

РАСЧЕТ ЧАСТОТЫ ОБРАЩЕНИЯ ПРОТОНОВ НА СТАТИЧЕСКИХ РАВНОВЕСНЫХ ОРБИТАХ В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

И. В. Амирханов^a, Г. А. Карамышева^a, И. Н. Киян^a, Я. Суликовский^b

^a Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^b Институт ядерной физики Польской академии наук, Краков, Польша

В работе представлены уравнения движения и численные результаты, полученные при оценке качества изохронного магнитного поля, рассчитанного для основного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АИЦ-144, расположенного в Институте ядерной физики Польской академии наук и предназначенного для проведения протонной радиотерапии меланомы глаза. В конечном итоге правильность расчетов подтверждается успешными результатами лечения пациентов.

The work presents the equations of motion and the numerical results of estimating the quality of the isochronous magnetic field calculated for the main operating mode of the AIC-144 multipurpose isochronous cyclotron located at the Institute of Nuclear Physics, Polish Academy of Sciences, and intended for the carrying out of proton radiotherapy of eye melanoma. Finally, the calculation truth is confirmed by the successful results of medical treatment of patients.

PACS: 29.27.-a

ВВЕДЕНИЕ

В работе представлены уравнения движения и численные результаты, полученные при оценке качества изохронного магнитного поля, рассчитанного для основного режима работы многоцелевого изохронного циклотрона АИЦ-144, расположенного в Институте ядерной физики Польской академии наук и предназначенного для проведения протонной радиотерапии меланомы глаза. Основной режим работы АИЦ-144 был смоделирован на основе использования новой методики [1, 2]. После успешной реализации очередного варианта смоделированного режима работы на циклотроне в июле 2012 г. и экспериментальной подстройки амплитуды центрального бампа сформированного магнитного поля в октябре 2012 г. протонная радиотерапия меланомы глаза была продолжена в 2013 г. (в плановом режиме).

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

В качестве исходного уравнения для расчета динамики пучка ускоряемых ионов берется уравнение Лоренца–Ньютона, описывающее движение одиночной заряженной частицы в электромагнитном поле изохронного циклотрона:

$$\dot{\mathbf{p}} = q\mathbf{E} + q[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

где \mathbf{p} — это релятивистский импульс; q — заряд частицы; \mathbf{r} — радиус-вектор ускоряемого иона; \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля; \mathbf{B} — вектор магнитной индукции. При разложении уравнения по компонентам в цилиндрической системе координат используется правая тройка попарно перпендикулярных базисных векторов $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$, а проекция вектора магнитной индукции \mathbf{B} на ось OZ имеет отрицательные значения. В результате разложения получаются уравнения движения. Система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка (2) с начальными условиями (3) решается методом Рунге–Кутты:

$$\begin{aligned} \ddot{r}^* - \left[\dot{\varphi}^{*2} + \frac{K_1}{E} \dot{\varphi}^* B_z^* \right] r^* &= -\frac{K_1}{E} z^* B_\varphi^* + \\ &+ \frac{1}{E} [(K_2 - K_3 \dot{r}^{*2}) E_r^* - K_3 \dot{\varphi}^* \dot{r}^* r^* E_\varphi^* - K_3 z^* \dot{r}^* E_z^*], \\ \ddot{\varphi}^* + 2 \frac{\dot{r}^*}{r^*} \dot{\varphi}^* &= \frac{K_1}{E} \left(\frac{\dot{z}^*}{r^*} B_r^* - \frac{\dot{r}^*}{r^*} B_z^* \right) + \\ &+ \frac{1}{E} \left[-K_3 \dot{r}^* \dot{\varphi}^* E_r^* + \left(\frac{K_2}{r^*} - K_3 r^* \dot{\varphi}^{*2} \right) E_\varphi^* - K_3 z^* \dot{\varphi}^* E_z^* \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\ddot{z}^* = \frac{K_1}{E} (\dot{r}^* B_\varphi^* - r^* \dot{\varphi}^* B_r^*) + \frac{1}{E} [-K_3 \dot{r}^* z^* E_r^* - K_3 r^* \dot{\varphi}^* z^* E_\varphi^* + (K_2 - K_3 z^* \dot{\varphi}^{*2}) E_z^*],$$

$$r_0^* = \frac{K_4}{1 + \sigma_N} \frac{\sqrt{2E_0 E_k + E_k^2}}{E_0 + E_k}, \quad \varphi_0 = \varphi_N + \frac{3\pi}{2N}, \quad z_0^* = 0, \quad (3)$$

$$\dot{r}_0^* = \frac{\varepsilon_N N}{N^2 - 1} r_0^*, \quad \dot{\varphi}_0^* = 1, \quad \dot{z}_0^* = \sqrt{K_4^2 \frac{2E_0 E_k + E_k^2}{(E_0 + E_k)^2} - \dot{r}_0^{*2} - r_0^{*2}},$$

$$\sigma_N(\bar{r}^*) = 0,25 \frac{\varepsilon_N^2(\bar{r}^*) N^2}{\lambda_N^2(\bar{r}^*) (N^2 - k(\bar{r}^*) - 1)^2},$$

$$\lambda_N(\bar{r}^*) = 0,5 + \sqrt{0,25 + \frac{\varepsilon_N^2(\bar{r}^*)}{2N^2} \left(1,5 + k(\bar{r}^*) + \frac{\bar{r}^*}{\varepsilon_N(\bar{r}^*)} \frac{d\varepsilon_N(\bar{r}^*)}{d\bar{r}^*} \right)}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_N(\bar{r}^*) = \frac{B_N^*(\bar{r}^*)}{B_z^*(\bar{r}^*)}, \quad k(\bar{r}^*) = \frac{\bar{r}^*}{B_z^*(\bar{r}^*)} \frac{dB_z^*(\bar{r}^*)}{d\bar{r}^*},$$

$$E = E_0 + E_k, \quad E_0 = m_0 c^2,$$

$$K_1 = qc^2 \hat{T}_0 \hat{B}_0, \quad K_2 = qc^2 \hat{T}_0^2 \frac{\hat{E}_0}{\hat{L}_0}, \quad K_3 = q \hat{E}_0 \hat{L}_0, \quad K_4 = \frac{c \hat{T}_0}{\hat{L}_0}, \quad (5)$$

где E — это полная энергия ускоряемой частицы; E_0 — энергия покоя; E_k — кинетическая энергия, используемая в качестве свободного параметра; m_0 — масса покоя; c — скорость света; r^*, φ, z^* — цилиндрические координаты ускоряемой частицы; $B_r^*, B_\varphi^*, B_z^*$ и $E_r^*, E_\varphi^*, E_z^*$ — проекции вектора магнитной индукции и вектора напряженности электрического поля на соответствующие координатные оси; σ_N — коэффициент удлинения замкнутой равновесной орбиты, а λ_N — параметр магнитного поля [5];

ε_N — глубина вариации магнитного поля; k — индекс магнитного поля; N — периодичность магнитной структуры; B_N^* и φ_N — амплитуда и фаза основной гармоники рабочего магнитного поля; \bar{B}_z^* — усредненное по азимуту магнитное поле, взятое в медианной плоскости; \bar{r}^* — средний радиус замкнутой равновесной орбиты. Символ «*» означает безразмерность соответствующего параметра. Параметры, имеющие размерность индукции магнитного поля, делятся на $\hat{B}_0 = 1$ Тл; напряженности электрического поля — на $\hat{E}_0 = 1$ В/м; длины — на $\hat{L}_0 = 1$ м; времени — на $\hat{T}_0 = 1/\omega_0 = h/(2\pi F_{\text{rf}})$ с. $h = F_{\text{rf}}/F_0$ — это гармоническое число; ω_0 — круговая частота; F_{rf} — частота ВЧ-генератора, а F_0 — изохронная частота обращения заряженных частиц. Вывод начальных условий подробно представлен в [4]. Аналитическая формула для расчета значения стартового радиуса замкнутой равновесной орбиты r_0^* (3) является нелинейной и приближенной. Поэтому значение σ_N находится итерационным путем с машинной точностью, а для обеспечения соответствия между заданной кинетической энергией E_k и соответствующим стартовым радиусом r_0^* к последнему добавляется поправка δr_0^* . Уравнения движения решаются в приближении замкнутых равновесных орбит (без учета напряженности электрического поля) для конкретных значений поправки δr_0^* , находимых по определенному алгоритму. Решение повторяется до момента замыкания равновесной орбиты с заданной точностью. Конечный результат — это зависимость частоты обращения ускоряемых ионов от радиуса.

2. КОНТРОЛЬ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ИЗОХРОННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Усовершенствованный метод контроля точности расчета изохронного магнитного поля, вычисляемого по аналитическим формулам М. М. Гордона [6], основывается на сравнении результатов расчета относительной ошибки среднего магнитного поля (относительной разности среднего и изохронного магнитных полей) с результатами расчета относительной ошибки частоты обращения заряженных частиц (относительной разности частоты обращения и изохронной частоты обращения заряженных частиц). Расчет частоты обращения проводится для основного режима работы АИЦ-144 (протоны, кинетическая энергия вывода $E_k \sim 60,5$ МэВ (вычисленная при радиусе $R_k = 0,623$ м), частота ВЧ-генератора $F_{\text{rf}} = 26,26$ МГц) на основе использования карты результирующего магнитного поля (от токов в главной и в двадцати концентрических катушках АИЦ-144). Основной режим работы АИЦ-144 был смоделирован с помощью созданного на C++ комплекса программ Cyclotron Operator HELP Program Complex 2012. На рис. 1 представлены относительные ошибки среднего магнитного поля и частоты обращения ускоряемых протонов. На рис. 2 приведен измеренный ток пучка протонов, ускоренных в сформированном магнитном поле. Из рис. 1 видно, что между относительными ошибками среднего магнитного поля и частоты обращения ускоряемых протонов существует хорошее соответствие. При этом значение модуля относительной ошибки частоты обращения ускоряемых протонов в области изохронизма сформированного магнитного поля (от радиуса конца центрального бампа R_{bump} до радиуса начала краевого магнитного поля R_{edge}) составляет $|\sigma_{F0}| < 3,5E - 4$, что сопоставимо с точностью измерения карт исходных магнитных полей $|\sigma_{\text{ms}}| \sim (1-2)E - 4$, измеренных с помощью датчика Холла. Из рис. 2 видно, что пучок протонов ускоряется во всей области изохронизма сформированного магнитного поля без существенных фазовых и аксиальных потерь. Коэффициент

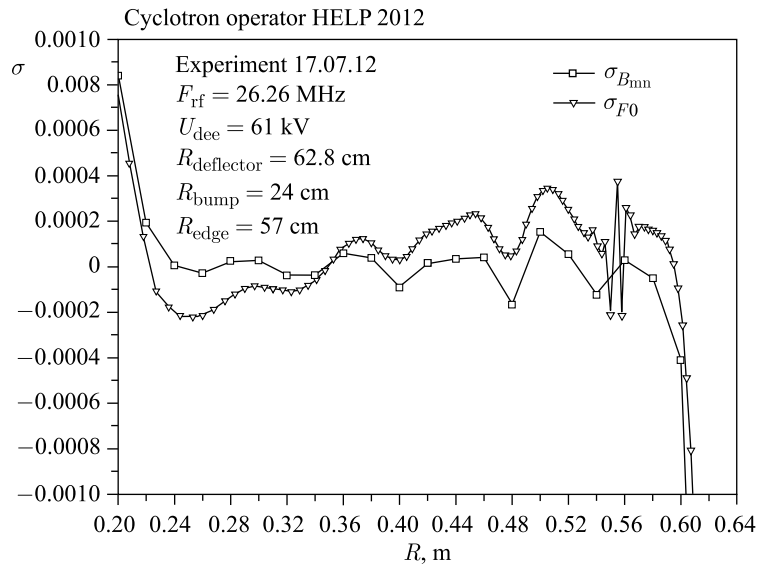


Рис. 1. Относительные ошибки среднего магнитного поля и частоты обращения ускоряемых протонов в зависимости от радиуса

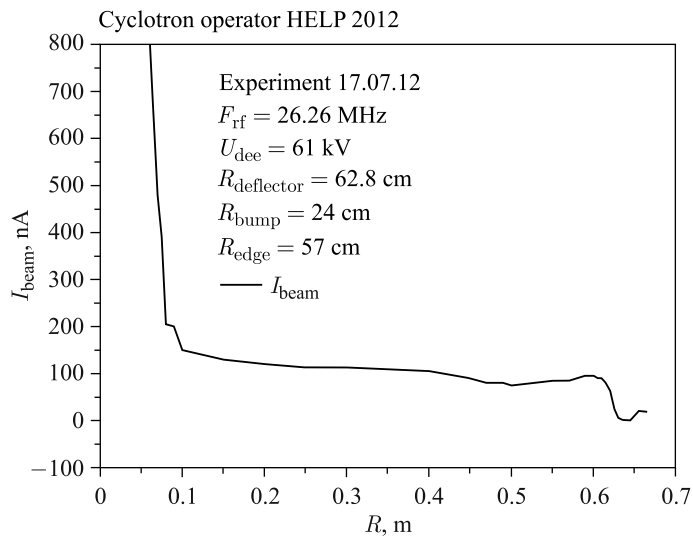


Рис. 2. Измеренный ток пучка протонов в зависимости от радиуса

вывода пучка, рассчитанный по измеренным значениям как отношение тока внешнего пучка в ионовде к току внутреннего пучка на конце плато его значений перед электростатическим дефлектором (на радиусе $R = 61$ см), составил $K_{\text{ext}} \approx 18\%$. Диапазон изменения величины тока выведенного пучка за счет регулировки расхода газа на источнике ионов составил $I_{\text{ext}} = 1-350$ нА. Максимально допустимый ток выведенного пучка

для использования в протонной терапии меланомы глаза составляет $I_{\text{ext}} = 80$ нА. После успешной реализации рассмотренного основного режима работы на АИЦ-144 (июль 2012 г.) была проведена экспериментальная подстройка амплитуды центрального бампа сформированного магнитного поля (октябрь 2012 г.), что позволило увеличить коэффициент вывода пучка от $K_{\text{ext}} \approx 18\%$ до $K_{\text{ext}} \approx 33\%$ [3].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный основной режим работы был успешно использован на многоцелевом изохронном циклотроне АИЦ-144 для ускорения пучка протонов, задействованного для лечения меланомы глаза у пациентов в 2013 г. (в плановом режиме). Комплекс программ Cyclotron Operator HELP Program Complex 2012 был установлен на сервере АИЦ-144. Вычислительное ядро комплекса программ — динамически связанная библиотека GaussDLL — было размещено на сайте ОИЯИ в библиотеке готовых программ JINRLIB [7].

Благодарности. Работа выполнена в рамках темы ОИЯИ «Совершенствование фазотрона ЛЯП (ОИЯИ) и разработка циклотронов для физических и прикладных исследований» № 03-2-1102-2010/2015 и протоколов международного сотрудничества (ОИЯИ/ИЯФ ПАН) № 3970-2-10/12 и № 4268-2-13/15. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 10-01-00467-а и № 13-01-00595-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Киян И. Н.* Математическое моделирование режимов работы многоцелевого изохронного циклотрона АИЦ-144. Дис. . . . канд. физ.-мат. наук. 11-2012-72. Дубна, 2012.
2. *Карамышева Г. А.* Разработка и оптимизация циклотронов для медицинских применений. Дис. . . . д-ра физ.-мат. наук. 9-2013-39. Дубна, 2013.
3. *Amirkhanov I. et al.* Operation Regime of AIC-144 Cyclotron for Delivering 60 MeV Proton Beam to the Radiotherapy of Eye Melanoma. INP PAS Report No. 2057/AP. <http://www.ifj.edu.pl/publ/reports/2012/2057.pdf>.
4. *Амирханов И. В. и др.* Математическое моделирование динамики пучков для оценки режимов работы изохронного циклотрона. Сообщ. ОИЯИ Р9-2013-70. Дубна, 2013.
5. *Аносов В. Н. и др.* Исследование движения и коррекции фазы сгустка в изохронном циклотроне. Препринт ОИЯИ Р9-8196. Дубна, 1974.
6. *Gordon M. M.* Calculation of Isochronous Fields for Sector-Focused Cyclotrons // Part. Accel. 1983. V. 13. P. 67–84.
7. *Kiyan I. N.* GaussDLL — Program Complex of Matrix-Vector Operations and Solution of SLAE with Real Coefficients. Program Library “JINRLIB”. <http://wwwinfo.jinr.ru/programs/jinrlib/gaussdll/index.html>. 2007.