МЕТОДИКА ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

## ОБ ЭФФЕКТЕ ФОКУСИРОВКИ КОГЕРЕНТНОГО ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУПАРАБОЛИЧЕСКОЙ МИШЕНЬЮ

А. П. Потылицын<sup>a</sup>, А. В. Вуколов<sup>a</sup>, М. В. Шевелёв<sup>a</sup>, А. А. Балдин<sup>б, в</sup>, В. В. Блеко<sup>e</sup>, В. В. Блеко<sup>б, в, 1</sup>, В. В. Кобец<sup>б</sup>, П. В. Каратаев<sup>д</sup>, В. Р. Кочарян<sup>e</sup>

<sup>а</sup> Томский политехнический университет, Томск, Россия

6 Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>в</sup> Институт перспективных исследований «Омега», Дубна, Россия

<sup>г</sup> МИРЭА — Российский технологический университет, Москва

<sup>d</sup> John Adams Institute at Royal Holloway, University of London, Egham, Surrey, UK

<sup>е</sup> Институт прикладных проблем физики НАН Республики Армении, Ереван

Рассматриваются характеристики пучка терагерцевого/субтерагерцевого излучения, полученного коллимацией когерентного дифракционного излучения (ДИ) ультрарелятивистских электронов. Для достижения максимальной интенсивности по оси пучка такого излучения предлагается использовать полупараболическую мишень с фокальным расстоянием, равным расстоянию между мишенью и апертурой коллиматора. Показано, что для предлагаемой геометрии распределение ДИ на плоскости апертуры обладает максимумом по оси пучка в отличие от ранее использованного механизма когерентного переходного излучения, для которого характерна «воронкообразная» структура с минимумом по оси пучка.

We consider the beam characteristics of a terahertz/subterahertz radiation obtained by collimation of coherent diffraction radiation (DR) of ultrarelativistic electrons. To achieve the maximum intensity along the beam axis of such radiation, it is proposed to use a semi-parabolic target with a focal length equal to the distance between the target and the collimator aperture. It is shown that for the proposed geometry, the DR distribution on the aperture plane has a maximum along the beam axis, in contrast to the previously used coherent transition radiation mechanism, which is characterized by a "funnel-shaped" structure with a minimum along the beam axis.

PACS: 41.60.Dk; 41.60.-m

Пучки терагерцевого излучения (ТГц) находят широкое применение в различных областях науки и техники [1–3]. Интенсивные пучки монохроматического ТГц-излучения, генерируемые лазерами на свободных электронах, используются в биологии,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>E-mail: vbleko@jinr.ru

медицине и т. д. [4,5]. Однако в ряде случаев требуется пучок ТГц-излучения с непрерывным спектром, позволяющим использовать дифракционные решетки для получения монохроматического излучения с перестраиваемой длиной волны. Подобные пучки были получены на ряде электронных ускорителей при использовании когерентного переходного излучения (КПИ) [6,7].

Как известно, спектр КПИ определяется длительностью электронного сгустка [8],

$$\frac{d^2 W_{\rm CTR}}{d\omega \, d\Omega} = \frac{d^2 W_{\rm TR}}{d\omega \, d\Omega} [N_e + N_e (N_e - 1) F(\omega)]. \tag{1}$$

Здесь  $(d^2 W_{\rm TR})/(d\omega \, d\Omega)$  — спектрально-угловое распределение интенсивности переходного излучения (ПИ) одиночного электрона;  $N_e$  — число электронов в сгустке;  $F(\omega)$  — формфактор, который для гауссовского распределения электронов в сгустке (с параметром  $\sigma_z$ ) имеет вид

$$F(\omega) = \exp\left[-\omega^2 \sigma_z^2\right] = \exp\left[-\left(\frac{2\pi\nu}{\nu_0}\right)^2\right],\tag{2}$$

где  $\nu$  — линейная частота,  $\nu_0 = c/\sigma_z$ . При генерации КПИ в ТГц-диапазоне ( $\lambda \leq 1$  мм) сгустком электронов длительностью менее 1 пс с энергией  $E_e > 50$  МэВ (лоренцфактор  $\gamma > 100$ ) поперечный размер кулоновского поля электрона  $\sim \gamma \lambda$ , как правило, сравним с диаметром мишени (или превышает его). В этом случае известная формула Гинзбурга-Франка [9] неприменима и спектрально-угловое распределение ПИ необходимо рассчитывать, используя более строгие модели, например, [8, 10]. В работе [10], основанной на модели псевдофотонов, поле ПИ, генерируемое ультрарелятивистскими электронами в мишени конечных размеров ( $2x_m \times 2y_m$ ), записывается в виде

$$\begin{cases} E_x(\theta_x, \theta_y) \\ E_y(\theta_x, \theta_y) \end{cases} = A_1 \int_{S_T} d\sigma \begin{cases} x_T \\ y_T \end{cases} \frac{K_1 \left( k \sqrt{x_T^2 + y_T^2} \right)}{\sqrt{x_T^2 + y_T^2}} \times \\ \times \exp\left\{ i\pi \left[ \frac{x_T^2 + y_T^2}{D\lambda} - 2\frac{x_T \gamma \theta_x + y_T \gamma \theta_x}{\lambda} \right] \right\} = A_1 \begin{cases} I_x^{\mathrm{DR}}(\theta_x, \theta_y) \\ I_y^{\mathrm{DR}}(\theta_x, \theta_y) \end{cases}.$$
(3)

Здесь (см. схему на рис. 1)  $S_T$  — площадь мишени,  $d\sigma = dx_T dy_T$ ;  $x_T/y_T = \frac{2\pi x_T/y_T}{y\lambda}$ , где  $x_T/y_T$  — координаты на поверхности мишени ( $-x_m < x_T < x_m$ ,  $-y_m < y_T < y_m$ ),  $\theta_x = x_a/D$ ,  $\theta_y = y_a/D$  ( $x_a$ ,  $y_a$  — координаты на плоскости апертуры, расположенной на расстоянии D от мишени),  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны;  $K_1(x)$  — модифицированная функция Бесселя,  $A^2 = (e^2\gamma^2/\pi^2c^2)$  1/8 $\pi\sqrt{2}$ .

Результирующее выражение для спектрально-углового распределения ПИ в рассматриваемом случае имеет вид

$$\frac{d^2 W_{\text{TR}}}{d\omega \, d\Omega} = c \left( |E_x(\theta_x, \theta_y)|^2 + |E_y(\theta_x, \theta_y)|^2 \right) = \frac{e^2 \gamma^2}{\pi^2 c} \frac{1}{8\pi\sqrt{2}} \left( \left| I_x^{\text{TR}}(\theta_x, \theta_y) \right|^2 + \left| I_y^{\text{TR}}(\theta_x, \theta_y) \right|^2 \right).$$
(4)

Следует отметить, что расчеты для квадратной мишени по формулам (3), (4) показывают весьма слабое нарушение азимутальной симметрии, если выполняется условие



Рис. 1. Схемы формирования пучка переходного/дифракционного (см. врезку) излучения апертурой радиуса  $R_a$ , размещенной на расстоянии D от мишени



Рис. 2. а) Угловое распределение ПИ электронов с  $\gamma = 300$  на расстоянии D = 300 мм от мишени диаметром  $2R_T = 100$  мм: кривая  $1 - \nu = 0.5$  ТГц; кривая  $2 - \nu = 1$  ТГц; кривая  $3 - \nu = 2$  ТГц; кривая 4 -распределение Гинзбурга-Франка, уменьшенное в 2 раза. б) Распределение ПИ с  $\lambda = 0.3$  мм на плоскости апертуры

 $\gamma\lambda/2\pi < x_m, y_m$ . Для мишени в виде диска с радиусом  $R_T$  поле ПИ в силу азимутальной симметрии обладает только радиальной поляризацией  $E(\theta)$ , которая вычисляется из (3) при переходе к полярным координатам. Для наглядности далее в расчетах характеристик ПИ используется полярный угол  $\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2$ .

На рис. 2, *а* показано угловое распределение интенсивности ПИ электронов с  $\gamma = 300$  на расстоянии D = 300 мм, что соответствует предволновой зоне  $D \ll \gamma^2 (c/\nu)$ ,

Параметр	Значение
Расстояние от мишени до апертуры D	, мм 300
Лоренц-фактор $\gamma$	300
Радиус апертуры коллиматора $R_a$ , мм	10
Размер мишени ПИ $2x_m  imes 2y_m$ , мм	$100 \times 100$
Размер мишени ДИ $2x_m  imes y_m$ , мм	$100 \times 50$
Длительность сгустка электронов $\tau$ , п	ic < 1

Фиксированные параметры моделирования

поэтому угловое распределение зависит от частоты излучения, тогда как на рис. 2,  $\delta$  — угловое распределение для фиксированной длины волны  $\lambda = 0,3$  мм ( $\nu = 1$  ТГц) на плоскости апертуры.

Далее для всех представленных результатов моделирования параметры в таблице являются фиксированными и не варьируются. Выбранные значения данных параметров обусловлены возможными/реальными экспериментальными условиями (LINAC-200 ОИЯИ).

Если пучок ПИ формируется угловой коллимацией  $0 < \theta < \theta_{\max}$ , то интегрированием выражения (4) можно получить спектр ПИ:

$$\frac{dW_{\rm TR}}{d\omega} = 2\pi \int_{0}^{v_{\rm max}} \theta \, d\theta \frac{d^2 W_{\rm TR}}{d\omega \, d\Omega},\tag{5}$$

где  $\theta_{\max} = R_a/D$ ,  $R_a$  — радиус апертуры коллиматора.

В полярных координатах

$$\frac{d^2 W_{\rm TR}}{d\omega \, d\Omega} = cA_2^2 \left| \int_0^{R_T} K_1(k \, r_T) \, \exp\left\{ i\pi \left[ \frac{r_T^2}{D\lambda} - 2\frac{r_T r_a}{D\lambda} \cos\left(\varphi_T - \varphi_a\right) \right] \right\} r_T \, dr_T \, d\varphi_T \right|^2, \quad (6)$$

где  $r_a = D \sin \theta \approx D \theta$ ,  $c A_2^2 = e^2 \gamma^2 / \pi^2 c$ .

Рис. З иллюстрирует спектральный состав пучка ПИ в расчете на энергетический интервал  $\hbar d\omega$  после коллимации апертурой  $R_a = 10$  мм для тех же условий, что на рис. 2. Энергия  $\Delta W$ , испускаемая сгустком из  $N_e$  электронов в интервале частот  $\nu + \Delta \nu$ , вычисляется следующим образом:

$$\Delta W = \frac{dW}{d(\hbar\omega)}(\nu)N_e \frac{\alpha}{\pi^2} 2\pi\hbar\Delta\nu.$$
(7)

Спектр когерентного ПИ  $\frac{dW(\nu)}{d(\hbar\omega)}$ , рассчитанный из (4) для длины сгустков  $\sigma_z = 75$  мкм и 150 мкм ( $\tau = 0.25$  пс и 0.5 пс), показан на этом же рисунке. Как следует из результатов вычислений, для сгустка с  $\sigma_z = 75$  мкм в спектре присутствуют частоты вплоть до 1,5 ТГц.

Распределение интенсивности излучения в поперечном направлении близко к моде TEM<sub>10</sub> с минимумом по оси пучка, что не позволяет получить максимум мощности в центре сфокусированного «пятна» излучения [7].

Как показано в [11, 12], если использовать в качестве радиационного механизма дифракционное излучение (ДИ), пучок излучения в дальней зоне будет обладать



Рис. 3. Спектр пучка когерентного ПИ, сформированного апертурой  $R_a$ , сгустком из  $N_e$  электронов длительностью  $\sigma_z = 150$  мкм (кривая 1),  $\sigma_z = 75$  мкм (кривая 2). Кривая 3 — спектр некогерентного ПИ; штриховая кривая 4 — результат интегрирования формулы Гинзбурга-Франка по апертуре

единственным максимумом в отличие от воронкообразной структуры ПИ. Поля ДИ вычисляются с использованием выражения (4) при соответствующем выборе пределов интегрирования по поверхности мишени  $-x_{m \max} < x_T < x_{m \max}, -y_{m \max} < y_T < -h, h - прицельный параметр (см. врезку на рис. 1).$ 

Для параметров, использованных ранее, характеристики ДИ соответствуют предволновой зоне. Сильнейшее нарушение аксиальной симметрии процесса приводит к существенной деформации углового распределения (рис. 4, *a*). Максимум распределения ДИ заметно отклоняется от оси начального электронного пучка в вертикальном направлении.

В статье [13] было предложено использовать параболическую мишень для генерации и фокусировки пучка ДИ (другими словами, для трансформации характеристик ДИ к таковым в дальней зоне). В работе [14] эффект фокусировки наблюдался экспериментально.

При использовании вместо плоской мишени для генерации ДИ полупараболической мишени с фокусным расстоянием p = D пучок ДИ на расстоянии D от мишени



Рис. 4. Угловое распределение ДИ с длиной волны  $\lambda = 0,3$  мм на расстоянии D от ДИ-мишени: a) в вертикальном направлении при  $x_a = 0$ ;  $\delta$ ) в горизонтальном направлении при  $y_a = 7,5$  мм. Прицельный параметр h = 0,5 мм

будет иметь расходимость, определяемую углом  $\gamma^{-1}$ , т.е. соответствующую дальней зоне.

Спектрально-угловое распределение ДИ от полупараболической мишени рассчитывается по формулам, аналогичным (3) (см. [13, 14]):

$$\begin{cases} E_x(\theta_x, \theta_y) \\ E_y(\theta_x, \theta_y) \end{cases} = A_1 \int_{S_T} d\sigma \begin{cases} x_T \\ y_T \end{cases} \frac{K_1 \left( k \sqrt{x_T^2 + y_T^2} \right)}{\sqrt{x_T^2 + y_T^2}} \times \\ \times \exp\left\{ i\pi \left[ \frac{x_T^2 + y_T^2}{D\lambda} - \frac{x_T^2 + y_T^2}{\rho\lambda} - 2\frac{x_T \gamma \theta_x + y_T \gamma \theta_x}{\lambda} \right] \right\} = A_1 \begin{cases} I_x^{\mathrm{DR}}(\theta_x, \theta_y) \\ I_y^{\mathrm{DR}}(\theta_x, \theta_y) \end{cases}, \quad (8) \end{cases}$$

где  $d\sigma = (\sqrt{p^2 + x_T^2 + y_T^2} \, dx_T \, dy_T)/p$ , p — фокусное расстояние. Спектрально-угловое распределение ДИ вычисляется аналогично (4):

$$\frac{d^2 W_{\rm DR}}{\hbar \, d\omega \, d\Omega} = \frac{\alpha \gamma^2}{\pi^2} \frac{1}{8\pi\sqrt{2}} \left( \left| I_x^{\rm DR}(\theta_x, \theta_y) \right|^2 + \left| I_y^{\rm DR}(\theta_x, \theta_y) \right|^2 \right). \tag{9}$$

На рис. 5 приведены результаты расчетов сфокусированного углового распределения ДИ (p = D) для мишени размером  $100 \times 50$  мм ( $x_m = y_m = (2\pi 50 \text{ мм})/\gamma\lambda$ ) и прицельного параметра h = 0.5 мм (точки) в сравнении с угловым распределением ДИ в дальней зоне от полубесконечной идеально-проводящей мишени [12]:

$$\frac{d^2 W_{\rm DR}}{\hbar \, d\omega \, d\Omega} = \frac{\alpha \, \gamma^2}{4\pi^2} \exp\left[-\frac{4\pi h}{\gamma \lambda} \sqrt{1+\gamma^2 \theta_x^2}\right] \frac{1+2\gamma^2 \theta_x^2}{(1+\gamma^2 \theta_x^2)(1+\gamma^2 \theta_x^2+\gamma^2 \theta_y^2)}.\tag{10}$$

Как и ожидалось, полученное распределение практически совпадает с распределением (10), отличающимся от «идеального» случая уменьшением интенсивности в максимуме из-за конечных размеров мишени.

На рис. 6 представлено 2D-распределение сфокусированного пучка ДИ, обладающего единственным максимумом, форма которого близка к TEM<sub>00</sub>-моде (в пренебрежении эффектами азимутальной асимметрии).



Рис. 5. Угловое распределение ДИ, сфокусированного полупараболической мишенью с фокусным расстоянием p = 300 мм: a) в вертикальном направлении при  $x_a = 0$ ; b) в горизонтальном направлении при  $y_a = 0$ . Точки — расчет сфокусированного излучения, кривые — расчет углового распределения ДИ в дальней зоне



Рис. 6. Двумерное распределение сфокусированного ДИ на плоскости апертуры

Спектр ДИ одиночного заряда, рассчитанный для той же апертуры ( $\theta_{max} = 10/\gamma$ ), представлен на рис.7, где также показан спектр от бесконечно идеальнопроводящей мишени (кривая 4), полученный интегрированием выражения (10) по той же апертуре. Спектр когерентного дифракционного излучения для тех же длительностей сгустков, что и ранее, показан двумя нижними кривыми.

Следует отметить, что, несмотря на некоторое уменьшение интенсивности пучка дифракционного излучения по сравнению с переходным излучением, возможность фокусировки дифракцион-

ного излучения в пятно с радиусом порядка длины волны с максимальной интенсивностью в центре фокуса дает дополнительные варианты для его использования в прикладных исследованиях.



Рис. 7. Спектр сфокусированного когерентного ДИ, сформированного апертурой  $R_a$ : кривая  $1 - \sigma_z = 150$  мкм; кривая  $2 - \sigma_z = 75$  мкм. Кривая 3 - спектр некогерентного ДИ от мишени  $100 \times 50$  мм; кривая 4 - спектр некогерентного ДИ от бесконечной мишени

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках программы развития Томского политехнического университета (№ FSWW-2023-0003).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Tonouchi M. Cutting-Edge Terahertz Technology // Nat. Photonics. 2007. V. 1. P. 97.
- Yiwen Sun, Ming Yiu Sy, Yi-Xiang J Wang et al. A Promising Diagnostic Method: Terahertz Pulsed Imaging and Spectroscopy // World J. Radiol. 2011. V. 3. P. 55.
- 3. *Wilmink G.J., Grundt J.E.* Invited Review Article: Current State of Research on Biological Effects of Terahertz Radiation // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2011. V. 32. P. 1074.

- Kulipanov G. N., Bagryanskaya E. G., Chesnokov E. N. et al. Novosibirsk Free Electron Laser – Facility Description and Recent Experiments // IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol. 2015. V.5, No.5. P. 798.
- Shaker H. et al. Accelerator-Based Tunable THz Source for Pump-and-Probe Experiments at the European X-Ray Free-Electron Laser Facility // Proc. of IRMMW-THz. 2019; doi: 10.1109/IRMMW-THz.2019.8874425.
- Casalbioni S., Schmidt B., Schmuser P. et al. Ultrabroadband Terahertz Source and Beamline Based on Coherent Transition Radiation // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2009. V.12. P.030705.
- 7. *Chiadroni E., Anania M. P., Artioli M. et al.* Two Color FEL Driven by a Comb-Like Electron Beam Distribution // Rev. Sci. Instrum. 2013. V. 84. P. 022703.
- Castellano M., Cianchi A., Orlandi G., Verzilov V.A. Effects of Diffraction and Target Finite Size on Coherent Transition Radiation Spectra in Bunch Length Measurements // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V.435, No.3. P.297.
- 9. Гинзбург В. Л., Франк И. М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- Potylitsyn A. P. Image of Optical Diffraction Radiation (ODR) Source and Spatial Resolution of ODR Beam Profile Monitor // Advanced Radiation Sources and Applications. NATO Sci. Ser. II: Math. Phys. Chem. 2006. V. 199. P. 149.
- Potylitsyn A. P. Transition Radiation and Diffraction Radiation. Similarities and Differences // Nucl. Instr. Meth. B. 1998. V. 145. P. 169.
- 12. Potylitsyn A. P., Ryazanov M. I., Strikhanov M. N., Tishchenko A. A. Diffraction Radiation from Relativistic Particles. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010.
- 13. *Potylitsyn A. P., Rezaev R. O.* Focusing of Transition Radiation and Diffraction Radiation from Concave Targets // Nucl. Instr. Meth. B. 2006. V. 252. P. 44.
- Sukhikh L. G., Aryshev A. S., Karataev P. V. et al. Observation of Focusing Effect in Optical Transition and Diffraction Radiation Generated from a Spherical Target // Phys. Rev. ST. Accel. Beams. 2009. V. 12. P. 071001.

Получено 7 июня 2023 г.