

УДК 539.12.01

ЛОКАЛЬНАЯ $U(1)$ -КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ СИЛЬНОСВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Ю. А. Касаткин

НТЦ электрофизической обработки НАН Украины, Харьков, Украина

Развит теоретический подход, в котором проблема взаимодействия электромагнитного поля с сильносвязанной составной системой решается без привлечения лагранжева подхода. Учет взаимодействия калибровочного поля с нелокальными полями материи определяется в результате введения в рассмотрение $U(1)$ -локально калибровочно-инвариантных двух- и трехточечных функций Грина свободных полей. Показано, что в результате разложения калибровочно-инвариантной двухточечной функции Грина в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу калибровочного поля воспроизводится весь набор фейнмановских диаграмм электродинамики. Разложение сильносвязанной трехточечной функции Грина приводит к калибровочно-замкнутому ряду четырехточечных функций Грина независимо от явного вида собственной вершинной функции сильного взаимодействия. Это свойство позволяет использовать в качестве вершинной функции как решения релятивистского уравнения Бете–Солпитера, так и решения квазипотенциальных уравнений. Выполнение требований ковариантности и калибровочной инвариантности на уровне полной амплитуды позволяет последовательно учитывать внутриядерную динамику на фоне точного сохранения структурного электромагнитного тока.

The theoretical approach is developed in which the problem of interaction of an electromagnetic field with a strongly bound composite system is solved without using the Lagrange approach. An interaction of a gauge field with nonlocal fields is realized in the framework of the $U(1)$ locally gauge-invariant two- and three-point Green functions of free fields. The whole set of Feynman diagrams of electrodynamics is shown to be reproduced under expansion of a gauge-invariant two-point Green function in a functional Laurent series over a vector-potential of a gauge field. The decomposition of a strongly bound three-point Green function leads to a gauge-invariant series for four-point Green functions irrespective of the explicit form of eigen vertex function of a strong interaction. This property allows one to use as a vertex function both the solution of the Bethe–Salpeter relativistic equation and the solutions of quasipotential equations. The fulfilment of covariance and gauge invariance requirements at the level of the whole amplitude permits a consistent consideration of intrinsic dynamics on the background of exact conservation of a structural electromagnetic current.

Общепризнанной основой физики элементарных частиц является квантовая теория калибровочных полей (КТКП). В основу КТКП а priori положен тезис, что все известные в природе взаимодействия переносятся калибровочными полями, а принцип калибровочной симметрии является одним из главных эвристических принципов. Значительный успех в понимании свойств электромагнитных (ЭМ) и слабых взаимодействий был достигнут на пути применения принципа калибровочной инвариантности, что в окончательной форме приняло вид современной теории электрослабых взаимодействий.

Основной задачей квантовой теории поля является вычисление функции Грина (ФГ), т. е. вакуумных средних хронологических произведений взаимодействующих полей. Использование функциональных методов позволяет объединить все ФГ в производящий

функционал. Применение редукционной техники дает возможность установить связь между рядами ФГ и их вкладом в соответствующий элемент S -матрицы. Этот современный подход получения матричных элементов различных процессов с участием заряженных локальных полей материи основан на использовании лагранжиана взаимодействующих полей.

В основе калибровочных теорий, будь то абелева, как в квантовой электродинамике (КЭД), или неабелева группа, как в подходе Янга–Миллса, существенным является использование лагранжева подхода, предназначенного для описания динамики локальных полей материи. За счет точечного характера взаимодействия полей материи и калибровочного поля замкнутость системы — «поля материи плюс калибровочное поле» — достигается введением в лагранжиан ковариантных производных $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$. Это позволяет учитывать взаимодействие в замкнутой системе калибровочно-инвариантным образом. «Контроль» за сохранением заряда на каждой ФГ, взаимодействующей с калибровочным полем, осуществляется в форме тождеств Уорда–Такахаши. Основное геометрическое понятие — «параллельный перенос» заряженных полей материи во внутреннем пространстве — и его возможности в КЭД ограничены локальным характером полей, входящих в лагранжиан. Понятие параллельного переноса имеет более широкий смысл, который не связан с лагранжианом. Действительно [1], независимо от лагранжева подхода, фазы полей материи можно отождествить с координатами в зарядовом пространстве. Согласно принципу относительности в зарядовом пространстве локальное изменение фаз полей материи приводит к появлению компенсирующего калибровочного поля подобно тому, как в формулировке слабого принципа относительности Эйнштейна локальное изменение пространственно-временных координат эквивалентно введению дополнительного гравитационного поля. Использование этого принципа позволяет корректно ввести в рассмотрение взаимодействие ЭМ-поля с составными полями материи в отсутствие лагранжиана.

В отличие от КЭД, которая является частным случаем калибровочной теории, при описании процессов взаимодействия фотонов с атомными ядрами (составными сильно-связанными системами) в рамках традиционного подхода не удается достичь корректного описания взаимодействия калибровочного поля с нелокальными полями материи. Причиной тому является отсутствие лагранжиана, описывающего «развал» составной системы на составляющие, а следовательно, невозможность ввести в рассмотрение взаимодействие ЭМ-поля с составной системой в соответствии с рецептом КЭД — путем «удлинения» производных его кинетической части. Иначе, новым моментом для КЭД на данном этапе является привлечение в рассмотрение нелокальных заряженных полей материи, поскольку в КЭД отсутствует способ, позволяющий проконтролировать перераспределение заряда в связанной системе между ее составляющими в области взаимодействия и обеспечить его полное сохранение, что в конечном итоге приводит к неверным результатам. Причина состоит в том, что атомное ядро исторически рассматривается как нерелятивистская система, а теоретической основой изучения электроядерных процессов является нерелятивистская электродинамика. Развитие теоретических подходов в ядерной физике было обособлено от подходов, параллельно развивающихся в КЭД, которые изначально формулировались в явно ковариантной форме. Как следствие, отсутствие ковариантности и калибровочной инвариантности полных амплитуд в ядерной физике приводит к тому, что данные различных теоретических групп по результатам описания одних и тех же процессов заметно отличаются друг от друга и не отражают общей тенденции

при их сопоставлении с экспериментальными данными. Это создавало благоприятную основу для различного рода спекуляций, суть которых сводилась к тому, что на нерелятивистском фоне учитывались релятивистские механизмы. Такая ситуация является прямым следствием отсутствия возможности проконтролировать уровень используемых приближений в расчетах. Нерелятивистский подход описания взаимодействия ЭМ-поля с составной сильносвязанной системой не обеспечивает должного уровня строгости, позволяющего адекватно улавливать тонкости субъядерной структуры на значительно меньших пространственно-временных интервалах, а присутствие в амплитуде блока с неизвестным NN -взаимодействием существенно усугубляет решение проблемы в целом. В КЭД, в отличие от расчетов в ядерной физике, не возникает подобных трудностей, что гарантировано ее полной однозначностью и определенностью. Поэтому КЭД по настоящий момент остается общепризнанным эталоном для любых теорий и не перестает восхищать в понимании природы ЭМ-сил от микро- до макроуровней.

Выход из сложившегося положения может быть найден лишь на пути привлечения самых общих представлений КТКП, не ограниченных требованиями лагранжевой картины динамического описания. Понятие «параллельного переноса» [1–3] определяет способ сравнения полей материи в расслоенном пространстве с внутренней (зарядовой) симметрией, в основе которого использована локальная калибровочная природа ЭМ-поля и его интерпретация на геометрическом языке как формы связности. Использование двух- и трехточечных ФГ полей материи, инвариантных к преобразованиям абелевой $U(1)$ -калибровочной группы, позволяет значительно продвинуться в направлении понимания взаимодействия с нелокальными полями [4–6]. Это достигается введением в ФГ фазовой экспоненты в форме оператора параллельного переноса. Конкретизируя вид траектории переноса заряда между 4-точками в криволинейном интеграле показателя экспоненты, например, прямой линией, удастся решить поставленную задачу по построению амплитуды фоторасщепления составной системы с учетом требований ковариантности в самом общем виде. Это достигается разложением в ряд двухточечных ФГ по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$ калибровочного поля в точке $A_\mu = 0$, осуществляющего «перенос» полей материи в пространстве с внутренней симметрией вдоль «минимальной» траектории $r(\lambda) = (1-\lambda)x + \lambda y$, ($\lambda = [0, 1]$) между точками x и y в четырехмерном пространстве, в которых определены полевые операторы $\psi(x)$ и $\bar{\psi}(y)$. Начиная со второго члена разложения для частиц со спином 0 и $1/2$ в импульсном представлении воспроизводятся ЭМ токовые вершины КЭД [4–6]. Подобное же разложение в функциональный ряд одночастично неприводимой трехточечной ФГ, инвариантной по отношению к группе $U(1)$ -локальных калибровочных преобразований, порождает во втором члене разложения по $A_\mu(r)$ калибровочно-замкнутый ряд четырехточечных ФГ, состоящий из суммы трех одночастично приводимых четырехточечных ФГ (полюсная часть), связанных между собой кроссингом и сильносвязанной четырехточечной ФГ (регулярная часть).

Для функциональных производных, как следствие принципов локальной калибровочной инвариантности и пространственно-временной однородности, обеспечивается выполнение аналогов тождества Уорда–Такахаши, что приводит, в конечном итоге, к точному сохранению ЭМ-тока связанной системы с учетом ее структуры и последующего распада на составляющие независимо от конкретного функционального вида собственной вершинной функции. Полученный ряд четырехточечных ФГ в результате применения к нему редукционной техники сопоставляется с соответствующим вкладом в матричный элемент S -матрицы, а в качестве вершинной функции при проведении численного анализа до-

пускает использование решений различных квазипотенциальных уравнений, равно как и релятивистского уравнения Бете–Солпитера. Свойство индифферентности ЭМ-поля по отношению к другим видам взаимодействий в полной амплитуде должно обеспечивать лишь сохранение полного заряда независимо от присутствия неизвестных деталей структуры составной системы, но в строгом соответствии с требованиями трансляционной инвариантности как в конфигурационном, так и зарядовом пространствах.

Решению отмеченных выше проблем, существующих в настоящее время в релятивистской ядерной физике ЭМ-взаимодействий, посвящена настоящая работа.

КАЛИБРОВОЧНО-ЗАМКНУТАЯ АМПЛИТУДА ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ

Идея «параллельного переноса» полевых операторов во внутреннем пространстве основана на требовании сравнения заряженных полей материи в различных пространственно-временных точках. Если между точками x и x' пространства Минковского задана мировая линия $\eta(s)$, которая описывается уравнением $x = x_\mu(s)$, где s — параметр длины кривой, и определено касательное пространство $X_\mu = \frac{dx_\mu(s)}{ds}$, то операция «параллельного переноса» определяется как равенство нулю ковариантной производной от полевого оператора $D_\mu\psi(x)$ в касательном направлении для каждой точки траектории [1]:

$$\left. \frac{dx_\mu(s)}{ds} (\partial_\mu + ieA_\mu)\psi(x) \right|_{x=x(s)} = 0. \quad (1)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\psi(x') = P \exp \left(-ie \int_x^{x'} dr_\nu A_\nu(r) \right) \psi(x) = P \exp \left(-ie \int_0^1 ds \frac{dr_\nu}{ds} A_\nu(r(s)) \right) \psi(x), \quad (2)$$

где P — оператор упорядочения вдоль траектории. Определим калибровочно-инвариантным образом двухточечную ФГ

$$D(x, y; A) = i \left\langle T \left(\psi(x) \exp \left(ie \int_y^x dr_\rho A_\rho(r) \right) \bar{\psi}(y) \right) \right\rangle, \quad (3)$$

которая описывает распространение заряженной частицы из пространственно-временной точки x в пространственно-временную точку y в четырехмерном пространстве. Данная ФГ инвариантна относительно группы локальных калибровочных преобразований:

$$\psi(x) \rightarrow e^{-ie\alpha(x)}\psi(x), \quad \bar{\psi}(x) \rightarrow e^{-ie\alpha(x)}\bar{\psi}(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu\alpha(x). \quad (4)$$

Разложим выражение (3) в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$ в окрестности $A = 0$:

$$\begin{aligned} D(x, y; A) &= \\ &= D(x, y) + \frac{1}{1!} \frac{\delta D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} A_\mu(r) + \frac{1}{2!} \frac{\delta^{(2)} D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r) \delta A_\nu(r')} \Big|_{A=0} A_\mu(r) A_\nu(r') + \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\delta^{(n)} D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r) \cdots \delta A_\nu(r')} \Big|_{A=0} \underbrace{A_\mu(r) \cdots A_\nu(r')}_n, \quad \forall \{r\} \in [x, y]. \quad (5) \end{aligned}$$

На рис. 1 представлено разложение ФГ (3) в ряд Лорана. В этом разложении присутствуют слагаемые двух типов:

- 1) члены ряда, в которых функциональные производные по вектор-потенциалу $\{A_\mu\}$ вычисляются в разных пространственно-временных точках $\forall \{r\} \in [x, y]$;
- 2) слагаемые, начиная с третьего члена ряда, когда аргументы у отдельных $\{A_\mu\}$ могут совпадать, т. е. излучение и поглощение фотонов происходит в одной и той же пространственно-временной точке.

Рис. 1. Разложение двухточечной калибровочно-инвариантной ФГ в функциональный ряд по вектор-потенциалу $\{A_\mu\}$

В первом случае представленный ряд бесконечен. Это соответствует случаю, когда на «пути» от точки x к точке y заряженная частица «обрастает» ЭМ-вставками — диаграммы типа «щетка» (на рис. 1 диаграммы 2, 3). Во втором случае, когда излучение или поглощение фотона происходит только в одной и той же точке (рис. 1 диаграмма 4 — типа «чайка»). В этом случае ряд для частиц со спином 0 «обрывается» на третьем члене (диаграммы 1, 2, 4 на рис. 1), а для спина 1/2 остаются лишь графы 1 и 2. Граф 5 на рис. 1 представляет комбинацию этих механизмов.

Рассмотрим второй член ряда в разложении (5) и проведем преобразования в самом общем виде, не конкретизируя явного вида ФГ $D(x, y; A)$. Вычислим функциональную производную от выражения (3) по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$, используя соотношение $\delta A_\rho(r') / \delta A_\mu(r) = g_{\mu\rho} \delta(r' - r)$. Получаем

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} = i^2 e \int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') \langle T(\psi(x) \bar{\psi}(y)) \rangle. \quad (6)$$

Выбирая «минимальную» траекторию, соединяющую точки x и y в собственной системе координат $r'(\lambda) = (1 - \lambda)y + \lambda x$ (прямая линия), и переходя в выражении (6) к интегрированию по λ

$$\int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') = \int_0^1 d\lambda \frac{dr'_\mu(\lambda)}{d\lambda} \delta(r'(\lambda) - r),$$

получаем

$$\left. \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \right|_{A=0} = ie(x - y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta[y - r + \lambda(x - y)] D(x, y; 0). \quad (7)$$

Вследствие трансляционной инвариантности (пространственно-временная однородность), двухточечная ФГ зависит лишь от разности 4-координат $D(x, y) = D(x - y)$.

Преобразуем функциональную производную (7) в импульсное представление

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr + px - p'y)} dx dy dr = \\ = ie \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr e^{i(qr + px - p'y)} (x - y)_\mu \delta[y - r + \lambda(x - y)] D(x - y). \end{aligned} \quad (8)$$

Введение в выражение (8) относительной координаты $x - y = \xi$ и координаты центра масс $X = (x + y)/2$ приводит к виду

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr + px - p'y)} dx dy dr = \\ = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') ie \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{i\xi(p + \lambda q)} \xi_\mu D(\xi). \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\xi_\mu e^{i\xi(p + \lambda q)} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial (p_\mu + \lambda q_\mu)} e^{i\xi(p + \lambda q)},$$

окончательно получаем выражение для функциональной производной $D(x, y; A)$ в импульсном представлении

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr + px - p'y)} dx dy dr = \\ = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') e \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial (p_\mu + \lambda q_\mu)} D(p + \lambda q) = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') e \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial q_\mu} D(p + \lambda q). \end{aligned} \quad (9)$$

Последнее равенство в (9) является следствием «поперечности» вектора поляризации фотона $\varepsilon_\mu q_\mu = 0$ ($q^2 = 0$):

$$\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p_\mu + \lambda q_\mu)} \dots = \varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial q_\mu} \dots$$

Как показано в работах [4–6] для ФГ скалярной и спинорной частиц в импульсном представлении

$$D(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 + i0}; \quad S(p) = \frac{1}{\hat{p} - m + i0},$$

для функциональной производной ряда (5) воспроизводятся ЭМ-вершины с учетом статистики полей материи:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\delta D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \right|_{A=0} A_\mu(r) &\Rightarrow (2\pi)^4 \delta(p + q - p') e \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p + \lambda q)_\mu} \left\{ \begin{array}{l} D(p + \lambda q) \\ S(p + \lambda q) \end{array} \right\} = \\ &= \begin{cases} (2\pi)^4 \delta(p + q - p') D(p + q) \left\{ -e \varepsilon_\mu (p + p')_\mu \right\} D(p), & \text{если спин } 0; \\ (2\pi)^4 \delta(p + q - p') S(p + q) \left\{ -e \varepsilon_\mu \gamma_\mu + O(q_\mu) \right\} S(p), & \text{если спин } 1/2; \end{cases} \quad (10) \end{aligned}$$

где q , ε_μ — четырехимпульс калибровочного поля (фотона) и его вектор поляризации; e , p и m — заряд, четырехимпульс и масса поля материи; $\hat{p} = p_\mu \gamma_\mu$.

Для скалярного поля материи ЭМ-вершина с двумя фотонными вставками (рис. 1, диаграмма 4) определяется как повторное включение ЭМ-поля в соответствии с правилом (10) в однофотонную вершину $-e \varepsilon_\mu (2p + q)_\mu$:

$$e^2 2g_{\mu\nu} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu, \quad (11)$$

что соответствует третьему члену ряда (5).

Таким образом:

- Локально калибровочно-инвариантное выражение (3) на основе общих требований — трансляционной инвариантности в конфигурационном пространстве-времени и трансляционной инвариантности во внутреннем (зарядовом) пространстве — в результате разложения в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$ в окрестности $A = 0$ генерирует ЭМ фотонные вставки в двухчастичные ФГ с собственными ЭМ вершинными функциями с учетом статистики частиц без привлечения лагранжева формализма взаимодействующих полей. В основу данного результата положен лишь геометрический аспект теории калибровочных полей, где вектор-потенциал ЭМ-поля интерпретируется как связность в главном расслоении при смещении в пространстве внутренних (зарядовых) состояний. На языке расслоенных пространств связность A_ν генерирует отображение

$$g(\eta_{xx'}) = P \exp \left(i \int_{\eta_{xx'}} dr_\nu A_\nu(r) \right)$$

пространства путей $\eta_{xx'}$, начинающихся в точке x и кончающихся в точке x' , в калибровочную группу;

• Если известны решения динамических уравнений, описывающих эволюцию свободных заряженных полей материи с учетом расширения группы локальных симметрий (4), то двухчастичная ФГ (3) в присоединенном представлении зарядового пространства воспроизводит весь набор фейнмановских графов КЭД;

• Заряд e , введенный в полевом операторе (1) как коэффициент, определяет масштаб и интенсивность взаимодействия калибровочного поля с полями материи, а в силу мультипликативной структуры группового $U(1)$ -пространства приводит к аддитивной алгебре для заряда.

Локальный характер полей материи, рассматриваемых в КЭД, обеспечивает наличие лишь одной точечной вершины, характеризуемой константой e . Описание в рамках КЭД взаимодействия ЭМ-поля с составным сильносвязанным полем материи с последующим его расщеплением проблематично в плане обеспечения точного сохранения ЭМ структурного тока. Дело в том, что процесс взаимодействия нелокального составного поля, которое сформировано за счет, например, сильного взаимодействия с ЭМ-полем, приводит к тому, что в области взаимодействия происходит перераспределение заряда между составляющими и исходной системой. Поскольку в настоящее время переход «составная система – составляющие» не описывается в рамках лагранжева подхода, то корректное описание процесса расщепления нелокальной системы в результате взаимодействия с фотоном на основе предписаний КЭД становится неопределенным. Обойти эту некорректность в описании можно, приняв во внимание экспериментальный факт о полной инертности ЭМ-взаимодействия по отношению к любым другим типам взаимодействий, в том числе и сильному. Реализация этого свойства индифферентности в полном объеме требует лишь выполнения точного сохранения полного заряда в процессе эволюции без конкретизации при этом неизвестных деталей присутствующего сильного взаимодействия. Если придерживаться точки зрения, что КЭД является частным случаем КТКП, а принцип «параллельного переноса» полей материи никоим образом не связан с лагранжианом, то, действуя аналогично вышеизложенной схеме для двухчастичной ФГ, после введения в рассмотрение ЭМ-поля посредством локально калибровочно-инвариантной трехчастичной ФГ (вершинная функция), несущей сильное взаимодействие, предопределяя результат, можно точно удовлетворить требованию сохранения ЭМ структурного тока независимо от явного вида неизвестной собственной вершинной функции. В результате, внося в систему достаточное возмущение, фотон вызывает расщепление составной системы на составляющие, а в дальнейшем он лишь «фиксирует» сохранение электрического заряда на всех этапах эволюции по заданным траекториям, т. е. до взаимодействия $e_B = ez_B$ (величина заряда составной системы z_B в единицах e), в области взаимодействия $e_1 = ez_1$, $e_2 = ez_2$ (величины заряда, уносимые составляющими) и после взаимодействия. Таким образом, должен появиться аналог тождества Уорда–Такахаши для калибровочно-замкнутого ряда ФГ, в котором должна обязательно присутствовать сильная вершинная функция в общем виде.

Для собственной вершинной функции, которая получается из сильносвязанной трехточечной ФГ после удаления в ней внешних концов — двухточечных ФГ

$$G(x, y, z) = i\langle T(B(z)\bar{\Psi}_1(x)\bar{\Psi}_2(y)) \rangle, \quad (12)$$

описывающей переход заряженного составного поля $B(z)$ с зарядом e_B , в состояние, характеризующееся полевыми операторами $\bar{\Psi}_1$ и $\bar{\Psi}_2$ с зарядами e_1 и e_2 ($e_1 + e_2 = e_B$),

соответственно, после естественного обобщения, аналогичного выражению (3), получаем выражение

$$G(x, y, z; A) = i \left\langle T \left(B(z) \exp \left(i e_1 \int_x^z dr_\rho A_\rho(r) \right) \bar{\Psi}_1(x) \exp \left(i e_2 \int_y^z dr_\sigma A_\sigma(r) \right) \bar{\Psi}_2(y) \right) \right\rangle, \quad (13)$$

инвариантное относительно калибровочных преобразований локальной $U(1)$ -группы полевых операторов и вектор-потенциала $A_\mu(r)$:

$$\begin{aligned} B(z) &\rightarrow B(z) e^{-i e_B \alpha(z)}, & \bar{\Psi}_1(x) &\rightarrow \bar{\Psi}_1(x) e^{i e_1 \alpha(x)}, \\ \bar{\Psi}_2(y) &\rightarrow \bar{\Psi}_2(y) e^{i e_2 \alpha(y)}, & A_\mu(r) &\rightarrow A_\mu(r) + \partial_\mu \alpha(r). \end{aligned} \quad (14)$$

Обратим внимание на тот факт, что, оставаясь на позиции геометрических положений калибровочных полей, инвариантность выражения (13) к преобразованиям (14) с различными константами связи e_i ($i = B, 1, 2$), фиксирующими масштаб относительной шкалы взаимодействия калибровочного поля и различных полей материи в пространстве с внутренней симметрией, приводит, в силу мультипликативного характера группового $U(1)$ -пространства, к соотношению $e_1 + e_2 = e_B$, т.е. к соотношению с аддитивной алгеброй для констант связи, которые на традиционном языке ассоциируются с зарядом.

Разложим (13) в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$ в окрестности $A = 0$ и, вычисляя коэффициент при $A_\mu(r)$ во втором члене ряда, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} G(x, y, z; A) \Big|_{A=0} &= i e_1 \int_x^z dr'_\rho g_{\mu\rho} \delta(r' - r) G(x, y, z, \{0\}) + \\ &+ i e_2 \int_y^z dr'_\sigma g_{\mu\sigma} \delta(r' - r) G(x, y, z, \{0\}). \end{aligned}$$

После выбора «минимальных» траекторий, соединяющих точки x и y с точкой z , как $r'_\rho(\lambda) = (1 - \lambda)x_\rho + \lambda z_\rho$ и $r'_\sigma(\lambda) = (1 - \lambda)y_\sigma + \lambda z_\sigma$, находим

$$\begin{aligned} \frac{\delta G(x, y, z; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} &= i \left\{ e_1 (z - x)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(x - r + \lambda(z - x)) + \right. \\ &\left. + e_2 (z - y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(y - r + \lambda(z - y)) \right\} G(x, y, z). \quad (15) \end{aligned}$$

Переходя к импульсному представлению в выражении (15)

$$\Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz dr e^{i(qr + pz - p_1 x - p_2 y)} \frac{\delta G(x, y, z; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} =$$

$$= i \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz dr \{ e_1(z-x)_\mu \delta(x-r+\lambda(z-x)) + \\ + e_2(z-y)_\mu \delta(y-r+\lambda(z-y)) \} G(x, y, z) e^{i(qr+pz-p_1x-p_2y)}$$

и интегрируя по dr с учетом требования трансляционной инвариантности $G(x, y, z) \equiv G(z-x, z-y)$, получим

$$i \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz \{ e_1(z-x)_\mu e^{i(qx+\lambda q(z-x)+pz-p_1x-p_2y)} + \\ + e_2(z-y)_\mu e^{i(qy+\lambda q(z-y)+pz-p_1x-p_2y)} \} G(z-x, z-y).$$

Это выражение значительно упрощается после перехода к естественным переменным — относительным координатам $\zeta = z-x$, $\xi = z-y$ и координате центра масс $X = (z+(x+y)/2)/2$ с якобианом $|J| = 1$ ($x = X - 3/4\zeta + 1/4\xi$, $y = X + 1/4\zeta - 3/4\xi$, $z = X + (\zeta + \xi)/4$):

$$i(2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta d\xi \{ e_1 \zeta_\mu e^{i\zeta[(p_1+(\lambda-1)q)+\xi p_2]} + \\ + e_2 \xi_\mu e^{i[\zeta p_1 + \xi(p_2+(\lambda-1)q)]} \} G(\zeta, \xi) = \\ = (2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1+(\lambda-1)q; p_2)}{\partial (p_1+(\lambda-1)q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2+(\lambda-1)q)}{\partial (p_2+(\lambda-1)q)_\mu} \right\}.$$

После замены $\lambda \rightarrow 1-\lambda$ окончательно получим выражение для сильносвязанной собственной вершинной функции в импульсном представлении

$$\Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = \\ = (2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1-\lambda q; p_2)}{\partial (p_1-\lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2-\lambda q)}{\partial (p_2-\lambda q)_\mu} \right\}. \quad (16)$$

Импульсы p , p_1 , p_2 и q соответствуют полям $B(z)$, $\bar{\Psi}_1(x)$, $\bar{\Psi}_2(y)$ и ЭМ-полю $A_\mu(r)$. Смещение по импульсу $p_i \rightarrow p_i - \lambda q$ в каждом слагаемом выражения (16) сопровождается присутствием множителя e_i , т. е. трансляции в импульсном пространстве строго согласованы с трансляциями во внутреннем пространстве. Отметим, что закон сохранения суммарного четырехимпульса в каждом слагаемом подынтегрального выражения (16) определяется δ -функцией и имеет привычную форму $p_1+(\lambda-1)q+p_2 = p_1+p_2+(\lambda-1)q = p+\lambda q$, что становится очевидным после сокращения слагаемых λq .

Представим собственную вершинную функцию $D(p, q, p_1, p_2)$ в импульсном представлении в виде разложения в функциональный ряд по вектор-потенциалу $A_\mu(r)$, ограничиваясь двумя первыми членами разложения

$$D(p, q, p_1, p_2) = D(p, p_1, p_2) + \frac{1}{1!} \Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) \varepsilon_\mu + \dots$$

Второе слагаемое данного разложения определяет контактный член полной амплитуды взаимодействия ЭМ-поля с вершинной функцией в однофотонном приближении (рис. 2). С учетом выражения (16) для сильносвязанной собственной вершинной функции имеем

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{\text{Cont}} &= \varepsilon_\mu \Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = \\ &= (2\pi)^4 \delta(p + q - p_1 - p_2) \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q; p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

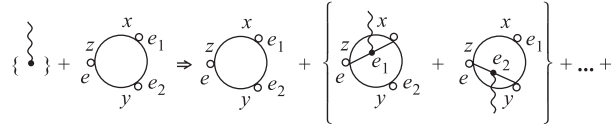


Рис. 2. Электромагнитная вставка в собственную трехточечную вершинную функцию

Выражению (17) на рис. 2 соответствуют диаграммы в фигурных скобках.

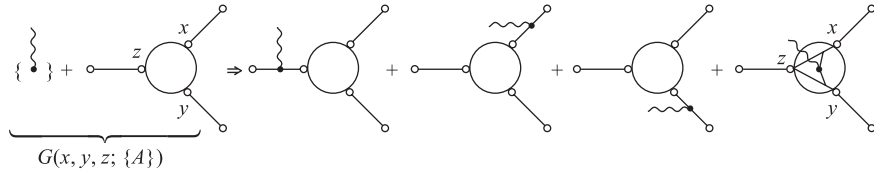


Рис. 3. Разложение в ряд Лорана калибровочно-инвариантной трехточечной ФГ

Имея в распоряжении все необходимые конструкции, определяющие взаимодействие ЭМ-поля с двухточечной ФГ и трехточечной вершиной, выполним включение калибровочного поля в полную локально калибровочно-инвариантную одночастично неприводимую трехточечную ФГ (рис. 3). В результате образуется калибровочно-замкнутый ряд четырехточечных ФГ, состоящий из трех одночастично приводимых четырехточечных ФГ — полюсной части и сильносвязанной четырехточечной ФГ — контактный член. Как известно из КЭД, все члены одного порядка квазиклассического разложения S -матрицы или производящего функционала для ФГ образуют инвариантную совокупность с теми же свойствами симметрии, которыми обладает S -матрица, т. е. все свойства симметрии выполняются независимо для данной совокупности диаграмм. В нашем рассмотрении возникает обратная картина — взаимодействие ЭМ-поля с сильносвязанным составным полем материи, где в дополнение к ЭМ присутствует сильное взаимодействие, происходит с неизвестным в настоящее время лагранжианом, а следовательно, и S -матрицей. Однако на уровне амплитуды — ряда диаграмм (рис. 3) с сильносвязанной ФГ — удастся обеспечить выполнение требования ковариантности и калибровочной инвариантности, а следовательно, амплитуда на уровне обобщенного, калибровочно-замкнутого полюсного

ряда будет иметь те же свойства симметрии, что и амплитуда в КЭД, но уже в присутствии сильного взаимодействия.

Математическая запись, отражающая процесс включения ЭМ-поля в сильносвязанную трехточечную вершинную ФГ (рис. 3), в соответствии с вышеизложенными правилами (9) и (16) имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \{D(p)G(p; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2)\} + \{e\varepsilon_\mu\} \rightarrow \\
 & \rightarrow \left\{ -e\varepsilon_\mu z \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} \right\} G(p + q; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2) + \\
 & + D(p)G(p; p_1 - q, p_2) \left\{ -e\varepsilon_\mu z_1 \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p_1 - \lambda q)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \right\} D(p_2) + \\
 & + D(p)G(p; p_1, p_2 - q)D(p_1) \left\{ -e\varepsilon_\mu z_2 \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\} + \\
 & + D(p) \left\{ -e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ z_1 \frac{\partial G(p + (1 - \lambda)q; p_1 - \lambda q, p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + z_2 \frac{\partial G(p + (1 - \lambda)q; p_1, p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\} \right\} D(p_1)D(p_2) \quad (18)
 \end{aligned}$$

(каждая строка в выражении (18) соответствует диаграмме на рис. 3, слева направо).

Нетрудно убедиться в калибровочной инвариантности выражения (18), произведя при этом следующую замену $\varepsilon_\mu \rightarrow q_\mu$:

$$\begin{aligned}
 & -ze[D(p + q) - D(p)]G(p + q; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2) + \\
 & + D(p)G(p; p_1 - p_q, p_2)[-ez_1(D(p_1) - D(p_1 - q))]D(p_2) + \\
 & + D(p)G(p; p_1, p_2 - q)D(p_1)[-ez_2(D(p_2) - D(p_2 - q))] - \\
 & - ez_1 D(p)[G(p + q; p_1, p_2) - G(p; p_1 - q, p_2)]D(p_1)D(p_2) - \\
 & - ez_2 D(p)[G(p + q; p_1, p_2) - G(p; p_1, p_2 - q)]D(p_1)D(p_2). \quad (19)
 \end{aligned}$$

Воспользовавшись тождеством Уорда–Такахаша для двухточечных ФГ при замене $\varepsilon_\mu \rightarrow q_\mu$

$$eq_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} = e[D(p + q) - D(p)] = -eD(p + q) \{2(pq)\} D(p),$$

редуцируя в выражении (19) внешние двухчастичные функции распространения соответствующими волновыми функциями свободных частиц, находящихся на массовой оболочке ($p_i^2 = m_i^2$), которые для скалярных полей, в принятой нами нормировке, равны единице, и с учетом

$$D(p \pm q) = \frac{1}{(p \pm q)^2 - m^2} = \pm \frac{1}{2pq},$$

получаем вклад данного обобщенного полюсного ряда фейнмановских диаграмм в матричный элемент S -матрицы:

$$\begin{aligned} & ezG(p+q; p_1, p_2) - ez_1G(p; p_1 - q, p_2) - ez_2G(p; p_1, p_2 - q) - \\ & - e(z_1 + z_2)G(p+q; p_1, p_2) + ez_1G(p; p_1 - q, p_2) + ez_2G(p; p_1, p_2 - q) = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, выражение (17) градиентно-инвариантно. Важно отметить, что удалось удовлетворить требованию сохранения полного ЭМ ядерного тока, не привлекая явного вида собственной вершинной функции $G(p; p_1, p_2)$, т. е. нигде не использовалось предположение о структуре составной сильновзаимодействующей системы, а использовалась лишь ее зависимость от естественных динамических переменных, которая определяется в соответствии с требованием трансляционной инвариантности. Соотношение (19) можно рассматривать как аналог тождества Уорда–Такахаша для одночастично неприводимой трехточечной ФГ.

Отметим еще один важный момент, необходимый для понимания физического смысла контактного члена (17). В частном случае, когда отсутствует спиновая структура в вершинной функции, т. е. распадается скалярная составная система на скалярные составляющие, а вершинный формфактор, естественно, зависит лишь от квадрата разности 4-импульсов $G(p_1, p_2) = G((p_1 - p_2)^2)$, при этих условиях подынтегральное выражение в (17) образует полный дифференциал и интеграл легко вычисляется:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q; p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\} = \\ & = \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ & = \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ 2e_1 (p_1 - \underbrace{\lambda q}_{\varepsilon q=0} - p_2)_\mu \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ & = \frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \int_0^1 d \left[2\lambda q(p_1 - p_2) - (p_1 - p_2)^2 - \underbrace{\lambda^2 q^2}_{q^2=0} \right] \left\{ e_1 \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ & = -\frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \int_0^1 d(p_1 - \lambda q - p_2)^2 \left\{ e_1 \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ & = -\frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \{ e_1 G[(p_1 - p_2 - q)^2] + e_2 G[(p_1 - p_2 + q)^2] - e_B G[(p_1 - p_2)^2] \}. \end{aligned}$$

В качестве примера вычислим интеграл от ФГ $D(p)$ скалярной частицы:

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} =$$

$$\begin{aligned}
 &= e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial(p+\lambda q)^2}{\partial(p+\lambda q)_\mu} \frac{\partial D(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)^2} = e \frac{2\varepsilon p}{2qp} \int_0^1 d(p+\lambda q)^2 \frac{\partial D(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)^2} = \\
 &= e \frac{\varepsilon p}{qp} [D(p+q) - D(p)] = D(p+q) \{-e\varepsilon(2p+q)\} D(p).
 \end{aligned}$$

Другим примером может служить включение ЭМ-поля в ФГ для частицы со спином $1/2$. Действуя в соответствии с правилом (10), получим

$$\begin{aligned}
 e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)_\mu} &= e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p+\lambda q)_\mu} \left\{ \frac{1}{\hat{p} + \lambda \hat{q} + m} \right\} = \\
 &= e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{\gamma_\mu [(p+\lambda q)^2 - m^2] - 2(p+\lambda q)_\mu (\hat{p} + \lambda \hat{q} - m)}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} \right\}.
 \end{aligned}$$

После преобразования выражения в числителе получим

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)_\mu} = e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{(\hat{p} + \lambda \hat{q} - m) \{-\gamma_\mu\} (\hat{p} + \lambda \hat{q} - m)}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} \right\}.$$

Интегрируя по переменной λ с учетом возникающих интегралов:

$$I_1 = \int_0^1 d\lambda \frac{1}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} = \frac{1}{[(p+q)^2 - m^2] (p^2 - m^2)},$$

$$I_2 = \int_0^1 d\lambda \frac{\lambda}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} = \frac{1}{(2pq)^2} \ln \left(1 + \frac{2pq}{p^2 - m^2} \right) - \frac{p^2 - m^2}{2pq} I_1$$

и удерживая в I_2 первый член в разложении логарифма, получим

$$\begin{aligned}
 e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)_\mu} &= \frac{(\hat{p} + \hat{q} - m) \{-e\varepsilon_\mu \gamma_\mu\} (\hat{p} + \hat{q} - m)}{[(p+q)^2 - m^2]^2 (p^2 - m^2)^2} = \\
 &= \frac{(\hat{p} + \hat{q} - m) \{-e\varepsilon_\mu \gamma_\mu\} \left(1 + \hat{q} \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2} \right) (\hat{p} - m)}{[(p+q)^2 - m^2]^2 (p^2 - m^2)^2} = \\
 &= S(p+q) \left\{ -e\varepsilon_\mu \gamma_\mu \left(1 + \hat{q} \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2} \right) \right\} S(p).
 \end{aligned}$$

Таким образом, в результате включения калибровочного поля в ФГ спинорной частицы получаем следующее выражение для ЭМ-вершины:

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial(p+\lambda q)_\mu} = S(p+q) \{-e\varepsilon_\mu (\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu} q_\nu S(p))\} S(p).$$

Последнее выражение воспроизводит ЭМ-вершину для спинорных частиц с учетом вклада чисто поперечной части $\sigma_{\mu\nu}q_\nu$ (!), умноженной на $S(p)$. Повторное включение ЭМ-поля в трехточечную ЭМ-вершину $-e\varepsilon_\mu(\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu}q_\nu S(p))$ в соответствии с (17) приводит к удлинению четырехимпульса частицы $p \rightarrow p + \lambda q$, и, в результате, получаем вложенный бесконечный ряд, уточняющий величину магнитного момента

$$-e\varepsilon_\rho(\sigma_{\rho\sigma}q_\sigma S(p+q) \{-e\varepsilon_\mu(\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu}q_\nu S(p))\} S(p)).$$

В заключение выпишем выражение для матричного элемента контактного члена (17) после введения в него относительного четырехимпульса $k_\nu = (p_1 - p_2)_\nu/2$ образовавшихся фрагментов

$$\mathfrak{M}_{\text{Cont}} = -\frac{\varepsilon k}{qk} \left\{ e_1 G \left(\left(k - \frac{q}{2} \right)^2 \right) + e_2 G \left(\left(k + \frac{q}{2} \right)^2 \right) - e_B G(k^2) \right\}. \quad (20)$$

В данном выражении множитель $(2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2)$ опущен. Присутствующая сингулярность по скалярному произведению kq , содержащему пространственноподобный относительный четырехимпульс, является устранимой.

Выражение (20) для контактной амплитуды позволяет записать полный матричный элемент процесса фоторасщепления скалярной составной системы на две скалярные составляющие в однофотонном приближении в явно калибровочно-инвариантном виде. Полную калибровочно-замкнутую амплитуду в обобщенном полюсном приближении можно представить как сумму полюсного и регулярного вкладов

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}^{(\text{pol})} + \mathfrak{M}^{(\text{reg})} = (\mathfrak{S}_\mu^{(\text{pol})} + \mathfrak{S}_\mu^{(\text{reg})})\varepsilon_\mu,$$

где

$$\mathfrak{S}_\mu^{(\text{pol})} = e_B \frac{p_\mu}{pq} G_s - e_1 \frac{p_{1\mu}}{p_1 q} G_t - e_2 \frac{p_{2\mu}}{p_2 q} G_u, \quad \mathfrak{S}_\mu^{(\text{reg})} = \frac{k_\mu}{kq} (e_1 G_t + e_2 G_u - e_B G_s).$$

Индекс у вершинной функции $G_{\{s,t,u\}}$ указывает на зависимость от соответствующего аргумента для каждого слагаемого в соответствии с формулой (20). В результате введения в выражение для полного матричного элемента \mathfrak{M} тензора ЭМ-поля $F_{\mu\nu} = \varepsilon_\mu q_\nu - \varepsilon_\nu q_\mu$ получаем калибровочно-эквивалентный вид для амплитуды

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{S}_\mu^{(\text{pol})} \frac{F_{\mu\nu}}{kq} k_\nu.$$

Как видно из этого выражения, полная амплитуда определяется лишь вкладом полюсной составляющей ЭМ-тока, но ценой введения в амплитуду относительного четырехимпульса k_ν . Более привычную для КЭД запись амплитуды можно обеспечить за счет динамического калибровочного преобразования над вектором поляризации ЭМ-поля $\varepsilon_\mu \rightarrow \varepsilon_\mu^* = \varepsilon_\mu + f(\varepsilon, q, k)q_\mu$

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{S}_\mu^{(\text{pol})} \varepsilon_\mu^*, \quad \varepsilon_\mu^* = \frac{F_{\mu\nu}}{kq} k_\nu = \varepsilon_\mu - \frac{\varepsilon k}{qk} q_\mu,$$

где ранее неопределенная функция $f(\varepsilon, q, k)$ очевидно равна $-\varepsilon k/qk$.

КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И СПИНОВАЯ СТРУКТУРА АМПЛИТУДЫ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ ДЕЙТРОНА

Как известно, обеспечение требования калибровочной инвариантности на уровне амплитуды различных процессов не только значительно упрощает вычисления наблюдаемых, но и устраняет различные нефизические расходимости. Примером могут служить процессы рассеяния света на свете, комптон-эффект на скалярной частице и т. д. Калибровочно-инвариантная амплитуда комптон-процесса включает в себя три диаграммы Фейнмана, и после специального выбора калибровки ЭМ-поля матричный элемент процесса существенно упрощается: все наблюдаемые определяются вкладом лишь одной диаграммы. Иными словами, благодаря калибровочной инвариантности значительных упрощений можно достигнуть уже на этапе исследования матричного элемента процесса.

Полный матричный элемент для фоторасщепления скалярной составной системы в однофотонном приближении с учетом выражения (20) для контактного вклада запишем в виде

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{\text{tot}} &= \varepsilon_{\mu} \mathfrak{S}_{\mu}^{\text{tot}}, \\ \mathfrak{S}_{\mu}^{\text{tot}} &= e_B G(-k^2) \left(\frac{p_{\mu}}{pq} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right) - e_1 G(-(k - q/2)^2) \left(\frac{p_{1\mu}}{p_1q} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right) - \\ &\quad - e_2 G(-(k + q/2)^2) \left(\frac{p_{2\mu}}{p_2q} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Если вершинный формфактор $G = \text{const}$, то матричный элемент контактной диаграммы (20) равен нулю, а требование градиентной инвариантности амплитуды выполняется на уровне полюсных амплитуд (21), как в КЭД, но в присутствии сильной вершины. Остановимся подробнее на структуре ЭМ-тока $\mathfrak{S}_{\mu}^{\text{tot}}$. С этой целью проведем рассмотрение процесса (21) в системе центра масс. Выберем импульс фотона направленным вдоль оси OZ , а плоскость реакции совместим с плоскостью XOZ так, чтобы импульс частицы 1 составлял угол ϑ с положительным направлением оси OZ . В этом случае знаменатели pq , p_1q и p_2q в формуле (21) легко выражаются через квадрат относительного четырехимпульса k^2 :

$$pq = 2(k^2 + \alpha_0^2), \quad p_1q = (k^2 + \alpha_0^2) + kq, \quad p_2q = (k^2 + \alpha_0^2) - kq,$$

где $\alpha_0^2 = m\varepsilon_0$ — характеристика связи составной системы. Разложим выражение для тока $\mathfrak{S}_{\mu}^{\text{tot}}$ в ряд Тейлора в точке kq (в выбранной системе координат $kq = -\omega |\mathbf{p}| \cos \vartheta$), удерживая три члена разложения

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\mu}^{\text{tot}} &= -\frac{k_{\mu}}{kq} (e_B - e_1 - e_2) G(k^2) + \frac{G(k^2)}{k^2 + \alpha_0^2} \left(\frac{e_B}{2} p - e_1 p_1 - e_2 p_2 \right)_{\mu} - k_{\mu} (e_1 - e_2) G'(k^2) + \\ &\quad + \frac{kq}{(k^2 + \alpha_0^2)^2} \left[(G(k^2) + (k^2 + \alpha_0^2) G'(k^2)) (e_1 p_1 - e_2 p_2)_{\mu} + k_{\mu} (e_1 + e_2) \frac{G''(k^2)}{2} \right] + \\ &\quad + O((kq)^2). \end{aligned} \quad (22)$$

Как нетрудно видеть, первое слагаемое разложения (22), имеющее порядок ω^{-1} по энергии фотона, не дает вклада в сумму за счет сохранения заряда. Второе слагаемое

имеет нулевой порядок по энергии ω^0 и определяет электрический дипольный переход. Наконец, нижняя строка выражения полного тока (22) имеет порядок по энергии фотона ω^1 .

Иная ситуация наблюдается в случае, когда в полном токе $\mathfrak{S}_\mu^{\text{tot}}$ в формуле (21) отсутствует вклад от контактной диаграммы, т. е. члены, содержащие k_μ . Выполняя разложение с удержанием трех членов, находим

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_\mu^{\text{tot}} = & \frac{G(k^2)}{k^2 + \alpha_0^2} \left(\frac{e_B}{2} p - e_1 p_1 - e_2 p_2 \right)_\mu + kq \frac{G'(k^2)}{(k^2 + \alpha_0^2)^2} (e_1 p_1 - e_2 p_2)_\mu + \\ & + \frac{(kq)^2}{(k^2 + \alpha_0^2)^3} \left(G(k^2) + (k^2 + \alpha_0^2) G'(k^2) + (k^2 + \alpha_0^2)^2 \frac{G''(k^2)}{2} \right) (e_1 p_1 + e_2 p_2)_\mu + O((kq)^3). \end{aligned} \quad (23)$$

Сравнивая выражения (22) и (23) на уровне учета членов при энергии ω^0 , видим, что в выражении для тока (22) присутствует дополнительное слагаемое $-k_\mu (e_1 - e_2) G'(k^2)$, которое происходит от контактного механизма взаимодействия. Явный вид этой добавки пропорционален разности зарядов и указывает на ее принадлежность к электрическому дипольному переходу. Наличие же в ней производной от вершинного формфактора $G'(k^2)$ означает, что ее вклад определяется тангенсом угла наклона касательной в дополнение к вкладу, который определяется абсолютной величиной вершины $G(k^2)$ при тех же значениях аргумента. Этому факту можно дать физическое объяснение. Если иметь в виду, что вершинный формфактор является решением некоторого квазипотенциального уравнения, потенциал которого учитывает обмены различными мезонами, то заметим, что это находит свое отражение в его поведении и определит его кривизну и степень «падения». А члены в ЭМ-токе с производными учитывают все вклады этих мезонов в сбалансированном виде и в соответствии с требованием калибровочной инвариантности. Сравнение следующих порядков в разложении токов (22) и (23) по энергии фотона лишь подтверждает последнее утверждение.

Исследуем возможные следствия выполнения требования калибровочной инвариантности на примере получения амплитуды фоторасщепления наипростейшей сильносвязанной системы — ядра дейтерия. Как известно, собственная вершинная функция dNN , описывающая «развал» дейтрона на pn -пару, определяется четырьмя структурными формфакторами G_i ($i = 1, 2, 3, 4$) [7], учитывающими кроме S - и D -волн сход с массовой поверхности нуклона в промежуточном состоянии, которому соответствует дополнительно P -волна

$$\Gamma_\nu(p, n) = G_1 \gamma_\nu + \frac{k_\nu}{m} G_2 + \frac{\hat{p} - m}{2m} \left[G_3 \gamma_\nu + \frac{k_\nu}{m} G_4 \right], \quad (24)$$

где $k_\nu = (p - n)_\nu / 2$ — относительный пространственноподобный четырехимпульс pn -пары. Сильносвязанная трехточечная ФГ, отвечающая виртуальному развалу дейтерия, имея вид

$$D_{\nu'\nu}(d) (\Gamma_{\nu'\nu}(d; p, n))_{\alpha\beta} S_{\alpha\alpha'}(p) S_{\beta\beta'}(n), \quad (25)$$

в соответствии с правилами (10) и (16) в результате «включения» в нее ЭМ-поля описывается рядом (рис. 3) четырехточечных ФГ (18). Поскольку в настоящий момент нас интересует сохранение заряда, выпишем матричный элемент процесса $d(\gamma, p)n$ без членов в ЭМ-токах, отвечающих учету аномальных магнитных моментов, которые сами по

себе калибровочно-инвариантны [8]:

$$\mathfrak{M}(\gamma d \rightarrow pn) = e\varepsilon_\mu U_\nu \bar{u}_p \mathfrak{S}_{\mu\nu} C \bar{u}_n^T, \quad (26)$$

где ε и U — векторы поляризации фотона и дейтрона; \bar{u}_p и $C \bar{u}_n^T$ — биспиноры образовавшихся в конечном состоянии протона и нейтрона. Полный ЭМ-ток $\mathfrak{S}_{\mu\nu}$ перехода равен

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{\mu\nu} = & \frac{(d + d')_\mu}{d'^2 - M_d^2} \left(G_1 \gamma_\nu + \frac{k_\nu}{m} G_2 \right) + \gamma_\mu \frac{1}{\hat{p} - \hat{q} - m} \left[G_1 \gamma_\nu + \frac{k_\nu - q_\nu/2}{m} G_2 + \right. \\ & \left. + \frac{\hat{p} - \hat{q} - m}{2m} \left(G_3 \gamma_\nu + \frac{k_\nu - q_\nu/2}{m} G_4 \right) \right] - \int_0^1 d\lambda \frac{\partial \Gamma_\nu(p - \lambda q, n)}{\partial (p - \lambda q)_\mu}. \quad (27) \end{aligned}$$

Если предположить, что все вершинные формфакторы G_i зависят только от квадрата относительного четырехимпульса $G_i(-k^2)$ конечной pn -пары, интеграл контактного тока легко вычисляется:

$$\int_0^1 d\lambda \frac{\partial \Gamma_\nu(p - \lambda q, n)}{\partial (p - \lambda q)_\mu} = \frac{g_{\mu\nu}}{2m} G_2 + \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{2m} G_3 - \frac{1}{2m^2} \left\{ \frac{g_{\mu\nu} \hat{q} - \gamma_\mu q_\nu}{4} + \gamma_\mu n_\nu \right\} G_4 \quad (28)$$

— и после подстановки в выражение (27) приводит к тому, что формфактор G_3 в $\mathfrak{S}_{\mu\nu}$ сокращается:

$$\mathfrak{S}_{\mu\nu} = \left(\frac{d_\mu}{dq} - \frac{p_\mu}{pq} - \frac{\hat{q} \gamma_\mu}{2pq} \right) \left(G_1 \gamma_\nu - \frac{n_\nu}{m} G_2 \right) + \left(\frac{d_\mu q_\nu}{dq} - g_{\mu\nu} \right) \frac{G_2}{2m} + \frac{g_{\mu\nu} \hat{q} - \gamma_\mu q_\nu}{8m^2} G_4, \quad (29)$$

что указывает на перестройку полной амплитуды лишь за счет спиновой структуры. Если в (28) положить $G_3 = G_4 = 0$, то получится выражение для контактной амплитуды $\frac{g_{\mu\nu}}{2m} G_2$, которое использовали авторы в [9] для описания фоторасщепления дейтрона. Необходимо отметить, что формфактор G_3 в отличие от остальных трех определяется лишь триплетной составляющей P -волны, в то время как остальные формфакторы определяются линейной комбинацией S -, D - и P -волн.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитый в работе подход обеспечивает основу для теоретически корректного и последовательного описания ядерной структуры на общепонятном языке КЭД, свободного от всех недостатков, указанных выше.

Показано, что проблема взаимодействия фотонов с составным сильносвязанным полем материи, ввиду отсутствия лагранжиана составной сильносвязанной системы, может быть решена вне рамок теории возмущений в предположении, что изначально известны сильносвязанные двух- и трехточечные ФГ полей материи в виде решений релятивистского уравнения Бете–Солпитера или его квазипотенциальных аналогов. Показано, что этих предположений достаточно для получения полной амплитуды процесса, независимо

от неизвестных деталей ЭМ-структуры составной сильносвязанной системы, в которой выполняются требования ковариантности и калибровочной инвариантности при последовательном учете внутренней динамики.

В рамках предложенного подхода приобретает понятную трактовку концепция учета и роли обменных мезонных токов. Собственная вершинная функция является решением квазипотенциального уравнения, потенциал которого формируется за счет обменов разнообразными виртуальными мезонами, что в конечном итоге отражено в вершинной функции в виде степени ее падения и характере кривизны. Использование вершинной функции в амплитуде, полученной на основе требования инвариантности по отношению к преобразованиям локальной калибровочной группы, приводит к автоматическому учету всех мезонных обменов посредством полюсной и регулярной (контактной) частей полной амплитуды. Полюсная часть амплитуды определяется абсолютными значениями вершинной функции при заданных значениях аргумента, в то время как регулярная часть, за счет присутствия в ней производной от вершинной функции, вносит дополнительную зависимость в амплитуду от угла наклона касательной. Следовательно, учет виртуальных мезонных обменов осуществляется посредством собственной вершинной функции в строго согласованном виде по отношению к учету одночастичных (полюсных) и многочастичных (регулярных) механизмов процесса и в точном соответствии с требованием сохранения полного ЭМ-тока.

Важно отметить, что калибровочно-замкнутые классы диаграмм, полученные на уровне учета одночастичных (обобщенный полюсный ряд, включая контактную диаграмму) и многочастичных (однопетлевые и т. д.) механизмов, в связи с условием унитарности S -матрицы, можно, из-за отсутствия теории возмущений по константе сильного взаимодействия, рассматривать как последовательно уточняющий ряд вкладов петлевых механизмов по отношению к обобщенному полюсному ряду. Упрощенная схема рассуждений состоит в следующем. Условие унитарности S -матрицы и принципа локальной калибровочной инвариантности на уровне одночастичного промежуточного состояния приводит к появлению обобщенного полюсного ряда, где наряду с одночастичными механизмами эффективно учитываются многочастичные. Суммарный учет таких механизмов обеспечивает точное сохранение ЭМ-тока $q_\mu J_\mu^{\text{tot}} = q_\mu [J_\mu^{\text{pol}} + J_\mu^{\text{reg}}]_1 = 0$ с точностью до неизвестной на данном этапе рассмотрения чисто поперечной по отношению к q_μ добавки δJ_μ , такой, что $\delta J_\mu q_\mu = 0$, и на данном уровне рассмотрения не определенной. На этапе рассмотрения одночастичного промежуточного состояния такая добавка, естественно, равна нулю. Учет, в дополнение к одночастичному промежуточному состоянию двухчастичного, приводит к возникновению, в силу принципа локальной калибровочной инвариантности, калибровочно-замкнутого однопетлевого набора диаграмм с сохраняющимся током $[J_\mu]_2$, который по отношению к обобщенному полюсному набору диаграмм можно сопоставить с $\delta J_\mu = [J_\mu]_2$. Указанная процедура учета последовательных приближений на основе условий унитарности и калибровочной инвариантности представляет собой разложение полной амплитуды по калибровочно-замкнутым классам петлевых диаграмм, отвечающих учету разного числа промежуточных состояний с полным сохраняющимся ЭМ-током, так, что

$$q_\mu J_\mu^{\text{tot}} = q_\mu [J_\mu^{\text{pol}} + J_\mu^{\text{reg}}]_1 + q_\mu [J_\mu]_2 + \dots + q_\mu [J_\mu]_i + \dots = 0,$$

где $i = 1, \dots, n$ — число промежуточных состояний.

Взгляд на КЭД с позиций геометрических представлений КТКП при описании взаимодействий калибровочного поля с локальными и нелокальными полями материи, где в качестве отправной точки использованы калибровочно-инвариантные ФГ, имеющие более широкое внутреннее содержание по отношению к лагранжиану взаимодействия, позволили обеспечить выполнение требований ковариантности и градиентной инвариантности амплитуд процессов фоторасщепления на основе единого принципа относительности в зарядовом пространстве.

Достоинство развитого подхода состоит в том, что он обеспечивает возможность одновременно проводить исследования ядерной структуры (составных сильносвязанных систем) на основе единой амплитуды не только для процессов фоторасщепления, но и для процессов электрорасщепления. Требования калибровочной инвариантности и ковариантности позволяют осуществить конечный предел полной амплитуды при стремлении квадрата переданного четырехимпульса виртуального фотона к нулю.

Предложенный подход легко обобщается на случай неабелевой калибровочной группы и позволяет его применить к расчетам в КХД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Славнов А. А., Фадеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1978. 240 с.
2. Зайлер Э. Калибровочные теории. М.: Мир, 1985. 224 с.
3. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. М.: Мир, 1984. 448 с.
4. Касаткин Ю. А., Кириченко И. К., Солдатов С. А. // Вісн. Харківського ун-ту. Сер. фіз. «Ядра, частинки, поля». 2000. Т. 469, вып. 1(9). С. 7–11.
5. Касаткин Ю. А., Кириченко И. К. // Вісн. Харківського ун-ту. Сер. фіз. «Ядра, частинки, поля». 2001. Т. 524, вып. 3(10). С. 25–28.
6. Касаткин Ю. А., Кириченко И. К., Корж А. П. // Там же. Т. 510, вып. 1(13). С. 3–10.
7. Виск W. W., Гросс F. // Phys. Lett. B. 1976. V. 63, No. 3. P. 286–290.
8. Нагорный С. И. и др. // ЯФ. 1989. Т. 49. С. 749–762.
9. Govarts I. et al. Low-Energy Theorem and Photodisintegration of Light Nuclei // Nucl. Phys. A. 1981. V. 368, No. 3. P. 409–428.

Получено 9 февраля 2004 г.