

**ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОНУСОВОГО АЛГОРИТМА  
НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ И ХАРАКТЕРИСТИКИ  
РЕКОНСТРУИРОВАННЫХ СТРУЙ  
В  $p-p$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ  
ПРИ ЭНЕРГИИ  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ**

*Т. Г. Дедович, М. В. Токарев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Проведено исследование влияния параметров ( $E_{\text{cut}}$ ,  $E_{\text{seed}}$ ,  $R$ ) конусового алгоритма на эффективность и характеристики реконструированных струй в  $p-p$ -взаимодействиях при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ. Генерация событий проводилась с использованием монте-карловской программы PYTHIA. Исследована зависимость доли образования двухструйных событий от поперечного импульса жесткого процесса  $\hat{p}_\perp$  при разных значениях параметров алгоритма. Установлена зависимость точности восстановления энергии и направления партона для двухструйных событий и двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) событиях от параметров алгоритма. Проведено сравнение результатов моделирования струй с предсказаниями, полученными в рамках теории  $z$ -скейлинга, и с экспериментальными данными, полученными на RHIC. Установлена независимость наклона скейлинговой функции от параметров алгоритма в диапазоне поперечных энергий струи  $E_T^{\text{jet}} = 25–60$  ГэВ. Показано, что в области  $E_T^{\text{jet}} < 25$  ГэВ наблюдается сильная зависимость инвариантных сечений и наклона скейлинговой функции от параметров алгоритма, которая усиливается с уменьшением  $E_T^{\text{jet}}$ .

Исследования выполнены при поддержке целевой программы Министерства науки и образования, грант РНП. 2.2.2.2.6546 (МИРЭА).

Impact of cone algorithm parameters ( $E_{\text{cut}}$ ,  $E_{\text{seed}}$ ,  $R$ ) on efficiency and characteristics of the reconstructed jets in  $p-p$  collisions at energy  $\sqrt{s} = 200$  GeV is studied. The PYTHIA Monte Carlo generator is used for event generation. Dependence of dijet production fraction on parton transverse momentum  $\hat{p}_\perp$  at different algorithm parameters is studied. Dependence of reconstruction efficiency of parton energy and parton direction in dijet events and two leading jets of  $N$ -jet ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) events on algorithm parameters is established. Results of Monte Carlo simulation are compared with predictions made in the framework of  $z$ -scaling and experimental data obtained at RHIC. Independence of the slope parameter of the scaling function  $\psi(z)$  from algorithm parameters in the energy range  $E_T^{\text{jet}} = 25–60$  GeV is established. Strong dependence of the invariant cross section and the slope parameter on algorithm parameters for  $E_T^{\text{jet}} < 25$  GeV with decreasing of  $E_T^{\text{jet}}$  is found.

The research activities are supported by the special program of the Ministry of Science and Education of the Russian Federation, grant RNP. 2.2.2.2.6546 (MIREA).

PACS: 13.85.-t, 13.87.-a, 13.87.Fh, 21.60.Ka

## ВВЕДЕНИЕ

Рождение адронных струй в протон-антипротонных столкновениях при высоких энергиях на  $S\bar{p}pS$  в ЦЕРН явилось убедительным доказательством существования кварков и глюонов, подтверждающим теорию сильных взаимодействий — квантовую хромодинамику (КХД). Последующие экспериментальные исследования этого явления в  $\bar{p}-p$ -взаимодействиях на тэватроне [1–6] подтвердили ранее установленные закономерности и показали, что использование жестких пробников (струй, прямых фотонов, тяжелых кварков) является наиболее перспективным методом для поиска новой физики, проверки и развития теории.

Струи представляют собой сильно скоррелированные в пространстве и времени группы адронов, которые рождаются в большом количестве в адрон-адронных взаимодействиях при высоких энергиях. Доля событий с рождением струй возрастает с энергией взаимодействия  $\sqrt{s}$ . По современным представлениям струи являются результатом жесткого взаимодействия кварков и глюонов. При этом механизмы излучения в начальном и конечном состояниях многократных взаимодействий и фрагментации могут существенно искажить свойства элементарного взаимодействия, описываемого в рамках пертурбативной КХД. Непертурбативная часть, связанная с распределениями кварков и глюонов в сталкивающихся адронах, а также фрагментацией партонов в адронах, вносит неоднозначность в расчеты, особенно при экстраполяции в кинематическую область, где отсутствует информация о партонных функциях распределения и функциях фрагментации.

В связи с запуском нового коллайдера релятивистских ядер и поляризованных протонов (RHIC) в Брукхейвенской национальной лаборатории (БНЛ) появилась возможность экспериментального исследования рождения струй в протон-протонных и ядро-ядерных взаимодействиях в диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 50\text{--}500$  ГэВ. Новые данные позволят не только получить информацию о процессах рождения струй в новой кинематической области, но и провести сравнение с данными, полученными на протон-антипротонном коллайдере тэватрон при более высоких энергиях  $\sqrt{s} = 630\text{--}1960$  ГэВ. Для дальнейшей проверки теории КХД, механизмов образования струй и их структуры необходимо иметь адекватное соответствие между теоретическим описанием струй в рамках КХД и их экспериментальным определением, основанным на выборе того или иного алгоритма реконструкции. Поиск такого соответствия является актуальным и представляет одну из основных задач физики струй.

В данной работе проведено исследование влияния параметров конусового алгоритма на эффективность и характеристики реконструированных струй в  $p-p$ -взаимодействиях при энергии RHIC  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ. В разд. 1 описаны механизмы рождения струй и выбор параметров программы PYTHIA [7], используемой для генерации событий. Структура конусового алгоритма реконструкции струй с учетом возможных перекрытий струй представлена в разд. 2. Выбор характеристик струй, определение доли образования двухструйных событий в зависимости от поперечного импульса жесткого процесса  $\hat{p}_\perp$ , исследование зависимости точности восстановления энергии и направления партона для двухструйных событий и двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) событиях при различных значениях параметров алгоритма обсуждаются в разд. 3. Сравнение результатов моделирования с предсказаниями, полученными в рамках теории  $z$ -скейлинга, и экспериментальными данными, полученными на RHIC, представлено в разд. 4. Основные результаты работы и выводы приведены в заключении.

## 1. МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ СТРУЙ В ПРОГРАММЕ PYTHIA

Моделирование событий протон-протонных взаимодействий при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ осуществлялось с использованием генератора событий PYTHIA [7]. Отметим некоторые особенности механизма образования струй, заложенные в этой программе. Взаимодействие протонов рассматривается как взаимодействие партонов. Для описания последних используется набор партонных структурных функций. Один партон из каждой пучковой частицы инициирует партонный ливень в начальном состоянии. По одному конечному партону из каждого ливня, образованному в начальном состоянии, участвуют в жестком  $2 \rightarrow 2$  процессе взаимодействия. Механизм генерации струй осуществляется посредством КХД-диаграмм в LO-приближении. «Жесткость» процесса определяется областью разрешенных значений поперечного импульса процесса, определенного в системе покоя этого процесса,  $\hat{p}_\perp$ . В данной работе значения поперечного импульса  $\hat{p}_\perp$  ограничивались снизу величиной  $\hat{p}_\perp^{\min}$ . Выходящие из жесткого  $2 \rightarrow 2$  взаимодействия партоны инициируют партонный ливень в конечном состоянии. Предполагается, что такой механизм генерации партонных ливней может дать хорошее описание внутренней структуры струй. Вместе с тем, отмечается, что ливневый подход имеет ограниченную предсказательную силу для выхода хорошо сепарируемых струй. При столкновении двух адронов существует вероятность многократных взаимодействий нескольких партонов. В программе PYTHIA реализован механизм независимых многократных парных взаимодействий с одинаковой вероятностью для всех событий. Такие взаимодействия дают заметный вклад в полное сечение для событий с малыми поперечными импульсами. Когда инициатор ливня выбивается из пучковой частицы, то остается пучковый остаток, который по внутренней структуре, цветовому заряду и поперечному импульсу привязан к конечному состоянию. Механизм конфайнмента КХД обеспечивает невылетание свободных夸克ов и глюонов. Процесс превращения их в бесцветные адроны описывается механизмом струнной фрагментации. Многие из сгенерированных адронов нестабильны и в дальнейшем распадаются.

## 2. КОНУСОВЫЙ АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ СТРУЙ

Согласно Snowmass-соглашению [5] струя — это набор объектов (партонов, частиц или ячеек калориметра), содержащихся внутри конуса радиуса  $R$  в пространстве  $\{\eta, \phi\}$ . Для всех объектов, принадлежащих струе, должно выполняться условие

$$R_i = \sqrt{(\eta_{\text{Jet}} - \eta_i)^2 + (\phi_{\text{Jet}} - \phi_i)^2} < R, \quad (1)$$

где  $(\eta_{\text{Jet}}, \phi_{\text{Jet}})$  — направление струи;  $(\eta_i, \phi_i)$  — направление объекта. Поперечная энергия  $E_T^{\text{Jet}}$  и направление струи  $(\eta_{\text{Jet}}, \phi_{\text{Jet}})$  определяются выражениями

$$E_T^{\text{Jet}} = \sum_i E_T^i, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\text{Jet}} &= \sum_i E_T^i \phi_i / \sum_i E_T^i, \\ \eta_{\text{Jet}} &= \sum_i E_T^i \eta_i / \sum_i E_T^i. \end{aligned} \quad (3)$$

Конусовый алгоритм, используемый для реконструкции струй, включает следующие шаги:

1. Определение объекта с поперечной энергией  $E_T > E_{\text{seed}}$  в качестве инициатора струи («seed»).
2. Выбор инициатора с максимальной  $E_T$ . Вычисление направления инициатора, соответствующее первому приближению направления струи.
3. Выбор объектов, удовлетворяющих условию (1), для образования струи.
4. Вычисление поперечной энергии и направления струи в пространстве  $\{\eta, \phi\}$  по формулам (2), (3).
5. Повторение шагов 3, 4 до тех пор, пока не стабилизируется направление струи.
6. Формирование списка струй с  $E_T^{\text{jet}} > E_{\text{cut}}$ .
7. Подключение процедуры разделения/слияния струй, если струи перекрываются:
  - а) Рассматривается перекрытие текущей струи с первой из списка струй, имеющих перекрытие. Если энергия в области перекрытия двух струй больше половины минимальной из поперечных энергий струй, то образуется одна струя. Если меньше, то образуются две струи (объект приписывается ближайшей струе в пространстве  $\{\eta, \phi\}$ ). Поперечная энергия и направление струй вычисляются по формулам (2), (3).
  - б) Шаг а) повторяется до тех пор, пока не исчерпается список всех струй, имеющих перекрытие с текущей струей. (Отметим, что наличие критерия разделения/слияния струй приводит к образованию струи с поперечной энергией меньшей, чем  $E_{\text{cut}}$ .)
8. Направление струй пересчитывается по формулам

$$\theta_{\text{Jet}} = \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{\sqrt{\left( \sum_i E_x^i \right)^2 + \left( \sum_i E_y^i \right)^2}}{\sum_i E_z^i} \right],$$

$$\phi_{\text{Jet}} = \operatorname{tg}^{-1} \left[ \sum_i E_y^i / \sum_i E_x^i \right], \quad (4)$$

$$\eta_{\text{Jet}} = -\ln [\operatorname{tg}(\theta_{\text{Jet}}/2)],$$

где  $i$  нумерует объекты, принадлежащие данной струе;  $E_x^i = E_i \sin \theta_i \cos \phi_i$ ,  $E_y^i = E_i \sin \theta_i \sin \phi_i$ ,  $E_z^i = E_i \cos \theta_i$ .

Величины  $E_{\text{seed}}$ ,  $R$ ,  $E_{\text{cut}}$  являются параметрами конусового алгоритма реконструкции струй. В дальнейших исследованиях использован конусовый алгоритм, учитывающий все вышеуказанные особенности.

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ СТРУЙ ЧАСТИЦ

В результате жесткого  $2 \rightarrow 2$  взаимодействия двух партонов наряду с образованием двух струй образуются ливни в начальном и конечном состояниях. Они обусловлены излучением夸克ов и глюонов конституентами, участвующими в жестком взаимодействии. Механизмы образования ливней, наряду с механизмом фрагментации (струнной) партонов, влияют на количественные и качественные характеристики выделяемых струй.

В этом разделе исследуем зависимость вероятности выделения  $N$ -струйных событий, точность восстановления поперечного импульса  $P_T^{\text{Part}}$  и направления партона от параметров алгоритма в жестких  $2 \rightarrow 2$  процессах и  $p-p$ -взаимодействий (жесткие процессы с учетом излучения в начальном и конечном состоянии, а также многократные взаимодействия).

**3.1. Вероятность выделения  $N$ -струйных событий.** Начнем анализ с рассмотрения двухструйных событий. Для изучения влияния параметров алгоритма на вероятность выделения двух струй рассмотрим двумерное распределение количества двухструйных событий в зависимости от параметров  $\{R, E_{\text{cut}}\}$ . В анализе используем 1000 событий, сгенерированных программой PYTHIA 5.7 при различных значениях  $\hat{p}_\perp^{\min} = 7, 10, 15, 30, 45 \text{ ГэВ}/c$ . На рис. 1 приведена относительная доля двухструйных событий в зависимости от параметров  $\{R, E_{\text{cut}}\}$  при  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$  для жестких  $2 \rightarrow 2$  процессов (а) и  $p-p$ -взаимодействий (б) при  $\hat{p}_\perp^{\min} = 15 \text{ ГэВ}/c$ . Представленное распределение для жестких процессов имеет четко выраженное плато, соответствующее 100 %-му восстановлению двух струй. Форма распределения в  $p-p$ -взаимодействиях имеет ряд особенностей, типичных для всех значений  $\hat{p}_\perp^{\min}$ .

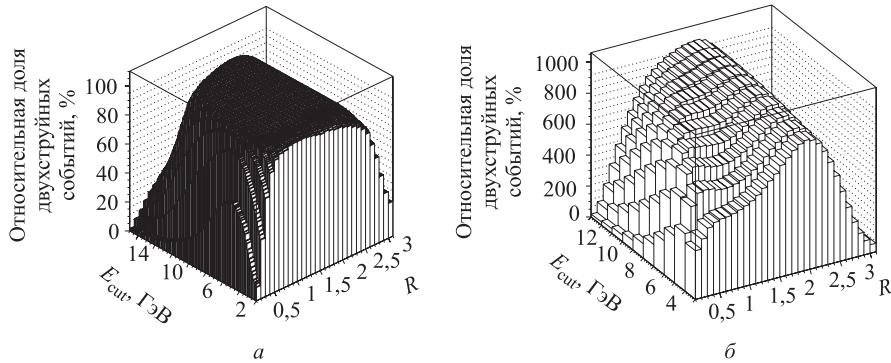


Рис. 1. Двумерное распределение относительной доли двухструйных событий, выделенных конусовым алгоритмом, в зависимости от параметров  $\{R, E_{\text{cut}}\}$  при значении параметра алгоритма  $E_{\text{seed}} = 1,1 \text{ ГэВ}$  для жестких процессов (а) и  $p-p$ -взаимодействий (б) с  $\hat{p}_\perp^{\min} = 15 \text{ ГэВ}/c$

Так, количество двухструйных событий достигает максимума при  $R \approx 2$ , что соответствует разделению пространства  $\{\eta, \phi\}$  на две полусфера. Отметим, что такие значения параметров на практике не используются. Доля двухструйных событий (с точностью до 3 %) не зависит от значений параметра  $R$ , взятых из диапазона  $[0,7; 1,1]$  при  $E_{\text{cut}} \in [E_{j1}, E_{j2}]$ , но растет с увеличением параметра  $E_{\text{cut}}$ . В табл. 1 приведены диапазоны  $[E_{j1}, E_{j2}]$  значений  $E_{\text{cut}}$  в зависимости от  $\hat{p}_\perp^{\min}$  для струй частиц, при которых относительная доля (%) двухструйных событий, выделенных конусовым алгоритмом в  $p-p$ -взаимодействиях с  $\hat{p}_\perp^{\min}$ , не зависит от  $R$ , взятых из диапазона  $[0,7; 1,1]$ . Из таблицы видно, что значение  $E_{\text{cut}} = \hat{p}_\perp^{\min}/2$  входит в диапазон  $[E_{j1}, E_{j2}]$  при всех значениях  $\hat{p}_\perp^{\min}$ . Отметим, что диапазон  $[E_{j1}, E_{j2}]$  расширяется с ростом  $\hat{p}_\perp^{\min}$ .

В эксперименте, как правило, струи восстанавливаются в широком диапазоне по  $\hat{p}_\perp$ . Поэтому важно знать зависимость вероятности выделения  $N$ -струйных событий от  $\hat{p}_\perp$ .

**Таблица 1.** Диапазон значений параметра  $E_{cut} \in [E_{j1}, E_{j2}]$ , при котором относительная доля (%) двухструйных событий, выделенных конусовым алгоритмом в  $p-p$ -взаимодействиях с  $\hat{p}_\perp^{\min}$ , не зависит от  $R$ , взятых из диапазона  $[0,7; 1,1]$

$E_{cut}$ , ГэВ	$\hat{p}_\perp^{\min}$ , ГэВ/с				
	7	10	15	30	45
$E_{j1}$ , ГэВ	3,5	4,8	6,0	11,0	16,5
$E_{j2}$ , ГэВ	4,4	5,7	7,8	17,0	26,0

для одного набора параметров алгоритма. На рис. 2 представлены графики зависимости вероятности выделения двух- и трехструйных событий при различных значениях  $E_{cut}, R, E_{seed}$  в жестких ( $2 \rightarrow 2$ ) процессах и в  $p-p$ -взаимодействиях.

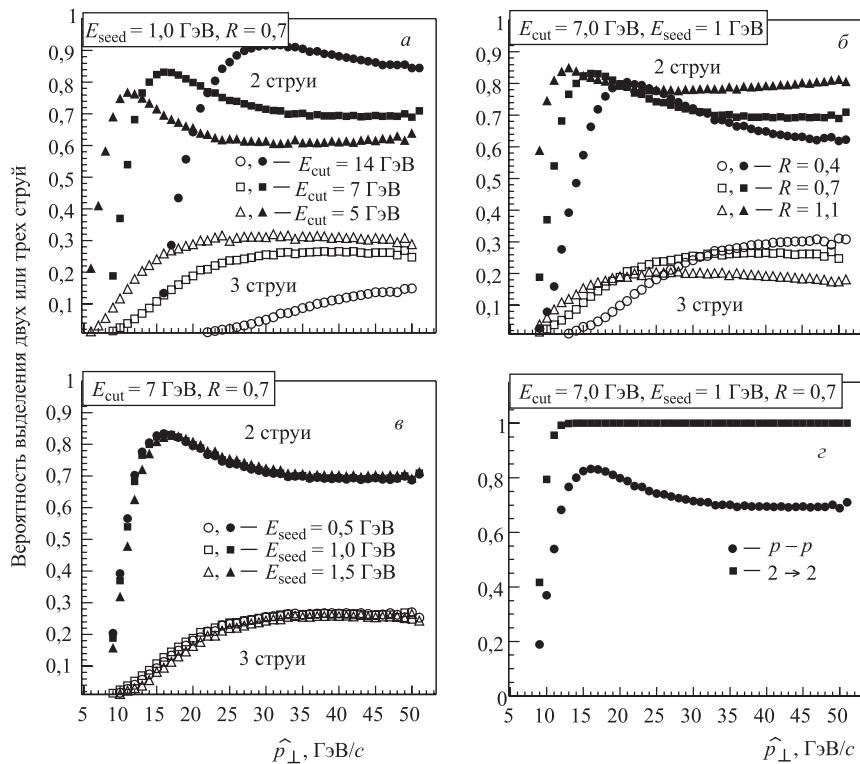


Рис. 2. Зависимость вероятности выделения двух и трех струй от поперечного импульса жесткого процесса  $\hat{p}_\perp$  при различных значениях параметров алгоритма: а)  $E_{seed} = 1$  ГэВ,  $R = 0,7$ ,  $E_{cut} = 5, 7, 14$  ГэВ; б)  $E_{cut} = 7$  ГэВ,  $E_{seed} = 1$  ГэВ,  $R = 0,4; 0,7; 1,1$ ; в)  $E_{cut} = 7$  ГэВ,  $R = 0,7$ ,  $E_{seed} = 0,5; 1; 1,5$  ГэВ; з)  $E_{cut} = 7$  ГэВ,  $E_{seed} = 1$  ГэВ,  $R = 0,7$  в жестких процессах и  $p-p$ -взаимодействиях

Из рисунка видно, что значения  $E_{\text{cut}}$  и  $R$  определяют величину  $\hat{p}_\perp$ , начиная с которой вероятность выделения двух струй резко убывает. Так, для значений  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$  и  $R = 0,7$  оптимальной может быть выбрана величина  $\hat{p}_\perp \approx 13 \text{ ГэВ}/c$ . Для фиксированного значения  $E_{\text{cut}}$  вероятность выделения двух струй максимальна в области  $\hat{p}_\perp \approx 2E_{\text{cut}}$  и уменьшается с ростом  $\hat{p}_\perp$ . Для выбранного значения  $\hat{p}_\perp$  вероятность выделения двух струй максимальна, а вероятность выделения трех струй минимальна при  $E_{\text{cut}} \approx \hat{p}_\perp/2$  (см. рис. 2, *a*). Для фиксированного значения  $E_{\text{cut}}$  вероятность выделения двух струй не зависит от  $R$  из диапазона  $[0,7; 1,1]$  при  $\hat{p}_\perp \in [2E_{\text{cut}}, 3E_{\text{cut}}]$ . При больших значениях  $\hat{p}_\perp$  вероятность выделения двух струй уменьшается, в то время как вероятность выделения трех струй возрастает с уменьшением  $R$  (см. рис. 2, *б*). Влияние параметра  $E_{\text{seed}} \in [0,5-1,5] \text{ ГэВ}$  на вероятность выделения как двух, так и трех струй незначительна (см. рис. 2, *в*). Поэтому дальнейшие результаты будут приводиться только для  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$ . На рис. 2, *г* приведены вероятности выделения двух струй в жестких процессах и  $p-p$ -взаимодействиях при одинаковых значениях параметров алгоритма  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $R = 0,7$  и  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$ . В жестких процессах, в отличие от  $p-p$ -взаимодействий, вероятность выделения двух струй при данных значениях параметров равна 100 % начиная с  $\hat{p}_\perp = 13 \text{ ГэВ}/c$ .

Выбор параметров  $E_{\text{cut}}$  и  $R$  для  $p-p$ -взаимодействий влияет на количество струй, выделенных в событии, и тем самым определяет тип события (1-, 2-, 3-, ...,  $N$ -струйное). Для нахождения дополнительных условий, позволяющих однозначно определить тип события, требуется более детальное исследование. Так как существует зависимость в определении типа события от параметров алгоритма, то необходимо рассматривать не только характеристики струй в двухструйных событиях, но и характеристики двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ). Чтобы избежать выборки событий, будем проводить сравнение характеристик двух лидирующих струй для событий, имеющих  $\hat{p}_\perp > \hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$ . Значение  $\hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  для каждого набора параметров определяется из рис. 3, на котором представлена зависимость вероятностей выделения двух или более струй от  $\hat{p}_\perp$ .

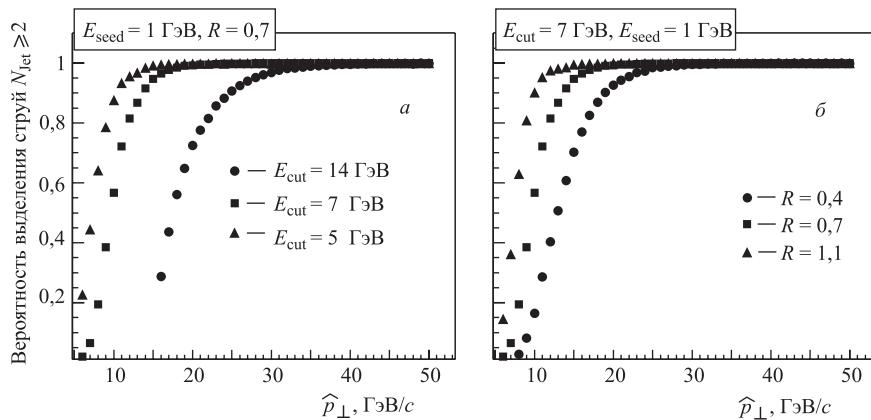


Рис. 3. Зависимость вероятности выделения  $N_{\text{Jet}}$  струй ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) от поперечного импульса жесткого процесса  $\hat{p}_\perp$  при различных значениях параметров алгоритма: *а*)  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $R = 0,7$ ,  $E_{\text{cut}} = 5, 7, 14 \text{ ГэВ}$ ; *б*)  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$ ,  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $R = 0,4; 0,7; 1,1$

Таблица 2. Значение  $\hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$ , при котором сумма вероятностей выделения двух и большего числа струй равна 100 % для разных значений параметров ( $E_{\text{cut}}$ ,  $R$ ) алгоритма

$\{E_{\text{cut}}, \text{ГэВ}; R\}$	$\{14; 0,7\}$	$\{7; 0,7\}$	$\{5; 0,7\}$	$\{7; 0,4\}$	$\{7; 1,1\}$
$\hat{p}_\perp^{\text{Sh}}, \text{ГэВ}/c$	38	18	15	28	16

Поперечному импульсу жесткого процесса  $\hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  соответствует значение вероятности выделения двух и большего числа струй, равное 100 %. Значение  $\hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  приведено в табл. 2.

**3.2. Точность восстановления поперечного импульса  $P_T^{\text{Part}}$  партона.** Для изучения влияния параметров алгоритма на точность восстановления поперечного импульса  $P_T^{\text{Part}}$  партона рассматривался набор распределений количества двухструйных событий по поперечной энергии струи  $E_T^{\text{Jet}}$  для набора достаточно узких диапазонов значений  $P_T^{\text{Part}}$ . Пример такого распределения представлен на рис. 4. Соответствие между  $E_T^{\text{Jet}}$  и  $P_T^{\text{Part}}$  будем характеризовать средним значением поперечной энергии струи  $\langle E_T^{\text{Jet}} \rangle$  и шириной (rms) распределения.

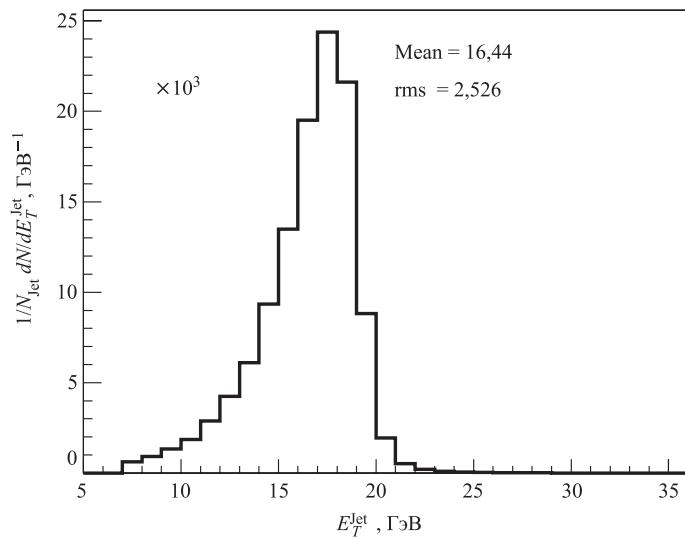


Рис. 4. Распределение количества двухструйных событий по поперечной энергии струи  $E_T^{\text{Jet}}$  для  $20 < P_T^{\text{Part}} < 21 \text{ ГэВ}/c$

Результаты изучения влияния параметра алгоритма  $E_{\text{cut}}$  на точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  показаны на рис. 5. На нем представлены зависимости  $\langle E_T^{\text{Jet}} \rangle$  (а), rms (б) для двухструйных событий и зависимости  $\langle E_T^{\text{Jet}} \rangle$  (в), rms (г) для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях от  $P_T^{\text{Part}}$  при  $R = 0,7$  и  $E_{\text{cut}} = 14, 7, 5 \text{ ГэВ}$ . Из рис. 5, а, б видно, что для  $P_T^{\text{Part}} > \hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  наблюдается линейная зависимость между  $P_T^{\text{Part}}$  и  $\langle E_T^{\text{Jet}} \rangle$  при всех значениях параметра  $E_{\text{cut}}$ . Отклонение от линейности для  $P_T^{\text{Part}} < \hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  связано с резким падением вероятности выделения двух струй в этой области. Для выбранной величины  $P_T^{\text{Part}}$  (например,  $P_T^{\text{Part}} = 28 \text{ ГэВ}/c$ ) уменьшение  $E_{\text{cut}}$  от значения

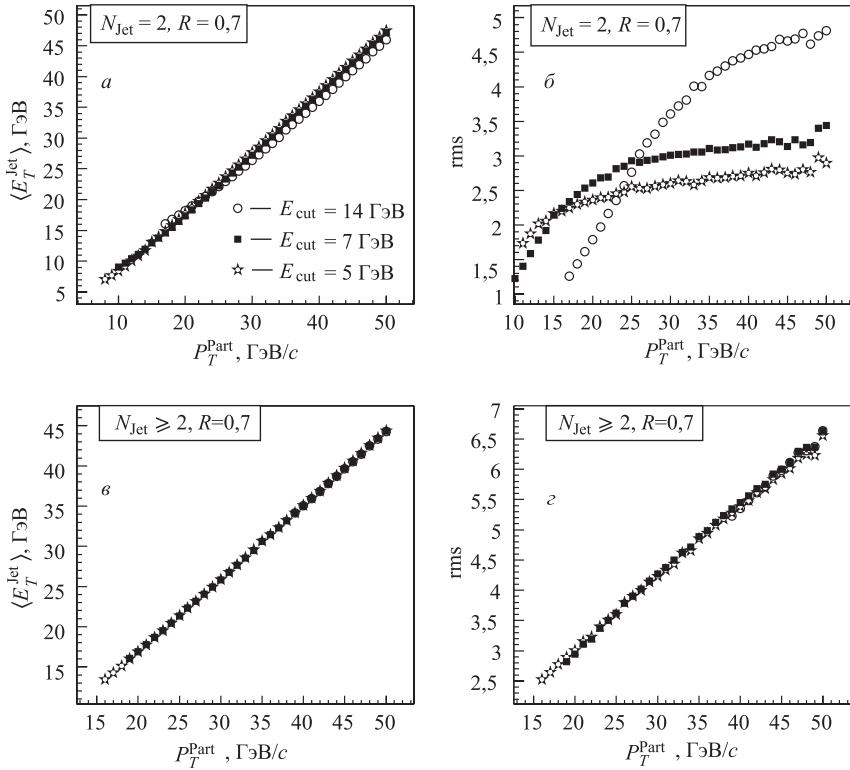


Рис. 5. Зависимости  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (а), rms (б) для двухструйных событий и  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (в), rms (г) для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях от  $P_T^{\text{Part}}$  при  $R = 0,7$  и  $E_{\text{cut}} = 14, 7, 5 \text{ ГэВ}$

$P_T^{\text{Part}}/2$  до  $7 \text{ ГэВ}/c$  обеспечивает лучшую точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  в двухструйных событиях (т. е. меньшее значение rms). Отметим, что при этом падает вероятность выделения двухструйных событий (см. рис. 2, а). Такое поведение связано со специальной выборкой событий. В событии будут выделены две струи, если процесс развития ливня и фрагментации от партонов проходит в узком конусе. Это означает, что для каждого партона не образуется второй струи с малым значением суммарной поперечной энергии от  $7 \text{ ГэВ}$  до  $P_T^{\text{Part}}/2$ . В противном случае в событии выделится три или четыре струи. Значительное улучшение точности восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  (т. е. уменьшение rms) для партонов, имеющих  $E_{\text{cut}} < P_T^{\text{Part}} < 2E_{\text{cut}}$ , также связано с выборкой двухструйных событий. В событии выделится две струи, если процесс развития ливня и фрагментации от партонов проходит в узком конусе, т. е. поперечная энергия струи будет близка к значению  $P_T^{\text{Part}}$ . В противном случае в событии выделится одна или ноль струй. Из рис. 5, в, г видно, что  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  и ширина распределения rms не зависят от выбора  $E_{\text{cut}}$  для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ).

Результаты анализа влияния параметра алгоритма  $R$  на точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  показаны на рис. 6. На нем представлены зависимости  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (а), rms (б) для двухструйных событий и  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (в), rms (г) для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях от  $P_T^{\text{Part}}$  при  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$  и  $R = 0,4; 0,7; 1,1$ . Из рис. 6, а, б видно, что для

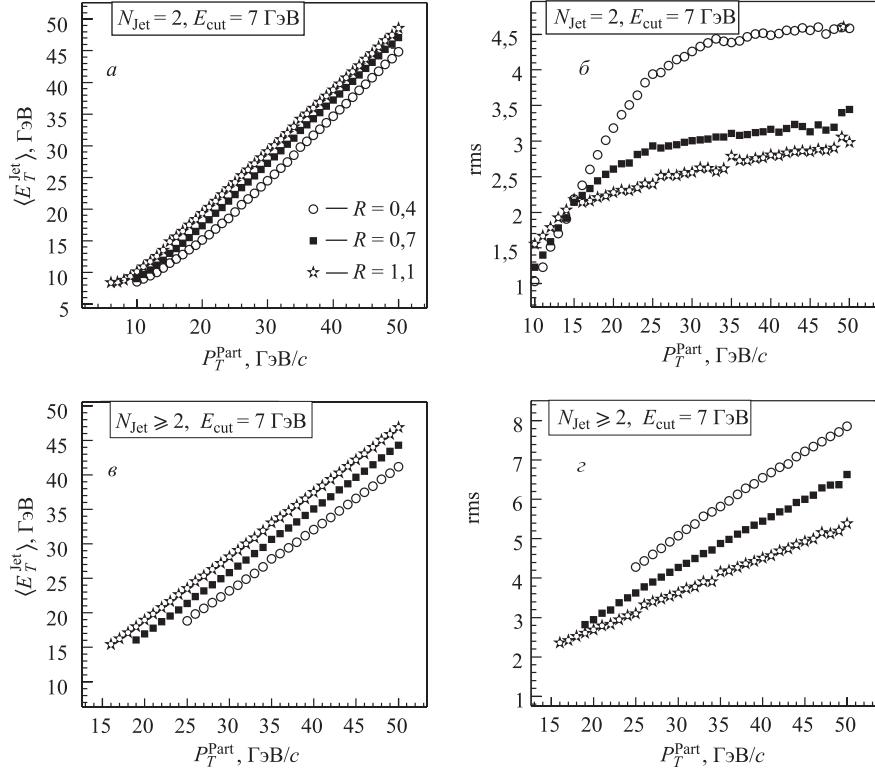


Рис. 6. Зависимости  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (а), rms (б) для двухструйных событий и  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (в), rms (г) для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) событиях от  $P_T^{\text{Part}}$  при  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$  и  $R = 0,4; 0,7; 1,1$

$P_T^{\text{Part}} > \hat{p}_\perp^{\text{Sh}}$  наблюдается линейная зависимость между  $P_T^{\text{Part}}$  и  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  для всех значений параметров  $R$ . Уменьшение  $R$  приводит к уменьшению  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  и ухудшению точности восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  (т. е. увеличение значения rms). Это объясняется тем, что в конус маленького радиуса попадают не все частицы, происходящие от партонов, выходящих из жесткого взаимодействия. Наилучшая точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  (т. е. наименьшее значение rms) достигается при  $0,7 < R < 1,1$ . Величина rms при этих значениях  $R$  изменяется несущественно, но большее значение  $R$  более чувствительно к наличию в струе примесей (т. е. частиц, происходящих от партонов из ливней в начальном и конечном состояниях, а также от партонов, являющихся остатками пучковых протонов). Из рис. 6, в, г видно, что  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  и ширина распределения rms для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ), как и в случае двухструйных событий, зависит от выбора  $R$ .

Для оценки влияния ливней в начальном и конечном состоянии, а также выборки двухструйных событий на точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  сравнивалась зависимость относительной ширины распределения поперечной энергии струй  $\text{rms}/\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  от  $P_T^{\text{Part}}$  при одинаковых значениях параметров алгоритма ( $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$  и  $R = 0,7$ ) в жестких процессах и в  $p-p$ -взаимодействиях, а также для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) событиях (рис. 7). Из рисунка видно, что ливни в начальном и

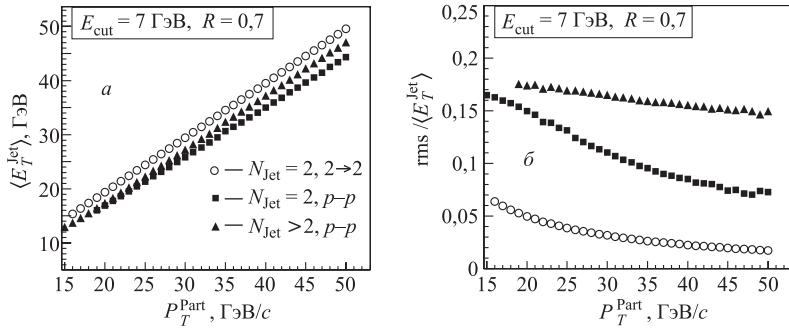


Рис. 7. Зависимости  $\langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (а) и  $\text{rms} / \langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  (б) в жестких процессах и в  $p-p$ -взаимодействиях, а также для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях в  $p-p$ -взаимодействиях от  $P_T^{\text{Part}}$  при  $E_{\text{cut}} = 7 \text{ ГэВ}$  и  $R = 0,7$

конечном состоянии ухудшают точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  в двухструйных событиях ( $\text{rms} / \langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  увеличивается на 10 % для  $P_T^{\text{Part}} = 15 \text{ ГэВ}/c$  и на 5 % для  $P_T^{\text{Part}} = 55 \text{ ГэВ}/c$ ). Точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ухудшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$  по сравнению с двухструйными событиями ( $\text{rms} / \langle E_T^{\text{jet}} \rangle$  увеличивается на 8 % для  $P_T^{\text{Part}} = 55 \text{ ГэВ}/c$ ). Следует отметить, что точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  улучшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$  во всех рассмотренных случаях.

Для  $p-p$ -взаимодействий точность восстановления поперечного импульса партона в двухструйных событиях зависит от выбора параметров алгоритма  $E_{\text{cut}}, R$ . Уменьшение значения  $E_{\text{cut}}$  и увеличение  $R$  из диапазона 0,7–1,1 приводит к выборке двухструйных событий, в которых струи имеют лучшую точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$ . Следует отметить также, что точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях не зависит от параметра  $E_{\text{cut}}$  и зависит от  $R$ . Точность восстановления  $P_T^{\text{Part}}$  улучшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$ .

**3.3. Точность восстановления направления партона.** Для выбора оптимальных значений параметров алгоритма важно знать, как точно направление оси струи соответствует направлению партонна, выходящего из жесткого процесса при разных значениях  $R$  и  $E_{\text{cut}}$ . Точность восстановления направления партонна будем характеризовать отклонением  $\Delta R_{\text{Part}}^{\text{jet}}$  направления оси струи от направления партонна в пространстве  $\{\eta, \phi\}$ , описываемым формулой

$$\Delta R_{\text{Part}}^{\text{jet}} = \sqrt{(\phi_{\text{jet}} - \phi_{\text{Part}})^2 + (\eta_{\text{jet}} - \eta_{\text{Part}})^2}. \quad (5)$$

Здесь  $(\phi_{\text{jet}}, \eta_{\text{jet}})$  характеризуют направление оси струи, а  $(\phi_{\text{Part}}, \eta_{\text{Part}})$  направление партонна в пространстве  $\{\eta, \phi\}$ . Для изучения влияния параметров алгоритма на отклонение оси струи от направления партонна рассматривалась зависимость  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{jet}} \rangle$  от  $P_T^{\text{Part}}$  при разных значениях параметров  $R, E_{\text{cut}}$ . Из рис. 8, а, б видно, что для выбранного значения  $P_T^{\text{Part}}$  (например,  $P_T^{\text{Part}} = 28 \text{ ГэВ}/c$ ) уменьшение  $E_{\text{cut}}$  от значения  $P_T^{\text{Part}}/2$  до 7 ГэВ/ $c$  обеспечивает меньшее отклонение оси струи от направления партонна в двухструйных событиях. В событии выделятся две струи, если процесс развития ливня и фрагментации от партонов проходит в узком конусе, т. е. для каждого партонна не образуется второй струи с малым значением суммарной поперечной энергии от 7 ГэВ до  $P_T^{\text{Part}}/2$ , в противном

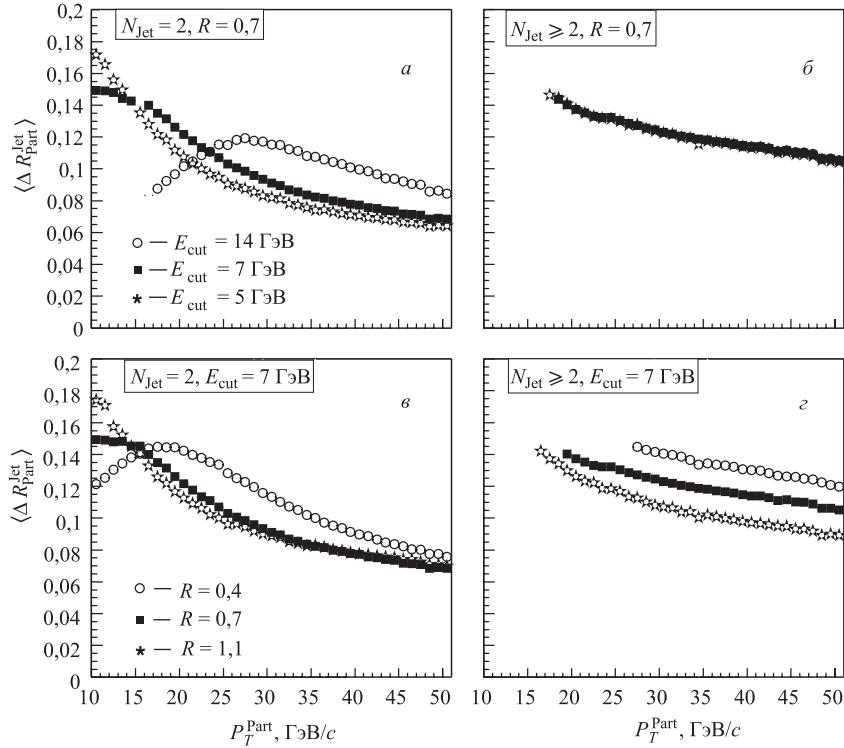


Рис. 8. Зависимости  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$  для двухструйных событий (а, в) и двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях (б, г) от  $P_T^{\text{Part}}$  при разных значениях параметров алгоритма

случае в событии выделятся три или четыре струи. Уменьшение отклонения направления оси струи от направления партона (т. е. уменьшение  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$ ) для партонов, имеющих  $E_{\text{cut}} < P_T^{\text{Part}} < 2E_{\text{cut}}$ , также связано с выборкой двухструйных событий. В событии выделяются две струи, если процесс развития ливня и фрагментации от партонов происходит в узком конусе, т. е. поперечная энергия струи будет близка к значению  $P_T^{\text{Part}}$ . В противном случае в событии выделяется одна или ноль струй. Для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) отклонение направления оси струи от направления партона не зависит от выбора  $E_{\text{cut}}$ . Влияние параметра  $R$  на величину отклонения показано на рис. 8, в, г. Из рисунка видно, что уменьшение  $R$  приводит к увеличению  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$ . Это связано с тем, что в конус маленького радиуса попадают не все частицы, происходящие от партонов, выходящих из жесткого взаимодействия. Наименьшее отклонение направления оси струи от направления партона достигается при  $0,7 < R < 1,1$ . Значение  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$  при этих значениях  $R$  отличается незначительно, но большее значение  $R$  более чувствительно к наличию в струе примесей (т. е. частиц, происходящих от партонов из ливней в начальном и конечном состоянии, а также от партонов, являющихся остатками пучковых протонов). Для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных событиях ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) отклонения направления оси струи от направления партона, как и в двухструйных событиях, зависят от выбора  $R$ . Следует отметить, что  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$  уменьшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$  во всех рассмотренных случаях.

Для  $p-p$ -взаимодействий точность восстановления направления партона в двухструйных событиях зависит от выбора параметров алгоритма  $E_{\text{cut}}, R$ . Уменьшение значения  $E_{\text{cut}}$  и увеличение  $R$  из диапазона 0,4–1,1 приводит к выборке двухструйных событий, струи которых точнее восстанавливают направление партона. Следует отметить также, что отклонение оси струи от направления партона для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{jet}} \geq 2$ ) событиях не зависит от параметра  $E_{\text{cut}}$  и зависит от  $R$ . Точность восстановления направления партона улучшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$ .

**3.4. Инклузивное сечение рождения струй.** Инклузивное сечение рождения струй можно записать несколькими способами. Теоретические вычисления обычно выражаются в терминах инвариантного сечения

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3}. \quad (6)$$

Для представления экспериментальных данных используются такие переменные, как поперечная энергия  $E_T$  и псевдобыстрота  $\eta = -\lg(\tan(\theta/2))$ . В терминах этих переменных дважды дифференциальное сечение записывается в виде

$$\frac{d^2\sigma}{dE_T d\eta}. \quad (7)$$

Эти два представления связаны между собой следующим соотношением:

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \rightarrow \frac{1}{2\pi E_T} \frac{d^2\sigma}{dE_T d\eta}. \quad (8)$$

Последнее выражение получено в предположении азимутальной симметрии процесса и безмассовости частиц струи. Инклузивное сечение рождения струй имеет смысл вероятности наблюдения струи с данными  $E_T$  и  $\eta$  в интервалах  $(E_T - dE_T, E_T + dE_T)$  и  $(\eta - d\eta, \eta + d\eta)$ . Термин «инклузивное» означает, что присутствие или отсутствие дополнительных объектов помимо струи в событии не исследуется. Так, событие, имеющее три струи, учитывается при вычислении сечения три раза. Символически полное инклузивное сечение рождения любого количества струй записывается в виде  $\sigma(p + p \rightarrow \text{jet} + X)$ .

В этом разделе мы исследуем зависимость поведения сечения образования струй от выбора параметров алгоритма реконструкции струй. Как было показано в разд. 3 (пп. 3.1–3.3), тип события и характеристики струй зависят от выбранных параметров  $E_{\text{cut}}$  и  $R$ . Вероятность выделения струй резко падает при  $\hat{p}_\perp \approx E_{\text{cut}}$ . Поэтому инклузивное сечение зависит от выбора параметров в области, близкой по значению к  $E_{\text{cut}}$ . Для анализа поведения сечения при  $|\eta_{\text{jet}}| < 1$  оценим доли одно-, двух- и трехструйных событий в зависимости от  $E_T^{\text{jet}}$  при различных значениях параметров  $E_{\text{cut}}$  и  $R$ .

На рис. 9 показаны зависимости инвариантных сечений рождения струй ( $a, \nu$ ) и отношения сечений  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  ( $\delta, \varepsilon$ ) для всех (инклузивных) и  $N$ -струйных событий ( $N_{\text{jet}} = 1, 2, 3$ ) от поперечной энергии  $E_T^{\text{jet}}$  для двух различных наборов параметров алгоритма реконструкции PAR1, PAR2 в  $p-p$ -взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ (PAR1:  $E_T^{\text{jet}} = 7$  ГэВ,  $E_{\text{seed}} = 1$  ГэВ,  $R = 0,7$ ; PAR2:  $E_T^{\text{jet}} = 5$  ГэВ,  $E_{\text{seed}} = 0,5$  ГэВ,  $R = 0,4$ ). Как видно из рис. 9,  $a, \nu$ , инклузивное сечение рождения струй падает на 12 порядков при изменении поперечной энергии струи и составляет  $10^2$  и  $10^{-10}$  нб/ГэВ $^2 \cdot c^{-3}$  при 5 и 75 ГэВ соответственно. Рис. 9,  $\delta, \varepsilon$  показывает, что для наборов параметров PAR1 и PAR2 доля одноструйных событий в инклузивном сечении больше 50 % при  $7 < E_T^{\text{jet}} < 14$  ГэВ.

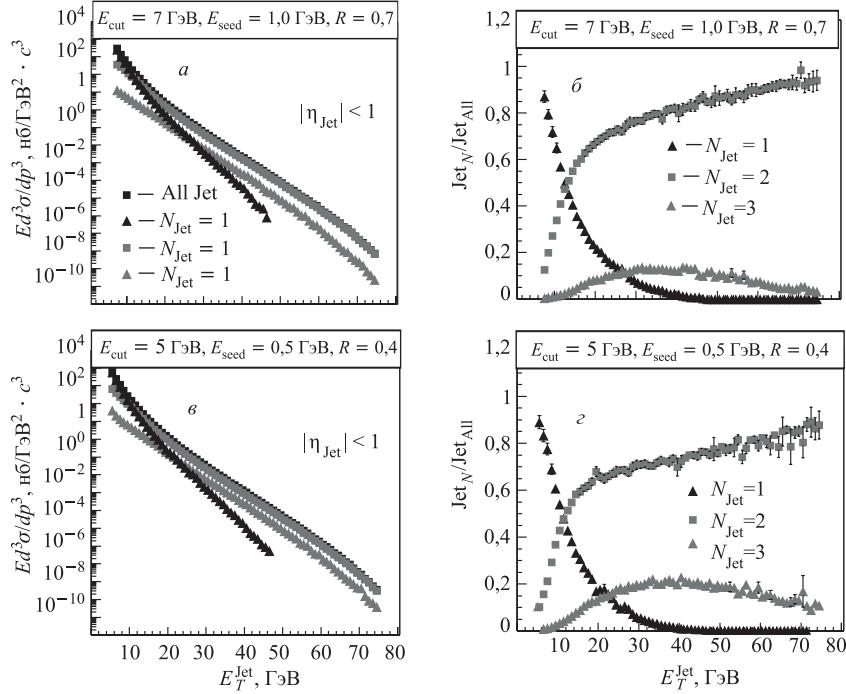


Рис. 9. Зависимости инвариантных сечений рождения струй ( $a, c$ ) и отношения сечений  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  ( $b, d$ ) для всех и  $N$ -струйных событий ( $N = 1, 2, 3$ ) от поперечной энергии  $E_T^{\text{Jet}}$  для двух различных наборов параметров алгоритма реконструкции струй PAR1, PAR2 в  $p-p$ -взаимодействиях при  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ. (PAR1:  $E_T^{\text{Jet}} = 7$  ГэВ,  $E_{\text{seed}} = 1$  ГэВ,  $R = 0,7$ ; PAR2:  $E_T^{\text{Jet}} = 5$  ГэВ,  $E_{\text{seed}} = 0,5$  ГэВ,  $R = 0,4$ )

Доля одноструйных событий в сечении уменьшается с ростом  $E_T^{\text{Jet}}$ . Так, при  $E_T^{\text{Jet}} = 5$  и 13 ГэВ отношение  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  составляет 90 и 50 % соответственно. При дальнейшем увеличении  $E_T^{\text{Jet}}$  доля одноструйных событий уменьшается и при  $E_T^{\text{Jet}} = 25$  ГэВ составляет 10 %. Доля двухструйных событий для наборов параметров PAR1 и PAR2 в инклузивном сечении больше 50 % при  $E_T^{\text{Jet}} > 13$  ГэВ. Отметим, что форма зависимости отношения  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  от  $E_T^{\text{Jet}}$  для наборов PAR1 и PAR2 одинакова, но имеется отличие по величине. Установлено, что для набора PAR2 доля двухструйных событий меньше, чем для набора PAR1. Вклад трехструйных событий в сечении меньше 1 % для  $E_T^{\text{Jet}} = 7$  ГэВ. При увеличении  $E_T^{\text{Jet}}$  до 30 ГэВ отношение  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  возрастает и составляет 10 и 20 % для наборов PAR1 и PAR2 соответственно. В диапазоне  $30 < E_T^{\text{Jet}} < 50$  ГэВ вклад трехструйных событий в сечение меняется незначительно. При дальнейшем увеличении  $E_T^{\text{Jet}}$  наблюдается уменьшение отношения  $\text{Jet}_N/\text{Jet}_{\text{All}}$  для трехструйных событий до 1 и 10 % для наборов параметров PAR1 и PAR2.

Для оценки влияния параметров алгоритма на инклузивные спектры струй рассмотрим рис. 10, на котором представлены зависимости отношения  $(\text{Jet}_{\text{PAR2}} - \text{Jet}_{\text{PAR1}})/\text{Jet}_{\text{PAR1}}$  инклузивных сечений рождения струй, реконструированных при использовании наборов параметров PAR1 и PAR2 от  $E_T^{\text{Jet}}$  для одно- ( $a$ ), двух- ( $\delta$ ),

трех- ( $\sigma$ ) и полного ( $\varepsilon$ ) числа всех  $N$ -струйных событий. Сечения одноструйных событий (рис. 10,  $a$ ), полученные для набора PAR2 при  $E_T^{\text{Jet}} = 7 \text{ ГэВ}$ , расположены на 65 % ниже, чем сечения, соответствующие набору PAR1. Это отличие уменьшается с ростом  $E_T^{\text{Jet}}$ . Сечения двухструйных событий (рис. 10,  $\delta$ ) для набора PAR2 при  $7 < E_T^{\text{Jet}} < 15 \text{ ГэВ}$  расположены на 35–50 % ниже, чем сечения для набора PAR1. Во всем диапазоне значений  $E_T^{\text{Jet}}$  (от 15 до 60 ГэВ) величина отношения  $(\text{JetPAR2} - \text{JetPAR1})/\text{JetPAR1}$  постоянна и равна  $\sim 50 \%$ . Это отличие незначительно увеличивается с ростом  $E_T^{\text{Jet}}$ . Сечения трехструйных событий (рис. 10,  $\sigma$ ) для набора PAR2 при  $7 < E_T^{\text{Jet}} < 12 \text{ ГэВ}$  совпадают с сечением для набора PAR1, а при  $7 < E_T^{\text{Jet}} < 12 \text{ ГэВ}$  расположены ниже на 1–20 %. При дальнейшем увеличении поперечной энергии струи  $E_T^{\text{Jet}}$  это отношение растет. На рис. 10,  $\varepsilon$  приведена зависимость отношения инклузивных сечений от энергии  $E_T^{\text{Jet}}$ . Сечения, полученные для набора PAR2, расположены ниже на 60 и 45 %, чем для набора PAR1 при  $E_T^{\text{Jet}} = 7$  и 25 ГэВ соответственно. Во всем диапазоне значений  $E_T^{\text{Jet}}$  от 25 до 60 ГэВ величина отношения постоянна и равна  $\sim 0,45$ . Слабый рост этого отношения наблюдается при  $E_T^{\text{Jet}} > 60 \text{ ГэВ}$ .

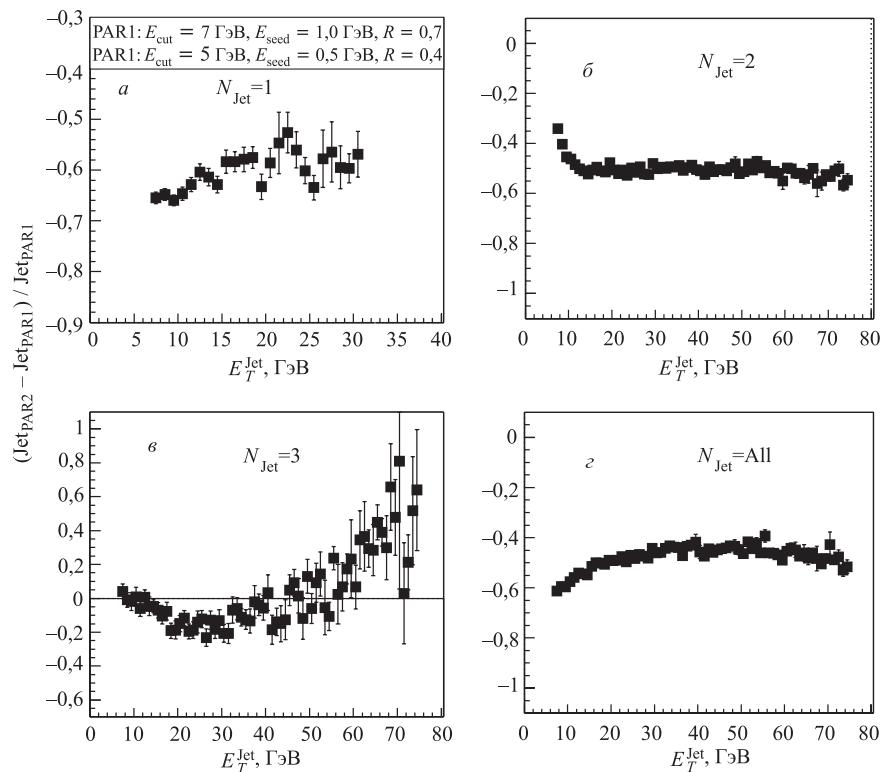


Рис. 10. Зависимость отношения  $(\text{JetPAR2} - \text{JetPAR1})/\text{JetPAR1}$  инклузивных сечений рождения струй, реконструированных при использовании наборов параметров PAR1 и PAR2 от  $E_T^{\text{Jet}}$  для одно- ( $a$ ), двух- ( $\delta$ ), трех- ( $\sigma$ ) и полного ( $\varepsilon$ ) числа всех  $N$ -струйных событий. PAR1:  $E_T^{\text{Jet}} = 7 \text{ ГэВ}$ ,  $E_{\text{seed}} = 1 \text{ ГэВ}$ ,  $R = 0,7$ ; PAR2:  $E_T^{\text{Jet}} = 5 \text{ ГэВ}$ ,  $E_{\text{seed}} = 0,5 \text{ ГэВ}$ ,  $R = 0,4$

Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что поведение отношения инклузивных сечений в зависимости от энергии  $E_T^{\text{Jet}}$  повторяет поведение соответствующих сечений для одно-, двух- и трехструйных событий в тех областях, где их вклады в сечение существенны. Форма инклузивных спектров не зависит от выбора параметров в наборах PAR1 и PAR2 в диапазоне  $25 < E_T^{\text{Jet}} < 60$  ГэВ. Для двухструйных событий форма спектров одинакова для наборов PAR1 и PAR2 в диапазоне от 15 до 60 ГэВ.

#### 4. СПЕКТРЫ СТРУЙ В $z$ -ПРЕДСТАВЛЕНИИ

В этом разделе исследуется зависимость формы спектра реконструированных струй в  $z$ -представлении от параметров алгоритма  $E_{\text{cut}}, E_{\text{seed}}, R$ .

Напомним основные идеи и определения  $z$ -скейлинга [8, 9]. В основе этой концепции лежит предположение о масштабной инвариантности взаимодействия элементарных конституентов адронов и ядер при высоких энергиях и больших переданных импульсах. Графическое представление взаимодействия адронов на партонном уровне показано на рис. 11. Здесь  $M_1, M_2$  — массы сталкивающихся адронов (или ядер);  $m_1$  — масса инклузивной частицы. Массовый параметр  $m_2$  вводится для сохранения внутренних законов сохранения (для изоспина, барионного числа и странности...). Величины  $x_1$  и  $x_2$  представляют доли импульсов  $P_1$  и  $P_2$  сталкивающихся объектов, переносимые конституентами. Переменная  $z$  обладает свойством фрактальной меры и может быть представлена в виде [8, 9]

$$z = z_0 \Omega^{-1}. \quad (9)$$

В этом выражении конечная часть  $z_0$  представляет отношение выделенной поперечной энергии в элементарном столкновении партонов и средней плотности множественности  $dN/d\eta|_{\eta=0}$ . Расходящаяся часть  $\Omega^{-1}$  описывает разрешение, при котором столкновение партонов может быть выделено из рассматриваемого инклузивного процесса. Величина

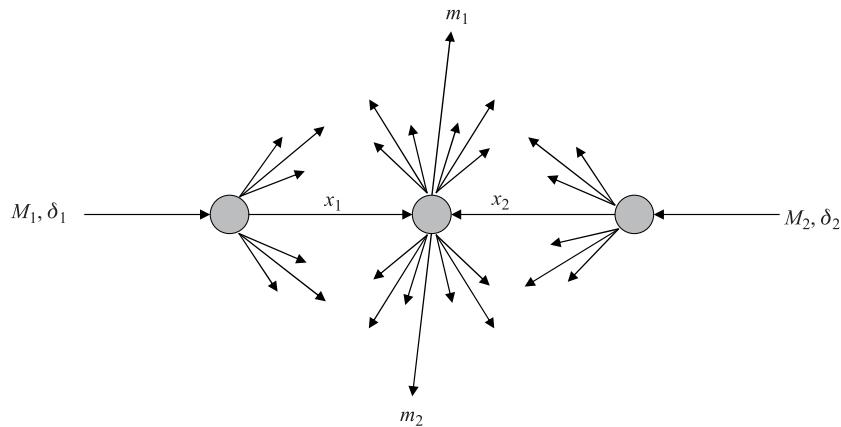


Рис. 11. Взаимодействие адронов на конституентном уровне

$\Omega(x_1, x_2) = m(1-x_1)^{\delta_1}(1-x_2)^{\delta_2}$  представляет относительное количество всех элементарных конфигураций partонов, несущих доли  $x_1$  и  $x_2$  импульсов сталкивающихся адронов  $P_1$  и  $P_2$ . Величины  $\delta_1$  и  $\delta_2$  являются фрактальными размерностями сталкивающихся объектов (адронов или ядер). Доли импульсов  $x_1$  и  $x_2$  находятся из условия минимизации величины  $\Omega(x_1, x_2)^{-1}$  фрактальной меры  $z$  для подпроцессов, удовлетворяющих закону сохранения 4-импульса

$$(x_1 P_1 + x_2 P_2 - p)^2 = (x_1 M_1 + x_2 M_2 - m_2)^2. \quad (10)$$

Скейлинговая функция  $\psi(z)$  и скейлинговая переменная  $z$  выражаются через инвариантное сечение  $E d^3\sigma/dp^3$  и плотность множественности  $dN/d\eta$

$$\psi(z) = -\frac{\pi s}{(dN/d\eta)\sigma_{\text{in}}} J^{-1} E \frac{d^3\sigma}{dp^3}. \quad (11)$$

Здесь  $s$  — энергия столкновения в системе центра масс;  $\sigma_{\text{in}}$  — полное неупругое сечение взаимодействия;  $J$  — соответствующий якобиан перехода от переменных  $\{p_z, p_T\}$  к  $\{\eta, z\}$ . Коэффициент  $J$  выражается через импульсы и массы сталкивающихся и инклузивной частиц.

Уравнение нормировки, записанное в виде

$$\int_0^\infty \psi(z) dz = 1, \quad (12)$$

позволяет интерпретировать функцию  $\psi(z)$  как плотность вероятности образования частицы в конечном состоянии с данным значением величины  $z$ .

В работах [8, 9] представлены результаты анализа данных, полученных коллаборациями UA1, UA2, CDF и D0 по рождению струй в рамках концепции  $z$ -скейлинга. Установлены свойства  $z$ -представления, такие как энергетическая и угловая независимость функции  $\psi(z)$  и степенное поведение  $\psi(z) \sim z^{-\beta}$  при больших  $z$ . Свойства  $z$ -скейлинга использовались для предсказательных расчетов сечения рождения струй в  $p-p$ - и  $\bar{p}-p$ -взаимодействиях при энергиях RHIC, LHC и тэватрона. Было установлено, в частности, что значения параметра наклона  $\beta$  для  $p-p$ - и  $\bar{p}-p$ -взаимодействий различны,  $\beta_{\text{Jet}}^{pp} > \beta_{\text{Jet}}^{\bar{p}p}$ . Этот качественный результат подтверждается результатами анализа по рождению заряженных адронов, прямых фотонов и  $\pi^0$ -мезонов. Поэтому представляет интерес как экспериментальная проверка этой закономерности при рождении струй в  $p-p$ -взаимодействиях в новом диапазоне энергий, так и исследование чувствительности параметра наклона  $\beta_{\text{Jet}}^{pp}$  к параметрам алгоритма реконструкции струй.

Сравним сечения, предсказанные  $z$ -скейлингом, полученные с использованием монте-карло-программы PYTHIA и коллаборацией STAR на RHIC [11]. На рис. 12, *a* приведены инвариантные инклузивные сечения  $E d^3\sigma/dp^3$  рождения струй в  $p-p$ -взаимодействиях при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ, полученные с использованием генератора PYTHIA для набора параметров PAR1, PAR2 и предсказанные в рамках теории  $z$ -скейлинга. Из рисунка видно, что абсолютные сечения для набора PAR1 больше, чем для набора PAR2 во всей области изменения поперечной энергии  $E_T^{\text{jet}}$ . В области  $E_T^{\text{jet}} = 25-60$  ГэВ и  $|\eta_{\text{jet}}| < 1$  форма спектров для обоих наборов параметров совпадает с формой, предсказанной  $z$ -скейлингом. В  $z$ -представлении (рис. 12, *b*) спектры описываются степенным

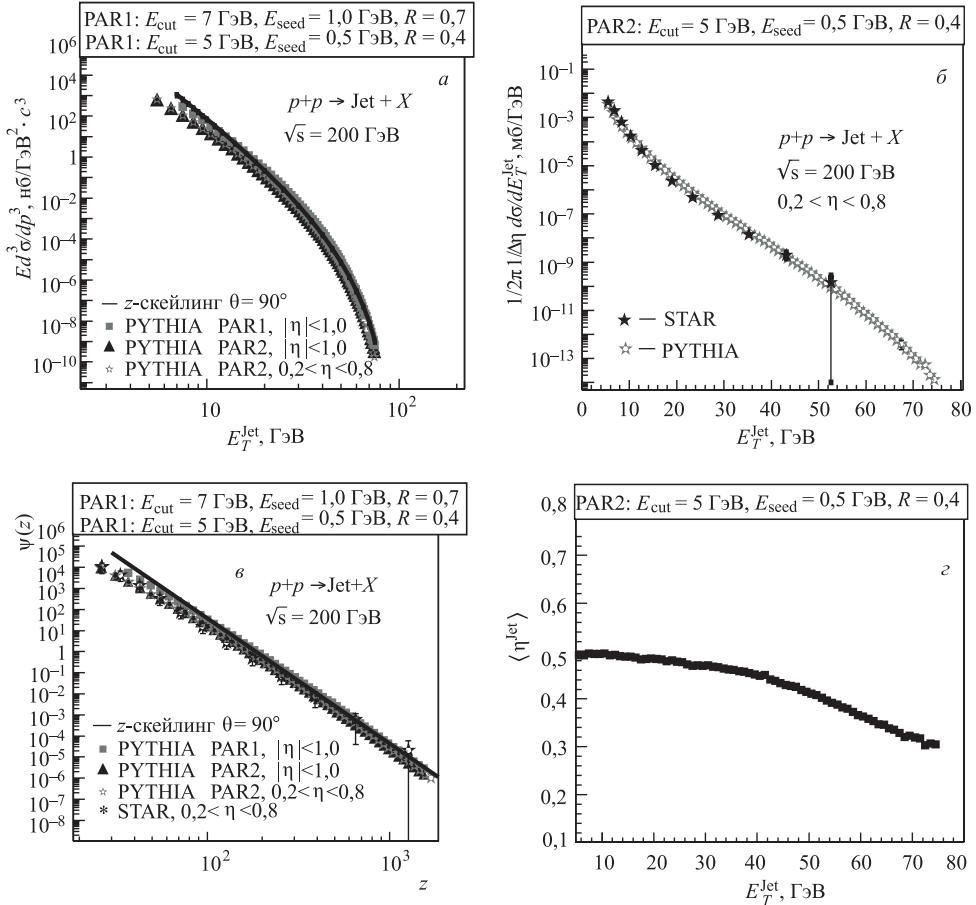


Рис. 12. Инклузивные сечения рождения струй в  $p-p$ -взаимодействиях при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ в  $E_T$  ( $a, b, \varepsilon$ ) и  $z$  ( $c$ ) представлениях. Линиями и символами  $+$ ,  $\circ$ ,  $\Delta$  обозначены результаты расчетов в рамках  $z$ -скейлинга и методом Монте-Карло (PYTHIA). Экспериментальные данные ( $\star$ ) взяты из работы [11].  $\varepsilon$ ) Зависимость среднего значения псевдобыстроны струи  $\langle\eta_{\text{Jet}}\rangle$  от поперечной энергии  $E_T^{\text{Jet}}$  для диапазона  $0,2 < \eta < 0,8$

законом  $\psi(z) \sim z^{-\beta}$  с показателем  $\beta = 6,01 \pm 0,06$ . Результаты моделирования спектров в акцептансе  $0,2 < \eta < 0,8$  в пределах экспериментальных ошибок находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными STAR (см. рис. 12,  $b$ ) [11]. Для расчетов скейлинговой функции  $\psi(z)$  в акцептансе  $0,2 < \eta < 0,8$  использовалась зависимость среднего значения псевдобыстроны струи  $\langle\eta_{\text{Jet}}\rangle$  от  $E_T^{\text{Jet}}$ , полученная с использованием генератора PYTHIA (см. рис. 12,  $\varepsilon$ ). Отметим, что величина наклона  $\beta$  функции  $\psi(z)$  результатов моделирования в диапазоне  $E_T^{\text{Jet}} = 20-60$  ГэВ и  $0,2 < \eta < 0,8$  с точностью  $< 5\%$  совпадает с найденной для полного акцептанса  $|\eta_{\text{Jet}}| < 1$ . Полученные результаты показывают, что для детального теоретического анализа требуются более статистически обеспеченные экспериментальные данные по сечениям рождения струй ( $E_T^{\text{Jet}} > 25$  ГэВ), которые позволят исследовать, в частности, угловую зависимость спектров.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено исследование влияния параметров ( $E_{\text{cut}}, E_{\text{seed}}, R$ ) конусового алгоритма на эффективность и характеристики реконструированных струй в  $p-p$ -взаимодействиях при энергии  $\sqrt{s} = 200$  ГэВ. Установлена зависимость доли образования двух- и трехструйных событий от поперечного импульса  $\hat{p}_\perp$  жесткого партонного процесса при разных значениях параметров  $E_{\text{cut}}, E_{\text{seed}}, R$ . Показано, что вероятность выделения двух струй не зависит от величины  $E_{\text{seed}}$  в диапазоне 0,5–1,5 ГэВ. Параметры  $E_{\text{cut}}$  и  $R$  определяют величину  $\hat{p}_\perp$ , начиная с которой вероятность выделения двух струй резко падает. Установлено, что при фиксированном значении  $E_{\text{cut}}$  вероятность выделения двух струй максимальна для  $\hat{p}_\perp \approx 2E_{\text{cut}}$  и не зависит от  $R$  в диапазоне 0,7–1,1 при  $\hat{p}_\perp \in [2E_{\text{cut}}, 3E_{\text{cut}}]$ . При больших значениях поперечного импульса партона  $\hat{p}_\perp > 25$  ГэВ/с вероятность выделения двух струй уменьшается, а вероятность выделения трех струй возрастает с уменьшением  $R$  и  $E_{\text{cut}}$ . Получены зависимости среднего значения отклонения направления оси струи  $\langle \Delta R_{\text{Part}}^{\text{Jet}} \rangle$  от направления партонна, а также средней поперечной энергии струи  $\langle E_T^{\text{Jet}} \rangle$  и rms от поперечного импульса партонна при разных значениях параметров алгоритма. Показано, что точность восстановления энергии и направления партонна в двухструйных событиях улучшается с ростом  $P_T^{\text{Part}}$  и существенно зависит от значений параметров  $E_{\text{cut}}$  и  $R$ . Установлено, что с уменьшением величины  $E_{\text{cut}}$  и увеличением  $R$  из диапазона 0,7–1,1 происходит выборка двухструйных событий, струи которых лучше восстанавливают энергию и направление партонна. Однако точность восстановления энергии и направления партонна для двух лидирующих струй в  $N$ -струйных ( $N_{\text{Jet}} \geq 2$ ) событиях не зависит от параметра  $E_{\text{cut}}$  и уменьшается с уменьшением величины  $R$ . Проведено сравнение результатов моделирования струй с предсказаниями, полученными в рамках теории  $z$ -скейлинга, и экспериментальными данными, полученными на RHIC. Установлена независимость наклона скейлинговой функции от наборов (PAR1, PAR2) параметров алгоритма в диапазоне поперечных импульсов  $E_T^{\text{Jet}} = 25–60$  ГэВ. Показано, что в области  $E_T^{\text{Jet}} < 25$  ГэВ наблюдается сильная зависимость от значений параметров ( $E_{\text{cut}}, R$ ), которая усиливается с уменьшением  $E_T^{\text{Jet}}$ .

Проведенное исследование показало, что для проверки асимптотического поведения скейлинговой функции  $\psi(z)$  и установления особенностей механизма рождения струй в  $p-p$ -взаимодействиях необходимо увеличение статистики экспериментальных данных по сечениям рождения струй на RHIC в области больших поперечных энергий ( $E_T^{\text{Jet}} > 25$  ГэВ). Такие данные позволят исследовать угловую зависимость спектров рождения струй и осуществить более обоснованную экстраполяцию расчетов сечений образования струй при энергиях LHC.

Проведенное исследование было поддержано программой Министерства науки и образования Российской Федерации, грант РНП.2.2.2.2.6546 (МИРЭА).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abe F. et al. Inclusive Jet Cross Section in  $p$  Anti- $p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 438–443;  
Abe F. et al. Measurement of Dijet Angular Distributions by the Collider Detector at Fermilab // Ibid. P. 5336–5341;

- Affolder T. et al.* Measurement of the Two-Jet Differential Cross Section in  $p$  Anti- $p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1800$  GeV // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 012001;
- Affolder T. et al.* Measurement of the Inclusive Jet Cross Section in  $p$  Anti- $p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV // Ibid. P. 032001;
- Acosta D. et al.* Soft and Hard Interactions in  $p$  Anti- $p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1800$  and 630 GeV // Phys. Rev. D. 2002. V. 65. P. 072005;
- Acosta D. et al.* The Underlying Event in Hard Interactions at the Tevatron  $p$  Anti- $p$  Collider // Phys. Rev. D. 2004. V. 70. P. 072002;
- Abulencia A. et al.* Measurement of the Inclusive Jet Cross Section in  $p\bar{p}$  Interactions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV Using a Cone-Based Jet Algorithm. hep-ex/0512020. 2006. 19 p.;
- Korytov A.* QCD Physics at Tevatron and LHC // Part. At. Nucl. 2004. V. 67, No. 1. P. 50–61;
- Abulencia A. et al.* Measurement of the Inclusive Jet Cross Section Using the  $k_T$  Algorithm in  $p$  Anti- $p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 122001.
2. *Field R.* // XXXIV Intern. Meeting on Fundamental Phys. «From HERA and the Tevatron to the LHC», El Escorial, Madrid, Spain, April 2–7, 2006; Physics at the Tevatron (4 Lectures). <http://hepexp.ft.uam.es/imfp06/>
  3. *Abbott B. et al.* The Inclusive Jet Cross Section in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 2451–2456.
  4. *Abazov V. M. et al.* The Inclusive Jet Cross Section in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV Using the  $k_T$  Algorithm // Phys. Lett. B. 2002. V. 525, No. 3–4. P. 211–218.
  5. *Abbott B. et al.* High- $p_T$  Jets in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 630$  and 1800 GeV // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 032003.
  6. *Bandurin D.* // Conf. on the Intersection of Particle and Nuclear Physics «Photons and Jets at the Tevatron», Puerto Rico, May 30 – June 3, 2006. <http://cipanp.physics.uiuc.edu/index.htm>
  7. *Sjostrand T. et al.* High-Energy-Physics Event Generation with PYTHIA 6.1 // Comp. Phys. Commun. 2001. V. 135, No. 2. P. 238–259.
  8. *Tokarev M. V., Dedovich T. G.*  $z$ -Scaling and Jet Production in Hadron–Hadron Collisions at High Energies. JINR Preprint E2-99-300. Dubna, 1999. 24 p.;  
*Tokarev M. V., Dedovich T. G.*  $Z$ -Scaling and Jet Production at Tevatron. JINR Preprint E2-2004-188. Dubna, 2004. 14 p.
  9. *Tokarev M. V., Dedovich T. G.*  $Z$ -Scaling and Jet Production in Hadron–Hadron Collisions at High Energies // Intern. J. Mod. Phys. A. 2000. V. 15, No. 22. P. 3495–519.
  10. *Tokarev M. V., Dedovich T. G.* Verification of  $z$ -Scaling at RHIC and Tevatron // Phys. At. Nucl. 2005. V. 68, No. 3. P. 404–442.
  11. *Miller M. L. (for the STAR collab.).* First Measurement of the Jet Cross Section in Polarized  $p + p$  Collisions at  $\sqrt{s} = 200$  GeV. hep-ex/0604001. 2006. 3 p.

Получено 21 июля 2006 г.