

# СВОБОДНАЯ ПРЕЦЕССИЯ СПИНОВ КАК АЛЬТЕРНАТИВА МЕТОДУ РЕЗОНАНСНОЙ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ В БУДУЩИХ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ КОЛЛАЙДЕРАХ

*И. А. Кооп<sup>а,б,в,1</sup>, Е. В. Бедарев<sup>а,б</sup>, А. В. Отбоев<sup>а</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>а</sup>*

<sup>а</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>б</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

<sup>в</sup> Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

В будущих электрон-позитронных коллайдерах, таких как FCC-ee и CEPС, планируется прецизионно измерять энергию пучков методом резонансной деполяризации. Описывается альтернативный подход, основанный на быстром резонансном повороте спинов в горизонтальную плоскость кольца и последующем их свободном вращении вокруг равновесного вертикального направления. Частоту свободной когерентной прецессии спинов предлагается измерять по биениям числа событий рассеяния электронов, взаимодействующих с циркулярно-поляризованным светом лазера. Фурье-анализ числа выбывших за пределы апертуры кольца электронов определит частоту свободной прецессии. Проведено моделирование спиновой динамики на всех стадиях процесса с учетом синхротронных колебаний и энергетической диффузии, а также сделаны статистические оценки точности определения частоты прецессии спинов для параметров пучка в FCC-ee.

In future electron-positron colliders, such as FCC-ee and CEPС, it is planned to accurately measure the beam energy by resonance depolarization. An alternative approach is described based on the rapid resonant rotation of the spins into the horizontal plane of the ring and their subsequent free rotation around the equilibrium vertical direction. The frequency of free coherent spin precession is proposed to be measured by the beats of the number of scattering events of electrons interacting with circularly polarized laser light. Fourier analysis of the number of electrons that dropped out of the ring aperture will determine the frequency of free precession. Spin dynamics is simulated at all stages of the process, taking into account synchrotron oscillations and energy diffusion, and statistical estimates of the accuracy of determining the frequency of spin precession for beam parameters in FCC-ee are made.

PACS: 29.27.–a

## ВВЕДЕНИЕ

Метод резонансной деполяризации (РД) уже в течение многих десятилетий успешно используется для прецизионной калибровки энергии электронов и позитронов в накопительных кольцах. Его развитие началось в 1970-х гг. в Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера в Новосибирске в экспериментах на коллайдерах ВЭПП-2М

---

<sup>1</sup>E-mail: I.A.Koop@inp.nsk.su

и ВЭПП-4 [1], и с его помощью в конце 1990-х гг. было произведено самое точное на сегодня измерение массы и ширины  $Z$ -бозона на накопительном кольце LEP в ЦЕРН [2]. Метод же свободной прецессии (СП) был лишь однажды практически использован в эксперименте по сравнению аномальных магнитных моментов электрона и позитрона, выполненном в ИЯФ СО РАН в 1987 г. [3, 4]. Проблема повышения времени когерентного вращения спинов в накопительных кольцах обсуждалась также в работах [5–8].

В основе как одного, так и другого методов лежит явление самополяризации релятивистских пучков электронов или позитронов, циркулирующих в горизонтальной плоскости коллайдера, открытое в 1960-х гг. в теоретических работах А. А. Соколова и И. М. Тернова [9]. И если в методе РД измерение частоты прецессии спинов происходит по наблюдению потери степени поляризации при пересечении частотой деполяризатора резонансной частоты вращения спинов в кольце, то в методе СП измеряется модуляция сигнала поляриметра продольной компонентой спина ансамбля частиц в сгустке. Последующим фурье-анализом числа событий продольного комптоновского поляриметра определяется частота свободной прецессии спинов.

### ПРОДОЛЬНЫЙ КОМПТОНОВСКИЙ ПОЛЯРИМЕТР

В качестве поляриметра при энергии в пучке ниже 5 ГэВ обычно используется спиновая зависимость сечения рассеяния частиц друг на друге внутри сгустка — эффект Тушека. При более высоких энергиях статистически более привлекательным становится регистрация процесса обратного комптоновского рассеяния циркулярно поляризованных лазерных фотонов на встречно летящем поляризованном сгустке электронов. И если в поляриметре на основе эффекта Тушека измеряется квадрат степени поляризации пучка, то в комптоновском поляриметре асимметрия сечения рассеяния по отношению к величине продольной компоненты спина прямо пропорциональна произведению степеней поляризации электронов и лазерных фотонов. Таким образом, при достаточно высоких энергиях пучков становится возможным прямое наблюдение свободной когерентной прецессии спинов сгустка частиц с помощью поворотной регистрации выбывающих из пучка частиц, испытавших обратное комптоновское рассеяние. Число выбывших частиц из сгустка в этом случае оказывается модулированным средней величиной продольной компоненты спина, которая возникает при отклонении спина от его равновесного вертикального направления с помощью высокочастотного электромагнитного поля флиппера — устройства, используемого для быстрого поворота спина или для деполяризации сгустка.

На рис. 1 представлена зависимость поляризационной асимметрии сечения комптоновского рассеяния лазерных фотонов с энергией 2,33 эВ электроном с энергией 45 ГэВ [10].

При точно обратном направлении рассеяния фотонов их энергия возрастает до  $\omega_{\max} = 27,73$  ГэВ, а величина асимметрии

$$A = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-}$$

достигает значений, близких в данном случае к единице:  $A_{\max} = 0,743$ . Здесь  $\sigma_+$  и  $\sigma_-$  — сечения рассеяния при положительном и отрицательном знаках произведения единичных циркулярной поляризации света и продольной поляризации электронов.

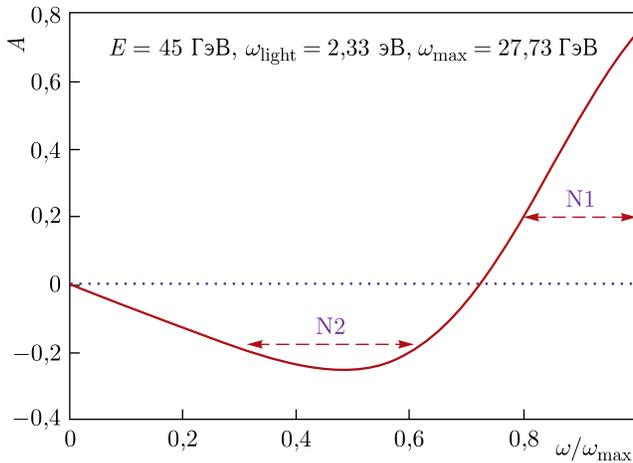


Рис. 1. Поляризационная асимметрия комптоновского сечения рассеяния лазерного излучения с энергией фотонов 2,33 эВ на электронах с энергией 45 ГэВ. Стрелками отмечены диапазоны с большой величиной асимметрии числа событий N1, N2 в этих двух диапазонах

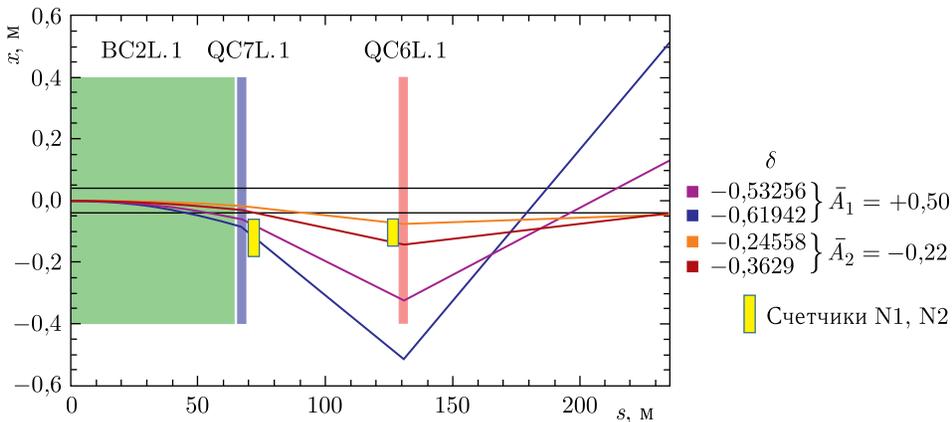


Рис. 2. Две группы траекторий электронов, потерявших энергию в диапазонах  $-0,62 < \delta < -0,53$  и  $-0,36 < \delta < -0,25$ . В этих диапазонах поляризационная асимметрия имеет противоположные знаки и ее средние значения равны  $\bar{A}_1 = 0,5$  и  $\bar{A}_2 = -0,22$ . Сцинтилляционные счетчики разделятельно регистрируют число событий N1, N2 в этих двух диапазонах энергии электронов

При меньших энергиях родившихся  $\gamma$ -квантов, когда отношение их энергии  $\omega$  к максимальной энергии квантов  $\omega_{\max}$  становится меньше 0,722, знак асимметрии меняется на противоположный. Регистрируя выбывшие в результате рассеяния электроны с большой передачей энергии фотонам, мы можем селективно выбрать события в нужном нам диапазоне передач и с достаточно большой величиной асимметрии. На рис. 2 в качестве примера показано, как в коллайдере FCC-ее разделяются траектории электронов с разной потерей энергии  $\delta = (E - E_0)/E_0$ , испытавших комп-

тоновское рассеяние на свете лазера в точке взаимодействия, находящейся перед дипольным магнитом ВС2L.1 с углом поворота 1,5 мрад.

### СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ ИЗМЕРЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Зададимся вопросом: какова статистическая точность измерения степени поляризации при сравнении числа событий рассеяния с противоположной ориентацией спина? Пусть в отсутствие поляризации число событий равно  $N$ , а для двух противоположных спиральностей электронов средние числа событий равны:

$$N^+ = N(1 + AP), \quad N^- = N(1 - AP),$$

где  $P$  — степень поляризации пучка, а  $A$  — поляризационная асимметрия сечения рассеяния.

Степень поляризации пучка  $P$  определится из соотношения

$$P = \frac{1}{A} \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}.$$

Статистическую флуктуацию данной величины получим простым дифференцированием по числам событий с разными знаками поляризаций:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{1}{A} \frac{(\Delta N^+ - \Delta N^-)(N^+ + N^-) - (N^+ - N^-)(\Delta N^+ + \Delta N^-)}{(N^+ + N^-)^2} = \\ &= \frac{2}{A} \frac{(\Delta N^+ N^- - \Delta N^- N^+)}{(N^+ + N^-)^2}. \end{aligned}$$

При вычислении среднего квадрата степени поляризации примем во внимание статистический закон флуктуаций интересующих нас чисел:  $(\Delta N^{+,-})^2 = N(1 \pm AP)$ . С учетом этого получим среднеквадратичную ошибку определения степени поляризации пучка:

$$\overline{(\Delta P)^2} = \frac{4N^3}{A^2} \frac{(1 + AP)(1 - AP)^2 + (1 - AP)(1 + AP)^2}{(2N)^4} = \frac{1 - A^2 P^2}{2A^2 N}.$$

В предельных случаях  $A = 1$  и  $A = 0$  имеем очевидный результат:  $\overline{(\Delta P)^2} = 0$  и  $\overline{(\Delta P)^2} = \infty$  соответственно, а при малой асимметрии  $AP \ll 1$  получим вполне ожидаемый ответ:

$$\sqrt{\overline{(\Delta P)^2}} = \frac{1}{A\sqrt{2N}} = \frac{1}{A\sqrt{N^+ + N^-}}.$$

Мы не будем здесь подробно останавливаться на чуть более сложном анализе статистической точности вычисления степени поляризации по числам событий в двух диапазонах потери энергии электронами, приведем лишь основные результаты этого рассмотрения. Степень поляризации, вычисляемая из асимметрии числа событий в двух диапазонах потери энергии электронами, равна

$$P = \frac{N_1 + xN_2}{A_1 N_1 + xA_2 N_2} \frac{N_1^+ - N_1^- + xN_2^+ - xN_2^-}{N_1^+ + N_1^- + xN_2^+ + xN_2^-}.$$

Здесь параметр  $x$  — учитываемая доля событий во втором диапазоне;  $N_{1,2}$  — усредненные по знаку поляризации средние числа событий в первом и втором диапазонах, т. е.  $2N_{1,2} = N_{1,2}^+ + N_{1,2}^-$ .

Статистические флуктуации числа событий дадут следующую среднеквадратичную ошибку измерения степени поляризации пучка:

$$\overline{(\Delta P)^2} = \frac{N_1^3(1 - A_1^2 P^2) + N_1^2 N_2 [2x(1 - A_1^2 P^2) + x^2(1 + A_1^2 P^2 - 2A_1 A_2 P^2)]}{2(A_1 N_1 + x A_2 N_2)^2 (N_1 + x N_2)^2} + \frac{x^4 N_2^3(1 - A_2^2 P^2) + N_1 N_2^2 [2x^3(1 - A_2^2 P^2) + x^2(1 + A_2^2 P^2 - 2A_1 A_2 P^2)]}{2(A_1 N_1 + x A_2 N_2)^2 (N_1 + x N_2)^2}.$$

Надо заметить, что при разных знаках асимметрий  $A_{1,2}$  в этом выражении нужно использовать их модуль.

Можно показать, что при не слишком больших асимметриях  $A_{1,2}$  оптимальный выбор весового коэффициента смешивания числа событий в двух диапазонах приблизительно равен

$$x_{\text{opt}} = \frac{A_2}{A_1}.$$

В этом случае достигается минимальная статистическая ошибка измерения степени поляризации. Для электронов с энергией 45 ГэВ в диапазонах, указанных на рис. 2, пусть числа событий рассеяния за один оборот равны  $N_{1,2} \approx 1000$ , а асимметрии в этих диапазонах —  $A_1 = 0,5$  и  $A_2 = 0,22$ . Следовательно, точность измерения степени поляризации за один оборот при  $x_{\text{opt}} = 0,44$  и  $P = 0,1$  составит примерно

$$\sqrt{\overline{(\Delta P)^2}} = 0,041.$$

Можно полагать, что в режиме когерентной свободной прецессии за 10 000 оборотов ожидаемая точность измерения степени поляризации составит

$$\sqrt{\overline{(\Delta P)^2}} = 0,00041.$$

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОВОРОТА СПИНА В ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ПЛОСКОСТЬ

На рис. 3 показан результат моделирования процесса поворота спинов 400 частиц мощным ВЧ-устройством — флиппером, включенным на фиксированной частоте в течение 512 оборотов с отстройкой от резонанса на величину  $\varepsilon_0 = -0,005$  (ошибки знания резонансной частоты) и с амплитудой гармоники  $w = 0,002$ . Красной кривой (1) показана зависимость продольной компоненты спина от числа оборотов, а синяя кривая (2) показывает модуляцию вертикальной компоненты (правая шкала). В начальный момент спин ансамбля выстроен вертикально со степенью поляризации  $P_0 = 0,1$ . Из данных графиков видно, что спин за 512 оборотов совершает примерно 2,75 оборота вокруг наклоненной оси прецессии с частотой, равной векторной сумме  $h = \sqrt{w^2 + \varepsilon_0^2} = 0,00538$ . Также отчетливо видны биения продольной компоненты спина с синхротронной частотой  $\nu_s = 0,032$ .

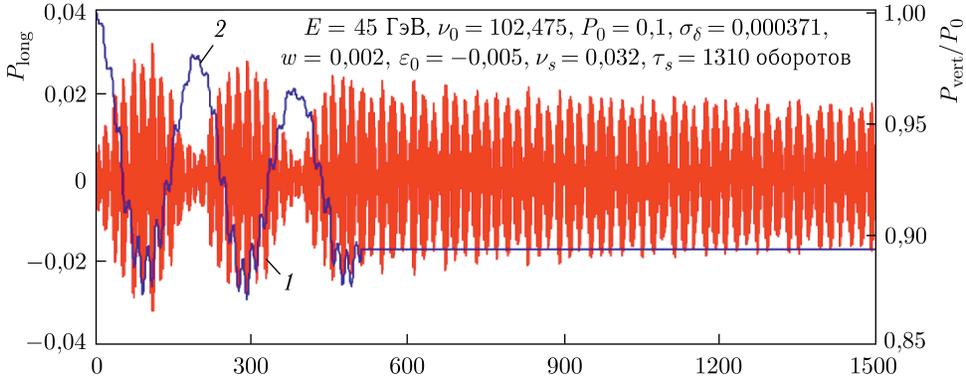


Рис. 3 (цветной в электронной версии). Поворот спинов ансамбля из 400 частиц с начальной степенью поляризации  $P_0 = 0,1$  флиппером с амплитудой  $w = 0,002$ , отстроенным от резонансной частоты на  $\varepsilon_0 = 0,005$  и включенным в течение 512 оборотов

Очевидно, что при такой большой отстройке от резонанса, как  $\varepsilon_0 = -0,005$ , нет никакого смысла включать флиппер на время, большее чем 100 оборотов, за которое спин совершает точно пол-оборота вокруг эффективной оси прецессии. По-видимому, комptonовский спектрометр [11] в проекте коллайдера FCC-ee будет способен измерять энергию пучков с гораздо лучшей точностью, чем представлено в данном примере, и тогда при меньшей отстройке от резонанса можно будет крутить спин флиппером больше чем одну сотню оборотов и, следовательно, можно будет повернуть его на больший угол, чем в данном примере.

Надо также отметить, что квантовые флуктуации синхротронного излучения частиц успевают вносить заметный шум во вращение спинов отдельных частиц вокруг эффективной оси прецессии  $\mathbf{h}$ , разрушая тем самым когерентность всего процесса в целом. Расфазировка вращения спинов в полном ансамбле продолжается и на этапе свободной прецессии, после выключения флиппера, ограничивая тем самым время когерентности несколькими тысячами оборотов, как в нашем примере. Тем не менее

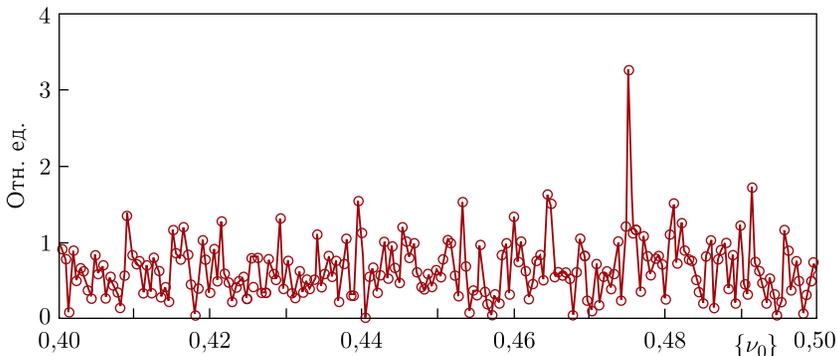


Рис. 4. Фурье-спектр сигнала асимметрии пооборотного числа событий комptonовского рассеяния электронов при энергии 45 ГэВ

с помощью фурье-анализа удается измерить частоту свободной прецессии, несмотря на столь явную неэффективность поворота ансамбля спинов в горизонтальную плоскость. На рис. 4 показан фурье-спектр сигнала приведенной асимметрии числа событий в счетчиках  $N_{1,2}$ .

В моделировании были взяты следующие параметры:  $\nu_0 = 102,75$ ,  $n = 2048$  оборотов,  $\langle N_C \rangle = 1000$ ,  $A = 0,5$ . Здесь  $n$  — число оборотов свободной прецессии, а  $\langle N_C \rangle$  — среднее число событий рассеяния за один оборот. Число событий на каждом обороте разыгрывалось по распределению Пуассона со средним числом  $\langle N_C \rangle(1 + AP_{\text{long}})$ , где  $P_{\text{long}}$  — мгновенное значение продольной компоненты спина на данном обороте. Статистический шум в спектре в данном примере, как видно, оказался примерно в 3 раза меньше искомого пика с дробной частотой  $\{\nu_0\} = 0,475$ .

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное нами численное моделирование процессов когерентного поворота спинов и последующей когерентной свободной прецессии показали, что таким способом можно надежно измерять частоту прецессии, а следовательно, и среднюю по кольцу энергию. Данный метод, как и метод резонансной деполяризации, применим при условии, что средний по пучку индекс синхротронной модуляции не превышает величины 1,5:  $\xi = \nu_0 \sigma_\delta / \nu_s < 1,5$ . В противном случае происходит быстрая потеря когерентности спинового движения и перекрытие центрального и боковых синхротронных резонансов — возникает широкая область резонирующих частот.

Стоит также отметить, что при таком неэффективном повороте спинов в горизонтальную плоскость, как в нашем примере, потеря вертикальной компоненты поляризации составляет менее 12% и, следовательно, тот же самый сгусток электронов можно в принципе еще два-три раза использовать для измерения резонансной частоты.

В заключение отметим два главных преимущества метода свободной прецессии в сравнении со стандартным методом резонансной деполяризации.

1. Измерение частоты свободной прецессии происходит чрезвычайно быстро — всего лишь за несколько тысяч оборотов, вместо медленного сканирования частотой деполяризатора в течение нескольких минут.

2. В этом методе нет неопределенностей, связанных с выбором момента пересечения истинной резонансной частоты. В идеале есть лишь один явный пик в фурье-спектре, соответствующий средней по пучку частоте прецессии. В реальности, правда, для уточнения его положения необходимо учитывать и амплитуды соседних фурье-гармоник.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Derbenev Ya. S., Kondratenko A. M., Serednyakov S. I., Skrinisky A. N., Tumaikin G. M., Shatunov Yu. M.* Radiative Polarization: Obtaining, Control, Using // Part. Accel. 1978. V. 8. P. 115–126.
2. *Assmann R. et al.* Calibration of Centre-of-Mass Energies at LEP1 for Precise Measurements of  $Z$  Properties // Eur. Phys. J. C. 1999. V. 6. P. 187–223.
3. *Vasserman I. B. et al.* Comparison of the Electron and Positron Anomalous Magnetic Moments: Experiment 1987 // Phys. Lett. B. 1987. V. 198, No. 2. P. 302–306.

4. *Koop I. A., Shatunov Yu. M.* The Spin Precession Tune Spread in the Storage Ring // Proc. of the 1st Eur. Part. Accel. Conf. "EPAC 88", Rome, 1988. P. 738–739.
5. *Barber D. P., Boege M., Heinemann K., Mais H., Ripken G.* Spin Decoherence in Electron Storage Rings // Proc. of the 11th Intern. Symp. on High-Energy Spin Physics "Spin94", Bloomington, USA, 1994. P. 273–279.
6. *Heinemann K.* Some Models of Spin Coherence and Decoherence in Storage Rings. Rep. DESY-97-166. DESY, 1997; <https://arxiv.org/abs/physics/9709025>.
7. *Guidoboni G. et al.* How to Reach a Thousand-Second in-Plane Polarization Lifetime with 0.97 GeV/c Deuterons in a Storage Ring // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 054801.
8. *Guidoboni G. et al.* Connection between Zero Chromaticity and Long in-Plane Polarization Lifetime in a Magnetic Storage Ring // Phys. Rev. Accel. Beams. 2018. V. 21. P. 024201.
9. *Sokolov A. A., Ternov I. M.* Polarization and Spin Effects in the Synchrotron Radiation Theory // Dokl. Akad. Nauk SSSR. 1963. V. 153, No. 5. P. 1052–1054.
10. *Berestetskii V. B., Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P.* Quantum Electrodynamics. V. 4. 2nd ed. Butterworth-Heinemann, 1982. 672 p.; Квантовая электродинамика. 4-е изд. М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2002. 720 с.
11. *Abada A. et al. (FCC Collab.).* FCC-ee: The Lepton Collider: Future Circular Collider Conceptual Design Report. V. 2 // Eur. Phys. J. ST. 2019. V. 228, No. 2. P. 261–623.

Получено 15 сентября 2023 г.