дипольный, квадрупольный и т. д. При небольших передачах импульса амплитуда реакции получает главный вклад от больших расстояний, на которых монополюсные возбуждения сильно подавлены из-за ортогональности между основным состоянием и состояниями непрерывного спектра ядра с гало. В результате дипольные возбуждения доминируют при небольших энергиях возбуждения и малых $|q|$ (рис. 9, *a*). Для дипольных возбуждений существуют два канала развала, имеющие наилучшее перекрытие с основным состоянием. Первым каналом является возбуждение $p_{3/2}$ -резонанса в ${}^5\text{He}$, волновая функция которого усилена в компактной области, сильно перекрывающейся с основным состоянием ${}^6\text{He}$. Данный канал также благоприятен кинематически, так как второй нейтрон находится в состоянии $s_{1/2}$ с нулевым центробежным барьером. Данный канал имеет простейшее представление в системе координат Якоби, повернутой относительно используемой нами Т-системы. Вторым каналом, обусловленный дипольными переходами из основного состояния ${}^6\text{He}$ (вклад компоненты с $l_x = l_y = 0$ равен 85%), определяется синглетным нейтрон-нейтронным виртуальным s -волновым состоянием ($l_x = 0$) с относительным орбитальным моментом $l_y = 1$ между парой нейтронов гало и кором. Следовательно, компоненты с $l_x = 0, l_y = 1$ и гипермоментами $K_f \geq 1$ будут доминировать в дипольном переходе. Данные моды, дающие главные вклады в возбуждения с $K_f = 1$ и 3, показаны на рис. 9, *a* штриховой и штрихпунктирной линиями.

С увеличением переданного импульса в инклюзивных сечениях появляется (рис. 9, *b*) хорошо известный трехчастичный 2^+ -резонанс при $E^* = 1,8$ МэВ, который скоро становится ярко выраженной особенностью (рис. 9, *в*) низкоэнергетического спектра. Если пренебречь частью или всем взаимодействием в конечном состоянии, то происходят два эффекта. Первый состоит в том, что теряется ортогональность между основным состоянием и монополюсными возбуждениями в непрерывном спектре, что приводит к увеличению абсолютных сечений монополюсных возбуждений на несколько порядков и их доминированию около порога развала, что для электромагнитных процессов является неправильным физическим результатом. Вторым заключается в том, что 2^+ -резонанс исчезает из спектра. Таким образом, взаимодействие в конечном состоянии является существенной частью динамики реакции в области низколежащих возбуждений. Концентрация силы дипольных переходов около порога развала не означает, что они имеют коллективную природу и являются резонансом. Как видно из рис. 9, положение и форма дипольных возбуждений показывают сильную зависимость от переданного импульса, в то время как для истинного резонанса, подобного 2^+ при $E_x = 1,8$ МэВ, позиция пика фиксирована. В принципе, чтобы проявить природу наблю-

даемого пика, необходимо исследовать более сложные корреляции между фрагментами.

4.1.3. Рассеяние электронов в совпадении с фрагментом развала. Рассмотрим сечение развала для случая, когда α -частица измеряется в совпадении с рассеянным электроном. В дополнение к степеням свободы электрона сечение характеризуется углом вылета и энергией α -частицы. Заметим, что в системе покоя ядра ($\mathbf{P}_f = 0$) импульс $\hbar\mathbf{k}_y$ равен импульсу α -частицы. Так как мы рассматриваем процессы с небольшими переданными импульсами и энергиями, для которых доминирует кулоновское взаимодействие, то сечение совпадения не зависит от ориентации плоскости развала относительно плоскости рассеяния, а зависит от угла между импульсами $\hbar\mathbf{k}_y$ и $\hbar\mathbf{q}$.

Чтобы уменьшить число независимых переменных, рассмотрим сначала распределение по относительной энергии $E_{\alpha-(nn)}$ ($= \varepsilon_y$) между α -частицей и центром масс нейтронной пары, $d^3\sigma/d\Omega_f dE_{\alpha-(nn)}$, которое получается интегрированием эксклюзивного сечения по направлению $\hat{\mathbf{k}}_y$ вылета α -частицы и энергии возбуждения ядра E^* от порога развала до энергии возбуждения 6 МэВ. Чтобы лучше продемонстрировать свойства развала различных мультипольных возбуждений, на рис. 10 показаны контуры сечений для отдельных мультипольных возбуждений при угле рассеяния электронов $\theta = 20^\circ$ в зависимости от относительных энергий между нейтронами E_{nn} ($= \varepsilon_x$) и $E_{\alpha-(nn)}$. Картины энергетических корреляций различны для разных мультипольных возбуждений. Квадрупольные распады выстроены вдоль прямой линии, что является ясным сигналом резонансного поведения (см. [53] и соответствующие обсуждения в п. 3.3). Монопольные корреляции показывают два пика. Один, где α -частица находится в покое и два нейтрона несут всю энергию возбуждения. И второй, где два нейтрона имеют малую энергию

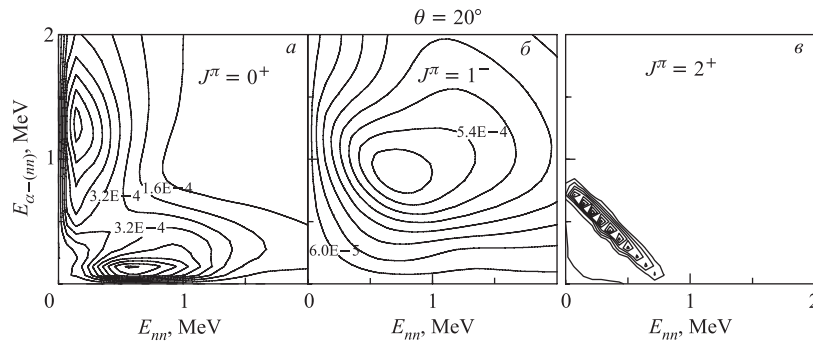


Рис. 10. Контурные сечения для отдельных мультипольных возбуждений при угле рассеяния электронов $\theta = 20^\circ$ как функция относительной энергии между двумя нейтронами E_{nn} и энергии α -частицы $E_{\alpha-(nn)}$

относительного движения, и энергия возбуждения определяется движением между α -частицей и парой нейтронов. Эта картина несет отпечаток «сигарообразной» и «динейтронной» конфигураций [4] в структуре основного состояния ${}^6\text{He}$.

Далее рассмотрим угловые корреляции в сечениях совпадения $\frac{d^5\sigma}{d\Omega_f d\Omega_y dE^*}$ как функцию от угла $\theta_{\alpha q}$ между направлением вылета α -частицы и переданным моментом \mathbf{q} . Прежде чем демонстрировать результаты для общего случая, полезно рассмотреть соответствующие сечения совпадения для отдельных мультипольных возбуждений. Учитывая, что при небольших энергиях возбуждения доминируют движения с наименьшими возможными орбитальными моментами, для дипольных возбуждений в ${}^6\text{He}$ можно получить следующее выражение:

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_f d\Omega_y dE^*} = \frac{1}{4\pi} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_f dE^*} \left\{ 1 + 2 P_2(\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}}_y) S_1 \right\},$$

где S_1 обозначает структурный фактор для дипольных возбуждений

$$S_1 = S(l_x = 0, l_y = 1) + \frac{1}{2} S(l_x = 1, l_y = 2) + \frac{1}{10} S(l_x = 2, l_y = 1) + \dots, \quad (68)$$

$$S(l_x, l_y) = |\rho_{\gamma J_f}^{101}(\kappa, q)|^2 / \sum_{\gamma'} |\rho_{\gamma' J_f}^{101}(\kappa, q)|^2.$$

Фактор $S(l_x, l_y)$ дает вклад, который мода движения с соответствующими квантовыми числами имеет в переходе из основного состояния в непрерывный спектр при данной энергии возбуждения. Члены, соответствующие более высоким орбитальным моментам и интерференции от возбуждений с фиксированными квантовыми числами (S_f, l_x) и различными l_y не показаны явно в выражении (68): они невелики при возбуждениях вблизи порога развала. Важно отметить, что угловая зависимость определяется присутствием мод возбуждения с $l_y > 0$. Компоненты с $l_y = 0$ дают вклады в изотропную часть сечений, определяемую полиномами Лежандра P_L с $L = 0$. Только через малые интерференционные члены с модами движения, имеющими ненулевые значения l_y , возможно появление от них угловой зависимости в сечениях. Соответствующий анализ можно выполнить и для квадрупольных возбуждений. Он приводит к аналогичным выражениям, но с более сложной угловой зависимостью, которая включает комбинации полиномов Лежандра второго и четвертого порядка.

На рис. 11 показаны примеры таких корреляций для двух различных энергий возбуждения в ${}^6\text{He}$: 2^+ -резонанс является сильнейшим возбуждением на

рис. 11, *а*, и дипольное возбуждение доминирует на рис. 11, *б*. Формы распределений различны для разных мультиполярностей, но все симметричны относительно 90° . Монопольные возбуждения имеют изотропное распределение, дипольные показывают ярко выраженный минимум при 90° , в то время как квадрупольные имеют минимумы около 60 и 120° с максимумом при 90° , который в несколько раз меньше, чем сечения при 0 или 180° . Полное распределение включает не только вклады от отдельных мультипольных возбуждений, но также их интерференцию. В результате полное распределение более не симметрично относительно 90° и может иметь довольно сложную форму, как, например, на рис. 11, *б*, где диполь и квадруполь возбуждаются со сравнимыми силами. В случае, когда одно мультипольное возбуждение доминирует, как, например, на рис. 11, *а*, полное распределение сохраняет форму, характерную для отдельного мультиполя, и только слегка искажается. Таким образом, такие распределения могут давать ясный сигнал о мультипольной природе доминирующего возбуждения.

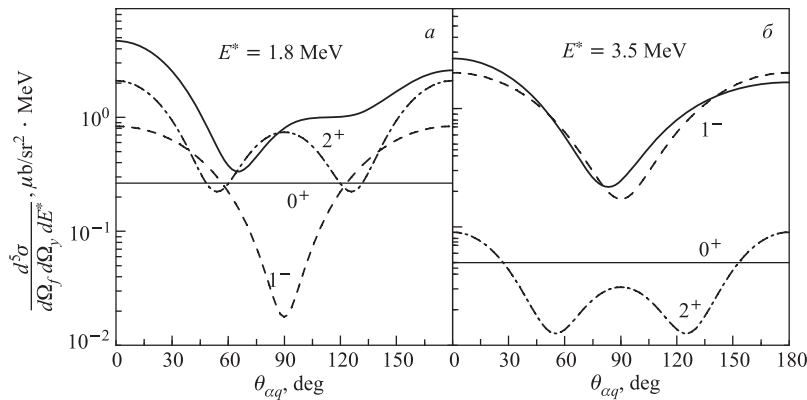


Рис. 11. Сечение $d^5\sigma/d\Omega_f d\Omega_y dE^*$ для электронов с энергией $\varepsilon_i = 500$ МэВ и электронного угла рассеяния $\theta = 10^\circ$ как функция угла $\theta_{\alpha q}$ между направлением вылета α -частицы и переданным моментом \mathbf{q} . Толстые сплошные, штриховые, штрихпунктирные и тонкие сплошные линии обозначают полные, дипольные, квадрупольные и монопольные сечения соответственно

В итоге можно заключить, что дипольные возбуждения доминируют в спектре при малых переданных импульсах. Позиция максимума и форма дипольного спектра изменяются с увеличением переданного момента. Это поведение отлично от поведения хорошо известного 2^+ -резонанса. Экспериментальное подтверждение этого наблюдения может быть сильным аргументом против резонансной природы мягких дипольных возбуждений. Измерение электронов в совпадении с фрагментами может дать ценную информацию о ядерной структуре. Картина угловых и энергетических корреляций является

довольно специфической для разных мультипольных возбуждений. Корреляционные измерения могут быть уникальным инструментом для исследования сложной динамики ядерных возбуждений и открыть дорогу к спектроскопии непрерывного спектра.

4.2. Развал ядер с двухнейтронным гало в столкновениях с нуклонами.

В качестве примера реакции развала рассмотрим столкновение ^{11}Li с протонной мишенью с энергией в несколько десятков МэВ/нуклон.

4.2.1. Эффективные силы и упругое рассеяние. Эффективное NN -взаимодействие V_{pt} между нуклонами сталкивающихся ядер является ключевым элементом в микроскопических подходах к описанию одноступенчатых реакций. Оно отличается от свободного взаимодействия нуклонов, так как один из них находится в ядерной среде и его движение ограничено из-за принципа Паули и взаимодействия с ядерным окружением. Обычно эти модификации выражаются посредством зависимости взаимодействия от плотности ядерной среды. Была проведена большая работа для расчета эффективных взаимодействий с использованием взаимодействия между свободными нуклонами в качестве исходного. Как правило, вычисления основываются на расчетах для бесконечной ядерной материи, и для их использования в конечных ядрах вводится дополнительное приближение локальной плотности. Применяемые процедуры включают некоторые неопределенности, которые требуют дополнительного обоснования, особенно в приложении к легким ядрам.

Существуют физические ситуации, в которых динамика взаимодействия упрощается и возможно использование упрощенных подходов. При промежуточных энергиях часто является оправданным применение импульсного приближения. В этой ситуации нуклон-нуклонная энергия столкновения велика по сравнению с энергией связи, и модификация свободного взаимодействия не очень значительна. В качестве эффективного взаимодействия можно использовать свободную нуклон-нуклонную t -матрицу, которая учитывает бесконечное число перерассеяний между нуклонами, взаимодействующими через свободные NN -силы. Как результат, t -матричное взаимодействие является комплексным, зависящим от энергии столкновения, и его параметры могут быть выделены из анализа экспериментальных данных по свободному рассеянию нуклонов.

При взаимодействии с нейтронами гало ситуация вновь упрощается из-за малой энергии связи и большой вероятности для нейтронов находиться вне кора сильносвязанных частиц. В процессе взаимодействия с нейтронами гало малые передачи энергии и импульса не блокированы, как это происходит в случае взаимодействия с нуклонами кора. В результате взаимодействие с нейтронами гало похоже на взаимодействие со свободными нуклонами и t -матричное взаимодействие ($V_{pt} \equiv t_{NN}$) может быть использовано в близкой аналогии с импульсным приближением при промежуточных энергиях [114]. В конкретных расчетах, приведенных ниже, использовалось

t -матричное взаимодействие Love & Franey [115], включающее центральные, спин-орбитальные и тензорные компоненты. Вклад обменной (knock-out) амплитуды учитывался в псевдопотенциальном приближении [116].

Для описания взаимодействия с нуклонами кора ($V_{pt} \equiv V_{NN}$) использовались JLM-силы [117] в улучшенном приближении локальной плотности с нормировочным коэффициентом $\lambda = 0,8$ для реальной и мнимой частей. Это комплексное взаимодействие основано на приближении Бракнера–Хартри–Фока и зависит как от энергии, так и от плотности. Оно успешно применялось для вычисления оптических потенциалов в стабильных ядрах. Так как JLM-взаимодействие имеет только центральную часть, были добавлены спин-орбитальные компоненты МЗУ-сил [118], чтобы произвести спин-орбитальную часть оптического потенциала, происходящего из-за взаимодействия с кором. Такая комбинация центральных (JLM) и спин-орбитальных (МЗУ) эффективных взаимодействий приводит к хорошему описанию нуклон-ядерных данных по рассеянию на ${}^6,{}^7\text{Li}$ [119].

Для реакционных вычислений использовались искаженные волны $\chi_{i,f}^{(\pm)}$, полученные из решения уравнения Шредингера с оптическим потенциалом U_A . Оптический потенциал может быть рассчитан в рамках модели однократной свертки и имеет две части, U_{core} и U_{halo} , созданные взаимодействием нуклона мишени с нуклонами кора и нейтронами гало соответственно,

$$U_A(\mathbf{r}) = U_{\text{core}}(\mathbf{r}) + U_{\text{halo}}(\mathbf{r}) = \\ = \int d\mathbf{r}' V_{NN}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho_{\text{core}}(\mathbf{r}') + \int d\mathbf{r}' t_{NN}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho_{\text{halo}}(\mathbf{r}'), \quad (69)$$

где ρ_{core} и ρ_{halo} являются плотностями основного состояния для нуклонов кора и нейтронов гало.

Плотность $\rho_{\text{core}}(\mathbf{r})$ определяется сверткой плотности кора $\rho_C(\mathbf{r})$ и плотности $\rho_{\text{cm}}(\mathbf{r})$, описывающей движение центра масс кора, $\rho_{\text{core}}(\mathbf{r}) = \int \rho_C(\mathbf{r}') \rho_{\text{cm}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}'$. В импульсном пространстве это соотношение принимает вид произведения, $\rho_{\text{core}}(\mathbf{q}) = \rho_C(\mathbf{q}) \rho_{\text{cm}}(\mathbf{q})$. Таким образом, одновременно с оптическим потенциалом U_A можно вычислить потенциал U_C для рассеяния нуклонов на коре

$$U_C(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' V_{NN}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho_C(\mathbf{r}'). \quad (70)$$

В качестве примера рассмотрим рассеяние ${}^{11}\text{Li}$ на протоне при энергии столкновения 68 МэВ/нуклон. На рис. 12 показаны (сплошные линии) реальные и мнимые части оптического потенциала ${}^{11}\text{Li}$. Штриховые и пунктирные линии дают вклады в потенциал от нуклонов кора (U_{core}) и нейтронов гало (U_{halo}). Видно, что вклады от гало имеют протяженный характер, как и ожидалось, и доминируют в потенциале на больших расстояниях. В довольно

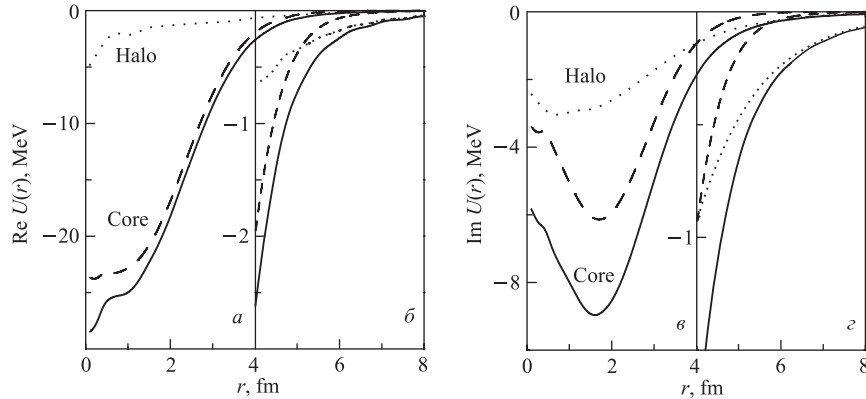


Рис. 12. Микроскопический оптический потенциал для $^{11}\text{Li} + p$ -рассеяния при энергии 68 МэВ/нуклон. а) Реальная часть, в) мнимая часть, б) и з) показывают хвосты реальной и мнимой частей потенциала. Сплошная, штриховая и пунктирная линии соответствуют полному потенциалу и вкладам от нуклонов кора и нейтронов гало

широкой области энергий пучка реальные и мнимые части потенциала гало имеют несколько различные формы, но сравнимые абсолютные значения. Другая картина наблюдается для потенциала кора, где реальная часть в несколько раз больше мнимой. В результате взаимодействие с нейтронами гало дает значительную модификацию мнимой части полного оптического потенциала и оказывает небольшое влияние на его реальную часть.

На рис. 13 показано сравнение теоретических угловых распределений для упругого рассеяния ^{11}Li и ^9Li с экспериментальными данными [48,64]. Видно, что получается довольно хорошее описание упругого рассеяния ^9Li в области углов $\theta \leq 40^\circ$, особенно если учитывать скудные знания о распределении плотности ^9Li (задан только радиус $r. m. s.$). Поэтому не представляется необходимым модифицировать эффективные силы, чтобы улучшить согласие на больших углах рассеяния, тем более, что для ^{11}Li точная форма кора менее значима благодаря усредняющему эффекту от движения центра масс ^9Li внутри ^{11}Li . Для ^{11}Li теоретические расчеты довольно хорошо описывают как форму, так и абсолютные значения упругого углового распределения.

Интересно понять, какие динамические особенности модели ответственны за правильное воспроизведение разницы в характере углового рассеяния ^{11}Li по сравнению с ^9Li . Пунктирной и штриховой линиями на рис. 13 показаны теоретические упругие сечения для рассеяния на двух частях оптического потенциала в выражении (69), U_{core} и U_{halo} , созданные взаимодействиями с нуклонами кора и нейтронами гало соответственно. Упругое рассеяние на нуклонах кора доминирует на всех углах. Рассеяние на нейтронах гало важно только под передними углами ($\theta \leq 20^\circ$), где оно производит конструктивную

интерференцию с вкладом от кора. Благодаря движению центра масс кора пространство, занятое кором ${}^9\text{Li}$, когда он находится в ${}^{11}\text{Li}$, эффективно больше, чем когда ${}^9\text{Li}$ свободен. Соответственно, наклон углового распределения от кора, находящегося в движении (пунктирная линия), становится более крутым по сравнению с наклоном от рассеяния на свободном коре (штрихпунктирная линия).

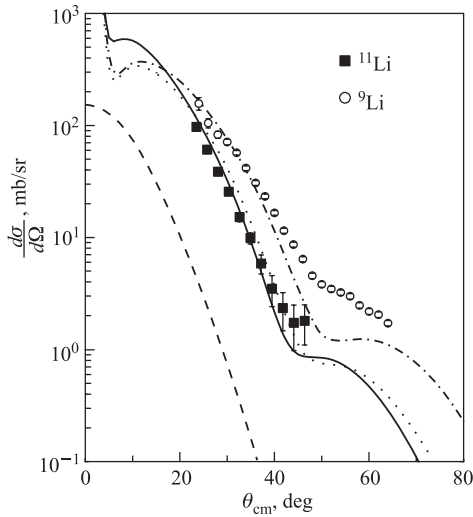


Рис. 13. Сравнение угловых распределений для теоретического упругого рассеяния ${}^{11}\text{Li}$ и ${}^9\text{Li}$ на протоне с экспериментальными данными [48, 64]. Сплошная и штрихпунктирная линии показывают результаты для ${}^{11}\text{Li}$ и ${}^9\text{Li}$ соответственно. Штриховая и пунктирная линии показывают вклады в упругое рассеяние ${}^{11}\text{Li}$ от нейтронов гало и нуклонов кора соответственно

Роль нейтронов гало является тем не менее существенно более значимой, если изучать сечения реакции. Рассчитанное сечение реакции для ${}^{11}\text{Li}$ (398 мб) значительно больше, чем для ${}^9\text{Li}$ (234 мб). Вклады в сечение реакции от двух нейтронов гало (U_{halo}) и девяти нуклонов кора (U_{core}) практически одинаковы, 231 и 226 мб соответственно. Сильное влияние на поглощающие свойства отражает слабосвязанную природу нейтронов гало, которые легко вышибаются из ядра при любом взаимодействии с протоном мишени.

В заключение этого раздела заметим, что в случае расчетов неупругих процессов полная реализация двухчастичных спин-орбитальных взаимодействий требует расчетов токовых и спин-токовых переходных плотностей [45]. Такие расчеты требуют точного знания спиновой и скоростной зависимостей эффективных взаимодействий в ${}^{11}\text{Li}$, которое отсутствует в настоящее время, а также более точного учета спиновой структуры ${}^{11}\text{Li}$. При малых переданных моментах токовые переходные плотности, как правило, малы; соответственно, мы пренебрегаем их вкладом в расчеты и не включаем спин-орбитальные силы в вычисления процессов развала.

4.2.2. *Спектр возбуждения ${}^{11}\text{Li}$.* В данном разделе подробно рассмотрим неупругое рассеяние ${}^{11}\text{Li}$ на протонной мишени при энергии 68 МэВ, исследованное экспериментально в [48] посредством корреляционных измерений

испущенных частиц. Существует только один микроскопический расчет [52], в котором был сделан анализ спектра возбуждений с использованием метода разложения полной амплитуды перехода в ряд многократного рассеяния. В данной главе мы изучаем неупругое рассеяние ^{11}Li , используя четырехчастичную модель реакции, развитую выше в рамках метода искаженных волн, которая позволяет вычислять все наблюдаемые в процессах, ведущих к низкоэнергетическим возбуждениям ядер с двухнейтронным гало.

Используя трехчастичную кластерную модель структуры ^{11}Li , описанную ранее, и эффективные силы, проверенные расчетами упругого рассеяния, можно вычислить спектр неупругого рассеяния ^{11}Li без введения дополнительных параметров. На рис. 14, *a* показан теоретический спектр $d\sigma/dE_x$ в зависимости от энергии возбуждения ^{11}Li . Спектр имеет два пика около трехчастичного порога, соответствующих монополюному (пунктирная линия) и дипольному (штриховая линия) переходам.

На рис. 14, *б* показано сравнение между расчетами и экспериментальным спектром, измеренным в работе [48] в столкновениях $^{11}\text{Li} + p$ при энергии 68 МэВ/нуклон. Экспериментальное число отсчетов, данное в [48], было преобразовано в сечение, измеряемое в мб/МэВ. Теоретические кривые, показанные на рис. 14, *б*, были получены из расчетных дважды дифференциальных сечений $d^2\sigma/d\Omega dE_k$ с учетом экспериментального аксептанса и энергетического разрешения.

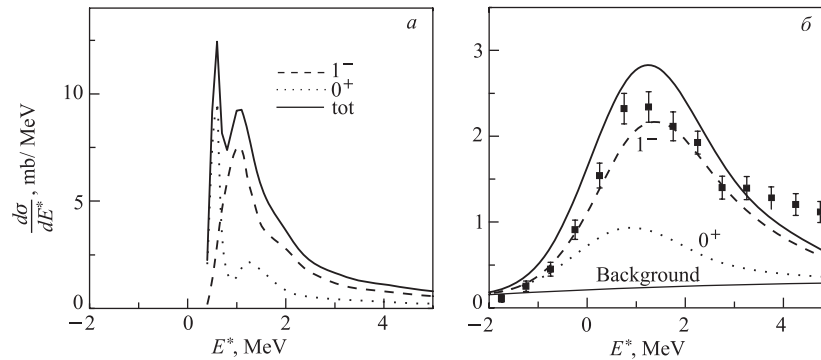


Рис. 14. Спектр возбуждения ^{11}Li при рассеянии на протонной мишени и энергии столкновения $E/A = 68$ МэВ. *a*) Теоретический спектр. *б*) Сравнение теоретического спектра, скорректированного с учетом экспериментальных условий, с данными, измеренными в эксперименте [48]. Сплошная, штриховая и пунктирная линии показывают полное, дипольное и монополюное сечения соответственно. На рис. *б* тонкая сплошная линия указывает экспериментальный фон от содержащихся в мишени ядер, отличных от протонов

Из рис. 14, б видно, что экспериментальные данные поддерживают рассчитанную аккумуляцию силы 0^+ - и 1^- -переходов около порога развала, хотя тонкая структура теоретического спектра сглаживается экспериментальным энергетическим разрешением. Получено разумное описание как формы, так и абсолютной величины экспериментального пика. При более высоких энергиях возбуждения теоретические расчеты недооценивают измеренные спектры. Это указывает, что дополнительные эффекты, такие как возбуждение других мультипольностей и возбуждение кора ${}^9\text{Li}$, должны быть включены в модель для лучшего описания высокоэнергетического спектра ${}^{11}\text{Li}$.

4.2.3. *Неупругие угловые распределения ${}^{11}\text{Li}$.* Угловые распределения для неупругого рассеяния ${}^{11}\text{Li} + p$ при $E/A = 68$ МэВ представлены на рис. 15. На рис. 15, а теоретические расчеты сравниваются с экспериментальными угловыми распределениями [48]. Форма и абсолютные значения теоретических распределений находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Данные включают более чем одно мультипольное возбуждение в ${}^{11}\text{Li}$, но расчеты показывают, что дипольный вклад доминирует на больших углах рассеяния и экспериментальные данные на малых углах необходимы для четкого проявления вклада монополярных возбуждений.

Взаимодействие между степенями свободы кора и нейтронов гало иллюстрируется на рис. 15, б и в для дипольных и монополярных возбуждений соответственно. Как и в случае упругого рассеяния, вклад от кора доминирует на

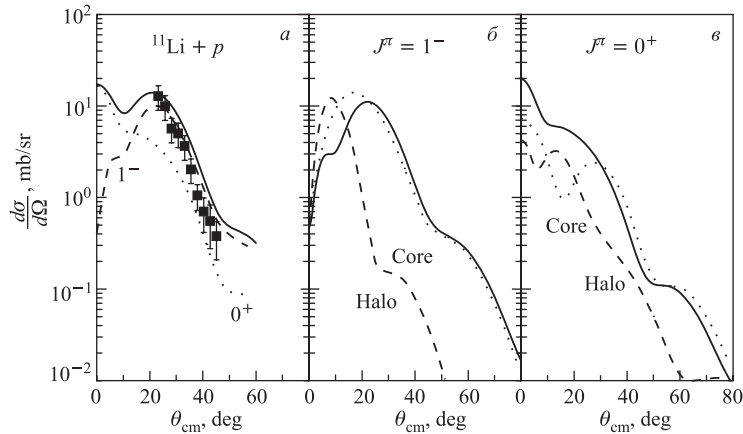


Рис. 15. Угловые распределения для неупругого рассеяния ${}^{11}\text{Li} + p$ при $E/A = 68$ МэВ. а) Сравнение теоретических вычислений с экспериментальными данными [48]. Сплошные, штриховые и пунктирные линии показывают полное, дипольное и монополярное угловые распределения соответственно. На рис. б и в сплошные линии показывают угловые распределения для дипольных и монополярных возбуждений соответственно. Штриховые и пунктирные линии представляют вклады от нейтронов гало и нуклонов кора

больших углах рассеяния. На малых углах оба вклада важны и полное угловое распределение показывает сильную деструктивную (конструктивную) интерференцию для дипольных (монопольных) возбуждений. Вспоминая результаты для упругого рассеяния, наблюдаем общую закономерность: процессы с большой передачей момента происходят через взаимодействие с кором, в то время как кооперация между нейтронами гало и кором характеризует динамику на малых углах рассеяния.

4.2.4. Энергетические корреляции фрагментов развала ^{11}Li . В дополнение к инклюзивным наблюдаемым, обсужденным выше, в развиваемом микроскопическом подходе можно рассчитывать любые корреляции (энергетические, угловые или смешанного типа) в бориевских ядрах с гало. Двухмерные контуры энергетических корреляций показаны на рис. 16. Монопольные

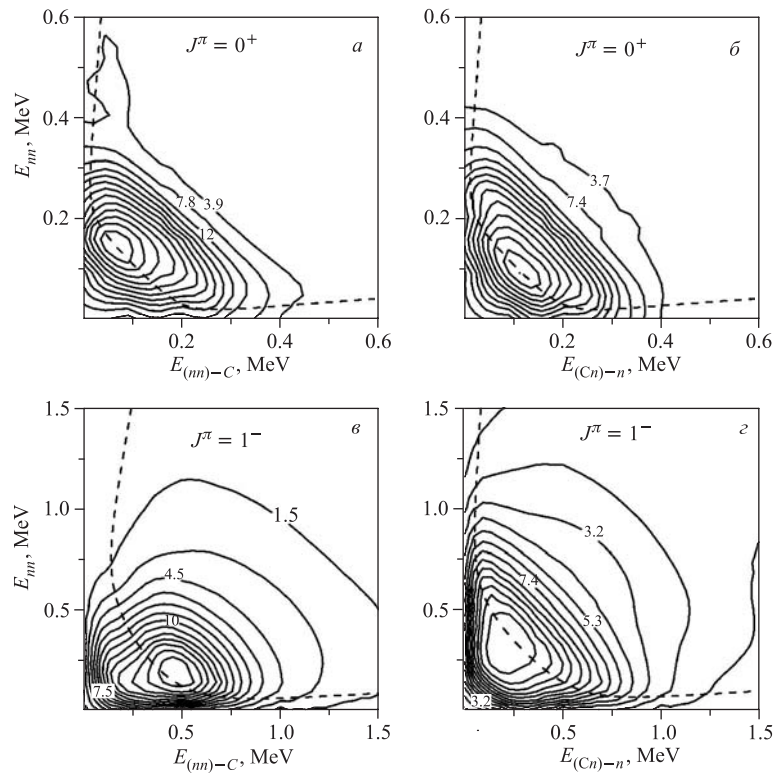


Рис. 16. Теоретические двухмерные контуры сечений для энергетических корреляций ^{11}Li . Рис. а и в показывают $d^2\sigma/dE_{nn}dE_{(nn)-C}$ для монопольных и дипольных возбуждений соответственно, а рис. б и г — $d^2\sigma/dE_{Cn}dE_{(Cn)-n}$ для монопольных и дипольных возбуждений

и дипольные возбуждения показаны на рис. 16, *a, в* в **T**-базисе, в то время как рис. 16, *б, г* соответствуют якобиевским координатам **Y**.

В соответствии с п. 3.3 поведение максимумов сечений в обеих системах координат Якоби дает возможность проверить, является ли пик по E_{κ} «истинным» трехчастичным резонансом. Траектории максимумов, обсужденных в п. 3.3 и представленных на рис. 7, вновь показаны штриховыми линиями на рис. 16. В случае 0^+ -возбуждений, рис. 16, *a, б*, траектории максимумов согласованы между собой, что указывает на «истинную» трехчастичную природу 0^+ -резонанса. В случае 1^- эта траектория находится в хорошем согласии с контурными сечениями на рис. 16, *г*, в то время как на рис. 16, *в* наблюдаются значительные отклонения, что дает дополнительные указания на то, что 1^- не является «истинным» трехчастичным резонансом.

4.3. Реакции развала в ядро-ядерных столкновениях. В качестве примера реакций развала в ядро-ядерных столкновениях рассмотрим реакции развала ${}^6\text{He}$ при столкновении с ядрами ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{208}\text{Pb}$ с энергией 240 МэВ/нуклон. В настоящее время эти реакции наиболее подробно исследованы экспериментально в GSI.

4.3.1. Инклюзивные спектры для развала ${}^6\text{He}$. На рис. 17 и 18 представлено сравнение теоретических спектров [47] неупругого рассеяния ${}^6\text{He}$ на ${}^{208}\text{Pb}$ и ${}^{12}\text{C}$ с экспериментальными данными [41]. Несмотря на различные механизмы двух реакций, расчеты правильно описывают как абсолютные значения, так и форму спектра для обоих процессов. Тем не менее расчеты немного недооценивают полные сечения из-за недооценки вкладов при больших энергиях возбуждения E^* . В этом отношении согласие с экспериментом может быть улучшено за счет учета дополнительных вкладов от переходов более высоких мультиполярностей [45], появляющихся при больших энергиях возбуждения и не рассматриваемых в представленных расчетах.

В инклюзивном спектре для развала на свинце, как видно из рис. 17, доминируют дипольные возбуждения, сильно возбуждается хорошо известный трехчастичный 2^+ -резонанс при энергии 1,8 МэВ (полное сечение ~ 90 мб) и есть небольшой вклад от монополя. Так как расчетная ширина (~ 60 кэВ) 2^+ -резонанса меньше, чем экспериментальная (~ 110 кэВ), и никакого энергетического усреднения для учета экспериментального разрешения не проводилось, теоретические сечения в пике резонанса превышают экспериментальные. Резкое увеличение сечения на пороге развала обусловлено дипольными возбуждениями. На рис. 17, *б* показаны вычисления с учетом только кулоновского или ядерного взаимодействий. Кулоновская диссоциация доминирует, но ее одной недостаточно для описания абсолютных значений экспериментальных данных. Оценка сечения кулоновской диссоциации в рамках квазиклассического метода дает величину ~ 355 мб при использовании теоретической силовой функции дипольных переходов и минимального прицельного параметра 9,5 фм (\sim суммы радиусов ядер). Квантовые вычисления, в

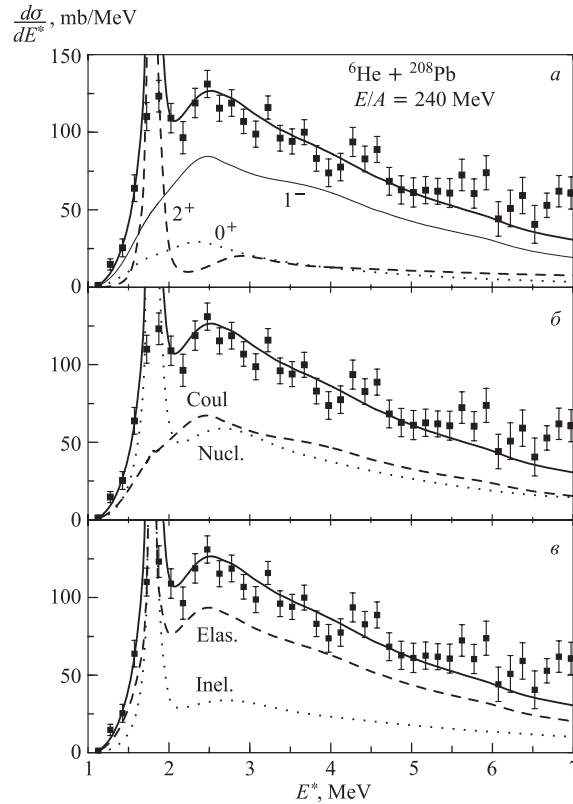


Рис. 17. Сравнение теоретического спектра ${}^6\text{He}$ (жирная сплошная линия) реакции развала ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон с экспериментальными данными [41]. а) Тонкая сплошная, штриховая и пунктирная линии показывают вклады дипольного 1^- , квадрупольного 2^+ и монопольного 0^+ -возбуждений соответственно. б) Штриховая (пунктирная) линия обозначает вычисления с только ядерным (кулоновским) взаимодействием. в) Штриховая (пунктирная) линия описывает вклад от упругой (неупругой) фрагментации

которых в оптических потенциалах сохраняется только кулоновское отталкивание, дают для дипольных возбуждений сечение ~ 330 мб. Возбуждение 2^+ -резонанса связано главным образом с ядерным взаимодействием. Кулоновская и ядерная диссоциации имеют различную зависимость от энергии возбуждения E^* . Кулоновское сечение доминирует при меньших E^* , но падает быстрее с ростом энергии возбуждения. Ядерная часть имеет слабую зависимость от E^* и уменьшается с энергией довольно медленно. В результате оба вклада становятся равными около $E^* \sim 7$ МэВ. Вклады сечений от

упругой и неупругой фрагментации представлены на рис. 17, *в*. Хотя упругая фрагментация доминирует в низкоэнергетической части спектра, для количественного описания оба вклада должны быть учтены одновременно. Около порога полное сечение совпадает с упругой фрагментацией. Упругий и неупругий развалы дают примерно одинаковые вклады в возбуждение 2^+ -резонанса. Зависимость от E^* разная для двух процессов. Сечение упругой фрагментации быстро уменьшается с энергией, в то время как неупругое остается довольно плоским. В целом, σ_{in} для ^{208}Pb дает около 30 % полного сечения для $E^* \leq 10$ МэВ.

На рис. 18 представлено сравнение теоретических расчетов (оптический потенциал [120]) с экспериментальными данными [41] для реакции $^6\text{He} + ^{12}\text{C}$ при 240 МэВ/нуклон. Пик, наиболее характерная особенность спектра, обусловлен возбуждением 2^+ -резонанса (рис. 18, *а*) с полным сечением ~ 8 мб. Выше резонанса, в плоской части спектра, примерно половина сечения свя-

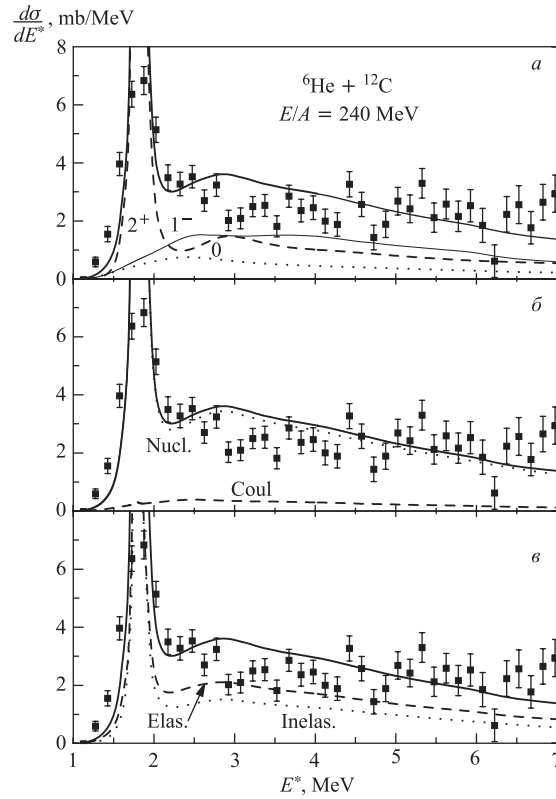


Рис. 18. То же самое, что и на рис. 17, но для реакции развала $^6\text{He} + ^{12}\text{C}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон

зана с дипольными, треть — с квадрупольными, а остаток — с монополярными возбуждениями. Для реакции на углероде инклюзивный спектр возбуждения полностью определяется ядерным взаимодействием (рис. 18, *б*) и вклады от упругой и неупругой фрагментации примерно равны (рис. 18, *в*). Зависимость от энергии возбуждения слабая, тем не менее сечение упругой фрагментации имеет тенденцию падать быстрее, когда E^* становится больше.

Как следует из эксперимента, низколежащие спектры ${}^6\text{He}$ для реакций на ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{208}\text{Pb}$ имеют различную форму. Эта разница имеет динамическое происхождение и может быть объяснена взаимосвязью короткодействующего ядерного и дальнедействующего кулоновского взаимодействий. Формфактор реакции, обусловленный притягивающими ядерными взаимодействиями, имеет ограниченную протяженность в координатном пространстве. Кулоновское отталкивание уменьшает ядерный формфактор на небольших расстояниях и порождает кулоновский хвост (42) на больших. Скорость падения хвоста формфактора определяется мультипольностью перехода. Монополярные возбуждения должны спадать наиболее медленно, но благодаря ортогональности основного и возбужденного 0^+ -состояний в ${}^6\text{He}$ монополярный формфактор равен нулю на больших расстояниях. Следовательно, дипольные формфакторы имеют наибольшую протяженность в координатном пространстве, и дипольные возбуждения наиболее чувствительны к силе кулоновского взаимодействия. Обе пространственные области, внутренняя и внешняя, приводят к развалу. В развале на ${}^{12}\text{C}$ вклад от внутренней области доминирует, в то время как для ${}^{208}\text{Pb}$ из-за сильного кулоновского взаимодействия справедливо обратное. На рис. 19 сплошными линиями показаны квадрупольные (части *а* и *в*) и дипольные (части *б* и *г*) возбуждения ${}^6\text{He}$ для реакций на ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{208}\text{Pb}$. Штриховая и пунктирная линии обозначают расчеты, выполненные только с кулоновскими и ядерными взаимодействиями соответственно. Для квадрупольных переходов (рис. 19, *а* и *в*) учет кулоновского взаимодействия приводит лишь к незначительным эффектам. Для обеих мишеней они возбуждаются главным образом ядерными силами (пунктирные линии) и сечения возрастают примерно на порядок при переходе от легкой к тяжелой мишени. Для дипольных возбуждений (рис. 19, *б* и *г*) картина качественно другая. Ядерные возбуждения (пунктирные линии) более чем в два раза сильнее кулоновских для развала на ${}^{12}\text{C}$, и они возрастают примерно на порядок при переходе к развалу на ${}^{208}\text{Pb}$. Но дипольные сечения для кулоновского возбуждения (штриховые линии) возрастают более чем на два порядка при переходе от углерода к свинцу. Фактор увеличения близок к квадрату отношения зарядов мишеней, что ожидается для чисто кулоновского возбуждения. Когда оба взаимодействия присутствуют, картина становится более сложной: существуют деструктивная интерференция во внутренней области и кулоновское возбуждение во внешней. Следовательно, необходимы точные расчеты для получения количественных результатов.

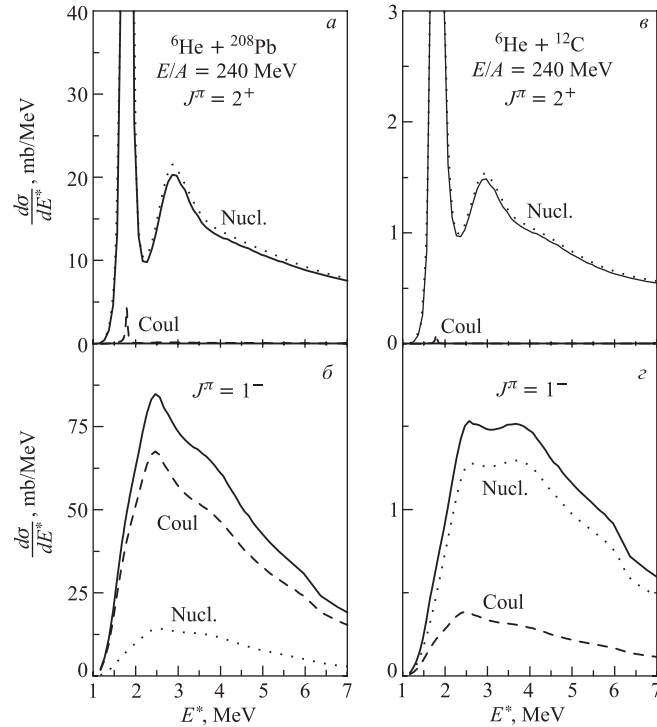


Рис. 19. Квадрупольные (а) и дипольные (б) возбуждения ${}^6\text{He}$ на ${}^{208}\text{Pb}$. Квадрупольные (в) и дипольные (г) возбуждения на ${}^{12}\text{C}$. Штриховая (пунктирная) линия показывает вычисления с только кулоновским (ядерным) взаимодействием

Полезно иметь более детальный анализ неупругой фрагментации, в особенности пространственного распределения сечений, как это определено в выражении (20). На рис. 20 показаны радиальные распределения неупругого развала на ядрах ${}^{208}\text{Pb}$ и ${}^{12}\text{C}$. Кривые демонстрируют, что неупругая фрагментация концентрируется в поверхностной области. Она подавлена внутри ядра, так как наиболее важные парциальные волны, которые определяют поведение функции Грина на малых расстояниях, подавлены благодаря поглощению. На больших расстояниях экспоненциальное падение мнимой части оптического потенциала ответственно за подавление. Такое поведение ясно демонстрирует периферический характер реакций неупругой фрагментации. Физически подавление во внутренней области выделяет реакции, которые не разрушают кор. Подавление на больших радиусах означает, что ядра должны находиться достаточно близко друг к другу, чтобы взаимно возбудиться. Дополнительное наблюдение связано с радиальными распределениями различных мульти-

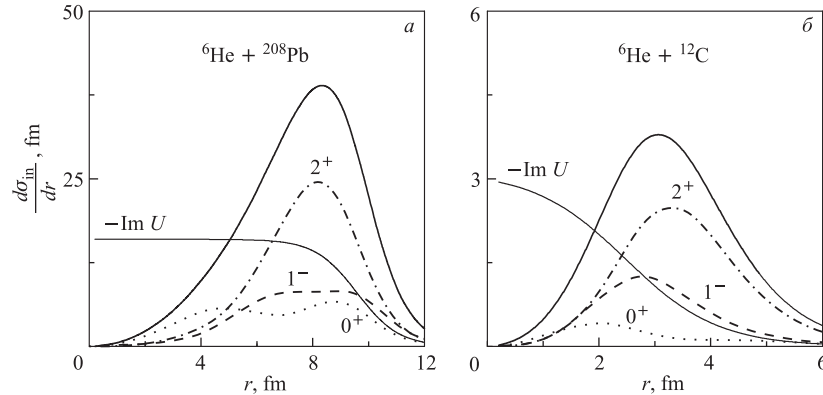


Рис. 20. Радиальные распределения неупругого развала ${}^6\text{He}$ при 240 МэВ/нуклон на ядре ${}^{208}\text{Pb}$ (а) и на ядре ${}^{12}\text{C}$ (б). Толстая сплошная, штриховая, штрихпунктирная и пунктирная линии показывают полное сечение, дипольный, квадрупольный и монополюльный вклады соответственно. Тонкая сплошная линия — произвольно нормированная мнимая часть оптического потенциала

полных сечений. Чем выше мультиполярность, тем возбуждения сдвинуты дальше к поверхности. Монопольные (пунктирные линии) имеют объемный характер, дипольные (штриховые линии) концентрируются на поверхности, а квадрупольные (штрихпунктирные линии) сдвинуты еще дальше от центра.

4.3.2. Энергетические распределения фрагментов развала ${}^6\text{He}$. Различные спектры фрагментов развала ${}^6\text{He}$, рассчитанные для столкновения с ${}^{208}\text{Pb}$, показаны на рис. 21. Распределения по относительной энергии между нейтроном- α и двумя нейтронами сравниваются с экспериментальными данными [41] на рис. 21, а и в соответственно. Энергетические спектры α -частицы и нейтрона гадо в системе покоя ядра ${}^6\text{He}$ представлены на рис. 21, б и г. Толстая сплошная, тонкая сплошная, штриховая и пунктирная линии показывают суммарный, дипольный, квадрупольный и монополюльные вклады соответственно. Из рис. 21, а и в следует, что теоретические расчеты двухчастичных энергетических корреляций правильно воспроизводят падение сечений с ростом энергии относительного движения между фрагментами, но при малых энергиях наблюдаются некоторые отклонения от экспериментальных данных. Для справедливого сравнения с экспериментом теоретические расчеты должны быть откорректированы с учетом экспериментального отклика, чтобы учесть эффективность и ограниченные угловые размеры регистрации фрагментов детекторами. Так как эти экспериментальные искажения не включены в расчеты, то преждевременно делать финальные заключения из сравнения с экспериментом. Распады дипольных возбу-

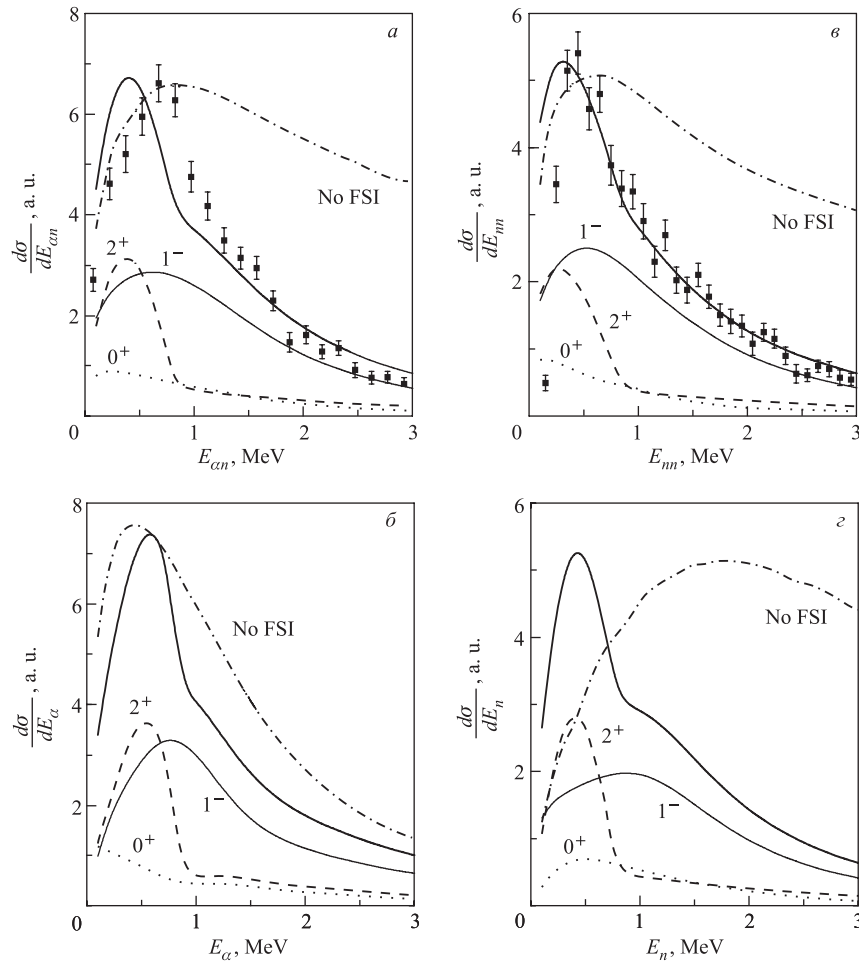


Рис. 21. Реакция развала ${}^6\text{He}$ на ${}^{208}\text{Pb}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон. В верхнем ряду показано сравнение с экспериментальными данными [41] теоретических спектров: а) для относительной энергии между α -частицей и нейтроном гало, в) между двумя нейтронами гало. Нижний ряд: б) энергетические спектры α -частицы и г) нейтрона гало в системе покоя ${}^6\text{He}$. Толстая сплошная, тонкая сплошная, штриховая и пунктирная линии показывают суммарный, дипольный, квадрупольный и монопольные вклады соответственно. Штрихпунктирные линии соответствуют расчетам полного спектра без учета взаимодействия в конечном состоянии

ждений доминируют в энергетических спектрах и определяют наклон при больших энергиях. Распады квадрупольных возбуждений (из трехчастичного 2^+ -резонанса) важны при малых энергиях. Нейтрон-нейтронный спектр (в)

2^+ -резонанса имеет пик, близкий к порогу, и проявляет сильные нуклон-нуклонные корреляции. Форма α -частичного (b) и нейтронного (z) спектров для распада 2^+ -резонанса (штриховая линия) качественно похожа на форму спектров, измеренных при распаде 2^+ -резонанса, заселенного в реакции ${}^7\text{Li}(d, {}^3\text{He}){}^6\text{He}$ ($J^\pi = 2^+$, $E^* = 1,8$ МэВ) [121, 122]. Интересно заметить, что форма α -частичного спектра (рис. 21, b , толстая сплошная линия) полностью совпадает с экспериментальными данными для нейтрон- α -корреляций (рис. 21, a). Для демонстрации важности учета взаимодействия в конечном состоянии штрихпунктирная линия показывает результаты вычислений, когда в выходном канале не рассматривались парные взаимодействия между фрагментами (волновая функция относительного движения фрагментов описывалась трехчастичной плоской волной), но в волновой функции основного состояния полностью сохранялась корреляционная структура. Видно, что только спектр одиночного тяжелого фрагмента (рис. 21, b) имеет форму, качественно похожую на результаты полных вычислений (тем не менее пик значительно шире), в то время как все другие спектры заметно отличаются.

4.3.3. Распределение фрагментов развала ${}^6\text{He}$ по импульсам. На рис. 22 показаны распределения α -частицы по продольному импульсу для развала ${}^6\text{He}$ на ${}^{12}\text{C}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон. На рис. 22, a толстая сплошная линия описывает суммарное распределение, которое включает вклады от возбуждения непрерывного спектра с энергией $E_\kappa < 10$ МэВ. Для прояснения природы распределений по импульсам также представлены вклады от различных энергетических интервалов возбуждения ${}^6\text{He}$ (см. подпись к рис. 22). Хорошо известный 2^+ -резонанс при $E_\kappa = 0,83$ МэВ, который доминирует в энергетическом спектре ${}^6\text{He}$ [41], определяет вклады от первого интервала энергий. Второй интервал содержит вклады от возбуждений различных мягких мод, в то время как третий соответствует наиболее высоким энергиям возбуждения, учитываемым в нашей модели. Видно, что узкая ширина распределений обусловлена распадами возбуждений около порога развала (из первого и второго интервалов). Распады возбуждений с большими энергиями (третий интервал) дают широкие распределения и определяют крылья полного распределения (еще раз отметим, что при фиксированной энергии возбуждения импульсы фрагментов ограничены доступным фазовым пространством). Так как распределения по импульсам являются интегральными наблюдаемыми, их зависимость от точного положения мягких мод и высокоэнергетических возбуждений не является сильной.

На рис. 22, b показан парциальный состав, т. е. вклады от состояний непрерывного спектра с различными J_f^π . Так как амплитуды различных состояний интерферируют между собой, оценка парциальных вкладов проводилась некогерентным образом, суммированием сечений для всех J_f^π (штрихпунктирная линия). Разница между этой линией и линией, соответствующей полному расчету (сплошная толстая линия), дает оценку важности такой интерферен-

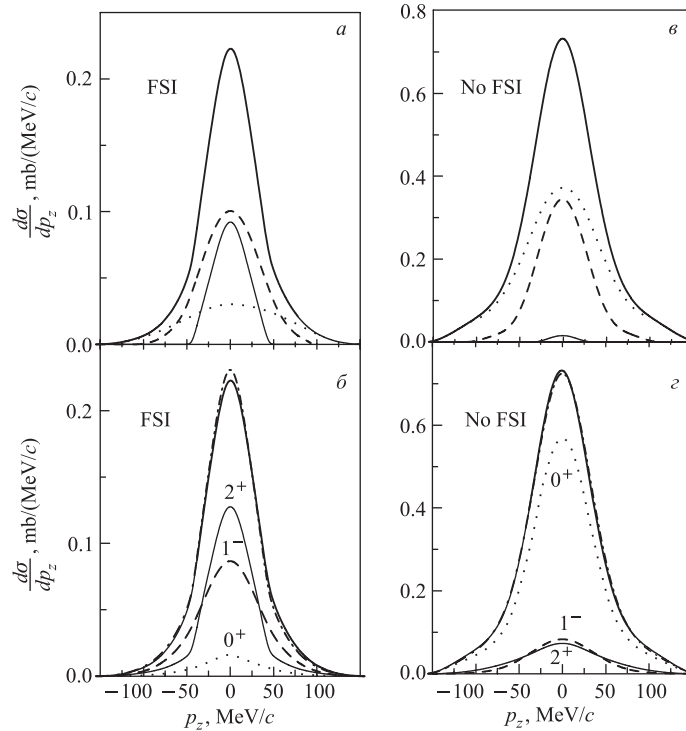


Рис. 22. Распределения α -частицы по продольным импульсам при развале ${}^6\text{He}$ на ${}^{12}\text{C}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон: *a*) и *б*) включают, *в*) и *г*) не включают взаимодействия в конечном состоянии. Толстая сплошная линия показывает полное распределение по импульсам. На рис. *a* и *в* тонкая сплошная, штриховая и пунктирная линии соответствуют вкладам от возбуждения ${}^6\text{He}$ в интервалах $0 < E_{\kappa} < 1$ МэВ, $1 < E_{\kappa} < 5$ МэВ, $5 < E_{\kappa} < 10$ МэВ соответственно

ции. В нашем случае интерференция мала. Форма продольного распределения слегка асимметрична (асимметрия видна на высокоимпульсных хвостах рис. 22, *a*), что подтверждает малость интерференции. Распад 2^+ доминирует и дает наиболее узкую часть распределений, 1^- является вторым по важности и 0^+ дает небольшой вклад. Следовательно, структура континуума определяет существенные свойства распределений по импульсам.

На рис. 22, *в* и *г* показаны расчеты без учета взаимодействия в конечном состоянии, т. е. когда волновая функция основного состояния учитывалась полностью со всеми корреляциями, а волновые функции непрерывного спектра ${}^6\text{He}$ описывались трехчастичными плоскими волнами. Если взаимодействие в конечном состоянии не учитывается, то наблюдается большая раз-

ница: 2^+ -резонанс исчезает и вклады от низколежащих возбуждений становятся небольшими. Вклад от распада возбуждений с наибольшими энергиями доминирует. Ширина распределений соответственно увеличивается и парциальный состав значительно изменяется. Вклад от монополярных возбуждений доминирует в импульсных распределениях, в то время как роль 2^+ - и 1^- -возбуждений становится заметно меньше. Монополярные волновые функции для возбуждений непрерывного спектра должны быть ортогональны к основному состоянию, так как они имеют одинаковые квантовые числа и соответствуют различным энергиям возбуждения ${}^6\text{He}$. Пренебрежение взаимодействием в конечном состоянии приводит к нарушению этого важнейшего требования. Таким образом, учет взаимодействия в конечном состоянии имеет решающее значение, так как определяет структуру возбуждений непрерывного спектра и прямо влияет на ширину распределений фрагментов по импульсам.

Распределения α -частицы и нейтрона по поперечным импульсам, нормированные на единицу при нулевом импульсе и рассчитанные в различных приближениях, сравниваются с экспериментальными данными [124] на рис. 23, *a* и *b*. Сплошные (штриховые) линии соответствуют расчетам с учетом (без учета) взаимодействия в конечном состоянии. Пунктирная линия показывает поперечные распределения модели Сербера [123]. Экспериментальные данные (черные квадраты) [124] соответствуют измерениям с учетом совпадений между α -частицей и нейтроном. Модель Сербера не может одновременно описать распределения кора и нейтрона по импульсам. Для кора она переоценивает распределения на хвостах, где необходимо обрезание вкладов от больших импульсов. Для нейтронов она дает значительно более широкие распределения. Расчеты (штриховые линии), в которых учитываются механизм реакции и корреляции в основном состоянии, но пренебрегается взаимодействием в конечном состоянии, также неудовлетворительны, так как в них переоценивается ширина нейтронных распределений.

Из-за взаимодействия в конечном состоянии происходит перераспределение силы переходов в непрерывном спектре, причем обогащаются низкоэнергетические переходы. В результате распределения по импульсам становятся уже. Так как взаимодействие в конечном состоянии влияет наиболее сильным образом на движение легких фрагментов, форма нейтронных распределений изменяется более сильно, чем α -частичных. Наконец, полные вычисления с учетом взаимодействия в конечном состоянии (сплошные линии) немного уже экспериментальных данных для распределений обоих фрагментов по импульсам. Причиной является то, что теоретические расчеты включают только низкоэнергетическую часть ($E_\kappa < 10$ МэВ) спектра возбуждений ${}^6\text{He}$ (с неразрушенной α -частицей), в то время как экспериментальные данные содержат также фрагменты от развала при более высоких энергиях возбуждения, потому что спектр ${}^6\text{He}$ не может быть определен только из совпадений между

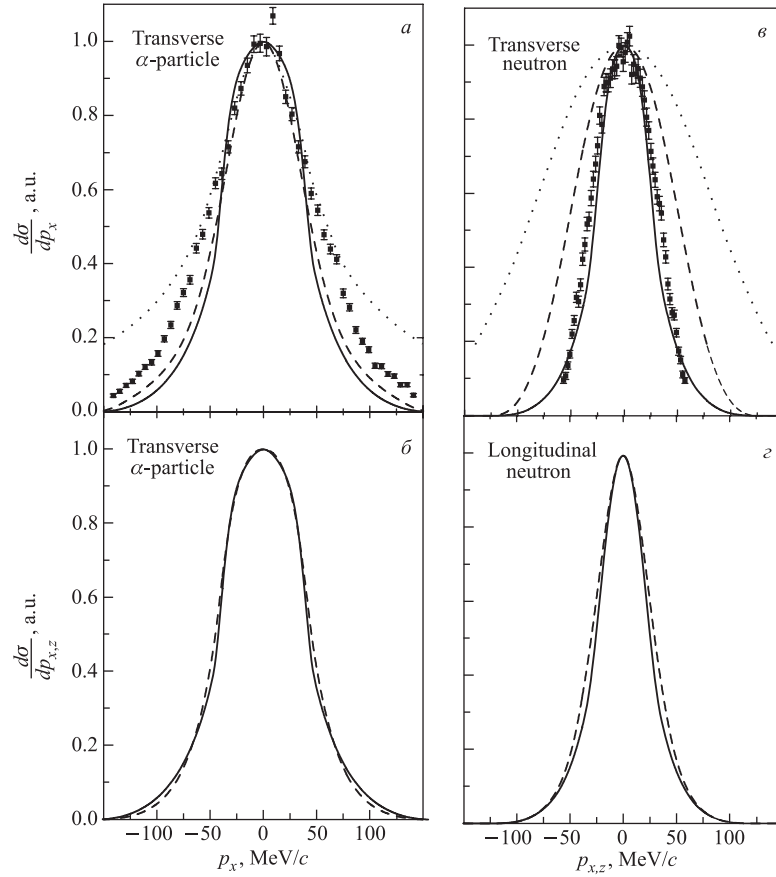


Рис. 23. Распределения по импульсам для развала ${}^6\text{He}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон. Рис. *a* и *в* обозначают распределения α -частицы и нейтрона по поперечным импульсам в реакции на ${}^{12}\text{C}$. Сплошная (штриховая) линия показывает полное распределение с учетом (без учета) взаимодействия в конечном состоянии. Штриховая линия обозначает распределение в модели Сербера. Экспериментальные данные (черные квадраты) из работы [124] соответствуют измерениям на совпадение между α -частицей и одним нейтроном. Рис. *б* и *г* показывают распределения α -частицы по поперечным и нейтрона по продольным импульсам. Сплошная (штриховая) линия соответствует реакции на ${}^{12}\text{C}$ (${}^{208}\text{Pb}$)

α -частицей и одним нейтроном. Фрагменты от развала высокоэнергетических возбуждений имеют плоские, широкие распределения по импульсам, и учет их вклада в теоретических расчетах приведет к улучшению согласия с экспериментом. Распределения α -частицы по поперечным и нейтрона по продоль-

ным импульсам для развала ${}^6\text{He}$ на ${}^{12}\text{C}$ (сплошные линии) и ${}^{208}\text{Pb}$ (штриховые линии) сравниваются на рис. 23, б и г соответственно. Видно, что формы распределений по импульсам для обеих реакций одинаковы, несмотря на разницу в механизмах реакций.

4.3.4. *Дифференциальные угловые сечения для рассеяния ${}^6\text{He}$.* В развитом подходе мы можем, как было указано выше, рассчитывать дифференциальные угловые сечения $d^2\sigma/d\hat{\mathbf{k}}_f$ только для процессов упругой фрагментации ${}^6\text{He}$, т. е. когда мишень не возбуждается в реакции. В кинематически полном эксперименте (для налетающего ядра) возможно реконструировать импульс отдачи ${}^6\text{He}$ как сумму импульсов всех фрагментов $\mathbf{k}_{n_1} + \mathbf{k}_{n_2} + \mathbf{k}_\alpha$ и получить угловые распределения движения центра масс ${}^6\text{He}$ при фиксированной энергии возбуждения. Так как неизвестно, каким образом энергия, переданная мишени, распределилась между движением центра масс мишени и ее внутренними возбуждениями, экспериментальные данные содержат события для обоих процессов: упругого и неупругого развала. Следовательно, количественное сравнение теоретических угловых распределений упругого развала с экспериментальными данными является не совсем оправданным, но оно может проявить определенные закономерности.

На рис. 24 показаны угловые распределения $d\sigma/d\theta$ для неупругого рассеяния ${}^6\text{He}$ на углероде ((а) и (б)) и свинце ((в) и (г)) при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон. Экспериментальные данные взяты из работы [125]. Рис. а, в содержат события с энергией возбуждения ${}^6\text{He} \leq 4,5$ МэВ, рис. б включает более узкий интервал энергий возбуждения $E^* \leq 2,5$ с целью более ярко выделить роль 2^+ -резонанса. Сплошная, штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линии соответствуют теоретическим расчетам полного, квадрупольного, дипольного и монопольного вкладов упругой фрагментации, приводящих к возбуждениям ${}^6\text{He}$ в указанных энергетических интервалах. Для развала на ${}^{12}\text{C}$ ((а) и (б)) экспериментальные данные и теоретические расчеты имеют похожие формы с узким пиком при экстремально малых углах и широким бампом при $\theta \sim 40$ мрад. Природа широкого бампа объясняется возбуждением 2^+ -резонанса (рис. 24, б), который доминирует в низколежащем спектре ${}^6\text{He}$. При более высоких E^* дипольные возбуждения также становятся важными в дополнение к квадрупольным переходам. Пики дипольных возбуждений в угловых распределениях находятся на немного меньших углах по сравнению с квадрупольными, что приводит к уширению полных угловых распределений (рис. 24, а). Природа пика при малых углах в теоретических расчетах полностью обусловлена дипольными возбуждениями. Более того, если выключить из расчетов притягивающую ядерную часть взаимодействия V_{pt} между нуклонами мишени и налетающего иона, то пик на малых углах сохраняет свое положение и величину (тонкая сплошная линия на рис. 24, а), в то время как пик на больших углах (практически от квадрупольных возбуждений) исчезает. Следовательно, можно сделать заключение, что чисто кулоновское

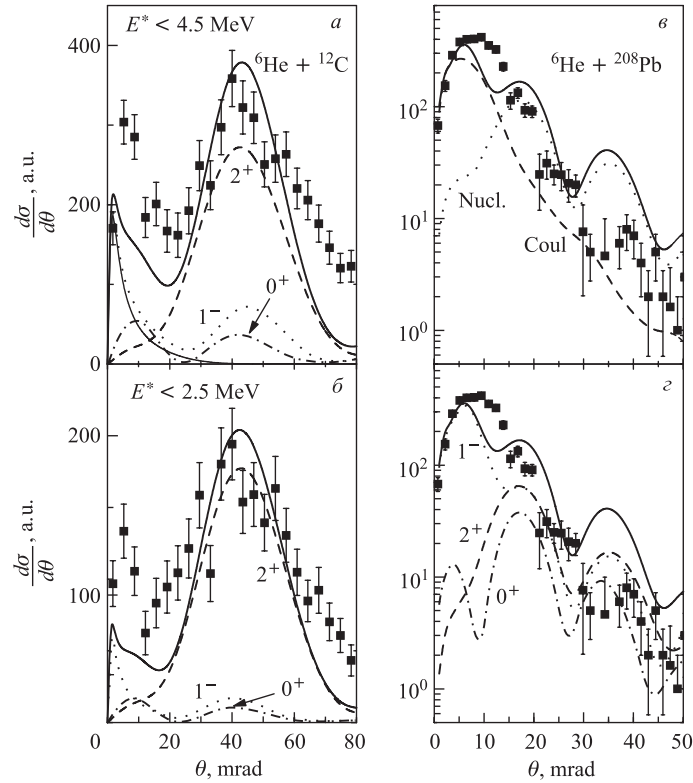


Рис. 24. Дифференциальные сечения для неупругого рассеяния ${}^6\text{He}$ при энергии столкновения 240 МэВ/нуклон: а) ${}^{12}\text{C}$ при $E^* \leq 4,5$ МэВ; б) ${}^{12}\text{C}$ при $E^* \leq 2,5$ МэВ; в, г) ${}^{208}\text{Pb}$ при $E^* \leq 4,5$ МэВ. На рис. а, б и г сплошная, штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линии соответствуют полным, 2^+ -, 1^- - и 0^+ -переходам соответственно. На рис. а тонкая сплошная линия показывает расчеты дифференциальных распределений в случае, когда учитываются только кулоновские силы в NN -взаимодействии V_{pt} . На рис. в штриховая, пунктирная и сплошная линии соответствуют расчетам, в которых взаимодействие V_{pt} включает только кулоновские или ядерные силы и обе вместе соответственно. Экспериментальные данные из работы [125]

взаимодействие ответственно за появление пика на очень малых углах. Такой пик является сигналом развала ядер с гало на больших расстояниях и вследствие слабости кулоновских сил в системе ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ четко отделяется от пика, обусловленного ядерным развалом.

Угловая позиция первого пика стабильна в теоретических расчетах. Квантовые, квазиклассические или даже плосковолновые борновские оценки (ко-

торые можно использовать вследствие малости параметра Зоммерфельда η , характеризующего силу кулоновского взаимодействия, $\eta \sim 0,1$ — все дают позицию пика на углах около 1 мрад. Экспериментальные данные указывают на положение пика при больших углах. Для чистого сравнения с экспериментальными данными искажающие эффекты вследствие конечных акцептансов и эффективностей детектирования фрагментов должны быть учтены в теоретических расчетах. Монопольные возбуждения играют меньшую роль в низколежащих переходах, так как волновые функции монопольных возбуждений непрерывного спектра ортогональны к основному состоянию, имеющему те же самые квантовые числа. Но их максимум в угловом распределении находится на месте, где чисто кулоновский диполь значительно уменьшился, в то время как квадрупольные возбуждения еще не стали значительными. Поэтому при количественном анализе угловых распределений монопольные возбуждения необходимо принимать во внимание.

На рис. 24, *в* и *г* показаны дифференциальные распределения для развала ${}^6\text{He}$ на ${}^{208}\text{Pb}$. В этом случае имеем сильное кулоновское взаимодействие между ядрами, которое приводит преимущественно к возбуждению дипольных переходов. Форма угловых распределений довольно гладкая для чисто кулоновского взаимодействия (штриховая линия на рис. 24, *в*). Но ядерные взаимодействия также важны, так как интерференция с кулоновскими силами приводит к нерегулярностям в угловых распределениях. Величина интерференции показывает некоторую чувствительность к оптическим потенциалам.

4.3.5. Трехчастичные корреляции фрагментов развала. В недавнем экспериментальном анализе корреляционных данных [111] спектр возбуждения ${}^6\text{He}$ в зависимости от энергии E_κ был разделен на интервалы. Полученные экспериментальные распределения были проинтегрированы по конечной области энергий E_κ внутри интервалов и нормированы на единицу. Соответственно, та же самая процедура использовалась в теоретических расчетах [87]. В спектре ${}^6\text{He}$ были выделены четыре области энергий возбуждения: первая $0 < E_\kappa < 1$ содержала 2^+ -резонанс, другие покрывали интервалы энергий $1 < E_\kappa < 3$ МэВ, $3 < E_\kappa < 6$ МэВ и $6 < E_\kappa < 9$ МэВ. Для увеличения чувствительности к спектроскопическому составу возбуждений непрерывного спектра рассчитывались модифицированные энергетические корреляции между фрагментами (обозначенные W_{ph} на рисунках), которые не содержат фактора $\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}$, описывающего распределение по фазовому пространству. Экспериментальные данные из работы [111] для энергетических корреляций были перенормированы соответствующим образом.

На рис. 25 показаны теоретические расчеты энергетических и угловых корреляций фрагментов в области энергий $0 < E_\kappa < 1$ МэВ, где в спектре доминирует 2^+ -резонанс. В Т-системе координат энергетические корреляции имеют асимметричную форму с ненулевыми значениями при $\epsilon = 0$ и 1. Это

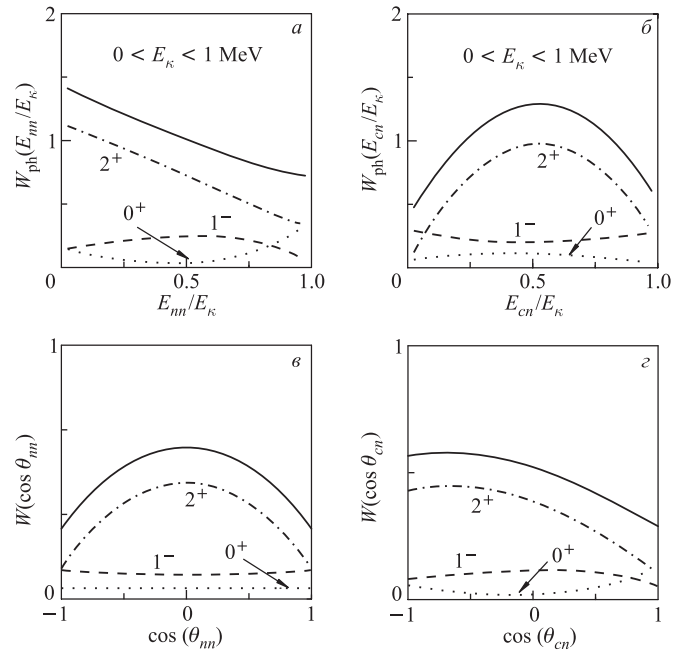


Рис. 25. Энергетические (а) и (б) и угловые (в) и (г) корреляции фрагментов (сплошная линия) в реакции развала ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ при 240 МэВ/нуклон в области энергий возбуждения $0 < E_\kappa < 1$ МэВ. Рис. а и в соответствуют корреляциям в \mathbf{T} -системе координат, б и г — в \mathbf{Y} -системе. Штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линии показывают вклады от дипольных 1^- , монополюсных 0^+ и квадрупольных 2^+ возбуждений соответственно

однозначно показывает присутствие возбуждений с орбитальными угловыми моментами $l_x^{\mathbf{T}}$ и $l_y^{\mathbf{T}} = 0$. Так как $W_{\text{ph}}(0)$ больше, чем $W_{\text{ph}}(1)$, то полный вклад парциальных возбуждений с $l_x^{\mathbf{T}} = 0$, $l_y^{\mathbf{T}} > 0$ больше, чем вклад с $l_y^{\mathbf{T}} = 0$, $l_x^{\mathbf{T}} > 0$. Резонанс 2^+ (штрихпунктирная линия) доминирует в этой области энергий. Вследствие антисимметрии по отношению к перестановкам нейтронов гало в \mathbf{T} -системе координат угловые корреляции симметричны относительно $\theta = 90^\circ$. Форма корреляций на рис. 25, в соответствует этому условию и определяется для 2^+ -возбуждений полиномами Лежандра с $\lambda = 2$. Энергетические корреляции на рис. 25, а подчеркивают значительный вклад от элементарных мод с орбитальным угловым моментом $l_x = 0$.

На рис. 26 теоретические расчеты энергетических и угловых корреляций фрагментов развала для интервала энергий $1 < E_\kappa < 3$ МэВ сравниваются с экспериментальными данными из работы [111]. В целом форма различных корреляций в данном интервале энергий похожа на форму, показанную

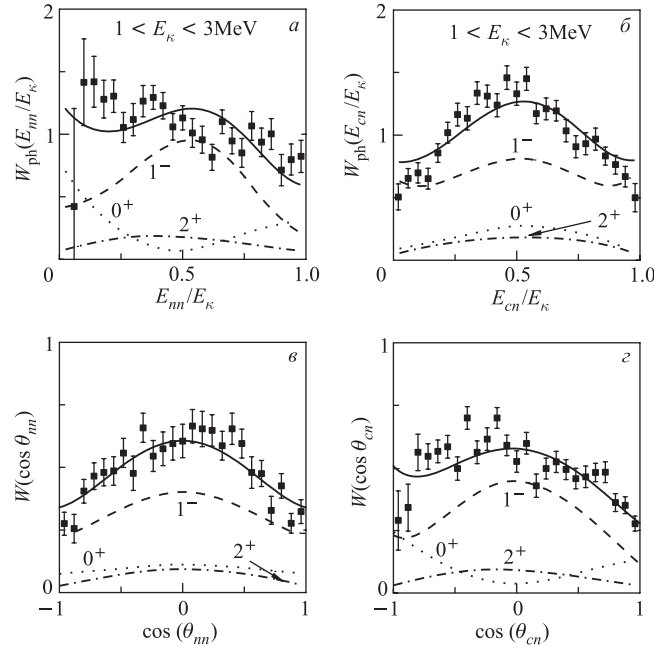


Рис. 26. Энергетические и угловые корреляции фрагментов в реакции развала ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ при 240 МэВ/нуклон для энергий возбуждения $1 < E_{\kappa} < 3$ МэВ. Обозначения такие же, как на рис. 25

на предыдущем рисунке, но парциальный мультипольный состав возбуждений разный. Расчеты показывают, что дипольные возбуждения доминируют в этом интервале энергий. Колоколообразная форма энергетических дипольных корреляций на рис. 26, *a* обусловлена главным образом возбуждением компоненты ($l_x^{\text{T}} = 0, l_y^{\text{T}} = 1, S = 0$) с гипермоментом $K = 1$ и его интерференцией (см. уравнение (61)) с компонентой, имеющей $K = 3$. Ненулевое значение при $\epsilon = 1$ отражает вклад возбуждений от элементарной моды с $l_x^{\text{T}} = 1, l_y^{\text{T}} = 0, S = 1$. Несмотря на доминирование дипольного возбуждения, другие мультиполярности играют тем не менее важную роль и модифицируют форму распределений. Например, монополярный вклад важен около $\epsilon = 0$ и 1. Следовательно, не учитывая эти вклады, можно существенно исказить анализ парциального состава ядерных возбуждений. Энергетические корреляции в Y -системе (рис. 26, *б*) имеют почти симметричную форму, потому что в дополнение к моде с $l_x^{\text{Y}} = 0, l_y^{\text{Y}} = 1$ из-за преобразования Рейнала–Реваи появляется сильное возбуждение с квантовыми числами $l_x^{\text{Y}} = 1, l_y^{\text{Y}} = 0$. Угловые корреляции в обеих системах (рис. 26, *в* и *г*) описываются главным образом полиномами Лежандра второго порядка. Сравнивая результаты вы-

числений с экспериментальными данными для этого интервала [111], можно заключить, что теоретические расчеты угловых и энергетических корреляций описывают измерения в обеих системах координат довольно хорошо. Это указывает на то, что модельные предположения о механизме реакции и ядерной структуре являются правильными.

Ситуация для следующего интервала энергий является значительно более сложной. На рис. 27 сравниваются теоретические расчеты корреляций фрагментов с экспериментальными данными [111] для интервала энергий $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ. Теоретические расчеты показывают, что, хотя дипольные возбуждения по-прежнему доминируют в этой области, относительный вклад от возбуждения других мультиполярностей становится больше. Расчеты довольно хорошо описывают экспериментальные данные для энергетических корреляций в Т-системе (рис. 27, а) и угловые корреляции в Y-системе (рис. 27, з). Тем не менее угловые корреляции в Т-системе (рис. 27, в) и энергетические в Y-системе (рис. 27, б) сильно отличаются от эксперимента. Заметим, что форма экспериментальных распределений, описываемых теоретическими расчетами (рис. 27, а и з), качественно похожа на форму распределе-

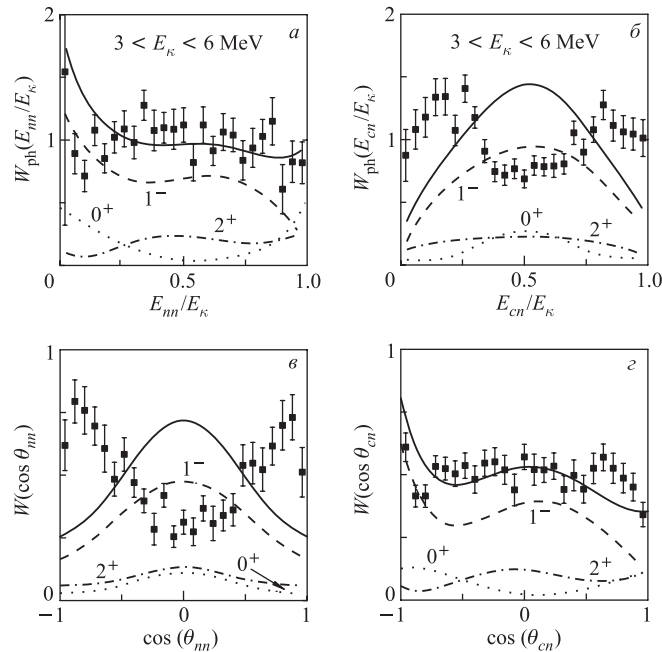


Рис. 27. Энергетические и угловые корреляции фрагментов в реакции развала ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ при 240 МэВ/нуклон для энергий возбуждения $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ. Обозначения такие же, как на рис. 25

ний из предыдущего интервала энергий, в то время как корреляции, не описываемые теоретическими расчетами (рис. 27, б и в), изменяются существенным образом. Наиболее сильное отличие появляется для угловой зависимости корреляций в Т-системе. Расчеты имеют выпуклую форму, в то время как экспериментальные данные показывают вогнутую и с учетом первой и последней точек имеют в целом волнистый характер. Такое волнообразное поведение может быть получено при учете полиномов Лежандра порядка 4 и больше, взятых с большими вкладами. Но чтобы такие члены появились, компоненты с большими значениями орбитальных угловых моментов l_x^T и l_y^T должны присутствовать со значимыми вкладами в волновой функции непрерывного спектра. Это требует больших амплитуд для компонент волновой функции с $K = 4$ (положительная четность) и $K = 5$ (отрицательная четность) или выше. Чем больше величина K , тем сильнее центробежный барьер подавляет соответствующую компоненту волновой функции при фиксированной энергии возбуждения. С увеличением энергии возбуждения моды с большими гипермоментами тем не менее становятся более значимыми. Чтобы проиллюстрировать данное утверждение, на рис. 28 показываются расчеты корреляций для энергетического интервала $6 < E_\kappa < 9$ МэВ. В этой области дипольное

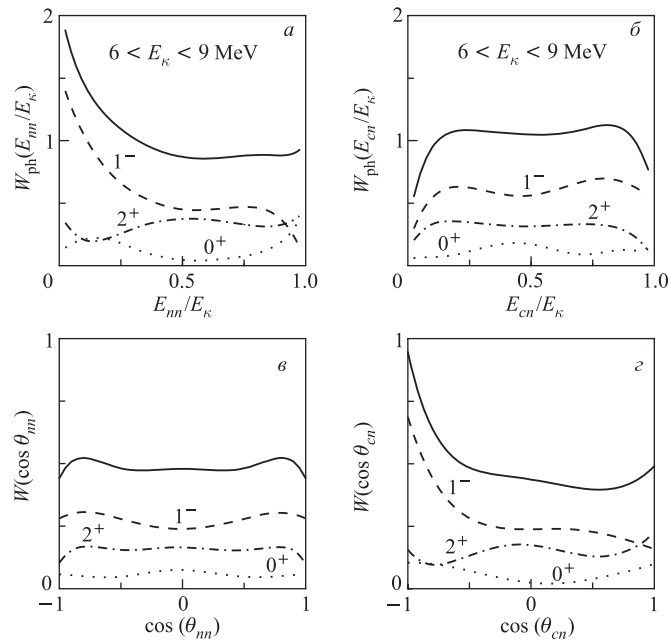


Рис. 28. Энергетические и угловые корреляции фрагментов в реакции развала ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ при 240 МэВ/нуклон для энергий возбуждения $6 < E_\kappa < 9$ МэВ. Обозначения такие же, как на рис. 25

возбуждение, как и при меньших энергиях, доминирует, но относительный вклад от возбуждения состояний другой мультиполярности становится больше по сравнению с предыдущими интервалами. Угловые корреляции в Т-системе (рис. 28, *в*) и энергетические распределения в Y-системе (рис. 28, *б*) начинают приобретать формы, похожие на экспериментальные данные, показанные на рис. 27, *в* и *б*, но тем не менее компоненты с большими значениями K еще не возбуждаются с достаточной интенсивностью, чтобы получить сильные осцилляции.

В работе [111] был представлен феноменологический анализ угловых и энергетических трехчастичных корреляций фрагментов развала. Данные описывались распадом дипольных возбуждений с амплитудами, ограниченными в рамках метода гиперсферических гармоник наименьшими значениями гипермомента $K = 1$ и 3 и подогнанными из описания экспериментальных данных. В феноменологическом анализе была описана вогнутая форма угловых корреляций в Т-системе (но без изгибов в направлении вперед и назад) для интервала энергий $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ. Феноменологические амплитуды сравнивались с микроскопическими расчетами [43] дипольных переходов в рамках метода гипергармоник. Теоретические дипольные амплитуды для интервала энергий $1 < E_{\kappa} < 3$ МэВ требовали небольшой корректировки для описания феноменологических результатов и сильно отличались в интервале $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ. Теоретические расчеты [87], которые учитывают возбуждения различной мультиполярности (дипольные, квадрупольные и монополярные), позволяют достигнуть хорошего описания экспериментальных корреляций в интервале $1 < E_{\kappa} < 3$ МэВ без модификации микроскопических дипольных переходов. Как отмечалось выше, описание волнообразной формы угловых корреляций требует учета возбуждений с большими значениями гипермомента K , которые не были учтены в феноменологическом анализе при подгонке экспериментальных данных.

Таким образом, остается открытым вопрос о том, какие особенности моделей являются причиной отсутствия описания корреляций в области $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ и что необходимо сделать, чтобы улучшить теоретические расчеты. Один возможный источник может быть связан с распадами октупольных возбуждений и возбуждений более высокой мультиполярности. Расчеты [87] показали, что абсолютная величина 3^- -возбуждений более чем на порядок меньше по сравнению с дипольными и, следовательно, не может значительно модифицировать теоретическое описание. В теоретических трехчастичных моделях эффективные взаимодействия между двумя нейтронами и нейтроном и кором определяют свойства ядерной структуры и то, как она изменяется с ростом энергии возбуждения. Таким образом, одним возможным путем является модификация взаимодействий с целью увеличения в волновой функции доли компонент, имеющих большие значения гипермомента K . Но такая модификация не должна разрушать согласия, полученного при бо-

лее низких энергиях возбуждения, и не должна серьезно ухудшать качество описания двухчастичных данных, на основе которых получены эффективные взаимодействия. Достигнуть успеха в этом направлении пока не удалось.

Другая возможность состоит в тщательном анализе того, каким образом экспериментальные данные сравниваются с теоретическими расчетами. Эксперименты с радиоактивными пучками делаются в обратной кинематике, когда экзотические ядра сталкиваются с мишенью и фрагменты развала фокусируются в направлении вперед и детектируются с высокой эффективностью. Теоретические расчеты, описанные выше, включают интегрирование по всем направлениям недетектируемых импульсов и предполагают измерение фрагментов с 4π -геометрией. С учетом геометрии проведенных экспериментов данное условие выполняется только для возбуждений вблизи порога развала. Недавно T. Aumann писал [126]: «Угловая область для фрагментов и нейтронов, покрываемая детекторами, соответствует измерениям развала в 4π -геометрии в системе покоя налетающего ядра для относительных энергий между фрагментами до 5,5 МэВ (при энергии пучка 500 МэВ/нуклон)». В интересующем нас случае энергия столкновения на нуклон составляет только половину этого значения. Следовательно, граница измерений с 4π -геометрией сдвигается ближе к порогу развала и второй интервал энергий $3 < E_{\kappa} < 6$ МэВ не удовлетворяет условиям полного усреднения по ненаблюдаемым степеням свободы, которые предполагаются в теоретических расчетах. Это значит, что правильный путь сравнения теоретических вычислений с измерениями должен быть следующим: необходимо рассчитывать эксклюзивное восьмикратное сечение развала и затем численно производить шестикратное интегрирование по разрешенному фазовому объему, который соответствует экспериментальным условиям для детектирования фрагментов. Без выполнения таких расчетов трудно оценить влияние экспериментальной геометрии на форму угловых и энергетических корреляций, рассчитанных теоретически, и адекватно оценить ядерные модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особенности структуры гало в легких боромиевских ядрах проявляются в свойствах как связанных состояний, так и состояний непрерывного спектра около порога развала. Исследуя ядерные реакции, в которых основное и возбужденные низколежащие состояния непрерывного спектра тесно связываются реакционными механизмами, мы получаем информацию о свойствах и особенностях структуры ядер с гало. В кинематически полных экспериментах становится доступной иерархическая цепочка наблюдаемых, позволяющая реконструировать спектры возбуждений и множество различных корреляций между фрагментами. Для количественного теоретического анализа таких экс-

периментов взаимодействие в конечном состоянии между всеми фрагментами ядра с гало должно быть принято во внимание. При низких энергиях возбуждения относительные скорости движения между фрагментами небольшие, поэтому в расчетах нельзя пренебрегать ни одним взаимодействием между фрагментами. Как результат, часто используемые спектаторные модели, не учитывающие полностью взаимодействие в конечном состоянии, не могут правильным образом отразить динамику процесса и неприменимы для описания механизма реакции, ведущей к низколежащим возбуждениям ядра.

При определенных физических условиях происходит упрощение механизма реакции, что дает возможность развить реалистические модели для описания процессов ядро-ядерных столкновений. При промежуточных энергиях в прямых реакциях доминируют одноступенчатые процессы и можно использовать приближение искаженных волн. Это приближение содержит как главную часть микроскопическую трехчастичную структуру непрерывного спектра и основного состояния. Следовательно, мы можем изучать, по крайней мере в принципе, внутреннюю структуру ядер с гало через различные корреляции в движении фрагментов.

Трехчастичный развал является существенно более богатым, а также и более сложным процессом по сравнению с развалом на два фрагмента. При фиксированной энергии непрерывного спектра относительное движение трех фрагментов имеет непрерывное распределение по кинетическим энергиям. При низких энергиях возбуждений главные особенности структуры боромиевских ядер содержатся в нескольких элементарных модах, характеризуемых несколькими орбитальными угловыми моментами. Целью спектроскопии непрерывного спектра является определение доминирующих мод возбуждения (мультиполярностей) и их квантовых чисел (элементарные моды). Чтобы достигнуть указанной цели, необходимо исследовать мир разнообразных корреляций в движении фрагментов. Для этого необходимы кинематически полные эксперименты и теоретическое понимание ядерной структуры и динамики реакций. Первые шаги в этом направлении уже были сделаны.

Был представлен микроскопический четырехчастичный подход в рамках метода искаженных волн, который использовался для описания реакций развала ядер с двухнейтронным гало в столкновениях с электронами, нуклонами и сложными ядрами. В рамках этого подхода кулоновская и ядерная диссоциации учитывались согласованным образом, включая возможность кулон-ядерной интерференции. Была продемонстрирована важность точного учета эффектов отдачи в реакционной динамике при развале легких ядер. Метод гиперсферических гармоник использовался для согласованного описания особенностей структуры гало основного состояния и движения фрагментов в непрерывном спектре.

Развитая четырехчастичная теория в рамках метода искаженных волн может применяться для анализа кинематически полных экспериментов, ко-

торые позволяют восстановить спектр возбуждений гало и выделить события, несущие наиболее ценную информацию о корреляциях, характерных для ядер с двухнейтронным гало. Одновременный анализ множества наблюдаемых характеристик в рамках одной теории используется для уменьшения неопределенностей модельных предположений, связанных с динамикой реакции. Показано, что корреляции в реакциях развала — это ценный инструмент для исследования истинной природы непрерывного спектра возбуждений ядер с гало. Кинематически полные эксперименты при условии доминирования одноступенчатых процессов являются наиболее достоверными и перспективными инструментами для исследования структуры ядер с гало.

Авторы выражают искреннюю благодарность М. В. Жукову, Я. Вогену и И. Томсону за многочисленные и плодотворные обсуждения, а также признательны за финансовую поддержку РФФИ, гранты № 08-02-00892 и 3004.2008.2; INTAS, грант № 05-1000008-8272.

Приложение А ГИПЕРСФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ И ФУНКЦИИ

Пусть \mathcal{M}_i и \mathbf{R}_i обозначают массу и положение i -частицы в системе из трех частиц в произвольной системе координат. Используя отношение масс $A_i = \mathcal{M}_i/\mathcal{M}$ (\mathcal{M} обозначает единичную массу или массу нуклона), можно определить различные системы координат Якоби

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_k, \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{R}_i - \frac{A_j \mathbf{R}_j + A_k \mathbf{R}_k}{A_j + A_k}, \quad (71)$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{A}(A_i \mathbf{R}_i + A_j \mathbf{R}_j + A_k \mathbf{R}_k), \quad A = A_i + A_j + A_k,$$

где индексы (i, j, k) и их циклические перестановки принимают значения (1, 2, 3). Соответствующие системы координат определяются и для импульсов частиц $\hbar \mathbf{k}_i$:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{x_i} &= \mu_{x_i} \left(\frac{\mathbf{k}_j}{A_j} - \frac{\mathbf{k}_k}{A_k} \right), & \mu_{x_i} &= \frac{A_j A_k}{A_j + A_k}, \\ \mathbf{k}_{y_i} &= \mu_{y_i} \left(\frac{\mathbf{k}_i}{A_i} - \frac{\mathbf{k}_j + \mathbf{k}_k}{A_j + A_k} \right), & \mu_{y_i} &= \frac{A_i (A_j + A_k)}{A}, \end{aligned} \quad (72)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{k}_i + \mathbf{k}_j + \mathbf{k}_k.$$

В системе центра масс ($\mathbf{R} = 0$) положение i -частицы будем обозначать малыми буквами $\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}$. Оно пропорционально вектору \mathbf{y}_i , $\mathbf{r}_i = \mathbf{y}_i (A_j + A_k)/A$. В системе покоя ($\mathbf{P} = 0$) момент i -частицы равен якобиевскому моменту, $\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_{y_i}$. В случаях, когда нам нет необходимости

специально выделять систему координат Якоби, для упрощения обозначений соответствующие индексы будут опускаться.

Для описания трехчастичной динамики можно использовать альтернативные группы гиперсферических координат: в пространстве координат $(\rho, \Omega_5^\rho) = (\rho, \theta_\rho, \Omega_x, \Omega_y)$, где $\Omega_{x,y}$ обозначает углы, описывающие направления вектора \mathbf{x} , \mathbf{y} , и

$$\rho^2 = \sum_{i=1}^3 A_i (\mathbf{R}_i - \mathbf{R})^2 = \frac{1}{A} \sum_{i>j=1}^3 A_i A_j (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2 = \mu_x \mathbf{x}^2 + \mu_y \mathbf{y}^2, \quad (73)$$

$$\theta_\rho = \text{arctg} \left\{ \sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y}} \frac{|\mathbf{x}|}{|\mathbf{y}|} \right\}, \quad 0 \leq \theta_\rho \leq \frac{\pi}{2}.$$

В пространстве импульсов $(\kappa, \Omega_5^\kappa) = (\kappa, \theta_\kappa, \Omega_{k_x}, \Omega_{k_y})$ соответственно имеем

$$\kappa^2 = \sum_{i=1}^3 A_i \left(\frac{\mathbf{k}_i}{A_i} - \frac{\mathbf{P}}{A} \right)^2 = \frac{1}{A} \sum_{i>j=1}^3 A_i A_j \left(\frac{\mathbf{k}_i}{A_i} - \frac{\mathbf{k}_j}{A_j} \right)^2 = \frac{\mathbf{k}_x^2}{\mu_x} + \frac{\mathbf{k}_y^2}{\mu_y}, \quad (74)$$

$$\theta_\kappa = \text{arctg} \left\{ \sqrt{\frac{\mu_y}{\mu_x}} \frac{|\mathbf{k}_x|}{|\mathbf{k}_y|} \right\}, \quad 0 \leq \theta_\kappa \leq \frac{\pi}{2}.$$

Переменные гиперрадиуса ρ и гипермомента κ обладают замечательными свойствами: они ротационно-, трансляционно- и пермутационно-инвариантны и не зависят от выбора системы координат. Остальные переменные (Ω_5^ρ или Ω_5^κ) зависят от используемой системы координат Якоби. Энергия распада E_κ , равная сумме кинетических энергий относительного движения частиц, $E_\kappa = \varepsilon_x + \varepsilon_y = (\hbar^2/2\mathcal{M})(\mathbf{k}_x^2/\mu_x + \mathbf{k}_y^2/\mu_y)$, и трехчастичное фазовое пространство $\sqrt{\varepsilon_x \varepsilon_y} d\varepsilon_x d\varepsilon_y$ также не зависят от выбора якобиевской системы координат.

Оператор кинетической энергии относительного движения в гиперсферических координатах имеет сепарабельный вид

$$T = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{M}} \left\{ \frac{1}{\mu_x} \nabla_x^2 + \frac{1}{\mu_y} \nabla_y^2 \right\} = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{M}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{5}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \hat{K}^2(\Omega_5^\rho) \right\},$$

где квадрат оператора гипермомента $\hat{K}^2(\Omega_5^\rho)$ равен

$$\hat{K}^2(\Omega_5^\rho) = -\frac{\partial^2}{\partial \theta_\rho^2} - 4 \text{ctg}(2\theta_\rho) \frac{\partial}{\partial \theta_\rho} + \frac{\hat{l}^2(\hat{\mathbf{x}})}{\sin^2 \theta_\rho} + \frac{\hat{l}^2(\hat{\mathbf{y}})}{\cos^2 \theta_\rho}.$$

В этом выражении операторы $\hat{l}(\hat{\mathbf{x}})$ и $\hat{l}(\hat{\mathbf{y}})$ есть операторы углового орбитального момента, связанные с \mathbf{x} и \mathbf{y} степенями свободы. Собственные функции

оператора $\hat{K}^2(\Omega_5^\rho)$ образуют полную систему функций в 6-мерном пространстве на гиперсфере единичного радиуса, $\rho = 1$, с собственными значениями $K(K + 4)$ и называются гиперсферическими гармониками. Выбирая дополнительно для характеристики гиперсферических гармоник квантовые числа якобиевских угловых орбитальных моментов l_x и l_y , полного углового орбитального момента L и его проекции на ось квантования M , имеем следующее уравнение для нахождения гиперсферических гармоник $\mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho)$:

$$\left\{ \hat{K}^2(\Omega_5^\rho) - K(K + 4) \right\} \mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho) = 0, \quad (75)$$

в котором квантовое число K имеет структуру $K = l_x + l_y + 2n$ ($n = 0, 1, \dots$), а гиперсферическая гармоника $\mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho)$ выражена аналитически:

$$\mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho) = \psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho) [Y_{l_x}(\hat{\mathbf{x}}) \otimes Y_{l_y}(\hat{\mathbf{y}})]_{LM}, \quad (76)$$

$$\psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho) = N_n^{l_x l_y} (\sin \theta_\rho)^{l_x} (\cos \theta_\rho)^{l_y} P_n^{l_x+1/2, l_y+1/2}(\cos 2\theta_\rho). \quad (77)$$

Функция $\psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho)$ есть гиперугловая часть гиперсферической функции, $P_n^{\alpha, \beta}$ — полиномы Якоби, $Y_{lm}(\hat{\mathbf{x}})$ — сферические функции и $[A_l \otimes B_\lambda]_{LM}$ обозначает тензорное произведение неприводимых тензоров A_{lm} и $B_{\lambda\mu}$

$$[A_l \otimes B_\lambda]_{LM} = \sum_{m\mu} (lm \lambda\mu | LM) A_{lm} B_{\lambda\mu},$$

$N_n^{l_x l_y}$ — нормировочный множитель, определяемый из условия нормировки

$$\int_0^{\pi/2} d\theta_\rho \sin^2 \theta_\rho \cos^2 \theta_\rho \psi_{K'}^{l_x l_y}(\theta_\rho) \psi_K^{l_x l_y}(\theta_\rho) = \delta_{KK'} \quad (78)$$

и равный

$$N_n^{l_x l_y} = \sqrt{\frac{2(n!)(K+2)(n+l_x+l_y+1)!}{\Gamma(n+l_x+3/2)\Gamma(n+l_y+3/2)}}. \quad (79)$$

Четность гиперсферических гармоник зависит только от величины K . Они являются четными (нечетными) функциями для четных (нечетных) значений K .

Различные системы координат Якоби и, соответственно, различные гиперсферические координаты связаны между собой (псевдо)ортогональным преобразованием

$$\begin{aligned} \sqrt{\mu_{x_i}} \mathbf{x}_i &= -\cos \phi_{ij} \sqrt{\mu_{x_j}} \mathbf{x}_j + \sin \phi_{ij} \sqrt{\mu_{y_j}} \mathbf{y}_j, \\ \sqrt{\mu_{y_i}} \mathbf{y}_i &= -\sin \phi_{ij} \sqrt{\mu_{x_j}} \mathbf{x}_j - \cos \phi_{ij} \sqrt{\mu_{y_j}} \mathbf{y}_j. \end{aligned}$$

Угол вращения ϕ_{ij} определяется отношением масс частиц в трехчастичной системе

$$\cos \phi_{ij} = \sqrt{\frac{A_i A_j}{(A_i + A_k)(A_k + A_j)}}; \quad \sin \phi_{ij} = \sqrt{\frac{A_k A}{(A_i + A_k)(A_k + A_j)}}.$$

При переходе от одной системы координат Якоби i к другой j гиперсферические гармоники сохраняют величину гипермомента K , четности, полного углового момента орбитального движения L и его проекции M и преобразуются с помощью коэффициентов Рейнала–Реваи $\langle l_{x_i} l_{y_i} | l_{x_j} l_{y_j} \rangle_{KL}$ [95, 96]:

$$\mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_{5,i}^\rho) = \sum_{l_{x_j} l_{y_j}} \langle l_{x_i} l_{y_i} | l_{x_j} l_{y_j} \rangle_{KL} \mathcal{Y}_{KLM}^{l_{x_j} l_{y_j}}(\Omega_{5,j}^\rho). \quad (80)$$

Используя гиперсферические координаты, можно разложить 6-мерную плоскую волну следующим образом:

$$\begin{aligned} \exp\{i(\mathbf{k}_x \cdot \mathbf{x} + \mathbf{k}_y \cdot \mathbf{y})\} &= \\ &= \frac{(2\pi)^3}{(\kappa\rho)^2} \sum_{KLMl_x l_y} i^K J_{K+2}(\kappa\rho) \left(\mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\kappa) \right)^* \mathcal{Y}_{KLM}^{l_x l_y}(\Omega_5^\rho), \quad (81) \end{aligned}$$

где J_{K+2} являются функциями Бесселя целого порядка $K + 2$.

Приложение Б МУЛЬТИПОЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ И ЯДЕРНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ

Будем использовать для локального эффективного NN -взаимодействия V_{pt} между нуклонами налетающего ядра p и мишени t следующее выражение через центральные и тензорные компоненты (ограничиваясь случаем ядро-ядерного рассеяния):

$$V(\mathbf{r}_{pt}, \mathbf{p}_{pt}) = t_0^C(r_{pt}) + t_1^C(r_{pt}) (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_t) + t_T(r_{pt}) S_{pt}(\hat{\mathbf{r}}_{pt}), \quad (82)$$

где $\mathbf{r}_{pt} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_t + \bar{\mathbf{R}}$ есть относительное расстояние между нуклонами, и $\bar{\mathbf{R}}$ является расстоянием между центрами масс ядер. Тензорный оператор $S_{pt}(\hat{\mathbf{r}}_{pt})$ определен следующим образом:

$$S_{pt}(\hat{\mathbf{r}}_{pt}) = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \mathbf{r}_{pt})(\boldsymbol{\sigma}_t \cdot \mathbf{r}_{pt})}{r_{pt}^2} - (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_t). \quad (83)$$

Для проведения мультипольного разложения и эффективной работы со сложной координатной зависимостью удобно перейти в импульсное представление

$$V(\mathbf{r}_{pt}, \mathbf{p}_{pt}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \exp\{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{pt})\} V(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{pt}), \quad (84)$$

в котором представление потенциала взаимодействия в пространстве импульсов обычно записывается в следующем виде [45, 93, 127]:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{k}, \mathbf{p}_{pt}) &= t_0^C(k) + t_1^C(k) (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_t) - t_T(k) S_{pt}(\hat{\mathbf{k}}) = \\ &= t_0^C(k) + t^\parallel(k) (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\mathbf{k}})(\boldsymbol{\sigma}_t \cdot \hat{\mathbf{k}}) + t^\perp(k) [\boldsymbol{\sigma}_p \times \hat{\mathbf{k}}] \cdot [\boldsymbol{\sigma}_t \times \hat{\mathbf{k}}], \end{aligned}$$

где выделяются продольные $t^\parallel(k) = t_1^C(k) - 2t_T(k)$ и поперечные $t^\perp(k) = t_1^C(k) + t_T(k)$ части взаимодействия. Фурье-образы соответствующих сил определяются следующим образом:

$$t_S^C(k) = 4\pi \int_0^\infty j_0(kr) t_S^C(r) r^2 dr, \quad (85)$$

$$t_T(k) = 4\pi \int_0^\infty j_2(kr) t_T(r) r^2 dr. \quad (86)$$

Используя обозначения для мультипольных операторов $\hat{\rho}_{lsj,m}(i) = j_l(kr_i)[Y_l(\hat{\mathbf{r}}_i) \otimes \sigma_i^s]_{jm}$

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{j,m}^\parallel(i) &= \sqrt{\frac{j}{2j+1}} \hat{\rho}_{j-11j,m}(i) + \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} \hat{\rho}_{j+11j,m}(i), \\ \hat{\rho}_{j,m}^\perp(i) &= \sqrt{\frac{j+1}{2j+1}} \hat{\rho}_{j-11j,m}(i) - \sqrt{\frac{j}{2j+1}} \hat{\rho}_{j+11j,m}(i), \end{aligned}$$

для случая ядро-ядерного рассеяния можем получить мультипольное разложение NN -потенциала [93]

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}_{pt}) &= \sum_{\hat{j}_p, \hat{j}_t} \nu^{j+j_p-j_t} \frac{\hat{j}_p \hat{j}_t}{\hat{j}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \times \\ &\times \int_0^\infty dk k^2 (\{ (j_p 0 j_t 0 | j 0) (t_0(k) [\hat{\rho}_{j_p 0 j_p}(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t 0 j_t}(t)]_j + t^\parallel(k) [\hat{\rho}_{j_p}^\parallel(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t}^\parallel(t)]_j) + \\ &+ (j_p 1 j_t - 1 | j 0) t^\perp(k) ([\hat{\rho}_{j_p 1 j_p}(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t 1 j_t}(t)]_j - [\hat{\rho}_{j_p}^\perp(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t}^\perp(t)]_j + \\ &+ \nu [\hat{\rho}_{j_p 1 j_p}(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t}^\perp(t)]_j + \nu [\hat{\rho}_{j_p}^\perp(p) \otimes \hat{\rho}_{j_t 1 j_t}(t)]_j \} \hat{\rho}_{j 0 j}(R)). \quad (87) \end{aligned}$$

Используя мультипольное разложение (87) потенциала взаимодействия для радиальных формфакторов (25), получим следующие выражения [47, 94]:

а) для возбуждений состояний нормальной четности

$$F_{l_j t_j p}^{\gamma J_f}(\kappa, R) = i^{j_p + j_t} \frac{\hat{j}_p}{\hat{j}_i \hat{j}_A} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dq q^2 j_l(qR) \left\{ \frac{1}{2} (1 + (-1)^{l+j_p+j_t}) \times \right. \\ \left. \times ((j_p 0 j_t 0 | l 0) t_0(q) \rho_{j_p 0 j_p}(q) \rho_{j_t 0 j_t}(q) + (j_p 1 j_t - 1 | l 0) t^\perp(q) \rho_{j_p 1 j_p}(q) \rho_{j_t 1 j_t}(q)) - \right. \\ \left. - i \frac{1}{2} (1 - (-1)^{l+j_p+j_t}) (j_p 1 j_t - 1 | l 0) t^\perp(q) \rho_{j_p}^\perp(q) \rho_{j_t 1 j_t}(q) \right\};$$

б) для возбуждений состояний аномальной четности

$$F_{l_j t_j p}^{\gamma J_f}(\kappa, R) = i^{j_p + j_t} \frac{\hat{j}_p}{\hat{j}_i \hat{j}_A} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dq q^2 j_l(qR) \left\{ \frac{1}{2} (1 + (-1)^{l+j_p+j_t}) \times \right. \\ \left. \times ((j_p 0 j_t 0 | l 0) t^\parallel(q) \rho_{j_p}^\parallel(q) \rho_{j_t}^\parallel(q) - (j_p 1 j_t - 1 | l 0) t^\perp(q) \rho_{j_p}^\perp(q) \rho_{j_t}^\perp(q)) - \right. \\ \left. - i \frac{1}{2} (1 - (-1)^{l+j_p+j_t}) (j_p 1 j_t - 1 | l 0) t^\perp(q) \rho_{j_p 1 j_p}(q) \rho_{j_t}^\perp(q) \right\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tanihata I. et al. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2676.
2. Tanihata I. et al. // Phys. Lett. B. 1985. V. 160. P. 380.
3. Hansen P. G., Jonson B. // Europhys. Lett. 1987. V. 4. P. 409.
4. Zhukov M. V. et al. // Phys. Rep. 1993. V. 231. P. 151.
5. Tostevin J. A., Al-Khalili J. S. // Nucl. Phys. A. V. 616. P. 418c.
6. Kobayashi T. et al. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 2599.
7. Kobayashi T. et al. // Phys. Lett. B. 1989. V. 232. P. 51.
8. Arnold E. et al. // Phys. Lett. B. 1987. V. 197. P. 311.
9. Arnold E. et al. // Phys. Lett. B. 1992. V. 281. P. 16.
10. Riisager K., Fedorov D. V., Jensen A. S. // Europhys. Lett. 2000. V. 49. P. 547.
11. Pudliner B. S. et al. // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 1720.
12. Navratil P., Ormand W. E. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 152502.
13. Pieper S. C. nucl-th/0410115.
14. Forssen C., Navratil P., Ormand W. E. // Phys. Rev. C. 2005. V. 71. P. 044312.
15. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.

16. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
17. Ring P., Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. Berlin: Springer-Verlag, 1980.
18. Khodel V. A., Saperstein E. E. // Phys. Rep. 1982. V. 92. P. 183.
19. Nazarewicz W. // Nucl. Phys. A. 1999. V. 654. P. 195c.
20. Fayans S. A. et al. // Nucl. Phys. A. 2000. V. 676. P. 49.
21. Балдо М. и др. // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 257.
22. Lehman D. R., Parke W. C. // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 364.
23. Kukulin V. I. et al. // Nucl. Phys. A. 1995. V. 586. P. 151.
24. Funada S., Kameyama H., Sakuragi Y. // Nucl. Phys. A. 1994. V. 575. P. 93.
25. Suzuki Y. // Nucl. Phys. A. 1991. V. 528. P. 395.
26. Bang J., Gignoux C. // Nucl. Phys. A. 1979. V. 313. P. 119.
27. Fedorov D. V., Jensen A. S., Riisager K. // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 2372.
28. Zhukov M. V. // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 13. P. 27.
29. Zhukov M. V. // Nucl. Phys. A. 2004. V. 734. P. 279.
30. Efimov V. M. // Phys. Lett. B. 1970. V. 33. P. 563.
31. Мигдал А. Б. // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 427.
32. Efimov V. M. // Comments Nucl. Part. Phys. 1990. V. 19. P. 271.
33. Меркурьев С. П. // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 447.
34. Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
35. Блохинцев Л. Д., Убайдулаева М. К., Ярмухамедов Р. // ЯФ. 1999. Т. 62. С. 1368.
36. Thompson I. J. et al. // Phys. Rev. C. 2000. V. 61. P. 024318.
37. Ajzenberg-Selove F. // Nucl. Phys. A. 1988. V. 490. P. 1.
38. Калтакчиева Р., Пенионжкевич Ю. Э., Болен Х. Г. // ЭЧАЯ. 1999. Т. 30. С. 1429.
39. Sakuta S. B. et al. // Europhys. Lett. 1993. V. 22. P. 511.
40. Janecke J. et al. // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 1070.
41. Aumann T. et al. // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 1252.
42. Danilin B. V. et al. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. R577.
43. Danilin B. V. et al. // Nucl. Phys. A. 1998. V. 632. P. 383.
44. Danilin B. V. et al. // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 556.
45. Ershov S. N. et al. // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 1483.
46. Danilin B. V. et al. // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 024609.
47. Ershov S. N., Danilin B. V., Vaagen J. S. // Phys. Rev. C. 2001. V. 64. P. 064609.
48. Korshennikov A. A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 317.

49. *Tosaka Y., Suzuki Y.* // Nucl. Phys. A. 1990. V. 512. P. 46.
50. *Barker F. C., Hickey G. T.* // J. Phys. G: Nucl. Part. 1977. V. 3. P. L23.
51. *Thompson I. J., Zhukov M. V.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 1904.
52. *Crespo R., Thompson I. J., Korshennikov A. A.* // Phys. Rev. C. 2002. V. 66. P. 021002(R).
53. *Ershov S. N. et al.* // Phys. Rev. C. 2004. V. 70. P. 054608.
54. *Шульгина Н. Б.* Частное сообщение.
55. *Al-Khalili J. S., Tostevin J. A.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 3903.
56. *Fayans S. A.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 267. P. 443.
57. *Ikeda K.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 538. P. 355c.
58. *Glauber R. J.* // Lectures in Theoretical Physics / Ed. by W. F. Brittin. N. Y., 1959. V. 1. P. 315.
59. *Kox S. et al.* // Phys. Rev. C. 1987. V. 35. P. 1678.
60. *Satchler G. R., Love W. G.* // Phys. Rep. 1979. V. 55. P. 183.
61. *Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Лукьянов К. В.* // ЯФ. 2006. Т. 69. С. 262.
62. *Князьков О. М., Кухтина И. Н., Фаянс С. А.* // ЭЧАЯ. 1999. Т. 30. С. 870.
63. *Wolski R. et al.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 467. P. 8.
64. *Moon C.-B. et al.* // Phys. Lett. B. 1992. V. 297. P. 39.
65. *Austern N. et al.* // Phys. Rep. 1987. V. 154. P. 125.
66. *Yabana K., Ogawa Y., Suzuki Y.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 2909.
67. *Al-Khalili J. S., Thompson I. J., Tostevin J. A.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 581. P. 331.
68. *Johnson R. C., Soper P. J. R.* // Phys. Rev. C. 1970. V. 3. P. 976.
69. *Christley J. A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1997. V. 624. P. 275.
70. *Matsumoto T. et al.* // Phys. Rev. C. 2004. V. 70. P. 061601(R).
71. *Bonaccorso A., Brink D. M.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. R22.
72. *Melezhik V. S., Baye D.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 3232.
73. *Esbensen H., Bertsch G. F.* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 600. P. 37.
74. *Austern N., Kawai M., Yahiro M.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 314.
75. *Austern N.* Direct Nuclear Reaction Theories. N. Y.: Wiley-Intersci., 1970.
76. *Satchler G. R.* Direct Nuclear Reactions. Oxford Univ. Press, 1983.
77. *Shyam R., Chatterjee R.* nucl-th/0310049.
78. *Esbensen H., Bertsch G. F., Bertulani C. A.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 581. P. 107.
79. *Chatterjee R., Banerjee P., Shyam R.* // Nucl. Phys. A. 2001. V. 692. P. 476.
80. *Bertsch G. F., Hencken K., Esbensen H.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. 1366.
81. *Garrido E., Fedorov D. V., Jensen A. S.* // Nucl. Phys. A. 2001. V. 695. P. 109.

82. Danilin B. V. *et al.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 2835.
83. Ershov S. N. *et al.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 908.
84. Ershov S. N., Danilin B. V., Vaagen J. S. // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 041001(R).
85. Danilin B. V., Ershov S. N., Vaagen J. S. // Phys. Rev. C. 2005. V. 71. P. 057301.
86. Ershov S. N., Danilin B. V., Vaagen J. S. // Ibid. V. 72. P. 044606.
87. Ershov S. N., Danilin B. V., Vaagen J. S. // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. P. 014603.
88. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М.: Мир, 1967.
89. Austern N., Vincent C. M. // Phys. Rev. C. 1981. V. 23. P. 1847.
90. Udagawa T., Tamura T. // Ibid. V. 24. P. 1348.
91. Kasano A., Ichimura M. // Phys. Lett. B. 1982. V. 115. P. 81.
92. Ichimura M., Austern N., Vincent C. M. // Phys. Rev. C. 1985. V. 32. P. 431.
93. Petrovich F. *et al.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 425. P. 609.
94. Гареев Ф. А. *и др.* // ЭЧАЯ. 1989. Т. 20. С. 1293.
95. Raynal J., Revai J. // Nuovo Cim. A. 1970. V. 68. P. 612.
96. Смородинский Я. А., Эфрос В. Д. // ЯФ. 1973. Т. 17. С. 107.
97. Rybicki F., Austern N. // Phys. Rev. C. 1972. V. 6. P. 1525.
98. Vincent C. M., Fortune H. T. // Phys. Rev. C. 1970. V. 2. P. 782.
99. Alder K. *et al.* // Rev. Mod. Phys. 1956. V. 28. P. 432.
100. McCarthy J. S., Sick I., Whitney R. R. // Phys. Rev. C. 1977. V. 15. P. 1396.
101. Garrido E., Moya de Guerra E. // Nucl. Phys. A. 1999. V. 650. P. 387.
102. Garrido E., Moya de Guerra E. // Phys. Lett. B. 2000. V. 488. P. 68.
103. Ishikawa S. *et al.* // Nuovo Cim. A. 1994. V. 107. P. 305.
104. Golak J. *et al.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 1216.
105. Bjorken J. D., Drell S. D. Relativistic Quantum Mechanics. N. Y.: McGraw Hill, 1964.
106. Forest T. D., Walecka J. D. // Adv. Phys. 1966. V. 15. P. 1.
107. Ciofi degli Atti C. // Prog. Part. Nucl. Phys. 1980. V. 3. P. 163.
108. Dmitrasinovic V., Gross F. // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 2479.
109. Friar J. L., Rosen M. // Ann. Phys. 1974. V. 87. P. 289.
110. Bang J. M. *et al.* // Phys. Rep. 1985. V. 125. P. 253.
111. Chulkov L. V. *et al.* // Nucl. Phys. A. 2005. V. 759. P. 23.
112. Aumann T. *et al.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 1252.
113. Shul'gina N. B., Danilin B. V. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 554. P. 137.
114. Гареев Ф. А. *и др.* // ЯФ. 1995. Т. 58. С. 620.

115. *Franey M. A., Love W. G.* // Phys. Rev. C. 1985. V. 31. P. 488.
116. *Petrovich F. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22. P. 895;
Love W. G. // Nucl. Phys. A. 1978. V. 312. P. 160.
117. *Jeukenne J.-P., Lejeune A., Mahaux C.* // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 80.
118. *Bertsch G. et al.* // Nucl. Phys. A. 1977. V. 284. P. 399.
119. *Petrovich F. et al.* // Nucl. Phys. A. 1993. V. 563. P. 387.
120. *Hostachy J. Y. et al.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 490. P. 441.
121. *Бочкарев О. В. и др.* // ЯФ. 1987. Т. 46. С. 12.
122. *Бочкарев О. В. и др.* // ЯФ. 1994. Т. 57. С. 1281.
123. *Zhukov M. V. et al.* // Nucl. Phys. A. 1991. V. 553. P. 428.
124. *Aleksandrov D. et al.* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 633. P. 234.
125. *Aleksandrov D. et al.* // Nucl. Phys. A. 2000. V. 669. P. 51.
126. *Aumann T.* // Eur. Phys. J. A. 2005. V. 26. P. 441.
127. *Гареев Ф. А. и др.* // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 864.