

## РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД НЕЙТРИНО ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ И В ВЕЩЕСТВЕ

*А. И. Тернов<sup>а, \*</sup>, П. А. Эминов<sup>б</sup>*

<sup>а</sup> Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

<sup>б</sup> Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, Москва

ВВЕДЕНИЕ	670
ВЕРОЯТНОСТЬ РАДИАЦИОННОГО РАСПАДА НЕЙТРИНО	677
ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ	683
Полевой вклад в полную вероятность распада	683
Вклад среды в полную вероятность распада	684
Сравнение результатов в поле и в среде	684
Плазменная частота	687
РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО В ЗАМАГНИЧЕННОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ	688
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	690
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	690

---

\*E-mail: [ternov.ai@mipt.ru](mailto:ternov.ai@mipt.ru)

## РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД НЕЙТРИНО ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ И В ВЕЩЕСТВЕ

*А. И. Тернов<sup>а, \*</sup>, П. А. Эминов<sup>б</sup>*

<sup>а</sup> Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

<sup>б</sup> Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, Москва

Представлен обзор современного состояния теории радиационного распада массивного нейтрино. Развивая выполненные нами ранее исследования, мы проводим всесторонний анализ процесса радиационного распада массивного дираковского нейтрино в интенсивном внешнем магнитном поле  $H \gg H_0 = m_e^2 c^3 / e\hbar = 4,41 \cdot 10^{13}$  Гс в присутствии среды — вырожденного электронного газа. Вычислена вероятность указанного процесса. Показано, что наличие среды существенно увеличивает вероятность распада по сравнению с вероятностью распада в магнитном поле как в случае релятивистских, так и нерелятивистских нейтрино. Рассматриваются возможные астрофизические приложения полученных результатов.

A review of the current status of the theory of massive neutrino radiative decay is presented. We further develop our previous studies and perform the detailed analysis of the process of radiative decay of a massive Dirac neutrino in an intense external magnetic field  $H \gg H_0 = m_e^2 c^3 / e\hbar = 4.41 \cdot 10^{13}$  G in the presence of medium (a degenerate electron gas). The probability of the above-mentioned process is calculated. It is found out that the presence of a dense medium essentially increases the rate of decay as compared to the rate of decay in magnetic field, both in cases of relativistic and nonrelativistic neutrinos. Possible astrophysical applications of the obtained results are considered.

PACS: 13.15.+g; 13.35.Hb; 14.60.Pq; 11.10.-z

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим открытием в современной нейтринной физике стало экспериментальное обнаружение осцилляций нейтрино, предсказанных Б. Понтекорво еще в 50-е годы прошлого столетия [1, 2]. Осцилляции нейтрино наблюдались в целом ряде экспериментов (см., например, [3, 4]), и эти наблюдения уверенно подтверждают как существование масс у нейтрино, так и наличие смешивания в нейтринном секторе теории электрослабых взаимодействий.

---

\*E-mail: ternov.ai@mipt.ru

В соответствии с идеей смешивания нейтринные состояния с определенными ароматами (флейворные нейтрино, т. е.  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) представляют собой линейные суперпозиции состояний нейтрино с определенными массами ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ):

$$\nu_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i,$$

где  $U_{\alpha i}$  — унитарная матрица смешивания нейтрино (матрица Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакааты, см. [5]). Таким образом, стандартная модель электрослабых взаимодействий со смешиванием нейтрино предполагает существование трех типов активных нейтрино, непосредственно участвующих в слабых взаимодействиях, — электронного, мюонного и  $\tau$ -нейтрино. Это хорошо согласуется с известным результатом, полученным на электрон-позитронных коллайдерах SLC и LEP в прецизионных экспериментах по анализу «невидимых» распадов  $Z$ -бозонов [6]. Из этих экспериментов следует, что число ароматов легких активных нейтрино равно  $N_\nu = 2,9840 \pm 0,0082$ , т. е. не превосходит трех. Тем не менее, данный результат не дает никаких ограничений на возможное число стерильных нейтрино.

Стерильные нейтрино представляют собой нейтральные лептоны, не участвующие непосредственно в слабых взаимодействиях [7–9]. Однако они могут смешиваться с обычными активными нейтрино и, благодаря этому, принимать участие в осцилляциях [10], в различных нейтринных процессах в астрофизике [11], образовывать часть темной материи [7] и т. п. Стерильные нейтрино могут обладать массами, причем к настоящему времени отсутствуют какие-либо общие ограничения на массы этих частиц. Поэтому многие современные теоретические модели, исследующие проявления «новой физики» за пределами стандартной модели, предсказывают существование стерильных нейтрино с самыми различными массами: начиная с легких и заканчивая очень тяжелыми нейтрино, массы которых практически находятся за пределами экспериментальных возможностей по их наблюдению [12, 13].

При наличии смешивания тяжелое массивное нейтрино может распадаться с образованием более легкого нейтрино [14, 15]. В зависимости от массы начального нейтрино данный распад может идти по различным каналам. Наиболее часто обсуждаются следующие каналы распада массивных нейтрино:

$$\begin{aligned} \text{а) } \nu_i &\rightarrow \nu_j + e^+ + e^-, & \text{б) } \nu_i &\rightarrow \nu_j + \gamma, \\ \text{в) } \nu_i &\rightarrow \nu_j + \nu + \bar{\nu}, & \text{г) } \nu_i &\rightarrow \nu_j + \chi, \end{aligned}$$

причем здесь  $\nu_i$  и  $\nu_j$  описывают нейтринные состояния с определенными массами ( $m_i > m_j$ ). В случае г) распад идет с рождением майорона  $\chi$  — голдстоуновского бозона, нарушающего закон сохранения лептонного заряда [16, 17]. В связи с недетектируемостью майорона и существенными трудностями при

регистрации трех нейтрино в конечном состоянии [18] распады, идущие по каналам в) и г), часто называют «невидимыми распадами». Распад тяжелого нейтрино по каналу а) может реализоваться в вакууме в том случае, если масса начального нейтрино превышает порог рождения электрон-позитронной пары ( $m_i > 2m_e \simeq 1$  МэВ) [19].

Распад массивного нейтрино, идущий по каналу б), называется радиационным распадом нейтрино и вызывает неизменный интерес со стороны исследователей — как теоретиков, так и экспериментаторов [12, 15]. Данный распад активно обсуждается и в связи с различными астрофизическими проблемами [7, 11]. Кроме того, если тяжелое нейтрино имеет массу, не превышающую порог рождения  $e^+e^-$ -пары, то радиационный распад  $\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$  является по существу единственным процессом распада, на прямое экспериментальное обнаружение которого можно рассчитывать [14, 20, 21].

Радиационный распад нейтрино в вакууме рассматривался в целом ряде работ (см. [22] и приведенные там ссылки). В работе [22] (см. также [24]) было получено, что амплитуда распада, вычисленная в рамках стандартной модели, содержит множитель

$$\sum_{\alpha} U_{i\alpha} U_{j\alpha}^* F(r_{\alpha}),$$

где  $F(r_{\alpha})$  — гладкая функция переменной  $r_{\alpha} = (m_{\alpha}/m_W)^2$ ;  $m_{\alpha}$  — массы заряженных лептонов ( $e$ ,  $\mu$  и  $\tau$ );  $m_W$  — масса  $W$ -бозона, суммирование производится по всем заряженным лептонам. При малых значениях аргумента для функции  $F(r_{\alpha})$  справедливо разложение

$$F(r_{\alpha}) \simeq -\frac{3}{2} + \frac{3}{4}r_{\alpha}. \quad (1.1)$$

Вследствие унитарности матрицы смешивания постоянный член в правой части формулы (1.1) не дает вклада в вероятность, и в итоге вероятность радиационного распада в вакууме, вычисленная в рамках стандартной модели, оказывается подавлена малым множителем порядка  $(m_{\alpha}/m_W)^4$  (механизм подавления Глэшоу–Иллиопулоса–Майани (GIM) [23]):

$$\begin{aligned} \Gamma_V &\simeq \frac{\alpha}{2} \left( \frac{3G_F}{32\pi} \right)^2 m_i^5 \left| \sum_{\alpha} U_{i\alpha} U_{j\alpha}^* \left( \frac{m_{\alpha}}{m_W} \right)^2 \right|^2 \simeq \\ &\simeq \left( \frac{m_i}{30 \text{ эВ}} \right)^5 |U_{i\tau} U_{j\tau}^*|^2 \cdot 10^{29} \text{ лет}^{-1}, \quad (1.2) \end{aligned}$$

где  $G_F$  — константа Ферми;  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Здесь также предполагается, что в сумме в (1.2) доминирует вклад  $\tau$ -лептона, а масса

конечного нейтрино пренебрежимо мала по сравнению с массой начального ( $m_i \gg m_j$ ). В результате время жизни для такого процесса оказывается очень велико: порядка  $10^{29}$  лет. Были предложены различные способы преодоления данной трудности, которые так или иначе предполагали выход за рамки стандартной модели (см. [22]).

Однако оказалось, что существует более элегантный и более естественный способ решения проблемы GIM-подавления вероятности распада. Необходимо учесть катализирующее влияние сильного внешнего поля и внешней среды на распад нейтрино.

Действительно, в реальных астрофизических условиях излучение, поглощение и распространение нейтрино часто происходит в среде и одновременно в присутствии сильных магнитных полей. Например, в современных моделях нейтронных звезд [25] кора звезды (имеющая толщину порядка 0,1 ее радиуса) представляется в виде кристаллической решетки ионов (атомных ядер), «погруженной» в сильно вырожденный газ релятивистских электронов: плотность электронов  $n \leq 10^{38} \text{ см}^{-3}$ , температура  $T \sim 10^6 - 10^9 \text{ К}$ , а напряженность магнитного поля  $H \sim 10^{12} - 10^{14} \text{ Гс}$ .

Первые исследования влияния интенсивного внешнего поля на распады нейтрино были проведены в 1972 г. Д. В. Гальцовым и Н. С. Никитиной [26] и в 1976 г. В. В. Скобелевым [27] в рамках четырехфермионной теории Ферми. В этих работах нейтрино считалось безмассовым и смешивание нейтрино не учитывалось. В качестве модели внешнего электромагнитного поля в [26] было выбрано постоянное скрещенное поле ( $(\mathbf{E}\mathbf{H}) = \mathbf{H}^2 - \mathbf{E}^2 = 0$ ), а в [27] — постоянное однородное магнитное поле. Заметим, что результаты этих работ согласуются между собой и неоднократно воспроизводились впоследствии другими авторами.

Существенный прогресс в исследовании воздействия внешних полей на радиационный распад массивных нейтрино (без учета влияния среды) был достигнут в 1990-е гг. в работах [28–33], а также в [34]. В этих работах был сделан общий вывод о том, что учет влияния интенсивных внешних полей (в том числе и магнитного поля с напряженностью  $H \gg H_0 = m_e^2/e = 4,41 \cdot 10^{13} \text{ Гс}$ , где  $m_e$  — масса электрона,  $e$  — модуль его заряда) может привести к существенному увеличению вероятности распада по сравнению с вероятностью данного процесса в вакууме. Расчеты проводились в рамках стандартной модели со смешиванием нейтрино с учетом влияния внешних полей самых различных конфигураций, в основном в области так называемых умеренных энергий распадающегося нейтрино  $q_0 < 2m_e \simeq 1 \text{ МэВ}$  ( $q_0$  — энергия начального нейтрино).

В работе [32] впервые был сделан принципиальный вывод о поляризации излучающихся фотонов. В широком диапазоне значений напряженности внешнего поля и энергии начального нейтрино излучение линейно поляризовано: преимущественно испускаются фотоны, имеющие  $\pi$ -поляризацию

(согласно терминологии, используемой в теории синхротронного излучения [35])\*. Степень поляризации увеличивается с ростом напряженности поля и энергии нейтрино, и при условии, что

$$\frac{m_i}{m_e} \ll \chi_e = \frac{1}{m_e H_0} \sqrt{-(F_{\mu\nu} q^\nu)^2},$$

поляризация становится полной (здесь  $\chi_e$  — инвариантный динамический полевой параметр;  $F_{\mu\nu}$  — тензор напряженности внешнего поля;  $q^\nu$  — 4-импульс начального нейтрино). В работе [34] был рассмотрен процесс черенковского излучения безмассовым нейтрино в сильном магнитном поле, и авторы детально описали условия, при которых полученный ими результат переходит в известные результаты [28, 33].

При высоких энергиях начального нейтрино  $q_0 > 2m_e$  необходимо учитывать дисперсию излучающегося фотона в сильном внешнем поле, которая отличается от вакуумной ( $k^2 = 0$ ) [37]. В результате оказывается, что в области энергий исходного нейтрино  $q_0 > 2m_e$  реализуется только диагональный нейтринный переход  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha + \gamma$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), изучавшийся в работе [38] и названный ее авторами резонансным тормозным излучением нейтрино в магнитном поле (см. также [39]).

Кроме того, при условии  $q_0 > 2m_e$  оказывается разрешенным распад  $\nu_i \rightarrow \nu_j + e^+ + e^-$ , который происходит с рождением электрон-позитронной пары. В свободном случае такой процесс возможен при условии, что масса распадающегося нейтрино больше порога рождения электрон-позитронной пары ( $m_i > 2m_e$ ), в то время как в магнитном поле такое ограничение на массу начального нейтрино не требуется, и процесс оказывается разрешенным, когда выполняется соотношение  $q_0 > 2m_e$ . При этом по мере роста энергии начального нейтрино процесс  $\nu_i \rightarrow \nu_j + e^+ + e^-$  становится доминирующей модой распада массивного нейтрино [40–42].

В рамках стандартной модели со смешиванием лептонов вероятность радиационного распада массивного нейтрино в электронном газе (без учета влияния внешнего поля) была вычислена в [43, 44] (см. также [45, 46]). При наличии внешней среды механизм подавления GIM не действует, и приведенные в [43, 44] оценки показывают, что для относительно малых масс нейтрино и большой плотности среды, а также при конечной температуре имеет место значительное увеличение вероятности процесса по сравнению с вероятностью распада в вакууме. Например, вклад заряженного слабого тока в вероятность

---

\*Электрический вектор таких фотонов лежит в плоскости, образованной вектором напряженности магнитного поля и импульсом фотона, таким образом, излученные фотоны являются фотонами моды  $\perp$  в терминологии Адлера [36] или фотонами моды 2 в терминологии А. Е. Шабады [37].

распада массивного нейтрино с излучением поперечного плазмона описывается в случае нерелятивистского вырожденного газа ( $T \ll m_e$ ) формулой (см. [43–45])

$$\Gamma_{\text{NR}} = \alpha G_F^2 \frac{m_i n^2}{2m_e^2} F(v) |U_{ie}^* U_{je}|^2. \quad (1.3)$$

Здесь  $n$  — плотность электронов;  $F(v) = \sqrt{1-v^2} [(2/v) \ln |(1+v)/(1-v)| - 3]$  — функция скорости начального нейтрино ( $v = q/q_0$ ), имеющая порядок единицы в широком диапазоне изменения массы  $m_i$  и энергии  $q_0$  нейтрино. В формуле (1.3), как и в (1.2), считается, что масса конечного нейтрино пренебрежимо мала по сравнению с массой начального ( $m_i \gg m_j$ ).

Заметим, что формула (1.3) для вероятности была получена с использованием вакуумного закона дисперсии для излученного фотона ( $k^2 = 0$ ). Учет плазменного закона дисперсии принципиально не меняет результат при условии, что

$$m_i \gg \omega_p^L = \sqrt{4\pi\alpha n/m_e}, \quad (1.4)$$

где  $\omega_p^L$  — плазменная (ленгмюровская) частота [45, 46], см. также п. 3.4.

В итоге для отношения вероятности распада нейтрино в среде (нерелятивистская плазма звезд) к вероятности распада в вакууме (см. (1.2)) получается следующий результат [43]:

$$\frac{\Gamma_{\text{NR}}}{\Gamma_V} \simeq 1,3 \cdot 10^{19} F(v) \left( \frac{1 \text{ эВ}}{m_i} \right)^4 \left( \frac{n}{10^{24} \text{ см}^{-3}} \right)^2, \quad (1.5)$$

который и подтверждает наличие существенного роста вероятности распада в среде. Однако, как указывалось в [44], увеличение вероятности радиационного распада будет менее значительным в случае релятивистских нейтрино, потому что функция  $F(v)$  (см. (1.3)) быстро убывает с ростом энергии нейтрино:  $F(v)|_{v \rightarrow 1} \sim 4m_i/q_0 \rightarrow 0$ .

В присутствии плотной среды открываются новые возможности для реализации радиационных процессов с участием массивных нейтрино. Например, оказывается возможным такое замечательное явление, как спиновый свет нейтрино ( $SL\nu$ ) [47], представляющий собой излучение магнитного момента нейтрино в веществе. Квантовая теория данного явления была детально исследована в [48–51].

Как указывалось в обзоре [52], для проведения корректного анализа физических явлений, происходящих в различных астрофизических условиях, принципиальное значение приобретает необходимость одновременного учета влияния внешнего поля [53–55] и плотности среды. Такой подход был принят нами в [56], однако там был вычислен только плазменный вклад в вероятность радиационного распада нейтрино во внешнем поле. Одновременный учет влияния интенсивного магнитного поля и внешней среды на вероят-

ность процесса  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha + \gamma$  (тормозное излучение нейтрино в среде) производился в [57] в случае высоких энергий начальных нейтрино  $q_0 > 2m_e$ . Основным выводом, сделанным авторами этой работы, состоял в том, что присутствие плотной среды уменьшает вероятность процесса по сравнению с вероятностью распада в магнитном поле. Заметим, что наши результаты (см. п. 3.3 настоящей работы) указывают на то, что в области умеренных энергий нейтрино ( $q_0 < 2m_e$ ) реализуется обратная ситуация: наличие среды (вырожденного электронного газа) существенно увеличивает вероятность распада нейтрино в магнитном поле.

Развивая наши предыдущие исследования [32, 56], в настоящей работе мы проводим вычисление вероятности радиационного распада массивного нейтрино в замагниченном электрон-позитронном газе, используя теорию радиационных эффектов в горячей и плотной среде в присутствии внешнего калибровочного поля. В дальнейшем будем предполагать, что электрон-позитронный газ полностью вырожден и напряженность внешнего магнитного поля удовлетворяет условию

$$2eH > \mu^2 - m_e^2, \quad (1.6)$$

где  $\mu$  — химический потенциал электронного газа. При этом электроны среды занимают только основной уровень Ландау с главным квантовым числом  $n = 0$ . Условие (1.6) эквивалентно следующему ограничению на плотность электронов:

$$n < \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} m_e^3 \left( \frac{H}{H_0} \right)^{3/2}. \quad (1.7)$$

Отсюда следует, что для полей с напряженностью  $H \sim (10^{-6} - 10^2) H_0$  электроны заполняют только основной уровень, если их плотность  $n < 10^{19} - 10^{31} \text{ см}^{-3}$ .

Как отмечалось выше, условия (1.6), (1.7) являются, с одной стороны, вполне реальными при наблюдении физических процессов в компактных звездных образованиях, таких как нейтронные звезды, а с другой стороны, требуют одновременного учета влияния внешнего поля, конечной температуры и плотности среды на распространение фотонов и электронов.

В данной работе в рамках стандартной модели со смешиванием лептонов мы вычисляем вероятность радиационного распада массивного дираковского нейтрино в замагниченном электрон-позитронном газе (разд. 2). Расчет производится на основе полученных в [52, 58, 59] точных временных функций Грина фермионов при конечной температуре в постоянном внешнем поле. В разд. 3 исследуется зависимость вероятности распада от плотности среды, энергии и направления движения нейтрино. В разд. 4 обсуждаются возможные астрофизические приложения результатов. В заключении формулируются выводы работы.



## 2. ВЕРОЯТНОСТЬ РАДИАЦИОННОГО РАСПАДА НЕЙТРИНО

В однопетлевом приближении стандартной модели Вайнберга–Салама–Глэшоу со смешиванием лептонов при условиях  $(m_a/M_W)^2 \ll 1$ , справедливых для всех известных на сегодня лептонов ( $a = e, \mu, \tau$ ), главный вклад в амплитуду процесса  $\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$  будет давать диаграмма с виртуальным  $W$ -бозоном. Полагая выполненными условия

$$T \ll M_W, \quad H \ll H_0 \left( \frac{M_W}{m_e} \right)^2 \simeq 1,1 \cdot 10^{24} \text{ Гс}, \quad (2.1)$$

мы можем пренебречь температурной частью временной функции Грина  $W$ -бозона и значительно упростить причинную функцию Грина  $W$ -бозона [60]. Тогда в контактном приближении выражение для матричного элемента процесса распада тяжелого нейтрино можно представить в виде

$$S_{ij} = -i \frac{4eG_F}{\sqrt{2}} \sum_{a=e,\mu,\tau} U_{ia} U_{ja}^* \int d^4x d^4x' \bar{\nu}_j(x) \times \\ \times \text{Tr} [\gamma_\mu L G^a(x, x') \gamma^\alpha A_\alpha(x') G^a(x', x)] \gamma^\mu L \nu_i(x), \quad (2.2)$$

где  $L = (1 + \gamma^5)/2$ ,  $G^a(x, x')$  — временная функция Грина идеального лептон-антилептонного газа, позволяющая точно учесть влияние среды и внешнего поля на вероятность рассматриваемого процесса;  $G_F$  — константа Ферми;  $\nu_i(x)$ ,  $\bar{\nu}_j(x)$  — волновые функции начального и конечного нейтрино с массами  $m_i$  и  $m_j$ ;  $U_{ia}$  — унитарная матрица смешивания лептонов.

Мы будем использовать следующее представление для временной функции Грина электрона [52, 58]:

$$G^e(H, T, \mu) = S^c(H, T = \mu = 0) + S^\beta(H, T, \mu), \quad (2.3)$$

где первое слагаемое определяет обычную причинную функцию Грина электрона в постоянном магнитном поле

$$S^c(H, T = \mu = 0) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp[i\omega(t - t')] \sum_{s,\varepsilon=\pm 1} \frac{\psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}')}{\omega + \varepsilon E_s(1 - i\delta)}, \quad (2.4)$$

а второе слагаемое представляет собой температурную часть временной функции Грина:

$$S^\beta(H, T, \mu) = i \sum_{s,\varepsilon=\pm 1} \frac{\varepsilon \psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x}')}{\exp[\beta(E_s - \varepsilon\mu)] + 1} \exp[-i\varepsilon E_s(t - t')], \quad (2.5)$$

где  $\beta = T^{-1}$  — обратная температура;  $\mu$  — химический потенциал.

Таким образом, временная функция Грина (2.3) является суммой фейнмановского пропагатора при нулевой температуре и плотности среды и чисто температурной части  $S^\beta(H, T, \mu)$ . Суммирование в (2.3)–(2.5) проводится по всем квантовым числам  $\{s\}$  положительно-частотных ( $\varepsilon = +1$ ) и отрицательно-частотных ( $\varepsilon = -1$ ) состояний,  $\psi_s^{(\varepsilon)}(\mathbf{x})$  — координатная часть решения уравнения Дирака в постоянном магнитном поле  $\mathbf{H} = \{0, 0, H\}$ , а уровни энергии электрона в постоянном магнитном поле определяются формулой [35]

$$E_n = \sqrt{2eHn + m_e^2 + p_z^2}, \quad (2.6)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  — главное квантовое число;  $p_z (-\infty < p_z < +\infty)$  — проекция импульса электрона на направление магнитного поля.

В результате, из формул (2.2)–(2.5) для амплитуды распада мы получаем следующее представление:

$$S_{ij} = S_{ij}^{(1)} + S_{ij}^{(2)}, \quad (2.7)$$

где  $S_{ij}^{(1)}$  — чисто полевой вклад в амплитуду процесса (рис. 1, *a*), а  $S_{ij}^{(2)}$  — вклад в амплитуду распада за счет эффектов конечной температуры и плотности среды, учитывающий когерентное рассеяние нейтрино на электронах среды с образованием фотонов (рис. 1, *б, в*, крестики на концах электронных линий означают, что частицы принадлежат среде). Заметим, что вакуумная часть вероятности процесса  $\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$  в постоянном внешнем поле детально изучалась в [28–33].

В сумме в (2.2) мы будем учитывать только вклад электронов по следующим причинам: с одной стороны, исследуемая нами среда представляет собой электронный газ и не содержит мюонов и  $\tau$ -лептонов, а с другой стороны, вследствие известного соотношения между массами заряженных лептонов  $m_e \ll m_\mu \ll m_\tau$  [61] электронный вклад является определяющим и в чисто полевой амплитуде (см. также [31]).

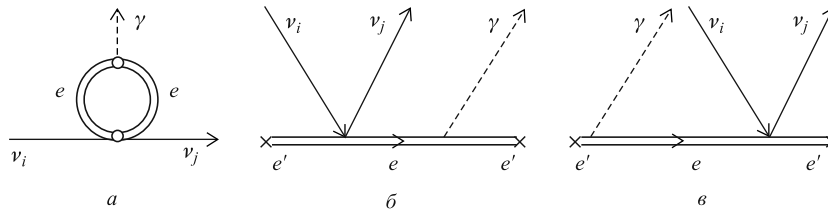


Рис. 1. Диаграммы, описывающие влияние замагниченного электрон-позитронного газа на радиационный распад нейтрино

Имея в виду возможные приложения к физике нейтронных звезд, будем предполагать выполненными следующие условия (см. выше):

$$T \ll E_F = \mu(T=0), \quad 2eH > \mu^2 - m_e^2, \quad (2.8)$$

$$H \gg H_0 = \frac{m_e^2}{e}. \quad (2.9)$$

Условия (2.8), (2.9) физически соответствуют ситуации, когда электронами среды заполнен только основной уровень с главным квантовым числом  $n' = 0$ , а основной вклад в вероятность процесса дают их переходы в промежуточные состояния также с нулевым главным квантовым числом.

В рассматриваемом приближении мы получаем следующие выражения для вкладов в амплитуду распада:

$$S_{ij}^{(1)} = -A_\alpha^\mu \int dp_3^{(1)} \frac{1}{4} \left\{ \frac{\lambda_\mu^\alpha(1)}{E_0 E_0^{(1)}} \frac{2m_e^2(E_0 + E_0^{(1)})}{(E_0 + E_0^{(1)})^2 - \omega^2} - \frac{\lambda_\mu^\alpha(2)}{E_0 E_0^{(1)}} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{(E_0 + p_3)(E_0^{(1)} - p_3^{(1)})}{E_0 + E_0^{(1)} + \omega} + \frac{(E_0 - p_3)(E_0^{(1)} + p_3^{(1)})}{E_0 + E_0^{(1)} - \omega} \right] \right\} \Big|_{p_3=p_3^{(1)}-k_3}, \quad (2.10)$$

$$S_{ij}^{(2)} = A_\alpha^\mu \sum_{\varepsilon=\pm 1, \zeta=\pm 1} \int dp_3' \theta(\mu - E_0') \times \\ \times \left\{ \frac{K_\mu^\alpha}{\omega - E_0' + \varepsilon E_0} \Big|_{p_3=p_3'-k_3} - \frac{K_\mu^\alpha}{\omega + E_0' - \varepsilon E_0} \Big|_{p_3=p_3'+k_3} \right\}, \quad (2.11)$$

где введены обозначения:

$$A_\alpha^\mu = i \frac{(eH)(2\pi)^2}{\sqrt{q_0 k_0 q_0'}} U_{ie} U_{je}^* (eG_F) \exp\left(-\frac{k_\perp^2}{2eH}\right) \delta(q - q' - k) [\bar{\nu}(q') \gamma^\mu L \nu(q)] e_\alpha(k), \\ K^{\alpha\mu} = \lambda^{\alpha\mu}(1)(C_2^2 - C_4^2)(S_2^2 - S_4^2) + \lambda^{\alpha\mu}(2)(C_2 - C_4)^2(S_2 - S_4)^2, \\ \lambda^{\alpha\mu}(1) = (g^{\alpha 0} + g^{\alpha 3})(g^{\mu 0} - g^{\mu 3}), \quad (2.12) \\ \lambda^{\alpha\mu}(2) = (g^{\alpha 0} - g^{\alpha 3})(g^{\mu 0} - g^{\mu 3}),$$

$$E_0 = \sqrt{m_e^2 + p_3^2}, \quad E_0^{(1)} = \sqrt{m_e^2 + p_3^{(1)2}}, \quad E_0' = \sqrt{m_e^2 + p_3'^2}.$$

В формулах (2.10)–(2.12) приняты также обозначения:  $E_0$  и  $E_0^{(1)}$  — энергии электрона в промежуточных состояниях;  $E_0'$  — энергия электрона среды;

$j^\mu = \bar{\nu}(q')\gamma^\mu L\nu(q)$  — нейтринный ток, причем  $\bar{\nu}_j(q')$  — дираковски-сопряженный биспинор конечного нейтрино с импульсом  $q'$  ( $q'^2 = m_j^2$ );  $\nu_i(q)$  — биспинор начального нейтрино с импульсом  $q$  ( $q^2 = m_i^2$ );  $k = q - q'$  — импульс излученного фотона, а  $e^\alpha(k)$  — 4-вектор поляризации излученного фотона.

Спиновые коэффициенты  $C_{2,4}$  и  $S_{2,4}$  в решении уравнения Дирака для промежуточных состояний и электронов среды (2.12) определяются из условия, чтобы волновая функция была собственной функцией оператора поляризации спина — интеграла движения. В качестве такого оператора мы выбираем инвариантный спиновый оператор (см. [60])

$$M = \frac{e}{2m_e^2} \tilde{F}^{\mu\nu} P_\mu S_\nu,$$

где  $\tilde{F}^{\mu\nu} = (1/2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$  — тензор, дуальный тензору внешнего электромагнитного поля  $F^{\mu\nu}$ , а  $S^\nu$  — 4-векторный оператор поляризации спина:

$$S^\mu = \gamma^5 \left( \gamma^\mu - \frac{1}{m_e} P^\mu \right), \quad P^\mu = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} - e A^\mu,$$

где  $A^\mu = (0, 0, xH, 0)$  — потенциал внешнего магнитного поля.

В результате для спиновых коэффициентов  $C_{2,4}$  находим следующие значения:

$$C_{2,4} = \mp \frac{\zeta}{2\sqrt{2}} \left( 1 - \zeta \frac{m_e}{E_{n\perp}} \right)^{1/2} \left\{ \left( 1 + \varepsilon \frac{p_3}{E_n} \right)^{1/2} \mp \zeta \varepsilon \left( 1 - \varepsilon \frac{p_3}{E_n} \right)^{1/2} \right\}, \quad (2.13)$$

где  $E_{n\perp}^2 = E_n^2 - p_3^2$ , а  $E_n$  — уровни энергии электрона в магнитном поле, определяемые формулой (2.6). Выражения для спиновых коэффициентов  $S_{2,4}$  получаются из (2.13) при помощи замены  $p_3 \rightarrow p'_3$ ,  $\zeta \rightarrow \zeta'$ ,  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon'$ ,  $n \rightarrow n'$ . Случай  $\zeta = 1$  в выражении (2.13) соответствует ориентации спина электрона по направлению, а  $\zeta = -1$  — против направления магнитного поля. Для электронов среды при выполнении условия (1.6) спин может быть ориентирован лишь против направления магнитного поля ( $\zeta' = -1$ ).

В дальнейшем мы рассмотрим область умеренных значений энергии распадающегося нейтрино и ограничимся исследованием предельного случая

$$q_0 \ll 2m_e, \quad (2.14)$$

допускающего аналитическое рассмотрение ( $q_0$  — энергия начального нейтрино). Для матричного элемента распада (2.10), (2.11) при условии (2.14) получаем выражение

$$\begin{pmatrix} S_{ij}^{(1)} \\ S_{ij}^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{A_{\alpha\mu}}{2} (\lambda^{\alpha\mu}(1)A_1 + \lambda^{\alpha\mu}(2)A_2) \begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

где использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1 - \cos^2 \theta, & A_2 &= -(1 + \cos \theta)^2; \\
 B &= B^{(0)} + B^{(1)}, & B^{(0)} &= \frac{v_F}{1 - v_F^2 \cos^2 \theta}, \\
 B^{(1)} &= \frac{1}{12} \left( \frac{k_0}{m_e} \right)^2 \frac{v_F (1 - \cos^2 \theta)^2}{(1 - v_F^2 \cos^2 \theta)^3} [(1 - \cos^2 \theta)(2v_F^4 - v_F^2 \gamma_F^{-2}) + 6v_F^2 \gamma_F^{-2} + 3\gamma_F^{-4}]; \\
 C &= \frac{1}{6} \left( \frac{k_0}{m_e} \right)^2; & \gamma_F &= \frac{\mu}{m_e}, & v_F &= \frac{p_F}{E_F} = \sqrt{1 - \gamma_F^{-2}}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

— скорость электронов среды на поверхности Ферми. Остальные обозначения в (2.15) аналогичны принятым в формулах (2.10)–(2.12). Далее, обозначим при помощи  $\theta$  и  $\varphi$  сферические углы фотона,  $\psi$  и  $\phi$  — сферические углы начального нейтрино с массой  $m_i$ ,  $\alpha$  — угол между импульсом начального нейтрино и волновым вектором конечного фотона, причем

$$\cos \alpha = \sin \theta \sin \psi \cos(\varphi - \phi) + \cos \theta \cos \psi. \tag{2.17}$$

Заметим также, что  $\theta$  одновременно является углом между импульсом фотона и направлением магнитного поля.

Следуя [32], в качестве двух независимых 4-векторов линейной поляризации фотона выберем известные трехмерно-поперечные векторы  $\sigma$ - и  $\pi$ -компонент поляризации [35]:

$$\begin{aligned}
 e_1^\mu &= (0, \mathbf{e}_\sigma), & e_2^\mu &= (0, \mathbf{e}_\pi), \\
 \mathbf{e}_\sigma &= \frac{[\boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{j}]}{\sqrt{1 - (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{j})^2}}, & \mathbf{e}_\pi &= \frac{\boldsymbol{\kappa}(\boldsymbol{\kappa} \mathbf{j}) - \mathbf{j}}{\sqrt{1 - (\boldsymbol{\kappa} \mathbf{j})^2}},
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

где  $\mathbf{j}$  — единичный вектор в направлении магнитного поля;  $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k}/k$  — единичный вектор в направлении импульса фотона.

Оказывается, что излученный фотон линейно ( $\pi$ ) поляризован (см. сноску на с. 674), таким образом, впервые установленный в [32] эффект линейной поляризации излучаемого фотона в процессе радиационного распада нейтрино в постоянном магнитном поле имеет место и в случае радиационного распада нейтрино в замагниченной электрон-позитронной плазме.

Частота излучаемого фотона зависит от энергии исходного нейтрино и от угла между импульсами исходного нейтрино и фотона и равна

$$\omega = k_0 = \frac{m_i^2}{2(q_0 - q \cos \alpha)}.$$

Выражение для частоты имеет острый максимум, отвечающий значению  $\alpha = 0$ , при этом  $\omega_{\max} = q_0$ , покоящееся нейтрино излучает фотоны с частотой  $\omega \simeq m_i/2$ . Поэтому в рассматриваемом приближении (2.14) величина  $k_0/m_e$  является малым параметром, и, следовательно, главный вклад в вероятность процесса дает плазменная часть амплитуды  $S_{ij}^{(2)}$  (см. (2.15)), полевая часть  $S_{ij}^{(1)}$  становится эффективна лишь в очень разреженном электронном газе ( $v_F \rightarrow 0$ ).

Дифференциальную вероятность процесса представим в виде суммы

$$dw = dw_1 + dw_{12} + dw_2, \quad (2.19)$$

где  $dw_1$  — вклад, обусловленный чисто полевой амплитудой  $S_{ij}^{(1)}$ ;  $dw_2$  — вклад, обусловленный плазменной амплитудой  $S_{ij}^{(2)}$ , а  $dw_{12}$  — слагаемое, возникающее в результате интерференции амплитуд полевого и плазменного вкладов.

Угловое распределение вероятности процесса имеет вид

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} dw_1/d\Omega \\ dw_{12}/d\Omega \\ dw_2/d\Omega \end{pmatrix} &= \frac{(eH)^2(eG_F)^2}{(2\pi)^6} |U_{ie}U_{je}^*|^2 \frac{m_i^2}{q_0} (1 - \cos^2 \theta)(1 + \cos \theta)^2 \times \\ &\times \left[ \frac{(q_0 - q_3)^2}{(q_0 - q \cos \alpha)^2} - \frac{m_i^2}{2} \frac{(q_0 - q_3)(1 - \cos \theta)}{(q_0 - q \cos \alpha)^3} \right] \begin{pmatrix} D^2 \\ -2DB \\ B^2 \end{pmatrix}, \quad (2.20) \end{aligned}$$

где используется обозначение

$$D = \frac{1}{24} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^2 \frac{m_i^2}{(q_0 - q \cos \alpha)^2},$$

величина  $B$  была определена в (2.16) (мы считаем, что  $B \simeq B^{(0)}$ , т. е. слагаемое  $B^{(1)}$  является малой поправкой к  $B^{(0)}$ );  $q_0$  и  $q$  — энергия и импульс начального нейтрино,  $q_3 = q \cos \psi$ , остальные обозначения определяются формулами (2.15)–(2.17), а масса конечного нейтрино считается пренебрежимо малой по сравнению с массой начального нейтрино ( $m_i \gg m_j$ ).

При конечной плотности среды основной вклад в вероятность распада дает плазменная амплитуда  $S_{ij}^{(2)}$  (см. (2.19), (2.20), интерференционный член дает лишь малую поправку  $\sim (m_i/m_e)^2$ ). В этом случае, полагая, что нейтрино движется перпендикулярно к направлению магнитного поля, получаем

следующее выражение для полной вероятности процесса [62]:

$$w_2 = w_0 \left\{ \frac{v_F^2 \varepsilon}{4(\varepsilon^2 - \gamma_F^{-2})^3} [4\varepsilon^6 - 12(v_F^2 + 1)\varepsilon^4 + \right. \\ \left. + \gamma_F^{-2}(v_F^2 + 9)\varepsilon^2 - \gamma_F^{-4}] - \frac{v_F^2}{8(\varepsilon^2 - \gamma_F^{-2})^{7/2}} \times \right. \\ \left. \times [16v_F^2 \varepsilon^6 + 2\gamma_F^{-4} \varepsilon^4 - \gamma_F^{-6} \varepsilon^2 - \gamma_F^{-6}] \ln \left[ \frac{\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - \gamma_F^{-2}}}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \gamma_F^{-2}}} \right] \right\}, \quad (2.21)$$

причем здесь

$$\varepsilon = \frac{q_0}{m_i}, \quad w_0 = \frac{(eH)^2 (eG_F)^2}{(2\pi)^5} |U_{ie} U_{je}^*|^2 m_i, \quad (2.22)$$

а химический потенциал  $\mu$  полностью вырожденного замагниченного электронного газа связан с плотностью  $n$  электронов среды соотношением

$$n = \frac{eH}{2\pi^2} \sqrt{\mu^2 - m_e^2}. \quad (2.23)$$

В случае сильно разреженного электронного газа при условии  $v_F \ll (q_0/m_e)^2 \ll 1$  полная вероятность нашего процесса переходит в вероятность распада в сильном магнитном поле без среды. Приведем для этого случая результат интегрирования в формуле (2.20) при произвольном направлении начального движения нейтрино [62]:

$$w_1 = \frac{w_0}{1080} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^4 \{ 2\varepsilon^5 \sin^6 \psi + 3\varepsilon^3 \sin^4 \psi (2 \cos^2 \psi + 1) + \\ + 3\varepsilon \sin^2 \psi (\cos^2 \psi (2 \cos^2 \psi + 1) - \sin^2 \psi) + \\ + \varepsilon^{-1} \cos^2 \psi (2 \cos^4 \psi - 3 \sin^2 \psi) \}, \quad (2.24)$$

где  $\psi$  — угол между импульсом начального нейтрино и направлением магнитного поля, другие обозначения — такие же, как в формуле (2.21).

### 3. ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

**3.1. Полевой вклад в полную вероятность распада.** Из нашей формулы (2.24) можно получить следующие приближенные выражения для вероятности распада в сильном магнитном поле в случаях нерелятивистского

$(q_0/m_i \rightarrow 1)$  и релятивистского  $(q_0/m_i \gg 1)$  движения начального нейтрино:

$$w_1 \simeq w_0 \begin{cases} \frac{1}{540} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^4, & \text{если } \frac{q_0}{m_i} \rightarrow 1, \\ \frac{1}{540} \left( \frac{q_0}{m_e} \right)^4 \frac{q_0}{m_i} \sin^6 \psi, & \text{если } \frac{q_0}{m_i} \gg 1, \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $w_0$  определено выше в формуле (2.21). Данный результат полностью совпадает (в соответствующих пределах) с результатами [28,31,33], а также [34].

**3.2. Вклад среды в полную вероятность распада.** Если начальное нейтрино нерелятивистское  $(q_0/m_i \rightarrow 1)$ , то в предельном случае нерелятивистского  $(v_F = 1 - \gamma_F^{-2} \ll 1)$  электронного газа находим следующее приближенное выражение для вероятности распада в замагниченной среде (см. также [56]):

$$w_2 \simeq w_0 \frac{16}{15} v_F^2, \quad \text{если } \frac{q_0}{m_i} \rightarrow 1, \quad v_F \ll 1. \quad (3.2)$$

С увеличением энергии распадающегося нейтрино начинает существенным образом проявляться зависимость вероятности процесса от угла  $\psi$  между импульсом нейтрино и направлением магнитного поля. В предельном случае релятивистского нейтрино имеем [62]:

$$w_2 \simeq w_0 \frac{q_0}{m_i} \frac{v_F^2 \sin^6 \psi}{(1 - v_F^2 \cos^2 \psi)^2}, \quad \text{если } \frac{q_0}{m_i} \gg 1. \quad (3.3)$$

В дополнение приведем также приближенные выражения для интерференционного вклада в вероятность процесса

$$w_{12} \simeq -w_0 \frac{4}{45} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^2 v_F, \quad \text{если } v_F \ll 1, \quad \frac{q_0}{m_i} \rightarrow 1, \quad (3.4)$$

$$w_{12} \simeq -w_0 \frac{1}{18} \left( \frac{q_0}{m_e} \right)^2 \frac{q_0}{m_i} \frac{v_F \sin^6 \psi}{(1 - v_F^2 \cos^2 \psi)}, \quad \text{если } \frac{q_0}{m_i} \gg 1, \quad (3.5)$$

которые следуют из общих формул (2.19), (2.20). Заметим, что выражения (3.3) и (3.5) справедливы как для нерелятивистского, так и для слабoreлятивистского электронного газа (см. п. 3.4).

**3.3. Сравнение результатов в поле и в среде.** Сравнение результатов, полученных в пп. 3.1 и 3.2, показывает, что вероятность радиационного распада нейтрино в магнитном поле (без учета среды) очень мала по отношению к вкладу среды (замагниченного электронного газа) для интересующих нас умеренных энергий нейтрино \*  $q_0 \ll 2m_e$ . По сравнению со вкладом

---

\*В нашей работе [63] был сделан ошибочный вывод о том, что вероятности распада нейтрино в магнитном поле и в среде имеют одинаковый порядок величины.



среды выражение для вероятности распада в поле в случае релятивистского движения нейтрино содержит дополнительный множитель  $(q_0/m_e)^4 \ll 1$ , а выражение для интерференционного вклада — дополнительный множитель  $(q_0/m_e)^2 \ll 1$ . Собственно полевые эффекты могут проявиться лишь в очень разреженной среде (электронном газе) при условии, что

$$v_F^2 = 1 - \gamma_F^{-2} = 1 - \left(\frac{m_e}{\mu}\right)^2 \ll \left(\frac{q_0}{m_e}\right)^4 \ll 1.$$

С ростом химического потенциала, как видно, данное условие очень быстро нарушается. Поэтому в широкой области значений химического потенциала  $\mu$ , т. е. когда  $1 - \gamma_F^{-2} \gg (q_0/m_e)^4$ , вклад среды весьма существенно превышает чисто полевой вклад. Это совершенно наглядно видно из рис. 2, где для сравнения приведены зависимости от энергии нейтрино полной вероятности распада (сплошная линия) и полевого вклада (штриховая линия).

Заметим, что наличие среды может усиливать распад также и нерелятивистских нейтрино: имеет место логарифмический рост вероятности распада для нейтрино с  $q_0/m_i \sim 1$  (см. (2.21)), и это наглядно представлено на рис. 3. Данное обстоятельство может оказаться существенным для исследования темной материи (см. разд. 4).

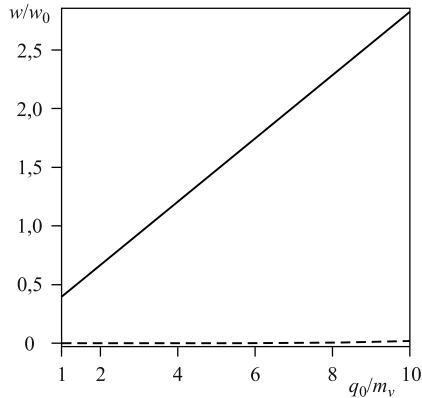


Рис. 2. Зависимость вероятности распада от энергии начального нейтрино (сплошная линия — полная вероятность, штриховая — вклад поля,  $m_i/m_e = 10^{-1}$ ,  $\mu/m_e = 1, 2$ ,  $\psi = \pi/2$ )

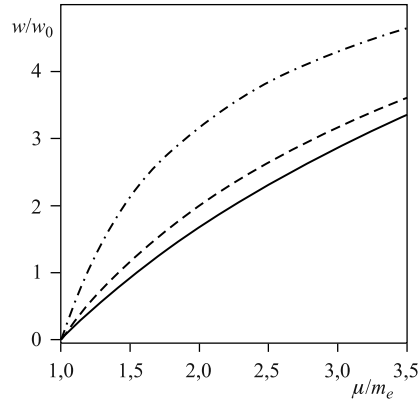


Рис. 3. Зависимость вероятности распада от химического потенциала электронного газа (сплошная линия —  $p/m_i = 10^{-3}$ , штриховая —  $p/m_i = 1$ , штрихпунктирная —  $p/m_i = 3$ ,  $p$  — импульс нейтрино,  $m_i/m_e = 10^{-1}$ ,  $\psi = \pi/2$ )

Непосредственное сравнение вероятностей распада нейтрино в замагниченном релятивистском газе и в поле приводит к следующим отношениям (соответственно для нерелятивистских и для релятивистских нейтрино):

$$\frac{w_{\text{среда+поле}}}{w_{\text{поле}}} \Big|_{q_0/m_i \rightarrow 1} \simeq 3,6 \cdot 10^{13} v_F^2 \left( \frac{1 \text{ кэВ}}{m_i} \right)^4,$$

$$\frac{w_{\text{среда+поле}}}{w_{\text{поле}}} \Big|_{q_0/m_i \gg 1} \simeq 3,4 \cdot 10^{13} v_F^2 \left( \frac{1 \text{ кэВ}}{q_0} \right)^4,$$

которые справедливы при условии, что  $(q_0/m_e)^2 \ll v_F \lesssim 1$ . Эти выражения и подтверждают вывод о том, что вероятность распада нейтрино в магнитном поле сильно увеличивается при учете влияния среды.

Подводя общий итог, заметим, что наши выводы о существенном росте вероятности радиационного распада нейтрино в среде при  $q_0 \ll 2m_e$  отличаются от результатов работы [57], в которой был сделан вывод о том, что в случае высоких энергий нейтрино ( $q_0 \gg 2m_e$ ) эффекты среды уменьшают вероятность распада в магнитном поле.

В заключение сравним результаты (3.2), (3.3) с соответствующими формулами, полученными в [43–45], где изучался радиационный распад нейтрино в среде в отсутствие магнитного поля (см. формулу (1.3)). Учитывая поведение функции  $F(v)$  для малых и больших скоростей движения начального нейтрино, формулу (1.3) для вероятности распада нейтрино в случае нерелятивистской вырожденной плазмы звезд можно представить в виде

$$w_{\text{NR}}^{\text{среда}} = \alpha G_F^2 \frac{m_i n^2}{2m_e^2} |U_{ie}^* U_{je}|^2 \begin{cases} 1, & \text{если } \frac{q_0}{m_i} \rightarrow 1, \\ 4 \frac{m_i}{q_0} \ln \frac{q_0}{m_i}, & \text{если } \frac{q_0}{m_i} \gg 1. \end{cases} \quad (3.6)$$

Проводя сравнение формулы (3.6) с нашими результатами (3.2), (3.3), учитывая также (2.23), приходим к следующим выводам. В случае нерелятивистского нейтрино вероятности (3.6) и (3.2) имеют один порядок величины. Для релятивистского нейтрино (при условии  $m_i \ll q_0 \ll 2m_e$ ) будем иметь

$$\frac{w_{\text{NR}}^{\text{среда+поле}}}{w_{\text{NR}}^{\text{среда}}} \simeq \left( \frac{q_0}{m_i} \right)^2 \left( \ln \frac{q_0}{m_i} \right)^{-1} \gg 1. \quad (3.7)$$

Таким образом, в области умеренных значений энергии релятивистского нейтрино и в случае нерелятивистского электронного газа вероятность распада массивного нейтрино в среде существенно возрастает при включении сильного магнитного поля.

**3.4. Плазменная частота.** Заметим, что при интегрировании по фазовому объему в (2.20) мы не учитывали дисперсию фотона (плазмона) в замагниченной плазме, которая могла бы повлиять на кинематику радиационного распада нейтрино.

Учет дисперсии фотона в магнитном поле приводит к тому, что оказываются возможными такие процессы, как излучение фотона безмассовым нейтрино в магнитном поле [34,38], а также расщепление фотона на два фотона в магнитном поле [36,64]. С другой стороны, если окажется, что плазменная частота больше массы распадающегося нейтрино, то распад  $\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$  будет кинематически запрещен.

Плазменная частота находится из уравнения дисперсии фотона в электрон-позитронной плазме в присутствии внешнего магнитного поля

$$k_0^2 - \mathbf{k}^2 = \varkappa_j,$$

где  $\varkappa_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) — собственные значения поляризационного оператора [37, 65, 66]. В рассматриваемом нами случае вырожденного электронного газа, когда выполнено условие (1.6), а также считается, что  $k_{\perp}^2 \ll 4m_e^2$ , из общих формул работ [37, 65, 66] находим квадрат плазменной частоты:

$$\omega_p^2 = k_0^2 \Big|_{\mathbf{k}=0} = \frac{2\alpha (\epsilon H)}{\pi} \frac{p_F}{E_F} = \frac{2\alpha (\epsilon H)}{\pi} v_F, \quad (3.8)$$

где  $\alpha = 1/137$  — постоянная тонкой структуры.

При наличии ненулевой плазменной частоты (массы плазмона) модифицируется значение частоты испускаемых фотонов (плазмонов), а также их угловое распределение: угол вылета плазмонов  $\alpha$  (см. (2.17)) относительно импульса начального нейтрино теперь ограничен соотношением

$$\sin \alpha \leq \frac{m_i^2 - \omega_p^2}{2q\omega_p},$$

где  $q$  — импульс начального нейтрино. В целом вероятность рассматриваемого процесса демонстрирует характерное пороговое поведение, т. е. процесс оказывается разрешен только при условии, что  $m_i^2 > \omega_p^2$ . Однако, если предположить, что

$$m_i^2 \gg \omega_p^2, \quad (3.9)$$

то все наши выражения для полной вероятности распада, полученные в разд. 2 и 3, останутся в силе.

Здесь необходимо заметить, что в основном наши результаты применимы для случая нерелятивистской плазмы звезд. В самом деле, полагая для оценок, что  $H/H_0 \simeq 1$  и  $v_F \simeq 0,01$ , из формулы (3.8) нетрудно получить, что плазменная частота равна  $\omega_p \simeq 3,5$  кэВ. Таким образом, для нейтрино с массой

порядка 10 кэВ условие (3.9) действительно выполняется в пределе нерелятивистской плазмы. Тем не менее соотношение (3.9) может также выполняться и для слаборелятивистского электронного газа. Дело в том, что вместо (2.9) можно использовать условие

$$q_0^2 \ll 2eH \lesssim 2m_e^2, \quad (3.10)$$

и в этом случае существенный вклад в вероятность процесса будут также давать виртуальные электроны с нулевым главным квантовым числом. Имея в виду условие (3.10) и предполагая, например, что  $H/H_0 \simeq 0,22$  и  $v_F \simeq 0,16$ , получаем из выражения (3.8), что плазменная частота равна  $\omega_p \simeq 6$  кэВ. Это означает, что соотношение (3.9) будет справедливым для нейтрино с массой порядка 20 кэВ.

Подводя общий итог, заметим, что результаты, полученные в данном разделе, применимы как для нерелятивистского, так и для слаборелятивистского электронного газа (в случае, если условия (2.8) и (3.10) выполняются одновременно).

#### 4. РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО В ЗАМАГНИЧЕННОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

В различных современных исследованиях по космологии и физике сверхновых высказываются предположения о возможном существовании стерильных нейтрино с массами, равными нескольким кэВ [9, 67, 68]. В настоящее время стерильные нейтрино с массами порядка 2–50 кэВ рассматриваются как одни из самых популярных кандидатов на роль частиц, формирующих темную материю (см. [7–9, 67, 68] и приведенные там ссылки). Стерильные нейтрино не участвуют в слабых взаимодействиях, но, обладая массой, они могут смешиваться с обычными нейтрино стандартной модели.

Во многих расширениях стандартной модели (см., например, [7–9]) в теорию дополнительно вводятся стерильные относительно слабых взаимодействий нейтринные синглеты  $N_a$  ( $a = 1, 2, \dots, n$ ). Состояние такого нейтрино  $|N_a\rangle$ , вообще говоря, не является состоянием с определенной массой. Нейтринные состояния с определенными массами возникают в результате смешивания стерильного нейтринного синглета  $N_a$ , например, с электронным нейтрино  $\nu_e$ :

$$\begin{aligned} |\nu_1^{(m)}\rangle &= \cos \theta_m |N_a\rangle + \sin \theta_m |\nu_e\rangle, \\ |\nu_2^{(m)}\rangle &= \cos \theta_m |\nu_e\rangle - \sin \theta_m |N_a\rangle, \end{aligned}$$

где  $\theta_m$  — эффективный угол смешивания. Если угол  $\theta_m$  мал, то массовое состояние  $|\nu_2^{(m)}\rangle$  ведет себя практически как состояние электронного нейтрино. При этом массовое состояние  $|\nu_1^{(m)}\rangle$  остается по существу стерильным, т. е. его возможные слабые взаимодействия подавляются малым множителем  $\sin^2 \theta_m$ . Таким образом, стерильные нейтрино все-таки могут взаимодействовать с веществом, хотя и с очень малой вероятностью  $\sim \sin^2 \theta_m$  [69].

Одним из характерных проявлений такого взаимодействия является возможный радиационный распад стерильного нейтрино с образованием активного нейтрино и рентгеновского  $\gamma$ -кванта [7, 8, 69]. В соответствии с последними экспериментальными наблюдениями в рентгеновском диапазоне наибольший интерес представляют стерильные нейтрино с массой  $\simeq 5$  кэВ и углом смешивания  $\sin^2 \theta_m \simeq 10^{-9}$ .

Вероятность радиационного распада стерильного нейтрино в вакууме имеет вид [22, 69]

$$w_{\nu_s \rightarrow \gamma \nu_a} = \frac{9}{256\pi^4} \alpha G_F^2 \sin^2 \theta_m m_{\nu_s}^5 = \frac{1}{1,8 \cdot 10^{21} \text{ с}} \sin^2 \theta_m \left( \frac{m_{\nu_s}}{1 \text{ кэВ}} \right)^5. \quad (4.1)$$

Заметим, что данная вероятность превышает вероятность радиационного распада в вакууме, вычисленную в рамках стандартной модели (1.2), потому что формула (4.1) не содержит фактора подавления ГИМ (у синглетных нейтрино нет соответствующих им заряженных лептонов).

Рассмотрим вероятность данного распада в замагниченном электронном газе. Стерильные нейтрино являются нерелятивистскими, и поэтому необходимо использовать формулу (3.2) для случая нерелятивистского электронного газа. Будем считать, что  $H/H_0 \simeq 1$ ,  $m_{\nu_s} = 5$  кэВ, тогда из условия (3.9) с учетом (3.8) мы получим, что  $v_F \simeq 2 \cdot 10^{-3}$  (это отвечает плотности электронного газа порядка  $1,8 \cdot 10^{28} \text{ см}^{-3}$ , характерной для внешней коры нейтронной звезды). В итоге для отношения вероятностей находим:

$$\frac{w_{\nu_s \rightarrow \gamma \nu_a}^{\text{поле + среда}}}{w_{\nu_s \rightarrow \gamma \nu_a}^{\text{вакуум}}} = 1,5 \cdot 10^3.$$

Для гипотетического стерильного нейтрино с массой  $m_{\nu_s} = 50$  кэВ, предполагая, что  $H/H_0 \simeq 0,3$ , мы получаем, что отношение вероятностей равно  $1,6 \cdot 10^3$ . В этом случае электронный газ является слаборелятивистским ( $v_F \simeq 0,6$ , что соответствует плотности газа, равной  $\simeq 2 \cdot 10^{29} \text{ см}^{-3}$ ), и для численных оценок необходимо применить формулу (2.21).

Таким образом, наличие замагниченного электронного газа может существенно (приблизительно на три порядка) увеличить вероятность радиационного распада стерильного нейтрино.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы провели исследование радиационного распада массивного нейтрино в вырожденной замагниченной плазме в рамках стандартной модели электрослабых взаимодействий со смешиванием нейтрино в области умеренных значений энергии распадающегося нейтрино  $q_0 \ll 2m_e$ .

Показано, что наличие среды приводит к существенному увеличению вероятности распада в магнитном поле как релятивистских, так и нерелятивистских нейтрино. С другой стороны, присутствие интенсивного внешнего магнитного поля увеличивает вероятность радиационного распада нейтрино в среде. Поэтому для проведения корректного анализа явлений, происходящих в различных астрофизических условиях, принципиальное значение приобретает необходимость одновременного учета влияния среды и интенсивного внешнего поля.

Присутствие сильного магнитного поля  $H \gtrsim H_0 = m_e^2 c^3 / e\hbar = 4,41 \times 10^{13}$  Гс и вырожденного электронного газа с плотностью, характерной для внешней коры нейтронной звезды, может увеличить на три порядка вероятность распада стерильных реликтовых нейтрино с массами, равными нескольким кэВ, рассматриваемых в настоящее время в качестве одних из самых популярных кандидатов на роль частиц, формирующих темную материю.

Авторы выражают большую признательность А. В. Борисову, В. Ч. Жуковскому, А. И. Студеникину и А. Е. Шабаду за полезные обсуждения и внимание к работе.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Понтекорво Б.* Мезоний и антимезоний // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, № 2. С. 549–551.
2. *Понтекорво Б.* Обратные  $\beta$ -процессы и несохранение лептонного заряда // Там же. Т. 34, № 1. С. 247–249.
3. *Bilenky S.* Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. Lecture Notes in Physics. V. 817. 256 p.
4. *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford, UK: Oxford Univ. Press, 2007. 710 p.
5. *Maki Z., Nakagawa M., Sakata S.* Remarks on the Unified Model of Elementary Particles // Prog. Theor. Phys. 1962. V. 28, No. 5. P. 870–880.
6. *The ALEPH Collab. et al.* Precision Electroweak Measurements on the  $Z$  Resonance // Phys. Rep. 2006. V. 427. P. 257–454.
7. *Kusenko A.* Sterile Neutrinos: The Dark Side of the Light Fermions // Phys. Rep. 2009. V. 481. P. 1–28.
8. *Boyarsky A., Ruchayskiy O., Shaposhnikov M.* The Role of Sterile Neutrinos in Cosmology and Astrophysics // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2009. V. 59, No. 1. P. 191–214.

9. *Abazajian K. et al.* Light Sterile Neutrinos: A White Paper. 2012. 281 p.; arXiv:hep-ph/1204.5379.
10. *Gonzalez-Garcia M. C., Maltoni M.* Phenomenology with Massive Neutrinos // *Phys. Rep.* 2008. V. 460, No. 1–3. P. 1–129.
11. *Raffelt G. G.* Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: Univ. of Chicago Press, 1996. 664 p.
12. *Mohapatra R. N., Pal P. B.* Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics. Third Ed. World Sci., 2004. Lecture Notes in Physics. V. 72. 451 p.
13. *Mohapatra R. N. et al.* Theory of Neutrinos: A White Paper // *Rep. Prog. Phys.* 2007. V. 70. P. 1757–1867.
14. *Boehm F., Vogel P.* Physics of Massive Neutrinos. 2nd Ed. Cambridge Univ. Press, 1992. 249 p.
15. *Zuber K.* Neutrino Physics. Series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation. N. Y.; London: Taylor & Francis Group, LLC, 2004. 438 p.
16. *Chikashige Y., Mohapatra R. N., Peccei R.* Are There Real Goldstone Bosons Associated with Broken Lepton Number? // *Phys. Lett. B.* 1981. V. 98, No. 4. P. 265–268.
17. *Giunti C. et al.* Majoron Decay of Neutrinos in Matter // *Phys. Rev. D.* 1992. V. 45, No. 5. P. 1557–1568.
18. *Schechter J., Valle J. W. F.* Neutrino Decay and Spontaneous Violation of Lepton Number // *Phys. Rev. D.* 1982. V. 25, No. 3. P. 774–783.
19. *Shrock R. E.* General Theory of Weak Processes Involving Neutrinos. II. Pure Leptonic Decays // *Phys. Rev. D.* 1981. V. 24, No. 5. P. 1275–1309.
20. *Kim S.-H. et al.* Search for Radiative Decays of Cosmic Background Neutrino Using Cosmic Infrared Background Energy Spectrum // *J. Phys. Soc. Japan.* 2012. V. 81. Article ID 024101. 8 p.
21. *Gninenko S. N.* New Limits on Radiative Sterile Neutrino Decays from a Search for Single Photons in Neutrino Interactions // *Phys. Lett. B.* 2012. V. 710. P. 86–90.
22. *Pal P. B., Wolfenstein L.* Radiative Decays of Massive Neutrinos // *Phys. Rev. D.* 1982. V. 25, No. 3. P. 766–773.
23. *Glashow S. L., Iliopoulos J., Maiani L.* Weak Interactions with Lepton–Hadron Symmetry // *Phys. Rev. D.* 1970. V. 2, No. 7. P. 1285–1292.
24. *Bilenky S. M., Petcov S. T.* Massive Neutrinos and Neutrino Oscillations // *Rev. Mod. Phys.* 1987. V. 59, No. 3. P. 671–754.
25. *Потехин А. Ю.* Физика нейтронных звезд // *УФН.* 2010. Т. 180, № 12. С. 1279–1304.
26. *Гальцов Д. В., Никитина Н. С.* Фотонейтринные процессы в сильном поле // *ЖЭТФ.* 1972. Т. 62, № 8. С. 2008–2011.
27. *Скобелев В. В.* О реакциях  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$  и  $\nu \rightarrow \gamma\nu$  в сильном магнитном поле // *ЖЭТФ.* 1976. Т. 71, № 4. С. 1263–1267.

28. *Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A.* The Magnetic Catalysis of the Radiative Decay of a Massive Neutrino in the Standard Model with Lepton Mixing // *Phys. Lett. B.* 1992. V. 289, No. 1–2. P. 103–108.
29. *Василевская Л. А., Гвоздев А. А., Михеев Н. В.* Распад массивного нейтрино  $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$  в скрещенном поле // *ЯФ.* 1994. Т. 57, № 1. С. 124–127.
30. *Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A.* Radiative Decay of the Massive Neutrino in External Electromagnetic Fields // *Phys. Rev. D.* 1996. V. 54, No. 9. P. 5674–5685.
31. *Скобелев В. В.* Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // *ЖЭТФ.* 1995. Т. 108, № 1. С. 3–13.
32. *Zhukovskii V. Ch., Eminov P. A., Grigoruk A. E.* Radiative Decay of a Massive Neutrino in the Weinberg–Salam Model with Mixing in a Constant Uniform Magnetic Field // *Mod. Phys. Lett. A.* 1996. V. 11, No. 39–40. P. 3119–3126.
33. *Kachelriess M., Wunner G.* Radiative Neutrino Decays in Very Strong Magnetic Fields // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 390, No. 1–4. P. 263–267.
34. *Ioannian A. N., Raffelt G. G.* Cherenkov Radiation by Massless Neutrinos in a Magnetic Field // *Phys. Rev. D.* 1997. V. 55, No. 11. P. 7038–7043.
35. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Релятивистский электрон. 2-е изд., перераб. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. 304 с.
36. *Adler S. L.* Photon Splitting and Photon Dispersion in a Strong Magnetic Field // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1971. V. 67. P. 599–647.
37. *Шабад А. Е.* Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях: Тр. ФИАН. Т. 192. М.: Наука, 1988. С. 5–152.
38. *Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A.* Resonance Neutrino Bremsstrahlung  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  in a Strong Magnetic Field // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 410. P. 211–215.
39. *Аникин Р. А., Михеев Н. В.* Процесс  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  в сильном магнитном поле с учетом вклада позитрония в дисперсию фотона // *ЖЭТФ.* 2012. Т. 142, № 3(9). С. 463–471.
40. *Borisov A. V., Ternov A. I., Zhukovsky V. Ch.* Electron–Positron Pair Production by a Neutrino in an External Electromagnetic Field // *Phys. Lett. B.* 1993. V. 318, No. 3. P. 489–491.
41. *Борисов А. В., Заморин Н. Б.* Рождение электрон-позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // *ЯФ.* 1999. Т. 62, № 9. С. 1647–1656.
42. *Кузнецов А. В., Михеев Н. В.* Нейтринное рождение электрон-позитронных пар в магнитном поле // *ЯФ.* 1997. Т. 60, № 11. С. 2038–2047.
43. *D’Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B.* Radiative Neutrino Decay in a Medium // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 64, No. 10. P. 1088–1090.
44. *Giunti C., Kim C. W., Lam W. P.* Radiative Decay and Magnetic Moment of Neutrinos in Matter // *Phys. Rev. D.* 1991. V. 43, No. 1. P. 164–169.



45. Ораевский В. Н., Семикоз В. Б., Смородинский Я. А. Электродинамика нейтрино в среде // ЭЧАЯ. 1994. Т. 25, № 2. С. 312–376.
46. Grasso D., Semikoz V. Radiative Neutrino Decay in Media // Phys. Rev. D. 1999. V. 60. Article ID 053010. 6 p.
47. Lobanov A. E., Studenikin A. I. Spin Light of Neutrino in Matter and Electromagnetic Fields // Phys. Lett. B. 2003. V. 564. P. 27–34.
48. Studenikin A. I., Ternov A. I. Neutrino Quantum States and Spin Light in Matter // Phys. Lett. B. 2005. V. 608, No. 1–2. P. 107–114.
49. Grigoriev A. V., Studenikin A. I., Ternov A. I. Quantum Theory of Neutrino Spin Light in Dense Matter // Ibid. V. 622, No. 3–4. P. 199–206.
50. Lobanov A. E. High Energy Neutrino Spin Light // Ibid. V. 619, No. 1–2. P. 136–144.
51. Grigoriev A. V. et al. The Effect of Plasmon Mass on Spin Light of Neutrino in Dense Matter // Phys. Lett. B. 2012. V. 718. P. 512–515.
52. Борисов А. В. и др. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечной температуре и плотности // УФН. 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.
53. Рутус В. И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле: Тр. ФИАН. Т. 111. М.: Наука, 1979. С. 5–151.
54. Никушов А. И. Проблемы внешнего поля в квантовой электродинамике // Там же. С. 152–275.
55. Рутус В. И. Сдвиг массы электрона в интенсивном поле // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля: Тр. ФИАН. Т. 168. М.: Наука, 1986. С. 52–120.
56. Эминов П. А. и др. Радиационный распад массивного дираковского нейтрино в нейтронных звездах // Изв. вузов. Физика. 2000. № 6. С. 22–26.
57. Chistyakov M. V., Mikheev N. V. Radiative Neutrino Transition  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  in Strongly Magnetized Plasma // Phys. Lett. B. 1999. V. 467. P. 232–237.
58. Тернов И. М. и др. Аномальный магнитный момент электрона при конечной температуре // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 764–768.
59. Гаврилов С. П., Гитман Д. М., Фрадкин Е. С. Квантовая электродинамика при конечной температуре с внешним полем, нарушающим стабильность вакуума // Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом: Тр. ФИАН. Т. 193. М.: Наука, 1989. С. 208–221.
60. Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. 192 с.
61. Nakamura K. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2010. V. 37. Article ID 075021. 1422 p.
62. Ternov A. I., Eminov P. A. Decay of a Massive Neutrino in Magnetized Electron Gas // Phys. Rev. D. 2013. V. 87. Article ID 113001. 10 p.

63. *Ternov A. I., Éminov P. A.* Radiative Decay of Massive Neutrino in Magnetized Plasma // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2003. V. 29. P. 357–369.
64. *Harding A. K., Lai D.* Physics of Strongly Magnetized Neutron Stars // *Rep. Prog. Phys.* 2006. V. 69. P. 2631–2708.
65. *Pérez Rojas H., Shabad A. E.* Polarization of Relativistic Electron and Positron Gas in a Strong Magnetic Field. Propagation of Electromagnetic Waves // *Ann. Phys. (N. Y.)*. 1979. V. 121. P. 432–455.
66. *Pérez Rojas H., Shabad A. E.* Absorption and Dispersion of Electromagnetic Eigenwaves of Electron–Positron Plasma in a Strong Magnetic Field // *Ann. Phys. (N. Y.)*. 1982. V. 138. P. 1–35.
67. *Giunti C.* Phenomenology of Sterile Neutrinos // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2013. V. 408. Article ID 012009. 9 p.
68. *Raffelt G. G., Zhou S.* Supernova Bound on keV-mass Sterile Neutrinos Reexamined // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 83. Article ID 093014. 5 p.
69. *Ando S., Kusenko A.* Interactions of keV Sterile Neutrinos with Matter // *Phys. Rev. D.* 2010. V. 81. Article ID 113006. 5 p.