

## QUANTUM SPEED LIMITS FOR TIME EVOLUTION OF A SYSTEM SUBSPACE

*S. Albeverio*<sup>1,\*</sup>, *A. K. Motovilov*<sup>2,3,\*\*</sup>

<sup>1</sup> Institute for Applied Mathematics and Hausdorff Center  
for Mathematics (HCM), University of Bonn, Bonn, Germany

<sup>2</sup> Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

<sup>3</sup> Dubna State University, Dubna, Russia

One of the fundamental physical limits on the speed of time evolution of a quantum state is known in the form of the celebrated Mandelstam–Tamm inequality. This inequality gives an answer to the question on how fast an isolated quantum system can evolve from its initial state to an orthogonal one. In its turn, the Fleming bound is an extension of the Mandelstam–Tamm inequality that gives an optimal speed bound for the evolution between nonorthogonal initial and final states. In the present work, we are concerned not with a single state but with a whole (possibly infinite-dimensional) subspace of the system states that are subject to the Schrödinger evolution. By using the concept of maximal angle between subspaces, we derive an optimal estimate on the speed of such a subspace evolution that may be viewed as a natural generalization of the Fleming bound.

Одно из фундаментальных физических ограничений на скорость временной эволюции квантового состояния задается известным неравенством Мандельштама–Тамма. Это неравенство отвечает на вопрос, как быстро изолированная квантовая система может перейти из начального состояния в состояние, ортогональное начальному. В свою очередь, оценка Флеминга представляет собой обобщение неравенства Мандельштама–Тамма, задающее верхнюю границу для скорости эволюции между неортогональными начальным и конечным состояниями. Шредингеровская эволюция изучается уже не для отдельного состояния, а для целого подпространства (возможно, бесконечномерного) в пространстве состояний квантовой системы. С использованием понятия максимального угла между подпространствами устанавливается оптимальная оценка скорости эволюции такого подпространства. Полученный результат может рассматриваться как естественное обобщение оценки Флеминга.

PACS: 03.65.Xp; 03.65.Vf; 03.67.Lx

---

\* E-mail: albeverio@uni-bonn.de

\*\* E-mail: motovilv@theor.jinr.ru