ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2025. Т. 56, вып. 2. С. 219–229

НА ПУТИ К КВАНТОВОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОНА С НУЛЕВОЙ СОБСТВЕННОЙ ЭНЕРГИЕЙ

В. П. Незнамов *, *В. Е. Шемарулин* **

Российский федеральный ядерный центр —
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Россия

На основе модернизированных регулярных заряженных метрик Райсснера–Нордстрёма и Керра–Ньюмена с квантовыми ядрами мы предлагаем две модели электрона с нулевой собственной энергией.

We propose two models of an electron with the zero self-energy based on the updated regular charged Reissner–Nordström and Kerr–Newman metrics with quantum nuclei.

PACS: 03.65.–w; 04.70.BW

ВВЕДЕНИЕ

С момента появления общей теории относительности (ОТО) начались попытки построения моделей элементарных частиц в искривленном пространстве-времени. Среди авторов таких моделей можно назвать G. B. Jeffery (1921), P. A. M. Dirac (1962), W. Israel (1970), C. A. Lopez (1984), Ø. Grøn (1984), А. Буринского (1974–2023) и др. К сожалению, все предложенные модели не нашли своего использования в практических расчетах классической и квантовой теории поля.

Второй проблемой, над решением которой работали многие ученые и о которой мы будем говорить в нашей работе, является проблема бесконечной собственной энергии заряженной частицы в классической и квантовой электродинамике. Линейную расходимость собственной энергии в классической электродинамике пытались устранить H. Poincarè, M. Born, L. Infeld, P. A. M. Dirac, J. Wheeler, R. Feynman и др. Для устранения логарифмической расходимости собственной энергии в квантовой теории поля была разработана процедура перенормировки масс фермионов.

В нашей работе на примере электрона мы предлагаем две квантовые модели заряженных элементарных частиц с нулевыми собственными энергиями. При этом, используя квантовую геометрию Райсснера–Норд-

* E-mail: vpneznamov@mail.ru
** E-mail: VEShemarulin@vniief.ru

стрёма и пренебрегая чрезвычайно малыми гравитационными коэффициентами, можно все практические расчеты эффектов классической и квантовой электродинамики проводить в парадигме элементарных частиц с точечными массами и электрическими зарядами.

За основу нами было взято феноменологическое описание квантовых черных дыр для модифицированных геометрий Шварцшильда (S) и Райсснера–Нордстрёма (RN) [1, 2]. В этом подходе черные дыры содержат квантовые ядра, описываемые когерентными состояниями гравитонов. Устранение коротких длин волн производится обрезанием (cut-off) энергии гравитонов. В теории появляется максимальная энергия гравитонов

$$k_{\mathrm{UV}} = \hbar c / R_S. \tag{1}$$

Здесь, как в [1] и [2], мы вводим параметр R_S. Величина k_{UV} является свободным параметром теории.

В будущей квантовой теории гравитации обрезание по энергии гравитонов k_{UV} будет заменено строгим интегрированием, а отсутствие коротких длин волн в когерентных состояниях гравитонов будет естественным результатом применения более совершенной квантовой теории.

В нашей работе [3] мы распространили подход [1, 2] на модифицированные геометрии Керра (Kq) и Керра–Ньюмена (KNq), описывающие регулярные незаряженные и заряженные квантовые вращающиеся коллапсары. Здесь, как и в случае геометрии RNq, это название включает в себя либо черные дыры с квантовыми ядрами и с горизонтами событий, либо вращающиеся квантовые ядра без горизонтов событий.

В работе [3] для заряженных вращающихся коллапсаров с массой M, зарядом Q и угловым моментом J при значении параметра

$$R_S = R_S^{\mathrm{reg}} = \pi Q^2 / 8 M c^2 \tag{2}$$

мы получили полную регуляризацию квантовых метрик KNq с конечными значениями таких величин ОТО, как массовая функция $m_{\mathrm{KNq}}(r)$, тензор Риччи $R_{\mu\nu}(r,\theta)_q$, скаляр Кретчмана $\mathrm{Kq}(r,\theta)$ и т. д.

При $R_S = R_S^{\mathrm{reg}}$ полная энергия квантового заряженного вращающегося коллапсара равна $E = Mc^2$, т. е. собственная энергия коллапсара равна нулю. Из-за наличия квантового ядра электромагнитные силы, ответственные за собственную энергию коллапсара, компенсируются гравитационными силами.

Аналогичные результаты получаются и для квантовой метрики RNq [2].

На основе квантовых геометрий RNq и KNq мы предлагаем две квантовые модели электрона с нулевыми собственными энергиями, сравниваем модели электронов друг с другом и отдаем некоторое предпочтение модели с квантовой геометрией RNq. В заключении мы формулируем основной результат статьи.

КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОНА

На основе регулярных квантовых моделей заряженных вращающихся и невращающихся черных дыр [2, 3] мы предлагаем к рассмотрению две квантовые модели электрона с модифицированными метриками KNq и RNq.

Модифицированная геометрия Керра–Ньюмена. Для модели электрона мы будем использовать метрику в виде Cürses-Cürsey metric [4]*.

$$ds^2_{\mathrm{KN}} = \left(1 - \frac{2rm^e_{\mathrm{KNq}}(r)}{\rho^2}\right) dt^2 + \frac{4a_e rm^e_{\mathrm{KNq}}(r)\sin^2\theta}{\rho^2} dt\, d\varphi - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \\ - \rho^2 d\theta^2 - \frac{\Sigma \sin^2\theta}{\rho^2} d\varphi^2, \quad (3)$$

где $m^e_{\mathrm{KNq}}(r)$ — массовая функция,

$$\rho^2 = r^2 + a_e^2 \cos^2\theta, \quad (4)$$

$$\Delta = r^2 - 2rm^e_{\mathrm{KNq}}(r) + a_e^2, \quad (5)$$

$$\Sigma = (r^2 + a_e^2)^2 - a_e^2 \Delta \sin^2\theta, \quad (6)$$

$$a_e = \frac{|J_e|}{m_e} = \frac{\hbar}{2m_e}. \quad (7)$$

В (7) m_e — масса электрона, $|J_e| = \hbar/2$ — спин электрона.

Массовые функции $m(r)$ в (3) для классических квантовых метрик K и KN не зависят от параметров вращения и, соответственно, равны массовым функциям для метрик Шварцшильда и Райсснера–Нордстрёма.

Для электрона квантовая массовая функция равна

$$m^e_{\mathrm{KNq}}(r) = m^e_{\mathrm{RNq}}(r) = Gm_e \frac{2}{\pi} \mathrm{Si}\left(\frac{r}{R^e_S}\right) - \frac{Ge^2}{2r}\left(1 - \cos\left(\frac{r}{R^e_S}\right)\right). \quad (8)$$

Здесь $\mathrm{Si}(x) = \int\limits_0^x (\sin x'/x')\, dx'$ — интегральный синус. Согласно (2)

$$R^e_S = \pi e^2/8m_e c^2 = 1{,}11 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (9)$$

Согласно (1) максимальная (cut-off) энергия гравитонов равна $k^e_{\mathrm{UV}} = \hbar c/R^e_S = 178$ МэВ.

Асимптотики квантовой массовой функции (8):

$$m^e_{\mathrm{KNq}}\big|_{r\to\infty} = Gm_e, \quad (10)$$

* Ниже мы будем использовать единицы со скоростью света $c = 1$. При определении численных значений параметров теории будет использоваться значение $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с.

$$m^e_{\mathrm{KNq}}\Big|_{r\to 0} = \frac{1}{18}\frac{Gm_e}{\pi}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^3 \to 0. \tag{11}$$

Согласно (10) квантовая метрика KN при $r\to\infty$ становится асимптотически плоской.

Для классической метрики KN массовая функция $m^{\mathrm{cl}}_{\mathrm{KN}} = 0$ при $r_e = e^2/2m_e$, т. е. при $r = r_e$ классическая метрика является плоской [5]. Для квантовых метрик Kq и KNq в интервале $r\in(0,\infty)$ всюду присутствует искривленное пространство-время [3].

Модифицированная геометрия Райсснера–Нордстрёма. Квантовую метрику RNq [2] можно получить из выражения (3), полагая $a_e = 0$:

$$ds^2_{\mathrm{RNq}} = \left(1 - \frac{2\,m^e_{\mathrm{RNq}}(r)}{r}\right)dt^2 - \left(\frac{1}{1 - \dfrac{2m^e_{\mathrm{RNq}}(r)}{r}}\right)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \tag{12}$$

где $m^e_{\mathrm{RNq}}(r)$ приведено в (8).

Квантовая метрика RNq при $r\to\infty$ является асимптотически плоской (см. (10)). Компонента $g_{00} = -1/g_{11}$ при $r\to 0$ равна

$$g_{00} = 1 - \frac{1}{9}\frac{Gm_e}{\pi c^2 R^e_S}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^2 = 1 - 2{,}15\cdot 10^{-44}\left(\frac{r}{R^e_S}\right)^2, \tag{13}$$

т. е. при $r = 0$ метрика (12) становится плоской.

ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОНА

Приведем применительно к электрону некоторые характерные числа:

$$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-28}\ \text{г},\quad e^2 = 2{,}31\cdot 10^{-19}\ \text{эрг}\cdot\text{см},$$

спин: $\hbar/2 = 0{,}5\cdot 1{,}054\cdot 10^{-27}$ эрг · с, $G = 6{,}67\cdot 10^{-8}$ см^3/г · с^2, $c = 3\cdot 10^{10}$ см/с,

$$R^e_H = 2Gm_e/c^2 = 1{,}35\cdot 10^{-55}\ \text{см},\quad Ge^2/c^4 = (1{,}38\cdot 10^{-34})^2\ \text{см}^2,$$
$$a_e^2 = (\hbar/2m_e c)^2 = (1{,}93\cdot 10^{-11})^2\ \text{см}^2,$$

$$\beta_1 = Ge^2 4/c^4 (R^e_H)^2 = 4{,}2\cdot 10^{42},\quad \beta_2 = a_e^2 4/(R^e_H)^2 = 8{,}2\cdot 10^{88},$$
$$\text{т. е.}\quad \beta_1 + \beta_2 \gg 1,$$

$$R_{\mathrm{cl}} = e^2/m_e c^2 = 2{,}82\cdot 10^{-13}\ \text{см},\quad R^e_S = \pi e^2/8m_e c^2 = 1{,}11\cdot 10^{-13}\ \text{см},$$
$$k^e_{\mathrm{UV}} = \hbar c/R^e_S = 178\ \text{МэВ},$$

$$\frac{R_S^e}{R_H^e} = \frac{1{,}11 \cdot 10^{-13}}{1{,}35 \cdot 10^{-55}} = 0{,}82 \cdot 10^{42}.$$

Мы видим, что для электрона $\beta_1 + \beta_2 \gg 1$, $R_S^e/R_H^e \gg 1$. Это означает [6], что в моделях электрона с квантовыми метриками RNq и KNq отсутствуют горизонты событий. Предлагаемые модели электрона представляют собой либо вращающиеся (KNq), либо невращающиеся (RNq) коллапсары без горизонтов событий и с квантовыми ядрами, определяемыми когерентными состояниями гравитонов с максимальной энергией $k_{\mathrm{UV}}^e = 178$ МэВ.

Электромагнитные потенциалы. Для классических метрик Райсснера–Нордстрёма и Керра–Ньюмена с массой M и зарядом Q массовая функция состоит из двух слагаемых,

$$m^{\mathrm{cl}}(r) = \left(m^{\mathrm{cl}}(r)\right)_M + \left(m^{\mathrm{cl}}(r)\right)_Q = GM - \frac{GQ^2}{2r}. \tag{14}$$

«Зарядная» часть массовой функции $(m^{\mathrm{cl}}(r))_Q = (-GQ^2)/(2r)$ обеспечивает равенство «зарядных» частей компонент тензора Эйнштейна, разделенных на $8\pi G$, с соответствующими компонентами тензора энергии-импульса электромагнитного поля, определенными из уравнений Максвелла $\left((G_\mu^\nu)_Q/8\pi G = (T_\mu^\nu)_{\mathrm{em}}\right)$.

При этом для классической геометрии KN электромагнитные потенциалы A_μ выбираются в форме [5, 7]

$$A_\mu = \frac{Qr}{\rho^2}\left(1, 0, 0, -a\sin^2\theta\right). \tag{15}$$

Электромагнитные поля при $r \to \infty$ проявляют себя в виде суперпозиции кулоновского поля и поля магнитного диполя $\mu = Qa$. Гиромагнитное отношение $\mu/|J| = Q/m$, что совпадает с гиромагнитным отношением для дираковского электрона. Сложная внутренняя электромагнитная структура источника классической метрики KN представлена, например, в [8].

Для классической метрики RN ($a = 0$) в (15) остается только скалярный кулоновский потенциал $A_0 = Q/r$.

Для регулярных квантовых метрик электрона (с учетом связи m_e и e^2 в (9)) «зарядную» часть массовой функции можно оставить такой же, что и для классических метрик RN, KN. Тогда массовая функция (8) будет равна

$$m_{\mathrm{RNq}}^e(r) = m_{\mathrm{KNq}}^e(r) = Gm_e\left[\frac{2}{\pi}\,\mathrm{Si}\left(\frac{r}{R_S^e}\right) + \frac{4}{\pi}\frac{\cos\left(r/R_S^e\right)}{r/R_S^e}\right] - \frac{Ge^2}{2r}. \tag{16}$$

В этом случае электромагнитные свойства предлагаемых моделей электрона совпадают с электромагнитными свойствами источников классических метрик Райсснера–Нордстрёма и Керра–Ньюмена.

Собственная энергия электрона. В [3] мы установили, что при $R_S = R_S^{\mathrm{reg}} = \pi Q^2/8M$ энергия вращающейся заряженной квантовой черной дыры равна $E = M$ (см. также приложение). Аналогичное равенство справедливо для квантовой метрики RNq при любом значении R_S. Для моделей электрона в естественных единицах $R_S^e = \pi e^2/8 m_e c^2 = 1{,}11 \times 10^{-13}$ см.

Равенство $E = m_e$ означает, что собственная энергия электрона $E_{\rm em}$ равна нулю.

ДИСКУССИЯ

Итак, мы рассмотрели две квантовые модели электрона на основе модифицированных метрик Райсснера–Нордстрёма и Керра–Ньюмена. Можно ли на данном этапе отдать предпочтение какой-либо одной модели? Для ответа на этот вопрос проведем сравнение некоторых характеристик рассмотренных моделей. Сравнение проведем при $R_S = R_S^e = \pi e^2/8 m_e$.

В таблице знаками (+, −) обозначено присутствие или отсутствие ключевых характеристик рассмотренных моделей.

Кратко обсудим п. 1–7 таблицы.

Пункт 1. Для обеих моделей $E_e = m_e c^2$, $E_{\rm em} = 0$.

Мы обнаружили важный аспект: гравитация в заряженных квантовых метриках Керра–Ньюмена (с вращением) и Райсснера–Нордстрёма (без вращения) при $R_S = R_S^e$ компенсирует электромагнитную составляющую в выражениях для полной энергии квантовой черной дыры.

В классической электродинамике собственная энергия заряженной частицы $E_{\rm em}^{\rm cl} = e^2/2r$ линейно расходится при $r \to 0$. В квантовой теории поля собственная энергия заряженной частицы определяется бесконечным рядом теории возмущений со слагаемыми с логарифмической расходимостью.

Сравнение характеристик моделей электрона

№	Характеристика моделей электрона	Квантовая геометрия RN	Квантовая геометрия KN
1	$E_e = m_e$, $E_{\rm em} = 0$	+	+
2	Слабое энергетическое условие	+	−
3	$\lvert J\rvert = \hbar/2$, дираковское гиромагнитное отношение $\mu/\lvert J\rvert = e/m_e$	−	+
4	Отсутствие горизонтов событий	+	+
5	Конечность таких величин ОТО, как массовая функция, тензор Риччи, скаляр Кретчмана и т. д.	+	+
6	Совместимость с уравнениями Максвелла	+	+
7	Стационарные связанные состояния в полях регулярных черных дыр	+	−

Пункт 2. Для квантовой геометрии RNq плотность энергии $\rho_\varepsilon(r)$, радиальное давление $p_1(r)$, напряжения $p_2(r) = p_3(r)$ имеют вид [2]

$$\rho_\varepsilon(r) = -p_1(r) = \frac{m_e}{\pi^2 (R_S^e)^3} \left[\frac{1}{(r/R_S^e)^4} \left(1 - \cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2(r/R_S^e)^3} \sin\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right], \quad (17)$$

$$p_2(r) = p_3(r) = \frac{m_e}{\pi^2 \left(R_S^e\right)^3} \left[\frac{1}{\left(r/R_S^e\right)^4} \left(1 - \cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{4\left(r/R_S^e\right)^2} \cos\left(\frac{r}{R_S^e}\right) - \frac{3}{4\left(r/R_S^e\right)^3} \sin\left(\frac{r}{R_S^e}\right)\right]. \quad (18)$$

При $r \to 0$ $\rho_\varepsilon(r) \to K/24$, $p_i(r) \to -K/24$, где $i = 1,\ 2,\ 3$ и $K = m_e/\pi^2 (R_S^e)^3$. Отсюда следует, что для квантовой геометрии RNq в окрестности $r = 0$ выполняется слабое энергетическое условие $\rho_\varepsilon \geqslant 0$, $\rho_\varepsilon + p_i \geqslant 0$, $i = 1,\ 2,\ 3$.

Конкретно формулы (17), (18) показывают, что при $r = 0$ $\rho_\varepsilon = K/24$, $\rho_\varepsilon + p_i = 0$, $i = 1,\ 2,\ 3$.

Для квантовой геометрии RNq при $r = 0$ выполняется также условие энергодоминантности $\rho_\varepsilon \geqslant |p_i|$, $i = 1,\ 2,\ 3$. В нашем случае $\rho_\varepsilon = |p_i|$.

Для квантовой геометрии Керра–Ньюмена асимптотики плотности энергии $\rho_\varepsilon(r, \mu)$ при $r \to 0$ получаются из формулы (7) в [3] (здесь и ниже $\mu = \cos\theta$)

$$\rho_\varepsilon(r, \mu) = \frac{K}{12} \frac{\mu^2 - 1}{\mu^4} \left(\frac{r}{a_e}\right)^2, \quad \mu \neq 0, \quad \rho_\varepsilon(r, \mu) = 84K, \quad \mu = 0. \quad (19)$$

При $\mu \neq 0$, ± 1 плотность энергии в окрестности $r = 0$ отрицательна. В этом случае не удовлетворяется ни одно энергетическое условие.

Пункт 3. В квантовой модели KNq можно ввести модуль спина $|J| = \hbar/2$, при этом выполняется дираковское гиромагнитное отношение. Однако введение квантового оператора спина $\mathbf{S} = (\hbar/2)\,\boldsymbol{\sigma}$ затруднительно при классическом определении углового момента J в геометрии Керра–Ньюмена. Выше σ_i — двумерные матрицы Паули.

В квантовой геометрии RNq угловой момент J равен нулю. В квантовой модели электрона с геометрией RNq предполагается, что оператор спина $\mathbf{S}$ и гиромагнитное отношение e/m_e являются чисто квантовыми свойствами, заданными извне.

Пункт 4. В обеих моделях отсутствуют горизонты событий.

Пункт 5. В обеих моделях величины ОТО, такие как массовая функция, тензор Риччи, скаляр Кретчмана и т. д., являются конечными.

Пункт 6. Квантовые геометрии RNq и KNq совместимы с уравнениями Максвелла (см. раздел «Электромагнитные потенциалы» данной работы). Однако безусловно электромагнитная структура модели RNq значительно проще, чем электромагнитная структура модели KNq. Источником электромагнитного поля в квантовой модели RNq является точечный электрический заряд e, расположенный в центре системы ($r = 0$). На больших расстояниях электромагнитное поле стремится к кулоновскому полю.

Источником электромагнитного поля в квантовой модели KNq является система токов и поверхностных электрических зарядов, распределенных по диску радиуса $a = |J|/mc$ с центром в $r = 0$ [8].

При $r \to \infty$ электромагнитное поле является суперпозицией кулоновского поля и поля магнитного диполя $\mu = ea$.

Пункт 7. В квантовой механике стационарных состояний фермионов в классическом пространстве-времени Райсснера–Нордстрёма уравнение Дирака содержит в начале координат $r = 0$ два квадратично интегрируемых решения [9]. В этом случае невозможно корректно поставить задачу определения энергетического спектра и волновых функций фермионов в поле RN. Однако в квантовой геометрии RNq метрика (12) становится асимптотически плоской при $r \to \infty$, и важно, что при $R_S = R_S^e$ и $r \to 0$ метрика (12) также является плоской (см. (13)). В этом случае задачу определения собственных функций и собственных значений уравнения Дирака для движения фермионов в поле RNq можно решать, используя однозначные граничные условия из аналогичной задачи для движения фермионов в кулоновском поле в плоском пространстве Минковского.

В случае квантовой геометрии Керра–Ньюмена мы сталкиваемся с другой ситуацией. При $r \to 0$ и $R_S = R_S^e$ метрика (3) остается неплоской и имеет вид

$$ds^2_{\mathrm{KNq}} = dt^2 - \cos^2\theta\, dr^2 - a_e^2 \cos^2\theta\, d\theta^2 - a_e^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2. \qquad (20)$$

В [10, 11] показано, что в этом случае уравнение Дирака имеет два квадратично интегрируемых решения, что делает невозможной постановку задачи о собственных значениях и собственных функциях для фермионов, движущихся в классическом или квантовом пространстве-времени KN.

В результате анализа таблицы мы пришли к выводу, что в настоящее время предпочтительнее использовать квантовую модель электрона с модифицированной геометрией Райсснера–Нордстрёма.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы предложили две квантовые модели электрона с нулевыми собственными энергиями. Модели предложены на основе квантовых геометрий Райсснера–Нордстрёма [2] и Керра–Ньюмена [3]. Важным для регуляризации ключевых величин ОТО является выбор $R_S^e = \pi e^2/8m_e c^2 \simeq \simeq 1{,}11 \cdot 10^{-13}$ см. При этом $k_{\mathrm{UV}}^e = \hbar c/R_S^e - \approx 178$ МэВ. Предложенные модели позволяют решить давнюю проблему линейной расходимости собственной энергии заряженной частицы в классической электродинамике.

В рассмотренных моделях гравитация компенсирует электромагнитную составляющую в выражениях для полной энергии электрона.

Можно предположить, что при появлении более совершенных квантовых теорий гравитации аналогичным образом будет решена проблема бесконечной собственной энергии заряженных фермионов в квантовой теории поля.

Примечательно, что при использовании модели электрона с квантовой геометрией Райсснера–Нордстрёма можно кроме нулевой собственной энергии все остальные эффекты классической и квантовой электродинамики вычислять в стандартной парадигме элементарной частицы с точечными массой m_e и электрическим зарядом $e < 0$. Это связано с чрезвычайно малыми значениями коэффициентов $Gm_e/c^2 \simeq 0{,}7 \cdot 10^{-55}$ см и $Ge^2/c^4 \simeq 1{,}9 \cdot 10^{-68}$ см^2 в формуле (16) для массовой функции $m^e_{\mathrm{RNq}}(r)$. Учет столь малых коэффициентов в численных расчетах и сравнение с экспериментами чрезвычайно высокой точности — дело отдаленного будущего. Исключением является вычисление полной энергии заряженной элементарной частицы и ее собственной энергии.

Пренебрежение коэффициентами Gm_e/c^2 и Ge^2/c^4 превращает квантовую геометрию Райсснера–Нордстрёма в плоское пространство-время Минковского. В этом случае мы возвращаемся в область применимости классической и квантовой электродинамики заряженных лептонов Стандартной модели.

Благодарности. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект «Физика частиц и космология».

Авторы благодарны С. Ю. Седову за многочисленные обсуждения некоторых разделов нашей статьи. Авторы благодарят А. Л. Новоселову за существенную техническую помощь в подготовке статьи.

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение
ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ С КВАНТОВЫМ ЯДРОМ [3]

Для квантовой метрики KN полная энергия, определяемая интегралом по объему от плотности энергии $T^0_0 \equiv \rho_\varepsilon(r,\theta)$, равна

$$E = \int T^0_0 \sqrt{-g}\, dV = \frac{1}{4G}\int\limits_0^\infty dr \int\limits_{-1}^{1} d\mu\, \left(r^2 + a^2\mu^2\right) G^0_0(r,\mu) = \frac{1}{4G}\int\limits_0^\infty dr \times$$

$$\times \int\limits_{-1}^{1} d\mu \left[2\frac{r^4 + (\rho^2 - r^2)^2 + a^2(2r^2 - \rho^2)}{\rho^4} m'_{\mathrm{KN_q}} - \frac{ra^2(1-\mu^2)}{\rho^2} m''_{\mathrm{KN_q}}\right] =$$

$$= \frac{1}{4G}\int_0^\infty dr\Bigg\{\left[8 - 4\frac{r}{a}\ \mathrm{arctg}\ \frac{a}{r}\right]\times$$

$$\times\left(GM\frac{2}{\pi}\frac{\sin(r/R_S)}{r} + \frac{CQ^2}{2r^2}\left(1-\cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right) - \frac{CQ^2}{2rR_S}\sin\left(\frac{r}{R_S}\right)\right) +$$

$$+\left[2r - 2\frac{r^2}{a}\ \mathrm{arctg}\ \frac{a}{r} - 2a\ \mathrm{arctg}\ \frac{a}{r}\right]\times$$

$$\times\Bigg(GM\frac{2}{\pi}\frac{\cos(r/R_S)}{r/R_S}\frac{1}{R_S^2} - GM\frac{2}{\pi}\frac{\sin(r/R_S)}{(r/R_S)^2}\frac{1}{R_S^2} -$$

$$-\frac{CQ^2}{r^3}\left(1-\cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right) + \frac{CQ^2}{r^2R_S}\sin\left(\frac{r}{R_S}\right) - \frac{CQ^2}{2rR_S^2}\cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\Bigg)\Bigg\} =$$

$$= M + \frac{1}{2}\frac{|J|}{R_S} - \frac{\pi}{16}\frac{Q^2|J|}{M}\frac{1}{R_S^2} = M + \frac{1}{2}\frac{|J|}{\hbar}k_{\mathrm{UV}} - \frac{\pi}{16}\frac{Q^2|J|}{M}\frac{k_{\mathrm{UV}}^2}{\hbar^2}.$$

Для метрик K, KN

$$\sqrt{-g} = \rho^2\sin\theta, \quad \rho^2 = r^2 + a^2\mu^2, \quad \mu = \cos\theta,$$

$$m'_{\mathrm{KNq}} \equiv \frac{dm_{\mathrm{KNq}}}{dr}, \quad m''_{\mathrm{KNq}} \equiv \frac{d^2m_{\mathrm{KNq}}}{dr^2},$$

$$m_{\mathrm{KNq}} = GM\frac{2}{\pi}\,\mathrm{Si}\left(\frac{r}{R_S}\right) - \frac{GQ^2}{2r}\left(1-\cos\left(\frac{r}{R_S}\right)\right).$$

В работе [3] для заряженных вращающихся коллапсаров с массой M, зарядом Q и угловым моментом J при значении параметра

$$R_S^{\mathrm{reg}} = \pi Q^2/8Mc^2$$

мы получили полную регуляризацию квантовых метрик KN с конечными значениями таких величин ОТО, как массовая функция $m(r)$, тензор Риччи $R_{\mu\nu}(r,\theta)$, скаляр Кретчмана $K(r,\theta)$ и т. д.

При $R_S = R_S^{\mathrm{reg}}$ полная энергия квантового заряженного вращающегося коллапсара равна $E = Mc^2$, т. е. собственная энергия коллапсара равна нулю. Из-за наличия квантового ядра электромагнитные силы, ответственные за собственную энергию коллапсара, компенсируются гравитационными силами.

Аналогичные результаты получаются и для квантовой метрики RN [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Casadio R.* // Intern. J. Mod. Phys. D. 2022. V. 31. P. 2250128; arXiv:2103.00183v4 [gr-qc].
2. *Casadio R., Giusti A., Ovalle J.* // Phys. Rev. D. 2022. V. 105. P. 124026; arXiv: 2203.03252v2 [gr-qc].

3. *Neznamov V. P., Sedov S. Yu., Shemarulin V. E.* // Intern. J. Mod. Phys. A. 2024. V. 39, No. 02–03. P. 2450012.
4. *Cürses M., Cürsey F.* // J. Math. Phys. 1975. V. 16. P. 2385.
5. *Lopez C. A.* // Phys. Rev. D. 1984. V. 30. P. 313.
6. *Незнамов В. П., Сафронов И. И., Шемарулин В. Е.* Квантовые черные дыры в расширяющейся Вселенной // Докл. РАН. Сер. «Физика, технические науки». 2023. Т. 511. С. 16.
7. *Carter B.* // Phys. Rev. 1968. V. 174. P. 1559.
8. *Pekeris C. L., Frankowski K.* // Phys. Rev. A. 1987. V. 36. P. 5118.
9. *Pekeris C. L., Frankowski K.* // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1986. V. 83. P. 1978.
10. *Pekeris C. L.* // Phys. Rev. A. 1987. V. 35. P. 14.
11. *Pekeris C. L., Frankowski K.* // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. P. 518.