

## ПРОДОЛЬНАЯ ДИНАМИКА NICA В ВЧ-СИСТЕМЕ БАРЬЕРНОГО ТИПА ПРИ КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ, ВКЛЮЧАЯ ИМПЕДАНСЫ В $B_{\text{LonD}}$

*С. Колокольчиков<sup>a, b, 1</sup>, Ю. Сеничев<sup>a, b</sup>, А. Аксентьев<sup>b, 6</sup>,  
А. Мельников<sup>a, b, 2</sup>, В. Ладыгин<sup>3</sup>, Е. Сыресин<sup>3</sup>*

<sup>a</sup> Институт ядерных исследований РАН, Москва

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Долгопрудный, Россия

<sup>6</sup> Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва

<sup>2</sup> Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, Черноголовка, Россия

<sup>3</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Исследуется влияние импедансов пространственного заряда, а также ВЧ на продольную динамику во время процедуры преодоления критической энергии скачком. Отличительной особенностью является использование ВЧ барьерного типа, в результате чего достигается специфическое распределение пучка в фазовом пространстве, отличное от классического, формируемого гармонической системой ВЧ.

We investigate the influence of space charge impedances, as well as RF resonators, on longitudinal dynamics during the procedure of transition energy crossing with a jump. A distinctive feature is the use of Barrier Bucket RF, resulting in a specific distribution of the beam in the phase space, different from the classical one formed by harmonic RF system.

PACS: 29.20.D-; 29.27.-a

### КРИТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

При рассмотрении продольного движения вводится понятие коэффициента расширения орбиты (momentum compaction factor) [1]:

$$\alpha_c = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{d\delta} = \alpha_0 + 2\alpha_1\delta + 3\alpha_2\delta^2 + \dots \equiv \frac{1}{\gamma_T^2} \quad (1)$$

и коэффициента проскальзывания (slip-factor):

---

<sup>1</sup>E-mail: sergey.bell13@gmail.com

$$\eta(\delta)\eta_0 + \eta_1\delta + \eta_2\delta^2 + \dots, \quad (2)$$

где  $\delta$  — разброс по импульсам;  $R_0, R$  — усредненный радиус референсной и отклоненной на  $\delta$  частиц;  $\alpha_n, \eta_n$  —  $n$ -е члены разложения;  $\gamma_{tr}$  — критическая энергия. Коэффициенты могут быть связаны соотношениями  $\eta = \eta_0 = \alpha_0 - 1/\gamma_0^2$ ,  $\eta_1 = \alpha_1 - (\eta_0/\gamma_0^2) + (3/2)(\beta^2/\gamma^2)$ . Как видно, при определенной энергии референсной частицы — критической  $\gamma = \gamma_{tr}$  коэффициент проскальзывания принимает нулевое значение  $\eta = \eta_0 = 0$ .

### СКАЧОК КРИТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Процедура скачка критической энергии применяется для преодоления критической энергии. Таким образом, удается сохранить устойчивое движение пучка в фазовом пространстве. Данный метод применялся на многих установках и описан в работах [2, 3].

Необходимость скачка можно понять, рассмотрев зависимость от  $\eta(\delta) = \eta_0 + \eta_1\delta + \dots$  уравнений продольного движения, которые описывают эволюцию частиц в фазовом пространстве [4]:

$$\frac{d\tau}{dt} = \eta(\delta) \frac{h\Delta E}{\beta^2 E_0}, \quad \frac{d(\Delta E)}{dt} = \frac{V(\tau)}{T_0}. \quad (3)$$

При ускорении значение коэффициента проскальзывания  $\eta$  приближается к нулю для всех частиц, однако из-за ненулевого разброса по импульсам  $\delta$  слагаемое  $\eta_1\delta$  начинает быть сравнимым с  $\eta_0$  и играет важную роль для динамики вблизи критической энергии. Если не предпринимать никаких мер, то для частиц, преодолевших критическую энергию, знак коэффициента проскальзывания меняется. Исходя из (3), видно, что движение в фазовой плоскости становится неустойчивым, ведет к потере пучка. Процедура скачка позволяет, во-первых, в течение поднятия критической энергии удерживать пучок на расстоянии, достаточном, чтобы все частицы имели один и тот же знак коэффициента проскальзывания. Во-вторых, обеспечить быстрый переход к новому состоянию, где коэффициент проскальзывания меняет знак, но для всех частиц снова имеет одинаковый знак. Стабильность обеспечивается сменой полярности удерживающих ВЧ-барьеров.

Для коэффициента расширения орбиты может быть получено выражение [5]:

$$\alpha = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{D(s)}{\rho(s)} ds, \quad (4)$$

где  $D(s)$  — дисперсионная функция;  $\rho(s)$  — кривизна орбиты. Для стационарной машины возможна вариация дисперсионной функции для изменения значения  $\alpha$ , а соответственно и  $\eta$ . Например, для NICA рассматривается возможность создания дополнительного градиента в квадрупольных линзах. Расчеты показывают, что возможно изменение критической энергии  $\gamma_{tr}$  со скоростью  $d\gamma_{tr}/dt = 8,5 \text{ с}^{-1}$  [6].

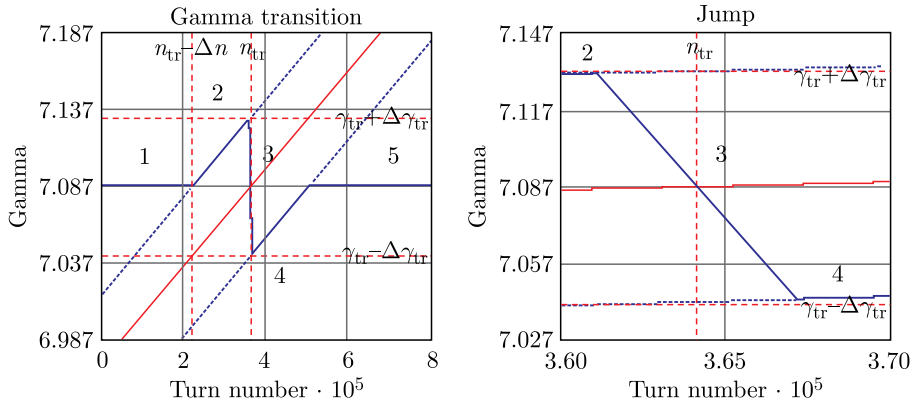


Рис. 1 (цветной в электронной версии). Схема скачка критической энергии. Синяя линия — фактическая критическая энергия ускорителя  $\gamma_{tr}$ ; красная линия — энергия референсной частицы

Можно выделить пять основных состояний продольной динамики, основанных на изменении критической энергии  $\gamma_{tr}$  (рис. 1):

- 1) ускорение от энергии инжекции  $E_{inj}$  со стационарным значением  $\gamma_{tr}^{stat}$ ;
- 2) плавное увеличение  $\gamma_{tr}$  параллельно энергии частиц до пикового значения, коэффициент проскальзывания  $\eta_0$  приобретает минимально возможное значение, приближаясь к околонулевому значению;
- 3) переход через стационарное значение критической энергии, при этом  $\eta_0$  пересекает нулевое значение для всех частиц;
- 4) плавное восстановление  $\gamma_{tr}$  до стационарного значения, также параллельно энергии частиц;

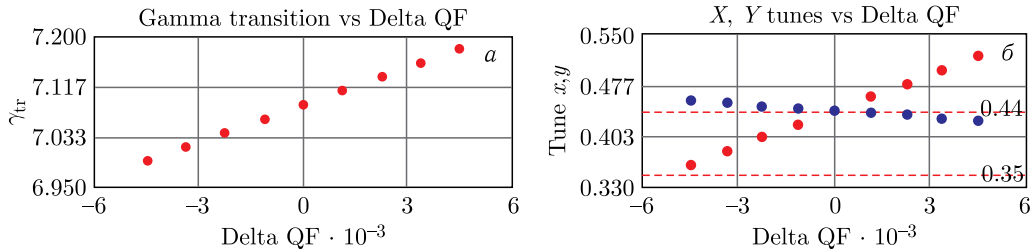


Рис. 2. Зависимость критической энергии и рабочей точки от возмущения градиента квадрупольных линз

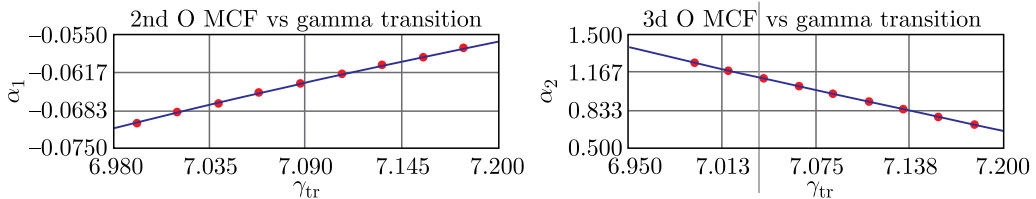


Рис. 3. Зависимость высших порядков разложения коэффициента расширения орбиты от критической энергии

5) ускорение до энергии эксперимента со стационарным значением критической энергии  $\gamma_{tr}^{stat}$ .

Состояния 2-3-4 определяют процедуру преодоления  $\gamma_{tr}$  скачком. Изменение магнитооптики приводит к зависимости  $\gamma_{tr}$ , соответствующего смещения рабочей точки  $\nu_{x,y}$  (рис. 2), а также высших порядков коэффициента расширения орбиты  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  (рис. 3).

### ВЧ-СИСТЕМА БАРЬЕРНОГО ТИПА

Для прохождения критической энергии, возможно использование ВЧ-системы барьерного типа (Barrier Bucker RF) [7, 8] (рис. 4)

$$g(\phi) = \begin{cases} -\text{sign}(\eta), & -\pi/h_r \leq \phi \leq 0, \\ \text{sign}(\eta), & 0 < \phi \leq \pi/h_r, \\ 0, & \text{other,} \end{cases} \quad (5)$$

где  $\eta$  — коэффициент проскальзывания (slip-factor);  $h_r = \pi/\phi_r$  — гармоническое число для отражающего барьера и  $\phi_r$  — соответствующая фаза. В уравнении (5) учтено, что при прохождении через критическую энергию меняется знак  $\eta$  и, соответственно, полярность ВЧ-барьеров. Для ускорения может быть также приложено дополнительное напряжение в виде меандра с напряжением  $V_{acc} = 300$  эВ.

Коэффициенты фурье-разложения для приведенного прямоугольного сигнала даются выражением [9]:

$$b_n = \text{sign}(\eta) \frac{2}{n\pi} \left[ 1 - \cos\left(\frac{n}{h_r}\pi\right) \right], \quad (6)$$

где  $n$  — номер гармоники. Для создания плавной формы сигнала используется сигма-модуляция, сохраняющая симметрию сигнала:

$$\sigma_{m,n} = \text{sinc}^m \frac{n\pi}{2(N+1)}, \quad (7)$$

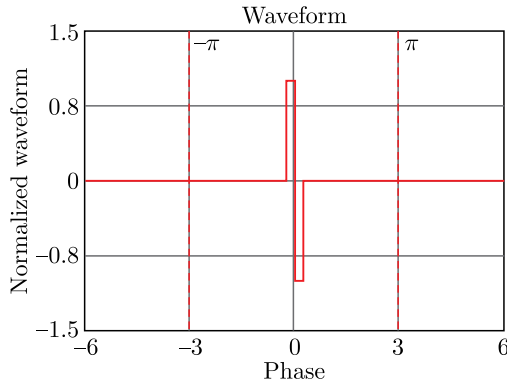


Рис. 4. Нормализованная форма сигнала от ВЧ-барьера

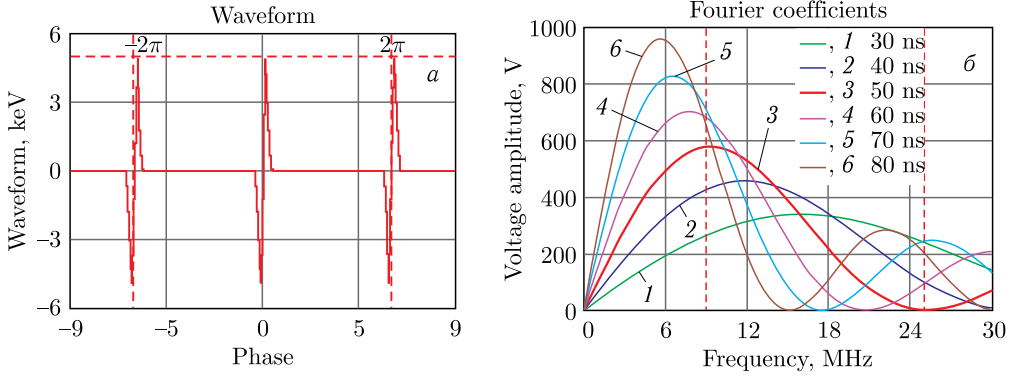


Рис. 5. Разложение сигнала от ВЧ-системы барьерного типа в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. а) Форма ВЧ-барьеров; б) амплитуды гармоник в зависимости от частоты для разной ширины отражающего барьера

где  $N$  — количество членов гармонического разложения. Таким образом, напряжение  $n$ -й гармоники:

$$V_n = V^{\text{peak}} b_n \sigma_{m,n}. \quad (8)$$

На рис. 5 представлены полученные формы сигнала и соответствующие напряжения для гармоник.

В зависимости от относительного смещения от референсной частицы попадают под влияние ВЧ-барьера в области отражения и испытывают толчок энергии:

$$E'_i = \Delta E_i + \sum_{j=1}^N V_j \sin(\omega_j \Delta t_i + \phi_j). \quad (9)$$

### УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ИМПЕДАНСОВ

Для учета влияния электромагнитного взаимодействия пучка с окружением вводится понятие импеданса. На продольную динамику основное влияние оказывает импеданс пространственного заряда [10] (рис. 6)

$$\frac{Z_{\text{sc}}}{n} = -\frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[ 1 + 2 \ln \left( \frac{b}{a} \right) \right]. \quad (10)$$

Для наглядности приведем напряжение, индуцированное пространственным зарядом,  $V_{\text{sc}}(\phi)$ . Уравнение определяется производной от функции распределения  $f(\phi)$  в пространстве [11]:

$$V_{\text{sc}}(\phi) = \frac{Z^2 h^2 g_0 Z_0 c e}{2R_0 \gamma^2} \frac{\partial (N_0 f(\phi))}{\partial \phi}. \quad (11)$$

Для ВЧ барьерного типа, как будет видно далее из рис. 7, 8, распределение внутри сепаратрисы равномерное непосредственно вне отражающего барьера. Таким образом, производная слабо отличается от нуля. Значительное напряжение может быть создано только на краях сепаратрисы, где наблюдается изменение градиента в профиле пучка.

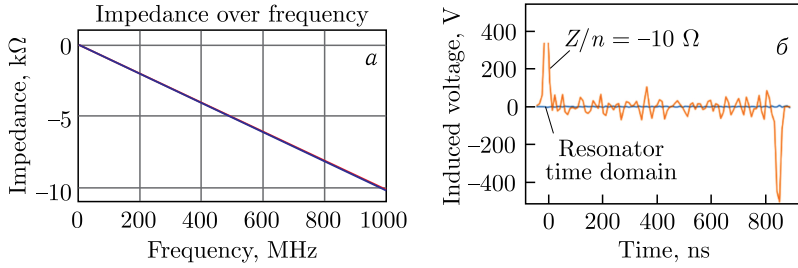


Рис. 6. а) Импеданс пространственного заряда; б) напряжение, создаваемое пространственным зарядом вдоль профиля пучка в продольной плоскости

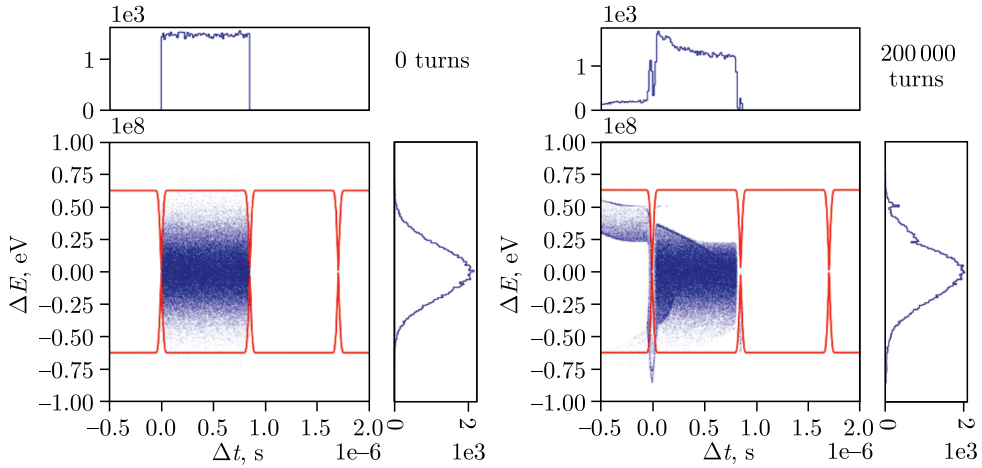


Рис. 7. Фазовая плоскость при удержании пучка внутри ВЧ-барьера. Слева — начальное распределение; справа — распределение после  $2 \cdot 10^5$  оборотов

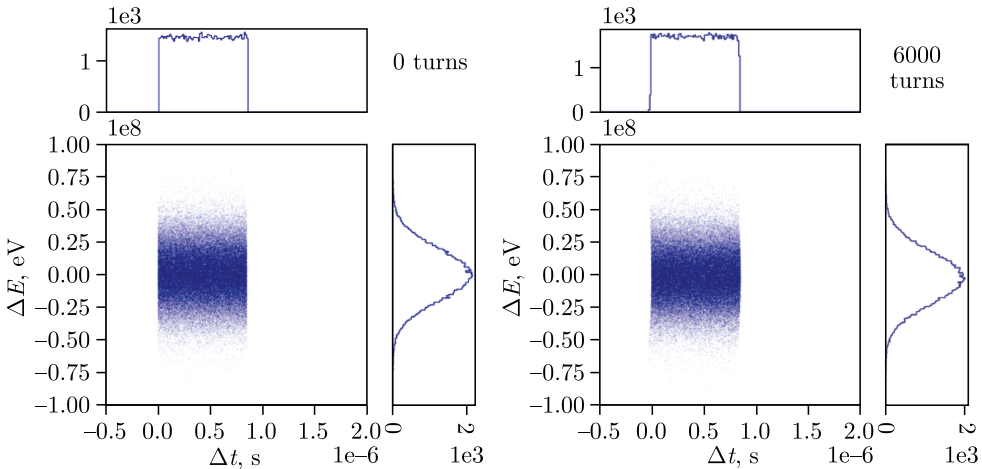


Рис. 8. Фазовая плоскость при скачке, ВЧ-барьеры отключены. Слева — начальное распределение; справа — распределение после  $6 \cdot 10^3$  оборотов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ

Наиболее опасными с точки зрения разрушения пучка являются состояния 2-3-4, при которых изменяются параметры ускорителя. С точки зрения динамики состояния 2 и 4 являются симметричными.

Профиль пучка в продольной плоскости равномерный, а энергетический разброс — гауссов. Состояния 2 и 4 характерны тем, что коэффициент проскальзывания для равновесной частицы остается неизменным, а критическая энергия меняется синхронно с энергией пучка в течение порядка  $2 \cdot 10^5$  оборотов. Таким образом, удержание пучка при стационарном значении критической энергии эквивалентно ускоренному движению пучка в структуре с меняющимися параметрами. Как видно на рис. 8, профиль пучка смещается к левому барьеру, это связано с тем, что для частиц с положительными  $\delta > 0$  коэффициент проскальзывания  $\eta_{+\delta}$  больше, чем для частиц с отрицательным  $\delta < 0$   $\eta_{-\delta}$ :  $\eta_{+\delta} > \eta_{-\delta}$ . Это видно из (2) и того факта, что  $\eta_1 < 0$ .

Состояние 3 — быстрое изменение параметров в течение  $6 \cdot 10^3$  оборотов (10 мс). ВЧ-барьеры выключены на время скачка, чтобы не разрушить пучок. Влияние пространственного заряда наиболее важно в отсутствие барьеров, так как отсутствует внешняя удерживающая сила. Трекинг сделан с учетом описанного выше импеданса пространственного заряда.

За время скачка существенного изменения профиля пучка не произошло. Моделирование выполнено в среде BLoND [12, 13].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена динамика продольного движения вблизи критической энергии в ВЧ-системе барьерного типа с учетом импеданса пространственного заряда. Процедура скачкообразного изменения параметров ускорителя является доступным вариантом преодоления критической энергии в ВЧ-барьере.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-42-04419). <https://rscf.ru/en/project/22-42-04419/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lee S. Y. Accelerator Physics. 3rd ed. <https://doi.org/10.1142/8335>. 1998.
2. Risselada T. Gamma Transition Jump Schemes. CAS, 1994.
3. Ainsworth R. et al. Transition Crossing in the Main Injector for PIP-II. FERMILAB-CONF-17-143-AD. Batavia, 2017.
4. Senichev Yu. V., Chechenin A. N. Beam Cooling at COSY and HESR. FZY, Jülich.
5. Senichev Yu. V., Chechenin A. N. Theory of “Resonant” Lattices for Synchrotrons with Negative Momentum Compaction Factor // JETP. 2007. V. 105, No. 5. P. 988–997.
6. Syresin E. M. et al. Formation of Polarized Proton Beams in the NICA Collider-Accelerator Complex // Phys. Part. Nucl. 2021. V. 52. P. 997–1017; doi: 10.1134/S1063779621050051.
7. Tribendis A. et al. Construction and First Test Results of the Barrier and Harmonic RF Systems for the NICA Collider // Proc. of the 12th Intern. Part. Accel. Conf. (IPAC2021), Campinas, SP, Brazil, May 24–28, 2021; doi: 10.18429/JACoW-IPAC2021-MOPAB365.

8. *Malyshev A. M. et al.* Barrier Station RF1 of the NICA Collider. Design Features and Influence on Beam Dynamics // Proc. of the 27th Russ. Part. Accel. Conf. (RuPAC2021), Alushta, Russia, Sept. 27 – Oct. 1, 2021; doi: 10.18429/JACoW-RuPAC2021-WEPS15.
9. *Vadai Mihaly.* Beam Loss Reduction by Barrier Buckets in the CERN Accelerator Complex. CERN. Geneva, 2021.
10. *Laclare J. L.* Coasting Beam Longitudinal Coherent Instabilities // CAS–CERN Accel. School: Proc. of the 5th General Accel. Phys. Course. P. 349–384; doi: 10.5170/CERN-1994-001.349.
11. *Wei J., Lee S. Y.* Space Charge Effect at Transition Energy and the Transfer of RF System at Top Energy. BNL-41667. Brookhaven.
12. *Derwent P. F.* Implementation of BLonD for Booster Simulations. Beams doc 8690. 2020.
13. BLonD. <https://blond.web.cern.ch/>.

Получено 15 сентября 2023 г.