Письма в ЭЧАЯ. 2022. Т. 19, № 6(245). С. 522–531

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

ОГРАНИЧЕНИЯ, НАКЛАДЫВАЕМЫЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИЕЙ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ

Н. Л. Чуприков[1]

Томский государственный педагогический университет, Томск, Россия

На примере частицы в одномерном конфигурационном пространстве (ОКП) показано, что знание волновой функции предполагает не только статистические ограничения на результаты измерений. В частности, помимо поля (плотности) вероятности в ОКП, волновая функция предполагает также существование двух полей, которые предсказывают для каждой точки ОКП два (равновероятных) значения импульса частицы: среднее значение этих двух импульсов в каждой точке связано только с фазой волновой функции, а их разность (совпадающая с «квантово-механическим потенциалом» Бома) — только с амплитудой волновой функции. Для обоих полей получен аналог соотношения неопределенностей Гейзенберга.

Using the example of a particle in a one-dimensional configuration space (OCS), it is shown that knowledge of the wave function implies not only statistical restrictions on the results of measurements. In particular, in addition to the probability (density) field, the wave function also assumes the existence in the OCS of two fields which predict for each point of the OCS two (equiprobable) values of the particle momentum: the average value of these two momenta at each point is related only to the phase of the wave function, and their difference (coinciding with Bohm's quantum mechanical potential) — only to the amplitude of the wave function. For both fields, an analogue of the Heisenberg uncertainty relation is obtained.

PACS: 03.65.–w; 03.65.Nk; 03.65.Xp; 03.65.Ta

ВВЕДЕНИЕ

В самом начале своей книги [1] Джон Белл пишет: *"To know the quantum mechanical state of a system implies, in general, only statistical restrictions on the results of measurements."* Эту мысль дополняет фраза из статьи [2]: «...отсутствие определенных значений измеряемых величин до момента измерения является фундаментальным выводом квантовой теории в копенгагенской интерпретации». Хотя эти утверждения не равнозначны, в основе обоих лежит правило Борна, которое, как известно, придает физический смысл только квадрату модуля волновой функции. Согласно существующей формулировке этого правила, в момент измерения любой одночастичной наблюдаемой результатом измерения может быть любое из ее собственных значений, а

[1]E-mail: chnl@tspu.edu.ru

вероятность этого события определяется квадратом модуля волновой функции в представлении этой наблюдаемой. При этом, согласно копенгагенской интерпретации, одновременное измерение координаты и импульса частицы исключается в принципе.

Все это делает невозможной последовательную физическую интерпретацию квантовой теории, поскольку в этой ситуации перед исследователями стоит неразрешимая дилемма — либо вводить, как это делается в «гидродинамической» формулировке квантовой механики [3–5], определенные значения измеряемых величин как «локальные скрытые параметры», либо полагать, как это делается в ортодоксальном подходе, что они появляются в момент измерения. Но первое противоречит теории скрытых параметров Бэлла (см. [1]), а во втором случае возникает естественный вопрос, какое отношение эти «порождаемые измерением» значения имеют к исследуемой микросистеме. Поэтому фраза Давида Мермина — «Заткнись и вычисляй» — вполне соответствует сложившейся ситуации.

В то же время такая позиция неприемлема в принципе: квантовая механика, с ее успешным вычислительным аппаратом, предполагает физическую интерпретацию, причем единственную. Что же касается сложившейся ситуации, она является следствием того, что существующая формулировка правила Борна [6] отражает лишь малую часть тех ограничений, которые заложены в математическом формализме, разработанном самим Борном для вычисления средних значений наблюдаемых, операторы которых не коммутируют с оператором координаты. Как будет показано в данной статье на примере квантовой динамики частицы в одномерном конфигурационном пространстве (ОКП), для каждой наблюдаемой этот формализм предсказывает не только среднее значение, но и функцию координаты и времени, которую мы будем называть далее полем первого начального момента этой наблюдаемой (или, коротко, «полем ее оператора»).

В разд. 1 определены поля операторов импульса, кинетической и полной энергии частицы, показана их связь с уравнением Шредингера и соотношениями корпускулярно-волнового дуализма. В разд. 2 обсуждается физический смысл поля оператора импульса и поля оператора кинетической энергии. Этим двум полям ставятся в однозначное соответствие два поля импульса частицы. Таким образом, хотя определенные значения импульса частицы до момента измерения действительно отсутствуют, знание волновой функции сужает число возможных значений импульса в каждой точке ОКП до двух. В разд. 3 показано, что оба поля удовлетворяют соотношению неопределенностей Гейзенберга.

1. ПОЛЯ ЗНАЧЕНИЙ НАБЛЮДАЕМЫХ В ФОРМАЛИЗМЕ ШРЕДИНГЕРА

Начнем с уравнения Шредингера, которое описывает квантовую динамику частицы во внешнем поле $V(x,t)$:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = \hat{H}\psi(x,t),$$

где $\hat{H} = \hat{p}^2/2m + V(x,t)$ — гамильтониан; $\hat{p} = -i\hbar(d/dx)$ — оператор импульса частицы. Как известно (см. [3–5]), если волновую функцию записать в виде

$$\psi(x,t) = R(x,t)\exp\left(i\frac{S(x,t)}{\hbar}\right) \equiv \sqrt{w(x,t)}\exp\left(i\frac{S(x,t)}{\hbar}\right), \tag{1}$$

где $R(x,t)$ — модуль волновой функции ($\int\limits_{-\infty}^{\infty} w(x,t)dx = 1$), а $S(x,t)/\hbar$ — ее (вещественная) фаза, то уравнение Шредингера запишется в виде системы двух вещественных уравнений на функции $w(x,t)$ и $S(x,t)$:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial x}\left(w\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + K_R + V = 0; \tag{3}$$

где функция $K_R(x,t)$ определяется выражениями

$$K_R = -\frac{\hbar^2}{2mR}\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \equiv K_w + U_w, \quad K_w = \frac{\hbar^2}{8mw^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \quad U_w = -\frac{\hbar^2}{4mw}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{4}$$

Здесь уравнение (2) — это уравнение непрерывности. Что касается уравнения (3), в бомовской механике [5] оно трактуется как уравнение Гамильтона–Якоби, описывающее движение частицы во внешнем поле $V(x,t)$ и в поле так называемого «квантово-механического потенциала» $K_R(x,t)$. Производная $\partial S(x,t)/\partial x$ в этом подходе рассматривается как импульс частицы, а линии тока вероятности в ОКП — как ее траектории. Наша цель — показать, что функции $\partial S(x,t)/\partial x$ и $K_R(x,t)$, а также линии тока вероятности предполагают другую интерпретацию (относительно роли «квантово-механического потенциала» см. также [7]).

Согласно борновской интерпретации, квадрат модуля волновой функции в представлении любой одночастичной наблюдаемой определяет только вероятность появления в ходе измерения тех или иных собственных значений этой наблюдаемой, а ее фаза не имеет прямой связи с наблюдаемыми. Отсюда и следует тот самый вывод, что знание волновой функции в стандартной квантовой механике предполагает только статистические ограничения на результаты измерений наблюдаемых. Однако есть основания полагать, что эта интерпретация отображает далеко не всю информацию о наблюдаемых, которая заложена в волновой функции и в стандартной формуле, полученной Борном для вычисления средних значений наблюдаемых, операторы которых не коммутируют с оператором координаты. Разобраться в этом вопросе и есть наша главная задача.

Согласно Борну, выражение $w(x,t)dx$ дает вероятность обнаружения частицы в интервале $[x, x+dx]$, а среднее значение ее координаты и любой наблюдаемой f, оператор которой коммутирует с оператором $\hat{x}$, определяется как первый начальный момент случайной величины в классической теории вероятностей:

$$\langle f \rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x,t)w(x,t)dx. \tag{5}$$

Что касается импульса частицы и любой другой наблюдаемой O, (самосопряженный) оператор $\hat{O}$ которой не коммутирует с оператором координаты, средние значения таких наблюдаемых определяются в координатном представлении интегралом

$$\langle O \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)\hat{O}\psi(x,t)dx, \tag{6}$$

который, как предполагается в существующей формулировке правила Борна, в принципе не может быть сведен к виду (5).

Следует, однако, заметить, что правило Борна ставит в однозначное соответствие самосопряженному оператору $\hat{O}$ не только интеграл (6) — среднее значение этого оператора, но и подынтегральную функцию $\mathrm{Re}\,[\psi^*(x,t)\hat{O}\psi(x,t)]$, которая, очевидно, должна иметь тот же смысл, что и функция $f(x,t)w(x,t)$ в интеграле (5). Убедимся в этом на примере операторов импульса, кинетической и полной энергии частицы.

Начнем с оператора импульса. Учитывая выражение (1) для волновой функции, несложно показать, что

$$\mathrm{Re}\,[\psi^*(x,t)\hat{p}\psi(x,t)] = \frac{\partial S(x,t)}{\partial x}\,w(x,t) \equiv p(x,t)w(x,t). \tag{7}$$

Как видим, без каких-либо дополнительных предположений, подынтегральное выражение в формуле (6) для оператора импульса однозначно сводится к виду (5), определяя тем самым не только среднее значение оператора импульса, но и функцию $p(x,t) = \partial S(x,t)/\partial x$ — поле оператора импульса (или поле первого начального момента импульса). Среднее значение этого поля, взвешенное по плотности вероятности $w(x,t)$, равно по определению среднему значению оператора импульса. Поэтому, вопреки существующей интерпретации волновой функции, ее фаза в рамках аксиом стандартной квантовой механики имеет физический смысл.

Уравнения (2) и (3) теперь можно записать в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{m}\frac{\partial\,(wp)}{\partial x} = 0, \tag{8}$$

$$-\hbar\omega + K + V = 0, \tag{9}$$

где функция $K(x,t)$ связана с вкладом $-(\hbar^2/2m)(\partial^2\psi/\partial x^2)$ в уравнении Шредингера:

$$K(x,t) = \frac{1}{2m}\,[p(x,t)]^2 + K_R(x,t). \tag{10}$$

Если, как и в случае волны $\mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$, где k и ω — константы, представляющие собой волновое число и частоту волны соответственно, ввести поле волнового числа $k(x,t)$ и поле частоты $\omega(x,t)$ волновой функции (волнового пакета) общего вида,

$$k(x,t) = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial S(x,t)}{\partial x}, \quad \omega(x,t) = -\frac{1}{\hbar}\frac{\partial S(x,t)}{\partial t}, \tag{11}$$

то равенство, определяющее поле оператора импульса, запишется как

$$p(x,t) = \hbar k(x,t), \tag{12}$$

что представляет собой аналог известного соотношения де Бройля.

Следующее поле, которое необходимо ввести, — это поле оператора кинетической энергии $\hat{K} = \hat{p}^2/2m$. Несложно показать, что это поле в точности совпадает с функцией $K(x,t)$, которая входит в уравнение (9):

$$\Re\left[\psi^*(x,t)\hat{K}\psi(x,t)\right] = \left(\frac{1}{2m}\left[p(x,t)\right]^2 + K_R(x,t)\right)w(x,t) \equiv K(x,t)w(x,t). \qquad (13)$$

Таким образом, стандартная формула

$$\langle K\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x,t)\,\hat{K}\psi(x,t)\,dx \qquad (14)$$

однозначно определяет не только среднее значение оператора $\hat{K}$, но и функцию $K(x,t)$ — поле оператора кинетической энергии.

Чтобы показать характерные особенности этого поля, рассмотрим основное состояние квантового гармонического осциллятора во внешнем поле $V = (1/2)m\omega^2x^2$:

$$\psi(x,t) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\hbar\pi}}\exp\left(-\frac{m\omega x^2}{2\hbar} - i\frac{\omega t}{2}\right). \qquad (15)$$

Для этого состояния $p(x,t) \equiv 0$, а функции K_w и U_w (см. (4)) определяются выражениями

$$K_w = \frac{1}{2}m\omega^2x^2; \quad U_w(x,t) = \frac{\hbar\omega}{2} - m\omega^2x^2.$$

Таким образом, для данного состояния

$$K(x,t) = K_w + U_w = \frac{\hbar\omega}{2} - \frac{m\omega^2x^2}{2} \equiv E_0 - V(x). \qquad (16)$$

Отсюда следует, что функция $K(x,t)$ принимает отрицательные значения в классически недоступных областях ОКП, где полная энергия частицы E_0 меньше потенциальной.

Заметим, что эта особенность поля $K(x,t)$ не противоречит квантовой механике, согласно которой средние значения оператора $\hat{K}$ не могут быть отрицательными величинами. Во-первых, именно подынтегральная функция $\Re(\psi^*(x,t)\hat{K}\psi(x,t))$ в стандартном определении (14) принимает отрицательные значения в классически недоступной для осциллятора области ОКП. Поэтому если сам интеграл (14) имеет физический смысл, то и вклады в этот интеграл, соответствующие классически недоступным областям, также имеют физический смысл (см. также разд. 2). Во-вторых, среднее значение поля $K(x,t)$ — заведомо неотрицательная величина, поскольку функция U_w (см. (4)), благодаря которой $K(x,t)$ может принимать отрицательные значения, такова, что $\int\limits_{-\infty}^{\infty} U_w(x,t)w(x,t)dx = 0$ для любой (нормированной) волновой функции.

Аналогично определяется и поле $H(x,t)$ оператора Гамильтона $\hat{H}$:

$$\Re\left[\psi^*(x,t)\hat{H}\psi(x,t)\right] = \left(\frac{\left[p(x,t)\right]^2}{2m} + K_R(x,t) + V(x,t)\right)w(x,t) \equiv H(x,t)w(x,t). \quad (17)$$

С учетом этого поля уравнение (9) запишется в виде

$$h\omega(x,t) = H(x,t) \equiv \frac{p^2}{2m} + K_R + V. \qquad (18)$$

Если это уравнение продифференцировать почленно по x и учесть определения (11) и (12), то оно принимает вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{p}{m}\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial K_R}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x}. \qquad (19)$$

Уравнения (8) и (19) образуют замкнутую систему уравнений для поля вероятности $w(x,t)$ и поля оператора импульса $p(x,t)$.

Что касается уравнения (18), оно является аналогом соотношения Планка–Эйнштейна и, таким образом, дополняет равенство (12), определяющее поле оператора импульса. Эти два соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства квантовой частицы, когда ее состояние описывается не волной де Бройля, а волновым пакетом, являются точными копиями известных соотношений корпускулярно-волнового дуализма. Но поскольку смысл волновых характеристик («волнового числа» и «частоты»), которые входят в эти соотношения, меняется при переходе от волны де Бройля к волновому пакету, естественно ожидать, что физический смысл корпускулярных характеристик («импульса» и «полной энергии») в этом случае тоже должен измениться.

2. ПОЛЯ ЗНАЧЕНИЙ ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ

Как известно, современная концепция квантового одночастичного ансамбля базируется на (казалось бы, очевидном) предположении о том, что каждой точке x в ОКП соответствует одна частица, т. е. одна система одночастичного квантового ансамбля. Однако наш анализ показывает, что это предположение справедливо только в том случае, если состояние одночастичного ансамбля описывается волной де Бройля — в случае волновых пакетов, когда функция $K_R(x,t)$ не равна тождественно нулю, это предположение должно быть пересмотрено.

Дело в том, что поле оператора кинетической энергии $K(x,t)$ определяется в каждой точке ОКП не только полем оператора импульса $p(x,t)$ (см. первый вклад в (10)), но и полем $K_R(x,t)$, которое не равно нулю, когда $p(x,t) \equiv 0$. В контексте теоремы Кенига кинетическая энергия $K(x,t)$ с двумя такими вкладами описывает не одну частицу, а систему частиц. При этом вклад $[p(x,t)]^2/2m$ описывает в точке x в момент времени t кинетическую энергию центра масс этой системы частиц, а вклад $K_R(x,t)$ — кинетическую энергию движения частиц в этой системе относительно ее центра масс. То есть поле оператора импульса $p(x,t)$ описывает (локальное) среднее значение импульса частиц системы в точке x в момент времени t, а не значение импульса отдельной частицы. Аналогично поле $K(x,t)$ описывает (локальное) среднее значение кинетической энергии этой системы частиц.

Все это означает, что указанное предположение неверно и каждая точка ОКП должна быть представлена в одночастичном ансамбле не одной одночастичной системой (частицей), а двумя (иное применение теоремы Кенига к данной проблеме представлено в работе [8]). Другими словами, каждой точке ОКП в каждый момент времени следует сопоставить не одно значение импульса частицы, как это делается в механике Бома, а два (обозначим их через $p_1(x,t)$ и $p_2(x,t)$), которые, согласно теореме Кенига, должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{1}{2}(p_1+p_2)=p, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{p_1^2}{2m}+\frac{p_2^2}{2m}\right)=K\equiv\frac{p^2}{2m}+K_R. \tag{20}$$

Решениями этих уравнений является пара полей импульсов

$$p_1=p-\sqrt{2mK_R}, \quad p_2=p+\sqrt{2mK_R}. \tag{21}$$

И, вопреки механике Бома, этот формализм исключает введение одночастичных траекторий (см. также [9]). Уравнения (8) и (19) теперь можно записать в виде замкнутой системы уравнений для полей импульсов p_1, p_2 и поля вероятности w:

$$\begin{gathered}\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{1}{m}\frac{\partial(wp)}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial p}{\partial t}+\frac{p}{m}\frac{\partial p}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{P_R^2}{2m}\right)-\frac{\partial V}{\partial x};\\ p=\frac{p_2+p_1}{2}, \quad P_R=\frac{p_2-p_1}{2}=\sqrt{2mK_R}.\end{gathered} \tag{22}$$

Из уравнения непрерывности следует, что траекториями центров масс пар частиц в ОКП являются линии тока вероятности. А из второго уравнения следует, что роль функции $K_R(x,t)\equiv P_R^2/2m$, которая описывает кинетическую энергию движения частиц в паре относительно центра масс, двояка: с одной стороны, она описывает один из двух вкладов в поле оператора *кинетической* энергии; а с другой стороны, она играет роль внешнего поля (дополнительного к полю $V(x,t)$), в котором движутся в ОКП центры масс пар частиц.

Согласно уравнению (19), неоднородное распределение в ОКП кинетической энергии $K_R(x,t)$ приводит к тому, что центры масс пар частиц выталкиваются из областей ОКП, где эта энергия больше, в области, где она меньше. Другими словами, этот механизм приводит к возникновению в ОКП потоков вероятности, которые стремятся выровнять это распределение, что приводит к расплыванию волнового пакета. Стационарные распределения возникают в том случае, если этот механизм уравновешивается действием внешнего поля $V(x)$.

Важно подчеркнуть, что именно этот механизм приводит к тому, что центры масс пар частиц (кинетическая энергия которых, $p^2/2m$, всегда неотрицательна) попадают в классически недоступные области ОКП. Если пара частиц (и, следовательно, ее центр масс) находится в той области ОКП, где функция $K_R(x,t)$ отрицательна, то эта функция играет в этом случае роль потенциальной ямы, которая связывает эту пару частиц в неразрывное целое («атом»). Чтобы регистрировать частицу в точке, где $K_R(x,t)<0$, нужно затратить энергию $|K_R(x,t)|$, чтобы извлечь ее из этой потенциальной ямы.

3. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ДЛЯ ПОЛЕЙ ИМПУЛЬСА

Итак, если в стандартной формулировке правила Борна импульс частицы, до момента ее обнаружения в той или иной точке ОКП, может быть равен любому из собственных значений оператора импульса, то в новой формулировке это не так.

Предлагаемый подход сближает квантовую механику с классической. Во-первых, согласно полученным результатам, как и в классической механике, следует различать классически доступные и классически недоступные области ОКП. Во-вторых, хотя в каждой точке классически доступной области ОКП частица действительно не имеет определенного значения импульса до момента измерения, но эта неопределенность теперь существенно уже: в бесконечной совокупности одинаковых экспериментов частица, обнаруживаемая с вероятностью $w(x,t)dx$ в интервале $[x, x+dx]$ классически доступной области, может иметь (с равной вероятностью) лишь два значения импульса — $p_1(x,t)$ и $p_2(x,t)$. В классически недоступной области импульс частицы (для извлечения которой из потенциальной ямы необходимо затратить энергию $|K_R(x,t)|$) равен $p(x,t)$, т. е. импульсу центра масс пары частиц.

Покажем, что отклонение полей $p_1(x,t)$ и $p_2(x,t)$ от поля $p(x,t)$ удовлетворяет неравенству Гейзенберга. Для этого вычислим произведение «дисперсий» D_p и D_x:

$$D_p = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[p_{1,2}(x,t) - p(x,t)\right]^2 w(x,t)\,dx, \quad D_x = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(x - \langle x\rangle\right)^2 w(x,t)\,dx,$$

где $\langle x\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x\,w(x,t)\,dx$. Учитывая определения (21) и (4), а также тот факт, что функция $w(x,t)$ и ее производные равны нулю на бесконечности, выражение для D_p приводим к виду

$$D_p = \frac{\hbar^2}{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{w^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \frac{2}{w}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right] w\,dx = \frac{\hbar^2}{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{w^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] w\,dx.$$

Далее, используя теорему Коши–Буняковского для квадратично интегрируемых функций и интегрируя по частям, получаем искомое неравенство:

$$D_p D_x = \left\{\frac{\hbar^2}{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{w^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] w\,dx\right\}\left\{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(x - \langle x\rangle\right)^2 w\,dx\right\} \geqslant$$

$$\geqslant \frac{\hbar^2}{4}\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(x - \langle x\rangle\right) w\,dx\right]^2 = \frac{\hbar^2}{4}. \tag{23}$$

Что и требовалось доказать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, знание квантово-механического состояния предполагает не только статистические ограничения на результаты измерений. Совместно с уравнением Шредингера для модуля и фазы волновой функции формализм Борна для вычисления средних значений операторов наблюдаемых однозначно определяет, на самом деле, не только средние значения наблюдаемых, но и поля первых начальных моментов этих наблюдаемых (или, коротко, поля операторов) — функции координаты и времени. Ключевую роль в установлении физического смысла этих полей играет тот факт, что поле оператора кинетической энергии содержит два разнородных вклада: первый определяется полем оператора импульса, который связан только с фазой волновой функции, а второй совпадает с так называемым «квантово-механическим потенциалом», который связан только с модулем волновой функции.

Другими словами, в одночастичном квантовом ансамбле, состояние которого описывается волновым пакетом, значения поля оператора импульса и поля оператора кинетической энергии в любой заданной точке ОКП в любой заданный момент времени следует ассоциировать не с одной частицей, а с двумя (т. е. с двумя одночастичными системами ансамбля, в которых частицы находятся именно в этой точке ОКП именно в этот момент времени): первый вклад в поле оператора кинетической энергии описывает кинетическую энергию центра масс этой пары частиц, а второй — кинетическую энергию движения этих частиц относительно их центра масс. Таким образом, значения полей оператора импульса и кинетической энергии в этой точке описывают *средние* значения импульса и кинетической энергии частиц этой пары; зная эти два поля, можно однозначно определить поля значений импульсов частиц пары в этой точке.

Кинетическая энергия относительного движения частиц в паре, которая совпадает с «квантово-механическим потенциалом», может быть отрицательной (в случае связанных стационарных состояний гармонического осциллятора это имеет место в классически недоступных областях). В этих областях пара частиц (положение которой по определению совпадает с центром масс) оказывается в потенциальной яме, глубина которой равна абсолютному значению «квантово-механического потенциала». Пары частиц в таких точках ОКП образуют «связанные состояния», и чтобы их зарегистрировать, необходимо затратить энергию, чтобы извлечь их из этой потенциальной ямы.

Что касается кинетической энергии центров масс пар частиц, она неотрицательна во всех точках ОКП. Поэтому для центров масс пар частиц нет недоступных областей в ОКП — траекториями центров масс пар частиц являются линии тока вероятности. Их движение в ОКП определяется не только градиентом потенциальной энергии частицы во внешнем поле, но и градиентом кинетической энергии относительного движения частиц в парах: неоднородное распределение этой энергии приводит к возникновению в ОКП потоков центров масс пар частиц (потоков вероятности), которые стремятся сгладить это распределение, что приводит к расплыванию волнового пакета. Именно этот механизм приводит к тому, что центры масс пар частиц попадают в классически недоступные области ОКП. Стационарные распределения возникают в том случае, если этот механизм уравновешивается действием внешнего поля.

В заключение считаем необходимым отметить следующее:

1) мы рассматриваем предлагаемый подход как дальнейшее развитие статистической (ансамблевой) интерпретации квантовой механики; хотя эта интерпретация не популярна в настоящее время, на наш взгляд, именно она выражает суть этой теории (см. также недавнюю работу [10]);

2) квантовый ансамбль одномерных одночастичных систем в заданном состоянии характеризуется не только полем (плотности) вероятности, как функции в ОКП, но и «полями операторов» одночастичных наблюдаемых;

3) значения этих полей, включая поле вероятности, описывают в каждой точке ОКП не одну систему ансамбля, а две; поскольку ансамбль одночастичный, это эквивалентно тому, что все эти поля в каждой точке ОКП описывают пару (невзаимо-

действующих) частиц; измерение этих полей предполагает проведение экспериментов с пучками (невзаимодействующих) частиц;

4) значения импульсов частиц в паре однозначно восстанавливаются по значениям поля оператора импульса и поля оператора кинетической энергии; измерение обоих полей импульсов частиц в парах предполагает проведение (строго говоря, бесконечной совокупности) одинаковых одночастичных экспериментов;

5) полученные в работе выражения, связывающие два поля импульсов частицы с амплитудой и фазой волновой функции в каждой точке ОКП, свидетельствуют о том, что отдельно взятая частица обладает волновыми свойствами; существование этих двух полей можно рассматривать как ответ на вопрос, поставленный в заголовке статьи [10]: «Где у отдельно взятого электрона волновые свойства?»;

6) линии тока вероятности не могут служить в роли одночастичных траекторий частицы — в рамках квантовой механики невозможно предсказать траектории частиц; исключением является случай, когда состояние квантового одночастичного ансамбля описывается волной де Бройля (поле оператора кинетической энергии имеет в этом случае только первый вклад, который связан с полем оператора импульса);

7) данный подход подтверждает справедливость вывода (см. [2]) об отсутствии определенных значений наблюдаемых до момента измерения; однако знание квантово-механического состояния существенно сужает эту неопределенность; в частности, в каждой точке ОКП до момента измерения возможны только два равновероятных значения импульса частицы (тем не менее, несмотря на это радикальное сужение неопределенности, эти два поля импульсов удовлетворяют соотношению неопределенностей Гейзенберга).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bell J. S.* Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge Univ. Press, 1987.
2. *Белинский А. В., Клевцов А. А.* Нелокальный классический «реализм» и квантовая суперпозиция как отсутствие определенных значений физических величин до момента измерения // УФН. 2018. Т. 188. С. 335.
3. *Madelung E.* Quantentheorie in hydrodynamischer Form // Z. Phys. 1926. V. 40. P. 332.
4. *de Broglie L.* L’interprétation de la mécanique ondulatoire // J. Phys. Radium. 1959. V. 20. P. 963.
5. *Bohm D.* A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables. I // Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 166.
6. *Борн М.* Квантовая механика процессов столкновений // УФН. 1977. Т. 122. С. 632;
   Born M. Quantenmechanik der Stossvorgange // Z. Phys. 1926. V. 38. P. 803.
7. *Grössing G.* On the Thermodynamic Origin of the Quantum Potential // Physica A. 2009. V. 388. P. 811.
8. *Salesi J.* Spin and Madelung Fluid // Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11, No. 22. P. 1815.
9. *Белинский А. В.* Неопровержима ли интерпретация квантовой механики Дэвида Бома? // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2018. №4. С. 112;
   Belinsky A. V. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2018. V. 73, No. 4. P. 351.
10. *Бедняков В. А.* Где у отдельно взятого электрона волновые свойства? // Письма в ЭЧАЯ. 2021. Т.18, №4(236). С. 321.

Получено 6 июня 2022 г.