

LePaProGen — ГЕНЕРАТОР РОЖДЕНИЯ ЛЕПТОННЫХ ПАР

*Е. В. Дыдышко**, *В. Л. Ермольчик*,
Х. Г. Суарес, *Н. М. Шумейко*

Научно-исследовательский институт ядерных проблем
Белорусского государственного университета, Минск

Представлен генератор Монте-Карло LePaProGen, предназначенный для моделирования рождения лептонных пар на адронных коллайдерах. В программе реализованы электрослабые радиационные эффекты высших порядков. В генераторе применен новый алгоритм выбора оптимальной параметризации фазового пространства.

Monte Carlo event generator LePaProGen for lepton pair production at hadron colliders is presented. LePaProGen focuses on the description of higher-order electroweak radiative corrections. The generator implements a new algorithm for the selection of the optimal variables for phase space parameterization.

PACS: 13.85.-t; 12.15.Lk; 02.70.Uu

ВВЕДЕНИЕ

Процесс рождения лептонных пар в адронных столкновениях является одним из наиболее изученных. Точность измерения этих процессов предельно высока, что позволяет использовать их для прецизионного определения параметров Стандартной модели, партонных плотностей и светимости ускорителя. В то же время рождение лептонных пар — важнейший фоновый процесс при поиске «новой» физики. Это предъявляет серьезные требования к теоретическим описаниям и предсказаниям, что, в свою очередь, обосновывает необходимость создания специализированных средств для таких процессов.

С использованием аналитического подхода получены распределения по инвариантной массе [1] и быстроте [2].

За последние десятилетия создан ряд численных программ, таких как READY [3], SANC [4], FEWZ [5], DYNNLO [6], позволяющих получить предсказания для различных распределений с учетом электрослабых (ЭС)

*E-mail: yahor@hep.by

радиационных поправок первого порядка и КХД-поправок первого и второго порядков.

Для анализа данных созданы генераторы Монте-Карло HORACE [7], WINHAC [8], POWHEG [9–11], MC@NLO [12], моделирующие события процесса рождения лептонных пар. Генераторы POWHEG и MC@NLO обеспечивают корректную сшивку с генераторами партонных ливней, иногда ценой появления событий с отрицательными весами.

Генератор LePaProGen (LPPG) задуман как вариант синтеза основных достоинств существующих программ: включение петлевых поправок произвольного порядка, положительные веса событий, корректная сшивка с генераторами партонных ливней, высокая эффективность генерирования при небольшом времени инициализации и минимальном использовании дисковой памяти. Для этого в первую очередь необходим эффективный алгоритм генерирования матричного элемента на древесном уровне в фазовом пространстве относительно большого числа конечных частиц (более трех). В данной статье представлены части алгоритма, отвечающие за выбор параметризации, и приведены явные выражения для базовых генераторов для случая регулярного матричного элемента.

1. СТРАТЕГИЯ

Эффективное генерирование событий, распределенных согласно многомерной плотности вероятности $p(\mathbf{x})$ в области Ω , требует применения метода существенной выборки. Суть его в том, чтобы найти мажорирующую плотность вероятности $\rho(\mathbf{x}) > p(\mathbf{x})$ в Ω , достаточно простую для генерирования. Если с вероятностью $p(\mathbf{x})/\rho(\mathbf{x})$ отбросить часть событий, то оставшиеся будут распределены согласно исходной плотности.

Успех такой стратегии напрямую зависит от широты класса распределений $\rho(\mathbf{x})$, пригодных для эффективной генерации. Наиболее изученным является случай, когда компоненты $x_i \in \mathbf{x}$ распределены независимо. Тогда плотность для всего события будет произведением плотностей отдельных компонент $\rho(\mathbf{x}) = \rho_1(x_1)\rho_2(x_2)\cdots\rho_n(x_n)$. Именно его реализует алгоритм Vegas [13]. Другой алгоритм VAMP [14] расширяет класс путем рассмотрения линейных суперпозиций таких плотностей, но параметризованных разным набором переменных x_i . В еще более широком классе используется адаптивный генератор FOAM [15], получающийся за счет разбиения области Ω на ячейки, являющиеся прямым произведением гиперпараллелепипеда и симплекса. Относительный успех всех этих подходов объясняется тем, что матричный элемент древесной диаграммы Фейнмана в наиболее существенной степени определяется произведением пропагаторов. Если выбрать для параметризации пропагаторные переменные, то факторизуемость будет в некотором приближении выполняться. Однако, во-первых, такой выбор пере-

менных не всегда удастся найти, а во-вторых, существуют остаточные, непропагаторные факторы, нарушающие факторизуемость и этим снижающие эффективность.

Отказ от попытки редуцировать распределение к комбинации факторизуемых означает необходимость работы с условными плотностями. Именно таким путем пошли создатели генераторов MERADGEN [16] и ELRADGEN [17].

2. LePaProGen

LPPG — это генератор Монте-Карло для процессов Дрелла–Яна с нейтральным и заряженным токами (генератор рождения лептонных пар). Он предназначен для быстрого и точного генерирования событий с использованием для этого независимого алгоритма. На текущем этапе он реализует однопетлевые электрослабые радиационные поправки с точным учетом жесткого тормозного излучения в КЭД. Однако возможность включения поправок более высокого порядка в КЭД и КХД также заложена в дизайне программы. LPPG написан на языке C++ и использует модульную архитектуру. Для преодоления ограничений шаблонов C++ мы реализовали модули на Python, вычисляющие все константы и обрабатывающие входные настройки. В качестве слоя-склейки между Python и C++ используется библиотека шаблонов Мако, которая осуществляет генерирование оптимизированного кода для выбранных пользователем настроек. LPPG может быть использован как подключаемый модуль к генератору Pythia 8. Он поддерживает все необходимые интерфейсы для удобной работы: генерирует события в формате LHA, HepMC, использует LHAPDF для функций партонных плотностей. Также он реализует несколько схем перенормировок.

3. ГЕНЕРИРОВАНИЕ ТОЧЕК В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Прежде всего мы начинаем с генерирования точек в фазовом пространстве. Все переменные могут быть разделены на две группы: «быстрые» и «медленные». Последние можно более-менее эффективно разыгрывать равномерно, тогда как первые требуют применения метода существенной выборки. В древесных амплитудах все «быстрые» переменные определяются пропагаторами. Следовательно, необходимо выбрать инвариант, возникающий в пропагаторе, в качестве переменной, параметризующей фазовое пространство.

Рассмотрим процесс $2 \rightarrow 2 + n$. Его фазовый объем имеет размерность $3n + 2$. Наибольшее число различных пропагаторов, присутствующих одновременно в одной древесной диаграмме, равно $n + 1$. Для $n \geq 0$ размерность фазового объема всегда больше этого числа пропагаторов. Следовательно, можно параметризовать фазовый объем переменными этих пропага-

торов. Этой цели достигают, например, общеизвестные рекуррентные соотношения из работы [18].

Если квадрат амплитуды хорошо приближается суммой квадратов диаграмм, то этого достаточно. Однако в калибровочных моделях имеют место сложные сокращения, делающие невозможным пренебрежение интерференциями между диаграммами.

Интерференция возникает при произведении двух диаграмм и содержит не более $2n + 2$ пропагаторов. Следовательно, при $n \geq 1$ каждому пропагатору можно сопоставить переменную. Оставшиеся n переменных при этом фигурируют только в числителе. Эффективно это может быть сделано путем замены всех пропагаторов на δ -функции

$$\int dR_n \left(\frac{1}{p^2 - m^2} \dots \right) = \int ds' \frac{1}{s' - m^2} \left[\int dR_n \delta(p^2 - s') \dots \right]. \quad (1)$$

Интегралы такого типа возникают в формализмах обобщенной унитарности и могут быть изображены с помощью фейнмановских диаграмм. В этой диаграмме все промежуточные и конечные частицы формально находятся на массовой поверхности.

Для вычисления интеграла мы последовательно интегрируем (графически — стягиваем в точку) однопетлевые поддиаграммы, начиная с той, которая содержит наименьшее число пропагаторов. Схематическая формула (2) изображает все диаграммы, необходимые для моделирования ЭС-поправок

(2)

первого порядка вместе с их декомпозицией на однопетлевые поддиаграммы. Каждой поддиаграмме соответствует подпрограмма, которую мы называем базовым генератором. Он генерирует импульс внутри петли.

Таким путем мы одновременно получаем необходимый якобиан преобразования. Данный алгоритм является обобщением рекуррентных соотношений для фазового объема из [18].

4. СИНГУЛЯРНОСТИ

Существует общая математическая закономерность, что сингулярность некоторой функции уменьшается при ее интегрировании. Это наблюдение позволяет, в частности, пренебрегать петлевыми поправками при создании генераторов Монте-Карло. При более аккуратном анализе можно заметить, что петлевые интегралы могут содержать сингулярности типа $1/\sqrt{x}$ или $\log^k x$, которые, хотя и являются интегрируемыми, способны ухудшить дисперсию. Такого же типа сингулярности возникают в якобианах и в выражениях для условных плотностей вероятности. Генератор LPPG систематически устраняет эти сингулярности с помощью замен переменных, важнейшие из которых приводятся в следующем разделе.

5. ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННОЙ И ЯКОБИАНЫ

$$I_4 \begin{pmatrix} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} & [s_{13}] & s_{15} & [s_{35}] \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & 1 & & 3 & & 5 \\ & \swarrow & & \rightarrow & & \swarrow \\ & 13 & & 35 & & \\ & \searrow & & \swarrow & & \\ & 2 & & 4 & & 6 \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \end{array} = \frac{1}{2 \sqrt{\lambda \begin{pmatrix} s_1 & s_3 & s_5 \\ s_{12} & s_{13} & s_{15} & s_{35} \\ s_2 & s_4 & s_6 \end{pmatrix}}}. \quad (3)$$

Воспользуемся определителем Кэли, введенным в [19], а также обозначениями для миноров из этой работы:

$$\lambda \begin{pmatrix} s_1 & s_3 & s_5 \\ s_{12} & s_{13} & s_{15} & s_{35} \\ s_2 & s_4 & s_6 \end{pmatrix} = -16\Delta_4(p_3, p_4, p_{13}, p_{35}) =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{13} & s_4 & s_{35} & s_3 \\ 1 & s_{13} & 0 & s_2 & s_{15} & s_1 \\ 1 & s_4 & s_2 & 0 & s_6 & s_{12} \\ 1 & s_{35} & s_{15} & s_6 & 0 & s_5 \\ 1 & s_3 & s_1 & s_{12} & s_5 & 0 \end{vmatrix} = \langle \rangle. \quad (4)$$

Строки и столбцы в определителе Кэли нумеруем с нуля.

Вместо виртуальности внутренней частицы s_{13} удобнее пользоваться отклонением от массовой поверхности для пропагатора $x_{13} = s_{13} - M_{13}^2$.

Построение цепочки условных распределений начинаем с любого из пропагаторов, например, с 13.

$$\begin{aligned}
 I_4 \left(\begin{array}{ccc} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} [M_{13}^2] & s_{15} [s_{35}] & \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{array} \right) &= \int_{x_{13}^-}^{x_{13}^+} \left(\begin{array}{ccc} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} [x_{13} + M_{13}^2] & s_{15} [s_{35}] & \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{array} \right) \frac{dx_{13}}{x_{13}} = \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{\langle 12 \rangle}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\chi_{13}}{\chi_{13}^2 - \frac{\langle \rangle}{\langle 12 \rangle}} = \frac{\pi}{2\sqrt{-\langle \rangle}} = \frac{\pi}{i} \left(\begin{array}{ccc} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} [M_{13}^2] & s_{15} [s_{35}] & \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{array} \right), \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$x_{13} = \frac{\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle [\langle 12 \rangle \chi_{13}^2 - \langle \rangle]}{\langle 2 \rangle^2 + [\langle 12 \rangle \chi_{13} - \sqrt{\langle 1 \rangle \langle 2 \rangle}]^2}.$$

В этих формулах все миноры вычисляются при $x_{13} = 0$. Видно, что вспомогательная переменная χ_{13} подчиняется распределению Коши, так как $-\langle \rangle / \langle 12 \rangle > 0$.

Если перейти к пределу $M_{13} \rightarrow \infty$, т. е. «заморозить» соответствующий пропагатор, то можно получить трехточечный якобиан:

$$\begin{aligned}
 \left(\begin{array}{ccc} & [s_3] & s_5 \\ s_{12} & [s_4] & s_6 \end{array} \right) &= \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 12 & \\ & \nearrow & \searrow \\ & 3 & 35 \\ & \searrow & \nearrow \\ & 4 & 6 \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 &= \frac{\pi \theta [\langle 2 \rangle \geq 0]}{2\sqrt{\langle 12 \rangle}} = \frac{\pi \theta \left[\lambda \left(\begin{array}{ccc} & s_3 & s_5 \\ s_{12} & s_4 & s_6 \end{array} \right) \geq 0 \right]}{2\sqrt{\lambda \left(\begin{array}{cc} & s_5 \\ s_{12} & s_6 \end{array} \right)}}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

С другими пропагаторами можно повторить ту же процедуру. Например, для линии 35:

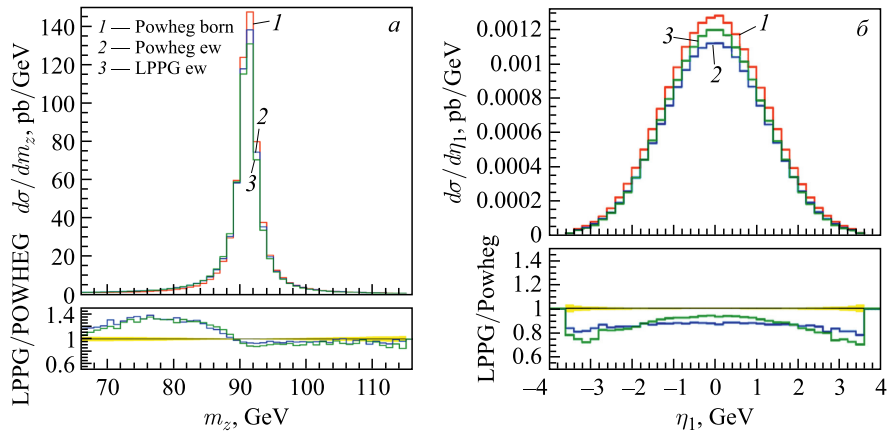
$$I_4 \begin{pmatrix} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} & M_{13}^2 & s_{15} & M_{35}^2 \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{pmatrix} = \int_{x_{35}^-}^{x_{35}^+} I_4 \begin{pmatrix} s_1 & [s_3] & s_5 \\ s_{12} & M_{13}^2 & s_{15} & x_{35} + M_{35}^2 \\ s_2 & [s_4] & s_6 \end{pmatrix} \frac{dx_{35}}{x_{35}} =$$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{\langle 14 \rangle}} \int_{x_{35}^-}^{x_{35}^+} \frac{d\chi_{35}}{\chi_{35}^2 - \frac{-\langle \rangle}{\langle 14 \rangle}} = \frac{\pi \operatorname{Arth} \frac{\sqrt{-\langle 24 \rangle} \langle \rangle}{\langle 2 \rangle}}{\sqrt{-\langle \rangle}}, \quad (7)$$

$$x_{35} = \frac{1}{2} \frac{\chi_{35}^2 \langle 14 \rangle + \langle \rangle}{\chi_{35} \langle 14 \rangle - \langle 1 \rangle}, \quad \chi_{35}^\pm = x_{35}^\pm + \sqrt{\frac{-\langle \rangle}{\langle 14 \rangle}} \Big|_{x_{35}=x_{35}^\pm}, \quad (8)$$

$$x_{35}^\pm = \frac{\langle 12 \rangle \pm \sqrt{\langle 12 \rangle \langle 24 \rangle}}{-\langle 124 \rangle}.$$

В этих формулах все миноры вычисляются при $x_{13} = 0$ и $x_{35} = 0$. Видно, что переменная χ_{35} подчиняется гиперболическому аналогу распределения Коши. При отсутствии инфракрасных сингулярностей оно легко генерируется.



Распределение инвариантной массы мюонной пары (а) и распределение псевдо-быстроты одного из мюонов (б). Красная линия (1) — древесное приближение (POWHEG); синяя линия (2) — ЭС поправки (POWHEG); зеленая линия (3) — ЭС поправки (LPPG). (Рисунок цветной в электронной версии)

Для иллюстрации работы нашего генератора приводим распределения основных наблюдаемых величин, измеряемых в процессе Дрелла–Яна, полученные с его помощью (рисунок). Внизу каждого графика приводятся предварительные результаты сравнения с генератором POWHEG.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлен генератор LPPG для моделирования процесса Дрелла–Яна в условиях экспериментов на ЛНС. В его основе лежит новый алгоритм выбора переменных для параметризации фазового пространства, позволяющий достичь высокой эффективности генерирования. LPPG дает возможность учесть электрослабые поправки первого порядка. Предварительный анализ показывает хорошее согласие с существующими программами.

Благодарности. Авторы выражают благодарность А. Арбузову, В. Зыкунову и А. Ильичеву за помощь в вопросах организации участия в сессии-конференции ОФН РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rijken P. J., van Neerven W. L.* // Phys. Rev. D. 1995. V. 51, No. 1. P. 44–63.
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.51.44>.
2. *Anastasiou C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91, No. 18. P. 182002;
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.182002>.
3. *Zykunov V. A.* // J. Phys. Conf. Ser. 2014. V. 523. P. 012053.
4. *Sadykov R. et al.* // Ibid. P. 012043.
5. *Li Ye., Petriello F.* // Phys. Rev. D. 2012. V. 86, No. 9. P. 094034.
6. *Catani S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103, No. 8. P. 082001;
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.082001>.
7. *Calame C. et al.* // JHEP. 2007. V. 2007. P. 109.
8. *Placzek W., Jadach S.* // Eur. Phys. J. C. 2003. V. 29. P. 325–339;
<http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s2003-01223-4>.
9. *Barze L. et al.* Neutral Current Drell–Yan with Combined QCD and Electroweak Corrections in the POWHEG BOX. 2013. hep-ph/1302.4606.
10. *Bernaciak C., Wackerth D.* // Phys. Rev. D. V. 85, No. 9. P. 093003.
11. *Barze L. et al.* Implementation of Electroweak Corrections in the POWHEG BOX: Single W Production. 2012. hep-ph/1202.0465.
12. *Frixione S., Webber B. R.* // JHEP. 2002. V. 2002. P. 029; <http://stacks.iop.org/1126-6708/2002/i=06/a=029>.

13. *Lepage G. P.* // J. Comp. Phys. 1978. V. 27. P. 192.
14. *Ohl T.* // Comp. Phys. Commun. 1999. V. 120. P. 13–19; <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001046559900209X>.
15. *Jadach S.* // Comp. Phys. Commun. 2003. V. 152. P. 55–100.
16. *Afanasev A. et al.* // Comp. Phys. Commun. 2007. V. 176. P. 218–231; <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465506003699>.
17. *Akushevich I. et al.* // Comp. Phys. Commun. 2012. V. 183. P. 1448–1467; <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512000306>.
18. *Byckling E., Kajantie K.* Particle Kinematics. Wiley, 1973.
19. *Melrose D. B.* // Nuovo Cim. A. 1965. V. 40. P. 181–213; <http://dx.doi.org/10.1007/BF02832919>.