

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СТЕКОВ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

*И. Р. Рахмонов<sup>1</sup>, Ю. М. Шукринов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН Республики Таджикистан, Душанбе

Фазовая динамика двух параллельно соединенных стеков внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках исследуется численными методами. Расчеты основаны на полученной в рамках модели ССJJ + DC системе нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющей определять полную вольт-амперную характеристику системы, а также каждого стека отдельно. Рассмотрены процессы при увеличении и уменьшении базового тока, и проанализированы особенности поведения токов в каждом стеке системы, связанные с переключениями джозефсоновских переходов между состояниями с вращающейся и осциллирующей фазами.

The phase dynamics of two parallel connected stacks of intrinsic Josephson junctions in high temperature superconductors is numerically investigated. Based on the system of nonlinear differential equations we simulate the current voltage characteristics as total and for each stack separately. We investigate the processes with increase and decrease of the bias current and analyze the current behavior in both stacks, associated with transitions between states with rotating and oscillating phases.

PACS: 74.20.-z

### ВВЕДЕНИЕ

Сильноанизотропные высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) образуют естественный стек внутренних джозефсоновских переходов (ДП) [1]. Система связанных джозефсоновских переходов (ДП) является адекватной моделью для описания ряда свойств внутренних ДП в ВТСП, включая различные нелинейные и неравновесные свойства [2, 3]. Следует отметить, что внутренние ДП являются перспективным объектом для сверхпроводящей электроники и интенсивно исследуются в настоящее время [4].

Одним из приложений внутренних ДП является их использование в качестве источников когерентного электромагнитного излучения в терагерцевой области частот. Излучение из отдельного ДП обладает малой мощностью, поэтому для этой цели используется система последовательно соединенных переходов. Однако увеличение числа переходов

---

<sup>1</sup>E-mail: rahmonov@theor.jinr.ru

в стеке приводит к росту выделяемого джоулева тепла и снижению интенсивности излучения. Естественным решением проблемы является использование параллельно соединенных стеков. Кроме того, данная система служит моделью в ряде других задач, в частности, для объяснения экспериментально обнаруженного сужения ширины линии терагерцевого излучения из  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  в режиме горячего пятна при увеличении температуры [5].

Контур из двух параллельно соединенных стеков ДП в случае  $N_1 = N_2 = 1$  представляет собой сверхпроводящее квантовое интерференционное устройство СКВИД. О возникновении резонансных особенностей, обусловленных индуктивностью и емкостью цепи, подобным возникновению дополнительных ветвей на вольт-амперных характеристиках (ВАХ), сообщалось в работе [6]. Двухконтактные СКВИДы могут быть обобщены как на симметричные, так и асимметричные многоконтактные петли, которые могут включать также внутренние ДП (см. [7] и ссылки там). В настоящей работе мы демонстрируем проявление на ВАХ переходов между состояниями с вращающейся (R-состояние) и осциллирующей (O-состояние) фазами [8,9].

### 1. МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Электрическая схема системы из двух параллельно соединенных стеков ДП представлена на рис. 1, а. Первый стек состоит из  $N_1$  ДП, а второй из  $N_2$ . Полный ток через систему есть сумма токов через каждый стек  $I = I_1 + I_2$ .

Для описания динамики связанных ДП мы используем модель ССJJ + DC [8,9]. В рамках данной модели соответствующие токи  $I_1$  и  $I_2$  определяются выражениями

$$I_1 = C_1 \frac{\partial U_m}{\partial t} + I_{c1} \sin \psi_m + \frac{\hbar}{2eR_1} \frac{\partial \psi_m}{\partial t}, \quad I_2 = C_2 \frac{\partial V_l}{\partial t} + I_{c2} \sin \varphi_l + \frac{\hbar}{2eR_2} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $U_m$  и  $\psi_m$  определяют напряжение и разность фаз  $m$ -го ДП в первом стеке, а  $V_l$  и  $\varphi_l$  —  $l$ -го ДП во втором. Величины  $C_i$ ,  $I_{ci}$  и  $R_i$  с соответствующим индексом  $i = 1, 2$  выражают емкость, критический ток и сопротивление ДП в первом и втором стеках соответственно.

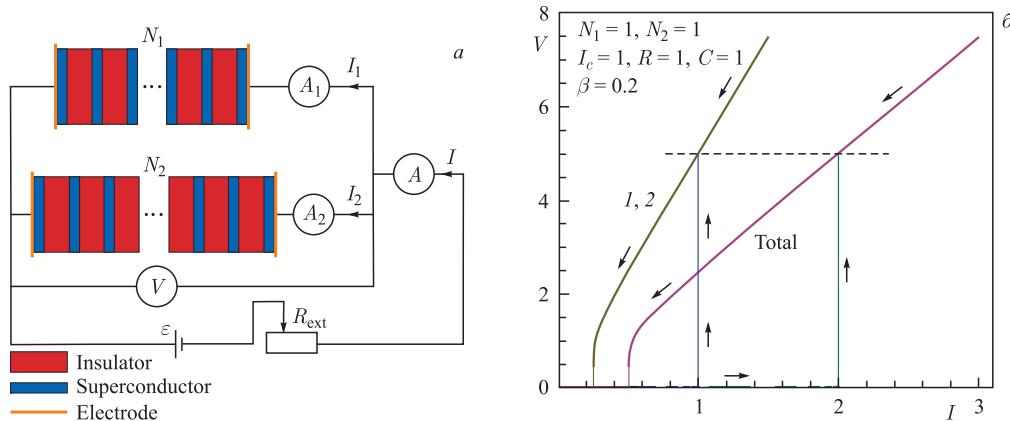


Рис. 1. а) Схема параллельного соединения двух стеков джозефсоновских переходов; б) ВАХ для случая  $N_1 = 1$  и  $N_2 = 1$

Обобщенное соотношение Джозефсона для первого и второго стеков записывается в виде

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \psi_m}{\partial t} = U_m - \alpha_1(U_{m+1} + U_{m-1} - 2U_m), \quad \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha_2(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \quad (2)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  определяют параметр связи между ДП в первом и втором стеках соответственно.

Перейдем к безразмерным величинам, нормируя время  $t$  на плазменную частоту ДП второго стека  $\omega_p = \sqrt{2eI_{c2}/(C_2\hbar)}$ , напряжение — на  $V_0 = \hbar\omega_p/(2e)$ , внешний ток  $I$  — на критический ток  $I_{c2}$  ДП второго стека. Переписывая уравнения (1), (2) и учитывая, что суммы напряжений в первом и втором стеках равны  $\sum_{n=1}^{N_1} U_n = \sum_{k=1}^{N_2} V_k$ , получим систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\psi}_m = U_m - \alpha_1(U_{m+1} + U_{m-1} - 2U_m), \\ \dot{\varphi}_l = V_l - \alpha_2(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \\ \dot{U}_m = (I - I_c \sin \psi_m - \mu \dot{\psi}_m - \dot{V}_l - \sin \varphi_l - \beta \dot{\varphi}_l)/C, \\ \dot{V}_l = \sum_{k=1}^{N_2} B_{lk}^{-1} \left[ N_1(I - \sin \varphi_k - \beta \dot{\varphi}_k) - \sum_{n=1}^{N_1} (I_c \sin \psi_n + \mu \dot{\psi}_n) \right], \end{cases} \quad (3)$$

где  $C = C_1/C_2$ ,  $R = R_1/R_2$  и  $I_c = I_{c1}/I_{c2}$ , а  $\beta = R_2^{-1} \sqrt{\hbar/(2eI_{c2}C_2)}$  и  $\mu = \beta/R$  есть параметры диссипации ДП первого и второго стеков соответственно. Элементы матрицы  $B$  определяются как  $B_{lk} = C + N_1 \delta_{lk}$ , где  $\delta_{lk}$  — символ Кронекера. Система уравнений (3) решается численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка. В результате находятся разности фаз  $\psi_m(t)$ ,  $\varphi_l(t)$  и напряжения  $U_m(t)$ ,  $V_l(t)$  как функции времени во временном интервале  $[0-T_{\max}]$ . Для нахождения среднего значения напряжений  $\bar{U}_m$  и  $\bar{V}_l$  на каждом

шаге базового тока мы пользуемся выражениями  $\bar{U}_m = 1/(T_{\max} - T_{\min}) \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} U_m(t) dt$

и  $\bar{V}_l = 1/(T_{\max} - T_{\min}) \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} V_l(t) dt$ , где  $T_{\min}$  и  $T_{\max}$  есть нижняя и верхняя граница

интервала усреднения по времени соответственно. При этом в последних выражениях численное интегрирование проводится методом прямоугольников. Полное среднее на-

пряжение в системе вычисляется как  $\bar{U} = \sum_{m=1}^{N_1} \bar{U}_m$  или  $\bar{V} = \sum_{l=1}^{N_2} \bar{V}_l$ .

Для определения ВАХ в отдельных стеках, т.е. зависимостей  $\bar{U}(I_1)$  и  $\bar{V}(I_2)$ , мы вычисляем  $I_1$  и  $I_2$ . Как известно [9], в рамках модели ССJJ + DC через каждый ДП стека течет сверхпроводящий  $I_s$ , квазичастичный  $I_{qp}$ , диффузионный  $I_{dif}$  токи и ток смещения  $I_{disp}$ . В нормированных величинах эти токи для первого и второго стеков определяются выражениями  $I_{s1}^m = \sin \psi_m$ ,  $I_{qp1}^m = \mu U_m$ ,  $I_{dif1}^m = \mu(\dot{\psi}_m - U_m)$ ,  $I_{disp1}^m = \dot{U}_m$ ,  $I_{s2}^l = \sin \varphi_l$ ,  $I_{qp2}^l = \beta V_l$ ,  $I_{dif2}^l = \beta(\dot{\varphi}_l - V_l)$ ,  $I_{disp2}^l = \dot{V}_l$ . Используя эти выражения, мы находим токи  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$  через каждый стек как функции времени. Рассчитанные значения токов усредняются по той же схеме, которую мы использовали для усреднения напряжения. В результате мы получаем средние значения токов  $\bar{I}_1$  и  $\bar{I}_2$ , определяющие ВАХ отдельных стеков, поскольку напряжение в обоих стеках уже определено.

В наших расчетах мы полагали, что все ДП в обоих стеках идентичны, т.е.  $C = 1$ ,  $I_c = 1$  и  $R = 1$ . Базовый ток изменяется с шагом  $\Delta I = 0,0001$ . Временной интервал составляет 0–2000 с шагом 0,05, и усреднения проводятся в интервале 50–2000. На всех рисунках направление тока указано стрелками. В настоящей работе вычисления проводятся при параметре диссипации  $\beta = 0,2$  и параметре связи  $\alpha = 1$  [10]. Исследования фазовой динамики отдельного стека ДП проведены в работе [9] именно при этих значениях параметров. Следует отметить, что выбор конкретной величины параметра диссипации  $\beta$  и параметра связи  $\alpha$  в достаточно широких интервалах не влияет на качественную картину явлений, рассматриваемых в настоящей статье.

В случае  $N_1 = N_2 = 1$ , представленном на рис. 1, б, где приведены ВАХ системы (total) и отдельных ДП (1 и 2, которые в данном случае совпадают), значения критического тока и тока возврата для системы равны удвоенным значениям соответствующих величин для отдельных ДП.

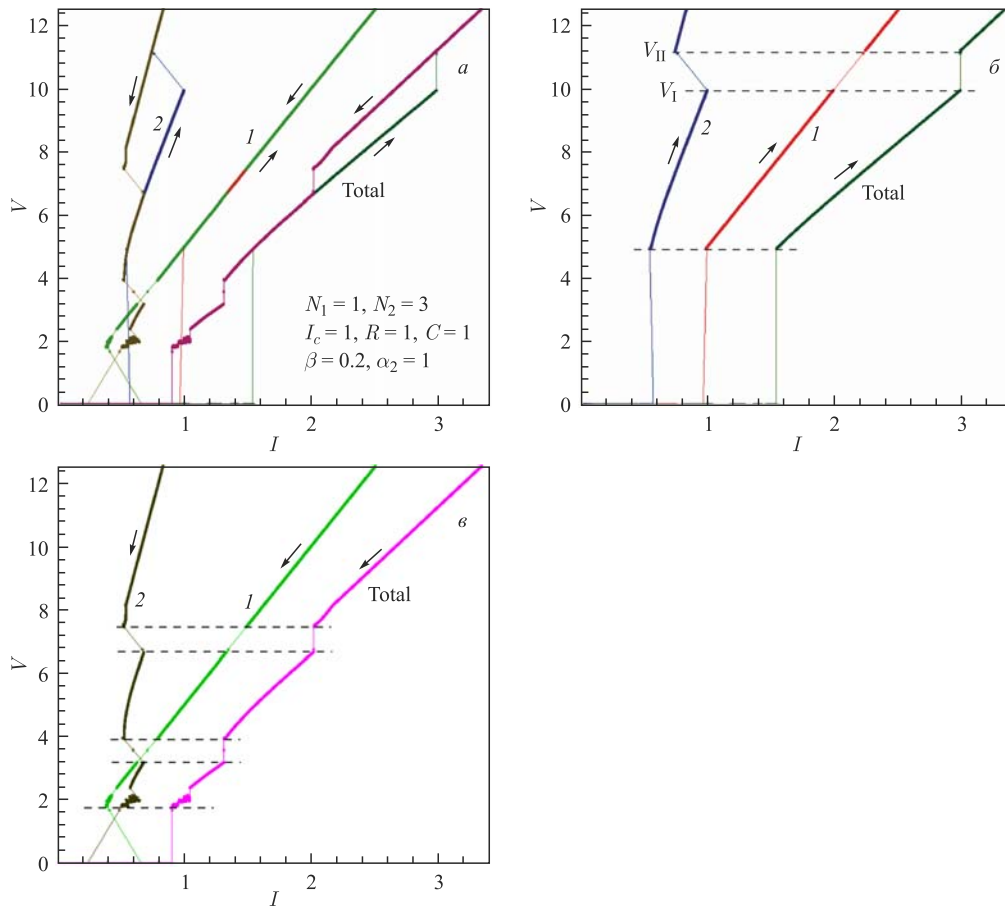


Рис. 2. а) Полная однопетлевая ВАХ для случая  $N_1 = 1$  и  $N_2 = 3$ ; б) то же самое, что и в а, при нарастании внешнего тока; в) то же самое, что и в а, при уменьшении внешнего тока

Для случая  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 3$  ВАХ приведены на рис. 2, а. Мы видим, что здесь критический ток системы уменьшен: система переходит в резистивное состояние при  $I = 1,54$ , в отличие от  $I = 2$  в случае  $N_1 = N_2 = 1$ . Значения тока возврата также различаются в этих случаях. Чтобы объяснить наблюдаемые особенности, мы показываем их отдельно при увеличении и уменьшении тока на рис. 2, б, в соответственно.

Уменьшение критического тока связано с тем, что общая емкость второго стека меньше (в связи с последовательным соединением емкостей), а его реактивное сопротивление (в нашем случае емкостное,  $R_C = 1/(\omega C)$ ) больше первого. Поэтому приложенный ток течет большей частью через первый стек, где всего один ДП. При достижении током через этот ДП критического значения он переходит в R-состояние, и, чтобы выполнялось условие равных напряжений, он увлекает за собой и второй стек, в котором, в данном случае, происходит переход в резистивное состояние двух из трех ДП стека. Далее, когда ток через ДП второго стека достигает критического значения  $I_2 = 1$ , оставшийся в О-состоянии ДП переходит в R-состояние. При этом происходит прыжок при  $V_I = 9,93$  с ветви, соответствующей двум ДП в R-состоянии, на верхнюю ветвь в точке  $V_{II} = 11,15$ , где все ДП находятся в R-состоянии.

При уменьшении внешнего тока (рис. 2, в) наблюдается последовательное переключение ДП во втором стеке из R-состояния в О-состояние, отражающееся в наличии трех ветвей как на полной ВАХ, так и на ВАХ стеков (пунктирные линии). Отмеченное ранее превышение реактивного сопротивления во втором стеке относительно первого сказывается и здесь. При переключении стеков в состояние с нулевым напряжением наблюдается увеличение тока через первый стек и соответствующее уменьшение через второй.

В заключение отметим, что обнаруженные особенности ВАХ, связанные с переходами между состояниями с вращающейся и осциллирующей фазами, указывают на наличие новых явлений, специфических для данной системы, в частности на вынужденное переключение одного из стеков. Это приводит к тому, что изменение напряжения одного стека является триггером для изменения напряжения на другом. Несмотря на то, что ток через второй стек не достигает критического значения, он переключается в R-состояние при переключении первого. Это свойство может быть использовано для управления подобными системами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kleiner R. et al. Intrinsic Josephson Effects in  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  Single Crystals // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 2394–2397.
2. Krasnov V. M. Terahertz Electromagnetic Radiation from Intrinsic Josephson Junctions at Zero Magnetic Field via Breather-Type Self-Oscillations // Phys. Rev. B. 2011. V. 83. P. 174517.
3. Kurter C. et al. Microscopic Examination of Hot Spots Giving Rise to Nonlinearity in Superconducting Resonators // Ibid. V. 84. P. 104515.
4. Benseman T. M. et al. Tunable Terahertz Emission from  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  Mesa Devices // Ibid. P. 064523.
5. Gross B. et al. Modeling the Linewidth Dependence of Coherent Terahertz Emission from Intrinsic Josephson Junction Stacks in the Hot-Spot Regime // Phys. Rev. B. 2013. V. 88. P. 014524.
6. Schmidt W. D., Seidel P., Heinemann S. On the Resonance Behaviour of a Thin Film DC-SQUID // Phys. Stat. Sol. (a). 1985. V. 91. P. K155.

7. *Shukrinov Yu. M. et al.* Resonance Features of the Coupled Josephson Junctions: Radiation and Shunting // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. V. 393. P. 012020.
8. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F.* Influence of Coupling between Junctions on Breakpoint Current in Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 157001.
9. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R.* Diffusion Current in a System of Coupled Josephson Junctions // *JETP.* 2012. V. 115. P. 289–302.
10. *Koyama T., Tachiki M.* I-V Characteristics of Josephson-Coupled Layered Superconductors with Longitudinal Plasma Excitations // *Phys. Rev. B.* 1996. V. 54. P. 16183.

Получено 17 февраля 2014 г.