ТРЕХМЕЗОННЫЕ РАСПАДЫ ТАУ-ЛЕПТОНА С УЧАСТИЕМ СТРАННЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛИ НАМБУ-ИОНА-ЛАЗИНИО

М. К. Волков ^{1, *}, А. А. Пивоваров ^{1, **}, К. Нурлан ^{1, 2, ***}

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна ² Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан

Рассмотрена серия распадов тау-лептона с тремя мезонами в конечном состоянии с участием странных частиц в рамках модели Намбу-Иона-Лазинио. Учтены аксиально-векторный, векторный и псевдоскалярный каналы. Показана доминирующая роль аксиально-векторного канала. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

The series of tau lepton decays with three mesons in the final state involving strange particles has been considered in the framework of the Nambu–Jona-Lasinio model. The axial vector, vector and pseudoscalar channels have been taken into account. The dominance of the axial vector channel has been shown. The obtained results are in a satisfactory agreement with the experimental data.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

ВВЕДЕНИЕ

Распады тау-лептона играют особую роль в изучении механизмов взаимодействия мезонов в непертурбативной области КХД. Это связано с тем, что масса тау-лептона достаточно велика для возможности рождения адронов, но при этом слишком мала для применимости теории возмущений КХД ($m_{\tau}=1777~{\rm M}$ эВ).

Существуют различные модели, используемые для исследования адронных взаимодействий в этом энергетическом диапазоне. Одной из наиболее эффективных моделей такого типа является модель Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [1–3]. Ее главное преимущество в том, что она содержит небольшое число параметров, фиксируемых при ее построении, и, как правило, не требует введения дополнительных произвольных параметров для описания новых типов процессов.

В рамках модели НИЛ был исследован целый ряд трехчастичных распадов тау-лептона с различными типами мезонов в конечном состоянии,

^{*} E-mail: volkov@theor.jinr.ru ** E-mail: pivovarov@theor.jinr.ru

^{***} E-mail: nurlan@theor.jinr.ru

результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [4, 5].

В данной работе приводятся недавно опубликованные результаты вычисления в рамках модели НИЛ серии четырехчастичных распадов таулептона с участием странных частиц $\tau \to K\pi\pi\nu_{\tau}$ [6], $\tau \to KK\pi\nu_{\tau}$ [7], $\tau \to K\pi\eta\nu_{\tau}$, $\tau \to KK\eta\nu_{\tau}$, $\tau \to K\eta\eta\nu_{\tau}$ [8] и $\tau \to KKK\nu_{\tau}$ [9] с различными комбинациями зарядов.

Эти процессы исследовались также в других теоретических работах с помощью других моделей [10–13]. Однако полученные результаты существенно расходятся с последними экспериментальными данными. В работе [12] при вычислении использовалась масса a_1 -мезона, существенно отличающаяся от известного экспериментального значения.

ЛАГРАНЖИАН МОДЕЛИ НИЛ

Фрагмент кварк-мезонного лагранжиана модели НИЛ, включающий в себя вершины, участвующие в рассматриваемых процессах, принимает следующий вид [2]:

$$\Delta L_{\text{int}} = \overline{q} \left\{ \sum_{i=0,\pm} \left[i g_{\pi} \gamma^5 \lambda_i^{\pi} \pi^i + i g_K \gamma^5 \lambda_i^K K^i + \frac{g_{\rho}}{2} \gamma^{\mu} \lambda_i^{\rho} \rho_{\mu}^i + \frac{g_{K^*}}{2} \gamma^{\mu} \lambda_i^K K_{\mu}^{*i} + \frac{g_{G_1}}{2} \gamma^{\mu} \gamma^5 \lambda_i^{\rho} a_{1\mu}^i + \frac{g_{K_1}}{2} \gamma^{\mu} \gamma^5 \lambda_i^K K_{1A\mu}^i \right] + i \sin \overline{\theta} g_{\eta^u} \gamma^5 \lambda^u \eta + i \cos \overline{\theta} g_{\eta^s} \gamma^5 \lambda^s \eta + \frac{g_{\omega}}{2} \gamma^{\mu} \lambda^{\omega} \omega_{\mu} + \frac{g_{\phi}}{2} \gamma^{\mu} \lambda^{\phi} \phi_{\mu} + i g_K \gamma^5 \lambda_0^{\overline{K}} \overline{K}^0 + \frac{g_{K^*}}{2} \gamma^{\mu} \lambda_0^{\overline{K}} \overline{K}_{\mu}^{*0} \right\} q, \quad (1)$$

где q — кварковый триплет с составляющими массами $m_u=m_d=270~{
m MpB}$ и $m_s=420~{
m MpB}$; λ — линейные комбинации матриц Гелл-Манна; $\overline{\theta}=\theta^0-\theta$ — угол смешивания мезонов η и η' , θ^0 — угол идеального смешивания, θ — отклонение от угла идеального смешивания.

Аксиально-векторное состояние K_{1A} может быть представлено в виде линейной комбинации физических состояний:

$$K_{1A} = K_1(1270)\sin\alpha + K_1(1400)\cos\alpha,\tag{2}$$

где $\alpha = 57^{\circ}$ [14, 15].

Константы связи мезонов с кварками $g_\pi=g_{\eta^u},\,g_{\eta^s},\,g_K,\,g_\rho=g_\omega=g_{a_1},\,g_\phi,\,g_{K^*}=g_{K_1}$ возникли в результате перенормировки лагранжиана. Их явный вид представлен в работе [2].

КАНАЛЫ ПРОЦЕССОВ

Все рассматриваемые процессы описываются диаграммами двух типов: контактной диаграммой и диаграммой с двумя промежуточными мезонами. На рис. 1 и 2 показан пример таких диаграмм для процесса $au o K\pi\pi
u_{ au}$.

Диаграммы, содержащие четырехугольные вершины, здесь также возможны, но, как показали наши вычисления, их вклад более чем на два порядка ниже остальных каналов. В связи с этим отдельно учитывать такие диаграммы не имеет смысла.

В зависимости от типа мезона в первом промежуточном состоянии можно выделить аксиально-векторный, векторный и псевдоскалярный каналы. В соответствии с этим амплитуда для всех рассматриваемых процессов может быть представлена в следующем виде [6–9]:

$$\mathcal{M} = G_F V_{u(d,s)} L_u \left\{ \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_V + \mathcal{M}_P \right\}^{\mu}, \tag{3}$$

где L_{μ} — лептонный ток. Выбор элемента матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскавы V_{ud} или V_{us} зависит от значения странности конечных состояний.

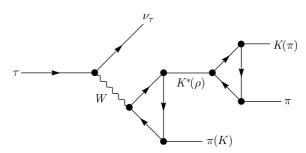


Рис. 1. Контактная диаграмма процесса $au o K\pi\pi
u_{ au}$

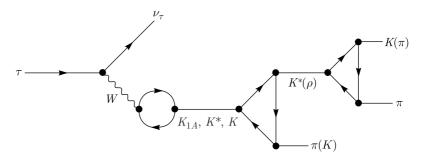


Рис. 2. Диаграмма процесса $au o K\pi\pi
u_{ au}$ с двумя промежуточными мезонами

Так как контактная диаграмма может быть представлена в виде суммы аксиально-векторной и векторной частей, она учтена в соответствующих слагаемых данной амплитуды.

Промежуточные состояния описываются пропагаторами Брейта-Вигнера. В кварковых петлях возникают, как правило, логарифмически расходящиеся интегралы, регуляризуемые обрезанием.

Явный вид для аксиально-векторного, векторного и псевдоскалярного каналов для рассматриваемых процессов представлен в работах [6-9].

Ниже приведены каналы этих распадов:

$$\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{-} \overline{K}^{0}, \overline{K}^{*0} \pi^{-}, K^{*-} \pi^{0}\right] \nu_{\tau} \to \overline{K}^{0} \pi^{-} \pi^{0} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0} K^{-}, \overline{K}^{*0} \pi^{-}\right] \nu_{\tau} \to K^{-} \pi^{+} \pi^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to K^{*-} \pi^{0} \nu_{\tau} \to K^{-} \pi^{0} \pi^{0} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [a_{1}, \rho, \pi]^{-} \nu_{\tau} \to \\
\to \left[\rho^{-} \pi^{0}, K^{*-} K^{0}, K^{*0} K^{-}, K^{*-} K^{0}, K^{*0} K^{-}\right] \nu_{\tau} \to K^{-} K^{0} \pi^{0} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [a_{1}, \rho, \pi]^{-} \nu_{\tau} \to \\
\to \left[\rho^{0} \pi^{-}, K^{*-} K^{0}, K^{*0} K^{-}, K^{*0} K^{-}, h^{0} \pi^{-}, \omega \pi^{-}\right] \nu_{\tau} \to K^{0} \overline{K}^{0} \pi^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [a_{1}, \rho, \pi]^{-} \nu_{\tau} \to \\
\to \left[\rho^{0} \pi^{-}, K^{*0} K^{-}, K^{*0} K^{-}, f_{0} \pi^{-}, \omega \pi^{-}\right] \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} \pi^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[K^{*-} \pi^{0}, K^{*-} \eta\right] \nu_{\tau} \to K^{-} \pi^{0} \eta \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[K^{*-} K^{0}, K^{*0} K^{-}\right] \nu_{\tau} \to K^{-} K^{0} \eta \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to K^{*-} \eta \nu_{\tau} \to K^{-} K^{0} \eta \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to [\rho^{0}, \omega, \phi] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} K^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0}, \omega, \phi\right] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} K^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0}, \omega, \phi\right] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} K^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0}, \omega, \phi\right] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} K^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0}, \omega, \phi\right] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{+} K^{-} \nu_{\tau},
\tau^{-} \to [K_{1}, K^{*}, K]^{-} \nu_{\tau} \to \left[\rho^{0}, \omega, \phi\right] K^{-} \nu_{\tau} \to K^{-} K^{0} K^{0} \nu_{\tau}.$$

Как видно, только два типа процессов ($\tau \to KK\pi\nu_{\tau}$ и $\tau \to KK\eta\nu_{\tau}$) содержат в первом промежуточном состоянии нестранные частицы в силу нулевой странности их конечных состояний.

Интересно отметить, что почти во всех рассмотренных процессах диаграммы со скалярным мезоном во втором промежуточном состоянии дают вклад на несколько порядков ниже, чем остальные. Исключение

составляют процессы $au o KK\pi
u_{ au}$, для которых вклад от скалярных мезонов оказывается существенным и им уже нельзя пренебречь.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Парциальные ширины всех рассмотренных процессов в сравнении с экспериментальными значениями приведены в таблице.

Теоретические и экспериментальные значения парциальных ширин процессов

Распад	PDG [16]	НИЛ
$ au o \overline{K}^0 \pi^- \pi^0 \nu_{ au}$	$(3.8 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$	$(3.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^- \pi^+ \pi^- u_ au$	$(3.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$	$(3.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^- \pi^0 \pi^0 u_ au$	$(0.65 \pm 0.22) \cdot 10^{-3}$	$(0.68 \pm 0.12) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^- K^0 \pi^0 u_ au$	$(1.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$	$(1.5 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^0 \overline{K}^0 \pi^- u_ au$	$(1.6 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$	$(0.95 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^-K^+\pi^- u_ au$	$(1.4 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}$	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$
$ au o K^- \pi^0 \eta u_{ au}$	$(4.8 \pm 1.2) \cdot 10^{-5}$	$(3.9 \pm 0.7) \cdot 10^{-5}$
$ au o \overline{K}^0 \pi^- \eta \nu_{ au}$	$(9.4 \pm 1.5) \cdot 10^{-5}$	$(7.8 \pm 1.3) \cdot 10^{-5}$
$ au o K^- K^0 \eta u_{ au}$	Менее 9	$(1.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$
$ au o K^- \eta \eta u_{ au}$	Менее 300	$(1,2\pm0,2)\cdot10^{-8}$
$ au o K^-K^+K^- u_ au$	$(2.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-5}$	$(2.0 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$
$ au o K^- K^0 \overline{K}^0 u_{ au}$	_	$(1.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$

Погрешность используемой здесь версии модели НИЛ можно оценить на основе многочисленных предыдущих вычислений на уровне $\sim 15\,\%$.

Как видно, в большинстве случаев полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными в пределах экспериментальных и теоретических погрешностей.

Во всех рассмотренных процессах аксиально-векторный канал является доминирующим.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлена серия четырехчастичных распадов тау-лептона с тремя псевдоскалярными мезонами в конечном состоянии с участием странных частиц в рамках модели НИЛ. Во всех случаях аксиально-векторный канал играет доминирующую роль. При этом в аксиально-векторном канале учтено смешивание двух физических состояний: $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$. Вклад от диаграмм, содержащих четырехугольные вершины, оказался несущественным.

Из всех рассмотренных процессов только в распадах $au o KK\pi
u_{ au}$ скалярные мезоны дают существенный вклад.

Результаты получены без использования дополнительных произвольных параметров и находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными, за исключением процессов $\tau \to K^0\overline{K}^0\pi^-\nu_{\tau}$ и $\tau \to K^-K^+\pi^-\nu_{\tau}$, где отклонение теоретического результата от экспериментального выходит за рамки погрешностей. Это может быть связано с *наличием* в этих процессах дополнительных эффектов, не описываемых используемой моделью.

Благодарности. Авторы приносят благодарность профессору А. Б. Арбузову за полезные обсуждения.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант BR24992891).

Конфликт интересов. Авторы работы заявляют, что они не имеют конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity // Phys. Rev. 1961. V. 122. P. 345–358.
- Volkov M.K. Low-Energy Meson Physics in the Quark Model of Superconductivity Type // Phys. Part. Nucl. 1986. V. 17. P. 433–471.
- 3. *Ebert D., Reinhardt H.* Effective Chiral Hadron Lagrangian with Anomalies and Skyrme Terms from Quark Flavor Dynamics // Nucl. Phys. B. 1986. V. 271. P. 188–226.
- 4. *Volkov M. K., Arbuzov A. B.* Meson Production Processes in Electron-Positron Collisions and Tau-Lepton Decays within the Extended Nambu-Jona-Lasinio Model // Phys. Usp. 2017. V. 60. P. 643-666.
- 5. Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K. Low-Energy Interactions of Mesons with Participation of the First Radially Excited States in $U(3) \times U(3)$ NJL Model // Symmetry. 2022. V. 14, No. 2. P. 308; arXiv:2201.03951 [hep-ph].
- 6. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* Description of the Decay $\tau \to K\pi\pi\nu_{\tau}$ in the NJL-Type Chiral Quark Model // Phys. Rev. D. 2023. V. 107, No. 11. P. 116009; arXiv:2303.02730 [hep-ph].
- 7. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* The Decays $\tau \to [K^- K^0 \pi^0, K^- K^+ \pi^-, K^0 \overline{K}^0 \pi^-] \nu_{\tau}$ in the NJL Quark Model // Phys. Part. Nucl. Lett. 2024. V. 21, No. 3. P. 455–459; arXiv:2310.07460 [hep-ph].
- 8. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* Three-Meson τ Decays Involving Kaons and η Mesons in the NJL Model // Phys. Rev. D. 2024. V. 109, No. 1. P. 016016; arXiv:2307.09228 [hep-ph].
- 9. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* Decays $\tau \to 3K\nu_{\tau}$ in the $U(3) \times U(3)$ Quark NJL Model // Eur. Phys. J. A. 2023. V. 59, No. 7. P. 175; arXiv:2305.09346 [hep-ph].
- Decker R., Mirkes E., Sauer R., Was Z. Tau Decays into Three Pseudoscalar Mesons // Z. Phys. C. 1993. V.58. P. 445–452.
- Finkemeier M., Mirkes E. Tau Decays into Kaons // Z. Phys. C. 1996. V. 69.
 P. 243–252; arXiv:9503474 [hep-ph].

- 12. Dumm D. G., Roig P., Pich A., Portoles J. Hadron Structure in $\tau \to KK\pi\nu(\tau)$ Decays // Phys. Rev. D. 2010. V. 81. P. 034031; arXiv:0911.2640 [hep-ph].
- 13. *Pich A.* "Anomalous" η Production in Tau Decay // Phys. Lett. B. 1987. V. 196. P. 561–565.
- Suzuki M. Strange Axial-Vector Mesons // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 1252–1255.
- 15. Volkov M. K., Pivovarov A. A. Effects of $K-K_1$ Transitions on Kaon-Field Renormalization in the NJL Model Framework // Phys. Part. Nucl. Lett. 2019. V. 16, No. 6. P. 565–568.
- 16. Workman R.L. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics // Prog. Theor. Exp. Phys. 2022. V. 2022. P. 083C01.