ФИЗИКА И ТЕХНИКА УСКОРИТЕЛЕЙ

# НОВАЯ СТАНЦИЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СПОНТАННОГО ОНДУЛЯТОРНОГО И ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ 3-ГО ЛАЗЕРА НОВОСИБИРСКОГО ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

В. М. Борин <sup>а,б,в,1</sup>, Н. А. Винокуров <sup>а,б</sup>, В. В. Герасимов <sup>а</sup>, Я. В. Гетманов <sup>а,б,в</sup>, В. Л. Дорохов <sup>а</sup>, О. И. Мешков <sup>а,б</sup>, О. А. Шевченко <sup>а</sup>

<sup>а</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>6</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

в Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

В данной работе описаны существующие и разрабатываемые станции диагностики параметров пучка 3-й очереди новосибирского лазера на свободных электронах (ЛСЭ). Представлена модификация метода определения энергетического разброса электронного пучка по спектру спонтанного ондуляторного излучения в условиях работы новосибирского ЛСЭ.

This paper describes the existing and developed stations for diagnostics of beam parameters of the 3rd stage of the Novosibirsk free electron laser (FEL). A modification of the method for the energy spread measurement of an electron using the spectrum of spontaneous undulator radiation under the operating conditions of the Novosibirsk FEL is presented.

PACS: 29.20.-c; 41.60.Cr; 29.27.-a

#### введение

Третий лазер новосибирского лазера на свободных электронах начал свою работу в 2016 г. [1]. Основные параметры лазера указаны в табл. 1. Лазер установлен на 4-й дорожке ускорителя-рекуператора. Его магнитная структура достаточно сложная: пучки электронов имеют различный относительный энергетический разброс на разных дорожках ускорителя. Кроме того, в ускорителе находятся одновременно несколько пучков электронов (ускоряющихся и замедляющихся) (рис. 1).

Процесс генерации лазерного излучения на четвертой дорожке новосибирского ЛСЭ накладывает строгие требования на параметры электронного пучка и настройку ускорителя [2]. Лазерная генерация также оказывает существенное влияние на энергетический разброс электронов в пучке, что может повлечь за собой дополнительные

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>E-mail: V.M.Borin@inp.nsk.su

Таблииа	1.	Парамети	зы т	ретьего	лазера	новосиби	оского	ЛСЭ
1 0000000000000000				P				

Параметр	Значение
Диапазон длин волн, мкм	8-11
Максимальная частота повторения пучков, МГц	3,76
Максимальная средняя мощность, кВт	0,1
Энергия пучка, МэВ	38 - 42
Средний ток, мА	3



Рис. 1 (цветной в электронной версии). Схема новосибирского лазера на свободных электронах: 1 — инжектор электронов; 2 — ускоряющая секция; 3 и 4 — дипольные магниты; 5 и 6 квадрупольные линзы; 7 — ондуляторы; 8 — зеркала оптического резонатора ЛСЭ; 9 — поглотитель электронов. На схеме показаны примерные значения энергии, токов и энергетических разбросов на разных дорожках. Красным овалом отмечена область размещения диагностики, показанная на рис. 3

потери пучка в процессе замедления, после прохождения ондуляторов. Это приводит к необходимости коррекции магнитной системы ускорителя, однако коррекция магнитной системы для уменьшения потерь частиц на 1–3-й дорожках влияет также на параметры пучков, ускоряемых для генерации лазерного излучения, что осложняет задачу. Энергия электронов на 4-й дорожке ускорителя приблизительно равна 40 МэВ, что приводит к трудностям использования оптических методов диагностики пучка.

Ондулятор третьего лазера разделен на 3 части для проведения экспериментов по электронному выводу излучения [3]. Исследование этого режима работы установки требует использования быстрых детекторов инфракрасного излучения, способных регистрировать отдельные импульсы лазерного излучения.

С момента запуска третьего лазера проводится активная работа по созданию станций оптической диагностики параметров электронного пучка и лазерного излучения [5, 6]. Традиционно для измерения поперечного профиля электронного пучка в



Рис. 2 (цветной в электронной версии). Спектр СИ из дипольного магнита для станции диагностики, красными штриховыми линиями отмечена регистрируемая область спектра

циклическом ускорителе применяется регистрация синхротронного излучения (СИ) из поворотных магнитов. При использовании этого метода на новосибирском ЛСЭ возникает ряд проблем. Расчетный спектр СИ из дипольного магнита представлен на рис. 2. Как видно, при энергии пучка E = 40 МэВ поток фотонов в оптической части спектра достаточно мал (для примера: поток фотонов, попадающий на станцию диагностики из поворотного магнита коллайдера ВЭПП-4М, на 5 порядков выше, при энергии пучка 2 ГэВ и радиусе поворота 40 м). Существенной является также проблема высокой остаточной радиоактивности в помещении ускорителя, которая не позволяет выполнять работы по настройке и юстировке оборудования, расположенного в ускорительном зале. К сожалению, вывести СИ из зала ускорителя технически сложно.

В течение последних лет на 4-й дорожке было установлено 2 станции для наблюдения за поперечным профилем пучка. Станции оснащались радиационно стойкими камерами производства Thermofisher scientific [4] и дистанционно управляемыми зеркалами и объективами. Результаты работы первых двух станций позволили улучшить контроль за параметрами пучка и показали необходимость расширения возможностей систем диагностики.

#### ДИАГНОСТИКА ПОПЕРЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Уже функционирующие две станции диагностики поперечных размеров пучка [5,6] расположены на 4-й дорожке новосибирского ЛСЭ до и после ондуляторов, предназначенных для генерации излучения (см. рис. 1, 2).

На первой станции, используемой для измерения параметров Твисса перед ондуляторами ЛСЭ, наблюдение за размерами пучка происходит через оптическое переходное излучение, возникающее при вводе графитовой фольги толщиной 25 мкм (1 на рис. 3) в траекторию пролета пучка. Пример данных, полученных на этой станции, показан на рис. 4 и 5.

Профили изображения пучка на первой станции хорошо аппроксимируются гауссовой функцией, что позволяет без особых проблем определять размер пучка. Изме-



Рис. 3. Схема расположения станций диагностики, работающих в видимом диапазоне излучения: 1 — вводной экран из графитовой фольги; 2 и 3 — точки измерения профилей электронного пучка; 4 — дистанционно управляемый объектив; 5 — дистанционно управляемое зеркало, выполняющее переключение между точками наблюдения 2 и 3; А — камера первой станции диагностики; В — камера второй станции диагностики; С — новая станция ИК-диагностики



Рис. 4. Поперечные профили пучка электронов на третьем лазере. *a*) Изображение пучка до ондуляторов (первая станция диагностики). *б*) Изображение пучка после ондуляторов (вторая станция диагностики)



Рис. 5. Измерения параметров Твисса. Измеренные значения: вертикальный эмиттанс  $\varepsilon_y = 0,44$  мм · мрад, горизонтальный  $\varepsilon_x = 1$  мм · мрад

ряя размеры пучка при разных силах квадрупольных линз, расположенных до места установки фольги (см. рис. 2), можно восстановить параметры Твисса (см. рис. 5). Эти измерения регулярно производятся при настройке режимов работы 3-го лазера.

Вторая станция используется для контроля поперечных размеров пучка после ондуляторов и регистрирует СИ из поворотного магнита (3 на рис.3). Наблюдаемый радиальный профиль на второй станции диагностики имеет существенно более сложную структуру (рис.6).

При различных режимах работы ЛСЭ наблюдается схожесть в зависимости профиля электронного пучка от наличия или отсутствия лазерной генерации. При наличии генерации в центральной части радиального распределения наблюдается уменьшение плотности частиц, одновременно с этим на правом склоне профиля, соответствующем траекториям частиц с меньшей энергией, плотность распределения возрастает. При



Рис. 6 (цветной в электронной версии). Радиальные профили пучка, зарегистрированные при разных режимах настройки 3-го лазера. Синий (1) — профиль пучка при отсутствии лазерной генерации, красный (2) — профиль пучка при наличии лазерной генерации



Рис. 7 (цветной в электронной версии). Расчетное изменение энергетического разброса. Красной линией (2) отмечен режим с большей мощностью лазерного излучения

этом вертикальный профиль пучка не меняет своей формы или положения. Подобное изменение наблюдается регулярно.

Изменение радиального распределения частиц в пучке может быть связано с перераспределением частиц по энергиям в результате лазерной генерации. Наличие ненулевой дисперсионной функции (0,65 м) приводит к горизонтальному смещению частиц, пропорциональному отклонению импульса от равновесного значения  $\Delta x = \eta(\Delta P/p)$ , где  $\Delta x -$  сдвиг положения частицы с импульсом, отличающимся от равновесного P на величину  $\Delta P$ ,  $\eta -$  дисперсионная функция в месте регистрации положения. Результаты численного моделирования по изменению энергетического распределения частиц в пучке, вызванного процессом лазерной генерации, представлены на рис.7.

Для детального объяснения структуры профиля требуется проведение дополнительного изучения параметров пучка, таких как энергетический разброс частиц в пучке и спектр спонтанного ондуляторного излучения. Также требуется моделирование динамики пучка в условиях лазерной генерации на участке от первой до второй станций диагностики. Необходимые измерения будут обеспечиваться новыми станциями диагностики пучка.

Набор диагностик будет дополнен еще одной станцией для измерения поперечных размеров пучка. Она также будет регистрировать СИ из дипольного магнита (2 на рис. 3), но из области с существенно меньшей дисперсионной функцией, что позволит оценить энергетический разброс пучка. Существенное отличие дисперсионных функций в местах излучения второй и третьей станций позволит провести анализ влияния энергетического распределения частиц в пучке на радиальный профиль.

## СТАНЦИЯ ДИАГНОСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ 3-ГО ЛАЗЕРА В ИК-ДИАПАЗОНЕ

Новая станция диагностики спроектирована для выполнения большого круга задач, таких как измерение спектра лазерного и спонтанного излучения, измерение интенсивностей отдельных импульсов лазерного излучения и определение энергетического разброса частиц в пучке. Для работы станции используется лазерное и



Рис. 8. Схема станции диагностики излучения 3-го лазера в ИК-диапазоне: *1* — монохроматор; *2* — детектор ИКизлучения; *3* — оптический тракт спонтанное ондуляторное излучение в диапазоне длин волн 8–11 мкм (1-я гармоника излучения). Схема станции ИК-диапазона представлена на рис. 8.

Для регистрации спектров излучения станция оснащена монохроматором МДР-41. Монохроматор может работать в широком диапазоне длин волн, изменяемом за счет смены дифракционной решетки. Для работы была выбрана дифракционная решетка, позволяющая регистрировать излучение в пределах от 8 до 20 мкм. Калибровка монохроматора производилась по наблюдению высоких

порядков дифракции трех лазеров: 532, 632,8, 1150 нм. Рассмотрим особенности использованной методики калибровки на примере лазера с длиной волны 632,8 нм. Так как рабочая область в выбранном диапазоне находится в пределах от 8 до 20 мкм, первым попадающим на выход монохроматора порядком дифракции в этом случае будет 13-й порядок. Показания шкалы длин волн монохроматора при этом будут соответствовать длине волны 8226,4 нм. Таким образом, изменяя пропускаемую монохроматором длину волны, можно регистрировать следующие порядки дифракции. Однако необходимо удостовериться в правильности определения номера первого зарегистрированного порядка дифракции. Для этого регистрируется аналогичная последовательность высоких порядков дифракции для других лазеров (532 и 1150 нм), после чего по расстоянию между различными зарегистрированными линиями можно однозначно установить номера наблюдаемых порядков дифракции. Итоговая точность калибровки в выбранном диапазоне 8–20 мкм составляет 0,2 нм.

Рассчитанный с помощью пакета SRW [7] спектр спонтанного излучения из ондуляторов 3-го лазера представлен на рис.9. Параметры, использованные для рас-



Рис. 9. Спектр спонтанного излучения ондуляторов третьего лазера

Параметр	Значение
Параметр ондуляторности	1,19
Период ондулятора, мм	60
Средний ток пучка, мА	1
Энергия пучка, МэВ	39,8
Энергетический разброс	0,002
Вертикальный эмиттанс, мм мрад	0,44
Горизонтальный эмиттанс, мм мрад	1

Таблица 2. Параметры, использованные при расчете спектра ондуляторного излучения

четов, представлены в табл. 2. Спектральная мощность спонтанного ондуляторного излучения находится в диапазоне десятков микроватт. Для его регистрации будет применяться охлаждаемая КРТ-матрица (кадмий-ртуть-теллур).

## ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ НОВОЙ СТАНЦИИ ДИАГНОСТИКИ

Во время первых экспериментов с применением новой станции диагностики были проведены эксперименты по измерению спектра генерации 3-го лазера. Измерения были проведены с помощью болометрической матрицы. Схема эксперимента была следующей: матрица помещалась на некотором удалении от выхода монохроматора,



Рис. 10. Изображение спектра лазерного излучения на болометрической матрице



Рис. 11. Измеренный спектр лазерного излучения

монохроматор открывался на пропускание максимально широкого спектра. Изображение на матрице строилось с помощью линзы из селенида цинка (пример изображения представлен на рис. 10). По изображению на матрице определялось спектральное распределение излучения. Измеренный спектр представлен на рис. 11, красными вертикальными линиями отмечены границы регистрируемого спектрального интервала.

### МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА

Новая станция диагностики будет использоваться для измерений энергетического разброса частиц в пучке по спектру спонтанного ондуляторного излучения. Опишем методику проведения планируемых экспериментов, опираясь на результаты работы [8]. Интенсивность спонтанного излучения одного электрона при пролете через ондулятор определяется следующим выражением:

$$I(\lambda) = I_1(\lambda, \gamma) \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi N_u \left( \frac{\lambda_r(\theta)}{\lambda} - 1 \right) \right], \tag{1}$$

$$\lambda_r\left(\theta\right) = \frac{\lambda_u}{n^2 \gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} + \theta^2 \gamma^2\right),\tag{2}$$

где  $\lambda_r(\theta)$  — резонансная длина волны;  $N_u$  — число периодов ондулятора;  $\lambda_u$  — период ондулятора; K — параметр ондуляторности;  $\gamma = E/mc^2$  — энергия электрона;  $\theta$  — угол излучения; n — номер гармоники;  $I_1(\lambda, \gamma) \propto 1/(\lambda^4 \gamma^2)$  — амплитудный коэффициент. Для сгустка электронов, имеющих распределение по энергиям конечной ширины, необходимо его учитывать. Для этого нужно проинтегрировать интенсивность по энергетическому распределению частиц. В случае распределения Гаусса, пренебрегая зависимостью спектра излучения от угла (предел малых углов), получаем следующий результат:

$$I(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(\lambda, \gamma) \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi N_u \left( \frac{\lambda_r(0)}{\lambda} - 1 \right) \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma} \exp\left( -\frac{(\sigma - \gamma_0)^2}{2\sigma_\gamma^2} \right) d\gamma, \quad (3)$$

где  $\sigma_{\gamma}$  — ширина энергетического распределения электронов в пучке;  $\gamma_0$  — средняя энергия частиц в сгустке.

Формула (3) определяет связь между спектральными характеристиками излучения и шириной энергетического распределения частиц в пучке. Используя эту связь, можно по измеренному спектру спонтанного ондуляторного излучения определить энергетический разброс частиц в пучке. Можно проводить расчет спектра спонтанного ондуляторного излучения, изменяя параметры пучка в пакете SRW для получения наилучшего совпадения расчетного и измеренного спектров. Такой способ, однако, является достаточно медленным, а его автоматизация требует использования стороннего программного обеспечения, поэтому определять энергетический разброс будем численно, пользуясь методом наименьших квадратов и формулой (3). Интеграл (3) не имеет простого аналитического решения, что усложняет задачу численного определения неизвестных параметров по измеренному спектру. Для упрощения задачи можно воспользоваться методом численного интегрирования с помощью интегрального приближения Гаусса-Эрмита [9]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-t^{2}\right)g(t) dt \approx \sum_{i=1}^{n} \omega_{i,n}g(t_{i,n}), \ \omega_{i,n} = \frac{2^{n-1}n!\sqrt{\pi}}{n^{2}(H_{n-1}(t_{i,n}))},$$
(4)

где  $t_{i,n}$  — это *i*-й нуль полинома Эрмита *n*-го порядка  $H_n$ , т. е.  $H_n(t_{i,n}) = 0$ . В результате применения данного метода к формуле (3) получаем формулу для вычисления значения интеграла:

$$I_{\text{tot}} = I_1 \sum_{i=1}^n \frac{2^{n-1} n!}{n^2 (H_{n-1}(t_{i,n}))^2} \left( \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi N_u \left( \frac{\lambda_u \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right)}{2\lambda (\gamma_0 + \sqrt{2}\sigma_\gamma t_{i,n})^2} \right) \right] \right) + R_n, \quad (5)$$

где  $R_n$  — остаточный член, который быстро убывает с увеличением n. Однако в случае большого угла излучения необходимо учитывать угловое распределение интенсивности. Для этого в формуле (5) необходимо заменить  $\lambda_r(0) = \lambda_u (1 + (K^2/2))/2Q_{i,n}$  на  $\lambda_r(0) = \lambda_u (1 + (K^2/2) + \theta^2 Q_{i,n}^2)/2Q_{i,n}$ , где  $Q_{i,n} = \gamma_0 + \sqrt{2}\sigma_\gamma t_{i,n}$ , и провести суммирование по всем углам от 0 до максимального угла, определяемого апертурой оптического тракта. Тогда получится следующая формула:

$$I_{\text{tot}} = I_1 \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{n} \frac{2^{n-1} n!}{n^2 \left(H_{n-1}\left(t_{i,n}\right)\right)^2} \times \left( \operatorname{sinc}^2 \left[ \pi N_u \left( \frac{\lambda_u \left(1 + \frac{K^2}{2} + \left(d\theta^2 m\right)^2 Q_{i,n}^2\right)}{2\lambda Q_{i,n}^2} \right) \right] \right) + R_n, \quad (6)$$

где  $d\theta$  — шаг сетки вычислений по углам, а  $m = [0, 1, \dots, M]$ .

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА

Учитывая низкую мощность спонтанного ондуляторного излучения, уменьшать апертуру для упрощения методики измерений не представляется возможным, поэтому для аппроксимации спектров использована функция (6). Пример моделирования с аппроксимацией по (6) показан на рис. 12, а полученные результаты представлены в табл. 3.

Построим два расчетных спектра излучения. В одном из расчетов учитывается наличие эмиттанса, во втором расчете зададим эмиттанс нулевым, а энергетический разброс — равным 0,003. Сравнение спектров представлено на рис. 13. Можно заметить, что основное отличие спектров находится в длинноволновой области. Таким образом, можно предположить, что если использовать только коротковолновую половину спектра, то можно существенно уменьшить влияние эмиттанса на форму спектра спонтанного ондуляторного излучения.



Рис. 12. Пример аппроксимации с учетом углового распределения: сплошная линия — расчетный спектр (разброс 0,004), штриховая — наилучшее приближение формулой (6)

Таблица 3. Результаты моделирования эксперимента с аппроксимацией формулой (6)

0,002         0,00297         48,65           0,003         0,00378         26,17
0,003 0,00378 26,17
0,004 0,00468 16,94
0,005 0,00557 11,54



Рис. 13. Сравнение расчетных спектров ондуляторного излучения: штриховая линия — без учета эмиттанса, сплошная — с учетом эмиттанса

По результатам моделирования расчетного спектра по коротковолновой части можно заключить, что данная модификация метода дает удовлетворительный результат

энергетического разброса с ошибкой, не превышающей 5%. Ошибка обусловлена все еще заметным влиянием эмиттанса на коротковолновую часть спектра.

Результаты и пример аппроксимации по коротковолновой половине спектра представлены на рис. 14 и в табл. 4.

Учитывая все особенности реальной схемы эксперимента, построим модельный спектр, который ожидается зарегистрировать в эксперименте. Результаты представлены в табл. 5 и на рис. 15.

По результатам моделирования можно сделать вывод, что в реальном эксперименте ожидаемая ошибка измерения энергетического разброса не будет превышать 10% —



Рис. 14. Пример аппроксимации с учетом углового распределения: сплошная линия — расчетный спектр (разброс 0,004), штриховая — наилучшее приближение формулой (6)

Таблица 4. Результаты моделирования эксперимента с аппроксимацией по коротковолновой части спектра формулой (6)

$\sigma_{\gamma}/\gamma_{0_{ m set}}$	$\sigma_\gamma/\gamma_{0_{ m fit}}$	Ошибка, %
0,001	0,00095	5,4
0,002	0,00196	1,6
0,003	0,00311	3,8
0,004	0,00423	5,9
0,005	0,00522	4,5

Таблица	5. I	Результаты	моделировани	ия эксперимента
---------	------	------------	--------------	-----------------

$\sigma_{\gamma}/\gamma_{0_{ m set}}$	$\sigma_\gamma/\gamma_{0_{ m fit}}$	Ошибка, %
0,001	0,00113	13
0,002	0,00212	5
0,003	0,00283	5,6
0,004	0,00411	2,7
0,005	0,00529	5,8



Рис. 15. Пример аппроксимации с учетом предполагаемых условий проведения эксперимента

такой результат является приемлемым для дальнейшей работы. Методика измерений в дальнейшем может быть изменена для явного учета искажения спектра вследствие ненулевого эмиттанса.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На 4-й дорожке новосибирского ЛСЭ успешно работают две станции оптической диагностики пучка, используемые при настройке режимов работы ускорителя. Новая станция диагностики параметров лазерного и ондуляторного излучения подготовлена к работе. В результате проведенного моделирования была предложена модификация метода, рассмотренного ранее в работе [8], позволяющая проводить измерение относительного энергетического разброса электронного пучка в ондуляторах третьего лазера новосибирского ЛСЭ с относительной точностью, составляющей 10%. В результате первых экспериментов на станции был измерен спектр лазерной генерации 3-го лазера новосибирского ЛСЭ. В дальнейшем планируется проведение экспериментов по измерению спектра спонтанного ондуляторного излучения с последующим определением энергетического разброса электронного пучка.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90138.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Shevchenko O.A. et al. The Novosibirsk Free Electron Laser Unique Source of Terahertz and Infrared Coherent Radiation // Phys. Procedia. 2016. V. 84. P. 13-18.
- Shevchenko O.A. et al. Current Status of the Novosibirsk Infrared FEL and the Third Stage Lasing // Phys. Part. Nucl. Lett. 2016. V. 13. P. 1002–1005.
- 3. *Getmanov Ya. V. et al.* Electron Outcoupling System of Novosibirsk Free Electron Laser Facility Beam Dynamics Calculation and the First Experiments // Proc. of the 63rd Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop on Energy Recovery Linacs (ERL'19), Berlin, Sept. 2019. P. 98–102.

- 4. Thermo Fisher Scientific. https://www.thermofisher.com.
- Borin V. M. et al. An Experimental Study of Beam Dynamics in the ERL-Based Novosibirsk Free Electron Laser // Proc. of the 8th Intern. Part. Accel. Conf. (IPAC'17), Copenhagen, May 2017. P. 3781–3783.
- 6. Getmanov Ya. et al. // J. Instrum. 2020. V. 15. P. T06004.
- Chubar O., Elleaume P. Accurate and Efficient Computation of Synchrotron Radiation in the Near Field Region // Proc. of the EPAC98 Conf., June 22–26, 1998. P. 1177–1179.
- 8. Jia B. et al. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. V. 13. P. 080702.
- 9. Steen N. M. Gaussian Quadratures. Westinghouse Electric Co. Report WAPD-TM-773. 1968.

Получено 29 сентября 2021 г.