

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ НА ДЕТЕКТОРЕ КМД-3

*Г. В. Федотович\**, А. А. Усков, С. С. Грибанов  
от имени коллаборации КМД-3

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Представлены результаты измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$  с детектором КМД-3 на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-2000. Анализ основан на интегральной светимости  $115,4 \text{ пб}^{-1}$ , накопленной детектором при сканировании по энергии. Сечение было аппроксимировано в рамках модели векторной доминантности с использованием изоспиновой алгебры для получения параметров резонансов изоскалярного  $\phi(1680)$  и изовекторного  $\rho(1450)$ -мезонов. Измеренные сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$  были использованы для оценки адронного вклада в  $(g-2)_\mu$  мюона, который составил  $(0,86 \pm 0,01_{\text{stat}} \pm 0,04_{\text{syst}}) \cdot 10^{-10}$ .

The results of the cross section measurement of the process  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$  at  $e^+e^-$  collider VEPP-2000 are presented. The analysis is based on  $115.4 \text{ pb}^{-1}$  integrated luminosity accumulated by the CMD-3 detector during several runs with energy scan. The cross section was approximated in the framework of the VMD model, using isospin algebra to obtain the resonance parameters for the isoscalar  $\phi(1680)$  and isovector  $\rho(1450)$  mesons. The data of the process  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$  were also used to estimate hadronic contribution to  $(g-2)_\mu$  of muon:  $(0.86 \pm 0.01_{\text{stat}} \pm 0.04_{\text{syst}}) \cdot 10^{-10}$ .

PACS: 13.66.Bc; 13.60.Le

### ВВЕДЕНИЕ

Прецизионные эксперименты по измерению адронных сечений при низких энергиях важны для многих приложений, например, для повышения точности вычисления адронного вклада в  $(g-2)_\mu$  мюона и в бегущую константу постоянной тонкой структуры. Прецизионная точность адронных сечений на сегодня определяющая для интерпретации результатов прямых измерений  $(g-2)_\mu$  мюона, который является одним из наиболее чувствительных тестов физики за пределами Стандартной модели (BSM).

В настоящее время точность прямого измерения  $(g-2)_\mu$  мюона составляет  $\sim 0,35 \text{ ppm}$ , которая достигнута при усреднении результатов

---

\* E-mail: G.V.Fedotovich@inp.nsk.su

эксперимента BNL (E821) и текущих результатов FNAL (E989) [1]. В свете эксперимента во FNAL значение  $(g - 2)_\mu$  мюона будет измерено с точностью 0,14 ppm. По оценкам адронный вклад  $KK\pi$ -каналов с заряженными и нейтральными каонами составляет  $\sim 0,21$  ppm [2]. Существуют несколько аналогичных адронных каналов:  $KK\eta$ ,  $KK\omega$ ,  $KK\pi$  и т. д., вклады которых в аномальный магнитный момент мюона имеют сопоставимую величину. Таким образом, относительная погрешность измерения адронных сечений каждого из этих каналов предпочтительно должна быть меньше 0,01 ppm, чтобы общая систематическая ошибка от вклада, например, десяти подобных каналов, была меньше 0,03 ppm.

### 1. ДЕТЕКТОР КМД-3

Детектор КМД-3 [3] установлен в одном из мест встречи пучков коллайдера ВЭПП-2000 в ИЯФ (Новосибирск, Россия). Пучки взаимодействуют в вакуумной камере коллайдера ВЭПП-2000, которая в месте встречи пучков имеет внутренний диаметр 34 мм, а центральная часть длину 20 см и изготовлена из алюминиевого сплава с толщиной стенки 0,5 мм. На рис. 1 представлен общий вид детектора КМД-3. Для определения координат треков, их углов и импульсов частиц область

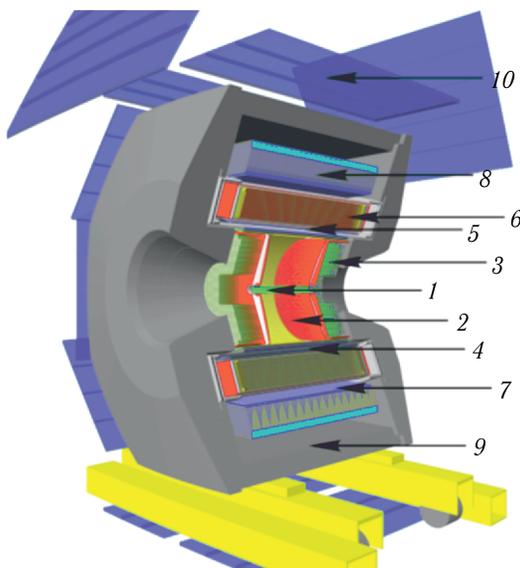


Рис. 1. Детектор КМД-3: 1 — вакуумная камера; 2 — дрейфовая камера; 3 — калориметр BGO; 4 — Z-камера; 5 — сверхпроводящий соленоид; 6 — калориметр LXe; 7 — времяпролетная система; 8 — калориметр CsI; 9 — магнитопровод; 10 — мюонная пробегная система

столкновения пучков окружена трековой системой, состоящей из дрейфовой камеры (ДК), которая помещена внутри тонкого сверхпроводящего соленоида  $0,085X_0$  с магнитным полем 1,3 Тл. Трековая система покрывает около 70 % телесного угла. Ионизационные потери заряженных частиц в ДК измеряются с точностью 15 % и используются для разделения  $\pi/K$ -мезонов.

За соленоидом расположены два калориметра на основе жидкого ксенона и кристаллов CsI. Толщина цилиндрического калориметра LXe составляет  $5,4X_0$ , общая масса Xe около 1200 кг, анодные цилиндры разделены на 264 прямоугольные башни, направленные к центру области взаимодействия пучков. Катодные цилиндры разделены на 2112 полосок шириной около 1–2 см. Информация с катодных полосок обеспечивает измерение точки конверсии фотонов с точностью около 1–2 мм. Калориметр с жидким ксеноном и сверхпроводящий соленоид расположены в общем вакуумном объеме.

Калориметр CsI состоит из 1152 кристаллов с добавлением Na или Tl и собраны в 8 октантов. Каждый октант состоит из 9 рядов кристаллов. Боковые ряды в каждом октанте имеют специальную усеченную форму, обеспечивающую плотное прилегание соседних октантов друг к другу. Каждый ряд состоит из 16 кристаллов. Радиальная толщина кристаллов составляет около  $8,1X_0$ . Толщина пассивного материала между калориметрами LXe и CsI составляет  $0,25X_0$ .

Торцевой калориметр состоит из кристаллов BGO, собранных в два диска, и находится внутри соленоида между фланцами ДК и торцевым железом ядра магнита. Каждый диск охватывает полярные углы от  $17^\circ$  до  $50^\circ$  и от  $130^\circ$  до  $163^\circ$  соответственно. Толщина калориметра  $13,4X_0$ .

Калориметры обеспечивают энергетическое разрешение при энергии 1 ГэВ около 4,5 % (цилиндр) и 3,5 % (торец), координатное разрешение  $\sim 2$  мм (цилиндр) и  $\sim 3$  мм (торец) соответственно.

Между калориметрами в узком зазоре (7 мм) установлена времяпротлетная система, состоящая из сцинтилляционных счетчиков с временным разрешением около 0,7 нс и предназначенная для регистрации продуктов аннигиляции антинейтронов в калориметрах. Мюонный детектор находится снаружи и использует сцинтилляционные счетчики для регистрации космических событий.

Энергетический диапазон коллайдера ВЭПП-2000 сканировался несколько раз при наборе статистики. В период 2017 и 2019 гг. энергия пучков измерялась при регистрации фотонов лазера, обратно рассеянных на встречном позитронном пучке [4]. Абсолютная точность измерения энергии пучков составила 0,1 МэВ. Измерения проводились каждые 10–20 мин во время набора данных.

Детектор КМД-3 имеет два независимых триггера первого уровня: «заряженный» и «нейтральный». Заряженный триггер, называемый СТ, собирает информацию с трековой системы, которая обрабатывается блоком track finder. Если трек найден, то триггер активирует систему сбора

данных. Нейтральный триггер, называемый NT, собирает информацию об энергиях и положениях кластеров в калориметрах. Эта информация обрабатывается устройством cluster finder. В случае положительного решения запускается система сбора данных. Большая часть событий одновременно активирует триггеры NT и СТ. Этот факт был использован для определения эффективности триггера.

Светимость коллайдера измеряется с использованием двух процессов КЭД, которые имеют большие сечения и простую сигнатуру в детекторе, таких как события  $Bhabha$  ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ) рассеяния на большие углы и процесс двухфотонной аннигиляции ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ). Такие события выглядят как два коллинеарных трека в ДК или как два противоположных кластера, создаваемые в калориметре двумя коллинеарными фотонами, энергия каждого из которых равна энергии пучка. Наличие двух процессов измерения светимости обеспечивает перекрестную проверку и позволяет контролировать систематическую ошибку в пределах точности  $\sim 1,5\%$ .

## 2. ОТБОР СОБЫТИЙ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K \pi$

Кроме физических событий, рождающихся в области взаимодействия пучков, существуют события с внешними треками: треками космических частиц, треками частиц, вылетающих назад из калориметра, а также вторичными треками от взаимодействия электронов с веществом детектора и коллайдера и т. д. Чтобы уменьшить количество таких ложных событий, накладываются ограничения на координаты треков в ДК. Для каждого такого трека требуется, чтобы полярный угол находился в диапазоне от 1 до  $\pi - 1$  рад, чтобы обеспечить более 10 срабатываний анодных (сигнальных) проволочек в ДК. Треки, удовлетворяющие вышеуказанным критериям, ниже будем называть хорошими треками. Для дальнейшего анализа рассматриваются события с 4 хорошими треками.

Поиск событий с  $K_S^0$  ведется с использованием основной моды распада:  $\text{Br}(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \sim 70\%$ . События-кандидаты для процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K \pi$  должны иметь четыре хороших трека. Треки ( $K^\pm, \pi^\mp$ ) должны иметь общую вершину, принадлежащую области взаимодействия пучков. Два других трека ( $\pi^+, \pi^-$ ) также должны исходить из общей вершины, в которой распадается  $K_S^0$ -мезон. Кроме того, требуется, чтобы вершина распада мезона  $K_S^0$  находилась на расстоянии более 2 мм от оси пучка в поперечной плоскости. Это условие позволяет существенно уменьшить огромный физический фон процесса  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ .

Инвариантная масса двух частиц с треками из общей вершины, построенная путем перебора двух возможных комбинаций  $\pi^+\pi^-$ , должна группироваться вокруг массы  $K_S^0$ -мезона и будет использована как для контроля уровня фона, так и для подсчета числа сигнальных событий.

### 3. ПРОЦЕДУРА КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ

Уменьшение физического фона основано на анализе распределения  $\chi^2$  кинематической реконструкции с включением координат вершины распада  $K_S^0$ -мезона в качестве свободных параметров. Кинематическая реконструкция проводится в соответствии с тремя гипотезами: две гипотезы с сопряженными зарядами и третья в предположении, что это фоновое событие процесса  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ . Сигнальные гипотезы требуют ограничений на сохранение импульса как в вершине взаимодействия  $e^+e^-$ , так и в вершине распада  $K_S^0$ -мезона. При этом ограничение на сохранение энергии накладывается только на начальные и конечные частицы. Такой подход позволяет сохранить массу промежуточной частицы ( $K_S^0$ ) в качестве свободного параметра, и только события с массой, близкой к массе  $K_S^0$ , будут идентифицированы как кандидаты в  $K_S^0$ -мезоны.

При построении распределения событий по  $\chi^2$  с использованием кинематического фитирования выбирались те комбинации, которые имели наименьшее значение среди двух гипотез сигнала  $\pi^+\pi^-$  и  $\pi^\pm$ , когда один пион возникает в вершине  $\pi/K$ . Распределение  $\chi^2$  показано на рис. 2 при энергии пучка 860 МэВ. Синий цвет (1) — сигнальные события, красный цвет (2) — события  $4\pi$ . Видно, что сигнальные события в основном группируются в областях с  $\chi^2 < 100$ . Моделирование показало, что после применения этого условия остается около 5% фоновых и 91% сигнальных событий.

Для дальнейшего подавления оставшегося фона отбираются только те события, для которых  $\chi^2 < 100$  в сигнальной гипотезе и снова строится

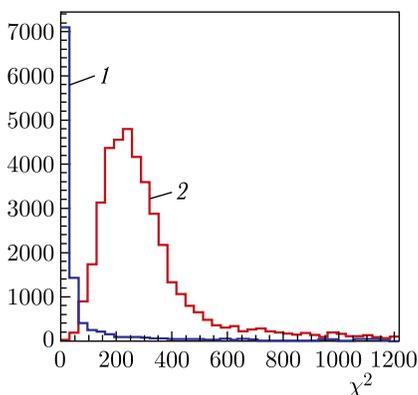


Рис. 2 (цветной в электронной версии). Распределение  $\chi^2$  для сигнальных событий (синяя линия, 1) и  $4\pi$  (красная, 2) при энергии пучка 860 МэВ. События реконструированы в рамках сигнальной гипотезы

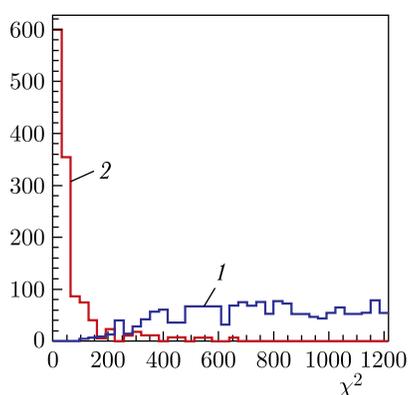


Рис. 3 (цветной в электронной версии). Распределение  $\chi^2$  для сигнальных событий (синяя линия, 1) и  $4\pi$  (красная, 2) при энергии пучка 860 МэВ. События реконструированы в рамках  $4\pi$ -гипотезы

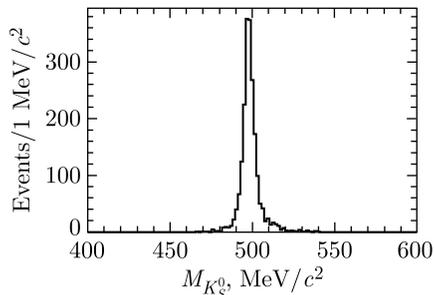


Рис. 4. Распределение событий в зависимости от инвариантной массы двух заряженных частиц, которые считаются продуктами распада  $K_S^0$ -мезона. Показаны экспериментальные данные, полученные в 2019 г., с учетом всех энергетических точек

$\chi^2$  в предположении, что они являются событиями  $4\pi$ . На рис. 3 показано  $\chi^2$ -распределение этих событий. Условие  $\chi^2$  больше 100 уменьшает физический фон от событий  $4\pi$  примерно еще в пять раз, а сигнальные события уменьшаются менее чем на 1%.

После отбора сигнальных событий по критерию  $\chi^2$  построена инвариантная масса  $K_S^0$ -мезона, которая представлена на рис. 4. Поскольку число фоновых событий невелико ( $\sim 2,5\%$ ) и согласно моделированию они распределены равномерно, то для вычитания фона мы используем метод sideband.

Количество событий в сигнальной области вычисляется как

$$N_{\text{tot}} = N_{\text{signal}} + N_{\text{bkg}},$$

где  $N_{\text{tot}}$  — число событий в сигнальной области;  $N_{\text{bkg}}$  ( $207 \pm 15$ ) — число событий в боковых областях;  $N_{\text{signal}}$  — число сигнальных событий  $9089 \pm 98$ .

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБЫТИЙ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ И ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ

Поскольку телесный угол детектора КМД-3 составляет около 70% от полного, часть образующихся частиц в  $e^+e^-$ -столкновениях может быть потеряна. Моделирование воспроизводит геометрическую эффективность регистрации частиц, а также распады на лету, многократное рассеяние, взаимодействие с веществом детектора, ISR и многие другие эффекты. Моделирование позволяет восстановить исходное количество сигнальных событий, которые были потеряны после применения критериев отбора. Отметим, что события моделирования обрабатываются тем же программным пакетом, что и экспериментальные данные.

Эффективность регистрации событий детектором КМД-3 зависит от промежуточной динамики изучаемого процесса. Коллаборацией ВаВаг в работе [5] сделан вывод, что нейтральный промежуточный канал  $e^+e^- \rightarrow K^0 \bar{K}^{*0}$  доминирует в области энергий ниже 2 ГэВ. Мы качественно подтверждаем этот вывод. Поэтому этот канал был включен в матричный элемент моделирования вместе с радиационными поправ-

ками. Инвариантная масса другой возможной комбинации  $M_{\text{inv}}(K_S^0 K^\pm)$  качественно совместима с распределением в фазовом пространстве при текущей статистике.

Радиационная поправка вычислялась путем аппроксимации видимого сечения уравнением, где борновское сечение задается в определенной модели со свободными параметрами, которые определяются при минимизации выражения

$$\sigma_{\text{visible}}(s) = \int_0^{x_{\text{thr}}} dx \sigma_{\text{born}}(s(1-x)) F(x, s), \tag{1}$$

где  $F(x, s)$  — структурная функция [6], которая представляет вероятность излучения фотонов в узком конусе вдоль электронов/позитронов;  $x_{\text{thr}}$  соответствует максимальной энергии излучаемого фотона. Сама радиационная поправка  $1 + \delta(s)$  определяется как видимое сечение  $\sigma_{\text{vis}}(s)$ , деленное на борновское сечение  $1 + \delta(s) = \sigma_{\text{vis}}(s)/\sigma_{\text{born}}(s)$ . Величина радиационной поправки (RC) и ее неопределенность показаны на рис. 5, а на рис. 6 приведены сечение исследуемого процесса вместе с аппроксимирующей кривой с использованием двух резонансов  $\rho'(1450)$  и  $\phi'(1680)$  в рамках модели векторной доминантности и нерезонансного фона от мезонов  $\rho(770)$  и  $\phi(1020)$ . Аналитическое выражение для сечения записывалось следующим образом:

$$\sigma_{K_S^0 K^\mp \pi^\pm}(s) = \sigma_{K^0 K^- \pi^+}(s) = \frac{18\Gamma_{K^*} m_{K^*}^2}{\pi^2 |\mathbf{p}_\pi(m_{K^*})|^3 s} F(s),$$

$$F(s) = \int |\mathbf{p}_{K^-} \times \mathbf{p}_{\pi^+}|^2 \sin^2(\theta_{\text{normal}}) \times \\ \times |A_+ D(\mathbf{p}_{K^{*+}}^2) + A_0 D(\mathbf{p}_{K^{*0}}^2)|^2 d\Phi_{K^0 K^- \pi^+}(\sqrt{s}), \tag{2}$$

$$A_+(s) = B_1(s) - B_0(s), \quad A_0(s) = B_1(s) + B_0(s),$$

где  $\mathbf{p}$  означает четырехвектор;  $D(\mathbf{p}_{K^{*c}}^2) = 1/(\mathbf{p}_{K^{*c}}^2 - m_{K^*}^2 + im_{K^*}\Gamma_{K^*})$  — пропагатор. Определим  $|\mathbf{p}_\pi(m_{K^*})|$  как импульс пиона в распаде  $K^* \rightarrow K\pi$  в системе покоя  $K^*$ ,  $\Gamma_{K^*}$  — полная ширина распада  $K^*(892)$ ,  $\theta_{\text{normal}}$  — полярный угол нормали к плоскости, образованной векторами  $\mathbf{p}_{K^-}$  и  $\mathbf{p}_{\pi^+}$ .

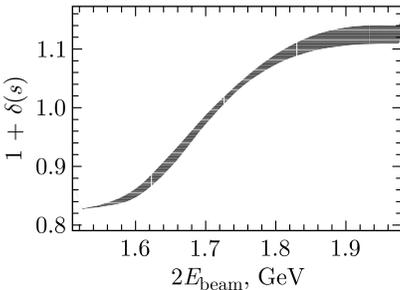


Рис. 5. Зависимость радиационной поправки от энергии. Ширина коридора плавной гладкой кривой отражает неопределенность расчета RC ( $\pm 1\sigma$ ), которая показана штриховкой

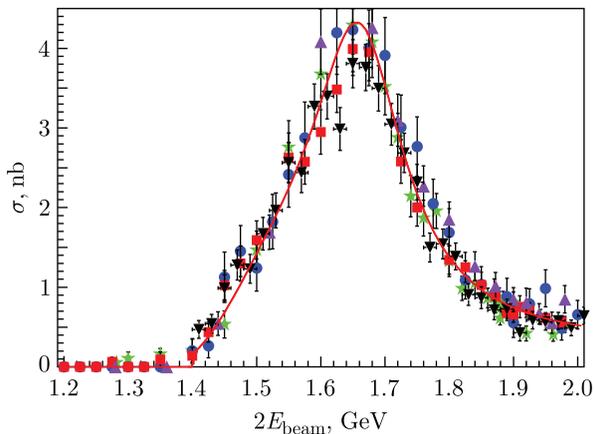


Рис. 6 (цветной в электронной версии). Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\pm$ , измеренное детектором КМД-3, как функция энергии. Данные были собраны в разные сезоны: синие кружки — сезон 2011 г.; фиолетовые треугольники, направленные вверх, — сезон 2012 г.; зеленые звезды — сезон 2017 г.; красные квадраты — сезон 2019 г., а черные треугольники, направленные вниз, — результаты ВаВар. Кривая — теоретическая аппроксимация (2) данных КМД-3 с использованием двух резонансов  $\rho'$  и  $\phi'$

Таблица 1. Подгоночные параметры  $\phi'$ -мезона (КМД-3) вместе с результатами эксперимента ВаВар, а также с мировыми значениями, взятыми из PDG

Детектор, эксперимент	$\Gamma_{ee}^{\phi'} \text{Br}_{KK^*(892)}^{\phi'}$ , эВ	$M_{\phi'}$ , МэВ	$\Gamma_{\phi'}$ , МэВ
КМД-3	$427 \pm 40 \pm 21$	$1694 \pm 5 \pm 15$	$204 \pm 18 \pm 22$
СМД-3 [7]	—	$1667 \pm 5 \pm 11$	$176 \pm 23 \pm 38$
ВаВар	$367 \pm 50$	$1709 \pm 19$	$325 \pm 68$
PDG	—	$1680 \pm 20$	$150 \pm 50$

Таблица 2. То же самое, что и в табл. 1, но для  $\rho'$ -мезона

Детектор, эксперимент	$\Gamma_{ee}^{\rho'} \text{Br}_{KK^*(892)}^{\rho'}$ , эВ	$M_{\rho'}$ , МэВ	$\Gamma_{\rho'}$ , МэВ
КМД-3	$119 \pm 14 \pm 15$	$1502 \pm 11$	$315 \pm 27$
ВаВар	$129 \pm 15$	$1508 \pm 19$	$418 \pm 26$
PDG	—	$1465 \pm 25$	$400 \pm 60$

В результате аппроксимации были получены параметры  $\phi'$  и  $\rho'$ , которые приведены в табл. 1 и 2. Качество аппроксимации  $\chi^2/\text{ndf} = 85,2/85$ .

Для оценки систематической погрешности сечения после вычитания фона в каждой точке по энергии была рассчитана величина  $N_{\text{tot}}$ :  $N_{\text{tot}} = \sum_i N_i / (\epsilon_i \cdot L_i)$ , где  $N_i$  — число сигнальных событий;  $\epsilon_i$  — эф-

фективность регистрации;  $L_i$  — интегральная светимость, собранная в  $i$ -точке с энергией  $E_i$ . Все вышеперечисленные критерии отбора событий влияют на величину  $N_{\text{tot}}$  и, следовательно, на сечение.

1. Вариации расстояния вершины распада  $K_S^0$ -мезона с 1 до 3 мм приводят к изменению  $\delta N_{\text{tot}} = \Delta N_{\text{tot}}/N_{\text{tot}}$  примерно 1,6%.

2. Одновременное изменение ширины левой и правой боковых полос с 20 до 55 МэВ дает  $\delta N_{\text{tot}} \sim 1,3\%$ . Сумма ширины боковых полос и пика остается равной 160 МэВ.

3. Изменение полярного угла треков в диапазоне от 0,9 до 1,1 рад приводит к относительному изменению  $\delta N_{\text{tot}} \sim 2\%$ .

4. Статистическая неопределенность поправки из-за вариации границы  $\chi^2 < 100$  распределения непосредственно преобразуется в остаточную систематическую ошибку и составляет  $\sim 1,1\%$ .

5. Неточность измерений светимости дает вклад  $\sim 1,5\%$ .

В предположении независимости рассматриваемых ошибок окончательная неопределенность была получена путем суммирования поправок, квадратично возведенных под квадратным корнем, в результате чего общая систематическая ошибка составила  $\sim 4,1\%$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные в этом анализе, основаны на интегральной светимости  $\sim 115,4 \text{ пб}^{-1}$ , что более чем в два раза больше, чем в предыдущей публикации. Разработана методика отбора сигнальных событий с использованием кинематической реконструкции при вычислении  $\chi^2$ -распределения, включающей вершину распада  $K_S^0$ -мезона в качестве свободного параметра. Это позволило снизить физический фон до уровня 2–3% и увеличить эффективность критериев отбора сигнальных событий примерно в 1,5 раза. Аппроксимация сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$  в рамках модели векторной доминантности позволяет определить основные параметры промежуточных состояний  $\varphi'$  и  $\rho'$ . Общая систематическая ошибка сечения оценивается в 4,1%. Полученные значения сечений были использованы для расчета вклада в аномальный магнитный момент мюона, который составил  $a_\mu(K_S^0 K^\pm \pi^\mp) = (0,86 \pm 0,01_{\text{stat}} \pm 0,040_{\text{syst}}) \cdot 10^{-10}$ .

Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 23-42-10025) и Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № F23RSF-118).

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Abi B. et al. (Muon g – 2 Collab.). Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm // Phys. Rev. Lett. 2021. V. 126, No. 14. P. 141801.*

2. *Davier M.* Update of the Hadronic Vacuum Polarisation Contribution to the Muon  $g - 2$ . arXiv:1612.02743 [hep-ph]. 2017.
3. *Khazin B.* Physics and Detectors for VEPP-2000 // Nucl. Phys. B. Proc. Suppl. 2008. V. 181–182. P. 376–380.
4. *Abakumova E. V. et al.* Backscattering of Laser Radiation on Ultrarelativistic Electrons in a Transverse Magnetic Field: Evidence of MeV-Scale Photon Interference // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110, No. 14. P. 140402.
5. *Aubert B. (BaBar Collab.)*. Measurements of  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta$ ,  $K^+K^-\pi^0$  and  $K_S K^\pm \pi^\mp$  Cross Sections Using Initial State Radiation Events // Phys. Rev. D. 2008. V. 77, No. 9. P. 092002; arXiv:0710.4451 [hep-ex].
6. *Kuraev E. A., Fadin V. S.* On Radiative Corrections to  $e^+e^-$  Single Photon Annihilation at High-Energy // Sov. J. Nucl. Phys. 1985. V. 41. P. 466–472.
7. *Ivanov V. L. et al.* Study of the Process  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-\eta$  with the CMD-3 Detector at the VEPP-2000 Collider // Phys. Lett. B. 2019. V. 798. P. 134946; arXiv:1906.08006 [hep-ex].