

КОНТУРНАЯ КАЛИБРОВКА: СБОРНИК РЕЗУЛЬТАТОВ В ТЕОРИИ И ПРИЛОЖЕНИИ

И. В. Аникин *

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Институт современной физики АН Китая, Ланьчжоу, Китай

Изложены основные характерные особенности нелокальной калибровки, которые получили название контурных калибровок. Контурные калибровки относятся к аксиальным типам калибровок и обобщают класс локальных калибровок, которые используются в большинстве подходов. Геометрическая интерпретация глюонных полей вместе с путезависимым формализмом являются важными инструментами для описания нелокальных калибровок. Принципиальной особенностью контурных калибровок является то, что в конечной области пространства отсутствует остаточная калибровочная свобода. В обзоре мы представляем полезное соответствие между концепцией контурной калибровки и гамильтоновым (лагранжевым) формализмом. Как оказалось, гамильтонов формализм является наиболее удобным инструментом для понимания контурных калибровок. Детальный сравнительный анализ локальных и нелокальных калибровок свидетельствует о преимуществе использования контурных калибровок. В качестве примера практической значимости использования контурных калибровок мы рассматриваем процесс Дрелла–Яна и обсуждаем калибровочную инвариантность соответствующего адронного тензора. Показано, что правильное использование контурной калибровки приводит к существованию дополнительных диаграммных вкладов. Эти дополнительные вклады, во-первых, восстанавливают калибровочную инвариантность адронного тензора и, во-вторых, входят в важные наблюдаемые величины. Мы также демонстрируем важную роль дополнительных диаграмм для формирования соответствующих контуров в вильсоновской экспоненте, упорядоченной по пути. В итоге это приводит к фиксации побочных сингулярностей, напрямую связанных с остаточной калибровочной свободой. Кроме того, в данном обзоре мы подробно обсуждаем проблему разделения спинowego и орбитального момента импульса, показываем, что в $SU(3)$ калибровочных теориях разложение глюонного поля на физическую и чистые калибровочные компоненты имеет строгое математическое подтверждение в рамках концепции контурной калибровки. Также доказываем, что контурная калибровка обладает особым видом остаточной калибровочной свободы, которая проявляется на границе пространства. При этом конфигурации граничного поля могут быть связаны с чистыми калибровочными полями.

In this review, we outline the main features of the non-local gauge, named the contour gauge. The contour gauge belongs to the axial type of gauges and

* E-mail: anikin@theor.jinr.ru

extends the local gauge used in the most of approaches. The geometry of gluon fields and the path-dependent formalism are the essential tools for the description of non-local gauges. The principal feature of the contour gauge is that there are no residual gauges which are left in the finite domain of space. In the review, we present the useful correspondence between the contour gauge conception and the Hamiltonian (Lagrangian) formalism. The Hamiltonian formalism turned out to be a very convenient framework for the understanding of contour gauges. The comprehensive comparison analysis of the local and non-local gauges advocates the advantage of the contour gauge use. As an example of practical worth, we consider the Drell–Yan process and discuss the gauge invariance of the corresponding hadron tensor. We show that the appropriate use of the contour gauge leads to the existence of extra diagram contributions. These additional contributions, first, restore the gauge invariance of the hadron tensor and, second, give the important terms for the observable quantities. We also demonstrate the significant role of the additional diagrams to form the relevant contour in the Wilson path-ordered exponential. Ultimately, it leads to the spurious singularity fixing. Moreover, in the present review, we discuss in detail the problem of spin and orbital angular momentum separation. We show that in $SU(3)$ gauge theories the gluon decomposition into the physical and pure gauge components has a strong mathematical evidence provided the contour gauge conception has been used. In addition, we prove that the contour gauge possesses the special kind of residual gauge that manifests itself at the boundary of space. Besides, the boundary field configurations can be associated with the pure gauge fields.

PACS: 12.38.Lg

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, калибровочные теории идентичны системам с динамическими ограничениями (или, другими словами, связями), где калибровочные условия (или дополнительные условия в гамильтоновом формализме) играют очень важную роль для квантования. Действительно, калибровочная теория как теория с ограничениями (связями) может быть правильно квантована тогда и только тогда, когда все условия связи разрешены однозначно. Это должно устранить нефизические степени свободы. Однако условия связи, которые выражаются через обобщенные импульсы и координаты, имеют весьма нетривиальный вид. Следовательно, нахождение уникальных решений этих уравнений — непростая задача. Более того, иногда это становится даже невозможным.

К счастью, метод Фаддеева–Попова [1] позволяет нам избежать прямого решения калибровочных условий связи. Вместо этого бесконечный объем групповой орбиты, который приводит к проблемам квантования, можно факторизовать (или выделить) в несущественный нормировочный множитель. Это происходит из-за калибровочной инвариантности данного лагранжиана (или гамильтониана) теории. Однако понятно, что в пространственном типе калибровок факторизация бесконечной групповой орбиты недостаточна из-за наличия остаточной калибровочной свободы.

В настоящее время для практических приложений традиционно используются только локальные типы калибровок. В то же время один из самых популярных типов калибровок, а именно калибровки аксиального типа, обладает остаточной калибровочной свободой. Это приводит к проблеме с побочными (spurious) сингулярностями. В отличие от локальной аксиальной калибровки, использование контурной калибровки (напомним, что контурная калибровка образует класс нелокальных калибровок) дает возможность полностью зафиксировать калибровочную свободу в конечной области пространства Минковского (или евклидова). Более того, зафиксировать остаточную калибровку можно наиболее простым способом и без дополнительных предположений. Стоит отметить, однако, что существует остаточная калибровочная свобода на бесконечной границе пространства (см. [2]).

Главное преимущество контурной калибровки заключается в том, что она оперирует с самого начала только единственными решениями условия калибровки. А именно, в рамках концепции контурной калибровки представитель калибровочной орбиты должен быть каким-то образом сначала зафиксирован, а затем должно быть найдено определенное локальное калибровочное условие, скоррелированное с заданным представителем (калибровочной) орбиты. Данный метод является проявлением альтернативной логики фиксации калибровки по сравнению с обычными локальными калибрами.

Среди ряда теоретиков существует предубеждение, что изучение любых нелокальных калибровочных условий, особенно в КХД, не является особенно привлекательным, поскольку техника вычислений в контурной калибровке довольно специфична и очень сложна. В данном обзоре мы пытаемся разрушить это поверхностное и неверное впечатление.

Для этой цели нам понадобятся знания базовой дифференциальной геометрии, которая, к сожалению, не получила широкого распространения в феноменологическом сообществе. В частности, необходима интерпретация глюонов как связности на главном расслоении:

а) для демонстрации того, что в рамках концепции контурной калибровки калибровочная свобода может быть однозначно зафиксирована в конечной области пространства;

б) для доказательства того, что в локальной аксиальной калибровке (типа $A^+ = 0$) два представления поперечных глюонных полей через тензор напряженности $G_{\mu\nu}$, связанные с различными путями интегрирования, $[+\infty; x]$ и $[-\infty; x]$, не эквивалентны друг другу.

Следует отметить, что невозможно различить упомянутые два различных представления в локальной калибровке. В то же время предположение об эквивалентности приводит ко многим проблемам, например, с калибровочной инвариантностью адронных тензоров типа Дрелла-Яна.

Поскольку интерес как к самой контурной калибровке, так и к деталям ее применения возрастает в феноменологическом сообществе, в обзоре мы даем разъяснения важным тонкостям на основе строгой

математической техники, адаптированной к физическому применению, которая почти отсутствует в литературе. С другой стороны, поскольку в современной литературе все еще можно найти неправильное представление поперечного глюонного поля через тензор напряженности, рассматриваемый в локальной аксиальной калибровке, мы воспринимаем этот факт как сильную мотивацию для настоящего обзора.

Чтобы продемонстрировать практическую пользу концепции контурной калибровки, в обзоре мы сосредоточимся на исследовании составной структуры нуклона (адрона), которая по-прежнему является важнейшим предметом физики адронов. В частности, остановимся на расчете нескольких видов односпиновых асимметрий (ОСА). С экспериментальной точки зрения односпиновые асимметрии являются широко распространенным и полезным инструментом исследований в рамках адронной физики и открывают доступ к трехмерной структуре нуклона. Это происходит благодаря нетривиальной связи между поперечным спином и распределением партонов с поперечным импульсом (см., например, [3–7]). В рамках КХД односпиновая асимметрия, связанная с процессом Дрелла–Яна, впервые была рассмотрена для случая продольно поляризованного адрона [8, 9]. Важность данной асимметрии связана с тем, что вторым адроном в рассматриваемом процессе является пион. Необходимо упомянуть о чувствительности к форме амплитуды распределения пионов, которая в настоящее время является объектом основного интереса [10–13] (см. также [14] и ссылки в ней).

В [8–11] показано, что мнимая фаза односпиновой асимметрии, которая связана с продольно поляризованным нуклоном, появляется либо из-за жестких пертурбативных глюонных петель, либо из-за вклада амплитуды распределения пионов с твистом 4.

Ранее, при изучении поперечной ОСА процесса Дрелла–Яна, мнимая часть была извлечена только из пропагатора кварка в стандартной диаграмме (т.е. диаграмме без излучений от кварковых внешних линий в корреляторах) с кварк-глюонным коррелятором твиста 3 [15]. В этих подходах неоднозначность в граничных условиях для глюонов обеспечивает чисто действительную функцию кварк-глюонной функции $B^V(x_1, x_2)$, которая параметризует матричный элемент $\langle \bar{\psi} \gamma^+ A^\perp \psi \rangle$. С другой стороны, действительная $B^V(x_1, x_2)$ -функция убивает вклад нестандартной диаграммы (т.е. диаграммы с излучениями от кварковых внешних линий в корреляторах), который, однако, абсолютно необходим для обеспечения электромагнитной калибровочной инвариантности адронного тензора Дрелла–Яна. Чтобы разрешить это несоответствие, в серии статей [16, 17] с помощью концепции контурной калибровки было доказано, что $B^V(x_1, x_2)$ -функция твиста 3 является, по сути, комплексной функцией. С этим выводом нестандартная диаграмма действительно дает ненулевой вклад и действительно продуцирует мнимую часть, необходимую для соответствующей односпиновой асимметрии. Кроме

того, дополнительный вклад нестандартной диаграммы также приводит к дополнительному множителю 2 для ОСА.

Другой мотивирующий момент для разработки формализма контурной калибровки связан с проблемой фиксации побочной сингулярности (см., например, [5, 18, 19]). Условие аксиальной калибровки на световом конусе, наложенное на глюонные поля, $A^+ = 0$, естественным образом допускает интерпретацию функции плотности партонов через партонное число (вероятность) на уровне древесных диаграмм [20]. Однако любые пертурбативные вычисления за пределами древесного уровня требуют тщательного рассмотрения подобных неопределенностей в пропагаторах глюонов [21–24]. Стоит напомнить, что побочные сингулярности возникают как плохо определенные полюсные сингулярности вида $\sim (k^+)^{-1}$. В основном они связаны с остаточной калибровочной свободой из-за неполной фиксации калибровки условием $A^+ = 0$. По этой причине прямые вычисления в аксиальной калибровке на световом конусе в высших пертурбативных порядках громоздки и иногда даже противоречивы [25, 26]. С одной стороны, можно было бы попытаться преодолеть эту трудность, работая в хорошо определенной ковариантной калибровке, устанавливая параметр калибровки равным $\xi = -3 + O(\alpha_s)$, которая, как известно, эффективно «имитирует» нековариантные калибровки [26, 27]. С другой стороны, можно следовать другому подходу и продолжать работать в калибровке на световом конусе, избавляясь от остаточной калибровочной свободы с помощью соответствующего дополнительного условия фиксации калибровки. Последнее может быть получено в терминах различных граничных условий для глюонных полей и/или их пространственных производных [5, 18, 19].

В обзоре мы даем подробное описание альтернативного подхода к формулировке более общего условия фиксации калибровки. Предполагается, что альтернативный подход влечет за собой «правильные» прескрипции полюса в глюонном пропагаторе. С помощью концепции контурной калибровки мы демонстрируем, как побочные неопределенности в глюонном пропагаторе могут быть в конечном счете исправлены в нелокальных аксиальных калибровках. В рамках коллинеарной факторизации особо подчеркивается существенная роль нестандартной диаграммы, чтобы получить соответствующий контур в упорядоченной по пути экспоненте Вильсона, необходимой для окончательного устранения побочной сингулярности в глюонном пропагаторе.

Другой показательный пример практической выгоды, обсуждаемый в обзоре, связан с проблемой разделения партонного спина и орбитального углового момента (УМ). Это один из интересных предметов современных споров как в теоретическом, так и в экспериментальном сообществе [28]. В настоящее время существуют два параллельных разложения, известных как разложение Джаффе–Манохара (JM-разложение) [29] и разложение Джи (J-разложение) [30], которые широко обсуждались в литературе. JM-разложение относится к полному разложению спина

нуклона на спиновую и орбитальную части кварков и глюонов по отдельности. В то время как J-разложение калибровочно-инвариантно по построению, и это разложение не приводит к разделенным кварковым и глюонным вкладам спина и орбитального УМ в общий спин нуклона.

В [31, 32] обсуждается аналог JM-разложения, обладающий калибровочной инвариантностью. При работе с калибровкой Кулона глюонное поле сводится к формальному представлению в виде $A_\mu = A_\mu^{\text{phys}} + A_\mu^{\text{pure}}$. Стоит отметить, что данное разложение предполагалось, в качестве первого шага, считать анзацем во всех существующих обсуждениях калибровочно-инвариантного разделения спинового УМ и орбитального УМ (см., например, [33–44]).

В абелевой $U(1)$ калибровочной теории физические компоненты A_μ^{phys} соответствуют поперечным компонентам A_μ^\perp , являющимся калибровочно-инвариантными в отличие от продольных компонент A_μ^L , связанных с A_μ^{pure} , которые преобразуются под действием калибровочных преобразований и, следовательно, должны быть устранены калибровочным условием в лагранжевом подходе. В результате в абелевой теории упомянутое разложение абсолютно естественно и нет сомнений в его достоверности.

В неабелевой $SU(3)$ калибровочной теории как поперечные, так и продольные компоненты подвергаются калибровочным преобразованиям. Следовательно, упомянутое разложение вызывает сомнения в его правильности относительно определения физических компонентов. В частности, использование ковариантных калибровочных условий неизбежно должно привести к невозможности разделения спиновых и орбитальных УМ калибровочно-инвариантным образом, потому что координатная зависимость глюонных полей не может быть независимо определена для каждой из компонент (см., например, [45]). Между тем данное разложение является ключевым во многих дискуссиях, посвященных калибровочно-инвариантному разделению спиновых и орбитальных УМ.

Здесь предлагается рассматривать упомянутое выше разложение глюона как утверждение, которое должно быть доказано (если это возможно) в неабелевой теории. Оказывается, что доказательство может быть реализовано в деталях только с помощью концепции контурной калибровки (ср. [46, 47]). Необходимо напомнить, что контурная калибровка может быть легко понята в рамках гамильтонова формализма, где условие контурной калибровки определяется пересечением соответствующей поверхности (связанной с контурной калибровкой) на многообразии главного расслоения и соответствующих слоев этого многообразия с заданными групповыми орбитами (см. [48] для более подробной информации). Также показано, что даже в рамках контурной калибровки есть специальный вид остаточной калибровочной свободы. Однако данная остаточная калибровочная свобода связана с нетривиальными граничными условиями, образованными конфигурациями чистой калибровки на бесконечности.

Следует обратить внимание, что любые физические величины не зависят от калибровки (как и должно быть). Аксиальная калибровка всегда, как правило, связана с определенным фиксированным направлением в пространстве. В этом случае независимость от калибровки должна рассматриваться как независимость, касающаяся выбора направления [49].

1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТУРНОЙ КАЛИБРОВКИ: ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

1.1. Лагранжевы и гамильтоновы системы с динамическими ограничениями. Локальная аксиальная калибровка, $A^+ = 0$, обладает остаточной калибровочной свободой. Следовательно, требуются дополнительные требования, чтобы зафиксировать оставшуюся свободу. В большинстве случаев формулирование дополнительных требований не является тривиальной задачей, особенно в лагранжевой системе. Действительно, одновременное требование того, что $A^+ = A^- = 0$, может привести к полному фиксации калибровочной свободы только в классической теории. В квантовой теории одновременные условия $A^+ = 0$ и $A^- = 0$, появляющиеся как аргументы дельта-функции в соответствующем функциональном интеграле (которая, в свою очередь, приводит к эффективному лагранжиану с $1/\xi_1(n \cdot A)^2$ и $1/\xi_2(n^* \cdot A)^2$), ведут к отсутствию корректно определенного пропагатора. Это происходит потому, что соответствующий кинематический оператор не обладает обратным. В связи с этим необходимо разработать альтернативный метод фиксации калибровки по сравнению с «классическими» подходами с эффективным лагранжианом, который включает оба члена $(n \cdot A)^2$ и $(n^* \cdot A)^2$. Концепция контурной калибровки дает нам такой альтернативный и эффективный метод.

Чтобы понять все тонкости контурной калибровки, мы напоминаем об основных этапах лагранжевых (L-система) и гамильтоновых (H-система) подходов к квантованию полей (см., например, [50]). В этом разделе наши усилия сосредоточены на демонстрации того, что H-система является наиболее адекватным подходом для наших целей. В то же время из-за особой роли пространства-времени в H-системе L-система больше подходит для практического использования. Другими словами, нам нужна H-система как удобный промежуточный инструмент, чтобы увидеть, как контурная калибровка однозначно фиксирует всю калибровочную свободу. Однако основная вычислительная процедура формулируется с точки зрения L-системы, связанной с соответствующей H-системой.

Рассмотрим H-систему, которая определяется функцией $H(p_i, q_i)$, а фазовое пространство Γ формируется обобщенными импульсами p_i и координатами q_i . Кроме того, у нас есть $2m$ условий на p_i и q_i , которые были наложены в рамках рассматриваемой системы. Традиционно эти $2m$ ограничения обозначаются как $\varphi_a(p_i, q_i)$ и $\chi_a(p_i, q_i)$.

Предположим, что H -система имеет орбиты, которые представляют собой не что иное, как орбиты калибровочной группы в калибровочной теории. Поскольку фазовое пространство Γ переполнено нефизическими степенями, в идеальном случае мы должны были бы разрешить все виды ограничений (условий). Дополнительные условия $\chi_a(p_i, q_i)$ необходимы для того, чтобы однозначно фиксировать представителя калибровочной орбиты, что, в свою очередь, необходимо для квантования H -системы. С чисто теоретической точки зрения после того, как все условия (ограничения) разрешены, мы имеем дело с квантованной H -системой, где физическое фазовое пространство Γ^* размерности $2(n - m)$ является подпространством начального пространства Γ размерности $2n$. Это основа H -системы $H^*(p_i^*, q_i^*)$, где существуют только физические конфигурации.

В функциональном методе квантования амплитуда между начальным $|q_1^{\text{in}}, \dots, q_n^{\text{in}}; t^{\text{in}}\rangle$ и конечным $\langle q_1^f, \dots, q_n^f; t^f|$ состояниями принимает следующую форму (за исключением неважных нормализационных факторов) [1, 50]:

$$\langle q_1^f, \dots, q_n^f; t^f | q_1^{\text{in}}, \dots, q_n^{\text{in}}; t^{\text{in}} \rangle = N \int \mathcal{D}p_i(t) \mathcal{D}q_i(t) \delta(\varphi_a) \delta(\chi_a) \det \{ \varphi_a, \chi_a \} \times \\ \times \exp \left\{ i \int_{t^{\text{in}}}^{t^f} dt [p_i \partial_0 q_i - H(p_i, q_i)] \right\}, \quad (1.1)$$

где $\{ \dots, \dots \}$ обозначает скобки Пуассона.

Дельта-функция $\delta(\varphi_a)$ из (1.1) может быть представлена через интеграл по множителю Лагранжа λ_a как

$$\delta(\varphi_a) = \int (d\lambda_a) e^{i\lambda_a \varphi_a(p_i, q_i)}. \quad (1.2)$$

Это дает обобщенный гамильтониан системы, который можно записать в виде

$$H'(p_i, q_i) = H(p_i, q_i) + \sum_a \lambda_a \varphi_a(p_i, q_i). \quad (1.3)$$

Если считать, что ограничивающие условия (см. аргументы дельта-функций) каким-то образом разрешены (т.е. найдены решения соответствующих уравнений), то амплитуда становится равной

$$\langle q_1^f, \dots, q_n^f; t^f | q_1^{\text{in}}, \dots, q_n^{\text{in}}; t^{\text{in}} \rangle = N \int \mathcal{D}p_i^*(t) \mathcal{D}q_i^*(t) \times \\ \times \exp \left\{ i \int_{t^{\text{in}}}^{t^f} dt [p_i^* \partial_0 q_i^* - H^*(p_i^*, q_i^*)] \right\}, \quad (1.4)$$

где только физические обобщенные импульсы и координаты формируют меру интегрирования вместе с гамильтонианом. Производящий функционал (1.4) соответствует H -системе с динамическими ограничениями,

которые были разрешены. Поэтому не существует калибровочной свободы, связанной с произвольным множителем Лагранжа λ_a . Это была бы идеальная ситуация, которая не может быть реализована практически в большинстве случаев. Тем не менее контурная калибровка как класс нелокальных калибровок дает возможность реализовать упомянутую идеальную ситуацию. Это так, потому что по построению условие контурной калибровки имеет уникальное (однозначное) решение (см. ниже).

Полезно проиллюстрировать разницу между H -системой с неразрешенным и разрешенным ограничивающим условием. Это можно сделать с помощью тривиального механического примера (рис. 1). Рассмотрим однородный шар, который движется от точки A к точке B . Шар имеет сферическую симметрию по отношению к вращению вокруг центра инерции. Ради простоты мы сосредоточимся на вращении шара в двумерной проекции плоскости. Поскольку плоская поверхность шара однородна, у нас нет возможности наблюдать вращение движущегося шара, если только мы не отметим некоторую точку на поверхности. Невидимое вращение шара вокруг своего центра инерции соответствует внутреннему (калибровочному) преобразованию H -системы. Это не сильно влияет на траекторию при условии постоянной угловой скорости (см. рис. 1 слева). В этом случае центр инерции играет роль «физических» конфигураций H -системы, в то время как перемещение различных участков на плоской поверхности шара невидимо и относится к «нефизическим» конфигурациям.

Далее, если отметим участок на плоской поверхности шара, скажем, черточкой, мы тем самым нарушим видимую симметрию вращения. Это означает, что мы выбираем, условно говоря, предпочтительный участок поверхности шара, и вращение данного шара становится видимым. В этом случае мы можем описать движущийся отмеченный участок вместе с центром инерции как «физические» конфигурации H -системы при перемещении от A до B (см. рис. 1 справа).

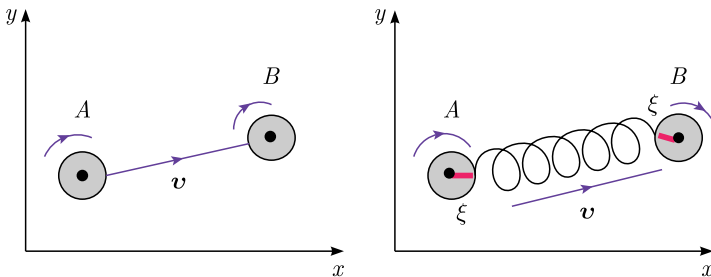


Рис. 1 (цветной в электронной версии). H -система с неразрешенными и разрешенными условиями (ограничениями). Слева — система с внутренней (калибровочной) симметрией; справа — система с фиксированным участком ξ на поверхности шара

В контексте концепции контурной калибровки отмеченная черта на плоском шаре соответствует определенной калибровочной функции θ калибровочного преобразования, которая зафиксирована условием контурной калибровки. Если бы мы сосредоточились на упомянутом выше идеальном случае разрешенных ограничений, то просто имели бы дело с полями, рассматриваемыми как безмассовые векторные поля (преобразующиеся как спиноры ранга 2 лоренцевой группой), которые описываются гамильтонианом без калибровочных преобразований.

В случаях абелевой и неабелевой калибровочных теорий соответствия между каноническими переменными и динамическими условиями (ср. (1.1)) могут быть выражены как

$$\begin{aligned} (p_i; q_i; t) &\implies ((E_0, E_i); (A_0, A_i); x), \\ \delta(\varphi_a) &\implies \delta(\partial_i E_i) \delta(E_0), \\ \delta(\chi_a) &\implies \delta(\partial_i A_i) \delta(A_0), \\ \det \{\varphi_a, \chi_a\} &\implies \Phi(A). \end{aligned} \tag{1.5}$$

В обычных калибровочных теориях разрешение дополнительных (или калибровочных) условий не является простой задачей. Калибровочные условия, ведущие к системе уравнений для калибровочной функции $\theta(x)$, должны бы иметь однозначное решение θ_0 . Однако, на самом деле, это практически невозможно.

В рамках L-системы Фаддеев и Попов предложили метод (FP-метод) для избежания необходимости поиска однозначного решения θ_0 . В методе Фаддеева–Попова бесконечный объем орбиты группы может быть факторизован в несущественный нормализационный коэффициент. Это становится возможным благодаря калибровочной инвариантности соответствующих лагранжианов (или гамильтонианов) теории [1].

Для простоты мы фокусируемся на калибровочной $U(1)$ -теории, где данную H-систему можно проследить от лагранжиана формализма первого порядка (рода). Лагранжиан первого порядка определяется как

$$\mathcal{L}_{(1)} = -\frac{1}{2} \left[\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} \right] F_{\mu\nu}, \tag{1.6}$$

где A_μ и $F_{\mu\nu}$ считаются независимыми полевыми конфигурациями. Лагранжиан (1.6) можно записать в 3-мерном виде. Имеем

$$\mathcal{L}_{(1)} = E_i \partial_0 A_i + A_0 \partial_i E_i + \frac{1}{2} E^2 + \frac{1}{4} B_i \varepsilon_{ik\ell} \partial_k A_\ell + \frac{1}{2} B^2, \tag{1.7}$$

где A_i и $E_i = F_{i0}$ являются координатами и обобщенными импульсами соответственно. $B_i = 1/2 \varepsilon_{ijk} F_{jk}$ — это переменные в интегральной мере (см. ниже). Используя уравнение Эйлера–Лагранжа, мы получим урав-

нения, которые не включают ∂_0 . Эти уравнения определяют следующие ограничения (условия):

$$E_0 = 0, \quad \partial_i E_i = 0, \quad (1.8)$$

дающие первичные и вторичные условия соответственно.

Напоминаем, что калибровочные теории являются ничем иным, как теориями с динамическими связями (условиями), накладываемыми на поля. В дополнение к ограничениям (или связям) типа (1.8) нужно ввести дополнительные условия (калибровки), которые имеют вид

$$A_0 = 0 \text{ и } \partial_i A_i = 0. \quad (1.9)$$

Полный набор условий, определенных в (1.8) и (1.9), должен устранить все нефизические степени свободы для правильного квантования Н- (или L-) систем.

Используя FP-метод, начнем с функционального интеграла для L-системы [50]. Имеем

$$\int \mathcal{D}\theta(x) \int \mathcal{D}A_\mu \delta(F[A]) \Phi(A) e^{iS[A]}, \quad (1.10)$$

где бесконечный объем групповой орбиты $\mathcal{D}\theta(x)$ факторизован в интегральной мере благодаря калибровочной инвариантности действия $S[A]$ и функционала $\Phi(A)$. Функционал $\Phi(A)$ определен выражением (1.10) и связан с соответствующим детерминантом, который дается $\delta(F[A])$.

Точная величина фактора групповой орбиты, т. е.

$$v_g \equiv \int \mathcal{D}\theta(x) = \int \prod_x [d\theta(x)] = \{\infty, 0\} \quad (1.11)$$

неважна для рассмотрения, поскольку данный фактор сократится соответствующим нормализационным коэффициентом функции Грина. В выражении (1.11) бесконечный групповой объем соответствует стандартному случаю неразрешенного калибровочного условия. Нулевой групповой объем возникает в случае, когда калибровочное условие разрешено. Действительно, $[d\theta(x)]$ определено на групповом многообразии как инвариантная мера. Другими словами, имеем

$$\int [d\theta] f(\theta) \sim \sum_{\theta \in G} f(\theta), \quad (1.12)$$

где $\prod_x [d\theta(x)]$ — произведение инвариантных мер на структурной группе G слоя, которому соответствует каждая точка пространства Минковского. Если предположить, что калибровочная функция θ не фиксирована, то получим бесконечный интеграл по групповой инвариантной мере. В противном случае, если калибровочная функция θ каким-то образом фиксирована, интеграл равен нулю для каждой точки пространства Мин-

ковского. Величина фиксированной θ_i может, тем не менее, варьироваться от точки к точке. Возвращаясь к (1.10), можно записать, что

$$\int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}F_{\mu\nu} \delta(F[A]) \Phi(A) e^{iS[A,F]}, \quad (1.13)$$

где функционал действия $S[A, F]$ определяется лагранжианом (1.6). В трехмерной форме мы получим, что

$$\int \mathcal{D}A_i \mathcal{D}A_0 \mathcal{D}B_i \mathcal{D}E_i \delta(F[A]) \Phi(A) e^{iS[A,E,B]}, \quad (1.14)$$

где $S[A, E, B]$ уже определен выражением (1.7). Интегрирование по B_i и A_0 в (1.14) ведет к функциональному интегралу в виде

$$\int \mathcal{D}A_i \mathcal{D}E_i \delta(F[A]) \Phi(A) \delta(\partial_i E_i) \times \\ \times \exp \left\{ i \int dz [E_i \partial_0 A_i + H(E_i, A_i)] \right\}, \quad (1.15)$$

где гамильтониан дается выражением

$$H(E_i, A_i) = \frac{1}{2} E^2 - \frac{1}{2} (\varepsilon_{ijk} \partial_j A_k)^2. \quad (1.16)$$

В (1.15) калибровочное условие выбрано как $F(A) = \partial_i A_i$.

С другой стороны, выражение (1.15) может быть представлено в эквивалентном виде как

$$\int \mathcal{D}A_i \mathcal{D}A_0 \mathcal{D}E_i \mathcal{D}E_0 \delta(\partial_i A_i) \Phi(A) \delta(\partial_i E_i) \delta(A_0) \delta(E_0) \times \\ \times \exp \left\{ i \int dz [E_i \partial_0 A_i + E_0 \partial_0 A_0 + H(E_i, A_i; E_0, A_0)] \right\}, \quad (1.17)$$

где первичные и вторичные связи вместе с калибровочными условиями (1.9) явно указаны в функциональном интегранте. Данное представление Н-системы напоминает функциональный интеграл (1.1).

Следует обратить внимание, что в Н-системах нет проблем при введении всех связей (ограничений) через дельта-функции, потому что в отличие от L-системы, которая формирует правила Фейнмана, нет необходимости находить оператор, обратный кинематическому оператору. В то же время подход на основе Н-системы неудобен для практических вычислений в КТП.

Этот раздел в основном написан в стиле учебника ввиду того, что готовит читателя к основному характерным чертам использования контурных калибровок. Действительно, мы напомнили различия между Н-системами с разрешенными и неразрешенными динамическими ограничениями на основе механической иллюстрации, см. рис. 1. В рамках FP-метода как для L-систем, так и для Н-систем нет необходимости

нахождения однозначного решения калибровочного условия, соответствующего функции $\theta(x)$. Благодаря калибровочной инвариантности лагранжиана (гамильтониан) и $\Phi(A)$, бесконечный объем групповой орбиты (определенный $[d\theta]$) был отделен в мере функционального интегрирования, что дает возможность для квантования калибровочной теории при условии отсутствия остаточной калибровочной свободы. Если калибровочное условие разрешено в отношении θ , то представитель группы, соответствующий каждой орбите, должен быть однозначно фиксирован. Следовательно, факторизованный групповой интеграл должен быть равен нулю в смысле суммирования по Риману. Вообще говоря, объем группы должен быть сокращен подходящей нормализацией, и, следовательно, данный факт (нулевого интеграла по группе) не приводит к аннулированию функционального интеграла (1.10). Только что упомянутый случай имеет место в подходе, где использовалась концепция контурной калибровки.

1.2. Основные идеи подхода на основе контурной калибровки.

Опишем основные положения концепции контурной калибровки. В рамках подходов с контурной калибровкой считается, что калибровочные условия разрешены, по крайней мере в формальном виде, и данный представитель орбиты калибровочной группы выбран однозначно (см., например, [46, 47, 51]).

Утверждается, что калибровочная функция может быть полностью фиксирована (в H-системе, см. (1.1)) и нефизические глюоны могут быть устранены (в L-системе, см. (1.10)) при условии, что

$$\mathbf{g}(x|A) \Big|_{P(x_0, x)} \equiv \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{P(x_0, x)} d\omega_\mu A_\mu(\omega) \right\} = \mathbf{1}, \quad (1.18)$$

где путь $P(x_0, x)$ между точками x_0 и x фиксирован. То есть мы требуем, чтобы путезависимый функционал (или, другими словами, вильсоновский функционал) должен быть равным единице.

В КХД аксиальная калибровка на световом конусе, $A^+ = 0$, является частным случаем нелокальной контурной калибровки (см. ниже), которая определяется условием (1.18), если фиксированный путь — это линия, соединяющая $\pm\infty$ с x . По построению контурная калибровка не обладает остаточной калибровочной свободой в конечном пространстве. В работе [2] показано, что возможная остаточная калибровочная свобода сосредоточена только на соответствующей границе пространства. В дальнейшем в обзоре предполагается, что граничные глюонные конфигурации равны нулю. Таким образом, с технической точки зрения, контурная калибровка обеспечивает самый простой способ полностью фиксировать калибровочную функцию.

Концепция контурной калибровки во многом инспирирована формализмом, основанным на реализации представлений группы пу-

тей [52, 53]. Кроме того, данный формализм берет начало от подхода Мандельштама [54]. Для лучшего понимания имеет смысл сделать краткое введение в геометрию глюонного поля, где поле глюона рассматривается как связность на главном расслоении $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$.

Главное расслоение $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$ — это один из основных ингредиентов, который образует основу дифференциальной геометрии. По определению главное расслоение образуется комбинацией из двух множеств \mathcal{P} и \mathcal{X} вместе с заданным отображением π между ними. Кроме того, на множестве \mathcal{P} задается групповая структура G (строго говоря, на каждом слое расслоения). Множество \mathcal{X} называется базой главного расслоения и обычно совпадает с пространством Минковского. На главном расслоении мы можем определить два направления: одно из них определяется в базе \mathcal{X} как касательный вектор кривой, проходящей через точку $x \in \mathcal{X}$, другое — на слое и может быть однозначно определено как касательное подпространство, связанное с параллельным переносом [52, 53]. Два данных направления позволяют нам ввести горизонтальный вектор, определенный как

$$H_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} - igA_\mu^a(x) D^a, \quad D^a = \mathbf{D}^a \cdot \mathbf{g} \frac{\partial}{\partial \mathbf{g}}, \quad (1.19)$$

где D^a обозначает соответствующий оператор сдвига вдоль слоя с групповой структурой, записанный в дифференциальной форме. Векторные коэффициенты (связности на главном расслоении) $A_\mu^a(x)$ определяют алгебраическое вертикальное (касательное) векторное поле на слое [52, 53]. По построению горизонтальный вектор H_μ является инвариантным относительно структурной группы G , действующим на данного представителя слоя.

На главном расслоении $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$ функционал $\mathbf{g}(x|A)$ из (1.18) является решением уравнения параллельного переноса, определенного как

$$\frac{dx_\mu(s)}{ds} H_\mu(A) \mathbf{g}(x(s)|A) = 0, \quad (1.20)$$

где точка слоя $p(s) = (x(s), \mathbf{g}(x(s)))$ и кривая $x(s) \in \mathcal{X}$ параметризованы с помощью s . Выражение (1.20), будучи дифференциальным уравнением, справедливо, даже если \mathbf{g} фиксирован на группе. Действительно, в данном случае $D^a \mathbf{g} = 0$, в то время как $A_\mu^a(x) \neq 0$. В этой связи условие (1.18) подразумевает, что полный криволинейный интеграл равен нулю, а не сам соответствующий интегрант (подынтегральная функция).

Можно показать [52, 53], что каждая из точек, принадлежащая слою расслоения $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$, имеет один и только один горизонтальный вектор, соответствующий данному касательному вектору, к $x \in \mathcal{X}$. Мы напоминаем, что касательный вектор в точке x однозначно определяется данным путем, проходящим через x . В рамках Н-системы на основе геометрической интерпретации глюонов условие (1.18) соответствует определению поверхности на $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$, которое параллельно плоскости

базы с путем. Кроме того, данное условие выделяет единичный элемент $\mathbf{g} = 1$ в каждом слое из $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$ (рис. 2). Этот выбор можно проследить до множителя Лагранжа λ_a , который формально фиксирован в H -системе (см. п. 1.1). Грубо говоря, как только (любой) элемент группы на слое фиксирован, мы имеем дело с множителем Лагранжа λ_a H -системы, который также однозначно фиксирован. С другой стороны, если мы зафиксируем групповой элемент на слое, то мы также фиксируем функцию калибровочных преобразований θ . В этом смысле у нас больше нет локальных преобразований (или калибровочной свободы).

Путезависимый функционал (см. левую часть (1.18)) может также подвергаться калибровочным преобразованиям:

$$\mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{P(x_0, x)} d\omega_\mu A_\mu^\theta(\omega) \right\} = \omega(x) \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{P(x_0, x)} d\omega_\mu A_\mu(\omega) \right\} \omega^{-1}(x_0), \quad (1.21)$$

где функция локальной калибровки определена как

$$\omega(x) = e^{i\theta(x)} \equiv e^{iT^a \theta^a(x)} \quad (1.22)$$

с соответствующим генератором T^a . Исходя из этого, можно увидеть, что если пространство Минковского было реализовано как пространство петель, путезависимый функционал становится инвариантным относительно локальных преобразований. В общем случае произвольных путей, налагая условие (1.18) на правую часть (1.21), мы можем получить другую контурную калибровку $\mathbf{g}[A] = C$ с $C = \omega(x)\omega^{-1}(x_0)$ (см. (1.22)). С теоретической точки зрения эта новая контурная калибровка имеет тот же статус, что и калибровка (1.18). Это соответствовало бы другой плоскости $\mathbf{g} = C$ на рис. 2, пересекающей главное расслоение, и, следовательно, новое условие генерировало бы другую контурную калибровку, что, вообще говоря, связано с предыдущей калибровкой с помощью ло-

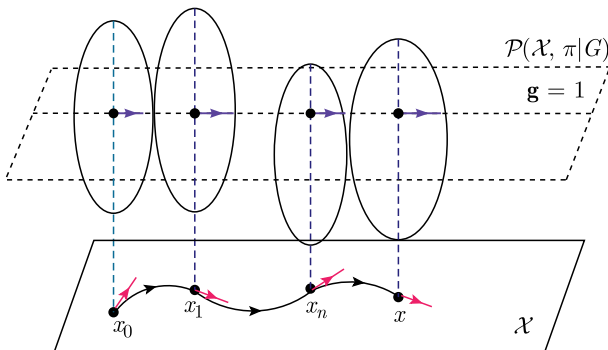


Рис. 2. Контурная калибровка: плоскость $\mathbf{g} = 1$ на главном расслоении $\mathcal{P}(\mathcal{X}, \pi | G)$

кального калибровочного преобразования. Однако с практической точки зрения контурная калибровка $\mathbf{g}(x|A) = C$ неудобна для использования при расчетах, поскольку представление поперечного глюонного поля через тензор напряженности имеет более сложную форму по сравнению, например, с (1.53). Конечно, физические величины не зависят от выбора конкретной контурной калибровки.

Следует отметить, что, поскольку калибровочное условие, заданное условием (1.18), выбирает только единичный элемент группы G на каждом слое, это означает, что калибровочные преобразования были редуцированы до «глобальных» калибровочных преобразований. То есть калибровочная функция $\theta(x)$ становится независимой от координат и является фиксированной θ_0 . Эта ситуация идентична той, что можно увидеть на рис. 1. А именно, красная черта на поверхности шара соответствует одному частному выбору элемента группы, фиксированному данной контурной калибровкой. Однако если мы отмечаем линию на поверхности шара другой чертой, то это будет означать, что мы выбираем другой групповой элемент, фиксированный другой контурной калибровкой. В обоих случаях мы имеем дело с одинаковым описанием H -системы.

Поскольку функционал $\mathbf{g}(x|A)$ зависит от всего пути в \mathcal{X} , контурная калибровка относится к нелокальному классу и обобщает естественным образом семейство локальных аксиальных калибровок. Заметим, что две разные контурные калибровки могут соответствовать одинаковому локальному (аксиальному) калибровочному условию с различной фиксацией остаточных калибровочных преобразований [16, 17]. Если бы мы рассмотрели локальную калибровку без связи с нелокальной, порождающей ее, то остаточная калибровочная свобода потребовала бы дополнительных условий, чтобы фиксировать данную свободу. Это утверждение отражает тот факт, что в отличие от локальной аксиальной калибровки контурная не обладает остаточной калибровочной свободой в конечной области пространства, где граничные глюонные поля отсутствуют [2].

1.3. Сравнительный анализ локальной и нелокальной калибровки. Контурная калибровка как нелокальный класс калибровок обобщает известные локальные калибровки аксиального типа. Поэтому необходимо кратко обсудить соответствие между локальными и нелокальными калибровочными преобразованиями.

Начнем с аксиальной локальной калибровки, определенной условием $A^+(x) = 0$. Нелокальная калибровка определяется условием (1.18), и локальная калибровка может быть получена из (1.18), если, как говорилось выше, стартовая точка $x_0 = -\infty$ и путь фиксирован как прямая линия $P = [-\infty, x]$. Различия между локальной и нелокальной калибровкой могут быть символически продемонстрированы следующим тривиальным примером. Рассмотрим два разных вектора A и B . Мы подчеркиваем, что они отличаются по построению, и предполагаем теперь, что эти векторы

имеют одинаковую проекцию в определенном направлении, указанном другим вектором N . Понятно, что, если векторы имеют одну и ту же проекцию на вектор N , это не означает эквивалентность векторов A и B , т. е.

$$\{(A \cdot N) = (B \cdot N)\} \not\Rightarrow \{A = B\}. \quad (1.23)$$

В данном примере различные векторы A и B могут быть ассоциированы с двумя различными нелокальными контурными калибровками,

$$A \Leftrightarrow \left\{ \mathbf{g}(x|A) \Big|_{P=[-\infty, x]} = \mathbf{1} \right\} \quad \text{и} \quad B \Leftrightarrow \left\{ \mathbf{g}(x|A) \Big|_{P=[+\infty, x]} = \mathbf{1} \right\}. \quad (1.24)$$

В то время как локальная аксиальная калибровка играет роль проекции на вектор N ,

$$\{(A \cdot N) = (B \cdot N)\} \Leftrightarrow \{A^+(x) = 0\}. \quad (1.25)$$

С другой стороны, если фокусироваться только на проекции на вектор N , то дополнительная информация для того, чтобы увидеть разницу в векторах A и B , полностью отсутствует.

Мы возвращаемся к локальной аксиальной калибровке. Локальная аксиальная калибровка обладает остаточной калибровочной инвариантностью, которая приведет к неопределенности в побочном полюсе. Преимущество нелокальной (контурной) калибровки состоит в том, что она фиксирует всю калибровочную свободу в конечном пространстве (см., например, [2]). Чтобы продемонстрировать это самым простым способом, рассмотрим локальную аксиальную калибровку как уравнение на калибровочную функцию $\theta(x)$. Имеем

$$A^{+\theta}(x) = \omega(x)A^+\omega^{-1}(x) + \frac{i}{g}\omega(x)\partial^+\omega^{-1}(x) = 0, \quad (1.26)$$

где $x = (x^-, \tilde{x})$ с $\tilde{x} = (x^+, \mathbf{x}_\perp)$. Можем легко найти решение этого уравнения, которое имеет форму неопределенного интеграла,

$$\omega_0(x) = C \mathbb{P} \exp \left\{ -ig \int dx^- A^+(x) \right\}. \quad (1.27)$$

В то же время решение $\omega_0(x)$ может быть переписано через определенный интеграл как

$$\omega_0(x^-, \tilde{x}) = C(\tilde{x}) \bar{\omega}(x^-, \tilde{x}), \quad (1.28)$$

$$\bar{\omega}(x^-, \tilde{x}) = \mathbb{P} \exp \left\{ -ig \int_{x_0^-}^{x^-} dz^- A^+(z^-, \tilde{x}) \right\}.$$

Здесь x_0^- фиксировано и $C(\tilde{x})$ является произвольной функцией, которая не зависит от x^- . $C(\tilde{x})$ дается следующим выражением:

$$\omega_0(x_0^-, \tilde{x}) = C(\tilde{x}). \quad (1.29)$$

Произвольность функции C также отражает тот факт, что мы имеем дело с произвольной, но фиксированной стартовой точкой x_0 (нет функции от x_0).

Изучим остаточную калибровочную свободу, требуя $A^{+\theta}(x) = 0$ и $A^+(x) = 0$. Имеем

$$\omega_0(x^-, \tilde{x})|_{\tilde{\omega}=1} \equiv \omega^{\text{res}}(\tilde{x}) = C(\tilde{x}) \equiv e^{i\tilde{\theta}(\tilde{x})}. \quad (1.30)$$

Можно видеть, что функция C определяет остаточные калибровочные преобразования. Данная ситуация имеет место в случае локальной аксиальной калибровки $A^+ = 0$, примененной для (1.28).

Переходим к нелокальной калибровке, которая на самом деле дает больше информации о фиксации калибровки. Нелокальная (контурная) калибровка обобщает локальную аксиальную калибровку и требует, чтобы полный (криволинейный) интеграл в экспоненте (1.18) равнялся нулю. Мы подчеркиваем, что в этом отличие от локальной калибровки, где соответствующая экспонента исчезает благодаря тому, что интегрант A^+ (а не весь интеграл) равен нулю. Можно продемонстрировать это на примере решений (1.27) или (1.28). Действительно, в рамках контурной калибровки функция остаточного калибровочного преобразования $\tilde{\theta}(\tilde{x})$ может быть связана с путезависимыми функционалами с A^- и A_{\perp}^i , которые также пропадают, устраняя тем самым калибровочную свободу и давая представление физических глюонов в форме (3.2) (см. [18, 55] для деталей). То есть если мы восстановим полный путь в путезависимом функционале для данного процесса, получим следующее:

$$C(\tilde{x}) = \tilde{C}(x_0^+, x_0^-, \mathbf{x}_0^{\perp}) \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{\mathbf{x}_0^{\perp}}^{\mathbf{x}^{\perp}} d\omega_{\perp}^i A_{\perp}^i(x_0^+, x_0^-, \omega_{\perp}) \right\} \times \\ \times \mathbb{P} \exp \left\{ -ig \int_{x_0^+}^{x^+} d\omega^+ A^-(\omega^+, x_0^-, \mathbf{x}_{\perp}) \right\}. \quad (1.31)$$

Затем, требуя выполнения условия

$$A^-(\omega^+, x_0^-, \mathbf{x}_{\perp}) = 0, \quad (1.32)$$

$$\int_{\mathbf{x}_0^{\perp}}^{\mathbf{x}^{\perp}} d\omega_{\perp}^i A_{\perp}^i(x_0^+, x_0^-, \omega_{\perp}) = 0, \quad (1.33)$$

получим, что

$$C(\tilde{x})|_{c.g.} = \tilde{C}(x_0^+, x_0^-, \mathbf{x}_0^{\perp}). \quad (1.34)$$

В рамках контурной калибровки уравнение (1.34) означает, что никакой калибровочной свободы вообще не осталось. Мы подчеркиваем, что

условие (1.32) требует, чтобы интегрант был нулевым, в то время как условие (1.33) наложено на весь интеграл, и оно приводит к соответствующему представлению для поперечного глюонного поля (см. (1.53), (1.54) и (3.2)). Кроме того, точное значение фиксированной начальной точки x_0 зависит от рассматриваемого процесса [18].

Путезависимый функционал также определяет путезависимые калибровочные преобразования как

$$A_\mu^{\text{P-g}}(x) = \mathbf{g}^{-1}(x|A) \Big|_{P(x_0, x)} A_\mu(x) \mathbf{g}(x|A) \Big|_{P(x_0, x)} + \frac{i}{g} \mathbf{g}^{-1}(x|A) \Big|_{P(x_0, x)} \partial_\mu \mathbf{g}(x|A) \Big|_{P(x_0, x)}, \quad (1.35)$$

где начальная точка x_0 фиксирована. Следовательно, вычислив производную от \mathbf{g} в (1.35), получим (здесь для простоты считаем, что $A_\mu(-\infty) = 0$)

$$A_\mu^{\text{P-g}}(x) = \int_{-\infty}^x dz_\alpha \frac{\partial z_\beta}{\partial x_\mu} \mathbf{g}^{-1}(z|A) \Big|_{P(-\infty, z)} G_{\alpha\beta}(z|A) \mathbf{g}^{-1}(z|A) \Big|_{P(-\infty, z)}, \quad (1.36)$$

где $x_0 = -\infty$. Если теперь фокусироваться на случае $x = (0^+, x^-, \mathbf{0}_\perp)$, можно легко получить, что глюонное представление задается в виде

$$A_\mu^{\text{P-g}}(x^-) = \int_{-\infty^-}^{x^-} dz^- [z^-; -\infty^-]_{A^+}^{-1} G^{+\mu}(z^-|A) [z^-; -\infty^-]_{A^+}, \quad (1.37)$$

где

$$[z_2; z_1]_A = \mathbf{g}(z_2|A) \Big|_{P(z_1, z_2)}. \quad (1.38)$$

Представление (1.37) является важным результатом данного рассмотрения.

1.4. Преимущества использования контурной калибровки. Выше показано, что нелокальная контурная калибровка способна устранить нефизические глюоны. Между тем локальная аксиальная калибровка фиксирует калибровку лишь частично, и остаточная калибровочная свобода все еще существует. Сконцентрируемся на определенных примерах, которые, во-первых, относятся к практическому использованию контурной калибровки и, во-вторых, демонстрируют преимущества нелокальных калибровок по сравнению с локальными.

Как обсуждалось в [16, 17, 55], процессы, подобные процессу Дрелла–Яна, с поляризованными адронами дают уникальный пример того, что использование контурной калибровки ведет к определенным практическим преимуществам. В частности, использование контурной калибровки позволяет найти новые вклады в адронном тензоре Дрелла–Яна,

которые восстанавливают и гарантируют калибровочную инвариантность соответствующих адронных тензоров [16, 17, 55]. Важно подчеркнуть, что упомянутые новые вклады невозможно обнаружить, если мы работаем в рамках локальной калибровки.

Аналогичным образом, благодаря концепции контурной калибровки ξ -процесс амплитуды глубоковиртуального комптоновского рассеяния (ГВКР), который проясняет калибровочную инвариантность несимметричных процессов, принимает замкнутую самосогласованную форму [56]. С практической точки зрения интересно рассмотреть возникновение стандартных и нестандартных диаграмм, которые дают вклад в хорошо известную амплитуду глубоковиртуального комптоновского рассеяния в рамках процедуры факторизации. Глюоны, излученные из внутреннего кварка жесткого подпроцесса, генерируют стандартные диаграммы, в то время как нестандартные диаграммы образуются вследствие глюонного излучения от внешнего кварка жесткого подпроцесса (см. [56] для деталей).

В большинстве случаев достаточно экспоненцировать только продольные компоненты глюонного поля A^- и A^+ , которые связаны с нефизическими степенями. Действительно, вклады стандартной диаграммы дают калибровочно-инвариантный кварковый струнный оператор, который представлен в виде

$$\bar{\Psi}^{(\text{st})}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp | A^+) \{ \gamma \} \Psi^{(\text{st})}(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp | A^+), \quad (1.39)$$

где

$$\bar{\Psi}^{(\text{st})}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp | A^+) = \bar{\psi}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp) [0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, +\infty^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^+}, \quad (1.40)$$

$$\Psi^{(\text{st})}(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp | A^+) = [0^+, +\infty^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^+} \psi(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp) \quad (1.41)$$

и $\{ \gamma \}$ обозначает γ -матрицы, точный вид которых в данный момент не важен.

Нестандартные диаграммы дают следующий вклад в струнный оператор:

$$\bar{\Psi}^{(\text{non-st})}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp | A^-) \{ \gamma \} \Psi^{(\text{non-st})}(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp | A^-), \quad (1.42)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}^{(\text{non-st})}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp | A^-) &= \\ &= \bar{\psi}(0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp) [-\infty^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^-}, \end{aligned} \quad (1.43)$$

$$\begin{aligned} \Psi^{(\text{non-st})}(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp | A^-) &= \\ &= [0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp; -\infty^+, z^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^-} \psi(0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp). \end{aligned} \quad (1.44)$$

Следовательно, используя контурную калибровку, мы устраняем из рассмотрения все вильсоновские линии с продольными компонентами глю-

онного поля A^+ и A^- требованием, чтобы

$$\begin{aligned} [0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, +\infty^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^+} &= 1, \\ [0^+, +\infty^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^+} &= 1 \end{aligned} \quad (1.45)$$

и

$$\begin{aligned} [-\infty^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp; 0^+, 0^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^-} &= 1, \\ [0^+, z^-, \mathbf{0}_\perp; -\infty^+, z^-, \mathbf{0}_\perp]_{A^-} &= 1. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Выражения (1.45) и (1.46) являются источниками для локальных калибровочных условий $A^+ = 0$ и $A^- = 0$.

Что касается вильсоновских линий с поперечными глюонами A_\perp^i , напоминаем, что мы работаем в рамках процедуры факторизации, которая применена к амплитуде ГВКР. В этом случае вильсоновские линии с поперечными глюонными полями рассматриваются в форме разложения, из-за фиксированного порядка по твисту, и поперечные глюоны соответствуют физическим конфигурациям L-системы.

Таким образом, процесс ГВКР дает нам пример, как нефизические глюонные степени свободы могут быть устранены из рассмотрения с помощью контурной калибровки.

Перейдем к процессу Дрелла–Яна с одним поперечно-поляризованным адроном [16]

$$N^{(\uparrow\downarrow)}(p_1) + N(p_2) \Rightarrow \ell(l_1) + \bar{\ell}(l_2) + X(P_X), \quad (1.47)$$

где виртуальный фотон переходит в лептонную пару ($l_1 + l_2 = q$) и имеет большую виртуальность $q^2 = Q^2 \rightarrow \infty$, в то время как поперечные импульсы являются малыми величинами и по ним производится соответствующее интегрирование в сечении $d\sigma$. В данном случае контурная калибровка ведет к калибровочно-инвариантному адронному тензору и обеспечивает появление нового вклада в односпиновой асимметрии. Рассмотрев адронный тензор в асимптотическом режиме, связанном с очень большим Q^2 , можно применить теорему факторизации к данному адронному тензору так же, как для процесса ГВКР. В результате адронный тензор Дрелла–Яна принимает форму математической конволюции в виде

Адронный тензор =

$$= \{\text{жесткая часть (pQCD)}\} \otimes \{\text{мягкая часть (прQCD)}\}, \quad (1.48)$$

где как жесткая, так и мягкая части должны быть независимыми друг от друга и УФ- (ИК-) перенормированы. Более того, односпиновые асимметрии, каждая из которых объект экспериментального изучения, можно представить как

$$d\sigma(N^{(\uparrow)}) - d\sigma(N^{(\downarrow)}) \sim \mathcal{L}_{\mu\nu} H_{\mu\nu}, \quad (1.49)$$

где $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ и $H_{\mu\nu}$ являются лептонным и адронным тензором соответственно. Адронный тензор $H_{\mu\nu}$ включает матричный элемент с поляризованными адронами и принимает вид

$$\langle p_1, S^\perp | \bar{\psi}(\lambda_1 \tilde{n}) \gamma^+ g A_\perp^\alpha(\lambda_2 \tilde{n}) \psi(0) | p_1, S^\perp \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} i \varepsilon^{\alpha+S^\perp} (p_1 p_2) B(x_1, x_2), \quad (1.50)$$

где $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ обозначает фурье-преобразование между пространством координат, сформированным $\lambda_i \tilde{n}$, и импульсным пространством, реализованным долями x_i ; светоподобный вектор \tilde{n} является размерным аналогом n . В выражении (1.50) параметризационная функция B описывает соответствующее партонное распределение.

В работах [5, 15, 57, 58], где авторы использовали локальную аксиальную калибровку $A^+ = 0$, B -функция из (1.50) является чисто вещественной. То есть имеем

$$B(x_1, x_2) = \frac{\mathcal{P}}{x_1 - x_2} T(x_1, x_2), \quad (1.51)$$

где функция $T(x_1, x_2) \in \mathfrak{Rc}$ параметризует соответствующую проекцию $\langle \bar{\psi} G_{\alpha\beta} \psi \rangle$ и удовлетворяет условию $T(x, x) \neq 0$.

В выражении (1.51) полюс при $x_1 = x_2$ трактуется в смысле главного значения и, очевидно, ведет к $B(x_1, x_2) \in \mathfrak{Rc}$. Действительно, в рамках локальной калибровки $A^+ = 0$, утверждение о том, что B — это вещественная функция, связано с неоднозначностью в решении тривиального дифференциального уравнения, которое эквивалентно определению $G_{\mu\nu}$,

$$\partial^+ A_\perp^\alpha = G_\perp^{+\alpha}. \quad (1.52)$$

Формально решение уравнения (1.52) ведет к двум представлениям:

$$A_{(1)}^\mu(z) = \int_{-\infty}^z d\omega^- G^{+\mu}(\omega^-) + A^\mu(-\infty), \quad (1.53)$$

$$A_{(2)}^\mu(z) = - \int_z^\infty d\omega^- G^{+\mu}(\omega^-) + A^\mu(\infty). \quad (1.54)$$

Следует подчеркнуть, что в рамках подходов, основанных на использовании локальных аксиальных калибровок, отсутствуют основания думать, что представления (1.53) и (1.54) не являются эквивалентными друг другу. То есть локальная калибровка $A^+ = 0$ неизбежно ведет к следующей логической схеме (см. [17] для деталей):

$$\boxed{A_{(1)}^\mu \stackrel{\text{loc. g.}}{=} A_{(2)}^\mu} \rightarrow \boxed{B(x_1, x_2) = \mathcal{P} \frac{T(x_1, x_2)}{x_1 - x_2} \in \mathfrak{Rc}}. \quad (1.55)$$

Данное представление демонстрирует, что эквивалентность (1.53) и (1.54) является следствием представления B -функции, как в (1.51). Обсуждение граничных полевых конфигураций можно найти в [17].

Относительно процесса Дрелла–Яна можно сказать, что физические следствия использования функции B в форме (1.51) связаны с проблемой калибровочной инвариантности по фотону адронного тензора Дрелла–Яна и с потерей важного вклада в односпиновой асимметрии [16, 17]. Помимо этого, в рамках локальной калибровки $A^+ = 0$, представление глюонного поля линейной комбинацией (1.53) и (1.54) было использовано в различных работах [38, 45, 59].

В противоположность локальной калибровке $A^+ = 0$, как обсуждалось в п. 1.2, можно сделать вывод, что путезависимая нелокальная калибровка (см. (1.18)) фиксирует однозначно представление глюонного поля, которое дается выражением (1.53) или (1.54). Действительно, фиксируя путь $P(x_0, x)$, решение уравнения (1.18) имеем в виде (см. [16, 17, 60] для деталей)

$$A_\mu^{c;g}(x) = \int_{P(x_0, x)} dz_\alpha \frac{\partial z_\beta}{\partial x_\mu} G_{\alpha\beta}(z|A), \quad (1.56)$$

где граничные конфигурации $A_\mu^{c;g}(x_0)$ равны нулю. Прямым вычислением можно показать, что нелокальная калибровка $\mathbf{g}(P(-\infty, x)|A) = 1$ ведет к представлению глюонного поля (1.53), в то же время нелокальная калибровка $\mathbf{g}(P(x, +\infty)|A) = 1$ соответствует представлению глюонного поля в виде (1.54). Более того, можно проверить, что [16, 17]

$$\text{уравнение (1.53)} \rightarrow \boxed{B_+(x_1, x_2)} \neq \boxed{B_-(x_1, x_2)} \leftarrow \text{уравнение (1.54)}, \quad (1.57)$$

где

$$B_+(x_1, x_2) = \frac{T(x_1, x_2)}{x_1 - x_2 + i\varepsilon} \in \mathbb{C}, \quad (1.58)$$

$$B_-(x_1, x_2) = \frac{T(x_1, x_2)}{x_1 - x_2 - i\varepsilon} \in \mathbb{C}. \quad (1.59)$$

Заметим, что нелокальные контурные калибровки $\mathbf{g}(P(-\infty, x)|A) = 1$ и $\mathbf{g}(P(x, +\infty)|A) = 1$ можно спроектировать на одно и то же локальное калибровочное условие $A^+ = 0$. Как уже упоминалось, проекция, соответствующая $A^+ = 0$, не дает возможности понять, какие из нелокальных калибровок генерируют локальную калибровку.

В заключение отметим, что можно утверждать, что при рассмотрении процессов Дрелла–Яна соответствующая нелокальная контурная калибровка ведет к правильному представлению функции B , см. (1.58), которое имеет нетривиальную мнимую часть. Это позволяет нам найти новый важный вклад в адронный тензор, который гарантирует в конечном счете калибровочную инвариантность [16, 17]. Таким же образом с по-

мощью (1.58) можно фиксировать побочную сингулярность в глюонном пропагаторе [55].

2. АДРОННЫЙ ТЕНЗОР ДРЕЛЛА–ЯНА: КОНТУРНАЯ КАЛИБРОВКА И ГЛЮОННЫЙ ПРОПАГАТОР

2.1. Кинематика. Начнем с описания кинематики процесса Дрелла–Яна:

$$N^{(\uparrow\downarrow)}(p_1) + N(p_2) \rightarrow \gamma^*(q) + X(P_X) \rightarrow \ell(l_1) + \bar{\ell}(l_2) + X(P_X), \quad (2.1)$$

где виртуальный фотон, рождающий лептонную пару ($l_1 + l_2 = q$), имеет большое значение виртуальности ($q^2 = Q^2$), а поперечные импульсы малы и проинтегрированы. Данная кинематика (в предвидении коллинеарной факторизационной процедуры) советует следующую удобную систему с доминантными направлениями:

$$\begin{aligned} p_1 &\approx \frac{Q}{x_B \sqrt{2}} n^*, & p_2 &\approx \frac{Q}{y_B \sqrt{2}} n, \\ n^{*\mu} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \vec{0}_\perp, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = (1^+, 0^-, \vec{0}_\perp), \\ n^\mu &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \vec{0}_\perp, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = (0^+, 1^-, \vec{0}_\perp), \\ n^* \cdot n &= n^{*+} n^- = 1. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Полезно также ввести размерные аналоги n, n^* в форме

$$\tilde{n}^- = \frac{p_2^-}{p_1 p_2}, \quad \tilde{n}^+ = \frac{p_1^+}{p_1 p_2}. \quad (2.3)$$

Используя данные векторы, произвольный вектор можно разложить как

$$\begin{aligned} a^\mu &= a^+ n^{*\mu} + a^- n^\mu + a_\perp^\mu, \\ a^{\mu,+} &\stackrel{\text{def}}{=} a^+ n^{*\mu}, & a^{\mu,-} &\stackrel{\text{def}}{=} a^- n^\mu. \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2. Адронный тензор Дрелла–Яна: вычисление вильсоновских линий. Поляризованный процесс Дрелла–Яна является очень удобным для изучения роли твиста три путем исследования различных видов односпиновой асимметрии. Например, можно изучать лево-правую асимметрию, которая означает, что поперечные импульсы лептонов коррелируют с направлением $S \times e_z$, где S_μ подразумевает вектор поперечной поляризации нуклона, а e_z — направление пучка [61].

Вообще говоря, любая ОСА может быть представлена как

$$\mathcal{A} \sim d\sigma^{(\uparrow)} - d\sigma^{(\downarrow)} \sim \mathcal{L}_{\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

где $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ определяет неполяризованный лептонный тензор и $\mathcal{W}_{\mu\nu}$ означает адронный тензор. На данном этапе мы не конкретизируем фазовое пространство в (2.5), поскольку точное выражение для ОСА не является важным для нашего рассмотрения. Вместо этого мы в основном обращаем свое внимание на адронный тензор, который имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu} &= \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)}(g|A) + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A) + (g^n - \text{terms } |n \geq 2) = \\ &= \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)}(A^\pm) + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)}(g|A^\pm) + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A^\pm) + \dots, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где g — константа сильного взаимодействия и

$$\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)}(A^\pm) = \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)} + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)}(g|A^+) + \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A^-) + \dots \quad (2.7)$$

В нашем случае асимметрия, связанная с поперечным спином, генерируется только адронными тензорами $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)}(g|A^\pm)$ и $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A^\pm)$, где были извлечены вклады твиста три, связанные с $\langle \bar{\psi}\gamma^+ A^\pm \psi \rangle$. Как показано ниже, корреляторы $\langle \bar{\psi}\gamma^+ A^\pm \psi \rangle$ в адронных тензорах $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1,2)}(g|A)$ участвуют в формировании соответствующих линий Вильсона, которые появляются в кварк-антикварковых корреляторах адронного тензора $\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)}(A^\pm)$.

В рамках обычной аксиальной калибровки ($A^+ = 0$) такого рода вклады можно отбросить. Однако мы работаем в контурной калибровке, которая, во-первых, является нелокальным обобщением хорошо известной аксиальной калибровки. Во-вторых, контурная калибровка содержит важную и уникальную дополнительную информацию (необходимую для фиксации прескрипции в глюонных полюсах), которая невидима в случае обычной (локальной) аксиальной калибровки. С этой точки зрения, прежде чем отбросить члены с A^+ , мы должны определить соответствующий фиксированный путь в восстановленной линии Вильсона с A^+ , который в итоге приводит к определенным прескрипциям в глюонных полюсах.

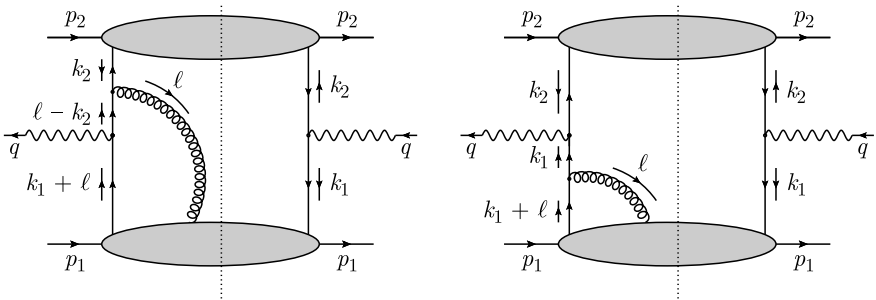


Рис. 3. Диаграммы Фейнмана, которые вносят вклад в поляризованный адронный тензор Дрелла–Яна: стандартная (слева) и нестандартная (справа) диаграммы

Мы анализируем часть адронного тензора Дрелла–Яна, которая генерируется диаграммой на рис. 3, слева. Это стандартный адронный тензор, который можно записать в нефакторизованной форме как

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)}(g|A) = \int d^4 k_1 d^4 k_2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) \overline{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \int d^4 \ell \Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell) \times \\ \times \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma_\alpha \frac{(\ell^+ - k_2^+) \gamma^- + (\ell^- - k_2^-) \gamma^+ - (\vec{\ell}_\perp - \vec{k}_{2\perp}) \vec{\gamma}_\perp}{(\ell - k_2)^2 + i\varepsilon} \right], \quad (2.8)$$

где

$$\Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell) \stackrel{\mathcal{F}_2}{\equiv} \langle p_1, S^T | \overline{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A_\alpha(z) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle, \quad (2.9)$$

$$\overline{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \stackrel{\mathcal{F}_1}{\equiv} \langle p_2 | \overline{\psi}(\eta_2) \gamma^- \psi(0) | p_2 \rangle. \quad (2.10)$$

В выражениях (2.9) и (2.10) \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 обозначают преобразования Фурье с мерами как

$$d^4 \eta_2 e^{ik_2 \cdot \eta_2} \quad \text{и} \quad d^4 \eta_1 d^4 z e^{-ik_1 \cdot \eta_1 - i\ell \cdot z} \quad (2.11)$$

соответственно. Ради краткости опускаем S^T в адронных состояниях. Теперь проанализируем тензорную структуру следа в уравнении (2.8). Мы видим, что первый член кваркового пропагатора, $(\ell^+ - k_2^+) \gamma^-$, выделяет только поперечные компоненты глюонного поля в кварк-глюонном корреляторе (см. (2.9)). В то же время второй член кваркового пропагатора, $(\ell^- - k_2^-) \gamma^+$, выделяет только продольную компоненту A^+ в кварк-глюонном корреляторе. Этот второй член очень важен для вывода соответствующей линии Вильсона, которая определяет в нашем подходе контурную калибровку. И третий член кваркового пропагатора дает нам кварк-глюонный коррелятор с обоими индексами $\alpha = (+, \perp)$.

Процедуру коллинеарной факторизации для рассматриваемого процесса можно ввести с помощью следующих шагов (подробнее см., например, [49, 62]):

а) разложение импульсов интегралов петли вокруг соответствующего доминирующего направления:

$$k_i = x_i p + (k_i \cdot p) n + k_T$$

в определенном базисе светового конуса, образованном векторами p и n (в нашем случае n^* и n);

б) замена:

$$d^4 k_i \implies d^4 k_i dx_i \delta(x_i - k_i \cdot n),$$

которая вводит доли с соответствующими спектральными свойствами;

в) разложение соответствующих пропагаторных произведений, которые в конечном счете сформируют жесткую часть вокруг доминирующего направления. Необходимо отметить, что в случае процесса Дрелла–Яна

соответствующие δ -функции, появившиеся в адронном тензоре и выражающие закон сохранения импульса, следует также отнести к жестким частям. Это утверждение было аргументировано в [63] в контексте так называемых факторизационных связей;

г) использование коллинеарного тождества Уорда, если это необходимо в рамках заданного уровня точности;

д) выполнение разложения Фирца для $\psi_\alpha(z)\bar{\psi}_\beta(0)$ в соответствующем пространстве с точностью до необходимых проекций.

Остановимся сначала на вкладе второго члена, $(\ell^- - k_2^-)\gamma^+$. Этот член отвечает за формирование линии Вильсона в калибровочно-инвариантном кварк-антикварковом операторе струны. Действительно, с использованием коллинеарной факторизации ($\ell^- \approx 0$, $(\ell^- - k_2^-)^2 \approx -2\ell^+k_2^-$) упомянутый член дает вклад в адронный тензор как

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[k_2^-]}(g|A^+) &= \int d\mu(k_i; x_1, y) \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \frac{1}{2} \int dz^- \times \\ &\times \text{tr}[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma^- \gamma^+] \int d\ell^+ \frac{e^{-i\ell^+ z^-}}{\ell^+ - i\varepsilon} \int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \times \\ &\times \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A^+(0^+, z^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) \psi(0) | p_1 \rangle, \quad (2.12) \end{aligned}$$

где интегральная мера задается как

$$\begin{aligned} d\mu(k_i; x_1, y) &= dx_1 d^4k_1 \delta\left(x_1 - \frac{k_1^+}{p_1^+}\right) dy d^4k_2 \delta\left(y - \frac{k_2^-}{p_2^-}\right) \times \\ &\times [\delta^{(4)}(x_1 p_1 + y p_2 - q)]. \quad (2.13) \end{aligned}$$

Прескрипция $-i\varepsilon$ в знаменателе (2.12) прямо следует из стандартной причинной прескрипции для безмассового кваркового пропагатора в (2.8) (ср. [64]).

Интеграция по ℓ^+ в (2.12) с использованием известного интегрального представления

$$\theta(\pm x) = \frac{\pm i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{-ikx}}{k \pm i\varepsilon} \quad (2.14)$$

ведет к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[k_2^-]}(g|A^+) &= \int d\mu(k_i; x_1, y) \text{tr}[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+] \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \times \\ &\times \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ i g \int_{-\infty^-}^{0^-} dz^- A^+(0^+, z^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) \psi(0) | p_1 \rangle, \quad (2.15) \end{aligned}$$

где использовано

$$\frac{1}{2}\gamma^+\gamma^-\gamma^+ = \gamma^+. \quad (2.16)$$

Важно подчеркнуть, что адронный тензор ведущего порядка $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)}(g^0)$ отличается от адронного тензора (2.8) общим знаком: адронный тензор ведущего порядка имеет префактор i^2 из-за двух фотонных вершин, тогда как адронный тензор (2.8) сопровождается префактором i^4 благодаря двум фотонным и одной глюонной вершинам вместе с префактором из безмассового кваркового пропагатора $(-1)/i$ (мы используем соглашение, как в [65]).

Таким образом, если мы включим все глюонные излучения от антикварка, исходящие из верхней невычислимой части на рис. 3, слева (так называемые взаимодействия начального состояния), мы можем получить соответствующую P -экспоненту в $\Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell)$. Последняя теперь представлена следующим матричным элементом:

$$\int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ [-\infty^-; 0^-]_{A+} \psi(0) | p_1 \rangle, \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} [-\infty^-; 0^-]_{A+} &\equiv [0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A+} = \\ &= \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{0^-}^{-\infty^-} dz^- A^+(0^+, z^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) \right\}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Коллинеарный твист ($t = d - s_a$) A^+ равен нулю, поэтому линия Вильсона, которая суммирует все эти компоненты, не влияет на твистовое разложение в коллинеарной факторизации.

Если теперь мы включим в наше рассмотрение испускание глюона из входящего антикварка (зеркальные вклады), то получим линию Вильсона $[\eta_1^-, -\infty^-]$, которая в итоге даст нам вместе с (2.18) линию Вильсона, соединяющую точки 0 и η_1 в (2.17), вносящую вклад в $\bar{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(0)}$. Это именно то, что происходит, скажем, в усредненном по спину процессе Дрелла-Яна [66]. Однако для ОСА эти две диаграммы следует рассматривать по отдельности. Действительно, их вклады в ОСА, в отличие от случая спин-усреднения, различаются по знаку, а зависимость от граничной точки при $-\infty^-$ не сокращается.

По педагогическим причинам мы хотим показать экспонирование поперечного глюонного поля (здесь в основном следуем [18]), хотя и ограничены случаем твиста три, а включение всех степеней поперечного глюонного поля превышает нашу точность. Рассмотрим вклад третьего члена, $(\vec{\ell}_\perp - \vec{k}_{2\perp}) \vec{\gamma}_\perp$, который помогает нам продемонстрировать экс-

поненцирование поперечных глюонных полей. Соответствующая часть адронного тензора имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[\vec{\ell}_\perp]}(g|A^\perp) &= \int d\mu(k_i; x_1, y) \overline{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma_\alpha^\perp \vec{\gamma}_i^\perp \right] \times \\ &\times \int d^4 \ell \frac{(\vec{\ell}_\perp - \vec{k}_2^\perp)_i}{2\ell^+ k_2^- + \vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon} \Phi_\alpha^{(A^\perp)[\gamma^+]}(k_1, \ell) \equiv \\ &\equiv \int d\mu(k_i; x_1, y) \overline{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma_\alpha^\perp \vec{\gamma}_i^\perp \right] \mathfrak{L}_{i,\alpha}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где принято $\vec{k}_{2\perp} \approx 0$. В выражении (2.15) сосредоточимся на ℓ -интегрировании, получим

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{i,\alpha} &= \int d\ell^+ d\ell^- d^2 \vec{\ell}_\perp \frac{\vec{\ell}_i^\perp}{2\ell^+ k_2^- + \vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon} \times \\ &\times \int d^4 \eta_1 d^4 z e^{-ik_1 \eta_1 - i\ell z} \langle p_1 | \overline{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A_\alpha^\perp(z) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Теперь используем α -представление для знаменателей, которые даются кварковыми пропагаторами:

$$\frac{1}{2\ell^+ k_2^- + \vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon} = i \int_0^\infty d\alpha e^{-i\alpha[2\ell^+ k_2^- + \vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon]}. \quad (2.21)$$

Далее в уравнении (2.20) мы выполняем интегрирование по $d\ell^-$ и $d\ell^+$, что дает $\delta(z^+)$ и $\delta(z^- + 2\alpha k_2^-)$ соответственно. Напоминаем, что переменные α в (2.21) размерны и $\dim_M[\alpha] = -2$.

Поэтому интеграл \mathfrak{L} принимает следующий вид (ср. [18]):

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{i,\alpha} &= i \int d^2 \vec{\ell}_\perp \vec{\ell}_i^\perp \int_0^\infty d\alpha e^{-i\alpha[\vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon]} \int d^4 \eta_1 d^2 \vec{z}_\perp \times \\ &\times e^{-ik_1 \eta_1 + i\vec{\ell}_\perp \vec{z}_\perp} \langle p_1 | \overline{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A_\alpha^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{z}_\perp) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.22)$$

В (2.22) оператор поперечного глюонного поля может быть представлен как

$$A_\alpha^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{z}_\perp) = \frac{\partial}{\partial z_\alpha^\perp} \int_{\mathbb{C}}^{z^+} d\omega_\beta^\perp A_\beta^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{\omega}^\perp), \quad (2.23)$$

где мы фиксируем произвольную константу \mathcal{C} как $-\vec{\omega}_\perp$. Используя представление (2.23), после интегрирования по α приходим к

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{i,\alpha} = & i \int d^2 \vec{\ell}_\perp \frac{\vec{\ell}_i^\perp \ell_\alpha^\perp}{\vec{\ell}_\perp^2 - i\varepsilon} \int d^4 \eta_1 d^2 \vec{z}_\perp e^{-ik_1 \eta_1 + i \vec{\ell}_\perp \vec{z}_\perp} \times \\ & \times \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g \int_{-\infty^\perp}^{z_\perp^\perp} d\omega_\beta^\perp A_\beta^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{\omega}^\perp) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Подставим полученное выражение для $\mathfrak{L}_{i,\alpha}$, см. уравнение (2.24), в выражение для адронного тензора (2.15). После интегрирования по $d^2 \vec{\ell}_\perp$ и, затем, после интегрирования по $d^2 \vec{z}_\perp$ получим следующее выражение для $\vec{\ell}_\perp$ -члена адронного тензора:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[\vec{\ell}_\perp]}(g|A^\perp) = & \int d\mu(k_i; x_1, y) \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \text{tr} [\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+] \times \\ & \times \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ i g \int_{-\infty^\perp}^{0^\perp} d\omega_\beta^\perp A_\beta^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{\omega}^\perp) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Как и в случае продольных глюонов, если мы теперь включим все глюонные излучения из антикварка, идущего из верхней невычислимой части на рис. 3, слева, мы воспроизведем соответствующую P -экспоненту с поперечными глюонами в $\Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell)$. Вместе с результатом, полученным выше для A^\perp -полей, наконец, получим

$$\begin{aligned} & \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(0^+, \eta_1^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) \gamma^+ [0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} \times \\ & \times [0^+, -\infty^-, -\vec{\omega}_\perp; 0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} \psi(0) | p_1 \rangle, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где

$$\begin{aligned} [0^+, -\infty^-, -\vec{\omega}_\perp; 0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} = \\ = \mathbb{P} \exp \left\{ i g \int_{0^\perp}^{-\infty^\perp} d\omega_\beta^\perp A_\beta^\perp(0^+, -\infty^-, \vec{\omega}_\perp) \right\}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Поперечные компоненты глюонных полей, A^\perp , имеют коллинеарный твист, который равен 1. Поэтому линия Вильсона в уравнении (2.27) представляет бесконечное количество субдоминантных вкладов. В нашей системе достаточно ограничиться только тремя вкладками коллинеарного твиста. Другими словами, мы оставляем только члены, которые включают первый порядок A^\perp .

Следующий шаг нашего рассмотрения — вклад нестандартной диаграммы, изображенной на рис. 3, справа. Адронный тензор Дрелла–Яна получает вклад от нестандартной диаграммы в виде (до факторизации)

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A) = \int d^4 k_1 d^4 k_2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) \text{tr} [\gamma_\mu \mathcal{F}(k_1) \gamma_\nu \bar{\Phi}(k_2)], \quad (2.28)$$

где функция $\mathcal{F}(k_1)$ определяется как

$$\mathcal{F}(k_1) = S(k_1) \gamma_\alpha \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) g A_\alpha(0) \psi(0) | p_1 \rangle. \quad (2.29)$$

Выполняя описанную выше процедуру факторизации, нестандартный адронный тензор принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)}(g|A) &= \int dx_1 dy [\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B)] \bar{q}(y) \times \\ &\times \text{tr} \left[\gamma_\mu \left(\int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \mathcal{F}(k_1) \right) \gamma_\nu \hat{p}_2 \right] \equiv \\ &\equiv \int dx_1 dy [\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B)] \bar{q}(y) p_2^- \mathfrak{N}_{\mu\nu}^+(x_1). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Рассмотрим интеграл по k_1 в (2.30), имеем

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_{\mu\nu}^+ &= \int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \times \\ &\times \text{tr} \left[\gamma_\mu \frac{k_1^+ \gamma^- + k_1^- \gamma^+ - \vec{k}_{1\perp} \vec{\gamma}_\perp}{2k_1^+ k_1^- - \vec{k}_{1\perp}^2 + i\varepsilon} \gamma_\alpha \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \right] \times \\ &\times \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A_\alpha(0) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Технически вывод продольной линии Вильсона для этого случая отличается от вывода, который мы реализовали для стандартного адронного тензора. Заметим, что для нестандартного адронного тензора пропагатор кварка был включен в мягкую часть.

Рассмотрим первый член, $k_1^+ \gamma^-$, в пропагаторе кварка (см. уравнение (2.31)). Благодаря γ -структуре этот член выделяет A^- -поле в соответствующем корреляторе. Более того, фурье-образ кварк-глюонного коррелятора может быть представлен в эквивалентной форме как

$$\begin{aligned} &\int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1 - ik_1 z} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ \times \\ &\times g \frac{\partial}{\partial z^+} \int_{-\infty^+}^{z^+} d\omega^+ A^-(\omega^+, 0^-, \vec{0}_\perp) \Big|_{z=0} \psi(0) | p_1 \rangle, \end{aligned} \quad (2.32)$$

где производная по z^+ может быть переброшена на показательную функцию $e^{-ik_1^- z^+}$. В результате имеем

$$ik_1^- \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g \int_{-\infty^+}^{0^+} d\omega^+ A^-(\omega^+, 0^-, \vec{0}_\perp) \psi(0) | p_1 \rangle. \quad (2.33)$$

При использовании (2.33) тензор $\mathfrak{N}_{\mu\nu}$ принимает вид ($\vec{k}_{1\perp}^2 \approx 0$)

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_{\mu\nu}^+ &= \int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \text{tr} [\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+] \times \\ &\times \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ i g \int_{-\infty^+}^{0^+} d\omega^+ A^-(\omega^+, 0^-, \vec{0}_\perp) \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Таким образом, первый член в конечном итоге вносит вклад в нестандартную часть адронного тензора как

$$\begin{aligned} \overline{W}_{\mu\nu}^{(0)}(A^-) &= \int dx_1 dy [\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B)] \bar{q}(y) \times \\ &\times \int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \text{tr} [\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+] \int d^4 \eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \times \\ &\times \langle p_1 | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ [-\infty^+, 0^-, \vec{0}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{0}_\perp]_{A^-} \psi(0) | p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Экспоненцирование A^- представлено в прил. 1.

Несмотря на то, что минусовая компонента A^- формально имеет коллинеарный твист 2 (так называемый суб-субдоминантный компонент),

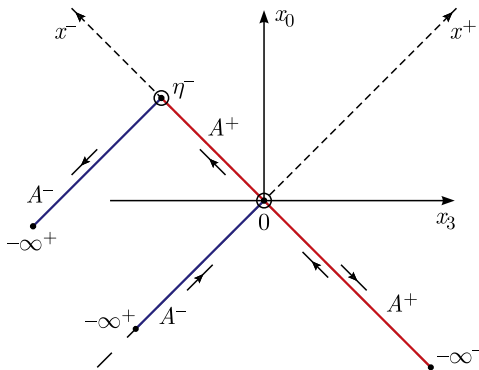


Рис. 4 (цветной в электронной версии). Продольные линии Вильсона, относящиеся к стандартному (красные линии, экспоненты с A^+) и нестандартному (синие линии, экспоненты с A^-) адронному тензору Дрелла-Яна. Кружки выделяют точки пересечения, для которых определены условия непрерывности

линия Вильсона с A^- в уравнении (2.35) будет играть существенную роль для фиксации остаточной калибровки (см. обсуждение далее).

В заключение п. 2.2 восстанавливаем все продольные линии Вильсона, которые исходят как из стандартных, так и из нестандартных адронных тензоров (рис. 4).

2.3. Контурная калибровка: устранение продольных вильсоновских линий. Аксиальная калибровка $A^+ = 0$ (как и калибровки Фока–Швингера) фактически является частным случаем наиболее общей нелокальной контурной калибровки, определяемой линией Вильсона с фиксированным путем. Действительно, прямая линия в экспоненте Вильсона, которая соединяет $\pm\infty$ с x , дает нам аксиальную калибровку, тогда как прямая линия, соединяющая x_0 с x , приводит к калибровке Фока–Швингера. Обратим внимание, что две разные контурные калибровки могут соответствовать одной и той же локальной аксиальной калибровке. Между тем, чтобы различать разные контурные калибровки, очень важно зафиксировать прескрипции в глюонных полюсах.

В прошлом контурная калибровка была очень популярным предметом интенсивных исследований (см., например, [46, 47]). Одним из преимуществ использования контурной калибровки является то, что квантовая калибровочная теория становится свободной от неоднозначностей Грибова. С другой стороны, контурная калибровка дает простейший способ фиксации калибровки, включая остаточную калибровочную свободу. В отличие от обычной аксиальной калибровки, в контурной калибровке мы сначала фиксируем произвольную точку $(x_0, \mathbf{g}(x_0))$ в слое. Затем мы определяем два направления: одно из них в базе, другое в слое. Направление в базе \mathbb{R}^4 есть не что иное, как касательный вектор кривой, проходящей через заданную точку x_0 . Направление в слое можно однозначно определить как касательное подпространство, связанное с параллельным переносом. Наконец, мы можем однозначно определить точку в расслоении (см. предшествующее изложение).

Мы продолжаем работать с адронным тензором Дрелла–Яна. Как показано, стандартные (прямые и зеркальные) диаграммы приводят к следующим линиям Вильсона в нелокальном кварк-антикварковом операторе, который формирует адронный тензор (см. рис. 4):

$$[0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+}, \quad (2.36)$$

$$[0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+}, \quad (2.37)$$

т. е. калибровочно-инвариантный струнный оператор имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp)[0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} \Gamma \times \\ \times [0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} \psi(0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Здесь Γ подразумевает соответствующую комбинацию γ -матриц.

Линия Вильсона (2.36) является результатом суммирования в зеркальной диаграмме, а линия Вильсона (2.37) появляется в прямой диаграмме.

Сумма вкладов прямой и зеркальной диаграмм имеет место, если мы изучаем спин-усредненный адронный тензор Дрелла–Яна. В то время как для одиночной поперечной спиновой асимметрии мы имеем дело индивидуально только с вкладом прямой (или зеркальной) диаграммы, потому что прямые и зеркальные диаграммы отличаются по знаку для построения соответствующей ОСА. Для наших дальнейших рассмотрений в контексте контурной калибровки не так критично, с каким видом адронных тензоров мы работаем.

Нестандартные (прямые и зеркальные) диаграммы дают нам вклады с линиями Вильсона как

$$\begin{aligned} & [-\infty^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^-}, \\ & [0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; -\infty^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^-}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

и, следовательно, имеем для струнного оператора

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}(0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) [-\infty^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^-} \Gamma \times \\ & \times [0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; -\infty^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^-} \psi(0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp). \end{aligned} \quad (2.40)$$

Согласно концепции контурной калибровки, мы исключаем все линии Вильсона с продольными (нефизическими) глюонными полями A^+ и A^- . Заметим, что идеологически схожий подход можно найти в [18].

Начнем с линий Вильсона, показанных в уравнениях (2.36), (2.37), запишем следующие условия фиксации калибровок:

$$\begin{aligned} & [0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} = \mathbb{1}, \\ & [0^+, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp; 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp]_{A^+} = \mathbb{1}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

точные решения которых имеют вид

$$A^+(0^+, \mathbb{L}_{0^-, -\infty^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp}) = 0, \quad (2.42)$$

$$A^+(0^+, \mathbb{L}_{-\infty^-, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp}) = 0. \quad (2.43)$$

Здесь $\mathbb{L}_{x,y}$ обозначает прямую линию в пространстве Минковского, соединяющую точку x с точкой y . В контурной калибровке (2.41)–(2.43) оставшиеся компоненты глюонного поля можно представить как (с $\mu = -, \perp$)

$$\begin{aligned} A_G^\mu(0^+, x^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) \Big|_{\text{c.g. (1.18)–(2.43)}} &= \int_{-\infty^-}^{x^-} dz_\alpha \frac{\partial z_\beta}{\partial x_\mu} G^{\alpha\beta}(z | A_{\text{c.g.}}^\mu) = \\ &= \tilde{n}^- \int_0^\infty ds e^{-\varepsilon s} G^{+\mu}(x^- - \tilde{n}^- s | A_{\text{c.g.}}^\mu) \end{aligned} \quad (2.44)$$

с граничным условием

$$A_{b,c}^{\mu}(0^+, x^- - \tilde{n}^- \infty, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) \Big|_{c.g. (1.18)-(2.43)} = 0. \quad (2.45)$$

В (2.44) мы используем параметризацию $\mathbb{L}_{-\infty^-, x^-}$ как

$$z(s) = \left(0^+, x^- - \tilde{n}^- \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-\varepsilon s}}{\varepsilon}, \vec{\mathbf{0}}_{\perp} \right), \quad dz_{\alpha} \Big|_x^{-\infty} = \tilde{n}_{\alpha} ds e^{-\varepsilon s} \Big|_0^{\infty}. \quad (2.46)$$

Теперь остановимся на калибровочных условиях для глюонной компоненты A^- , положим также линии Вильсона (2.39) равными 1, т. е.

$$\begin{aligned} [-\infty^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}; 0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}]_{A^-} &= \mathbb{1}, \\ [0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}; -\infty^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}]_{A^-} &= \mathbb{1}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Данные условия приводят к

$$A^-(\mathbb{L}_{0^+, -\infty^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}}) = 0, \quad (2.48)$$

$$A^-(\mathbb{L}_{-\infty^+, 0^+, 0^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}}) = 0. \quad (2.49)$$

Как и выше, в контурной калибровке (2.47)–(2.49) оставшиеся глюонные поля имеют интегральные представления (здесь $\mu = +, \perp$):

$$\begin{aligned} A_G^{\mu}(x^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) \Big|_{c.g. (2.47)-(2.49)} &= \int_{x^+}^{-\infty^+} dz_{\alpha} \frac{\partial z_{\beta}}{\partial x_{\mu}} G^{\alpha\beta}(z | A_{c.g.}^{\mu}) = \\ &= -\tilde{n}^+ \int_0^{\infty} dt e^{-\varepsilon t} G^{-\mu}(x^+ - \tilde{n}^+ t | A_{c.g.}^{\mu}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

с граничным условием

$$A_{b,c}^{\mu}(x^+ - \tilde{n}^+ \infty, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) \Big|_{c.g. (2.47)-(2.49)} = 0. \quad (2.51)$$

В (2.50) параметризация пути $\mathbb{L}_{x^+, -\infty}$ имеет вид

$$z(s) = \left(x^+ - \tilde{n}^+ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-\varepsilon t}}{\varepsilon}, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp} \right), \quad dz_{\alpha} \Big|_x^{-\infty} = -\tilde{n}_{\alpha}^+ dt e^{-\varepsilon t} \Big|_0^{\infty}. \quad (2.52)$$

Далее, глюонное поле A_G^- из (2.44) должно быть совместимо с глюонным полем A^- из (2.48). Также тот же вывод должен быть справедлив для глюонного поля A_G^+ из (2.50) и A^+ из (2.43). Таким образом, мы требуем аналитической непрерывности для этих глюонных полей в точках пересечения (см. рис. 4) и в итоге приходим к следующим условиям (здесь мы опускаем нижний индекс G):

$$\begin{aligned} A^+(0^+, x^- = \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) &= A^+(x^+ = 0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) = 0, \\ A^-(x^+ = 0^+, \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) &= A^-(0^+, x^- = \eta^-, \vec{\mathbf{0}}_{\perp}) = 0, \end{aligned} \quad (2.53)$$

соответственно. Применив эти условия, мы остаемся только с физическими глюонными полями A^\perp .

2.4. Глюонный пропагатор. Теперь перейдем к рассмотрению пропагатора глюона. В случае локальной аксиальной калибровки $A^+ = 0$ пропагатор глюона все еще не является четко определенным объектом из-за побочной (ложной) сингулярности, связанной с остаточными калибровочными преобразованиями. Другими словами, аксиальная калибровка не может полностью зафиксировать уникальный элемент каждой орбиты, определенной на калибровочной группе. В прил.3 мы представляем справочный материал относительно калибровки и фиксации остаточной калибровки. Ясно, что, если в локальной аксиальной калибровке $A^+ = 0$ мы зафиксируем остаточную калибровку, потребовав $\theta_0^a(k^-, \vec{k}_\perp) = 0$ (см. (П.3.33)–(П.3.38)), мы немедленно получим, что $A^- = 0$. Тот же вывод может быть получен самым простым способом, если мы используем концепцию контурной калибровки (см. (2.53)). Обратим внимание, что максимальная фиксация калибровки, которая основана на концепции контурной калибровки, не связана технически с проблемой нахождения обратного кинематического оператора (см. (П.3.47)–(П.3.52) и приведенные ранее детали). Таким образом, подход контурной калибровки является альтернативным методом фиксации калибровки по сравнению с «классическими» подходами, основанными на соответствующем эффективном лагранжиане (см., например, [19]).

Итак, мы проводим наши вычисления в контурной калибровке, определяемой (1.18) и/или (2.47) вместе с условиями (2.53), где представлены только физические глюоны. В рамках рассматриваемой нами коллинеарной факторизации импульс глюона имеет плюсовые доминирующие компоненты.

Используя линии Вильсона из стандартных и нестандартных диаграмм, мы вычисляем пропагатор глюона, который выглядит как

$$\langle 0|TA_\perp^\mu(0^+, x^-, \vec{0}_\perp)A_\perp^\nu(0^+, 0^-, \vec{0}_\perp)|0\rangle = D_\perp^{\mu\nu}(x^-). \quad (2.54)$$

При использовании интегрального представления (2.44) пропагатор глюона принимает вид

$$\begin{aligned} D_\perp^{\mu\nu}(x^-) &= n_\alpha n_\beta \int_0^\infty ds ds' e^{-\varepsilon s - \varepsilon s'} \langle 0|TG^{\mu\alpha}(x^- - \tilde{n}^- s)G^{\nu\beta}(0^- - \tilde{n}^- s')|0\rangle = \\ &= \int (d^4\ell) e^{-i\ell^+ x^-} \frac{1}{\ell^2 + i0} \frac{(\ell^+)^2 d_\perp^{\mu\nu}(\ell)}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

В (2.55) мы явно выполнили интегрирование по $ds(ds')$:

$$\int_0^\infty ds e^{\pm i s(\ell^+ \pm i\varepsilon)} = \frac{\pm i}{\ell^+ \pm i\varepsilon}, \quad (2.56)$$

что вытекает из параметризации пути. Стоит подчеркнуть, что прескрипцию глюонного полюса можно проследить из этого вида интегрирования. Поперечный тензор $d_{\perp}^{\mu\nu}$ построен как

$$d_{\perp}^{\mu\nu}(\ell) = g^{\mu\nu} - \frac{\ell^{\mu,+}n^{\nu} + \ell^{\nu,+}n^{\mu}}{[\ell^+]_{\text{reg}}}, \quad (2.57)$$

где побочная сингулярность $[\ell^+]_{\text{reg}}$ должна быть регуляризована.

Рассмотрим комбинацию

$$\frac{(\ell^+)^2}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)} d_{\perp}^{\mu\nu}(\ell). \quad (2.58)$$

Первый член уравнения (2.58) включает комбинацию

$$g^{\mu\nu} \ell^+ \frac{\ell^+}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)} \quad (2.59)$$

и должен рассматриваться только как

$$g^{\mu\nu} \frac{\ell^+}{2} \left(\frac{1}{\ell^+ + i\varepsilon} + \frac{1}{\ell^+ - i\varepsilon} \right) = g^{\mu\nu} \ell^+ \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} = g^{\mu\nu}. \quad (2.60)$$

С другой стороны, при $x^- > 0$ (см. интеграл (2.55)) контур интегрирования должен быть замкнут в нижней полуплоскости, $\Im \mathbf{m} \ell^+ < 0$. Следовательно, для члена $g_{\mu\nu}$ мы получаем подынтегральное выражение

$$g^{\mu\nu} \frac{\ell^+}{\ell^+ + i\varepsilon}, \quad (2.61)$$

где знаменатель $\ell^+ - i\varepsilon$ был сокращен одним из ℓ^+ в числителе. Ясно, что оставшаяся комбинация в уравнении (2.61) дает $g_{\mu\nu}$ (ср. с (2.60)).

Относительно второго члена уравнения (2.58) мы предлагаем два способа рассуждения.

Первый способ. Мы не указываем явно тензорную структуру этого члена. Второй член уравнения (2.58) можно записать в следующем виде (здесь направление потока импульса не фиксировано):

$$\frac{(\ell^+)^2}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)} \frac{L^{\mu\nu}(\ell, n)}{[\ell^+]_{\text{reg}}} = \ell^+ \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \frac{L^{\mu\nu}(\ell, n)}{[\ell^+]_{\text{reg}}}, \quad (2.62)$$

где использовано

$$\frac{\mathcal{P}}{\ell^+} = \frac{\ell^+}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)}. \quad (2.63)$$

Чтобы правильно определить произведение двух обобщенных функций, полюс $1/[\ell^+]_{\text{reg}}$ следует рассматривать только как

$$\frac{1}{[\ell^+]_{\text{reg}}} = \frac{\mathcal{P}}{\ell^+}. \quad (2.64)$$

Действительно, имеем

$$\frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \ell^+ \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} = \frac{\mathcal{P}}{\ell^+}. \quad (2.65)$$

С другой стороны, если мы положим $1/[\ell^+]_{\text{reg}}$ равным $1/(\ell^+ \pm i\varepsilon)$, то столкнемся с неправильно определенным произведением двух обобщенных функций [67]:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \ell^+ \frac{1}{\ell^+ \pm i\varepsilon} &= \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \ell^+ \left(\frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \mp i\pi\delta(\ell^+) \right) \implies \\ \implies \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} \ell^+ \delta(\ell^+) &\text{ — неправильно определенный элемент.} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Второй способ. Учитываем, что в структуру тензора входит плюсовая компонента импульса глюона. Следовательно, второй член уравнения (2.58) имеет вид

$$\frac{(\ell^+)^2}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)} \frac{\ell^{\mu,+} n^\nu + \ell^{\nu,+} n^\mu}{[\ell^+]_{\text{reg}}}. \quad (2.67)$$

Здесь, как показано выше, для первого фактора снова можем использовать

$$\frac{(\ell^+)^2}{(\ell^+ + i\varepsilon)(\ell^+ - i\varepsilon)} = \ell^+ \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} = 1, \quad (2.68)$$

и для второго фактора имеем

$$\frac{\ell^{\mu,+} n^\nu + \ell^{\nu,+} n^\mu}{[\ell^+]_{\text{reg}}} = \frac{\ell^+}{[\ell^+]_{\text{reg}}} (n^{*\mu} n^\nu + n^{*\nu} n^\mu). \quad (2.69)$$

Исходя из этого выражения ясно, что единственная возможность — это определить $1/[\ell^+]_{\text{reg}}$ через главное значение (см. уравнение (2.64)).

Таким образом, в контурной калибровке глюонный пропагатор, сгенерированный как стандартной, так и нестандартной диаграммами, имеет вид

$$D_{\perp}^{\mu\nu}(x^-) = \int (d^4\ell) e^{-i\ell^+ x^-} \frac{1}{\ell^2 + i0} \left\{ g^{\mu\nu} - \frac{\mathcal{P}}{\ell^+} (\ell^{\mu,+} n^\nu + \ell^{\nu,+} n^\mu) \right\}, \quad (2.70)$$

или, используя (2.68), получим

$$D_{\perp}^{\mu\nu}(x^-) = \int (d^4\ell) e^{-i\ell^+ x^-} \frac{g_{\perp}^{\mu\nu}}{\ell^2 + i0}, \quad (2.71)$$

где $g_{\perp}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - n^{*\mu} n^\nu - n^{*\nu} n^\mu$.

Заметим, что глюонный пропагатор, представленный в уравнении (2.71), имеет место для очень специфического случая поляризованного адронного тензора Дрелла-Яна, рассматриваемого нами. В случае процесса глубоконеупругого рассеяния, где соответствующие линии Вильсона различны, глюонный пропагатор, полученный в подходе с контурной калибровкой, имеет вид, аналогичный уравнению (2.73)

(см. ниже). Мы также подчеркиваем, что в уравнениях (2.70) и (2.71) поток импульса глюона неважен и не указан.

Теперь рассмотрим частный случай, в котором существует только стандартная диаграмма. Например, этого можно достичь, если пренебречь корреляторами более высокого твиста $\langle \bar{\psi} A^- \psi \rangle$, которые появляются в нестандартной диаграмме. Более того, координаты поля глюона не обязательно находятся в минусовом направлении, а поток импульса глюона фиксирован в положительном направлении от ν -вершины к μ -вершине. В этом случае пропагатор глюона имеем как

$$D^{\mu\nu}(x) \Big|_{\text{fixed flux}}^{\text{stand. dia}} = \int (d^4\ell) e^{-i\ell x} \frac{1}{\ell^2 + i0} \times \left\{ g^{\mu\nu} - \frac{P}{\ell^+} \left(\ell^\mu n^\nu \theta(\ell^+) + \ell^\nu n^\mu \theta(-\ell^+) \right) \right\}, \quad (2.72)$$

где соответствующие θ -функции определяют поток импульса. Используя теорему Коши в уравнении (2.72), наконец приходим к

$$D^{\mu\nu}(x) \Big|_{\text{fixed flux}}^{\text{stand. dia}} = \int (d^4\ell) \frac{e^{-i\ell x}}{\ell^2 + i0} \left\{ g^{\mu\nu} - \frac{\ell^\mu n^\nu}{\ell^+ - i\varepsilon} - \frac{\ell^\nu n^\mu}{\ell^+ + i\varepsilon} \right\}, \quad (2.73)$$

что совпадает с результатами [18, 19]. Это выражение чувствительно к определению положительного (отрицательного) направления потока (см. (2.72)). Следовательно, симметрия по $\mu \leftrightarrow \nu$ имеет место только вместе с одновременной заменой $\ell^+ \leftrightarrow -\ell^+$ во втором и третьем членах (2.73).

3. КОНТУРНАЯ КАЛИБРОВКА И ТЕОРЕМА О РАЗЛОЖЕНИИ ГЛЮОНОВ

В этом разделе мы представляем другой практический пример, где использование контурной калибровки играет значительную роль.

Теперь мы сосредоточимся на рассмотрении разложения глюона, заданного

$$A_\mu(x) = A_\mu^{\text{pure}}(x) + A_\mu^{\text{phys}}(x). \quad (3.1)$$

Мы хотим прояснить условия, которые обеспечивают справедливость разложения. Мы намерены рассмотреть уравнение (3.1) как утверждение, которое должно быть доказано, по крайней мере, в условиях калибровки, которые более подходят для демонстрации (3.1). С этой целью мы придерживаемся концепции контурной калибровки.

В начале напомним, что в гамильтоновой формулировке калибровочной теории [1] расширенная функциональная мера интегрирования по обобщенным импульсам, E_i , и координатам, A_i , включает два вида функциональных дельта-функций. Первый вид дельта-функций отражает первичные (вторичные и т. д.) ограничения на E_i и A_i , тогда как второй их вид относится к так называемым дополнительным ограничениям (или

калибровочным условиям), точные формы которых диктуются калибровочной свободой. Если первичные (вторичные и т. д.) ограничения необходимы для исключения нефизических компонент калибровочного поля, то калибровочные условия позволили бы, в самом идеальном случае, зафиксировать соответствующий множитель Лагранжа, связанный с калибровочной орбитой. Исходя из формулировки Лагранжа, поскольку бесконечный объем калибровочной орбиты разлагается в функциональной мере по компонентам калибровочного поля, условия калибровки работают на устранение нефизических глюонных компонентов.

В этой связи контурная калибровка подразумевает, что для полной фиксации калибровочной функции (представителя орбиты) или для устранения нефизических глюонов можно потребовать, чтобы путезависимый функционал Вильсона между начальной точкой x_0 и конечной точкой назначения x , $P(x_0, x)$, был равен единице, т. е. $\mathbf{g}(x|A) = [x; x_0]_A = \mathbb{1}$ (см. уравнение (1.18)). Напоминаем, что путь $P(x_0, x)$ теперь фиксирован, а x_0 является очень специальной начальной точкой, которая может зависеть от конечной точки назначения x (см. также [68]).

Фактически такая хорошо известная аксиальная калибровка, как $A^+ = 0$, является частным случаем наиболее общей нелокальной контурной калибровки, определяемой условием уравнения (1.18), если фиксированный путь — это прямая линия, соединяющая $\pm\infty$ с x .

Переходим к обсуждению контурной калибровки, определяемой условием (1.18). Используя зависящие от пути калибровочные преобразования для глюонов (см. (П.2.7)) и получив линии Вильсона [60], мы легко выводим, что в калибровке $[x; -\infty]_A = \mathbb{1}$ глюонное поле можно представить в виде следующего разложения:

$$A_\mu^{c.g.}(x) = \int_{-\infty}^x d\omega_\alpha G_{\alpha\mu}(\omega|A^{c.g.}) + A_\mu^{c.g.}(x - n\infty), \quad (3.2)$$

где $G_{\mu\nu}$ — тензор напряженности глюона; начальная точка теперь равна $-\infty$, а параметризация пути задается как

$$\omega \Big|_x^{-\infty} = x - n \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-s\varepsilon}}{\varepsilon} \Big|_{s=0}^{s=\infty}. \quad (3.3)$$

Эта параметризация пути включает вектор n , определенный заданным фиксированным направлением. Как обычно, вектор n становится минусовым базисным вектором светового конуса, $n = (\mathbf{0}^+, n^-, \mathbf{0}_\perp)$, в подходах, где был применен формализм квантования светового конуса.

Обратите внимание, что разложение (3.2) существенно отличается от [59] отсутствием ε -функции. Действительно, заданная контурная калибровка выбирает либо одну θ -функцию, либо другую, см. [17] для получения подробной информации.

Из (3.2) мы можем видеть, что контурная калибровка позволяет естественным образом разделить глюонное поле на зависимую от G

и независимую от G компоненты. То есть вместо (3.2) полезно записать разделение как (ср. [44])

$$A_\mu^{c.g.}(x) = A_\mu(x|G) + A_\mu^{b.c.}(-\infty), \quad (3.4)$$

где $A_\mu(x|G)$ есть не что иное, как первый член (3.2) и граничная глюонная конфигурация, определяемая как $A_\mu^{b.c.}(-\infty) \equiv A_\mu^{c.g.}(x - n\infty)$. Стоит отметить, что: а) G -зависимая конфигурация $A_\mu(x|G)$ возникает из нетривиальной деформации пути [60]; б) разделение глюонов, представленное уравнением (3.4), напоминает уравнение [44], но немного отличается по смыслу.

В контурной калибровке, см. (1.18), граничные глюонные конфигурации должны удовлетворять следующему условию:

$$\mathbb{P} \exp \left\{ ig A_\mu^{b.c.}(-\infty) \int_{-\infty}^x d\omega_\mu \right\} = \mathbb{1}. \quad (3.5)$$

Следовательно, поскольку интеграл по $d\omega_\mu$ в (3.5) расходится, когда $1/\varepsilon$ при ε стремится к нулю, комбинация $n_\mu A_\mu^{b.c.}(-\infty)$ должна вести себя как ε^2 . Действительно, экспоненциальная функция (3.5) имеет вид (здесь мы имеем дело с пространством, где размерность равна $D = 4$)

$$\begin{aligned} A_\mu^{b.c.}(-\infty) \int_{-\infty}^x d\omega_\mu &\equiv A_\mu^{b.c.}(x - \infty n) \int_{-\infty}^x d\omega_\mu = \\ &= \left\{ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{-1} \right\} A_\mu^{b.c.}(n) n_\mu \left\{ \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\delta} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Отсюда для граничных глюонных конфигураций выполняется условие

$$n_\mu(\theta_i, \varphi) A_\mu^{b.c.}(n(\theta_i, \varphi)) = 0. \quad (3.7)$$

Поскольку вектор n определяет фиксированное направление, удобнее использовать сферические координаты в евклидовом пространстве (или псевдосферическую систему в пространстве Минковского), где вектор n зависит только от угловых координат (θ_i, φ) (см. ниже). Если размерность пространства $D > 4$, то условие поперечности (3.7) не является необходимым для выполнения условия контурной калибровки.

Покажем теперь, что в контурной калибровке граничные глюонные конфигурации имеют единственную форму чистых калибровочных конфигураций. Прежде всего, начальная точка x_0 играет особую роль в рассматриваемом формализме, поскольку все пути исходят из этой точки, а база \mathcal{X} касается главного расслоения волокон \mathcal{P} только в этой точке в любой калибровке, зависящей от пути, по построению.

Рассмотрим точку x_0 , где, скажем, начинаются два разных пути (рис. 5). Эта начальная точка имеет два касательных вектора, связанных

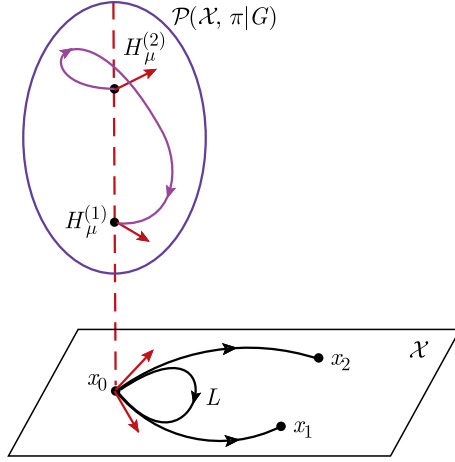


Рис. 5. Голономия: $H_\mu^{(i)}$ с $i = 1, 2$ обозначают соответствующие горизонтальные векторы, определенные на слое в \mathcal{P}

с $P(x_0, x_1)$ и $P(x_0, x_2)$. В свою очередь, каждый из касательных векторов имеет уникальный горизонтальный вектор $H_\mu^{(i)}$, определенный в слое. Затем, используя (1.18), можем получить, что

$$\mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{L(x_0)} d\omega_\mu A_\mu(\omega) \right\} = \mathbb{1}, \quad (3.8)$$

$$\mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{\Omega} d\omega_\mu \wedge d\omega_\nu G_{\mu\nu}(\omega) \right\} = \mathbb{1}, \quad (3.9)$$

где $L(x_0)$ подразумевает контур с базовой точкой $x_0 = -\infty$, а Ω — соответствующая поверхность, связанная с контуром $L(x_0)$ (см. рис. 5).

Отсюда непосредственно получаем, что

$$A_\mu(\omega) = \frac{i}{g} U(\omega) \partial_\mu U^{-1}(\omega) \quad (3.10)$$

из (3.8) и $G_{\mu\nu}(\omega) = 0$ из (3.9) после использования теоремы Стокса.

В теории группы путей утверждается, что любая петля как элемент подгруппы петель может быть гомотопически преобразована в «нулевой элемент», который в нашем случае является базовой точкой $x_0 = -\infty$. В результате чисто калибровочное представление (3.10) справедливо и для граничных конфигураций, т. е. мы имеем

$$A_\mu^{\text{b.c.}}(x_0) = \frac{i}{g} U(x_0) \partial_\mu U^{-1}(x_0). \quad (3.11)$$

Наконец, объединяя (3.4) и (3.11), можно доказать, что глюонное поле можно действительно разложить только в рамках подхода контурной калибровки:

$$A_\mu^{c.g.}(x) = A_\mu(x|G) + \frac{i}{g} U(x_0) \partial_\mu U^{-1}(x_0) \Big|_{x_0=-\infty}, \quad (3.12)$$

где оба члена перпендикулярны к выбранному вектору n_μ .

Уравнение (3.12) демонстрирует тот факт, что остаточная калибровка в рамках контурной калибровки полностью расположена на границе. Чтобы понять природу остаточной калибровки, связанной с граничными глюонными конфигурациями, рассмотрим простейший пример \mathbb{R}^2 , где A и B имеют единственную начальную точку O (рис. 6). В терминах сферической системы имеем, что $A(R_A, \varphi_A) \equiv (R_A \cos \varphi_A, R_A \sin \varphi_A)$ и т. д. Если радиусы-векторы как A , так и B не равны нулю (даже в бесконечно малом смысле), то мы можем различить эти две точки. Но если $R_A = R_B = 0$, то начальная точка O не обладает никакой информацией о векторах A и B (векторы A и B просто исчезают). Это верно, поскольку $O = (0 \cdot \cos \varphi_A, 0 \cdot \sin \varphi_A) = (0 \cdot \cos \varphi_B, 0 \cdot \sin \varphi_B)$. В этом случае углы могут быть выбраны произвольно. Поэтому можно сказать, что начальная точка O является точкой, не зависящей от угла.

Если $x_0 = \lim_{R \rightarrow 0} X(R, \theta_1, \theta_2, \varphi)$, то получим, что

$$A_\mu^{b.c.}(\bar{\varepsilon}n(\theta_i, \varphi)) = \frac{i}{g} U(\bar{\varepsilon}n(\theta_i, \varphi)) \partial_\mu U^{-1}(\bar{\varepsilon}n(\theta_i, \varphi)), \quad (3.13)$$

где $\bar{\varepsilon} \rightarrow -\infty$, θ_i и φ не фиксированы. Это гарантирует, что остаточная калибровочная свобода существует аналогичным образом, как и на рис. 6.

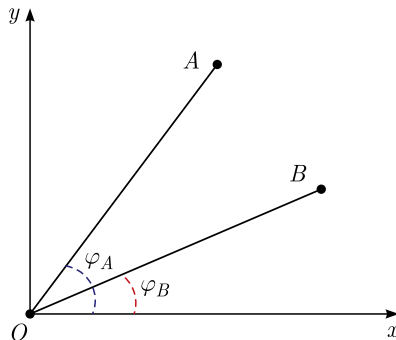


Рис. 6. Независимость от угла начальной точки O : $A = (R_A, \varphi_A)$ и $B = (R_B, \varphi_B)$; $\lim_{R_A \rightarrow 0} A = \lim_{R_B \rightarrow 0} B = O$, где $O = (0 \cdot \cos \varphi_i, 0 \cdot \sin \varphi_i)$ с $i = A, B$

Удобный способ фиксирования остаточной калибровочной свободы заключается в следующем. Принимаем, что [16, 17]

$$A_{\mu}^{\text{b.c}}(\bar{\varepsilon}n(\theta_i, \varphi)) \equiv A_{\mu}^{\text{pure}}(\bar{\varepsilon}n(\theta_i, \varphi)) = 0. \quad (3.14)$$

С учетом этого разложение (3.1) становится тривиальным.

Таким образом, мы продемонстрировали, что использование подхода контурной калибровки обеспечивает естественное разложение глюонных полей. Это естественное разложение включает в себя компоненты глюона, зависящие от G (это физические компоненты), и нефизические компоненты глюона, связанные с конфигурацией чистой калибровки. Кроме того, в конечной области пространства контурная калибровка не обладает остаточной калибровочной свободой. В то же время остаточная калибровочная свобода полностью изолирована на бесконечной границе пространства.

Изучим влияние ненулевых граничных глюонных конфигураций на определения различных партонных распределений. Сначала подчеркнем, что наше разложение (3.2) и (3.4) по смыслу относится к разложению [44]. Действительно, мы можем переписать (3.4) как (здесь мы используем предел $\bar{\varepsilon} \rightarrow -\infty$)

$$\tilde{A}_{\mu}^{1.c}(k^+; \tilde{x}) = G_{\mu}(k^+; \tilde{x}) + \delta(k^+)A_{\mu}^{\text{b.c}}(\bar{\varepsilon}n^-(\pi/4, 0, 0); \tilde{x}), \quad (3.15)$$

где светоподобное глюонное поле $\tilde{A}_{\mu}^{1.c}$ является фурье-образом $A_{\mu}^{1.c}$ относительно только x^- , т. е.

$$A_{\mu}^{1.c}(x^-; \tilde{x}) \stackrel{\mathcal{F}}{=} \tilde{A}_{\mu}^{1.c}(k^+; \tilde{x}), \quad (3.16)$$

и, следовательно, имеем

$$G^{\mu}(k^+; \tilde{x}) \stackrel{\mathcal{F}}{=} \int_{-\infty^-}^{x^-} d\omega^- G^{+\mu}(\omega^-, \tilde{x}|A^{\text{c.g}}), \quad (3.17)$$

$$\delta(k^+) A_{\mu}^{\text{b.c}}(\bar{\varepsilon}n^-; \tilde{x}) \stackrel{\mathcal{F}}{=} A_{\mu}^{\text{b.c}}(\bar{\varepsilon}n^-; \tilde{x}).$$

Здесь мы подчеркиваем, что (3.15), а также (3.4) были получены путем прямого решения условия контурной калибровки (см. (1.18)). Как уже упоминалось, важным выводом является то, что, несмотря на то, что контурная калибровка фиксирует всю свободу калибровки в конечной области пространства, все еще возможно иметь дело с остаточной калибровкой, которая, однако, расположена только в граничных полевых конфигурациях. Нетривиальные топологические эффекты, обусловленные граничными полевыми конфигурациями, появятся в наших дальнейших исследованиях.

В [44] представление, похожее на наше (3.15), скорее, было угадано в локальной аксиальной калибровке, $A^+ = 0$, где соответствующая остаточная калибровочная свобода включена в неоднородный член

с $\delta(k^+)$. В свою очередь, калибровка $A^+ = 0$ с фиксированной остаточной калибровочной свободой в конечной области пространства фактически идентична уникальной контурной калибровке [17].

В рамках формализма группы путей имеем следующее зависящее от пути преобразование, которое порождает обычное преобразование трансляции,

$$[\mathbb{U}^{P(x,x+y)}\psi](x) = [x+y; x]_A^{-1} \psi(x+y), \quad (3.18)$$

где $\psi(x)$ принадлежит спинорному фундаментальному представлению и определен на пространстве Минковского $M = P/L$ (P обозначает соответствующую группу путей, L — подгруппу петель P) как инвариантная функция классов смежности, т. е. $\psi(x) = \mathbf{g}(p)\Psi(p)$ с $p = (x, \mathbf{g}) \in \mathcal{P}$ [52]. Кроме того, в (3.18) оператор \mathbb{U} , который действует на спинорном многообразии, имеет вид

$$\mathbb{U}^{P(x,x+y)} = \mathbb{P} \exp \left\{ -ig \int_x^{x+y} d\omega_\mu \mathcal{D}_\mu \right\}. \quad (3.19)$$

В контурной калибровке, где линия Вильсона (3.18) зафиксирована равной единице, оператор переноса $\mathbb{U}_q(y)$ принимает тривиальную форму

$$\mathbb{U}^{P(x,x+y)} \Big|_{c.g} = \mathbb{P} \exp \left\{ -ig \int_x^{x+y} d\omega_\mu \partial_\mu \right\}. \quad (3.20)$$

Этот оператор не включает никакой информации о граничных конфигурациях, даже если, скажем, $y \rightarrow \pm\infty$, потому что граничные конфигурации полей также подчиняются (1.18). Более того, в нашем случае линия Вильсона (3.18) полагается равной единице из-за нулевого подинтегрального выражения, $A^+ = A^- = 0$, и нулевого интеграла по A_\perp .

Следовательно, если мы вводим кварк-глюонные операторы, образующие спиновый и орбитальный угловые моменты, как инвариантные операторы остаточной калибровки, то мы должны использовать ковариантную производную как $i\mathcal{D}_\mu^{b,c} = i\partial_\mu + gA_\mu^{b,c}(-\infty)$.

В этом смысле наши результаты и результаты [44] не сильно расходятся. Например, мы легко получаем, что

$$f_{L_q}(x) = \mathcal{N} \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- e^{ixP^+z^-} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\mathbf{y}_\perp \langle P | \bar{\psi}(y_\perp) \gamma^+ y_\perp^i i\mathcal{D}_{b,c}^j \psi(y_\perp + z^-) | P \rangle, \quad (3.21)$$

где антисимметричная комбинация $[ij]$ была введена с $i, j = 1, 2$, а \mathcal{N} — нормировочный фактор, определенный как в [44].

Как уже упоминалось выше, $f_{L_q}(x)$ как физическая величина не зависит от выбора калибровки. В то же время калибровки аксиального типа (локальные или нелокальные) коррелируют с фиксированным направлением, что также необходимо для процедуры факторизации [49]. Поэтому мы можем также трактовать независимость от калибровки в смысле независимости от выбранного направления. В рамках гамильтонова формализма мы предполагаем, что условие калибровки (или дополнительное условие) можно полностью разрешить относительно калибровочной функции, исключая преобразования калибровки в конечной области. В некотором смысле физические кварк-глюонные операторы, рассматриваемые в контурной калибровке, являются «калибровочно-инвариантными» по построению, поскольку мы не имеем дело ни с какими калибровочными преобразованиями в конечной области из-за фиксированной калибровочной функции θ_{fix} (как обсуждалось выше, из-за $g = 1$ в слое для всей базы \mathcal{X}) (подробности см. в [48]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре раскрыты важные тонкости, основанные на математической технике, адаптированной к физическому языку. Мы представили важные объяснения и анализ, которые отсутствуют в современной литературе и которые должны помочь прояснить основные преимущества использования нелокальных контурных калибровок. С этой целью в нашем рассмотрении использовалось сочетание гамильтонова и лагранжева подходов к калибровочной теории. Поскольку контурная калибровка в основном опирается на геометрическую интерпретацию глюонных полей (связности на главном расслоении), мы предоставили наглядную демонстрацию геометрии контурной калибровки. В этой связи гамильтонов формализм, как предполагается, более удобен для понимания тонкостей контурных калибровок. Действительно, фиксация множителя Лагранжа λ_a имеет прямую трактовку в терминах элемента групповых орбит, который был однозначно выбран соответствующей плоскостью, пересекающей главное расслоение (см. рис. 2). Хотя лагранжев формализм очень хорошо развит для практического использования с целью исключения нефизической глюонной степени свободы из соответствующих амплитуд.

Также мы проанализировали детали тех случаев, где локальная калибровка аксиального типа может привести к определенным неоднозначностям в представлении глюонного поля. Эти неоднозначности могут в конечном счете привести к неверным результатам. Между тем, как показано в обзоре, нелокальная контурная калибровка может исправить такого рода проблемы и, например, не только обеспечить правильный (калибровочно-инвариантный) конечный результат, но и найти новые вклады в адронные тензоры процессов, подобных дрелл-яновским [16, 17]. Таким образом, использование концепции контурной калибровки дает возможность: 1) найти решение проблемы калибровочной инвариантно-

сти, обнаруженной в адронном тензоре Дрелла–Яна, путем правильного описания глюонного полюса, который появляется в соответствующих партонных распределениях; 2) обнаружить новые значительные вклады в односпиновые асимметрии, которые интенсивно изучаются экспериментально.

В контексте использования контурной калибровки недавний прогресс в основном связан с исследованиями так называемых вкладов глюонных полюсов в процессы типа Дрелла–Яна [16, 17]. Однако практическая польза нелокальной контурной калибровки не ограничивается изучением глюонных полюсов, которые проявляются в различных жестких процессах. С помощью нелокальных калибровок мы планируем применить метод, основанный на геометрическом квантовании [69], к исследованию различных асимптотических (жестких) режимов в КТП.

В контурной калибровке, с технической точки зрения, максимальная фиксация калибровки не связана с проблемой нахождения обратного кинематического оператора. Следовательно, подход на основе контурной калибровки следует рассматривать как альтернативный метод фиксации калибровки по сравнению с «классическими» подходами, основанными на соответствующих эффективных лагранжианах. Необходимо подчеркнуть, что контурная калибровка содержит важную и уникальную дополнительную информацию (необходимую для фиксации прескрипции в глюонных полюсах), которая невидима в случае обычной (локальной) аксиальной калибровки. С этой точки зрения, прежде чем мы отбросим члены с A^+ , мы должны определить соответствующий фиксированный путь в линии Вильсона с A^+ , который в итоге приводит к определенным прескрипциям в глюонных полюсах. Более того, соответствующая линия Вильсона с A^- в нестандартной диаграмме, которая дает вклад в поляризованный адронный тензор Дрелла–Яна, подсказывает способ фиксации остаточной калибровки.

Таким образом, мы демонстрируем преимущества использования контурной калибровки, где имеется возможность полностью зафиксировать калибровочную свободу наиболее наглядным и простым способом, и показываем, что нестандартная диаграмма играет важную роль в формировании соответствующего контура в линии Вильсона. Следовательно, с точки зрения контурной калибровки, невозможно пренебречь дополнительной нестандартной диаграммой.

В обзоре также представлено полезное соответствие между локальными и нелокальными калибровками, что крайне важно для избежания существенно неверных выводов, появляющихся в литературе.

Мы предложили доказательство следующего утверждения (которое справедливо в неабелевой теории): в контурной калибровке глюонное поле может быть представлено в виде разложения на глюонную конфигурацию $A_\mu(x|G)$, являющуюся физической степенью свободы, и чистую калибровочную глюонную конфигурацию $A_\mu^{\text{pure}}(x_0)$, которая полностью изолирована на границе и включает особый тип остаточной калибровоч-

ной свободы. Мы продемонстрировали, что условие контурной калибровки не может окончательно устранить эту вновь обнаруженную особую остаточную калибровку.

Показано также, что в случае тривиальных граничных условий, т. е. $A_{\mu}^{b,c} = 0$, в рамках контурной калибровки разложение (3.1) не имеет смысла в неабелевой теории, потому что только граничные глюонные конфигурации могут быть представлены как чистые калибровочные глюонные конфигурации. Более того, при нулевых граничных конфигурациях калибровочной свободы вообще нет, и, следовательно, мы имеем дело с калибровочно-инвариантными операторами по построению (без учета глобальных калибровочных преобразований, которые не являются существенными для билинейных форм).

В качестве последнего комментария подчеркнем, что глюонное разложение [31], которое формально похоже на (3.1), имеет статус анзаца, а не строгого вывода, который, однако, сформулирован и доказан в наших исследованиях. Более того, у него есть отличительная черта того, что глюонные поля разделяются на физические и чистые калибровочные глюонные конфигурации до того, как будет зафиксировано калибровочное условие. Следовательно, в этом случае, чтобы сформулировать анзац, необходимо потребовать добавочное условие для извлечения $A_{\mu}^{\text{pure}}(x)$, которое в конечном итоге определяется как $G_{\mu\nu}^{\text{pure}}(x) = 0$. В свою очередь, это требование естественным образом работает в рамках концепции контурной калибровки (см. (3.12)). Отметим, что (3.21) формально не противоречит [31, 44], но, в некотором смысле, мы находимся в противоречии с [30, 41].

Благодарности. Автор выражает благодарность Суронгу Чену (Xurong Chen), И. Чередникову, И. Хатте (Y. Hatta), С. Лорсэ (C. Lorce), А. В. Пимикову, Л. Шимановскому (L. Szymanowski) и А. С. Жевлакову за очень полезные обсуждения. Особую благодарность автор выражает Жан-Квуй Джану (Jian-Hui Zhang) за проясняющие обсуждения, а также коллегам из Университета Гонконга. Работа была частично поддержана программой RIFI 2024PVA0110.

Приложение 1 ТЕХНИКА ЭКСПОНИРОВАНИЯ КОМПОНЕНТА A^{-}

В этом приложении мы демонстрируем метод экспонирования компонента A^{-} . Фактически существует несколько методов экспонирования глюонных полей (см., например, [70–72]). Здесь мы представляем альтернативный независимый от кадров и наиболее эффективный метод, основанный, главным образом, на подходе, описанном в [65, § 46].

Удобные обозначения. Прежде чем идти дальше, напомним несколько соглашений и обозначений относительно того, как калибровочные преобразования соответствуют линиям Вильсона. Принимая для простоты абелеву калибровочную теорию (в интересующем нас случае различие

между абелевыми и неабелевыми группами несущественно), предположим, что фермионные и калибровочные поля преобразуются как

$$\psi^\omega(x) = e^{\pm i\theta(x)} \psi(x), \quad (\text{П.1.1})$$

$$A_\mu^\omega(x) = A_\mu(x) \pm \partial_\mu \theta(x), \quad (\text{П.1.2})$$

где ω обозначает калибровочное преобразование. Вообще говоря, знаки у калибровочной функции θ в (П.2.1) и (П.2.2) являются условными. Если мы зафиксируем преобразования как в (П.2.1) и (П.2.2), т. е. те же знаки в обоих выражениях, то мы можем легко увидеть, что ковариантная производная и калибровочно-инвариантный струнный фермионный оператор становятся равными

$$\begin{aligned} i\mathcal{D}_\mu &= i\partial_\mu + gA_\mu(x), \\ \mathbb{O}^{\text{g}\cdot\text{inv}}(x, y) &= \overline{\psi}(y)[y; x]_A \psi(x), \end{aligned} \quad (\text{П.1.3})$$

где линия Вильсона дается как

$$\begin{aligned} [y; x]_A &\stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{P} \exp \left\{ +ig \int_x^y dz_\mu A^\mu(z) \right\} = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} [y; x_N]_A [x_N; x_{N-1}]_A \cdots [x_1; x]_A = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} [1 + igA(x_N) \cdot (y - x_N)] \cdots [1 + igA(x) \cdot (x_1 - x)]. \end{aligned} \quad (\text{П.1.4})$$

В (П.1.4) начальная точка x и конечная точка y соединены определенным путем $\mathbb{P} \in \mathbb{R}^4$, который допускает расположение посредством удара $\{x_N\}_x^y$.

Однако если знаки в преобразованиях фермионов и калибровочных бозонов отличаются друг от друга,

$$\psi^\omega(x) = e^{\pm i\theta(x)} \psi(x), \quad (\text{П.1.5})$$

$$A_\mu^\omega(x) = A_\mu(x) \mp \partial_\mu \theta(x), \quad (\text{П.1.6})$$

то ковариантная производная запишется в виде

$$i\mathcal{D}_\mu = i\partial_\mu - gA_\mu(x), \quad (\text{П.1.7})$$

в то время как калибровочно-инвариантный фермионный струнный оператор имеет вид [18]

$$\mathbb{O}^{\text{g}\cdot\text{inv}}(x, y) = \overline{\psi}(y)[x; y]_A \psi(x) \quad (\text{П.1.8})$$

или

$$\mathbb{O}^{\text{g}\cdot\text{inv}}(x, y) = \overline{\psi}(y)[y; x]_A^{-1} \psi(x) \quad (\text{П.1.9})$$

с линией Вильсона, определенной как в (П.1.4).

В обзоре мы придерживаемся обозначений, как в (П.2.3).

Описание метода. Начнем с самого наглядного предмета — функции Грина во внешнем поле. Излучение глюона из собственной спинорной линии, как показано на рис. 3, справа, фактически имеет отношение к функции Грина во внешнем поле.

Рассмотрим дифференциальное уравнение для функции Грина

$$[i\hat{\partial} + g\hat{A}(x)]S(x, y) = -\delta^{(4)}(x - y), \quad (\text{П.1.10})$$

где широкая «шляпа» обозначает свертку с γ -матрицами как $\hat{A} = \gamma \cdot A$ и т. д.

Мы подчеркиваем, что функция Грина, определяемая (П.1.10), не калибровочно-инвариантна (см., например, [70, 71]). Как можно увидеть ниже, именно калибровочно-неинвариантная функция Грина обеспечивает появление калибровочно-инвариантного фермионного струнного оператора в соответствующем адронном матричном элементе.

Для простоты и без потери общности предполагаем, что $\partial^\mu = (0^+, \partial^- - \vec{0}_\perp)$, $A^\mu = (0^+, A^-, \vec{0}_\perp)$ и, следовательно, изучаем комбинацию тензоров как $S^{[\gamma^+]}(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \gamma^+ S(x, y)$. То есть вместо (П.1.10) имеем дело со следующим дифференциальным уравнением:

$$[i\partial^- + gA^-(x)]S^{[\gamma^+]}(x, y) = -\delta^{(4)}(x - y). \quad (\text{П.1.11})$$

Отсюда в операторной форме функция Грина принимает вид

$$S^{[\gamma^+]}(x, y) = -\frac{1}{[i\hat{\partial}^- + g\hat{A}^-(x)]}\delta^{(4)}(x - y), \quad (\text{П.1.12})$$

где маленькая «шляпка» теперь обозначает соответствующие операторы. С математической точки зрения обратный оператор определяется через интегральное представление как

$$\frac{i}{[i\hat{\partial}^- + g\hat{A}^-(x)]} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\infty d\nu \exp \left[i\nu [i\hat{\partial}^- + g\hat{A}^-(x) + i\varepsilon] \right]. \quad (\text{П.1.13})$$

Следовательно, мы можем записать функцию Грина как

$$S^{[\gamma^+]}(x, y) = i \int_0^\infty d\nu \exp \left[i\nu [i\hat{\partial}^- + g\hat{A}^-(x) + i\varepsilon] \right] \delta^{(4)}(x - y) \equiv i \int_0^\infty d\nu \mathcal{U}(\nu). \quad (\text{П.1.14})$$

Здесь и далее символ предела опущен. В импульсном представлении $\mathcal{U}(\nu)$ принимает вид

$$\mathcal{U}(\nu) = \int (d^4 p) \exp \left(-ip(x - y) + i\nu \hat{p} + iK(x, \nu) - \varepsilon\nu \right), \quad (\text{П.1.15})$$

где мера интегрирования $(d^4 p)$ включает все необходимые константы нормализации, и мы используем

$$e^{-\nu\hat{\partial}^-} e^{-ip(x-y)} = e^{-ip(x-y)} e^{i\nu\hat{p}^-}, \quad (\text{П.1.16})$$

что определяет, как действует оператор. В (П.1.15) функция $\mathcal{K}(x, \nu)$ является неизвестной функцией, которую нам нужно вывести.

Поскольку функция $\mathcal{U}(\nu)$ подчиняется (мы можем проверить это с помощью простых вычислений)

$$-i \frac{\partial \mathcal{U}(\nu)}{\partial \nu} = [i\hat{\partial}^- + g\hat{A}^-(x) + i\varepsilon] \mathcal{U}(\nu), \quad (\text{П.1.17})$$

функция $\mathcal{K}(x, \nu)$ должна удовлетворять следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial \mathcal{K}(x, \nu)}{\partial \nu} = -\partial^- \mathcal{K}(x, \nu) + gA^-(x) \quad (\text{П.1.18})$$

при условии $\mathcal{K}(x, \nu = 0) = 0$.

Решение (П.1.18) может быть легко найдено (см. [65]), оно имеет вид

$$\mathcal{K}(x, \nu) = g \int_0^\nu ds \int (d^4 k) e^{-ik(x-s\check{n}^+)} A^-(k) = g \int_0^\nu ds A^-(x - s\check{n}^+). \quad (\text{П.1.19})$$

Используя (П.1.19), получим функцию Грина как

$$S^{[\gamma^+]}(x, y) = i \int_0^\infty d\nu e^{-\varepsilon\nu} \delta^{(4)}(x - y - \nu\check{n}^+) \exp \left\{ -ig \int_x^y dz^+ A^-(z^+) \right\}, \quad (\text{П.1.20})$$

где было использовано стандартное интегральное представление для δ -функции,

$$\delta^{(4)}(x - y - \nu\check{n}^+) = \int (d^4 p) \exp(-ip(x - y) + i\nu\check{n}^+ p), \quad (\text{П.1.21})$$

и мы меняем $x - \nu\check{n}^+$ (см. верхний интегральный предел в интегрировании по dz^+) на y благодаря аргументу δ -функции.

Заключительный этап — записать интегрирование δ -функции как

$$\begin{aligned} i \int_0^\infty d\nu e^{-\varepsilon\nu} \delta^{(4)}(x - y - \nu\check{n}^+) &= i \int_0^\infty d\nu e^{-\nu\hat{\partial}^- - \varepsilon\nu} \delta^{(4)}(x - y) = \\ &= -\frac{1}{[i\hat{\partial}^- + i\varepsilon]} \delta^{(4)}(x - y) \equiv S^c[\gamma^+](x - y). \end{aligned} \quad (\text{П.1.22})$$

Таким образом, получим, что

$$S^{[\gamma^+]}(x, y) = S^c[\gamma^+](x - y) [x; y]_{A^-}, \quad (\text{П.1.23})$$

где $S^c(x-y)$ определяется через $\langle 0|T\psi(x)\bar{\psi}(y)|0\rangle$, и используем очевидное свойство $[x; y]_A = [y; x]_A^{-1}$. Расширение на неабелеву калибровочную группу является простым.

Из (П.1.23) можно сделать вывод, что оператор фермионного поля во внешнем поле имеет вид

$$\Psi(x^+|A) = \psi(x^+) \exp \left\{ ig \int_{\mathbb{C}}^{x^+} dz^+ A^-(z^+) \right\}, \quad (\text{П.1.24})$$

где \mathbb{C} , в принципе, произвольная точка, которую, однако, мы выбираем равной $-\infty^+$.

Подчеркнем, что фермион во внешнем поле отличается от фермиона калибровочно-инвариантного фермионного поля, которое появляется в струнном операторе (см. (П.2.3)). Действительно, как известно (см., например, [71, 72]), чтобы получить калибровочно-инвариантный струнный оператор, необходимо включить излучения калибровочных бозонов (глюонов) от фермионов после взаимодействия их с фотонами (или другими калибровочными бозонами), как показано на рис. 3, слева. В противном случае мы имеем дело с фермионами во внешних полях, которые не калибровочно-инвариантны (см. рис. 3, справа).

Для иллюстрации последнего утверждения рассмотрим простейший случай комптоновской амплитуды (см. также [72]). Имеем

$$T^{\mu\nu} = \int (d^4x) e^{-iq \cdot x} \langle p|TJ^\mu(x)J^\nu(0)|p\rangle. \quad (\text{П.1.25})$$

На уровне «handbag»-диаграммы

$$T^{\mu\nu} = \int (d^4x) e^{-iq \cdot x} \langle p| : \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \overline{\psi(x)\bar{\psi}(0)} \gamma^\nu \psi(0) : |p\rangle. \quad (\text{П.1.26})$$

Чтобы включить все излучения калибровочных бозонов из фермионного пропагатора, заданного фермионным спариванием, мы просто делаем замену (по модулю обычных нормировок, которые теперь не имеют значения)

$$\overline{\psi(x)\bar{\psi}(0)} = S^c(x) \implies S(x, 0) \quad (\text{П.1.27})$$

с $S(x, 0)$, являющейся калибровочно-неинвариантной функцией Грина (см. (П.1.23)). Используя соотношение, аналогичное (П.1.23), мы можем получить, что

$$T^{\mu\nu} = \int (d^4x) e^{-iq \cdot x} \langle p| : \bar{\psi}(x) \gamma^\mu S^c(x) [x; 0]_A \gamma^\nu \psi(0) : |p\rangle. \quad (\text{П.1.28})$$

После процедуры факторизации матричная комбинация $\gamma^\mu S^c \gamma^\nu$ относится к так называемой жесткой части, тогда как непертурбативный

адронный матричный элемент включает калибровочно-инвариантный струнный оператор, определяемый как

$$\langle p | : \bar{\psi}(x) [x; 0]_A \psi(0) : | p \rangle. \quad (\text{П.1.29})$$

Приложение 2 СОГЛАШЕНИЕ ПО ЛОКАЛЬНЫМ И НЕЛОКАЛЬНЫМ КАЛИБРОВОЧНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ

Перед тем как идти дальше, важно напомнить о соглашении по обозначениям в калибровочных преобразованиях, которым соответствуют путезависимые функционалы Вильсона (см. [55] для получения более подробной информации). Что касается неабелевой калибровочной теории, предположим, что фермионные и калибровочные поля преобразуются как

$$\psi^\theta(x) = e^{+i\theta(x)} \psi(x) \equiv U(x) \psi(x), \quad (\text{П.2.1})$$

$$A_\mu^\theta(x) = U(x) A_\mu(x) U^{-1}(x) + \frac{i}{g} U(x) \partial_\mu U^{-1}(x), \quad (\text{П.2.2})$$

где $\theta = \theta^a T^a$, а T^a — генераторы соответствующих представлений. При фиксированных локальных преобразованиях, как в (П.2.1) и (П.2.2), мы можем легко видеть, что ковариантная производная и калибровочно-инвариантный оператор фермионной струны имеют следующие формы:

$$i \mathcal{D}_\mu = i \partial_\mu + g A_\mu(x), \quad \mathbb{O}^{\mathfrak{g}\text{-inv}}(x, y) = \bar{\psi}(y) [y; x]_A \psi(x) \quad (\text{П.2.3})$$

с линией Вильсона, определенной как

$$[x; x_0]_A = \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{P(x_0, x)} d\omega_\mu A_\mu(\omega) \right\} = \mathfrak{g}(x|A) \equiv \mathfrak{g}(P), \quad (\text{П.2.4})$$

где $P(x_0, x)$ обозначает путь, соединяющий начальную x_0 и конечную x точки в пространстве Минковского.

Вставляя точку x_0 в линию Вильсона калибровочно-инвариантного струнного оператора (см. (П.2.3)), получаем, что

$$\mathbb{O}^{\mathfrak{g}\text{-inv}}(x, y) = \bar{\psi}(y) [y; x_0]_A [x_0; x]_A \psi(x). \quad (\text{П.2.5})$$

Вид (П.2.5) намекает на то, что зависящее от пути нелокальное калибровочное преобразование фермионов может быть представлено в виде

$$\psi^{\mathfrak{g}}(x) = \mathfrak{g}^{-1}(x|A) \psi(x), \quad (\text{П.2.6})$$

где $\psi^{\mathfrak{g}}(x)$ есть не что иное, как мандельштамовское калибровочно-инвариантное фермионное поле $\Psi(x|A)$ по модулю глобальных калибровоч-

ных преобразований [54, 73]. Это преобразование, в свою очередь, приводит к (ср. (П.2.2))

$$A_\mu^{\mathbf{g}}(x) = \mathbf{g}^{-1}(x|A) A_\mu(x) \mathbf{g}(x|A) + \frac{i}{g} \mathbf{g}^{-1}(x|A) \partial_\mu \mathbf{g}(x|A). \quad (\text{П.2.7})$$

Таким образом, мы имеем следующее соответствие между локальными и нелокальными калибровочными преобразованиями:

$$U(x) \Leftrightarrow \mathbf{g}^{-1}(x|A), \quad (\text{П.2.8})$$

что чрезвычайно важно для дальнейших обсуждений, поскольку неправильное соответствие приводит к существенно неверным выводам (см., например, [74]).

Приложение 3 КАЛИБРОВОЧНАЯ И ОСТАТОЧНАЯ КАЛИБРОВОЧНАЯ СИММЕТРИИ

В этом приложении мы напомним некоторые тонкости, связанные с остаточными калибровочными преобразованиями в различных калибровочных теориях.

П.3.1. Классическая $U(1)$ -теория калибровки (абелева теория). Калибровочная теория $U(1)$, в которой калибровочное преобразование

$$A_\mu^\Lambda(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x) \quad (\text{П.3.1})$$

определяет орбиту на $U(1)$ -группе. В абелевом случае тензор напряженности $F_{\mu\nu}$ калибровочно-инвариантен и, следовательно, только продольные (нефизические) компоненты поля, A_μ^L , могут быть калибровочно преобразованы. Действительно, в классической калибровочной теории как для $k^2 = 0$, так и для $k^2 \neq 0$ решение уравнения Максвелла в вакууме, $\partial_\mu F_{\mu\nu} = 0$, имеет вид (с точностью до комплексно сопряженных членов) (см., например, [75])

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &= A_\mu^L(x) + A_\mu^\perp(x) = \\ &= \int (d^4 k) e^{ikx} k_\mu a_L(k) + \int (d^4 k) e^{ikx} \delta(k^2) e_\mu^\perp(\alpha) a_\perp^{(\alpha)}(k), \end{aligned} \quad (\text{П.3.2})$$

где $(d^4 k)$ обозначает соответствующую меру интегрирования с соответствующей нормировкой, $\alpha = (1, 2)$ и $k \cdot e_\perp^{(\alpha)} = 0$. С помощью этого выражения мы можем легко вывести калибровочные преобразования в p -пространстве (в импульсном представлении)

$$k_\mu a_L^\Lambda(k) + e_\mu^\perp a_\perp^\Lambda(k) = k_\mu a_L(k) + e_\mu^\perp a_\perp(k) + k_\mu \tilde{\Lambda}(k), \quad (\text{П.3.3})$$

где мнимый фактор i поглощается в определении $\tilde{\Lambda}$. В дальнейшем суммирование по α и размерные нормировки не показываются в явном виде, если это не приведет к непониманию.

Поскольку $k \cdot e^{\perp(\alpha)} = 0$, мы заключаем, что

$$a_L^\Lambda(k) = a_L(k) + \tilde{\Lambda}(k), \quad a_\perp^\Lambda(k) = a_\perp(k), \quad (\text{П.3.4})$$

или, эквивалентно,

$$A_\mu^{L,\Lambda}(k) = A_\mu^L(k) + k_\mu \tilde{\Lambda}(k), \quad (\text{П.3.5})$$

$$A_\mu^{\perp,\Lambda}(k) = A_\mu^\perp(k). \quad (\text{П.3.6})$$

Более того, легко показать, что

$$A_\mu^L(x) = -i\partial_\mu \alpha(x), \quad (\text{П.3.7})$$

где $\alpha(x)$ — скалярная функция, связанная с $a_L(k)$ через преобразование Фурье, $\alpha(x) \stackrel{\text{F}}{=} a_L(k)$ и $a_L(k) = \xi(k)/k^2$ при $\xi(k) \stackrel{\text{def}}{=} k \cdot A^L(k) \neq 0$ для $k^2 \neq 0$. Заметим, что если $k^2 = 0$, то уравнение Максвелла принимает простейший вид, $k \cdot A(k) = 0$, в p -пространстве, и, следовательно, $k \cdot A^L(k) = k^2 a_L(k) = 0$ или, другими словами, $a_L(k) = \xi(k)/k^2 \sim 0/0$.

Как известно, чтобы зафиксировать определенного представителя на групповой орбите, мы должны наложить калибровочное условие $F(A^\Lambda) = 0$ на калибровочно-преобразованные поля, чтобы найти решение относительно калибровочного параметра Λ . Здесь мы не обсуждаем возникновение грибовской неоднозначности.

П.3.2. Лоренцева калибровка. В качестве первого примера мы рассмотрим лоренцево (ковариантное) условие, которое гласит

$$\partial_\mu A_\mu^\Lambda(x) = \partial_\mu A_\mu + \partial^2 \Lambda(x) = 0. \quad (\text{П.3.8})$$

В p -пространстве условие (П.3.8) принимает следующий вид:

$$k_\mu A_\mu^L(k) + k^2 \tilde{\Lambda}(k) = 0, \quad (\text{П.3.9})$$

что дает нам соотношение $a_L(k) = -\tilde{\Lambda}(k)$ для случая $k^2 \neq 0$. Заметим, что если $k^2 = 0$, то функции $a_L(k)$ и $\tilde{\Lambda}(k)$ в комбинации $a_L(k) + \tilde{\Lambda}(k)$ являются свободными функциями и не зависят друг от друга.

Однако калибровочное условие (П.3.8) (или (П.3.9)) не может фиксировать представителя орбиты однозначно. Действительно, остается так называемая остаточная калибровочная свобода, определяемая $F(A^\Lambda) = F(A) = 0$. Для условия Лоренца два одновременных условия:

$$\partial_\mu A_\mu^\Lambda(x) = 0 \quad \text{и} \quad \partial_\mu A_\mu(x) = 0 \quad (\text{П.3.10})$$

приводят к

$$\partial^2 \Lambda_0(x) = 0, \quad (\text{П.3.11})$$

где калибровочная функция (параметр) Λ_0 определяет остаточную калибровочную свободу. То есть остаточное калибровочное преобразование с функцией Λ_0 сохраняет калибровочное условие, $F(A) = 0$, калибровочно-инвариантным. Следовательно, фиксация калибровочной свободы

означает, что фиксируются все калибровочные свободы, включая остаточную калибровку. Другими словами, если нет остаточных калибровочных преобразований, то данное калибровочное условие полностью фиксирует калибровочную свободу, и мы имеем дело с одним представителем на калибровочной орбите.

Рассмотрим второе калибровочное условие в уравнении (П.3.10). В p -пространстве оно приводит к следующим возможностям ($k \cdot a_{\perp} = 0$ по определению)

$$k^2 a_L(k) = 0 \implies \begin{cases} k^2 = 0, & a_L(\vec{k}) - \text{относительное,} \\ k^2 \neq 0, & a_L(k) = 0. \end{cases} \quad (\text{П.3.12})$$

Отсюда видно, что калибровочное условие (П.3.10) не может устранить нефизическое поле A_{μ}^L для случая $k^2 = 0$. Работая с (П.3.11) аналогичным образом, мы приходим к выводу, что калибровочная функция $\tilde{\Lambda}_0(\vec{k})$ не фиксирована и порождает остаточное калибровочное преобразование при условии, что $k^2 = 0$.

Почтительно рассмотрим (П.3.11) в координатном представлении (x -пространство). Решения (П.3.11) можно легко найти и представить, например, в следующем виде:

$$\Lambda_0(x) = \begin{cases} \text{const,} \\ 1/x^2, & \text{для } x^2 \neq 0, \\ C_0 e^{i(x_0 - \vec{x}\vec{N})} & \text{с } |\vec{N}| = 1. \end{cases} \quad (\text{П.3.13})$$

Заметим, что скалярная функция $\alpha(x)$ в (П.3.7) подчиняется второму условию в (П.3.10), т.е. $\partial^2 \alpha(x) = 0$ имеет формально тот же вид, что и (П.3.13).

Для $k^2 \neq 0$ скалярная калибровочная функция Λ также дает продольное (нефизическое) поле A_{μ}^L (см. (П.3.9)). Поэтому первые два решения из (П.3.13) не имеют отношения к нашему исследованию. Для того чтобы получить соответствие условию (П.3.12) в импульсном представлении, мы должны положить C_0 равным нулю, $C_0 = 0$. Однако для случая $k^2 = 0$, как уже говорилось выше, функции $\alpha(x)$ и $\Lambda_0(x)$ независимы и произвольны из-за различных свободных постоянных коэффициентов в решении для плоской волны.

Мы также можем рассматривать условие калибровки Лоренца (П.3.8) как неоднородное дифференциальное уравнение относительно $\Lambda(x)$, т.е.

$$\partial^2 \Lambda(x) = \eta(x), \quad (\text{П.3.14})$$

где $\eta(x) \stackrel{\text{def}}{=} -\partial_{\mu} A_{\mu}(x)$. Решая (П.3.14), получаем, что

$$\Lambda(x) = \Lambda_0(x) + \int d^4 y G(x-y) \eta(y), \quad (\text{П.3.15})$$

где функция Грина $G(x)$ определяется как

$$G(x) = \frac{1}{[\partial^2]_{\text{reg}}} \delta^{(4)}(x) \quad (\text{П.3.16})$$

с подходящей регуляризацией оператора, вытекающей из соответствующих граничных условий, см. [65].

П.3.3. Кулоновская калибровка. Используя условие $A_0^\Lambda(x) = 0$ для усиления условия Лоренца (П.3.8), мы можем получить условие кулоновской калибровки, которое гласит

$$\vec{\partial} \vec{A}^\Lambda(x) = \vec{\partial} \vec{A}(x) + \Delta \Lambda(x) = 0. \quad (\text{П.3.17})$$

В p -пространстве условие (П.3.17) преобразуется к (напомним, что $\vec{\partial} \vec{A}^\perp = 0$ по построению)

$$\vec{k}^2 a_L(k) + \vec{k}^2 \tilde{\Lambda}(k) = 0. \quad (\text{П.3.18})$$

Снова изучим соответствующую остаточную калибровочную свободу:

$$\vec{\partial} \vec{A}(x) = 0 \quad \text{и} \quad \Delta \Lambda(x) = 0. \quad (\text{П.3.19})$$

Для простоты остановимся на случае $k^2 = 0$, который приводит к $\vec{k}^2 \neq 0$. При этом вместо (П.3.18) достаточно остановиться на уравнении

$$\vec{k}^2 \tilde{\Lambda}(\vec{k}) = 0. \quad (\text{П.3.20})$$

Следовательно, единственным решением (П.3.20) является $\tilde{\Lambda} = 0$, что означает отсутствие какой-либо остаточной свободы вообще.

Поэтому в кулоновской калибровке нет продольных компонент поля, и мы имеем дело только с физическим калибровочным полем A_μ^\perp .

П.3.4. Гамильтоны и аксиальные измерители. Аналогичным образом мы можем изучить остаточные калибровочные симметрии в гамильтоновых ($A_0^\Lambda = 0$) и аксиальных ($A^{+\cdot\Lambda} = 0$) калибровках. Остаточные калибровочные преобразования задаются соответствующей свободной (нефиксированной) калибровочной функцией $\tilde{\Lambda}(k)$ при условии, что $k_0 = 0$ или $k^+ = 0$.

П.3.5. Классическая $SU(3)$ -калибровочная теория (неабелева теория). Следующим предметом нашего обсуждения является неабелева калибровочная теория с калибровочной группой $SU(3)$. В этом случае калибровочное преобразование имеет вид

$$A_\mu^\omega(x) = \omega(x) A_\mu(x) \omega^{-1}(x) + \frac{i}{g} \omega(x) \partial_\mu \omega^{-1}(x), \quad (\text{П.3.21})$$

что соответствует инфинитезимальной форме как

$$A_\mu^{a,\omega}(x) = A_\mu^a(x) + f^{abc} A_\mu^b(x) \theta^c(x) + \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a(x), \quad (\text{П.3.22})$$

где $\omega(x) = \exp(i\theta^a(x)t^a)$. Разложение компонент поля на продольную и поперечную компоненты аналогично абелеву случаю (см. выше). В отличие от калибровочной группы $U(1)$, тензор напряженности $G_{\mu\nu}$ является калибровочно-ковариантным. Это означает, что все компоненты поля могут меняться под действием калибровочных преобразований.

П.3.6. Лоренцева калибровка. Мы снова начнем с условия калибровки Лоренца:

$$\partial_\mu A_\mu^{a,\omega}(x) = \partial_\mu A_\mu^a(x) + f^{abc} \partial_\mu (A_\mu^b(x) \theta^c(x)) + \frac{1}{g} \partial^2 \theta^a(x) = 0. \quad (\text{П.3.23})$$

Как уже говорилось выше, условие калибровки инвариантно при остаточном преобразовании калибровки:

$$\partial_\mu A_\mu^{a,\omega}(x) = \partial_\mu A_\mu^a(x) = 0 \quad (\text{П.3.24})$$

или, эквивалентно,

$$\mathcal{D}_\mu^{ac} \partial_\mu \theta^c(x) = 0, \quad (\text{П.3.25})$$

где $\mathcal{D}_\mu^{ac} = \partial_\mu \delta^{ac} + g f^{abc} A_\mu^b(x)$.

В p -пространстве условие (П.3.25) принимает вид

$$-k^2 \theta^a(k) + i g f^{abc} k_\mu A_\mu^{b,L}(k) \theta^c(k) = 0. \quad (\text{П.3.26})$$

Если $k^2 = 0$ и, следовательно, $k_\mu A_\mu^{b,L}(k) = 0$, то калибровочная функция $\theta(x)$ не может быть зафиксирована и порождает остаточное калибровочное преобразование.

П.3.7. Гамильтонова калибровка. Аналогичная ситуация возникает и в гамильтоновой калибровке, $A_0^\omega = 0$. Остаточное преобразование индуцируется калибровочной функцией, которая подчиняется

$$\partial_0 \theta^a(x_0, \vec{x}) = 0. \quad (\text{П.3.27})$$

Следовательно, решение этого уравнения довольно тривиально: θ -функция — это не зависящая от времени функция, $\theta_0(\vec{x})$.

В импульсном представлении условие (П.3.27) дает нам

$$\int (d^4 k) e^{ikx} k_0 \theta^a(k_0, \vec{k}) = 0, \quad (\text{П.3.28})$$

имеющий решение в виде

$$\theta_0^a(k) = \delta(k_0) \theta_0^a(\vec{k}). \quad (\text{П.3.29})$$

Таким образом, в координатном представлении мы находим

$$\int (d^4 k) e^{ikx} \delta(k_0) \theta_0^a(\vec{k}) = \theta_0^a(\vec{x}), \quad (\text{П.3.30})$$

что совпадает с приведенными результатами.

П.3.8. Аксиальная калибровка. Работая в аксиальной калибровке, $A^{+,\omega} = 0$, аналогичным образом, мы можем найти калибровочную

функцию, которая отвечает за остаточную калибровочную симметрию. Накладываем условие

$$A^{+\omega}(x) = A^+(x) = 0 \quad (\text{П.3.31})$$

или, в эквивалентной форме,

$$\partial^+ \theta^a(x^+, x^-, \vec{x}_\perp) = 0 \quad \text{с} \quad \partial^+ = \partial_- = \frac{\partial}{\partial x^-}. \quad (\text{П.3.32})$$

Решением этого тривиального дифференциального уравнения является функция, не зависящая от x^- $\theta_0^a(x^+, \vec{x}_\perp)$, которая имеет следующий вид в p -пространстве (ср. (П.3.28) и (П.3.29)):

$$\theta_0^a(k^+, k^-, \vec{k}_\perp) = \delta(k^+) \theta_0^a(k^-, \vec{k}_\perp), \quad (\text{П.3.33})$$

где $\theta_0^a(k^-, \vec{k}_\perp)$ — произвольная калибровочная функция, связанная с остаточной симметрией.

Полезно сосредоточиться на конечных калибровочных преобразованиях и соответствующем калибровочном условии, а именно

$$A^{+\omega}(x) = \omega(x) A^+(x) \omega^{-1}(x) + \frac{i}{g} \omega(x) \partial^+ \omega^{-1}(x) = 0. \quad (\text{П.3.34})$$

Решение этого уравнения легко найти, имеем

$$\omega_0(x) = \mathbb{P} \exp \left\{ ig \int_{\mathbb{C}}^{x^-} dz^- A^+(x^+, z^-, \vec{x}_\perp) \right\}, \quad (\text{П.3.35})$$

где, вообще говоря, \mathbb{C} — произвольная постоянная. Подчеркнем, что решение $\omega_0(x)$ справедливо для $\forall x \in \mathbb{R}^4$. В то же время эта функция может быть умножена на произвольную x^- -независимую калибровочную функцию, чтобы получить другое решение уравнения (П.3.34), т. е.

$$W(x^+, x^-, \vec{x}_\perp) = \bar{\omega}(x^+, \vec{x}_\perp) \omega_0(x^+, x^-, \vec{x}_\perp), \quad (\text{П.3.36})$$

где $\bar{\omega}(x^+, \vec{x}_\perp) = \exp(i\theta^a(x^+, \vec{x}_\perp)t^a)$. Действительно, можно показать, что $A^{+,W}(x) = 0$.

Чтобы исследовать остаточную симметрию, нужно потребовать, чтобы $A^+(x) = 0$ для любого x . Таким образом, из (П.3.36) следует, что функция

$$W(x^+, x^-, \vec{x}_\perp) \Big|_{A^+=0} = \bar{\omega}(x^+, \vec{x}_\perp) \quad (\text{П.3.37})$$

генерирует интересующее нас остаточное преобразование.

Вернемся теперь к калибровочной функции, представленной (П.3.33). Случай $k^+ = 0$ (который обеспечивает нам остаточную симметрию) приводит к так называемой побочной (ложной) сингулярности в глюонном пропагаторе в рамках аксиальной калибровки (см. далее). Если мы применим процедуру регуляризации этой сингулярности с помощью некоторой

хорошо определенной процедуры, $[k^+]_{\text{reg}} \neq 0$, то условие существования остаточной симметрии (см. (П.3.32)) должно быть задано (в импульсном представлении)

$$\int (d^4 k) e^{ikx} [k^+]_{\text{reg}} \delta(k^+) \theta_0^a(k^-, \vec{k}_\perp) = 0. \quad (\text{П.3.38})$$

Следовательно, единственная возможность удовлетворить этому уравнению — потребовать, чтобы $\theta_0^a(k^-, \vec{k}_\perp) = 0$, означающее, что мы фиксируем остаточную симметрию. Таким образом, мы приходим к выводу, что побочная (ложная) сингулярность фиксирована тогда и только тогда, когда у нас нет остаточной калибровочной симметрии. С другой стороны, можно сказать, что фиксации остаточной калибровочной симметрии достаточно для устранения побочной сингулярности.

П.3.9. Побочная (spurious) сингулярность глюонного пропагатора. Вернемся к вопросу о побочной сингулярности, возникающей в глюонном пропагаторе в аксиальной калибровке $A^+ = 0$.

Производящий функционал для глюонов (глюонодинамика) в наиболее общей калибровке $F(A^\theta) = 0$ имеет вид

$$\mathbb{Z} = N \int \mathcal{D}A_\mu e^{iS[A]} = \tilde{N} \int \mathcal{D}A_\mu \Delta_c[A] \delta(F(A)) e^{iS[A]}, \quad (\text{П.3.39})$$

где \tilde{N} включает бесконечный объем калибровочной группы, $\int d\theta$, и мы используем

$$\mathbb{1} = \int d\theta \Delta_c[A] \delta(F(A^\theta)), \quad \Delta_c[A^\theta] = \Delta_c[A]. \quad (\text{П.3.40})$$

Вместо решения калибровочного условия $F(A^\theta) = 0$ относительно групповой функции θ в рамках обобщенного гамильтонова формализма мы выделяем бесконечный групповой объем, $\int d\theta$, в производящем функционале (подход Фаддеева–Попова).

Следующий трюк связан с экспонированием $\delta(F(A))$. Мы вводим обобщенное калибровочное условие в виде $F(A) = C$ при $\delta C / \delta A_\mu = 0$. Производящий функционал \mathbb{Z} должен быть независим от C . Поэтому, чтобы получить функционал, не зависящий от C , мы должны проинтегрировать по этому параметру C . Используя меру интегрирования, определенную как

$$dC \exp\left(-\frac{i}{2\xi} \int d^4 x C^2(x)\right), \quad (\text{П.3.41})$$

имеем

$$\mathbb{Z} = \tilde{N} \int dC \exp\left(-\frac{i}{2\xi} \int d^4 x C^2(x)\right) \int \mathcal{D}A_\mu \Delta_c[A] \delta(F(A) - C) e^{iS[A]} = \quad (\text{П.3.42})$$

$$= \tilde{N} \int \mathcal{D}A_\mu \Delta_c[A] \exp\left(iS[A] - \frac{i}{2\xi} \int d^4 x F^2(A)\right). \quad (\text{П.3.43})$$

В (П.3.42) эффективное действие с калибровочно-фиксирующим членом,

$$S_{\text{fix}} = -\frac{1}{2\xi} \int d^4x F^2(A), \quad (\text{П.3.44})$$

теперь не является калибровочно-инвариантным. В результате этого трюка нам не нужно решать условие калибровки относительно калибровочной функции.

Пусть калибровочное условие $F(A) = 0$ равно $A^+ = 0$ при $n^2 = 0$. В этом случае определитель $\Delta_c[A]$ не зависит от A , и, следовательно, мы можем включить этот определитель в нормировку функционала. Таким образом, эффективный лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}G_{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi}(n \cdot A)^2. \quad (\text{П.3.45})$$

Этот лагранжиан дает эффективное действие, которое можно записать в виде

$$S_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \int d^4x A_\mu(x) K_{\mu\nu}(x) A_\nu(x), \quad (\text{П.3.46})$$

где

$$K_{\mu\nu}(x) = g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu - \frac{1}{\xi}n_\mu n_\nu. \quad (\text{П.3.47})$$

В p -пространстве оператор $K_{\mu\nu}$ имеет обратный оператор, который в пределе $\xi \rightarrow 0$ задается следующим образом:

$$K_{\mu\nu}^{-1}(k) = \frac{d_{\mu\nu}(k, n)}{k^2 + i0}, \quad d_{\mu\nu}(k, n) = g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{k^+}. \quad (\text{П.3.48})$$

Как мы показали, когда мы фиксируем/регуляризуем побочную сингулярность $[k^+]_{\text{reg}}$, это означает, что мы фиксируем остаточную калибровочную симметрию, определяемую калибровочной функцией $\theta^a(k^-, \mathbf{k}_\perp)$, и наоборот.

Напомним также, что нельзя зафиксировать остаточную калибровку простым добавлением

$$\frac{1}{2\xi_2}(n^* \cdot A)^2 \quad (\text{П.3.49})$$

в (П.3.45). В этом случае обратный кинематический оператор (см. (П.3.48)) не существует в силу того, что свободные (без коэффициентов) тензоры $n_\mu n_\nu$ и $n_\mu^* n_\nu^*$ присутствуют в соответствующем уравнении для определения коэффициентов. Действительно, введением лоренцевой параметризации (где коэффициенты должны быть определены)

$$d_{\nu\rho}(k, n, n^*) = g_{\nu\rho} + a_1 k_\nu k_\rho + b_2 k_\nu n_\rho + b_3 n_\nu k_\rho + b_4 k_\nu n_\rho^* + b_5 n_\nu^* k_\rho + c_6 n_\nu n_\rho + c_7 n_\nu^* n_\rho^*, \quad (\text{П.3.50})$$

где

$$\dim_M[a_1] = -2, \quad \dim_M[b_i] = -1, \quad \dim_M[c_j] = 0, \quad (\text{П.3.51})$$

уравнение на коэффициенты

$$K_{\mu\nu}d_{\nu\rho} = g_{\mu\rho} \quad (\text{П.3.52})$$

получает тензоры $n_\mu n_\nu$ и $n_\mu^* n_\nu^*$, которые остаются без коэффициентов. Это означает, что обратный оператор не может быть получен.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Faddeev L. D., Slavnov A. A.* Gauge Fields. Introduction to Quantum Theory. 1980. V. 50.
2. *Anikin I. V., Zhevlakov A. S.* On the Decomposition Theorem for Gluons // J. Exp. Theor. Phys. 2022. V. 135, No. 1. P. 73–80; arXiv:2105.02719.
3. *Angeles-Martinez R. et al.* Transverse Momentum Dependent (TMD) Parton Distribution Functions: Status and Prospects // Acta Phys. Polon. B. 2015. V. 46, No. 12. P. 2501–2534; arXiv:1507.05267.
4. *Boer D. et al.* Gluons and the Quark Sea at High Energies: Distributions, Polarization, Tomography. 2011; arXiv:1108.1713 [nucl-th].
5. *Boer D., Mulders P. J., Pijlman F.* Universality of T Odd Effects in Single Spin and Azimuthal Asymmetries // Nucl. Phys. B. 2003. V. 667. P. 201–241; arXiv:hep-ph/0303034.
6. *Kang Z. B., Qiu J. W., Vogelsang W., Yuan F.* An Observation Concerning the Process Dependence of the Sivers Functions // Phys. Rev. D. 2011. V. 83. P. 094001; arXiv:1103.1591 [hep-ph].
7. *Boer D.* On a Possible Node in the Sivers and Qiu–Sterman Functions // Phys. Lett. B. 2011. V. 702. P. 242–245; arXiv:1105.2543 [hep-ph].
8. *Pire B., Ralston J. P.* Single Spin Asymmetries in the Drell–Yan Process // Phys. Rev. D. 1983. V. 28. P. 260.
9. *Carlitz R. D., Willey R. S.* Single Spin Asymmetries in Muon Pair Production // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 2323–2348.
10. *Brandenburg A., Mueller D., Teryaev O. V.* Extraction of the Pion Distribution Amplitude from Polarized Muon Pair Production // Phys. Rev. D. 1996. V. 53. P. 6180–6185; arXiv:hep-ph/9511356.
11. *Bakulev A. P., Stefanis N. G., Teryaev O. V.* Polarized and Unpolarized μ -Pair Meson-Induced Drell–Yan Production and the Pion Distribution Amplitude // Phys. Rev. D. 2007. V. 76. P. 074032; arXiv:0706.4222 [hep-ph].
12. *Radyushkin A. V.* Shape of Pion Distribution Amplitude // Phys. Rev. D. 2009. V. 80. P. 094009; arXiv:0906.0323 [hep-ph].
13. *Polyakov M. V.* On the Pion Distribution Amplitude Shape // JETP Lett. 2009. V. 90. P. 228–231; arXiv:0906.0538 [hep-ph].
14. *Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* Pion Transition Form Factor at the Two-Loop Level vis-a-vis Experimental Data // Mod. Phys. Lett. A. 2009. V. 24. P. 2858–2867; arXiv:0910.3498 [hep-ph].
15. *Boer D., Mulders P. J., Teryaev O. V.* Single Spin Asymmetries from a Gluonic Background in the Drell–Yan Process // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 3057–3064; arXiv:hep-ph/9710223.
16. *Anikin I. V., Teryaev O. V.* Gauge Invariance, Causality and Gluonic Poles // Phys. Lett. B. 2010. V. 690. P. 519–525; arXiv:1003.1482 [hep-ph].

17. *Anikin I. V., Teryaev O. V.* New Contributions to Gluon Poles in Direct Photon Production // *Eur. Phys. J. C.* 2015. V. 75, No. 5. P. 184; arXiv:1501.04536.
18. *Belitsky A. V., Ji X., Yuan F.* Final State Interactions and Gauge Invariant Parton Distributions // *Nucl. Phys. B.* 2003. V. 656. P. 165–198; arXiv: hep-ph/0208038.
19. *Chirilli G. A., Kovchegov Y. V., Wertepny D. E.* Regularization of the Light-Cone Gauge Gluon Propagator Singularities Using Sub-Gauge Conditions // *JHEP.* 2015. V. 12. P. 138; arXiv:1508.07962.
20. *Collins J. C., Soper D. E.* Parton Distribution and Decay Functions // *Nucl. Phys. B.* 1982. V. 194. P. 445–492.
21. *Leibbrandt G.* Introduction to Noncovariant Gauges // *Rev. Mod. Phys.* 1987. V. 59. P. 1067.
22. *Slavnov A. A., Frolov S. A.* Propagator of Yang–Mills Field in Light Cone Gauge // *Theor. Math. Phys.* 1987. V. 73. P. 1158–1165.
23. *Bassetto A., Nardelli G., Soldati R.* Yang–Mills Theories in Algebraic Noncovariant Gauges: Canonical Quantization and Renormalization. 1991.
24. *Bassetto A., Dalbosco M., Lazzizzera I., Soldati R.* Yang–Mills Theories in the Light Cone Gauge // *Phys. Rev. D.* 1985. V. 31. P. 2012.
25. *Collins J. C., Soper D. E., Sterman G. F.* Factorization of Hard Processes in QCD // *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* 1989. V. 5. P. 1–91; arXiv:hep-ph/0409313.
26. *Иванов С. В.* Контурные калибровочные условия в неабелевых калибровочных теориях // *ЭЧАЯ.* 1990. Т. 21. С. 75–116.
27. *Stefanis N. G.* Gauge Invariant Quark Two Point Green’s Function through Connector Insertion to $O(\alpha_s)$ // *Nuovo Cim. A.* 1984. V. 83. P. 205.
28. *Ji X., Yuan F., Zhao Y.* What We Know and What We Don’t Know about the Proton Spin after 30 Years // *Nature Rev. Phys.* 2021. V. 3, No. 1. P. 27–38; arXiv:2009.01291.
29. *Jaffe R. L., Manohar A.* The $G(1)$ Problem: Fact and Fantasy on the Spin of the Proton // *Nucl. Phys. B.* 1990. V. 337. P. 509–546.
30. *Ji X. D.* Gauge-Invariant Decomposition of Nucleon Spin // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 610–613; arXiv:hep-ph/9603249.
31. *Chen X. S., Lu X. F., Sun W. M., Wang F., Goldman T.* Spin and Orbital Angular Momentum in Gauge Theories: Nucleon Spin Structure and Multipole Radiation Revisited // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. P. 232002; arXiv:0806.3166 [hep-ph].
32. *Chen X. S., Sun W. M., Lu X. F., Wang F., Goldman T.* Do Gluons Carry Half of the Nucleon Momentum? // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 062001; arXiv:0904.0321 [hep-ph].
33. *Ji X.* Comment on “Does Gluons Carry Half of the Nucleon Momentum?” by X. S. Chen et al. (*Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 062001) // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 106. P. 259101; arXiv:0910.5022 [hep-ph].
34. *Wakamatsu M.* Is Gauge-Invariant Complete Decomposition of the Nucleon Spin Possible? // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2014. V. 29. P. 1430012; arXiv:1402.4193 [hep-ph].
35. *Wakamatsu M.* On the Two Remaining Issues in the Gauge-Invariant Decomposition Problem of the Nucleon Spin // *Eur. Phys. J. A.* 2015. V. 51, No. 5. P. 52; arXiv:1409.4474 [hep-ph].

36. *Wakamatsu M., Kitadono Y., Zhang P.M.* The Issue of Gauge Choice in the Landau Problem and the Physics of Canonical and Mechanical Orbital Angular Momenta // *Ann. Phys.* 2018. V. 392. P. 287–322; arXiv:1709.09766.
37. *Lorce C.* Wilson Lines and Orbital Angular Momentum // *Phys. Lett. B.* 2013. V. 719. P. 185–190; arXiv:1210.2581 [hep-ph].
38. *Lorcé C.* Gauge-Covariant Canonical Formalism Revisited with Application to the Proton Spin Decomposition // *Phys. Rev. D.* 2013. V. 88. P. 044037; arXiv:1302.5515 [hep-ph].
39. *Leader E., Lorcé C.* The Angular Momentum Controversy: What’s It All about and Does It Matter? // *Phys. Rep.* 2014. V. 541, No. 3. P. 163–248; arXiv:1309.4235 [hep-ph].
40. *Wakamatsu M.* Gauge-Independence of Gluon Spin in the Nucleon and Its Evolution // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 84. P. 037501; arXiv:1104.1465 [hep-ph].
41. *Wakamatsu M.* Gauge and Frame-Independent Decomposition of Nucleon Spin // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 83. P. 014012; arXiv:1007.5355 [hep-ph].
42. *Wakamatsu M.* On Gauge-Invariant Decomposition of Nucleon Spin // *Phys. Rev. D.* 2010. V. 81. P. 114010; arXiv:1004.0268 [hep-ph].
43. *Zhang P.M., Pak D.G.* On Gauge Invariant Nucleon Spin Decomposition // *Eur. Phys. J. A.* 2012. V. 48. P. 91; arXiv:1110.6516 [hep-ph].
44. *Bashinsky S., Jaffe R.L.* Quark and Gluon Orbital Angular Momentum and Spin in Hard Processes // *Nucl. Phys. B.* 1998. V. 536. P. 303–317; arXiv:hep-ph/9804397.
45. *Belitsky A. V., Radyushkin A. V.* Unraveling Hadron Structure with Generalized Parton Distributions // *Phys. Rep.* 2005. V. 418. P. 1–387; arXiv:hep-ph/0504030.
46. *Ivanov S. V., Korchemsky G. P., Radyushkin A. V.* Infrared Asymptotics of Perturbative QCD: Contour Gauges // *Yad. Fiz.* 1986. V. 44. P. 230–240.
47. *Ivanov S. V., Korchemsky G. P.* Some Supplements of Nonperturbative Gauges // *Phys. Lett. B.* 1985. V. 154. P. 197–201.
48. *Anikin I. V.* The Contour Gauge in Use: Telling Untold // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2022. V. 19, No. 4. P. 320–330; arXiv:2105.09430.
49. *Anikin I. V., Ivanov D. Y., Pire B., Szymanowski L., Wallon S.* QCD Factorization of Exclusive Processes beyond Leading Twist: $\gamma^* T \rightarrow \rho(T)$ Impact Factor with Twist Three Accuracy // *Nucl. Phys. B.* 2010. V. 828. P. 1–68; arXiv:0909.4090 [hep-ph].
50. *Konopleva N. P., Popov V. N.* Gauge Fields. Harwood Acad. Publ., 1981.
51. *Shevchenko V. I., Simonov Y. A.* Generalized Coordinate Gauge, Non-Abelian Stokes Theorem and Dual QCD Lagrangian // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 437. P. 146–152; arXiv:hep-th/9807157.
52. *Mensky M. B.* A Group Theory Derivation of the Relativistic Path Integral and the “History-String” Dynamics // *Theor. Math. Phys.* 2012. V. 173. P. 1668–1686.
53. *Mensky M. B.* The Path Group: Measurements Fields Particles. M.: Nauka, 1983.
54. *Mandelstam S.* Quantum Electrodynamics without Potentials // *Ann. Phys.* 1962. V. 19. P. 1–24.

55. *Anikin I. V., Cherednikov I. O., Teryaev O. V.* Drell–Yan Hadron Tensor: Contour Gauge and Gluon Propagator // *Phys. Rev. D.* 2017. V. 95, No. 3. P. 034032; arXiv:1612.03010.
56. *Anikin I. V.* On ξ -Process for DVCS-Amplitude // *Symmetry.* 2020. V. 12, No. 12. P. 1996; arXiv:2011.04807.
57. *Boer D., Qiu J. W.* Single Transverse Spin Asymmetry in Drell–Yan Lepton Angular Distribution // *Phys. Rev. D.* 2002. V. 65. P. 034008; arXiv:hep-ph/0108179.
58. *Hammon N., Teryaev O., Schafer A.* Single Spin Asymmetry for the Drell–Yan Process // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 390. P. 409–412; arXiv:hep-ph/9611359.
59. *Hatta Y.* Gluon Polarization in the Nucleon Demystified // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 84. P. 041701; arXiv:1101.5989 [hep-ph].
60. *Durand L., Mendel E.* Functional Equations for Path Dependent Phase Factors in Yang–Mills Theories // *Phys. Lett. B.* 1979. V. 85. P. 241–245.
61. *Barone V., Drago A., Ratcliffe P. G.* Transverse Polarisation of Quarks in Hadrons // *Phys. Rep.* 2002. V. 359. P. 1–168; arXiv:hep-ph/0104283.
62. *Efremov A. V., Teryaev O. V.* QCD Asymmetry and Polarized Hadron Structure Functions // *Phys. Lett. B.* 1985. V. 150. P. 383.
63. *Anikin I. V., Teryaev O. V.* Factorization and Transverse Momentum for Two-Hadron Production in Inclusive e^+e^- -Annihilation // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2009. V. 6, No. 1. P. 3–13; arXiv:hep-ph/0608230.
64. *Braun V. M., Ivanov D. Y., Schafer A., Szymanowski L.* Towards the Theory of Coherent Hard Dijet Production on Hadrons and Nuclei // *Nucl. Phys. B.* 2002. V. 638. P. 111–154; arXiv:hep-ph/0204191.
65. *Bogolyubov N. N., Shirkov D. V.* Introduction to the Theory of Quantized Fields. 1959. V. 3.
66. *Efremov A. V., Radyushkin A. V.* Field Theoretic Treatment of High Momentum Transfer Processes: 3. Gauge Theories // *Theor. Math. Phys.* 1981. V. 44. P. 774.
67. *Vladimirov V. S.* Generalized Functions in Mathematical Physics. M.: Mir, 1979.
68. *Weigert H., Heinz U. W.* A New Approach to Radial and Axial Gauges // *Z. Phys. C.* 1992. V. 56. P. 145–154.
69. *Nair V. P.* Elements of Geometric Quantization and Applications to Fields and Fluids. 2016. arXiv:1606.06407.
70. *Gross D. J., Treiman S. B.* Light Cone Structure of Current Commutators in the Gluon Quark Model // *Phys. Rev. D.* 1971. V. 4. P. 1059–1072.
71. *Valitsky I. I., Braun V. M.* Evolution Equations for QCD String Operators // *Nucl. Phys. B.* 1989. V. 311. P. 541–584.
72. *Радюшкин А. В.* Анализ жестких инклюзивных процессов в квантовой хромодинамике // ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. С. 58–122.
73. *DeWitt B. S.* Quantum Theory without Electromagnetic Potentials // *Phys. Rev.* 1962. V. 125. P. 2189–2191.
74. *Lorce C.* Geometrical Approach to the Proton Spin Decomposition // *Phys. Rev. D.* 2013. V. 87, No. 3. P. 034031; arXiv:1205.6483 [hep-ph].
75. *Rubakov V. A.* Classical Theory of Gauge Fields. Princeton, New Jersey: Princeton Univ. Press, 2002.