

ПОСТОЯННАЯ ХАББЛА В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

В. Воронюк, Е. Э. Коломейцев, Н. В. Коломоец,
О. В. Теряев, Н. С. Цегельник*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Представлены предварительные результаты для временных зависимостей микроскопической постоянной Хаббла, соответствующей пионам и нуклонам, родившимся в столкновении двух ядер золота при $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ и $b = 7,5$ фм. Данные смоделированы в рамках PHSD-модели. Детально рассмотрен используемый обычно в литературе метод определения параметра Хаббла путем фитирования профиля скорости. Предложен новый метод, состоящий в анализе статистического распределения дивергенции поля скорости и нахождении постоянной Хаббла как положения определенного пика распределения. Выполнено сравнение методов.

Preliminary results on determination of the microscopic Hubble constant for pions and nucleons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 7.8$ GeV for a range of times and $b = 7.5$ fm are presented. The data are simulated within PHSD model. A typically used method based on the fit of the velocity profile is considered in detail. Also, a new method for determination of the Hubble parameter is proposed. It consists in the analysis of the statistical distribution of the divergence of the velocity field and getting the Hubble parameter as a position of a particular peak of the distribution. A comparison of the methods is done.

PACS: 25.75.-q; 25.75.Ld

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что эволюция материи, рожденной в столкновениях тяжелых ионов — файерболла, — очень похожа на эволюцию Вселенной, которая изучается в космологии. Ключевым параметром при описании расширения Вселенной является постоянная Хаббла. Подобный параметр можно ввести и для описания расширения файерболла — его обычно называют микроскопическая постоянная Хаббла [1, 2]. Изучению этого параметра и посвящена данная работа. В дальнейшем для краткости мы будем называть его просто постоянной Хаббла.

Закон Хаббла [3]

$$\mathbf{v} = H \mathbf{r}, \quad (1)$$

* E-mail: nkolomoyets@jinr.ru

давно известный в астрономии, стал применяться к описанию столкновений тяжелых ионов только в начале нашего века [4, 5]. На сегодняшний день постоянная Хаббла активно изучается в рамках кинетических моделей [5–7]. В них она, как правило, определяется путем фитирования профиля скорости линейной функцией. Однако стоит отметить, что в этих работах основной упор сделан на качественное описание расширения файерболла.

Целью данной работы является аккуратное определение постоянной Хаббла для последовательности моментов времени в течение столкновения тяжелых ядер с использованием данных моделирования. Для этого выполнена систематизация метода фитирования, а также разработан новый метод нахождения постоянной Хаббла через дивергенцию поля скорости.

Моделируется столкновение ядер золота при $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ и прицельном параметре $b = 7,5$ фм в рамках модели PHSD [8, 9] с использованием процедуры флюидизации. Последнее означает, что пространство, занимаемое файерболлом, дискретизируется введением трехмерной решетки, и базовыми элементами материи при этом являются ячейки решетки, а не отдельные частицы. В частности, вместо скоростей отдельных частиц рассматривается поле скоростей, определенное на решетке.

Из расчетов следует, что пространство, занимаемое файерболлом, можно разбить на две области: интересующую нас область, которая расширяется линейно, и область, где скорость меняется с расстоянием намного медленнее. Эта вторая область, по-видимому, соответствует области фризаута, хотя это еще предстоит выяснить. Даже если скорость в ней линейна по координате, мы ее не учитываем. Разделение этих областей упрощается при рассмотрении продольной компоненты скорости. В дальнейшем объяснения в основном делаем именно для нее. Для поперечных компонент после исключения области фризаута процедуры будут аналогичны.

НАХОЖДЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ХАББЛА ИЗ ФИТИРОВАНИЯ СКОРОСТИ

Наиболее очевидный способ получения постоянной Хаббла — фитирование профиля скорости (его линейных участков) линейной функцией

$$v_z = Hz + v_0, \quad (2)$$

где H — это постоянная Хаббла, а v_0 отвечает за смещение центра расширения (см. ниже). Мы выполняем такое фитирование для каждой пары координат x и y при фиксированном моменте времени, а потом усредняем результат по поперечным координатам.

Важный момент здесь — это выбор подходящего участка профиля. Дело в том, что профиль скорости в общем случае нелинейный и не симметричный ни относительно начала координат, ни относительно оси z . Последнее становится понятным, если посмотреть на пространственное

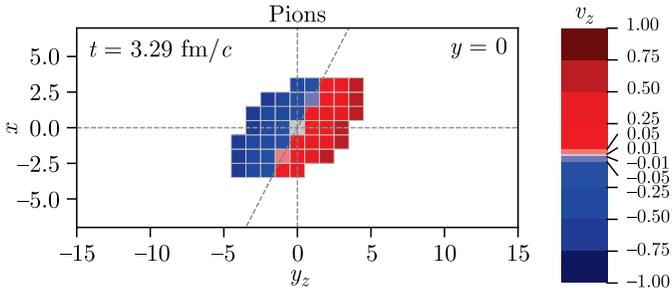


Рис. 1. Пример сечения пространственного распределения v_z . Наклонная линия подчеркивает поверхность $v_z = 0$ (Au + Au, $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ, $b = 7,5$ фм)

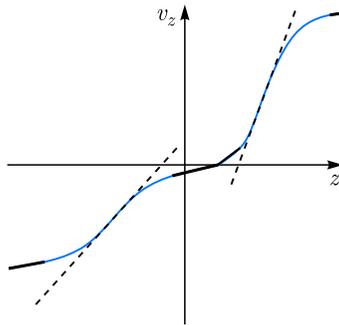


Рис. 2. Схематическое изображение компоненты скорости v_z как функции z при фиксированных x и y (сплошная тонкая кривая). Штриховые прямые проходят через области, используемые для нахождения постоянной Хаббла. Остальные четыре прямых участка показаны толстыми черными отрезками

распределение v_z (рис. 1). Видно, что поверхность $v_z = 0$ не параллельна ни оси x , ни оси z . Поэтому профиль с $x = 0$ проходит через точку ($z = 0, v_z = 0$) и является симметричным, а профили с $x \neq 0$ — несимметричны. Это значит, что части профилей с разным знаком v_z должны фитироваться функцией (2) по отдельности.

Схематический вид профиля v_z как функции z при фиксированных x , y и t показан на рис. 2. Он состоит максимум из шести гладко соединенных прямых частей. В зависимости от момента времени и поперечных координат какие-то части могут отсутствовать (рис. 3).

На рис. 2 участки, показанные толстыми линиями, соответствуют области фризаута. Участки, которые находятся ближе к началу координат, появляются после расхождения ядер (после $t \sim 6$ фм/с). При фитировании мы отбрасываем области фризаута и используем области профиля v_z с максимальным наклоном.

Для нахождения постоянной Хаббла используется следующая процедура. В каждом наборе данных с фиксированными x , y и t для каждого

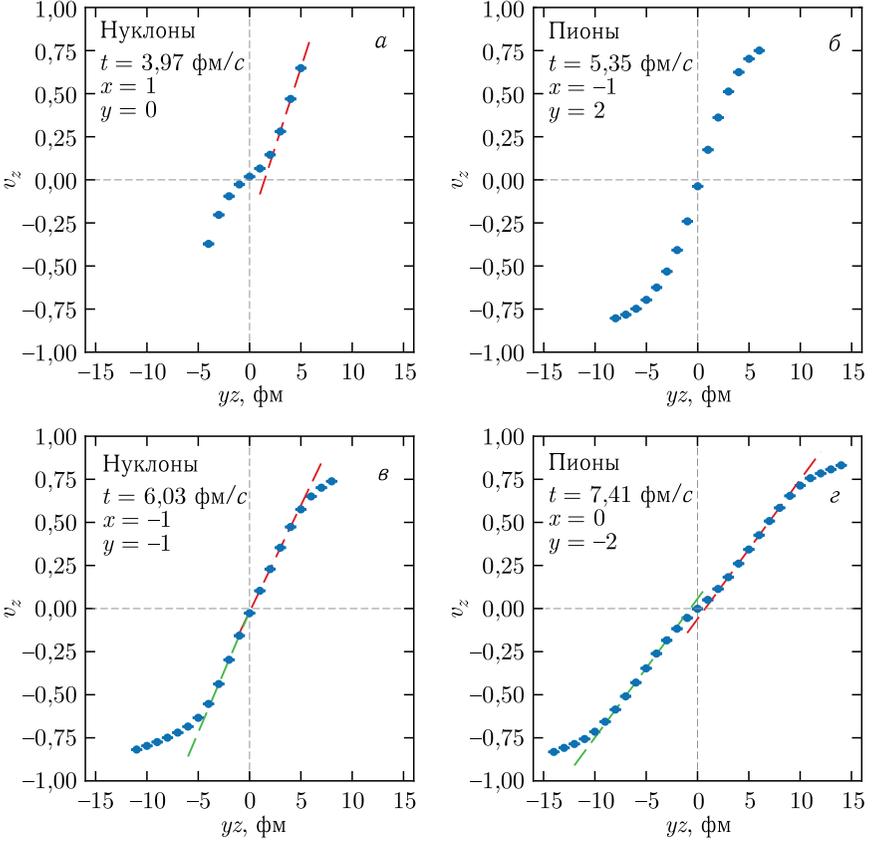


Рис. 3. Типичные профили v_z при фиксированных t , x и y с результатами фитирования подходящих участков, где они есть (Au + Au, $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ, $b = 7,5$ фм)

знака v_z ищется прямой участок (в смысле χ^2) с максимальным наклоном и фитируется функцией (2). Используются только те участки, которые содержат хотя бы три точки. Полученные значения H усредняются по x и y , отдельно для положительных и отрицательных v_z . Из-за симметрии сталкивающейся системы усредненные значения H для разных знаков v_z должны быть равны. Мы берем среднее вышеупомянутых усредненных значений H для разных знаков v_z как оценку постоянной Хаббла. Их разность добавляется как систематическая ошибка.

Некоторые профили v_z с соответствующими результатами фитирования показаны на рис. 3. Значения постоянной Хаббла, полученные рассмотренным методом, показаны крестиками на рис. 6.

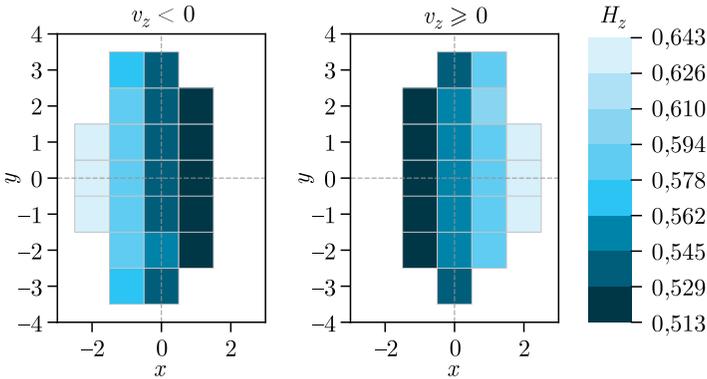


Рис. 4. Пространственное распределение постоянной Хаббла H_z для нуклонов при $t = 6,03$ фм/с ($\text{Au} + \text{Au}$, $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ, $b = 7,5$ фм)

Постоянная Хаббла находится относительно легко при достаточно больших временах, $t \gtrsim 6$ фм/с. Вблизи времени максимального перекрытия ядер (~ 4 фм/с) мы не всегда в состоянии различить подходящие прямые области профиля — их либо нет совсем (см. рис.3,б), либо присутствуют только дальние пологие прямые области, соответствующие фризауту.

При малых временах в направлении z слишком мало ячеек. Плохое разрешение часто не позволяет при этих временах выделить участок, подходящий для фитирования. Иногда это можно сделать всего лишь для нескольких профилей в файerbe. Если таких профилей меньше 5 для каждого знака v_z , мы заключаем, что постоянная Хаббла для данного t не может быть определена.

Чтобы получить постоянные Хаббла для поперечных направлений, нужно сделать все то же самое, но предварительно исключить области фризаута (области с малым наклоном на рис. 2).

Стоит отметить, что наблюдается нетривиальное пространственное распределение постоянной Хаббла (рис.4). Мы связываем неоднородность H_z с вихревой структурой файerbe, хотя это еще стоит аккуратно исследовать.

НАХОЖДЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ХАББЛА ИЗ ДИВЕРГЕНЦИИ ПОЛЯ СКОРОСТИ

Другой способ определить постоянную Хаббла — использовать дивергенцию поля скорости. Для чисто хаббловского расширения постоянная Хаббла связана с дивергенцией как

$$\text{div } \mathbf{v} = 3H, \quad (3)$$

где H не зависит от координат.

При анизотропном линейном расширении постоянная Хаббла распределяется между пространственными направлениями:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = H_x + H_y + H_z, \quad H_i = \partial_i v_i, \quad i = x, y, z. \quad (4)$$

Если расширение нелинейное, $\operatorname{div} \mathbf{v}$ может быть записана в форме (4), но слагаемые в правой части уже будут зависеть от координат. Рассматривая продольную компоненту, будем пользоваться обозначением

$$[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z = \partial_z v_z = H_z. \quad (5)$$

Продольное расширение смоделированного фэйрбола нелинейно — оно может содержать линейные области, но и то не для всех моментов времени (см. рис. 3). Это значит, что величина H_z в уравнении (5) не постоянная, а является некоторой функцией координат. В принципе, можно реализовать процедуру фитирования дивергенции скорости, подобную той, что описана в предыдущем разделе, но она не даст никаких преимуществ по сравнению с фитированием самой скорости (см., например, [6]).

Более эффективный путь — это использование статистического распределения величины $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$. Чисто хаббловское расширение означает, что в каждой ячейке значение постоянной Хаббла одно и то же. Поэтому распределение H_z в данном случае будет представлять собой дельта-функцию, нормированную на число ячеек в фэйрболе. Если есть флуктуации H_z , то дельта-функция превращается в пик конечной ширины.

В случае наших данных значения $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$, соответствующие линейным участкам профилей v_z (см. рис. 2 и 3), дадут пики конечной ширины, тогда как искривленные участки профилей дадут более-менее гладкий вклад*. Если основная часть ячеек фэйрбола вовлечена в хаббловское движение, то должен наблюдаться явный пик в гистограмме $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$. Таким образом, задача сводится к тому, чтобы найти положение максимума пика с наибольшей площадью на гистограмме $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$.

Для этого мы использовали ROOT [10]. На каждом фиксированном временном шаге для каждого типа частиц строится гистограмма $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$. Пики ищутся с помощью стандартной функции

$$\text{SearchHighRes}(\text{source}, \text{dest}, \text{nbins}, 1, 20, \text{kFALSE}, 2, \text{kFALSE}, 1). \quad (6)$$

Полученные пики-кандидаты фитируются гауссовой функцией

$$f(x) = C \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (7)$$

и на результат налагаются такие условия:

* Распределение искривленных частей напоминает распределение тангенсов углов, не очень близких к нулю (поскольку в данных у нас нет участков со значительной кривизной и горизонтальной касательной). Оно может иметь свои собственные слабо выраженные пики, так как кривизна на этих участках в общем случае не постоянна.

$$1) \min([\operatorname{div} \mathbf{v}]_z) + \delta\mu \leq \hat{\mu} \leq \max([\operatorname{div} \mathbf{v}]_z) - \delta\mu;$$

$$2) \min([\operatorname{div} \mathbf{v}]_z) + \hat{\sigma} \leq \hat{\mu} \leq \max([\operatorname{div} \mathbf{v}]_z) - \hat{\sigma};$$

3) $p/h \geq 70\%$, где p — относительная высота пика (см. ниже), h — высота пика;

4) оцененное количество ячеек под фитирующей кривой $\geq 20\%$ от общего количества ячеек в файерболле;

$\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$ — оценки на параметры μ и σ функции (7), $\delta\mu$ — оценка погрешности μ .

Первые два условия убирают из рассмотрения асимметричные пики, которые могут появляться на краях гистограмм. Третье условие выделяет пики, которые ясно различимы на окружающем их фоне. Относительная высота пика определяется как высота этого пика по отношению к наименее глубокому из двух минимумов, которые его окружают. Эта величина реализована по образцу [11] с одним отличием: если ближайший минимум не находится до края гистограммы, его уровень устанавливается равным нулю. Такой выбор приемлем в нашей задаче, поскольку у нас нет принципиального запрета на значения $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$ за пределами гистограммы — просто такие значения в наших выборках не реализуются.

Из пиков, для которых выполняются перечисленные выше условия, выбирается тот, у которого больше площадь под фитирующей кривой. Оценка параметра μ для него — искомая оценка постоянной Хаббла.

На рис. 5 показаны несколько результатов обработки гистограмм. В каждом случае исходная гистограмма $[\operatorname{div} \mathbf{v}]_z$ показана тонкой сплошной линией с заштрихованной областью под ней. Сглаженная гистограмма, возвращаемая функцией (6), изображена тонкой штриховой линией. Найденные функцией (6) пики-кандидаты отмечены треугольниками. Если после наложения условий подходящий пик найден, то соответствующая ему гауссова кривая показана сплошной толстой линией. Толстая пунктирная линия показывает положение нужного максимума. Видно, что при $t = 5,35$ фм/с явного пика на гистограмме нет, так что постоянная Хаббла здесь не может быть найдена. При $t < 4,55$ фм/с распределение обычно представляет собой один большой пик. При $t > 5,35$ фм/с искомый пик хорошо отделяется от «горки» в левой части гистограммы. Для пионов он обычно не такой явный, как для нуклонов, но все равно хорошо различимый с помощью разработанного алгоритма.

Важно заметить, что физический результат не должен зависеть от количества бинов в гистограмме. Поэтому постоянная Хаббла оценивается для разного количества бинов, и результат принимается, если хотя бы для 4 последовательных значений количества бинов ни $\hat{\mu}$, ни $\hat{\sigma}$ не меняются в пределах своих ошибок.

Полученные значения постоянной Хаббла показаны на рис. 6 кружками. Для $t \sim 5,35$ фм/с (время последнего касания ядер) мы не можем различить пик, соответствующий постоянной Хаббла. В этот момент времени расширение файерболла полностью нелинейно.

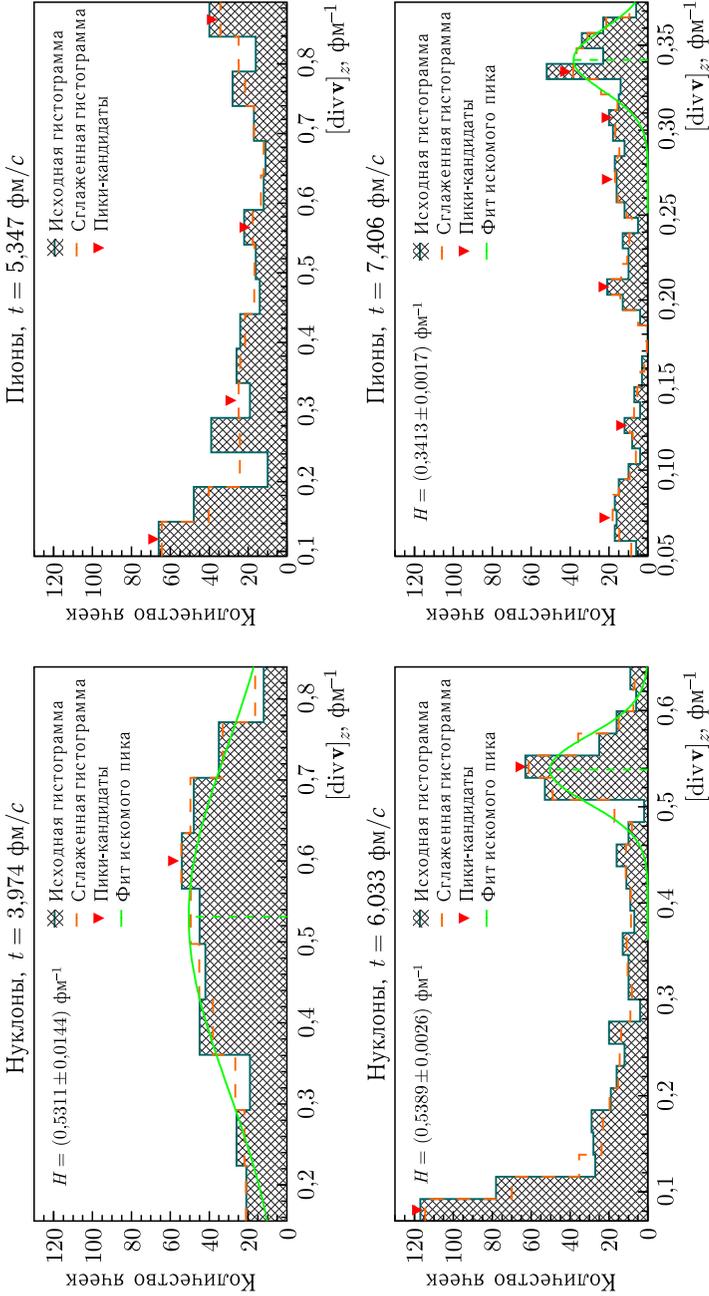


Рис. 5. Примеры гистограмм $[\text{div } \mathbf{v}]_z$ для тех же частиц и времен, что использовались в рис. 3 ($\text{Au} + \text{Au}$, $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ, $b = 7,5$ фм)

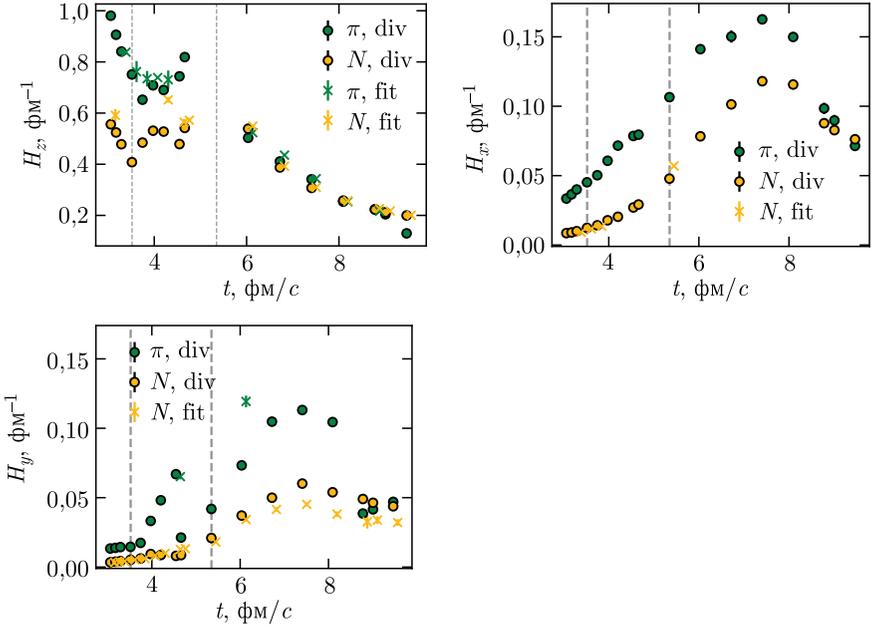


Рис. 6. Сравнение постоянных Хаббла, полученных разными методами. Вертикальные штриховые линии показывают время максимального перекрытия ядер и время их последнего касания (Au + Au, $\sqrt{s_{NN}} = 7,8$ ГэВ, $b = 7,5$ фм)

Чтобы работать с поперечными компонентами скорости, нужно исключить ячейки, соответствующие области фризаута. Это означает, что надо отбросить ячейки, для которых $[\text{div } v]_z$ попадает в «горку», образуемую первым асимметричным пиком (см. рис. 5).

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предварительный результат определения постоянной Хаббла двумя методами показан на рис. 6 для всех трех компонент. Видно, что результаты обоих методов хорошо согласуются, за исключением H_y при $t = 6,03$ фм/с для пионов. С этим еще предстоит разобраться.

Метод, основанный на дивергенции, позволяет определять постоянную Хаббла при малых линейных размерах файерболла, где метод, основанный на фитировании, не может дать результата. С другой стороны, метод, основанный на фитировании, позволяет получить пространственное распределение постоянной Хаббла (см. рис. 4). Он также дает доступ к свободному члену в выражении (2), который связан с углом между поверхностью $v_z = 0$ и осями системы координат (см. рис. 1).

Наши результаты по порядку величины согласуются с оценкой, полученной в работе [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jipa A. et al.* On a “Microscopic Hubble Constant” from Relativistic Nuclear Collisions // Intern. J. Mod. Phys. E. 2007. V. 16. P. 1790–1799.
2. *Besliu C., Jipa A., Coulea V., Calin M., Esanu T., Grossu I. V., Iliescu B., Bordeianu C., Scurtu A., Jinaru A.* Some Predictions on Microscopic Hubble Constant for the Energies Available at FAIR–GSI // Nucl. Phys. A. 2009. V. 820. P. 235C–238C.
3. *Hubble E.* A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae // Proc. Nat. Acad. Sci. 1929. V. 15. P. 168–173.
4. *Chojnacki M., Florkowski W., Csorgo T.* On the Formation of Hubble Flow in Little Bangs // Phys. Rev. C. 2005. V. 71. P. 044902; arXiv:nucl-th/0410036.
5. *Baznat M. I., Gudima K. K., Sorin A. S., Teryaev O. V.* Femto-Vortex Sheets and Hyperon Polarization in Heavy-Ion Collisions // Phys. Rev. C. 2016. V. 93, No. 3. P. 031902; arXiv:1507.04652.
6. *Zinchenko A., Teryaev O., Baznat M., Sorin A.* Polarization of Λ -Hyperons, Vorticity and Helicity Structure in Heavy-Ion Collisions // PoSE. 2022. V. PS-HEP2021. P. 308.
7. *Tsegelnik N. S., Kolomeitsev E. E., Voronyuk V.* Helicity and Vorticity in Heavy-Ion Collisions at NICA Energies. arXiv:2211.09219. 2022.
8. <http://theory.gsi.de/~ebratkov/phsd-project/PHSD/> (accessed: 31.10.2023).
9. *Bratkovskaya E. L., Cassing W., Konchakovski V. P., Linyuk O.* Parton–Hadron–String Dynamics at Relativistic Collider Energies // Nucl. Phys. A. 2011. V. 856. P. 162–182; arXiv:1101.5793 [nucl-th].
10. *Brun R., Rademakers F.* ROOT: An Object Oriented Data Analysis Framework // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 389. P. 81–86.
11. https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.peak_prominences.html (accessed: 31.10.2023).
12. *Ristea C., Jipa A., Ristea O., Lazanu I., Besliu C., Esanu T., Tuturas N. G., Baban V., Argintaru D.* Hydrodynamic Flow and Phase Transitions in Relativistic Nuclear Collisions Reflected by Hubble Type Fireball Evolution // Rom. Rep. Phys. 2016. V. 68, No. 3. P. 1060.