

СТРУКТУРА АТОМНОГО ЯДРА: ВЧЕРА И СЕГОДНЯ

*Р. В. Джолос, Е. А. Колганова **

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

Дан краткий обзор развития теоретических подходов к описанию структуры тяжелых атомных ядер. Рассматриваются как оболочечная, так и коллективная модели ядра. Большое внимание уделено симметриям, представленным в этих моделях. Детально рассматриваются подходы, основанные на нуклон-нуклонном взаимодействии.

A brief overview of the development of theoretical approaches to describing the structure of heavy atomic nuclei is given. Both shell and collective nuclear models are considered. Much attention is paid to the symmetries presented in these models. Approaches based on nucleon–nucleon interaction are discussed in detail.

PACS: 21.10.Re; 21.10.Dr

ВВЕДЕНИЕ

Исследования структуры атомных ядер опираются на два теоретических подхода: оболочечную модель ядра [1] и коллективную модель [2]. Первая была сформулирована Хансом Йенсеном и Марией Гепперт-Майер в 1949 г., а вторая — Оге Бором и Бенджамином Моттельсоном в начале 1950-х гг. Оболочечная модель ядра опирается на представление о невзаимодействующих нуклонах, движущихся в некотором потенциале. Нужно отметить, что предположения об оболочечной структуре ядра были высказаны еще в 1930-е гг., практически сразу после открытия нейтрона. Здесь следует выделить работы У. М. Эльзассера, в частности [3]. На мысль о нуклонных оболочках наталкивали уже известные в то время некоторые из магических чисел нуклонов. А аналогом магических ядер являются инертные газы. Эльзассер даже писал практически так, как мы формулируем это сейчас: нуклоны в ядре, состоящем из A нуклонов, двигаются в некотором потенциале, который является результатом усредненного воздействия $(A - 1)$ нуклонов на один нуклон.

Коллективная модель ядра стала развитием сформулированной ранее жидкокапельной модели ядра, которая была предложена Н. Бором

* E-mail: kea@theor.jinr.ru

в 1936 г. [4] в рамках теории составного ядра. Однако в конечном итоге коллективная модель сохранила от жидкокапельной модели ядра только динамические переменные — небольшое число степеней свободы ядра, которые описывают согласованное движение большого числа нуклонов. Подразумевается, конечно, что коллективные степени свободы ядра связаны сложным образом с нуклонными степенями свободы. В отличие от оболочечной модели ядра, гамильтониан которой строится, используя как динамические переменные координаты, импульсы и спины нуклонов, составляющих ядро, гамильтониан коллективной модели содержит лишь небольшое число коллективных переменных, прообразом которых являются переменные, описывающие форму поверхности жидкой капли, и канонически сопряженные им импульсы.

1. ОБОЛОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА. СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЯДРАХ

Вопреки тому, что картина невзаимодействующих нуклонов, находясь в некотором среднем ядерном потенциале, позволяла, в принципе, понять появление магических чисел нуклонов, объяснить наблюдаемые экспериментально магические числа, большие 20, не удавалось, несмотря на различные попытки модификации радиального потенциала. Причина стала понятна позднее. Первоначально, по аналогии с физикой атома, предполагалось, что спин-орбитальное взаимодействие не играет большой роли в атомных ядрах. Однако именно введение в рассмотрение спин-орбитальных сил позволило объяснить все известные магические числа. Проблема заключалась в том, что полученные по аналогии с атомной физикой спин-орбитальные силы в ядрах оказались на порядок величины слабее, чем требовалось для объяснения экспериментальных одночастичных спектров. Действительно, если вводить спин-орбитальное взаимодействие так же, как это делалось в атомной физике, но использовать вместо кулоновского потенциала средний потенциал ядра V_{nuc1} , то получается следующий результат:

$$V_{\text{so}} = \frac{\hbar}{M^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V_{\text{nuc1}}}{\partial r} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \equiv \lambda \frac{1}{r} \frac{\partial V_{\text{nuc1}}}{\partial r} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}, \quad (1.1)$$

где M — масса нуклона. Значение λ в (1.1), равное $0,044 \text{ фм}^2$, более чем в 10 раз меньше, чем следующее из экспериментальных данных значение $\lambda \approx 0,5 \text{ фм}^2$. Ответ на вопрос, почему в атомных ядрах спин-орбитальное взаимодействие столь сильное, был найден позднее. Чтобы на него ответить, нужно обратиться к уравнению Дирака [5]. Вообще, все вопросы, связанные со спином нуклонов, нужно начинать рассматривать в релятивистском подходе. Симметрии уравнения Дирака позволяют включать в него как скалярный, так и векторный потенциалы:

$$(\gamma^\mu (c p_\mu + V_\mu) + M c^2 - S) \Psi = 0, \quad (1.2)$$

где S — скалярный, а $V_\mu = (V_0, \mathbf{V})$ — четырехкомпонентный векторный потенциалы. В стационарном случае соответствующий гамильтониан имеет следующий вид:

$$H = \alpha(c\mathbf{p} + \mathbf{V}) + V_0 + \beta(Mc^2 - S), \quad (1.3)$$

где α и β — матрицы Дирака; \mathbf{V} — пространственноподобная, а V_0 — времениподобная компоненты потенциала V .

Для четырехкомпонентного спинора

$$\Psi = \begin{pmatrix} g \\ f \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

где g — большая, а f — малая компоненты спинора, уравнение на собственные значения принимает вид

$$\begin{pmatrix} Mc^2 + V_0 - S & \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{p} - \mathbf{V}) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{p} - \mathbf{V}) & -Mc^2 + V_0 + S \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Пренебрегая потенциалом \mathbf{V} , можно малую компоненту спинора выразить через большую компоненту следующим образом:

$$f(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varepsilon + 2Mc^2 - V_0 - S} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) g(\mathbf{r}), \quad (1.6)$$

где $\varepsilon = E - Mc^2$, а E — полная энергия. Предполагая, что

$$|\varepsilon| \ll 2 \left(Mc^2 - \frac{1}{2}(V_0 + S) \right), \quad (1.7)$$

получаем

$$\left(\mathbf{p} \frac{1}{2Mc^2} \mathbf{p} + \frac{\hbar^2}{4M^2c^2 r} \frac{\partial(V_0 + S)}{\partial r} \mathbf{1} \cdot \mathbf{s} + (V_0 - S) \right) g(\mathbf{r}) \approx \varepsilon g(\mathbf{r}), \quad (1.8)$$

где $\widetilde{M} = M - (1/2)(V_0 + S)/c^2$. Из (1.8) видно, что $(V_0 - S)$ — это потенциал, который удерживает нуклоны в ядре. Следовательно, $(V_0 - S) = -50$ МэВ. Разумное значение для величины спин-орбитального взаимодействия получается при $V_0 + S = 700-800$ МэВ, что соответствует $S/V_0 = 1,07$. Из правила сумм КХД [6] следует, что с 20%-й точностью $S/V_0 = 1,1$.

2. ПСЕВДОСПИНОВАЯ СИММЕТРИЯ В ЯДРАХ

Со спином нуклонов связана интересная симметрия в спектрах одночастичных состояний нуклонов, на которую в 1969 г. обратили внимание А. Арима, М. Харвей и К. Шимицу [7] и, независимо, К. Т. Хехт и А. Адлер [8]. Экспериментальные данные указывают на то, что одночастичные уровни преобладающей в оболочке четности с l_1, j_1 и $l_2 = l_1 + 2, j_2 = j_1 + 1$ очень близки по энергии и их можно рассматривать

как принадлежащие дублету с псевдоорбитальным моментом $\tilde{l} = l_1 + 1$ и псевдоспином $\tilde{s} = 1/2$: $j_1 = \tilde{l} - 1/2$, а $j_2 = \tilde{l} + 1/2$. Примером служат следующие дублеты. В оболочке 50–82 $d_{5/2}, g_{7/2}(\tilde{l} = 3)$, $s_{1/2}, d_{3/2}(\tilde{l} = 1)$. В оболочке 82–126 $f_{7/2}, h_{9/2}(\tilde{l} = 4)$, $p_{3/2}, f_{5/2}(\tilde{l} = 2)$ и псевдоорбитальный синглет $p_{1/2}(\tilde{l} = 0)$. Малая величина расщепления псевдоорбитальных дублетов означает, что псевдоспин-орбитальное взаимодействие является слабым в отличие от обычного спин-орбитального взаимодействия.

Дж. Гинокхио показал, что появление псевдоспиновой симметрии в ядрах можно объяснить, если рассматривать формирование среднего поля ядра в релятивистском подходе. При этом приближенное вырождение псевдоспиновых дублетов по энергии возникает благодаря приближенному равенству по абсолютной величине притягивающего скалярного потенциала и отталкивающего векторного потенциала в уравнении Дирака [9–11].

Действуя аналогично тому, как выше было получено уравнение Шредингера для большой компоненты спинора Дирака, получим уравнение для малой компоненты. Из (1.5) следует, если пренебречь потенциалом V , что

$$g(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varepsilon - V_0 + S} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) f(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

Подставляя этот результат в уравнение для $f(\mathbf{r})$, получаем

$$\left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \frac{1}{\varepsilon - V_0 + S} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} + (V_0 + S) - 2Mc^2 \right) f(\mathbf{r}) = \varepsilon f(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

или

$$\left(\mathbf{p} \frac{1}{\varepsilon - V_0 + S} \mathbf{p} + \frac{1}{(\varepsilon - V_0 + S)^2} \frac{1}{r} \frac{\partial(V_0 - S)}{\partial r} \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} + (V_0 + S - 2Mc^2) \right) \times f(\mathbf{r}) \approx \varepsilon f(\mathbf{r}). \quad (2.3)$$

Из (2.3) видно, что в уравнении для малой компоненты дираковского спинора спин-орбитальное взаимодействие играет существенно меньшую роль, чем в уравнении для большой компоненты. Следовательно, оба решения для $f(\mathbf{r})$ со спином параллельным или направленным противоположно орбитальному моменту будут иметь приблизительно одинаковые радиальные волновые функции и энергии. Фактически это означает, что орбитальный угловой момент малой компоненты спинора Дирака и является псевдоорбитальным моментом.

Как видно из (2.3), малая величина расщепления псевдоспиновых дублетов связана с относительно малой величиной разности абсолютных значений скалярного и векторного потенциалов, т.е. с относительно малой величиной потенциала, удерживающего нуклоны в ядре. Это указывает на то, что слаборасщепленные псевдоспиновые дублеты должны наблюдаться в ядрах, удаленных от области стабильности.

3. СУПЕРСИММЕТРИЯ В СПЕКТРАХ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМНЫХ ЯДЕР

Собственные состояния четно-четных ядер характеризуются целочисленными значениями углового момента. Возбужденные состояния четно-четных ядер — это двух-, четырех- и т. д. квазичастичные состояния. Наиболее важные из них для структуры низколежащих состояний — это коллективные возбуждения. Поскольку коллективные возбуждения являются суперпозицией большого числа различных квазичастичных возбуждений, они могут многократно повторяться, подобно бозонам. Возбужденные состояния нечетных ядер характеризуются полуцелыми значениями углового момента, подобно фермионам.

Есть несколько примеров, когда спектры низколежащих возбужденных состояний четно-четных и соседних нечетных ядер совпадают с достаточно хорошей точностью или же совпадают энергетические интервалы между какими-то определенными состояниями. Например, энергии переходов в квазиротационных полосах, построенных на возбужденных состояниях [12–16].

Таким примером являются ядра ^{102}Ru и ^{103}Rh (рис. 1) [17]. Спектр ^{103}Rh выглядит как результат связи протона в состоянии $p_{1/2}$ с возбужденными состояниями ядра ^{102}Ru . Другие одночастичные состояния отрицательной четности в ^{103}Rh удалены от $p_{1/2}$ на 1 МэВ и более. Видно, что спектр низколежащих состояний отрицательной четности

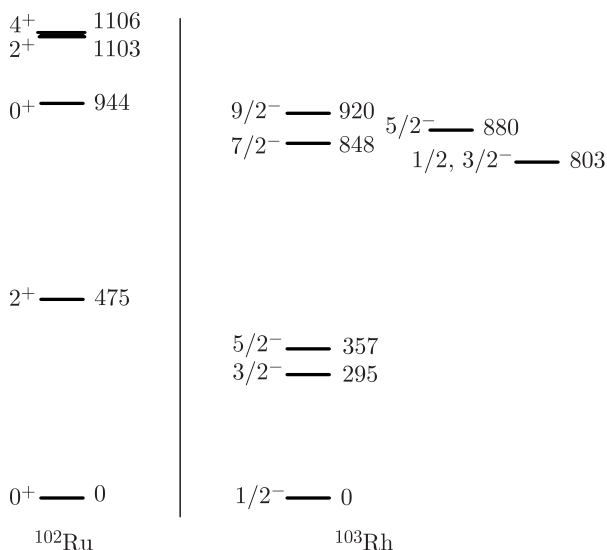


Рис. 1. Часть экспериментальных спектров изотопов ^{102}Ru и ^{103}Rh . Энергии указаны в килоэлектронвольтах

в ^{103}Rh состоит из дублетов: $3/2^-$ и $5/2^-$ при энергиях возбуждения 295 и 357 кэВ, $7/2^-$ и $9/2^-$ при энергиях возбуждения 848 и 920 кэВ. Центр тяжести первого дублета близок к энергии возбуждения 2_1^+ -состояния ^{102}Ru 475 кэВ, а центр тяжести второго дублета близок к энергии возбуждения 4_1^+ -состояния ^{102}Ru 1106 кэВ. Коэффициент сжатия спектра ^{103}Rh относительно спектра ^{102}Ru составляет 0,7–0,8 и приближается к единице с ростом энергии возбуждения.

На рис. 2 приведен спектр ротационной полосы ^{181}Pt [17]. Основанием полосы является состояние $1/2^-$. Полоса построена из весьма слабо

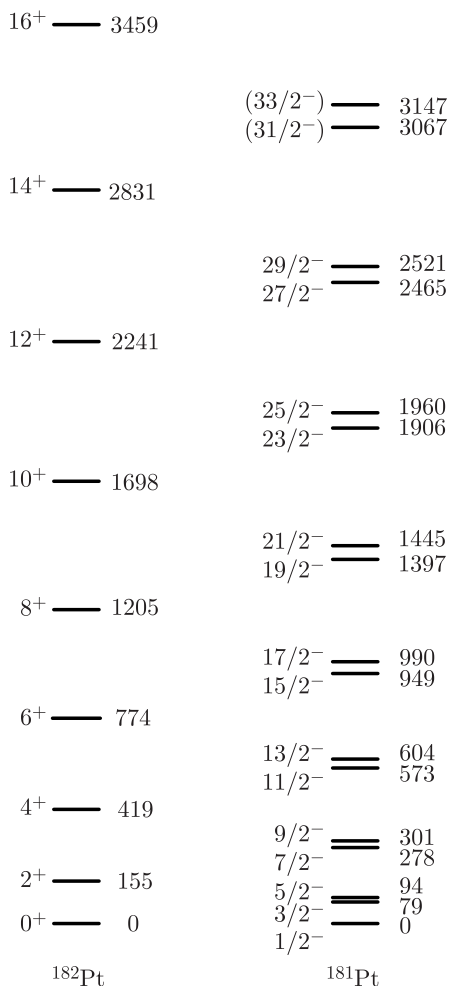


Рис. 2. Экспериментальные состояния основной ротационной полосы изотопов ^{182}Pt и ^{181}Pt . Энергии указаны в килоэлектронвольтах

расщепленных дублетов, центр тяжести которых близок по энергии к соответствующим уровням ^{182}Pt .

Особый интерес представляют ротационные полосы, базирующиеся на супердеформированных состояниях ядер, обнаруженные в 1990-е гг. В этих случаях энергии гамма-переходов в четно-четном и соседнем нечетном ядре совпадают с точностью до нескольких килоэлектронвольт. К сожалению, в случае супердеформированных ротационных полос не зафиксированы близкие по энергии партнеры, так что нельзя говорить о дублетах. Тем не менее, несмотря на отсутствие полной экспериментальной информации, представляется весьма заманчивым рассматривать тождественные супердеформированные полосы как пример проявления суперсимметрии в ядерных спектрах, понимая под этим не суперсимметрию между полными энергиями четно-четных и нечетных ядер, а суперсимметрию между модами возбуждения этих ядер.

Возможное объяснение проявления суперсимметрии в спектрах возбуждения рассматриваемых ядер связано с существованием псевдоспиновой симметрии. Для использования этой концепции в данном случае важно, что псевдоспин-орбитальное взаимодействие существенно слабее, чем обычная спин-орбитальная связь. На этом основании можно предположить, что псевдоорбитальный момент \tilde{l} , будучи слабо связанным с псевдоспином, сильно связан с коллективным угловым моментом остова ядра \mathbf{R} , формируя полный угловой момент $\mathbf{L} = \mathbf{R} + \tilde{\mathbf{l}}$ [17]. В результате выражение для вращательной энергии в гамильтониане приобретает вид

$$\frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} \hat{\mathbf{L}}^2, \quad (3.1)$$

а спектр возбужденных состояний нечетного ядра формируется в результате слабой связи \mathbf{L} и псевдоспина $\tilde{\mathfrak{S}}$: $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \tilde{\mathfrak{S}}$. Таким образом, в спектре появляются слабо расщепленные дублеты.

4. НОВЫЕ МАГИЧЕСКИЕ ЧИСЛА НУКЛОНОВ

По традиции долгое время предполагалось, что магические числа нуклонов, установленные для ядер из области стабильности, будут воспроизводиться и в случае нестабильных ядер. Новые эксперименты показали, однако, что магические числа могут эволюционировать вдали от долины стабильности.

Первое указание на то, что в случае изотопов кислорода число нейтронов $N = 16$ является магическим числом, следовало из данных об энергии отделения нейтронов, полученных из анализа экспериментальной информации о массах ядер [18]. Согласно этим данным ^{28}O с 20 нейтронами не является связанным ядром, несмотря на то, что $N = 20$ — классическое магическое число. Это, в свою очередь, указывало на то, что новым магическим числом является $N = 16$, так как последний стабильный изотоп кислорода ^{24}O . Затем была измерена энергия возбуж-

дения 2_1^+ -состояния изотопа ^{24}O , которая оказалась равной 4,72 МэВ. Столь большая величина энергии возбуждения говорит о том, что ^{24}O является дважды магическим ядром. Следующее указание на то, что ядро ^{24}O является дважды магическим, следовало из данных о его одночастичном спектре, полученных при изучении реакции выбивания нейтронов [19]. В этом эксперименте было найдено, что угловые распределения нейтронов, выбитых из ^{24}O , имеют только компоненту с $L = 0$. Это доказывало, что последние два нейтрона в ^{24}O заполняют одночастичное состояние $s_{1/2}$. Если бы $N = 16$ не было магическим числом, то рядом с $s_{1/2}$ находилось бы одночастичное нейтронное состояние $d_{3/2}$ и в угловом распределении присутствовала бы компонента с $L = 2$.

Объяснение наблюдаемого эффекта связано с сильным взаимодействием протонов в состоянии $d_{5/2}$ и нейтронов в состоянии $d_{3/2}$ [20, 21]. В стабильных ядрах с $Z > 8$ (ядра с $Z \approx N$) протоны заполняют состояние $d_{5/2}$. Взаимодействие протонов в этом состоянии и нейтронов в состоянии $d_{3/2}$ является притягивающим. Это увеличивает энергию связи нейтрона в состоянии $d_{3/2}$. Состояние нейтрона $d_{3/2}$ опускается по энергии, удаляется от одночастичного состояния $f_{7/2}$ и подходит близко к $s_{1/2}$. В результате $N = 20$ становится магическим числом. При уменьшении Z число протонов в состоянии $d_{5/2}$ уменьшается. Соответственно, уменьшается энергия притяжения нейтронов в состоянии $d_{3/2}$. При $Z = 8$ протоны в состоянии $d_{5/2}$ отсутствуют, нейтронное состояние $d_{3/2}$ имеет энергию, близкую к энергии состояния $f_{7/2}$, а $N = 16$ становится магическим числом.

Схожий эффект связан с нейтронной оболочкой $N = 8$ [22]. Энергетическая щель при $N = 8$ разделяет одночастичное состояние $p_{1/2}$ с одной стороны и $d_{5/2}$, $s_{1/2}$ с другой. В ^{16}O протоны, заполняющие состояния $p_{3/2}$ и $p_{1/2}$, сильно связывают нейтроны в состоянии $p_{1/2}$ по сравнению с другими орбитами. По мере удаления протонов из состояния $p_{1/2}$, т. е. при переходе к сильнонейтроноизбыточным ядрам с $Z < 8$, нейтронное состояние $p_{1/2}$ становится менее связанным. Поэтому нейтронная оболочка $N = 8$ быстро размывается, вызывая инверсию $p_{1/2} - s_{1/2}$. В результате в ^{12}Be появляется низколежащее 1^- -состояние с большой величиной вероятности $E1$ -перехода в основное состояние.

5. ОБОЛОЧЕЧНЫЕ РАСЧЕТЫ В БОЛЬШОМ КОНФИГУРАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Конец 1950-х – начало 1960-х гг. характеризуется становлением полумикроскопической модели ядра. В ней используются феноменологические остаточные силы, но гамильтониан формулируется в терминах нуклонных степеней свободы. Была построена модель независимых частиц для деформированных ядер — схема Нильссона [23], создана «сверхтекучая» модель ядра [24–28], использующая $u-v$ -преобразование Боголюбо-

ва. Для описания коллективных вибрационных возбуждений ядер стали использовать приближение хаотических фаз [29–31] — подход, эквивалентный зависящему от времени методу Хартри–Фока–Боголюбова [32]. В итоге сложилась следующая картина возбужденных состояний ядра. Квазичастицы и фононы с различными квантовыми числами играют роль элементарных возбуждений, с помощью которых можно строить возбужденные состояния ядра, увеличивая их число и постепенно переходя к все более и более высоким энергиям возбуждения. При этом часть остаточных нуклон-нуклонных сил использовалась для формирования квазичастиц (парное взаимодействие в канале частица–частица) и фононов (мультипольное взаимодействие в канале частица–дыра). Математический аппарат этого подхода позволял использовать при расчете структуры квазичастиц и фононов практически неограниченное пространство одночастичных состояний: от дна одночастичного потенциала ядра и до непрерывного спектра включительно. Однако при расчете волновых векторов собственных состояний ядра учитывалось весьма ограниченное число фононов в противоположность оболочечным расчетам, в которых использовалось весьма ограниченное пространство одночастичных состояний ядра, но зато при построении гамильтоновой матрицы учитывались все состояния, которые можно было построить, оставаясь в этом пространстве одночастичных состояний.

Постепенно, благодаря развитию вычислительной техники, стало возможно проводить оболочечные расчеты в очень большом конфигурационном пространстве. При этом по-прежнему базис строился с учетом всех возможных конфигураций, которые можно образовать, оставаясь в рамках данных оболочек. Базис, используемый при диагонализации гамильтониана, разрастался до огромных размеров. Логика этого подхода противоположна логике подхода, основанного на использовании элементарных возбуждений — фононов.

Что же увидели, анализируя результаты больших оболочечных расчетов? В 2015 г. Кальвин В. Джонсон [33] рассмотрел результаты расчетов, выполненных с использованием большого одночастичного базиса без кора и современного нуклон-нуклонного взаимодействия, и проанализировал структуру полученных в этих расчетах собственных состояний гамильтониана. Оказалось, что имеется очень хорошее качественное согласие с расчетами, выполненными с феноменологическим взаимодействием Коэна–Куранта. И все это, несмотря на разрыв в 50 лет и шесть порядков в размерах используемого одночастичного базиса. Вывод: последние десять лет применения оболочечной модели показали, что простые оболочечные конфигурации играют очень важную роль, будучи во многих случаях главными компонентами волновых функций ядра.

Позднее в работе, выполненной в 2020 г. [34] при рассмотрении спектра ${}^7\text{Be}$, было показано, что волновые функции, полученные в расчетах без использования кора, практически совпадают с волновыми функ-

циями, реализующими базис симплектической группы $Sp(3, R) \supset U(3)$ динамической симметрии.

Таким образом, диагонализация в базисе, генерируемом группами симметрии, позволяет формировать для диагонализации гамильтониана с произвольными нуклон-нуклонными силами неограниченный по «вертикали», но ограниченный «по горизонтали» базис. При этом коллективные моды выделяются явно.

6. КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

Представление о том, что в отношении каких-то эффектов атомное ядро ведет себя как жидкость, стало формироваться практически сразу после открытия нейтрона, когда стало ясно, что атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Жидкокапельная модель ядра была предложена Н. Бором в 1936 г. в рамках теории составного ядра [4, 35]. В ее развитие внесли вклад Я. Френкель, Дж. Уиллер, Г. Гамов. Отражением этих представлений является известная формула Вайцзеккера для энергий связи ядер. Схожими выглядят и центральные части взаимодействия нуклонов и молекул. Часть потенциала взаимодействия вблизи минимума можно охарактеризовать безразмерной величиной

$$\Lambda = \frac{\hbar^2}{Ma^2 V_0}, \quad (6.1)$$

где a характеризует ширину минимума, а V_0 — его глубину. Характерные значения Λ для жидкости 0,15–0,20, а для твердых тел 0,01–0,10. Для атомных ядер $\Lambda = 0,4$. С этой точки зрения атомное ядро напоминает жидкость.

Представление о ядре как о несжимаемой жидкости было реализовано О. Бором и Б. Моттельсоном [36] в известной модели ядра, описывающей вращательные и колебательные возбуждения ядер (обобщенная модель ядра). В конечном счете, в обобщенной модели ядра от модели жидкой капли сохранились только динамические переменные, те степени свободы, которые нужны для описания формы поверхности ядра:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right). \quad (6.2)$$

В итоге гамильтониан, который ввел в рассмотрение О. Бор для описания коллективных возбуждений ядер, выражался в терминах мультипольных моментов ядра и канонически сопряженных им импульсов. Базирующаяся на этом гамильтониане коллективная модель ядра получила позднее название геометрической коллективной модели. Ее микроскопический базис — метод генераторов координат.

Первоначально было известно лишь небольшое число коллективных состояний с угловыми моментами, не превышающими $I = 10$. Но

постепенно объем экспериментальной информации расширялся. Во-первых, стало возможным исследовать коллективные вращательные состояния с достаточно большими угловыми моментами. Во-вторых, появилась экспериментальная информация о ядрах, переходных по своим свойствам между сферическими и деформированными. Возникло понятие о квазиротационных полосах [37]. Экспериментальные данные указывали на плавный переход от вибрационных спектров к ротационным с ростом числа валентных нуклонов. В 1973–1974 гг. был построен коллективный гамильтониан ядра, базирующийся на $SU(6)$ динамической симметрии, выраженный в терминах операторов рождения и уничтожения бозонов [38, 39]. Этот гамильтониан позволял описывать переходную область между сферическими и деформированными ядрами. На этой основе возникла модель взаимодействующих бозонов [40, 41]. Таким образом, появилась коллективная модель ядра, которую стали называть алгебраической, в противоположность геометрической коллективной модели.

7. САМОСОГЛАСОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СРЕДНЕГО ПОТЕНЦИАЛА ЯДРА И ОСТАТОЧНЫХ СИЛ

На начальном этапе использования «полумикроскопических» гамильтонианов для расчета различных характеристик ядра параметры среднего потенциала и остаточных сил определялись независимо. Но все прекрасно понимали, что эти параметры связаны и должны определяться самосогласованно. В подходе, в котором средний потенциал ядра аппроксимировался гармоническим осциллятором, а остаточное взаимодействие — мультипольными силами, связь оказалась достаточно простой. Константа мультиполь-мультипольного взаимодействия κ_λ связана с частотой гармонического осциллятора ω_0 следующим образом [2]:

$$\kappa_\lambda = \frac{4\pi}{2\lambda + 1} \frac{M\omega_0^2}{A\langle r^{2\lambda-2} \rangle}, \quad (7.1)$$

где $\langle \rangle$ — усреднение по основному состоянию ядра.

В теории конечных ферми-систем Мигдала [42] мультипольное разложение остаточных сил не используется. Остаточное взаимодействие нуклонов в канале частица–дырка в теории Мигдала задается следующим образом:

$$F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \left(f(\mathbf{r}_1) + f'(\mathbf{r}_1) (\boldsymbol{\sigma}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)}) g(\mathbf{r}_1) (\boldsymbol{\tau}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\tau}^{(2)}) + g'(\mathbf{r}_1) (\boldsymbol{\sigma}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(2)}) (\boldsymbol{\tau}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\tau}^{(2)}) \right), \quad (7.2)$$

где

$$f(\mathbf{r}) = f^{\text{ex}} + (f^{\text{in}} - f^{\text{ex}}) \rho(\mathbf{r}) / \rho_0, \quad (7.3)$$

$$f'(\mathbf{r}) = f'^{\text{ex}} + (f'^{\text{in}} - f'^{\text{ex}}) \rho(\mathbf{r}) / \rho_0, \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned}\rho(\mathbf{r}) &= \frac{\rho_0}{1 + \exp((r - R)/a)}, \\ f^{\text{in}} &= 0,0685, \quad f^{\text{ex}} = -2,165, \\ f'^{\text{in}} &= 0,3315, \quad f'^{\text{ex}} = 0,465, \\ g &= 0,575, \quad g' = 0,725.\end{aligned}$$

Приведенные выше константы f^{in} , f^{ex} , f'^{in} , f'^{ex} , g и g' определялись так, чтобы наилучшим образом описывать наблюдаемые характеристики ядер. С учетом констант, характеризующих взаимодействие в канале частица–частица, остаточное взаимодействие в теории конечных ферми-систем определялось с помощью 7–8 параметров.

Таким образом, взаимодействие $F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ определено полностью. Используя его и известный из теории ферми-жидкости Ландау факт, что остаточные силы определяются как вариационная производная от среднего потенциала, можно найти средний потенциал ядра, который будет полностью определен параметрами остаточных сил. Наконец, опираясь на потенциал среднего поля, можно восстановить и зависящее от плотности выражение для полной энергии, т. е. функционал плотности энергии, определяющий глобальные свойства ядра. Его хорошей численной аппроксимацией является функционал Фаянса [43].

Расчеты ядерной структуры, использующие δ -силы, оказались очень успешными [42, 44]. Из факта пропорциональности остаточных сил δ -функции следует, что самосогласованный потенциал ядра U зависит только от локального значения плотности:

$$\begin{aligned}F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left(\frac{\delta U(\rho)}{\delta \rho} \right)_{\rho=\rho_0} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \\ &= \left(\frac{\delta^2 E_{\text{pot}}}{\delta \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2).\end{aligned}\quad (7.5)$$

Степенное разложение потенциала U , дающее правильное описание насыщения, должно содержать в дополнение к линейному по ρ члену по крайней мере один дополнительный член, например ρ^2 , с достаточно большим коэффициентом со знаком, противоположным знаку коэффициента при линейном по ρ члене. Если [45]

$$U = a \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + \frac{1}{2} b \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2, \quad (7.6)$$

то

$$F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \left(a + b \frac{\rho}{\rho_0} \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (7.7)$$

что совпадает с выражением для эффективных сил Мигдала.

8. ПОЛЕВАЯ ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ СИЛ

Работа М. М. Джонсона и Э. Теллера, опубликованная в 1955 г. [46], была по существу первой попыткой построения функционала плотности энергии ядра, который стал бы основой для построения теории атомного ядра. В начале работы были сделаны следующие утверждения.

- Ядерное взаимодействие — это сильное взаимодействие, что означает, что при достаточно высоких энергиях становится возможным множественное рождение мезонов. Поэтому при нуклон-нуклонных столкновениях в виртуальных состояниях может находиться несколько мезонов.

- В тяжелых ядрах среднее значение таких мезонов значительно превышает единицу. А так как мезоны подчиняются статистике Бозе, то они находятся в одном и том же состоянии. Волновая функция этого квантового состояния отвечает классическому потенциалу ядерных сил.

- Этот мезон должен быть скаляром и изотопическим синглетом. Псевдоскалярный мезон исключается, так как среднее поле ядра сохраняет четность относительно пространственных отражений, а изотопический триплет допускает изменение знака заряда нуклона средним полем ядра и поэтому тоже исключается. Такой мезон не обязательно является элементарной частицей. Это может быть некоторое виртуальное состояние, сформированное другими мезонами, или суперпозиция таких виртуальных состояний. Данное состояние может распадаться на π -мезоны так быстро, что его нельзя наблюдать.

Простейший гамильтониан может иметь следующий вид:

$$H = \int d^3x \left\{ \frac{\hbar^2}{2M} \sum_j |\nabla \Psi_j|^2 + \mu^2 c^4 \Phi^2 - \hbar c g \Phi \sum_j |\Psi_j|^2 \right\}. \quad (8.1)$$

Этот гамильтониан не включает кинетическую энергию мезонного поля Φ . В (8.1) Ψ_j — волновые функции нуклонов. Минимизируя гамильтониан (8.1) по амплитуде мезонного поля, получаем выражение для этой амплитуды через плотность ядра в равновесии:

$$\frac{\delta H}{\delta \Phi} = 2\mu^2 c^4 \Phi - \hbar c g \sum_j |\Psi_j|^2 \equiv 2\mu^2 c^4 \Phi - \hbar c g \rho = 0. \quad (8.2)$$

Подставляя этот результат в гамильтониан H , получаем

$$H = \int d^3x \left\{ \frac{\hbar^2}{2M} \sum_j |\nabla \Psi_j|^2 - \frac{(\hbar c g)^2}{8\mu^2 c^4} \rho^2 \right\}. \quad (8.3)$$

Так как кинетическая энергия нуклонов в приближении Томаса–Ферми пропорциональна $\rho^{5/3}$, то полученное выше выражение (8.3) для функционала плотности энергии не удовлетворяет условию насыщения.

В приведенный выше гамильтониан необходимо включить и кулоновскую энергию. Минимум полной энергии достигается, когда кинетическая энергия протонов в верхней части их фермиевского распределения отличается от кинетической энергии нейтронов в верхней части их фермиевского распределения на величину кулоновского потенциала. В тяжелых ядрах этот минимум достигается с гамильтонианом (8.3) при слишком большом избытке нейтронов.

Таким образом, в работе [46] была предложена модель ядра, в которой скалярный потенциал ядра возникает как следствие линейной связи скалярного, изоскалярного мезонного поля с нуклонами. Показано, что скалярный мезон должен иметь массу ~ 600 МэВ и может быть резонансом с большой шириной.

Следующий шаг был сделан Г.-П. Дюрром [47], который предпринял попытку получить потенциал ядра, используя релятивистскую формулировку задачи. В работе [46] для объяснения свойств насыщенности ядерных сил было предложено ввести в рассмотрение зависящую от времени связь скалярных мезонов с нуклонами. В противоположность этому Г.-П. Дюрр рассчитывал на то, что такая связь возникает естественным образом, благодаря релятивистским эффектам. Симметрии уравнения Дирака позволяют ввести в рассмотрение наряду со скалярным потенциалом S еще и векторный потенциал $V = (V_0, \mathbf{V})$. Рассмотрение в работе [47] было ограничено взаимодействием с исчезающими линейными средними. В стационарном пределе это приводит к появлению самосогласованного поля. При этом только скалярное поле и четвертая компонента векторного поля дают вклад в нерелятивистский гамильтониан. Из-за сохранения пространственной четности вклад пионного поля исчезает.

Гамильтониан Дирака для нуклонов в ядре принимает следующий вид:

$$H = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M - \beta S + V_0, \quad (8.4)$$

однако ниже используется система единиц, в которой скорость света $c = 1$. Так как $\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}$ смешивает большую и малую компоненты спина Дирака, вес малой компоненты будет увеличиваться с ростом $|\mathbf{p}|$. В результате ядерный потенциал $-\beta S + V_0$, будучи притягивающим при малых значениях $|\mathbf{p}|$, становится отталкивающим при больших $|\mathbf{p}|$. Это можно интерпретировать как насыщение взаимодействия со скалярным мезоном.

Введем обозначения

$$S = aM\Phi_s, \quad V_0 = bM\Phi_0, \quad (8.5)$$

где Φ_s , Φ_0 — амплитуды скалярного и векторного мезонных полей соответственно, а a и b — параметры. Гамильтонианы для свободных

мезонных полей введены ниже. Преобразуем гамильтониан H с помощью преобразования Фолди–Ваутхаузена:

$$H' = e^{iS} H e^{-iS} = H + [iS, H] + \frac{1}{2}[iS, [iS, H]] + \dots, \quad (8.6)$$

предполагая, что Φ_s и Φ_0 постоянны внутри ядра. В результате получаем

$$H' = \frac{\mathbf{p}^2}{2M(1 - a\Phi_s)} + \beta M(1 - a\Phi_s) + bM\Phi_0. \quad (8.7)$$

В (8.7) опущены слагаемые, содержащие σ , поскольку связанное с ними спин-орбитальное взаимодействие было рассмотрено выше. Для большой компоненты спинора Дирака получаем

$$H' = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \left(1 - \frac{1}{(1 - a\Phi_s)} \frac{\mathbf{p}^2}{2M}\right) aM\Phi_s + bM\Phi_0. \quad (8.8)$$

Включив в (8.8) гамильтонианы свободных мезонных полей H_m^s и H_m^v , получаем следующий результат:

$$H' = H_{\text{nucl}} + H_{\text{int}}^s + H_{\text{int}}^v + H_m^s + H_m^v, \quad (8.9)$$

где

$$\begin{aligned} H_{\text{nucl}} &= \int d^3r E_k \rho, \\ H_{\text{int}}^s &= - \int d^3r \left(1 - \frac{1}{(1 - a\Phi_s)} \frac{E_k}{M}\right) aM\Phi_s \rho, \\ H_{\text{int}}^v &= \int d^3r bM\Phi_0 \rho, \\ H_m^s &= \frac{1}{2} \int d^3r (|\nabla\Phi_s|^2 + \mu_s^2 \Phi_s^2), \\ H_m^v &= \frac{1}{2} \int d^3r (|\nabla\Phi_0|^2 + \mu_v^2 \Phi_0^2). \end{aligned} \quad (8.10)$$

Здесь ρ — плотность нуклонов в ядре, E_k — средняя кинетическая энергия нуклонов.

Варируя H' по Φ_s и Φ_0 , получаем с учетом постоянства Φ_s и Φ_0 внутри ядра:

$$\begin{aligned} \mu_s^2 \Phi_s^2 &= \left(1 - \frac{1}{(1 - a\Phi_s)} \frac{E_k}{M}\right) aM\rho, \\ \mu_v^2 \Phi_0^2 &= bM\rho. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Для объемной энергии на нуклон $E_v = H'/A$ получается следующий результат:

$$E_v = - \left(1 - \frac{1}{(1 - a\Phi_s)} - \frac{4}{3}\right) \frac{E_k}{1 - a\Phi_s}. \quad (8.12)$$

Экспериментальное значение $E_v = -15,75$ МэВ. Используя значение $r_0 = 1,22$ фм, получаем для $E_k = 19,25$ МэВ. Тогда для $a\Phi_s$ находим, что $a\Phi_s = 0,44$. Это дает для эффективной массы нуклона в ядре $m_{\text{эф}} = M(1 - a\Phi_s)$ значение $0,56M$.

9. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ

В настоящее время релятивистский подход к построению функционала плотности энергии [48–53] формулируется с включением в рассмотрение небольшого числа мезонов:

- π : $J = 0, T = 1, P = -1$.
- σ : $J = 0, T = 0, P = +1$.
- ω : $J = 1, T = 0, P = -1$.
- ρ : $J = 1, T = 1, P = -1$.

В приближении Хартри пионы не дают вклада в среднее поле ядра. Без учета поля пионов лагранжиан взаимодействия принимает вид

$$L_{\text{int}} = -g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi - g_\rho \bar{\psi} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\rho}^\mu \psi - e \bar{\psi} \gamma_\mu A^\mu \psi, \quad (9.1)$$

где A^μ — потенциал электромагнитного поля. Было, однако, отмечено, что для количественного описания таких свойств ядра, как сжимаемость и поверхностное натяжение, необходимо учитывать нелинейную связь нуклонов с полем σ -мезонов.

Сформулированный выше лагранжиан приводит уравнение Дирака к следующему виду:

$$\{\gamma_\mu (i\partial^\mu + V^\mu) + M + S\} \psi_i = 0, \quad (9.2)$$

где

$$\begin{aligned} S(x) &= g_\sigma \sigma(x), \\ V^\mu &= g_\omega \omega^\mu(x) + g_\rho \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu(x) + eA^\mu(x). \end{aligned} \quad (9.3)$$

Мезонные поля удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} (\square + m_\sigma)\sigma &= -g_\sigma \rho_s, \\ (\square + m_\omega)\omega^\mu &= g_\omega j^\mu, \\ (\square + m_\rho)\boldsymbol{\rho}^\mu &= g_\rho \mathbf{j}^\mu, \\ \square A^\mu &= e j_C^\mu, \end{aligned} \quad (9.4)$$

где скалярная плотность и токи выражаются через нуклонные операторы следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \rho_s &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \psi_i(x), \\
 j^\mu &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \gamma^\mu \psi_i(x), \\
 \mathbf{j}^\mu &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \psi_i(x), \\
 j_c^\mu &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \frac{1}{2} (1 + \tau_3) \gamma^\mu \psi_i(x).
 \end{aligned} \tag{9.5}$$

В статическом приближении, учитывая инвариантность относительно пространственного отражения и отражения времени, в результате чего исчезают пространственноподобные компоненты всех токов, получаем стационарное уравнение релятивистского подхода для описания движения нуклонов в среднем потенциале ядра:

$$\begin{aligned}
 (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta(M + S) + V)\psi_i &= \varepsilon_i \psi_i, \\
 (-\Delta + m_\sigma)\sigma &= -g_\sigma \rho_s, \\
 (-\Delta + m_\omega)\omega^0 &= -g_\omega \rho_v, \\
 (-\Delta + m_\rho)\rho_3^0 &= g_\rho \rho_3, \\
 -\Delta \rho_c^0 &= e \rho_c,
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

где

$$\begin{aligned}
 V(\mathbf{r}) &= g_\omega \omega^0(\mathbf{r}) + g_\rho \tau_3 \rho_3^0(\mathbf{r}) + e A^0(\mathbf{r}), \\
 S(\mathbf{r}) &= g_\sigma \sigma(\mathbf{r}), \\
 \rho_s &= \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i(x) \psi_i(x), \\
 \rho_v &= \sum_{i=1}^A \psi_i^+(x) \psi_i(x), \\
 \rho_3 &= \sum_{i=1}^A \psi_i^+(x) \tau_3 \psi_i(x), \\
 \rho_c &= \sum_{i=1}^A \psi_i^+(x) \frac{1}{2} (1 + \tau_3) \psi_i(x).
 \end{aligned} \tag{9.7}$$

Так как массы σ -, ω - и ρ -мезонов достаточно большие, то при качественном рассмотрении можно пренебречь оператором Лапласа в стационарных уравнениях для мезонных полей. Тогда амплитуды мезонных полей σ , ω^0 и ρ_3^0 оказываются пропорциональными соответствующим нуклонным плотностям или токам, а выражение для полной энергии ядра, которое в результате сделанных приближений становится функционалом различных нуклонных плотностей, приобретает вид

$$\begin{aligned}
 E = \int d^3r H(\mathbf{r}) = & \sum_{i=1}^A \int d^3r \psi_i^+(x)(-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta M) \psi_i(x) + \\
 & + \frac{1}{2} \int d^3r \{m_\sigma^2 \sigma^2 - m_\omega^2 (\omega^0)^2 - m_\rho^2 (\rho_3^0)^2\} + \\
 & + \int d^3r \{g_\sigma \rho_s \sigma + g_\omega \rho_v \omega^0 + g_\rho \rho_3 \rho_3^0 + e \rho_c A^0\}. \quad (9.8)
 \end{aligned}$$

В релятивистском подходе коллапса ядра не возникает благодаря релятивистскому эффекту — росту абсолютной величины малой компоненты дираковского спинора нуклонного поля:

$$\begin{aligned}
 \rho_s(\mathbf{r}) &= \sum_{i=1}^A (|f_i(\mathbf{r})|^2 - |g_i(\mathbf{r})|^2), \\
 \rho_v(\mathbf{r}) &= \sum_{i=1}^A (|f_i(\mathbf{r})|^2 + |g_i(\mathbf{r})|^2), \quad (9.9) \\
 \rho_s &= \rho_v - 2 \sum_{i=1}^A |g_i(\mathbf{r})|^2 \approx \rho_v - 2\tau_{\text{kin}}.
 \end{aligned}$$

Здесь $g_i(\mathbf{r})$ — большая, а $f_i(\mathbf{r})$ — малая компоненты дираковского спинора, ρ_v — обычная барионная плотность, нормированная на число нуклонов. При больших плотностях кинетическая энергия нуклонов τ_{kin} возрастает, в результате чего убывает ρ_s . Этот механизм автоматически уменьшает притяжение и стабилизирует ядро.

Наряду с представленным выше релятивистским подходом к построению функционала плотности энергии в публикациях активно используются различные варианты нерелятивистского функционала [54, 55]. Однако в этом обзоре мы ограничимся рассмотрением функционалов плотности энергии, построение которых связано с использованием нуклон-нуклонного взаимодействия.

В заключение этого раздела отметим сформулированный в работах [56–58] оригинальный подход к построению потенциала взаимодействия нуклонов. Потенциал включает слагаемое, учитывающее обмен π -мезоном, и взаимодействие, идущее с образованием дибариона. В каком-то отношении этот подход напоминает микроскопическую модель

структуры ядра, гамильтониан которой содержит мультипольное взаимодействие в канале частица–дырка и парное взаимодействие в канале частица–частица. Однако функционал плотности энергии, базирующийся на таком нуклон-нуклонном потенциале, не был построен.

10. СТРУКТУРА ЯДРА И КИРАЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Теория ядра имеет, по существу, две компоненты — ядерные силы и методы теории многих тел. В этом разделе рассматриваются ядерные силы. В рамках киральной эффективной теории множество использованных прежде подходов к нахождению ядерных сил заменяются систематической схемой.

Ядерная физика относится к области низких энергий, где квантовая хромодинамика является существенно «непертурбативной». По этой причине возникает потребность в «эффективной теории», программа построения которой состоит из следующих шагов [59–61]:

- фиксировать «мягкую» и «жесткую» энергетические шкалы;
- идентифицировать степени свободы, активные при низких энергиях;
- определить все существенные симметрии и их нарушения;
- построить лагранжиан наиболее общего вида, обладающий этими симметриями, включая и их нарушения;
- использовать разложение по малому параметру;
- следуя этому разложению, рассчитать вклады всех фейнмановских диаграмм для рассматриваемых процессов.

В спектре адронов есть большой разрыв между массой π -мезона и массами тяжелых ω - и ρ -мезонов. Таким образом, есть две энергетические шкалы: «мягкая» с импульсом $Q \sim m_\pi$ и «жесткая», характеризующая параметром $\Lambda_\chi \sim m_\omega, m_\rho$ и известная как шкала нарушения киральной симметрии. Это позволяет использовать при построении лагранжиана разложение по малому параметру Q/Λ_χ . Степени свободы киральной эффективной теории поля — π -мезоны и нуклоны (N).

Спонтанное нарушение киральной симметрии предполагает существование безмассового мезона, который отождествляется с изоспиновым триплетом π -мезоном. Так как взаимодействие таких бозонов должно исчезать при нулевом переданном моменте и в «киральном» пределе ($m_\pi \rightarrow 0$), то низкоэнергетическое разложение эффективного лагранжиана должно осуществляться по степеням пространственно-временных производных и пионной массы. Эффективный лагранжиан подразделяется на следующие части:

$$L_{\text{eff}} = L_{\pi\pi} + L_{\pi N} + L_{NN} + \dots, \quad (10.1)$$

где $L_{\pi\pi}$ описывает взаимодействие между пионами, $L_{\pi N}$ — взаимодействие между пионами и нуклонами, а L_{NN} содержит двухнуклон-

ное контактное взаимодействие. Многоточие подразумевает слагаемые, включающие два нуклона и пионы, три и более нуклонов с пионами и без. Отдельные слагаемые в разложении (10.1) представляются в виде

$$\begin{aligned} L_{\pi\pi} &= L_{\pi\pi}^{(2)} + L_{\pi\pi}^{(4)} + \dots, \\ L_{\pi N} &= L_{\pi N}^{(1)} + L_{\pi N}^{(2)} + \dots, \\ L_{NN} &= L_{NN}^{(0)} + L_{NN}^{(2)} + L_{NN}^{(4)} + \dots, \end{aligned} \quad (10.2)$$

где верхний индекс относится к числу производных или пионных масс. Необходимо также иметь возможность организовывать эти диаграммы по степени их важности. В киральной эффективной теории диаграммы разлагаются по степени малого параметра $(Q/\Lambda_\chi)^\nu$, где Q — это общее обозначение для пространственного импульса нуклона, четырехмерного импульса пиона или пионной массы.

Для описания нижайших парциальных волн, которые, собственно, и важны для расчетов структуры ядра, важно знание NN -потенциала на коротких расстояниях. Качественно взаимодействие на коротких расстояниях определяется фурье-преобразованием пропагатора тяжелого мезона:

$$\int d^3Q \frac{\exp(i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r})}{m_{\omega,\rho}^2 + Q^2} \sim \frac{\exp(-m_{\omega,\rho}r)}{r}. \quad (10.3)$$

При разложении по степеням малого импульса Q получаем

$$\frac{1}{m_{\omega,\rho}^2 + Q^2} \approx \frac{1}{m_{\omega,\rho}^2} \left(1 - \frac{Q^2}{m_{\omega,\rho}^2} + \frac{Q^4}{m_{\omega,\rho}^4} - \dots \right). \quad (10.4)$$

Так как члены в круглых скобках действуют напрямую между нуклонами, их называют контактными членами. Они также играют важную роль при регуляризации взаимодействия.

Было установлено, что расчет NN -потенциала нужно проводить до $N^3\text{LO}$ -порядка ($\nu = 4$). В этом случае достигается такая же точность описания нуклон-нуклонных фаз при энергиях не выше 300 МэВ, что и с мезонными потенциалами. Сейчас твердо установлено [62], что при расчетах структуры ядра нужно учитывать и трехчастичные (3NF) силы. Первоначально параметры 3NF-сил фиксировались для трехчастичных и четырехчастичных систем, а расчеты *ab initio* проводились для легких ядер вплоть до ^{16}O [63] с хорошими результатами как для энергий связи, так и для зарядовых радиусов ядер.

Ситуация изменилась, когда стало возможно проводить расчеты для ядер средней массы (Са и даже для тяжелых ядер). В этих расчетах наблюдались большие вариации предсказаний. Были получены как заниженные [64], так и завышенные [65] значения энергий связи. Таким образом, объяснение свойств ядер промежуточной массы и тяжелых ядер оставалось проблемой.

Современный взгляд на такие расчеты состоит в том, что 3NF-силы важны для понимания насыщения в ядрах, поскольку они вносят отталкивание, причем сильно зависящее от плотности, что ведет к насыщению при правильных значениях энергии связи и плотности.

Относительно успешными оказались расчеты с нуклон-нуклонными силами, получившими название «магические силы» (1,8/2,0 (EM) Magic) [66, 67]. С помощью этих сил удается воспроизвести экспериментальные энергии связи ядер вплоть до изотопов Sn. Правда, рассчитанные зарядовые радиусы оказались меньше экспериментальных. В этих расчетах были воспроизведены и свойства насыщения ядерной материи, хотя и при несколько большей плотности. «Магические силы» включают 2NF-силы, полученные в N^3LO -приближении и улучшенные с помощью метода ренормгруппы (SRG), и 3NF-силы, полученные в приближении NNLO. Расчеты с этими силами, однако, не являются последовательно *ab initio*.

Возникшую проблему иллюстрирует сравнение следующих двух расчетов. В работах [68, 69] использовалась комбинация 2NF- и 3NF-сил, полученных в рамках киральной EFT, параметры которых фиксировались по энергии связи тритона и свойствам насыщения ядерной материи. Расчеты для ядер промежуточной массы вплоть до ^{68}Ni продемонстрировали недооценку энергий связи ядер и слишком большие величины их радиусов. В работе [70] использовались те же самые 2NF-силы, однако параметры 3NF-сил фиксировались по энергии связи тритона и ^{16}O . Расчеты с этими силами воспроизводят энергии связи и зарядовые радиусы ядер вплоть до ^{78}Ni . Однако они дают слишком большую энергию связи ядерной материи. При этом насыщение наступает при неправильных значениях плотности.

Трудности, возникшие при одновременном описании конечных ядер и ядерной материи, были преодолены с помощью нуклон-нуклонных потенциалов (GO-потенциалов), полученных в работах [71, 72]. Однако оказалось, что, начиная с энергии около 100 МэВ, фазы NN -рассеяния, рассчитанные с помощью GO-потенциалов, существенно отличаются от экспериментальных. Оказалось, что χ^2 для этих потенциалов в 3 раза превышает результат, полученный 60 лет назад с потенциалом Хамада–Джонстона. Чтобы исправить ситуацию, параметры GO-потенциалов были переопределены так, чтобы удовлетворительно описывать NN -фазы. Расчеты для ядерной материи с переопределенными потенциалами продемонстрировали заметно меньшее притяжение, чем исходные GO-потенциалы.

Различие между потенциалом, базирующимся на «магических силах», и остальными менее успешными потенциалами, полученными на основе киральной эффективной теории поля, лежит в 2NF-части этих потенциалов. Хотя в обоих случаях использование только 2NF-сил ведет к переоценке энергии связи ядерной материи, в случае «магического» потенциала эта переоценка гораздо большая. Точно так же, как и в слу-

чае «магического» потенциала $2NF$, часть GO -потенциалов ведет к сильной переоценке энергии связи ядерной материи. Переопределенные же GO -потенциалы являются заметно менее притягивающими, чем исходные GO -потенциалы. Было показано, что оба эффекта ядерной среды: запрет перерасеяния в занятые состояния и изменения одночастичных энергий — ведут к уменьшению притяжения, источником которого является член второго порядка по тензорному взаимодействию в уравнении для G -матрицы. При этом чем сильнее тензорные силы, тем сильнее влияние среды на редукцию притяжения, и наоборот. GO -потенциалы имеют очень слабую тензорную компоненту. Для описания данных по pp -рассеянию нужна более сильная тензорная компонента, как в переопределенных GO -потенциалах. Когда GO -потенциалы корректируются, чтобы описывать данные по рассеянию, предсказания для энергий связи ядер промежуточной массы ухудшаются.

Экстраординарная нелокальность потенциала, полученного на основе «магических» сил, которая объясняется использованием ренормгруппы, является источником дополнительного притяжения, проявляющегося в расчетах энергий связи. Это ведет к тому, что член второго порядка по тензорному взаимодействию необычно мал, а центральный потенциал большой и притягивающий. Такая степень нелокальности в настоящее время не может быть достигнута любым обычным киральным потенциалом. Таким образом, проблема описания свойств ядер средней массы и тяжелых ядер с помощью реалистических сил остается нерешенной.

Микроскопические расчеты ядерной структуры, основанные на нуклон-нуклонных силах, полученных в рамках киральной эффективной теории поля, связаны с огромным объемом вычислений. Кроме того, не ясно, могут ли расчеты *ab initio* конкурировать с менее микроскопическими методами по точности, которую они могут достичь. В то же время подход, основанный на функционале плотности энергии, является в настоящее время наилучшим микроскопическим подходом, который может быть использован в глобальных исследованиях, благодаря его приемлемому объему вычислений [73]. Однако феноменологическая основа подхода, опирающегося на функционал плотности энергии, является основной причиной потенциально неконтролируемой экстраполяции используемых параметров за пределы физически допустимой области. По этой причине продвижению вперед может помочь принцип построения функционала плотности энергии, включающий и результаты, полученные в рамках киральной эффективной теории поля ($ChEFT$) [74, 75]. Такая стратегия состоит в добавлении членов, описывающих пионный обмен в рамках $ChEFT$, к функционалу плотности энергии Скирма, который базируется на контактном взаимодействии. Такой феноменологический подход был использован в ряде работ [75–80]. Отметим, что функционалы типа Скирма являются нерелятивистскими. Однако и используемые в расчетах релятивистские функционалы не учитывают однопионный обмен при расчете свойств основного состояния ядра.

В результате реализации этой стратегии полученный функционал оказался лучше, чем исходный функционал Скирма. Эти улучшения связаны с включением комбинации двух членов: вклада однопионного обмена, полученного в ведущем порядке кирального разложения (LO) в обменный (фоковский) член, и хартриевского вклада от двухпионного обмена, полученного в N^2LO -приближении. Добавление только члена, описывающего однопионный обмен и полученного в LO- или NLO-приближении, не приводит к какому-либо улучшению. Включение трехчастичных сил также не ведет к существенному улучшению, поскольку процедура оптимизации зависящего от плотности контактного члена в традиционном функционале Скирма позволяет приближенно учесть этот эффект.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе кратко проанализировано развитие теоретических подходов, используемых при исследовании структуры тяжелых атомных ядер. Рассмотрены как феноменологические подходы, так и подходы, базирующиеся на современных методах построения потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия. Большое внимание уделено рассмотрению симметрий, проявляющихся в свойствах атомных ядер.

Ведущиеся в настоящее время расчеты различных характеристик структуры ядер связаны с большим объемом вычислений. Однако относительно простые расчеты тоже сохранили свое значение, и не только для качественного понимания результатов расчетов большого объема, но и для планирования экспериментов. В этих расчетах для построения спектра возбуждения используются в качестве «элементарных блоков» такие структурные единицы, как квазичастицы и фононы.

Сейчас на передний план вышли теоретические подходы, базирующиеся на функционале плотности энергии, в рамках которых решена проблема самосогласованного определения среднего поля ядра и остаточных сил. При этом используются как нерелятивистские функционалы, так и функционалы, сформулированные в рамках релятивистского подхода, которые используют лагранжиан с нуклон-мезонным взаимодействием. При этом параметры взаимодействия определяются так, чтобы наилучшим образом описывать глобальные характеристики ядра, а не следуют непосредственно из параметров реалистических сил.

Исследования, проводимые в рамках киральной эффективной теории поля, продолжают начатое еще Дж. Брауном в 1960-е гг. направление исследований, базирующееся на реалистических нуклон-нуклонных силах. Итогом работ в этом направлении было бы решение следующей задачи: найти нуклон-нуклонное взаимодействие, которое:

— было бы реалистическим, т. е. описывало фазы нуклон-нуклонного рассеяния;

— корректно описывало бы энергии связи при наблюдаемом радиусе ядра;

— обеспечивало бы хорошее описание ядерной структуры.

Эта задача очень амбициозная, но она не решена до настоящего времени, хотя надо отметить значительные успехи, достигнутые на этом пути.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Генперт-Майер М., Йенсен Дж.* Элементарная теория ядерных оболочек. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
2. *Бор О., Моттelson Б.* Структура ядра. Т. 2. М.: Мир, 1977.
3. *Elsasser W. M.* // *J. Phys. Rad.* 1933. V. 4. P. 549.
4. *Bohr N.* // *Nature.* 1936. V. 137. P. 344.
5. *Ring P.* // Intern. School "Nuclear Theory and Astrophysical Applications", Dubna, July 26 – Aug. 4, 2005.
6. *Furnstahl R. J., Griegel D. K., Cohen T. D.* // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 46. P. 1507.
7. *Arima A., Harvey M., Shimizu K.* // *Phys. Lett. B.* 1969. V. 30. P. 517.
8. *Hecht K. T., Adler A.* // *Nucl. Phys. A.* 1969. V. 137. P. 129.
9. *Ginocchio J. N.* // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 436.
10. *Ginocchio J. N., Leviatan A.* // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 425. P. 1.
11. *Ginocchio J. N.* // *Phys. Rep.* 2005. V. 414. P. 165.
12. *Iachello F.* // *Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 44. P. 772.
13. *Iachello F., Kuyucak S.* // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1981. V. 136. P. 19.
14. *Bijker R., Kota V. K. B.* // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1984. V. 156. P. 110.
15. *Iachello F., Van Isacker P.* *The Interacting Boson–Fermion Model.* Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991.
16. *Frank A., Van Isacker P.* *Algebraic Methods in Molecular and Nuclear Physics.* Cambridge: John Wiley & Sons, 1991.
17. *Джолос Р. В.* // ЭЧАЯ. 2001. Т. 32. С. 223.
18. *Sorlin O., Porquet M.-G.* // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2008. V. 61. P. 602.
19. *Kanungo R., Nociforo C., Prochazka A., Aumann T., Boutin D., Cortine-Gil D. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. P. 152501.
20. *Utsuno Y., Otsuka T., Mizusaki T., Honma M.* // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 60. P. 054315.
21. *Otsuka T., Utsuno Y., Fujimoto R., Brown B. A., Honma M., Mizusaki T.* // *Eur. Phys. J. A.* 2002. V. 15. P. 151.
22. *Suzuki D., Iwasaki H., Beaumel D., Nalpas L., Pollacco E., Assie M. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 152503.
23. *Nilsson S. G.* // *Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 1955. V. 29. P. 1.
24. *Боголюбов Н. Н.* // Докл. АН СССР. 1958. Т. 119. С. 52.
25. *Bohr A., Mottelson B., Pines D.* // *Phys. Rev.* 1958. V. 110. P. 936.
26. *Соловьев В. Г.* // Докл. АН СССР. 1958. Т. 123. С. 652.
27. *Soloviev V. G.* // *Nucl. Phys.* 1958/1959. V. 9. P. 655.
28. *Belyaev S. T.* // *Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 1959. V. 31. P. 1.
29. *Bohm D., Pines D.* // *Phys. Rev.* 1953. V. 92. P. 609.
30. *Baranger M.* // *Phys. Rev.* 1960. V. 120. P. 957.

31. *Соловьев В. Г.* Теория сложных ядер: квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
32. *Боголюбов Н. Н.* // УФН. 1959. Т. 67. С. 549.
33. *Johnson C. W.* // Phys. Rev. C. 2015. V. 91. P. 034313.
34. *McCooy A. E., Caprio M. A., Dytrych T., Fasano P. J.* // Phys. Rev. Lett. 2020. V. 125. P. 102505.
35. *von Weizsäcker C.-F.* // Z. Phys. 1935. V. 96. S. 431.
36. *Bohr A., Mottelson B.* // Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1953. V. 27, No. 16.
37. *Sakai M.* // Nucl. Phys. A. 1967. V. 104. P. 301.
38. *Джолос Р. В., Дзнау Ф., Янссен Д.* Препринт ОИЯИ Р4-7144. Дубна, 1973.
39. *Janssen D., Jolos R. V., Dönauf F.* // Nucl. Phys. A. 1974. V. 224. P. 93.
40. *Arima A., Iachello F.* // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 1069.
41. *Arima A., Iachello F.* The Interacting Boson Model. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
42. *Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1965.
43. *Smirnov A. V., Tolokonnikov S. V., Fayans S. A.* // Sov. J. Nucl. Phys. 1988. V. 48. P. 995.
44. *Khodel V. A., Saperstein E. E.* // Phys. Rep. 1982. V. 92. P. 183.
45. *Bochnacki Z., Holban I. M., Mikhailov I. N.* // Nucl. Phys. A. 1967. V. 97. P. 33.
46. *Johnson M. M., Teller E.* // Phys. Rev. 1955. V. 98. P. 783.
47. *Dürr H.-P.* // Phys. Rev. 1956. V. 103. P. 469.
48. *Serot B. D., Walecka J. D.* // Adv. Nucl. Phys. 1986. V. 16. P. 1.
49. *Reinhard P.-G.* // Rep. Prog. Phys. 1989. V. 52. P. 439.
50. *Serot B. D.* // Rep. Prog. Phys. 1992. V. 55. P. 1855.
51. *Ring P.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 1996. V. 37. P. 193.
52. *Niksic T., Vretenar D., Ring P.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2011. V. 66. P. 519.
53. *Song L. S., Yao J. M., Ring P., Meng J.* // Phys. Rev. C. 2017. V. 95. P. 024305.
54. *Erler J., Klüpfel P., Reinhard P.-G.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2011. V. 38. P. 033101.
55. *Robledo L. M., Rodriguez T. R., Rodriguez-Gusman R. R.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2019. V. 46. P. 013001.
56. *Kukulin V. I., Obukhovskiy I. T., Pomerantsev V. N., Faessler A.* // Intern. J. Mod. Phys. E. 2002. V. 11. P. 1.
57. *Kukulin V. I., Pomerantsev V. N., Rubtsova O. A., Platonova M. N.* // Phys. Atom. Nucl. 2019. V. 82. P. 934.
58. *Rubtsova O. A., Kukulin V. I., Platonova M. N.* // Phys. Rev. D. 2020. V. 102. P. 114040.
59. *Weinberg S.* arXiv:0908.1964 [hep-th].
60. *Machleidt R., Entem D. R.* // Phys. Rep. 2011. V. 503. P. 1.
61. *Machleidt R.* // Intern. J. Mod. Phys. E. 2017. V. 26. P. 1740018.
62. *Nosyk Y., Entem D. R., Machleidt R.* // Phys. Rev. C. 2021. V. 104. P. 054001.
63. *Barrett B. R., Navratil P., Vary J. P.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2013. V. 69. P. 131.
64. *Lonardonì D., Lovato A., Pieper S. C., Wiringa R. B.* // Phys. Rev. C. 2017. V. 96. P. 024326.

65. *Binder S., Longhammer J., Calci A., Roth R.* // Phys. Lett. B. 2014. V.736. P.119.
66. *Hebeler K., Bogner S.K., Furnstahl R.J., Nogga A., Schwenk A.* // Phys. Rev. C. 2011. V.83. P.031301(R).
67. *Hebeler K.* // Phys. Rep. 2021. V.890. P.1.
68. *Drischler C., Hebeler K., Schwenk A.* // Phys. Rev. Lett. 2019. V.122. P.042501.
69. *Hoppe J., Drischler C., Hebeler K., Schwenk A., Simons J.* // Phys. Rev. C. 2019. V.100. P.024318.
70. *Hüther T., Vobig K., Hebeler K., Machleidt R., Roth R.* // Phys. Lett. B. 2020. V.808. P.135651.
71. *Ekström A., Hagen G., Morris T.D., Papenbrock T., Schwartz P.D.* // Phys. Rev. C. 2018. V.97. P.024332.
72. *Jiang W.G., Ekström A., Forssen C., Hagen G., Jansen G.R., Papenbrock T.* // Phys. Rev. C. 2020. V.102. P.054301.
73. *Zurek L., Bogner S.K., Furnstahl R.J., Navarro Perez R., Schunck N., Schwenk A.* // Phys. Rev. C. 2024. V.109. P.014319.
74. *Drut J.E., Furnstahl R.J., Platter L.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2010. V.64. P.120.
75. *Gebremariam B., Duguet T., Bogner S.K.* // Phys. Rev. C. 2010. V.82. P.014305.
76. *Gebremariam B., Bogner S.K., Duguet T.* // Comput. Phys. Commun. 2010. V.181. P.1167.
77. *Stoitsov M., Kortelainen M., Bogner S.K., Duguet T., Furnstahl R.J., Gebremariam B., Schunck N.* // Phys. Rev. C. 2010. V.82. P.054307.
78. *Gebremariam B., Bogner S.K., Duguet T.* // Nucl. Phys. A. 2011. V.851. P.17.
79. *Dyhdalo A., Furnstahl R.J.* // Phys. Rev. C. 2017. V.95. P.054314.
80. *Navarro Perez R., Schunck N., Dyhdalo A., Furnstahl R.J., Bogner S.K.* // Phys. Rev. C. 2018. V.97. P.054304.