Письма в ЭЧАЯ. 2023. Т. 20, № 3(248). С. 494–500

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

КВАНТОВОЕ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВОЕ ОПИСАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НЕЙТРИНО В ТЕРМИНАХ ЗАВИСЯЩИХ ОТ РАССТОЯНИЯ ПРОПАГАТОРОВ

И. П. Волобуев [1], *В. О. Егоров* [2]

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Осцилляции нейтрино описаны в рамках квантового теоретико-полевого подхода, в котором конечность расстояний и промежутков времени в таких процессах учитывается не с помощью волновых пакетов, а путем введения зависящих от расстояния пропагаторов. Эти пропагаторы используются вместо фейнмановских пропагаторов при построении амплитуд процессов нейтринных осцилляций в импульсном представлении. В рамках такого подхода описаны процессы осцилляции нейтрино в вакууме и в магнитном поле, в том числе с регистрацией нейтрино через взаимодействия со слабым нейтральным током.

Neutrino oscillations are described in the framework of a quantum field-theoretical approach, where the finiteness of distances and time intervals in such processes is taken into account not by means of wave packets but by introducing distance-dependent propagators. These propagators are used instead of the Feynman propagators when constructing amplitudes of neutrino oscillation processes in the momentum representation. Within the framework of the approach, neutrino oscillation processes in vacuum and in a magnetic field are described, including those where neutrinos are detected also through the neutral current weak interaction.

PACS: 03.70.+k; 11.10.–z; 14.60.Pq

ВВЕДЕНИЕ

Осцилляции нейтрино обычно описываются в рамках квантовой механики с помощью так называемых флейворных состояний нейтрино, являющихся «суперпозициями» состояний нейтрино с определенной массой [1–4]. Однако такое описание является непоследовательным. В соответствии с принципом квантовой суперпозиции возможна лишь суперпозиция состояний одной и той же физической системы, т. е. состояние

$$|\psi\rangle = \alpha\,|\psi_1\rangle + \beta\,|\psi_2\rangle, \quad \alpha, \beta \in C, \tag{1}$$

[1] E-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru
[2] E-mail: egorov@theory.sinp.msu.ru

является допустимым с точки зрения принципа суперпозиции, если эволюция состояний $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ во времени описывается одним и тем же гамильтонианом H:

$$|\psi_1(t)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}\,|\psi_1\rangle, \quad |\psi_2(t)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}\,|\psi_2\rangle. \tag{2}$$

Очевидно, что это не так в случае состояний нейтрино с определенными массами.

Альтернативным подходом является квантовое теоретико-полевое описание осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов [5–10]. Будучи строгим в рамках формализма S-матрицы, оно, однако, сопряжено с очень громоздкими вычислениями. В частности поэтому в данном подходе так и не были рассмотрены процессы осцилляций нейтрино, где нейтрино регистрируются через взаимодействие как с заряженным, так и с нейтральным током, а также осцилляции в поле и веществе.

Мы используем модифицированный пертурбативный формализм, приспособленный для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и за конечное время [11–16]. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода в импульсное представление. Эти правила отражают геометрию экспериментов по нейтринным осцилляциям и приводят к возникновению зависящих от расстояния пропагаторов массовых состояний нейтрино в импульсном представлении. Используя эти пропагаторы вместо фейнмановских при построении амплитуд процессов, мы можем просто и последовательно описать осцилляции нейтрино в рамках КТП.

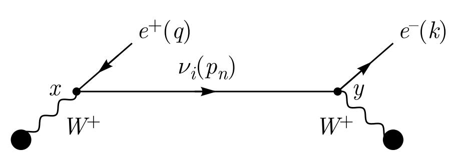
1. ОСЦИЛЛЯЦИИ В ВАКУУМЕ

Мы работаем в рамках минимального расширения Стандартной модели правыми синглетами нейтрино. Лагранжиан взаимодействия слабого заряженного тока лептонов имеет вид

$$L_{\mathrm{int}}^{cc,\,\mathrm{lep}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}\left(\sum_{i,k=1}^{3} \bar{l}_i\,\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)U_{ik}\,\nu_k\,W_\mu^- + \mathrm{h.\,c.}\right), \tag{3}$$

где l_i есть поле заряженного лептона i-го поколения, U_{ik} — матрица ПМНС, ν_k обозначает поле нейтрино с определенной массой m_k, матрица γ^5 определяется как $\gamma^5 = \mathrm{i}\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

Будем считать источник и детектор нейтрино точечными, т. е. пренебрежем их собственными размерами по сравнению с расстоянием между ними, а также по сравнению с длинами осцилляций и когерентности. Рассмотрим процесс в вакууме, когда нейтрино рождается и регистрируется за счет взаимодействия заряженного тока с ядрами. В низшем порядке теории возмущений процесс описывается диаграммой



(4)

Предполагается, что точки рождения и детектирования x и y разделены фиксированным макроскопическим расстоянием. Промежуточное массовое состояние нейтрино является виртуальной частицей и описывается пропагатором Фейнмана в координатном представлении. Темные кружки обозначают матричные элементы $J_\mu^{(l)}$ слабого заряженного адронного тока, соответствующие распаду рождающего ядра ($l = 1$) и взаимодействию детектирующего ядра ($l = 2$). Амплитуда должна быть просуммирована по индексу $i = 1, 2, 3$ массового состояния нейтрино.

Амплитуда процесса в координатном представлении может быть построена по обычным правилам Фейнмана (сформулированным, например, в [17]). Однако для осцилляций нейтрино принципиально, что точки рождения и детектирования макроскопически разделены. При переходе к импульсному представлению мы учитываем это, вводя под интеграл дополнительную дельта-функцию $\delta\left(\mathbf{n}\left(\mathbf{y}-\mathbf{x}\right)-L\right)$, фиксирующую расстояние L между точками взаимодействия вдоль единичного вектора $\mathbf{n}$, направленного из центра источника нейтрино в центр нейтринного детектора. Таким образом, мы строим модифицированный пертурбативный формализм, обобщающий формализм S-матрицы для случая процессов, проходящих на конечных расстояниях.

В этом формализме естественно возникает *зависящий от расстояния пропагатор массового состояния нейтрино в импульсном представлении*, который определяется как [11]:

$$S_i^c\left(p, \mathbf{n}, L\right) \equiv \int d^4 z\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}pz}\, S_i^c\left(z\right) \delta\left(\mathbf{nz} - L\right). \tag{5}$$

Интеграл можно вычислить точно методом контурного интегрирования. Известная теорема Гримуса–Штокингера [7] утверждает, что виртуальные частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, находятся почти на массовой поверхности, т.е. для рассматриваемых нейтрино выполняется $\left|p^2 - m_i^2\right|/\mathbf{p}^2 \ll 1$. Поэтому для импульсов нейтрино $\mathbf{pn} \sim |\mathbf{p}|$ (а это единственные импульсы, которые понадобятся нам для вычисления амплитуд) зависящий от расстояния пропагатор принимает простую форму

$$S_i^c\left(p, \mathbf{n}, L\right) = \mathrm{i}\,\frac{\hat{p} + m_i}{2\mathbf{pn}} \exp\left(\mathrm{i}\frac{p^2 - m_i^2}{2\mathbf{pn}} L\right), \tag{6}$$

где $\hat{p} = p_\mu \gamma^\mu$.

Далее будем пренебрегать массами нейтрино всюду, кроме показателей экспонент, где они важны. Используя пропагатор (6) вместо фейнмановского, в приближении взаимодействия Ферми мы можем записать амплитуду процесса, описываемого диаграммой (4), в импульсном представлении следующим образом:

$$M = -\mathrm{i}\frac{G_F^2}{4\mathbf{p}_n\mathbf{n}} \left(\sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^2 \exp\left(-\mathrm{i}\frac{m_i^2 - p_n^2}{2\mathbf{p}_n\mathbf{n}} L\right)\right) \times \\ \times J_\rho^{(2)}\, \overline{u}(\mathbf{k})\, \gamma^\rho \left(1 - \gamma^5\right) \hat{p}_n\, \gamma^\mu \left(1 - \gamma^5\right) \upsilon\left(\mathbf{q}\right) J_\mu^{(1)}. \tag{7}$$

Поляризационные индексы фермионов для краткости опускаем. Амплитуда представляет собой сумму трех членов, интерференция которых и приводит к осцилляциям нейтрино.

Вычисляя вероятность процесса, мы должны учесть, что детектируются только те нейтрино, чей импульс направлен от источника к детектору. Это значит, что мы должны найти дифференциальную вероятность процесса, где импульс $\mathbf{p}_n$ промежуточного нейтрино фиксирован. Для этой цели мы дополнительно умножаем квадрат модуля амплитуды на дельта-функцию $2\pi\,\delta\,(p_n - p)$, где $p^2 = 0$ и $\mathbf{p} = |\mathbf{p}|\mathbf{n}$ направлен от источника к детектору и удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения. Проинтегрировав далее по фазовому объему конечных частиц, мы также должны проинтегрировать полученную дифференциальную вероятность по абсолютной величине $|\mathbf{p}|$ импульса нейтрино. В результате приходим к окончательному ответу — вероятности зарегистрировать электрон в рассматриваемом процессе:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int\limits_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3W_P}{d^3p}\, W_D\, P_{ee}\left(|\mathbf{p}|\,, L\right) |\mathbf{p}|^2\, d|\mathbf{p}|. \tag{8}$$

Здесь пределы интегрирования $|\mathbf{p}|_{\min}$ и $|\mathbf{p}|_{\max}$ определяются порогом реакции регистрации и законом сохранения 4-импульса в реакции рождения соответственно; величина d^3W_P/d^3p есть дифференциальная вероятность рождения безмассового фермиона с определенным импульсом $\mathbf{p}$, W_D — вероятность его детектирования, а

$$P_{ee}\left(|\mathbf{p}|\,, L\right) = 1 - 4 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i>k}}^{3} |U_{1i}|^2\, |U_{1k}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4\,|\mathbf{p}|} L\right) \tag{9}$$

есть стандартный осциллирующий фактор (так называемая «вероятность выживания электронного нейтрино» в стандартном подходе), $\Delta m_{ik}^2 \equiv m_i^2 - m_k^2$.

2. ОСЦИЛЛЯЦИИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Взаимодействие нейтрино с полем в процессе распространения можно учесть при помощи соответствующего пропагатора. Пренебрегая переходными магнитными моментами нейтрино, которые много меньше дипольных магнитных моментов μ_i, мы можем записать уравнение движения для каждого массового состояния нейтрино ν_i в электромагнитном поле в виде

$$\left(\mathrm{i}\gamma^\mu \partial_\mu - m_i - \frac{1}{2}\mu_i F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\right) \nu_i\,(x) = 0, \tag{10}$$

где $\sigma^{\mu\nu} = (\mathrm{i}/2)\,[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$.

Рассмотрим постоянное однородное магнитное поле $\mathbf{H}$, ортогональное направлению $\mathbf{n}$ распространения нейтрино. Найдем функцию Грина $G_i^c\,(z, \mathbf{H})$ уравнения (10) и подставим ее в определение (5) зависящего от расстояния пропагатора. Считая $\mu_i^2\mathbf{H}^2 \ll \mathbf{p}^2$ и $\mathbf{pn} = |\mathbf{p}|$, пренебрегая членами порядка 2 и выше по μ_i, а также массой нейтрино всюду, кроме показателей экспонент, мы получаем зависящий от расстояния пропагатор массового состояния нейтрино в постоянном однородном магнитном поле в импульсном представлении:

$$G_i^c\,(p, \mathbf{n}, L, \mathbf{H}) = \mathrm{i}\,\frac{\hat{p}}{4\,|\mathbf{p}|} \sum_{\sigma=\pm 1} (1 - \mathrm{i}\sigma\mathbf{j}\gamma)\, \exp\left(\mathrm{i}\frac{p^2 - m_i^2 + 2\sigma\mu_i\,|\mathbf{p}|\,H}{2\,|\mathbf{p}|} L\right). \tag{11}$$

Здесь $H \equiv |\mathbf{H}|$ и $\mathbf{j} \equiv \mathbf{n} \times \mathbf{H}/H$. Формулы (6) и (11) показывают, что в магнитном поле каждое массовое состояние нейтрино расщепляется на два, соответственно двум возможным ориентациям спина и энергиям.

Хотя пропагатор (11) был получен для случая однородного магнитного поля, его можно использовать и для поперечного магнитного поля, величина которого меняется вдоль пути нейтрино адиабатически, т. е. при выполнении соотношения

$$|\mu_{\max}(\mathbf{n}\nabla)H| \ll \frac{|\mathbf{p}|}{d}, \tag{12}$$

где d есть характеристический размер области поля, а $\mu_{\max}$ — наибольший из магнитных моментов нейтрино. Это соотношение гарантирует, что член $(p^2 - m_i^2)/2|\mathbf{p}|$ под знаком экспоненты может считаться постоянным вдоль траектории нейтрино. Однако тогда поле H в формуле (11) нужно заменить на среднее по траектории нейтрино поле $\overline{H}$.

Теперь рассмотрим процесс нейтринных осцилляций, описываемый диаграммой (4), в поперечном магнитном поле, удовлетворяющем условию адиабатичности (12). Будем считать, что процессы рождения и детектирования происходят вне области поля, тогда как распространяются нейтрино уже в поле. Используя пропагатор (11) и проводя аналогичные вычисления, мы получаем ответ, повторяющий (8), где осциллирующий фактор $P_{ee}(|\mathbf{p}|, L)$ в вакууме заменяется на соответствующее выражение в магнитном поле:

$$\begin{aligned} P_{ee}(|\mathbf{p}|, L) \to P_{ee}\left(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}\right) = 1 - \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 \sin^2\left(\mu_i \overline{H} L\right) - \\ - \sum_{\substack{i,k=1 \\ i>k}}^{3} |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \sum_{\sigma,\sigma'=\pm 1} \sin^2\left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} + \sigma\frac{\mu_i + \sigma'\mu_k}{2}\overline{H}\right) L\right]. \end{aligned} \tag{13}$$

В случае двух ароматов нейтрино для монохроматического пучка и постоянного магнитного поля этот результат согласуется с результатами работы [18].

Если нейтрино находится в магнитном поле лишь часть пути, то для больших расстояний L, где зависящие от импульса осцилляции вымирают, вероятность любого процесса осцилляций нейтрино (с детектированием только через заряженный ток) выходит на асимптотическое значение, которое определяется только магнитным полем. Нормируя вероятность процесса на значение при $L = 0$, получаем асимптоту осцилляций после прохождения области поля в виде

$$W_{\text{asym}} = \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 \sin^2 \delta_i, \quad \delta_i = \mu_i \int_D H(l)\, dl, \tag{14}$$

где первый член отвечает асимптоте в вакууме, δ_i — фаза, набранная массовым состоянием нейтрино ν_i на своем пути, а D — область поля по координате l вдоль траектории нейтрино. Это нормированное асимптотическое значение — именно та величина, которая и будет наблюдаться в земных экспериментах по измерению потока солнечных нейтрино: она совпадает с отношением измеряемого потока нейтрино к предсказанному стандартной солнечной моделью.

Аналогично может быть рассмотрен процесс осцилляций в магнитном поле, присутствующем вдоль всего пути нейтрино, с регистрацией через взаимодействие с заряженным и нейтральным токами электрона. Проводя описанную процедуру и суммируя полученную вероятность по типу конечного массового состояния нейтрино, которое в эксперименте не наблюдается, мы приходим к следующему результату:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int\limits_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D \left(L, \overline{H}\right) |\mathbf{p}|^2 \, d|\mathbf{p}|. \tag{15}$$

В случае процесса с участием нейтрального тока осциллирующий фактор не возникает, а вероятность детектирования как целое теперь зависит от расстояния и дается выражением

$$W_D \left(L, \overline{H}\right) = P_{ee} \left(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}\right) W_{\nu_e e} \left(|\mathbf{p}|\right) + \\ + \left(\sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^2 \cos^2 \left(\mu_i \overline{H} L\right) - P_{ee} \left(|\mathbf{p}|, L, \overline{H}\right) \right) W_{\nu_\mu e} \left(|\mathbf{p}|\right), \tag{16}$$

где $W_{\nu_\alpha e}(|\mathbf{p}|)$ — вероятность рассеяния безмассового флейворного состояния нейтрино ν_α на электроне, посчитанная в рамках Стандартной модели. Нижний предел интегрирования $|\mathbf{p}|_{\min}$ в (15) связан с минимальной кинетической энергией электрона, который еще может быть зарегистрирован детектором.

Поскольку в процессах с нейтральным током не происходит факторизация осциллирующей вероятности, асимптота осцилляций после прохождения области поля в этом случае уже зависит от процессов рождения, детектирования и исследуемого диапазона энергий. Асимптотическое значение тогда дается следующим выражением:

$$W_{\mathrm{asym}} = \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 \sin^2 \delta_i + \\ + C_{\mathrm{nc}} \left(1 - \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^2 \sin^2 \delta_i - \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 + \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4 \sin^2 \delta_i \right), \tag{17}$$

где δ_i — фазы, определенные в (14), а коэффициент C_{nc}, учитывающий вклад нейтрального тока, есть

$$C_{\mathrm{nc}} = \int\limits_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_{\nu_\mu e} |\mathbf{p}|^2 \, d|\mathbf{p}| \left(\int\limits_{|\mathbf{p}|_{\min}}^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 \, d|\mathbf{p}| \right)^{-1}. \tag{18}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что квантовый теоретико-полевой подход, основанный на использовании зависящих от расстояния пропагаторов, позволяет последовательно и относительно просто описать осцилляции нейтрино в вакууме и в постоянном магнитном поле с регистрацией нейтрино как через заряженный, так и через нейтральный ток. Получены асимптотические формулы для вероятности нейтринных осцилляций в магнитном поле, которое присутствует на некоторой части пути нейтрино, что представляет интерес в контексте проблемы солнечных нейтрино. Аналогичным образом могут быть описаны и осцилляции нейтрино в веществе, это тема дальнейшего исследования.

Благодарности. Авторы выражают благодарность Э. Боосу, А. Лобанову, А. Пухову, Л. Сладю, М. Смолякову и Ю. Чувильскому за интересные и полезные обсуждения. Аналитические расчеты амплитуд выполнены с помощью пакетов CompHEP и REDUCE. Работа В. Егорова была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Понтекорво Б. М.* Мезоний и антимезоний // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, № 2. С. 549.
2. *Gribov V. N., Pontecorvo B.* Neutrino Astronomy and Lepton Charge // Phys. Lett. B. 1969. V. 28. P. 493.
3. *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. Oxford: Oxford Univ. Press, 2007.
4. *Bilenky S.* Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos // Lect. Notes Phys. 2010. V. 817. P. 1.
5. *Giunti C., Kim C. W., Lee J. A., Lee U. W.* On the Treatment of Neutrino Oscillations without Resort to Weak Eigenstates // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 4310.
6. *Kobzarev I. Y., Martemyanov B. V., Okun L. B., Shchepkin M. G.* Sum Rules for Neutrino Oscillations // Sov. J. Nucl. Phys. 1982. V. 35. P. 708.
7. *Grimus W., Stockinger P.* Real Oscillations of Virtual Neutrinos // Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 3414.
8. *Beuthe M.* Oscillations of Neutrinos and Mesons in Quantum Field Theory // Phys. Rep. 2003. V. 375. P. 105.
9. *Cohen A. G., Glashow S. L., Ligeti Z.* Disentangling Neutrino Oscillations // Phys. Lett. B. 2009. V. 678. P. 191.
10. *Grimus W.* Revisiting the Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum // J. Phys. G. 2020. V. 47, No. 8. P. 085004.
11. *Volobuev I. P.* Quantum Field-Theoretical Description of Neutrino and Neutral Kaon Oscillations // Intern. J. Mod. Phys. A. 2018. V. 33, No. 13. P. 1850075.
12. *Egorov V. O., Volobuev I. P.* Neutrino Oscillation Processes in a Quantum-Field-Theoretical Approach // Phys. Rev. D. 2018. V. 97, No. 9. P. 093002.
13. *Волобуев И. П., Егоров В. О.* Процессы нейтринных осцилляций с изменением лептонного аромата в квантовом теоретико-полевом подходе // ЖЭТФ. 2019. Т. 155, № 5. С. 839.
14. *Волобуев И. П., Егоров В. О.* Квантовое теоретико-полевое описание процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах // ТМФ. 2019. Т. 199, № 1. С. 104.
15. *Egorov V. O., Volobuev I. P.* Coherence Length of Neutrino Oscillations in a Quantum Field-Theoretical Approach // Phys. Rev. D. 2019. V. 100, No. 3. P. 033004.
16. *Egorov V., Volobuev I.* Quantum Field-Theoretical Description of Neutrino Oscillations in Magnetic Field. 2021. arXiv:2107.11570 [hep-ph].
17. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. 4-е изд. М.: Наука, 1984.
18. *Chukhnova A. V., Lobanov A. E.* Neutrino Flavor Oscillations and Spin Rotation in Matter and Electromagnetic Field // Phys. Rev. D. 2020. V. 101, No. 1. P. 013003.

Получено 27 октября 2022 г.