

**РАСПАДЫ  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  
 $K_1(1270)$ ,  $K_1(1650)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $a_1(1640)$ )  
В РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ  
НАМБУ–ИОНА–ЛАЗИНИО**

*М. К. Волков*<sup>а, 1</sup>, *К. Нурлан*<sup>а, б, 2</sup>

<sup>а</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>б</sup> Университет «Дубна», Дубна, Россия

В расширенной модели Намбу–Иона–Лазинио (НИЛ) вычислены ширины распадов  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_1(1270)$ ,  $K_1(1650)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $a_1(1640)$ ). Полученные результаты для распадов  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_1(1270)$ ) находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. Для остальных распадов тау-лептонов, к сожалению, в настоящее время надежных экспериментальных данных не имеется.

The decays  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_1(1270)$ ,  $K_1(1650)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $a_1(1640)$ ) in the extended NJL model are calculated. The results obtained for the decays  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ,  $K_1(1270)$ ) are in a satisfactory agreement with the experimental data. There are no experimental data for other types of decay.

PACS: 13.35.Dx; 12.39.Fe

**ВВЕДЕНИЕ**

В распадах тау-лептонов важную роль играют промежуточные каналы с векторными и аксиально-векторными мезонами как в основных, так и в первых радиально-возбужденных состояниях. Для изучения этих процессов обычно используются различные феноменологические модели, позволяющие описывать взаимодействия мезонов при низких энергиях. Одной из наиболее эффективных моделей такого типа, позволяющей обойтись минимальным числом произвольных параметров, является расширенная модель Намбу–Иона–Лазинио (НИЛ) [1–5].

В рамках этой модели были описаны такие распады, как  $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi^0$  [6],  $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^- (\eta, \eta')$  [7],  $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^- \omega$  [8],  $\tau \rightarrow \nu_\tau 2\pi \eta(550)(\eta'(950))$  [9],  $\tau \rightarrow \nu_\tau K^- \pi^0$  [10],  $\tau \rightarrow \nu_\tau K(\eta, \eta')$  [11],  $\tau \rightarrow \nu_\tau K^0 K^-$  [12], где важную роль играют каналы с промежуточными векторными мезонами  $\rho$ ,  $\rho'$ ,  $K^*$ ,  $K^{*'}$ . В то же время в таких распадах, как

---

<sup>1</sup>E-mail: volkov@theor.jinr.ru

<sup>2</sup>E-mail: nurlan.qanat@mail.ru

$\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi$  [13],  $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi^- \gamma$  [14],  $\tau \rightarrow \nu_\tau f_1 \pi$  [15], определяющую роль играют каналы с промежуточными аксиально-векторными мезонами (см. [16]). Поскольку при вычислении ширины вышеуказанных распадов важную роль играют промежуточные векторные или аксиально-векторные каналы, то, несомненно, интерес представляет исследование механизма рождения векторных и аксиально-векторных мезонов тау-лептонным током. Изучению этой проблемы посвящена данная работа.

### 1. ЛАГРАНЖИАН В РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ НИЛ ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ $K^*(892)$ , $K^*(1410)$ И АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫХ $K_1(1270)$ , $K_1(1650)$ , $a_1(1260)$ , $a_1(1640)$ МЕЗОНОВ

Лагранжиан кварк-мезонного взаимодействия для векторных  $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$  и аксиально-векторных  $K_1(1270)$ ,  $K_1(1650)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $a_1(1640)$  мезонов в расширенной модели НИЛ имеет вид [10, 17]

$$\Delta L_{\text{int}}(q, \bar{q}, K^*, K^{*'}, a_1, a_1', K_1, K_1') = \bar{q} \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \{ \lambda_{a_1} \gamma_5 (a_{a_1} a_{1\mu}^- + b_{a_1} a_{1\mu}'^-) + \lambda_K (a_{K^*} (K_\mu^{*-} + \gamma_5 K_{1\mu}^-) + b_{K^*} (K_\mu^{*'-} + \gamma_5 K_{1\mu}'^-)) \} q, \quad (1)$$

где  $\bar{q}$ ,  $q$  являются полями  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварков, массы  $m_u = m_d = 280$  МэВ,  $m_s = 420$  МэВ;  $K^* = K^*(892)$ ,  $K^{*'} = K^*(1410)$  — векторные и  $K_1 = K_1(1270)$ ,  $K_1' = K_1(1650)$ ,  $a_1 = a_1(1270)$ ,  $a_1' = a_1(1650)$  — аксиально-векторные мезоны;

$$\lambda_K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \lambda_{a_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} a_{K^*} &= \frac{1}{\sin(2\beta_a^0)} [g_{K^*} \sin(\beta_a + \beta_a^0) + g'_{K^*} f_a(\mathbf{k}^2) \sin(\beta_a - \beta_a^0)]; \\ b_{K^*} &= \frac{-1}{\sin(2\beta_a^0)} [g_{K^*} \cos(\beta_a + \beta_a^0) + g'_{K^*} f_a(\mathbf{k}^2) \cos(\beta_a - \beta_a^0)]; \\ a_{a_1} &= \frac{1}{\sin(2\alpha_a^0)} [g_\rho \sin(\alpha_a + \alpha_a^0) + g'_\rho f_a(\mathbf{k}^2) \sin(\alpha_a - \alpha_a^0)]; \\ b_{a_1} &= \frac{-1}{\sin(2\alpha_a^0)} [g_\rho \cos(\alpha_a + \alpha_a^0) + g'_\rho f_a(\mathbf{k}^2) \cos(\alpha_a - \alpha_a^0)], \end{aligned} \quad (3)$$

$\beta_a = 84,74^\circ$ ,  $\beta_a^0 = 59,56^\circ$  и  $\alpha_a = 79,81^\circ$ ,  $\alpha_a^0 = 61,44^\circ$  — углы смешивания,  $f_a(\mathbf{k}^2) = 1 + d_a k^2$  — формфактор для описания первых радиально-возбужденных состояний мезонов,  $d_a$  — параметр наклона формфактора ( $d_{ud} = -1,784$  ГэВ $^{-2}$ ,  $d_{us} = -1,761$  ГэВ $^{-2}$ ).

Константы связи определены через интегралы:

$$\begin{aligned} g_{K^*} &= \left( \frac{2}{3} I_2(m_u, m_s) \right)^{-1/2}, & g'_{K^*} &= \left( \frac{2}{3} I_2^{f_{us}^2}(m_u, m_s) \right)^{-1/2}, \\ g_\rho &= \left( \frac{2}{3} I_2(m_u, m_u) \right)^{-1/2}, & g'_\rho &= \left( \frac{2}{3} I_2^{f_{us}^2}(m_u, m_u) \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Интеграл  $I_2$  имеет вид

$$I_2^{f^n}(m_1, m_2) = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{f^n(\mathbf{k}^2)}{[m_1^2 - k^2][m_2^2 - k^2]} \Theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2) d^4k, \quad (5)$$

где  $N_c = 3$  — число цветов;  $\Lambda_3$  — универсальный параметр ультрафиолетового обрезания по импульсам кварков.

Значения всех этих величин были вычислены в предыдущих работах [4, 5] и являются определяющими для расширенной модели НИЛ.

## 2. АМПЛИТУДЫ РАСПАДОВ $\tau \rightarrow \nu_\tau (K^*, K^{*'}, K_1, K'_1, a_1, a'_1)$

Диаграммы, описывающие распады  $\tau \rightarrow \nu_\tau (K^*, K^{*'}, K_1, K'_1, a_1, a'_1)$ , изображены на рис. 1, 2.

Амплитуды, соответствующие распадам  $\tau \rightarrow \nu_\tau (K^*, K^{*'}, a_1, a'_1, K_1, K'_1)$ , принимают вид

$$\begin{aligned} A_{\tau \rightarrow \nu_\tau K^* (K^{*'})} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} L_V^\nu |V_{us}| \frac{1}{g_{K^*}} \left( p^2 g_{\nu\mu} - p_\nu p_\mu - \frac{3}{2} (m_s - m_u)^2 g_{\nu\mu} \right) e_\mu^K C_{K^*} (C_{K^{*'}}) = \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} L_V^\nu |V_{us}| \frac{1}{g_{K^*}} \left( m_{K^*}^2 - \frac{3}{2} (m_s - m_u)^2 \right) e_\nu^K C_{K^*} (C_{K^{*'}}), \\ A_{\tau \rightarrow \nu_\tau K_1 (K'_1)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} L_A^\nu |V_{us}| \frac{1}{g_{K^*}} \left( m_{K_1}^2 - \frac{3}{2} (m_s + m_u)^2 \right) e_\nu^{K'} C_{K^*} (C_{K^{*'}}), \\ A_{\tau \rightarrow \nu_\tau a_1 (a'_1)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} L_A^\nu |V_{ud}| \frac{1}{g_p} (m_{a_1}^2 - 6m_u^2) e_\nu^a C_a (C_{a'}), \end{aligned} \quad (6)$$

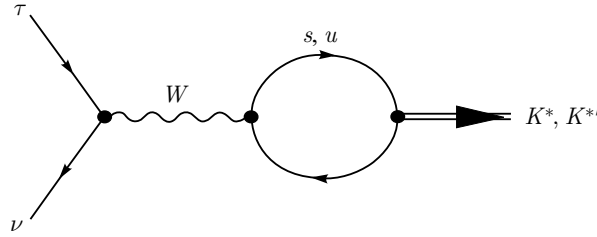


Рис. 1. Диаграмма, описывающая распады  $\tau \rightarrow \nu_\tau (K^*, K^{*'})$

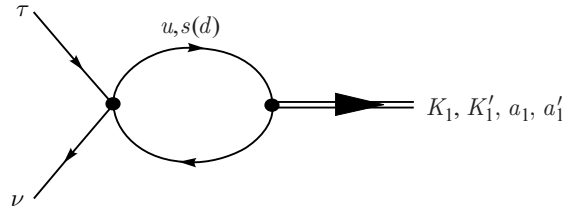


Рис. 2. Диаграмма, описывающая распады  $\tau \rightarrow \nu_\tau (K_1, K'_1)$ ,  $\tau \rightarrow \nu_\tau (a_1, a'_1)$

где

$$\begin{aligned}
C_{K^*} &= \frac{\sin(\beta_a + \beta_a^0)}{\sin(2\beta_a^0)} + R_V \frac{\sin(\beta_a - \beta_a^0)}{\sin(2\beta_a^0)}, \\
C_{K^{*'}} &= \frac{\cos(\beta_a + \beta_a^0)}{\cos(2\beta_a^0)} + R_V \frac{\cos(\beta_a - \beta_a^0)}{\cos(2\beta_a^0)}, \\
C_a &= \frac{\sin(\alpha_a + \alpha_a^0)}{\sin(2\alpha_a^0)} + R_B \frac{\sin(\alpha_a - \alpha_a^0)}{\sin(2\alpha_a^0)}, \\
C_{a'} &= \frac{\cos(\alpha_a + \alpha_a^0)}{\cos(2\alpha_a^0)} + R_B \frac{\cos(\alpha_a - \alpha_a^0)}{\cos(2\alpha_a^0)},
\end{aligned} \tag{7}$$

где

$$R_V = \frac{I_2^{f_{us}}(m_u, m_s)}{\sqrt{I_2(m_u, m_s) I_2^{f_{us} f_{us}}(m_u, m_s)}}, \quad R_B = \frac{I_2^{f_{ud}}(m_u, m_d)}{\sqrt{I_2(m_u, m_d) I_2^{f_{ud} f_{ud}}(m_u, m_d)}}. \tag{8}$$

$G_F = 1,16637 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ}^{-2}$  — константа Ферми;  $V_{us}$ ,  $V_{ud}$  — элементы матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ ШИРИН РАСПАДОВ ТАУ-ЛЕПТОНОВ

Выражение для квадрата амплитуды распада  $\tau \rightarrow \nu_\tau K^*$  (892) имеет вид

$$\begin{aligned}
|A_{\tau \rightarrow \nu_\tau K^*}|^2 &= 2G_F^2 |V_{us}|^2 \frac{1}{g_{K^*}^2} \left( m_{K^*}^2 - \frac{3}{2}(m_s - m_u)^2 \right)^2 \times \\
&\quad \times \left( \frac{m_\tau^2 - m_{K^*}^2}{2} \right) \left( 2 + \frac{m_\tau^2}{m_{K^*}^2} \right) C_{K^*}^2. \tag{9}
\end{aligned}$$

Аналогичные выражения получатся и для остальных распадов.

Для ширины распада  $\tau \rightarrow \nu_\tau K^*$  (892) имеем

$$\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau K^*) = \frac{|A_{\tau \rightarrow \nu_\tau K^*}|^2}{2 \cdot 2m_\tau} \int \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu (2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{2E_k (2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_\nu + p_k - p_\tau). \tag{10}$$

Интеграл по фазовому объему находим следующим образом:

$$\int \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu (2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{2E_k (2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_\nu + p_k - p_\tau) = \frac{m_\tau^2 - m_{K^*}^2}{8\pi m_\tau^2}. \tag{11}$$

Полученные теоретические значения для ширин распадов тау-лептонов, а также их экспериментальные значения приведены в таблице.

В таблице отсутствуют теоретические значения для распадов тау-лептонов на векторные мезоны  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$ , поскольку значения ширин этих распадов вычислены

**Сравнение предсказаний модели НИЛ с экспериментальными данными**

Распад	Расчет в рамках модели НИЛ, МэВ	Эксперимент PDG, МэВ [19]
$\tau \rightarrow \nu_\tau K^*(892)$	$2,60 \cdot 10^{-11}$	$(2,72 \pm 0,15) \cdot 10^{-11}$
$\tau \rightarrow \nu_\tau K^*(1410)$	$5,15 \cdot 10^{-12}$	$3,4 \begin{smallmatrix} +3,178 \\ -2,27 \end{smallmatrix} \cdot 10^{-12}$
$\tau \rightarrow \nu_\tau K_1(1270)$	$0,907 \cdot 10^{-11}$	$(1,06 \pm 0,244) \cdot 10^{-11}$
$\tau \rightarrow \nu_\tau K_1(1650)$	$6,78 \cdot 10^{-13}$	—
$\tau \rightarrow \nu_\tau a_1(1260)$	$3,20 \cdot 10^{-10}$	—
$\tau \rightarrow \nu_\tau a_1(1640)$	$1,437 \cdot 10^{-11}$	—

в рамках расширенной модели НИЛ в работе [18]. Там же были рассмотрены распады  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ). Однако в приведенных там теоретических и экспериментальных данных для ширин этих распадов допущены ошибки. Поэтому в этой работе мы заново провели вычисления этих процессов в рамках расширенной модели НИЛ. Полученные результаты содержатся в таблице.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В рассмотренных процессах экспериментальные данные для распада тау-лептонов как на основные, так и на радиально-возбужденные состояния мезонов имеются только для процессов  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $K^*(892)$ ,  $K^*(1410)$ ). Поэтому проведем анализ полученных нами результатов на основе рассмотрения только этих процессов. Эксперимент показывает, что ширина распада  $\tau \rightarrow \nu_\tau K^*(1410)$  оказывается в 8 раз меньше ширины распада на основное состояние. В нашей модели это отношение главным образом обеспечивается за счет учета зависимости амплитуд от углов смешивания основных и возбужденных состояний (уменьшение в 4 раза). Дальнейшее согласие с экспериментальными данными достигается за счет импульсной структуры амплитуды и уменьшения фазового объема.

Многие авторы при описании амплитуды перехода лептонного тока в векторный мезон используют модель векторной доминантности [20–24]. Интересно отметить, что в нашем случае использование модели векторной доминантности приводит к тем же самым результатам, что и использование градиентно-инвариантной ( $p^2 g_{\nu\mu} - p_\nu p_\mu$ ) формы для амплитуды, описывающей рождение лептонным током векторного мезона. В то же время в более сложных процессах распадов тау-лептонов, когда векторные мезоны являются промежуточными состояниями и распадаются на более сложные конечные продукты, оказывается, что произведение члена  $p_\nu p_\mu$  и вершины, описывающей распад векторного мезона, равно нулю. Это имеет место в случае таких распадов, как  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $\pi^- \pi^0$ ,  $K^- K^0$ ,  $\pi^- \omega$ ). В этих случаях использование как модели векторной доминантности, так и амплитуды градиентно-инвариантной формы приводит к одинаковым результатам. Однако для таких распадов, как  $\tau \rightarrow \nu_\tau$  ( $\pi(\pi'(1300))$ ,  $\pi(\eta, \eta')$ ,  $K\pi$ ,  $K(\eta, \eta')$ ), пренебрегать членом  $p_\nu p_\mu$  не следует. Поэтому мы рекомендуем использовать градиентно-инвариантную форму для амплитуды, описывающей переход лептонного тока в векторный мезон, во всех случаях.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность А. Б. Арбузову и А. А. Пивоварову за полезные обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Volkov M. K., Weiss C. A Chiral Lagrangian for Excited Pions // Phys. Rev. D. 1997. V. 56. P. 221–229.
2. Volkov M. K. Excited Pseudoscalar and Vector Mesons in the  $U(3) \times U(3)$  Chiral Model // Phys. At. Nucl. 1997. V. 60, No. 11. P. 2094–2103.
3. Volkov M. K., Ebert D., Nagy M. Excited Pions,  $\rho$ - and  $\omega$ -Mesons and Their Decays in a Chiral  $SU(2) \times SU(2)$  Lagrangian // Intern. J. Mod. Phys. A. 1998. V. 13. P. 5443.
4. Volkov M. K., Yudichev V. L. Radially Excited Scalar, Pseudoscalar and Vector Meson Nonets in a Chiral Quark Model // Phys. Part. Nucl. 2000. V. 31. P. 282.
5. Volkov M. K., Radzhabov A. E. The Nambu–Jona-Lasinio Model and Its Development // Phys. Usp. 2006. V. 49. P. 551.
6. Volkov M. K., Kostunin D. G.  $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$  Decay in the Extended NJL Model // Phys. Part. Nucl. Lett. 2013. V. 10. P. 7.
7. Volkov M. K., Kostunin D. G. The Decay  $\rho^- \rightarrow \eta \pi^-$  and  $\tau^- \rightarrow \eta(\eta') \pi^- \nu$  // Phys. Rev. D. 2012. V. 86. P. 013005.
8. Volkov M. K., Arbuzov A. B., Kostunin D. G. The Decay  $\tau \rightarrow \pi \omega \nu$  in the Extended NJL Model // Phys. Rev. D. 2012. V. 86. P. 057301.
9. Volkov M. K., Arbuzov A. B., Kostunin D. G. The  $e^- e^+ \rightarrow \eta(\eta') \pi^- \nu$  Process in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Phys. Rev. C. 2014. V. 89. P. 015202.
10. Volkov M. K., Pivovarov A. A. The Decay  $\tau \rightarrow K^- \pi^0 \nu_\tau$  in the Nambu–Jona-Lasinio Model // Mod. Phys. Lett. A. 2016. V. 31. P. 1650043.
11. Volkov M. K., Pivovarov A. A. Decays  $\tau \rightarrow (\eta, \eta') K^- \nu_\tau$  in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // JETP Lett. 2016. V. 103. P. 613.
12. Volkov M. K., Pivovarov A. A. The Decay  $\tau \rightarrow K^0 K^- \nu_\tau$  in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Mod. Phys. Lett. A. 2016. V. 31. P. 1650138.
13. Ivanov Y. P., Osipov A. A., Volkov M. K. The Decay  $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$  and Characteristics of  $a_1$  Meson // Z. Phys. C. 1991. V. 49. P. 563.
14. Ivanov Y. P., Osipov A. A., Volkov M. K. Radiative Decay  $\tau \rightarrow \nu_\tau \pi \gamma$  // Phys. Lett. B. 1990. V. 242. P. 498.
15. Vishneva A. V., Volkov M. K., Kostunin D. G. The Decay  $\tau \rightarrow f_1 \pi \nu$  in the Nambu–Jona-Lasinio Model // Eur. Phys. J. A. 2014. V. 50. P. 137.
16. Volkov M. K., Arbuzov A. B. Processes of Meson Production in Electron–Positron Collisions and Tau Lepton Decays within the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Phys. Ups. (submitted); doi: 10.3367/UFNe.2016.11.037964.
17. Vishneva A. V., Volkov M. K. Radially Excited Axial-Vector Mesons in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Intern. J. Mod. Phys. A. 2014. V. 29. P. 1450125.
18. Ahmadov A. I., Kalinovsky Yu. L., Volkov M. K. Decays of in the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // Intern. J. Mod. Phys. A. 2015. V. 26. P. 1550161.
19. Olive K. A. et al. Particle Data Group Collaboration // Chin. Phys. C. 2014. V. 38.
20. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1989.
21. Lopez Castro G., Falcon D. A. VMD Description of  $\tau \rightarrow (\omega, \phi) \pi^- \nu_\tau$  Decays and the  $\omega$ – $\phi$  Mixing Angle // Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 4400.

22. *Tlalpa A., Lopez Castro G.*  $(\omega, \phi)P^-$  Decays of Tau Leptons // *Phys. Rev. D.* 2008. V.77. P.113011.
23. *Guo Z.H.* Study of  $\tau^- \rightarrow VP^- \nu_\tau$  in the Framework of Resonance Chiral Theory // *Ibid.* V.78. P.033004.
24. *Gomez Dumm D., Roig P.* Resonance Chiral Lagrangian Analysis of  $\tau^- \rightarrow \eta' \pi^- \pi^0 \nu_\tau$  Decays // *Phys. Rev. D.* 2012. V.86. P.076009.

Получено 21 декабря 2016 г.