

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ С ФЕРРОМАГНЕТИКОМ

Ю. М. Шукринов^{1, 2, *}, И. Р. Рахмонов^{1, 3, **}

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Государственный университет «Дубна», Дубна

³ Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН РТ, Душанбе

Представлены результаты исследования ферромагнитного резонанса в φ_0 -переходе, в котором разность фаз непосредственно связана с магнитным моментом в барьере. Рассчитаны вольт-амперные характеристики, зависимости среднего сверхпроводящего тока от базового тока и напряжения, а также зависимости максимальной амплитуды компонент намагниченности от приложенного напряжения при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия. В качестве эффекта связи между намагниченностью и спин-орбитальным взаимодействием демонстрируется возникновение постоянной компоненты сверхпроводящего тока, и выясняется роль связи в преобразовании IV-характеристик в резонансной области. Представленные результаты могут быть использованы для разработки новых резонансных методов определения параметра спин-орбитальной связи в нецентросимметричных материалах.

The results of an investigation of ferromagnetic resonance in the φ_0 junction, in which the phase difference is directly related to the magnetic moment in the barrier, are presented. We calculated the current–voltage characteristics, the dependences of the average superconducting current on the bias current and voltage, as well as the dependences of the maximum amplitude of the magnetization components on the applied voltage at various values of the spin-orbit interaction parameter. As a coupling effect between magnetization and spin-orbit interaction, we demonstrate the appearance of a constant component of the superconducting current and find out the role of the coupling in the transformation of IV characteristics in the resonance region. The presented results can be used to develop new resonance methods for determining the spin-orbit coupling parameter in noncentrosymmetric materials.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

*E-mail: shukrinov@theor.jinr.ru

**E-mail: rahmonov@theor.jinr.ru

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое внимание привлекают модели, описывающие взаимодействие сверхпроводящего тока и магнитного момента в различных структурах типа «сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник», которые важны для ряда задач сверхпроводниковой спинтроники [1–4]. Как отмечалось в работе [1], исследования в области спинтроники позволяют понять фундаментальные спин-зависящие явления, а также развить приложения для новых компьютерных технологий. В частности, контролирование магнитного состояния сверхпроводимостью открывает новые возможности для развития ультрабыстрой криогенной памяти.

Связь джозефсоновского тока и намагниченности может быть обусловлена различными механизмами. Так, спин-орбитальное взаимодействие типа Рабши в ферромагнетике с нарушенной симметрией инверсии приводит к фазовому сдвигу в джозефсоновском переходе, пропорциональному магнитному моменту в барьере. В результате возникает так называемый φ_0 -переход, в котором разность фаз непосредственно связана с магнитным моментом в барьере [5, 6], что обуславливает уникальные возможности управления магнитными свойствами барьера посредством сверхпроводящего тока, а также, в свою очередь, возможность влияния на джозефсоновский ток магнитным моментом барьера [1–11]. В работах [3, 6] сообщалось о возможности переориентации легкой оси намагниченности при наличии спин-орбитальной связи. В предположении начального положения легкой оси вдоль оси z было продемонстрировано, что под действием сверхпроводящего тока стабильной ориентацией намагниченности становится определенное направление между осями z и y , в зависимости от параметров системы. Полученные результаты открывают возможность для разработки эффективного метода определения величины спин-орбитального взаимодействия в ферромагнитных металлах.

φ_0 джозефсоновский переход с ток-фазовым соотношением, обладающим сдвигом фазы, пропорциональным магнитному моменту, перпендикулярному градиенту асимметричного спин-орбитального потенциала, демонстрирует ряд уникальных свойств, важных для сверхпроводниковой спинтроники и современных информационных технологий. В работе [12] нами было показано, что изменение тока вдоль вольт-амперной характеристики (ВАХ) φ_0 -перехода может приводить как к регулярной, так и к хаотической динамике намагниченности с различными специфическими фазовыми траекториями. Происхождение этих траекторий обусловлено прямой связью между магнитным моментом и джозефсоновским током, возникающим в таких переходах, и ферромагнитным резонансом (ФМР), при котором джозефсоновская частота совпадает с ферромагнитной. Было также продемонстрировано, что с помощью внешнего электромагнитного поля можно контролировать ди-

намику магнитного момента в пределах интервала тока, соответствующего ступеньке Шапиро, и производить топологические преобразования определенных траекторий прецессии. Одним из замечательных эффектов, реализующихся в φ_0 -переходе, является обусловленное связью между намагниченностью и спин-орбитальным взаимодействием возникновение не зависящей от времени компоненты сверхпроводящего тока [6].

В работе [13] исследован переворот магнитного момента в φ_0 -джозефсоновском переходе. На основе результатов численного моделирования динамики компонент магнитного момента под действием импульсного сигнала тока продемонстрирован полный переворот магнитного момента при различных параметрах джозефсоновского перехода и параметрах сигнала. Были получены подробные результаты, представляющие интервалы параметра затухания α , отношения джозефсоновской энергии к магнитной энергии G и параметра спин-орбитальной связи r с полным переворотом магнитного момента. Была обнаружена периодичность появления интервалов переворота при увеличении отношения джозефсоновской энергии к магнитной энергии.

В настоящей работе нами исследовано влияние связи между намагниченностью и спин-орбитальным взаимодействием на фазовую динамику и особенности ферромагнитного резонанса в φ_0 -переходе. На основе прецизионных численных расчетов продемонстрировано проявление ферромагнитного резонанса на ВАХ φ_0 -перехода, на зависимости среднего значения сверхпроводящего тока от базового тока и на зависимости максимальной амплитуды m_y^{\max} от среднего напряжения, а также на зависимости максимального и минимального значений амплитуды m_y от величины базового тока. Нами показано, что учет гильбертовского затухания приводит к постоянному вкладу в джозефсоновский ток. Этот вклад зависит от величины спин-орбитального взаимодействия r и отношения джозефсоновской энергии к магнитной G и отсутствует при $\alpha = 0$. Наличие данного постоянного джозефсоновского тока при постоянном напряжении V , приложенном к переходу, означает наличие диссипативного режима, что открывает возможность его экспериментального обнаружения.

1. МОДЕЛЬ

В джозефсоновских переходах с тонким ферромагнитным слоем (F -слой) сверхпроводящая разность фаз и намагниченность F -слоя являются двумя связанными динамическими переменными. Система уравнений, описывающая динамику этих переменных, образуется из уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) и соотношений Джозефсона для разности фаз и тока. В частности, динамика намагниченности нашей системы описывается уравнением Ландау–Лифшица–Гильберта с эффективным полем, зависящим от разно-

сти фаз:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}}{dt} &= -\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M_0} \left(\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right), \\ \mathbf{H}_{\text{eff}} &= \frac{K}{M_0} \left[Gr \sin \left(\varphi - r \frac{M_y}{M_0} \right) \hat{\mathbf{y}} + \frac{M_z}{M_0} \hat{\mathbf{z}} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где γ — гиромагнитное отношение; α — феноменологический параметр диссипации; φ — разность фаз между сверхпроводниками вдоль перехода; $M_0 = \|\mathbf{M}\|$, $G = E_J/(KV)$, K — постоянная анизотропии; V — объем F -слоя; $r = lv_{\text{so}}/v_F$ — параметр спин-орбитального взаимодействия, v_{so}/v_F характеризует интенсивность спин-орбитального взаимодействия; v_F — скорость Ферми, $l = 4hL/\hbar v_F$, L — длина F -слоя, h обозначает обменное поле в ферромагнитном слое.

Основываясь на уравнениях для джозефсоновского перехода и магнитной системы, мы можем переписать полную систему уравнений (используемую в наших численных расчетах) в нормированных единицах

$$\begin{aligned} \dot{m}_x &= \frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left\{ -m_y m_z + Gr m_z \sin(\varphi - r m_y) - \right. \\ &\quad \left. - \alpha [m_x m_z^2 + Gr m_x m_y \sin(\varphi - r m_y)] \right\}, \\ \dot{m}_y &= \frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left\{ m_x m_z - \alpha [m_y m_z^2 - Gr(m_z^2 + m_x^2) \sin(\varphi - r m_y)] \right\}, \\ \dot{m}_z &= \frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \left\{ -Gr m_x \sin(\varphi - r m_y) - \right. \\ &\quad \left. - \alpha [Gr m_y m_z \sin(\varphi - r m_y) - m_z (m_x^2 + m_y^2)] \right\}, \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{\beta_c} \left[I - V + r \frac{dm_y}{dt} - \sin(\varphi - r m_y) \right], \quad \frac{d\varphi}{dt} = V, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\beta_c = 2eI_c CR^2/\hbar$ — параметр Маккамбера, $m_i = M_i/M_0$ для $i = x, y, z$, и $\omega_F = \Omega_F/\omega_c$ с частотой ферромагнитного резонанса $\Omega_F = \gamma K/M_0$ и характеристической частотой $\omega_c = 2eRI_c/\hbar$. Здесь время нормировано на ω_c^{-1} , внешний ток I нормирован на I_c и напряжение V на $V_c = I_c R$. Данная система уравнений решается численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка, и $m_i(t)$, $V(t)$ и $\varphi(t)$ определяются как функции времени и внешнего тока I . После процедуры усреднения [14, 15] вычисляется вольт-амперная характеристика при фиксированных параметрах системы [12]. Чтобы следовать оценкам, приведенным в работе [6] для параметра r , который определяется величинами спин-орбитального взаимодействия и обменного поля, мы в наших расчетах для r используем значения от 0,1 до 1.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

На основе решений системы уравнений (2) определялась динамика компонент намагниченности и рассчитывалась ВАХ φ_0 -перехода. Параметры расчета приведены на рис. 1. При каждом значении базового тока нами определялись максимальное и минимальное значения компонент намагниченности, в частности m_y^{\max} и m_y^{\min} . На рис. 1, *а* представлена ВАХ джозефсоновского φ_0 -перехода, которая демонстрирует специфическое поведение в окрестности, где джозефсоновская частота совпадает с ферромагнитной, т. е. в области ферромагнитного резонанса. Зависимость среднего значения сверхпроводящего тока от величины базового тока, представленная на рис. 1, *б*, также демонстрирует проявление ферромагнитного резонанса в виде максимума при $I = 0,5$. Ферромагнитный резонанс проявляет себя ясно на зависимости макс-

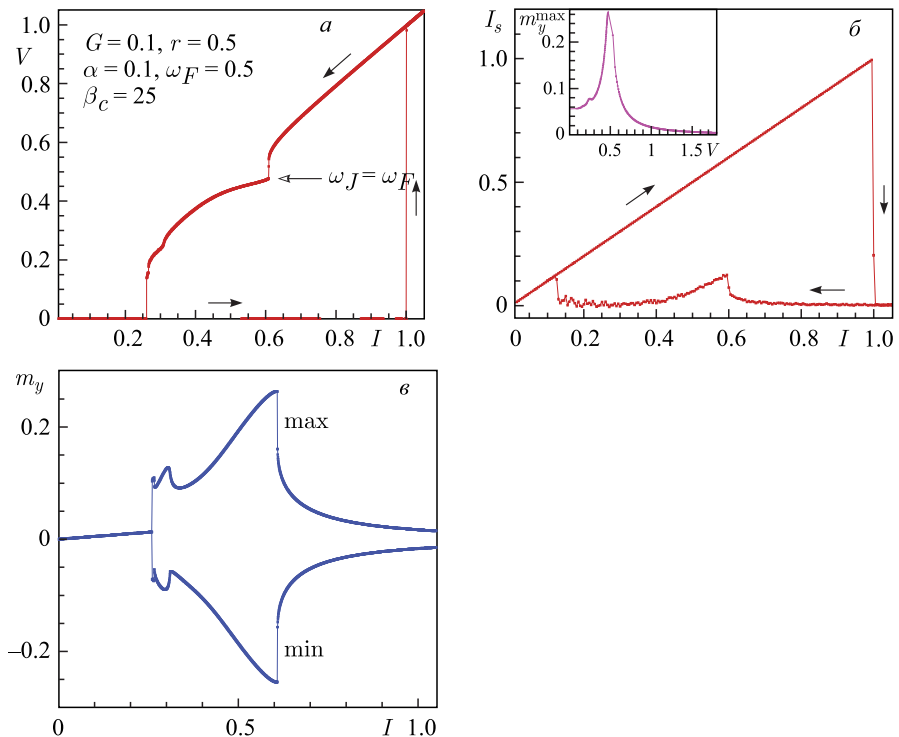


Рис. 1. *а*) Проявление ферромагнитного резонанса на ВАХ φ_0 -перехода; *б*) зависимость среднего значения сверхпроводящего тока от базового тока. На вставке показана зависимость максимальной амплитуды m_y^{\max} от среднего напряжения, где наблюдается резонансный пик; *в*) зависимость максимального и минимального значений амплитуды m_y от величины базового тока

симального значения амплитуды осцилляций m_y от напряжения, которая показана на вставке к рисунку. ФМР проявляется в виде роста максимальных и минимальных значений амплитуды осцилляций компоненты намагниченности m_y на токовой зависимости, представленной на рис. 1, в. Таким образом, на основе возникновения специфических особенностей на вольт-амперной характеристике и токовой зависимости максимальных и минимальных значений амплитуды осцилляций компонент намагниченности, отражающих проявление ферромагнитного резонанса, нами продемонстрировано взаимное влияние джозефсоновского тока и прецессии намагниченности в ферромагнитном слое в φ_0 -переходе.

Нами исследовано влияние величины спин-орбитальной связи на проявление ферромагнитного резонанса на вольт-амперной характеристике. На рис. 2 показаны части вольт-амперных характеристик φ_0 -перехода для $G = 0,1$, $\alpha = 0,1$, $\omega_F = 0,5$ при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия.

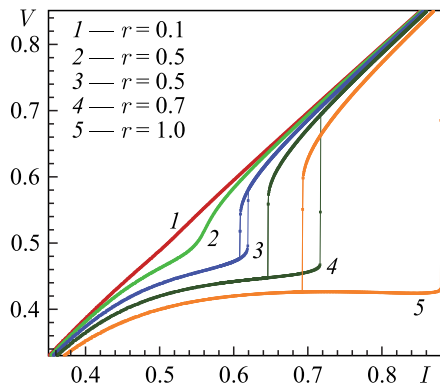


Рис. 2. Демонстрация проявления ферромагнитного резонанса на вольт-амперной характеристике. Показаны части вольт-амперных характеристик φ_0 -перехода для $G = 0,1$, $\alpha = 0,1$, $\omega_F = 0,5$ при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия

На основании представленных результатов можно отметить, что изменение параметров джозефсоновского перехода и ферромагнитного слоя в системе с затуханием может привести к достаточно сильной связи между сверхпроводящим током и намагниченностью. Проявление такого взаимодействия на IV-характеристике перехода φ_0 вблизи ферромагнитного резонанса представлено на данном рисунке. Вклад постоянного тока в джозефсоновский ток проявляется здесь как отклонение IV-кривой от линейной зависимости в резонансной области. Отметим, что наблюдаемая особенность на ВАХ в области резонанса фактически отражает возникновение резонансной ветви, что

подчеркивается возникновением соответствующего гистерезиса при значениях $r = 0,5$, $r = 0,7$ и $r = 1$. С увеличением параметра спин-орбитальной связи скорость нарастания амплитуды магнитного момента возрастает и, соответственно, увеличивается длина резонансной ветви на ВАХ. Механизм возникновения данной ветви аналогичен механизму в шунтированных джозефсоновских переходах при параллельном резонансе [16, 17], а также возникновению резонансной ветви на ВАХ двухконтактного СКВИДа [18, 19].

Соответствующие зависимости m_y^{\max} от напряжения при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия показаны на рис. 3. Влияние спин-орбитального взаимодействия на резонансный характер представленной зависимости m_y^{\max} от напряжения при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия может послужить теоретическим обоснованием для разработки экспериментального метода определения интенсивности спин-орбитальной связи в нецентросимметричных материалах.

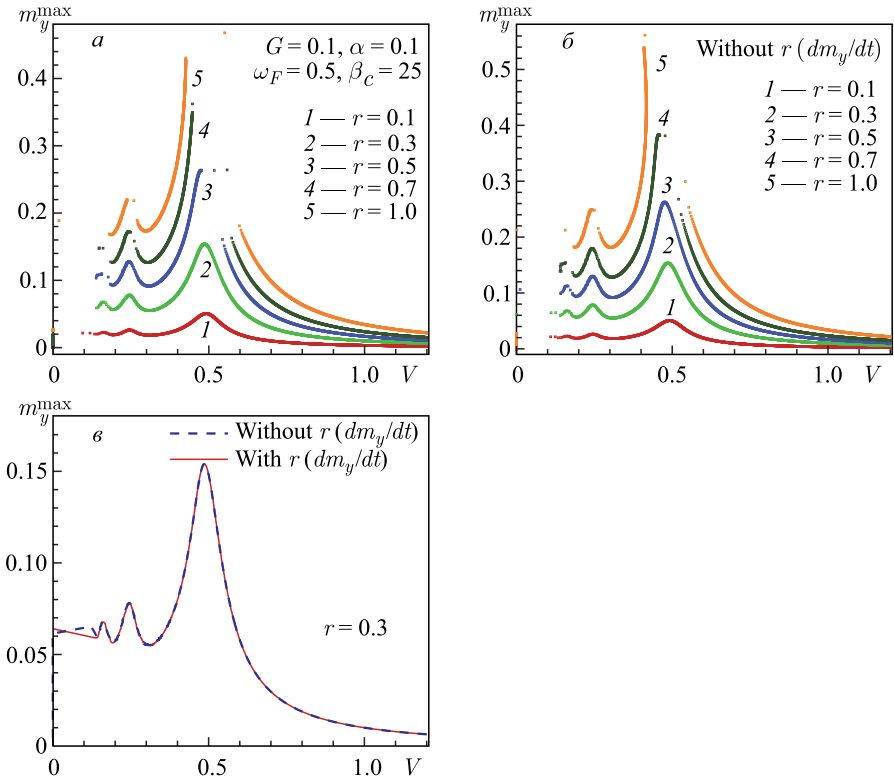


Рис. 3. а) Зависимость максимальной амплитуды m_y^{\max} от напряжения при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия r ; б) то же самое без учета члена $r(dm_y/dt)$; в) сопоставление результатов на рис. а и б при $r = 0,3$

Отметим, что в уравнении RCSJ-модели (четвертое уравнение в системе (2)), описывающей динамику φ_0 -перехода, разность фаз φ заменяется на $\varphi - r\varphi_0$ для сохранения калибровочной инвариантности. Ее учет приводит к дополнительному члену $r(dm_y/dt)$ в уравнении RCSJ-модели, которым пренебрегалось в работе [12]. На рис. 3, б представлены результаты без учета этого члена. Как мы видим, его вклад не меняет качественной картины описываемого нами явления при малых значениях параметра спин-орбитальной связи r . Вплоть до значений порядка $r = 0,5$ зависимости m_y^{\max} от V в обоих случаях практически совпадают. На рис. 3, в приведено сопоставление результатов при $r = 0,3$.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ СОПОСТАВЛЕНИЕ С ЧИСЛЕННЫМИ РАСЧЕТАМИ

В данном разделе мы приводим сопоставление результатов численных расчетов с аналитическими результатами, полученными на основе линеаризации уравнения ЛЛГ в приближении малости параметров спин-орбитального взаимодействия r и отношения джозефсоновской энергии к энергии магнитной анизотропии G . В работе [6] динамика системы исследовалась в приближении $\hbar\omega_J \ll T_c$, т. е. когда энергия джозефсоновского перехода и величина сверхпроводящего тока определяются фиксированной джозефсоновской частотой ω_J . В этом случае джозефсоновскую фазу φ можно заменить на $\omega_J t$. Это совпадает с одной выбранной точкой на ВАХ джозефсоновского перехода. В этом приближении ток смещения не учитывается, что позволяет обеспечить сравнение численных результатов с аналитическими.

Рассмотрим вначале магнитную динамику системы (2) в случае без диссипации ($\alpha = 0$) и режим «слабой связи» $G \ll 1$, т. е. энергия Джозефсона E_J мала по сравнению с магнитной энергией E_M . При фиксированном напряжении последние два уравнения в (2) приводят к линейной временной зависимости разности фаз $\varphi = Vt$ (джозефсоновский переход с напряжением). В нашей нормировке $V = \omega_J$, поэтому мы имеем $\varphi = \omega_J t$. Если другие компоненты удовлетворяют условиям $(m_x, m_y) \ll 1$, то уравнения (2) могут быть линеаризованы

$$\begin{cases} \dot{m}_x = \omega_F [-m_y + Gr \sin(\omega_J t)], \\ \dot{m}_y = \omega_F m_x \end{cases} \quad (3)$$

и соответствующими решениями являются

$$m_x = \frac{Gr\omega_J\omega_F \cos\omega_J t}{\omega_F^2 - \omega_J^2} \quad \text{и} \quad m_y = \frac{Gr\omega_F^2 \sin\omega_J t}{\omega_F^2 - \omega_J^2}. \quad (4)$$

Таким образом, магнитный момент прецессирует вокруг оси z . Прецессирующий магнитный момент влияет на ток φ_0 -перехода

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_c} &= \sin(\omega_J t - r m_y) = \sin\left(\omega_J t - r \frac{Gr\omega_F^2 \sin\omega t}{\omega_F^2 - \omega_J^2}\right) = \\ &= \sin\omega_J t + \frac{Gr^2}{2} \frac{\omega_F^2}{\omega_J^2 - \omega_F^2} \sin 2\omega_J t + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

где мы учли, что $(Gr^2\omega_F^2)/(\omega_F^2 - \omega_J^2) \ll 1$. Таким образом, в дополнение к колебаниям первой гармоники ток содержит вклады более высоких гармоник. Амплитуда гармоник увеличивается вблизи резонанса и меняет знак, когда $\omega_J = \omega_F$. Таким образом, мониторинг второй гармоники осцилляций тока будет проявлять динамику магнитной системы.

Важную роль в динамике рассматриваемой системы играет диссипация, учет которой приводит к постоянному вкладу в джозефсоновский ток. Вблизи резонанса $\omega_J \approx \omega_F$ условия линеаризации, приводящие к уравнениям (4), нарушаются и необходимо учитывать диссипацию. В этом случае [6] линеаризация уравнения ЛЛГ в системе (2) при учете $m_z \approx 1$ и при пренебрежении квадратичными членами m_x и m_y дает

$$\begin{cases} \dot{m}_x = \frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \{-m_y + Gr \sin\omega_J t - \alpha m_x\}, \\ \dot{m}_y = \frac{\omega_F}{1 + \alpha^2} \{m_x - \alpha[m_y - Gr \sin\omega_J t]\}. \end{cases} \quad (6)$$

Соответствующее выражение для m_y при наличии диссипации принимает вид

$$m_y(t) = \frac{\omega_+ - \omega_-}{r} \sin\omega_J t - \frac{\alpha_+ + \alpha_-}{r} \cos\omega_J t, \quad (7)$$

где

$$\omega_{\pm} = \frac{Gr^2 \omega_J \pm \omega_F}{2\omega_F \Omega_{\pm}} \quad \text{и} \quad \alpha_{\pm} = \frac{Gr^2 \alpha \omega_J}{2\omega_F \Omega_{\pm}} \quad (8)$$

с $\Omega_{\pm} = ((\omega_J \pm \omega_F)^2 + (\alpha\omega_J)^2)/(\omega_F^2)$. Таким образом, m_y демонстрирует резонанс с диссипацией при подстройке джозефсоновской частоты к ферромагнитной ($\omega_J \rightarrow \omega_F$). Кроме того, диссипация приводит к возникновению колебаний фазы $m_y(t)$ (член, пропорциональный $\cos\omega_J t$ в уравнении (7)). В результате сверхпроводящий ток

$$I(t) = I_c \sin\omega_J t - I_c \frac{\omega_+ - \omega_-}{2} \sin 2\omega_J t + I_c \frac{\alpha_+ + \alpha_-}{2} \cos 2\omega_J t + I_0(\alpha) \quad (9)$$

содержит не зависящую от времени (dc) компоненту

$$I_0(\alpha) = \frac{\alpha Gr^2 \omega_J}{4\omega_F} \left(\frac{1}{\Omega_-} + \frac{1}{\Omega_+} \right). \quad (10)$$

Наличие данного dc -вклада показывает, что гильбертовское затухание играет важную роль в динамике φ_0 -перехода. Этот вклад зависит от величины спин-орбитального взаимодействия r и отношения джозефсоновской энергии к магнитной G и отсутствует при $\alpha = 0$.

С другой стороны, наличие данного постоянного джозефсоновского тока при постоянном напряжении V , приложенном к переходу, означает наличие диссипативного режима, который может быть легко обнаружен экспериментально. Возникновение пика постоянного тока вблизи резонанса напоминает возникновение ступеньки Шапиро в джозефсоновских переходах во внешнем электромагнитном поле. Обратим внимание, что наличие второй гармоники в $I(t)$ в уравнении (9) должно также приводить к полудельным ступенькам Шапиро на вольт-амперных характеристиках φ_0 -переходов [20]. Следует отметить, что приведенное аналитическое рассмотрение было проведено в работе [6], однако с неверным знаком в уравнении ЛЛГ, что привело к отличиям от настоящей работы результатов.

На рис. 4, *а* приведены зависимость максимальной амплитуды m_y^{\max} от напряжения, рассчитанная на основе системы уравнений (2), и аналитическая зависимость $m_y(\omega_J)$ согласно формуле (7).

На рис. 4, *б* приведены зависимость сверхпроводящего тока I_s от напряжения, рассчитанная на основе системы уравнений (2), и аналитическая зависимость $I_0(\omega_J)$ согласно формуле (10). Как мы видим, численные и аналитические результаты достаточно хорошо соответствуют друг другу. Подчеркнем, что в численных расчетах не используются никакие приближения по сравнению с аналитическими (где используется режим слабой связи и

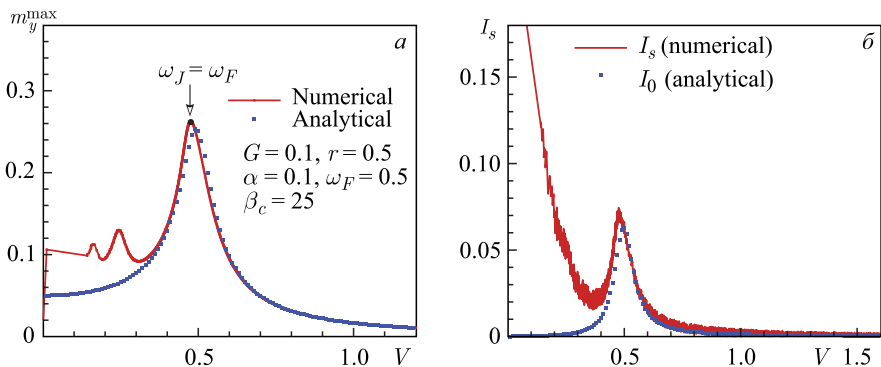


Рис. 4. *а*) Зависимость максимальной амплитуды m_y^{\max} от напряжения, рассчитанная на основе системы уравнений (2), и аналитическая зависимость $m_y(\omega_J)$ согласно формуле (7); *б*) зависимость сверхпроводящего тока I_s от напряжения, рассчитанная на основе системы уравнений (2), и аналитическая зависимость $I_0(\omega_J)$ согласно формуле (10)

рассматривается случай $m_x, m_y \ll 1$). Это проявляется в характерных особенностях при $V \approx 0,25$ и $V \approx 0,16$ на численно моделируемой зависимости $m_y^{\max}(V)$, что отражает возникновение гармоник ферромагнитного резонанса при $\omega_J = \omega_F/2$ и $\omega_J = \omega_F/3$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы особенности ферромагнитного резонанса в φ_0 -переходе с прямой связью между сверхпроводящей разностью фаз и магнитным моментом в ферромагнитном барьере. На основе прецизионных численных расчетов продемонстрировано проявление ферромагнитного резонанса на ВАХ φ_0 -перехода, зависимости среднего значения сверхпроводящего тока от базового тока и зависимости максимальной амплитуды m_y^{\max} от среднего напряжения, а также зависимости максимального и минимального значений амплитуды m_y от величины базового тока. Важную роль в динамике рассматриваемой системы играет гильбертовское затухание, учет которого приводит к постоянному вкладу в джозефсоновский ток. Этот вклад зависит от величины спин-орбитального взаимодействия r и отношения джозефсоновской энергии к магнитной G и отсутствует при $\alpha = 0$. Наличие данного постоянного джозефсоновского тока при постоянном напряжении V , приложенном к переходу, означает наличие диссипативного режима, что открывает возможность его экспериментального обнаружения. Представленные результаты, касающиеся вольт-амперных характеристик φ_0 -перехода, зависимости максимальной амплитуды m_y^{\max} от среднего напряжения, а также зависимости максимального и минимального значений амплитуды m_y от величины базового тока при различных значениях параметра спин-орбитального взаимодействия могут быть использованы для разработки новых резонансных методов его определения в нецентросимметричных материалах.

Благодарности. Авторы выражают благодарность А. А. Мазанику за плодотворное обсуждение результатов работы. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 18-02-00318 и 18-52-45011. Численные расчеты в данной работе выполнены за счет гранта РНФ (проект 18-71-10095).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Golubov A., Kupriyanov M. Yu. Superconductivity: Controlling Magnetism // Nature Materials. 2017. V. 16. P. 156–157.
2. Linder J., Jason Robinson W. A. Superconducting Spintronics // Nat. Phys. 2015. V. 11. P. 307.

3. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R., Sengupta K., Buzdin A.* Magnetization Reversal by Superconducting Current in φ_0 Josephson Junctions // *Appl. Phys. Lett.* 2017. V. 110. P. 182407.
4. *Cai L., Garanin D. A., Chudnovsky E. M.* Reversal of Magnetization of a Single-Domain Magnetic Particle by the *ac* Field of Time-Dependent Frequency // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 87. P. 024418.
5. *Buzdin A.* Direct Coupling between Magnetism and Superconducting Current in the Josephson φ_0 -Junction // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 107005.
6. *Konschelle F., Buzdin A.* Magnetic Moment Manipulation by a Josephson Current // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. P. 017001; Erratum *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 123. P. 169901.
7. *Žutić I., Fabian J., Das Sarma S.* Spintronics: Fundamentals and Applications // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76. P. 323.
8. *Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Ilichev E.* The Current-Phase Relation in Josephson Junctions // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76. P. 411.
9. *Buzdin A. I.* Proximity Effects in Superconductor-Ferromagnet Heterostructures // *Rev. Mod. Phys.* 2005. V. 77. P. 935.
10. *Mai S., Kandelaki E., Volkov A. F., Efetov K. B.* Interaction of Josephson and Magnetic Oscillations in Josephson Tunnel Junctions with a Ferromagnetic Layer // *Phys. Rev. B.* 2011. V. 84. P. 144519.
11. *Cai L., Chudnovsky E. M.* Interaction of a Nanomagnet with a Weak Superconducting Link // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 82. P. 104429.
12. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R., Sengupta K.* Ferromagnetic Resonance and Magnetic Precessions in φ_0 Junctions // *Phys. Rev. B.* 2019. V. 99. P. 224513.
13. *Атанасова П. Х., Панайотова С. А., Рахмонов И. П., Шукринов Ю. М., Земляная Е. В., Баиашин М. В.* Периодичность в возникновении интервалов переворота магнитного момента φ_0 -перехода // *Письма в ЖЭТФ.* 2019. Т. 110. С. 736–740.
14. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F., Pedersen N. F.* Investigation of the Breakpoint Region in Stacks with a Finite Number of Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 75. P. 104508.
15. *Buckel W., Kleiner R.* Superconductivity: Fundamentals and Applications. 2nd ed. Wiley-VCH, 2004. 475 p.
16. *Шукринов Ю. М., Рахмонов И. П., Куликов К. В.* Двойной резонанс в системе связанных джозефсоновских переходов // *Письма в ЖЭТФ.* 2012. Т. 96. С. 657–664.
17. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R., Kulikov K. V., Botha A. E., Plecenik A., Seidel P., Nawrocki W.* Modelling of LC-Shunted Intrinsic Josephson Junctions in High-Tc Superconductors // *Supercond. Sci. Technol.* 2017. V. 30. P. 024006.
18. *Schmidt W.-D., Seidel P., Heinemann S.* On the Resonance Behaviour of a Thin Film DC-SQUID // *Phys. Status Solidi A.* 1985. V. 91. P. K155.
19. *Рахмонов И. П., Шукринов Ю. М., Давуд Р.* Динамика СКВИДа с топологически нетривиальными барьерами // *Письма в ЖЭТФ.* 2016. Т. 103. С. 444–447.
20. *Sellier H., Baraduc C., Lefloch F., Calemczuk R.* Half-Integer Shapiro Steps at the 0 - π Crossover of a Ferromagnetic Josephson Junction // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 92. P. 257005.