

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Дубна

R4-2000-48

В.В.Любошиц, В.Л.Любошиц

**ТРАНСПОРТНОЕ СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ
И ЭФФЕКТ ААРОНОВА — БОМА
НА ТОРОИДАЛЬНОМ СОЛЕНОИДЕ**

Направлено в «ЖЭТФ»

2000

1. Введение

Около 40 лет тому назад Ааронов и Бом [1 - 3] показали, что магнитное поле, полностью экранированное от проникновения заряженных частиц, влияет на интерференцию двух когерентных пучков этих частиц, охватывающих магнитный поток. Первые работы по эффекту Ааронова - Бома имели определенный методический недостаток, связанный с тем, что в качестве источника магнитного поля рассматривался бесконечный цилиндрический соленоид. Указанный в статьях [4,5] и более поздней работе [6] переход от бесконечного соленоида к конечному тороидальному соленоиду, топологически разделяющему пространство на область, в которой сосредоточено магнитное поле, и область, в которой оно отсутствует, позволил снять ряд теоретических неоднозначностей и перевести эффект Ааронова - Бома в разряд реальных квантово-механических явлений, доступных экспериментальной проверке. Изящные эксперименты Тономуры и др. [7 - 10] по исследованию дифракции электронов на экранированных тороидальных соленоидах убедительно подтвердили казавшееся загадочным и не имеющее классического аналога "нелокальное" воздействие магнитного поля на заряженные частицы через вектор-потенциал.

Согласно [4,5], если один из когерентных пучков заряженных частиц проходит через "дыру" соленоида, свернутого в тор, а другой направлен вне этой дыры, то при пропускании тока через замкнутый соленоид между интерферирующими пучками возникает дополнительная разность фаз:

$$\alpha = \frac{e\Phi}{\hbar c}, \quad (1)$$

где e - электрический заряд частицы, Φ - магнитный поток, заключенный внутри тороида (вне его магнитное поле равно нулю [4]) и совпадающий с циркуляцией вектора-потенциала $\oint \vec{A} d\vec{l}$ вдоль траекторий, охватывающих магнитный поток (см. рис.1).

На основе соотношения (1) в работах [4,5] в рамках калибровочно-инвариантного эйконального приближения было вычислено эффективное сечение фраунтгоферовской дифракции заряженных частиц на тороидальном соленоиде, закрытом "черным", полностью поглощающим экраном Σ_1 с отверстием Σ_2 , целиком находящимся внутри проекции "дыры" соленоида на плоскость экрана. При этом предполагалось, что поперечные размеры падающего волнового пакета велики по сравнению с размерами экрана и соленоида. Оказалось, что в этих

условиях амплитуда упругого рассеяния имеет структуру

$$f(\vec{q}) = f_{\Sigma_1}(\vec{q}) - f_{\Sigma_2}(\vec{q}) \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c}), \quad (2)$$

где $f_{\Sigma_1}(\vec{q})$ и $f_{\Sigma_2}(\vec{q})$ - амплитуды дифракции на сплошных, полностью поглощающих экранах, имеющих соответственно формы Σ_1 и Σ_2 и площади S_1 и S_2 , $\hbar\vec{q}$ - изменение импульса при рассеянии. Согласно оптической теореме, интегральное (полное) сечение упругого рассеяния на тороидальном соленоиде с плоским кольцеобразным экраном, ориентированным перпендикулярно начальному импульсу $\hbar\vec{k}$, составляет [4,5]

$$\sigma_{el} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f(0) - \Delta S = 4S_2 \sin^2(\frac{e\Phi}{2\hbar c}) + \Delta S. \quad (3)$$

Здесь $k = |\vec{k}|$; $\Delta S = S_1 - S_2$ - интегральное сечение дифракции на "черном" кольцеобразном экране, совпадающее с сечением поглощения и равное площади экрана; S_2 - площадь отверстия в экране.

В случае очень тонкого соленоида с конечным магнитным потоком Φ и очень тонкого "черного" экрана имеем

$$\sigma_{el} = 4S \sin^2(\frac{e\Phi}{2\hbar c}), \quad (4)$$

где $S = S_1 \approx S_2$. Заметим, что такая же формула справедлива и при отсутствии экрана, закрывающего тонкий соленоид [4,5]. Впоследствии аналогичные результаты были также получены в работах [11,12].

Ясно, что при наличии "черного" экрана волновая функция заряженных частиц внутри области, где напряженность магнитного поля отлична от нуля, стремится к нулю. С точки зрения классических представлений зависимость эффективного сечения рассеяния заряженной частицы от магнитного поля кажется в этих условиях удивительной. Таким образом, эффект Ааронова - Боме является чисто квантовым явлением, связанным с волновыми свойствами микрочастиц.

Вместе с тем в рамках квантовой теории рассеяния существует физическая величина, пропорциональная силе, действующей на рассеивающуюся частицу, и выражающаяся через среднее значение оператора силы по состоянию рассеяния. Это - т.н. транспортное сечение рассеяния [13 - 15]. Зависимость транспортного сечения от магнитного потока при недостижимости магнитного поля заряженными частицами была бы совершенно невероятной и противоречила бы закону сохранения импульса. В настоящей работе будет показано, что транспортное

сечение упругого рассеяния на тороидальном соленоиде, закрытом кольцеобразным, полностью поглощающим экраном, не зависит от магнитного потока внутри соленоида. На наш взгляд, этот факт окончательно снимает "парадокс", который обычно связывают с эффектом Ааронова - Бома.

2. Передача импульса и транспортное сечение упругого рассеяния

Если рассеивающий центр облучается потоком частиц I , каждая из которых имеет импульс \vec{p} , то на рассеиватель действует сила \vec{F} , равная импульсу, передаваемому рассеивателю в единицу времени в процессах поглощения и упругого рассеяния. Эта сила описывается формулой [16]

$$\vec{F} = I[\vec{p}\sigma_{abs} + \int \sigma_{el}(\theta, \phi)(\vec{p} - \vec{p}')d\Omega], \quad (5)$$

где σ_{abs} - сечение поглощения, σ_{el} - сечение упругого рассеяния, \vec{p}' - импульс рассеянной частицы, θ и ϕ - полярный и азимутальный углы.

Продольная сила, действующая на рассеиватель, имеет вид

$$F^{(\parallel)} = \vec{F} \frac{\vec{p}}{p} = Ip(\sigma_{abs} + \sigma_{tr}), \quad (6)$$

где $p = |\vec{p}|$, σ_{tr} - транспортное сечение упругого рассеяния, которое определяется как [16 - 18]

$$\sigma_{tr} = \int \sigma_{el}(\theta, \phi)(1 - \cos \theta)d\Omega. \quad (7)$$

В случае азимутальной симметрии рассеивателю передается только продольный импульс, так что $\vec{F} = \vec{n}F^{(\parallel)}$, где $\vec{n} = \vec{p}/p$ - единичный вектор вдоль направления начального импульса. При этом

$$\sigma_{tr} = 2\pi \int_{-1}^1 |f(\theta)|^2 (1 - \cos \theta)d(\cos \theta), \quad (8)$$

где $f(\theta)$ - амплитуда упругого рассеяния.

Пусть в объеме V находятся N частиц с импульсом \vec{p} . Тогда интенсивность I можно представить в виде

$$I = \frac{N}{V} \frac{p}{m}, \quad (9)$$

где m - масса частицы. С учетом формулы (6) на рассеивающуюся частицу, локализованную в объеме V , должна действовать, в соответствии с третьим законом механики, сила

$$\vec{f} = -\frac{\vec{F}}{N} = -\frac{p^2}{mV}\vec{n}(\sigma_{tr} + \sigma_{abs}). \quad (10)$$

В дальнейшем нас будет интересовать вклад упругого рассеяния

$$\vec{f}_{el} = -\frac{p^2}{mV}\vec{n}\sigma_{tr}. \quad (11)$$

Согласно теореме Эренфеста [19], в рамках квантовой механики вектор \vec{f}_{el} должен рассматриваться как среднее значение оператора внешней силы, действующей на рассеивающуюся частицу; в рассматриваемом случае усреднение следует провести по стационарному состоянию в задаче о рассеянии, нормированному на макроскопический объем V . Таким образом,

$$\vec{f}_{el} = \frac{1}{V} \int \psi_{\vec{p}}^{(+)*} \hat{\vec{f}} \psi_{\vec{p}}^{(+)} d^3\vec{r}, \quad (12)$$

где $\psi_{\vec{p}}^{(+)}$ - волновая функция непрерывного спектра, имеющая асимптотику в виде суперпозиции плоской волны и расходящейся сферической волны [18], $\hat{\vec{f}}$ - оператор силы. Сравнивая выражения (11) и (12), находим [14,15]

$$\sigma_{tr} = -\frac{1}{2\varepsilon} \int \psi_{\vec{p}}^{(+)*} (\hat{\vec{f}}\vec{n}) \psi_{\vec{p}}^{(+)} d^3\vec{r}. \quad (13)$$

Здесь ε - кинетическая энергия частицы. Соотношение (13) следует рассматривать как обобщение теоремы Эренфеста на состояния рассеяния. Впервые результат (13) (в несколько иной форме) был получен в статье Герджоя [13] на основе обобщенной оптической теоремы для изменения квантово-механических величин в процессе рассеяния (см. также [20]).

Оператор силы $\hat{\vec{f}}$, действующей на частицу с зарядом e в произвольном внешнем электромагнитном поле, имеет вид [19]

$$\hat{\vec{f}} = e\vec{E} + \frac{e}{2c} [\hat{\vec{v}}\vec{H}] - \frac{e}{2c} [\vec{H}\hat{\vec{v}}], \quad (14)$$

где \vec{E} - напряженность электрического поля, \vec{H} - напряженность магнитного поля,

$$\hat{\vec{v}} = -\frac{i\hbar\vec{\nabla}}{m} - \frac{e}{mc}\vec{A} \quad - \quad (15)$$

оператор скорости заряженной частицы, \vec{A} - вектор-потенциал. При отсутствии электрического поля (тороидальный соленоид) оператор \vec{f} соответствует просто силе Лоренца в магнитном поле. Формулы (12) и (13) показывают, что транспортное сечение упругого рассеяния электронов на незранированном тороидальном соленоиде отлично от нуля только за счет проникновения электронов внутрь тороида, в область локализации магнитного поля. В случае тороида с "черным" кольцеобразным экраном электроны не достигают области, в которой сосредоточено магнитное поле, и транспортное сечение должно определяться только формой экрана и не зависеть от величины магнитного потока. Ниже будет показано, что эти выводы подтверждаются прямыми расчетами транспортного сечения в эйкональном приближении, а также в рамках унитарной модели рассеяния с резким скачком парциальных амплитуд на границах рассеивателя.

3. Парциальные амплитуды и транспортное сечение

а) Рассеяние в центрально-симметричном поле.

Как известно, амплитуда упругого рассеяния в центрально-симметричном поле имеет структуру [18]

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-S_l)P_l(\cos\theta), \quad (16)$$

где k - волновое число, $P_l(\cos\theta)$ - полиномы Лежандра, S_l - элементы S-матрицы в упругом канале, отвечающие орбитальному моменту l . Согласно условию унитарности,

$$|S_l| \leq 1. \quad (17)$$

С учетом соотношений ортонормировки для полиномов Лежандра

$$\int_{-1}^1 P_l(x)P_{l'}(x)dx = \frac{2}{2l+1}\delta_{ll'}, \quad (18)$$

$$\int_{-1}^1 P_l(x)P_{l'}(x)x dx = \frac{2l}{(2l+1)(2l-1)}\delta_{l,l'+1} + \frac{2(l+1)}{(2l+1)(2l+3)}\delta_{l,l'-1}, \quad (19)$$

полное и транспортное сечения упругого рассеяния представляются в виде

$$\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |\eta_l|^2, \quad (20)$$

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \left[\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |\eta_l|^2 - 2 \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \text{Re}(\eta_{l+1} \eta_l^*) \right], \quad (21)$$

где

$$\eta_l = 1 - S_l. \quad (22)$$

В работе [16] обсуждалась унитарная модель дифракции на "черном" шаре радиуса R ; при этом предполагалось, что

$$S_l = 0, \quad \eta_l = 1, \quad \text{если } l < n,$$

$$S_l = 1, \quad \eta_l = 0, \quad \text{если } l > n,$$

где n - целая часть параметра $kR \gg 1$. Формула (20) в этом случае дает

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \left[\sum_{l=0}^n (2l+1) - 2 \sum_{l=0}^{n-1} (l+1) \right] = \frac{\pi}{k^2} (n+1) \approx \frac{\pi R}{k}. \quad (23)$$

б) Эйкональное приближение.

Рассмотрим теперь случай плавной зависимости парциальных амплитуд от орбитального момента l , когда

$$\left| \frac{d\eta_l}{dl} \right| \ll |\eta_l|. \quad (24)$$

При этом будем считать, что основной вклад в транспортное сечение дают очень большие орбитальные моменты $l \gg 1$. При условии (24) мы можем написать

$$\eta_{l+1} = \eta_l + \frac{d\eta_l}{dl} + \frac{1}{2} \frac{d^2\eta_l}{dl^2}. \quad (25)$$

Подставляя (25) в (21), находим

$$\begin{aligned} \sigma_{tr} &= \frac{\pi}{k^2} \left[- \sum_{l=0}^{\infty} |\eta_l|^2 - 2 \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \text{Re} \left(\frac{d\eta_l}{dl} \eta_l^* \right) - \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \text{Re} \left(\frac{d^2\eta_l}{dl^2} \eta_l^* \right) \right] = \\ &= \frac{\pi}{k^2} \left\{ \sum_{l=0}^{\infty} (l+1) \left| \frac{d\eta_l}{dl} \right|^2 - \sum_{l=0}^{\infty} \frac{d}{dl} \left[(l+1) |\eta_l|^2 - (l+1) \text{Re} \left(\frac{d\eta_l}{dl} \eta_l^* \right) - \frac{1}{2} |\eta_l|^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Будем считать, что при $l \rightarrow \infty$ амплитуда η_l стремится к нулю быстрее, чем $(1/l)^{1/2}$. Переходя в выражении (26) от суммирования к интегрированию и пренебрегая интегральным вкладом членов, являющихся производными по l , приходим к эйкональной формуле для транспортного сечения рассеяния:

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \int_0^{\infty} l \left| \frac{d\eta_l}{dl} \right|^2 dl, \quad (27)$$

или

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \int_0^{\infty} \left| \frac{d\eta(\rho)}{d\rho} \right|^2 \rho d\rho, \quad (28)$$

где $\rho = l/k$ - прицельный параметр.

В случае чисто упругого рассеяния имеем

$$\eta_l = 1 - \exp(2i\delta_l), \quad (29)$$

где δ_l - фаза рассеяния. Тогда

$$\sigma_{tr} = \frac{4\pi}{k^2} \int_0^{\infty} \left(\frac{d\delta(\rho)}{d\rho} \right)^2 \rho d\rho. \quad (30)$$

В условиях применимости эйконального подхода, когда рассеяние происходит в основном на малые углы, фаза $\delta(\rho)$ связана с потенциалом взаимодействия соотношением [18]

$$\delta(\rho) = -\frac{1}{2\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\rho, z) dz. \quad (31)$$

Здесь $v = \hbar k/m$, интегрирование проводится по прямолинейной траектории, параллельной начальному импульсу частицы. Легко видеть, что

$$\frac{1}{k} \frac{d\delta(\rho)}{d\rho} = -\frac{1}{2\hbar k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial V(\rho, z)}{\partial \rho} \frac{dz}{v} = \frac{1}{2} \theta_0(\rho), \quad (32)$$

где $\theta_0(\rho)$ - классический угол рассеяния, соответствующий данному прицельному параметру ρ . С учетом (32) формула (30) дает

$$\sigma_{tr} = \pi \int_0^{\infty} \theta_0^2(\rho) \rho d\rho \approx 2\pi \int_0^{\infty} (1 - \cos \theta_0(\rho)) \rho d\rho, \quad (33)$$

т.е. транспортное сечение упругого рассеяния в эйкональном приближении описывается классической формулой (хотя для вычисления дифференциального и интегрального сечений упругого рассеяния классическая теория не применима). Этот результат был ранее получен в работе [17].

Вернемся теперь к формулам (26) - (27) и рассмотрим случай, когда вне узкого интервала орбитальных моментов $\Delta l_0 \ll l_0$ амплитуда η_l не зависит от l . Будем считать, что $\Delta l_0 \gg 1$. Пусть при $l - l_0 > \Delta l_0$

$$\frac{d\eta_l}{dl} = 0, \quad \eta_l = \eta_1,$$

а при $l < l_0$

$$\frac{d\eta_l}{dl} = 0, \quad \eta_l = \eta_2.$$

При плавном изменении парциальной амплитуды η_l в переходном слое (т.е. при отсутствии осцилляций) для оценки транспортного сечения упругого рассеяния можно положить $d\eta_l/dl = (\eta_1 - \eta_2)/\Delta l_0$. Это дает

$$\sigma_{tr} \sim \frac{\pi}{k^2} \frac{l_0}{\Delta l_0} |\eta_1 - \eta_2|^2. \quad (34)$$

Примером может служить дифракционное рассеяние на "черном" шаре (диске) радиуса R с размытой границей, имеющей ширину $b \gg \lambda = 1/k$ [16]. В этом случае $l_0 = kR \gg 1$, $\Delta l_0 = kb \gg 1$, $\eta_1 = 0$, $\eta_2 = 1$. В соответствии с (34) имеем [16]

$$\sigma_{tr} \sim \frac{\pi R}{k} \frac{1}{kb}. \quad (35)$$

в) Транспортное сечение фраунтгоферовской дифракции.

Если дебройлевская длина волны частицы мала по сравнению с геометрическими размерами мишени, то по аналогии с теорией дифракции Фраунтгофера в волновой оптике [21] эйкональный подход к описанию рассеяния на малые углы применим и при отсутствии центральной симметрии. Общая эйкональная формула для амплитуды упругого рассеяния имеет структуру

$$f(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\vec{\rho} \eta(\vec{\rho}) \exp(-i\vec{q}\vec{\rho}), \quad (36)$$

где

$$\eta(\vec{\rho}) = 1 - S(\vec{\rho}), \quad |S(\vec{\rho})| \leq 1. \quad (37)$$

Здесь $\vec{\rho}$ - двумерный вектор, перпендикулярный начальному импульсу $\hbar\vec{k}$, $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$ - изменение волнового вектора при рассеянии (при малых углах рассеяния $\vec{q} \perp \vec{k}$, $|\vec{q}| = k\theta$, где θ - угол рассеяния). При наличии магнитного поля комплексный параметр $S(\vec{\rho})$ приобретает дополнительный фазовый множитель [4,5]:

$$S(\vec{\rho}) = S^{(0)}(\vec{\rho}) \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(\vec{\rho}, z) dz\right), \quad (38)$$

где e - электрический заряд частицы, A_z - проекция вектора-потенциала на направление начального импульса; интегрирование, как и в формуле (31), проводится по прямолинейной траектории частицы.

Будем считать, что в транспортное сечение упругого рассеяния, так же, как и в полное сечение упругого рассеяния, основной вклад дают малые углы $\theta \ll 1$ ¹. В области малых углов рассеяния элемент телесного угла

$$d\Omega \approx \frac{d^2\vec{q}}{k^2}, \quad (39)$$

причем

$$1 - \cos\theta \approx \frac{\vec{q}^2}{2k^2}. \quad (40)$$

На основе (36), (39) и (40) после интегрирования по частям с учетом соотношений

$$\int \exp[-i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')] d^2\vec{q} = (2\pi)^2 \delta^2(\vec{\rho} - \vec{\rho}'),$$

$$\vec{q}^2 \exp[-i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')] = -\left(\frac{d}{d\vec{\rho}}\right)^2 \exp[-i\vec{q}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')]$$

находим

$$\sigma_{tr} = \frac{1}{2k^4} \int |f(\vec{q})|^2 \vec{q}^2 d^2\vec{q} = \frac{1}{2k^2} \int d^2\vec{\rho} \left| \frac{d\eta(\vec{\rho})}{d\vec{\rho}} \right|^2. \quad (41)$$

В случае сферической (или аксиальной) симметрии задачи формула (41) переходит в (28). Для интегрального сечения упругого рассеяния и полного сечения взаимодействия интегральные формулы принимают простой вид:

$$\sigma_{el} = \int |f(\vec{q})|^2 \frac{d^2\vec{q}}{k^2} = \int d^2\vec{\rho} |\eta(\vec{\rho})|^2, \quad (42)$$

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}f(0) = 2 \int d^2\vec{\rho} \text{Re} \eta(\vec{\rho}). \quad (43)$$

При френгоферовской дифракции на "черном" экране Σ , плоскость которого перпендикулярна начальному импульсу, парциальная амплитуда $\eta(\vec{\rho}) = 1$ в точках, принадлежащих экрану, и равна нулю в точках вне экрана. При этом

$$f(\vec{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int_{\Sigma} d^2\vec{\rho} \exp(-i\vec{q}\vec{\rho}), \quad (44)$$

$$\sigma_{el} = \frac{1}{2} \sigma_{tot} = S. \quad (45)$$

¹Это неверно в случае дифракции на экране с резкой границей (см.[16]).

где S - площадь экрана. Подчеркнем, что если ширина пограничного слоя b мала по сравнению с линейными размерами экрана, полное сечение упругого рассеяния практически не зависит от структуры границы. Совершенно иная ситуация имеет место для транспортного сечения. Транспортное сечение дифракции полностью определяется характером границы экрана, которой реально передается импульс. Если "черный" экран имеет размытую границу с эффективной шириной $b \gg 1/k = \lambda/2\pi$, внутри которой $\eta(\vec{\rho}) = 1$, а вне которой $\eta(\vec{\rho}) = 0$, то, как ясно из соотношения (41),

$$\sigma_{tr} \sim \frac{L}{2bk^2}, \tag{46}$$

где L - периметр экрана. В случае круглого экрана формула (46) приводит к оценке (35).

4. Транспортное сечение упругого рассеяния электронов на тороидальном соленоиде

а) Фраунтгоферовская дифракция на тороидальном соленоиде без экрана.

Вычислим транспортное сечение упругого рассеяния заряженных частиц (электронов) на неэкранированном круговом тороидальном соленоиде, магнитное поле которого перпендикулярно начальному импульсу. Обозначим R радиус "дыры" тороида, а b - радиус витка соленоида (радиус "бублика"). Будем считать, что дебройлевская длина волны электрона мала по сравнению с линейными размерами соленоида, т.е. $R \gg 1/k$, $b \gg 1/k$; при этом поперечные размеры падающего волнового пакета $\Delta \gg R$, $\Delta \gg b$. В этих условиях основную роль играет рассеяние на малые углы, и можно применить эйконольный подход [4,5].

На рис.2 изображена проекция кругового тороидального соленоида на плоскость, перпендикулярную магнитному полю и проходящую через начальный импульс электрона (ось z). Магнитный поток внутри соленоида, очевидно, равен

$$\Phi = \pi b^2 H, \tag{47}$$

где H - напряженность магнитного поля. Согласно соотношениям (37) и (38) парциальная амплитуда $\eta(\rho)$ в рассматриваемом случае имеет

вид (ср. [4,5])

$$\eta(\rho) = 1 - \exp\left(\frac{ie}{\hbar c} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(\rho, z) dz\right). \quad (48)$$

Как известно, независимо от калибровки вектора-потенциала \vec{A} , его циркуляция $\oint \vec{A} d\vec{l}$ по произвольному контуру равна магнитному потоку, который пронизывает этот контур. Ввиду калибровочной инвариантности сечения рассеяния на любой конечный угол мы можем без потери общности переписать формулу (48) в виде

$$\eta(\rho) = 1 - \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \Phi(\rho)\right), \quad (49)$$

где Φ - магнитный поток через плоскость, ограниченную прямой с прищельным параметром ρ и полуокружностью бесконечного радиуса. В результате имеем

$$\begin{aligned} \eta(\rho) &= \eta_1 = 0, & \rho &> R + 2b; \\ \eta(\rho) &= 1 - \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \Phi(x)\right), & R \leq \rho < R + 2b; \\ \eta(\rho) &= \eta_2 = 1 - \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \Phi\right), & \rho < R. \end{aligned} \quad (50)$$

Здесь $e = -|e|$ - заряд электрона,

$$\Phi(x) = \Phi \left(1 - \frac{S(x)}{\pi b^2}\right), \quad (51)$$

где $0 \leq x = (\rho - R) \leq 2b$, $S(x)$ - площадь заштрихованного на рис.2 кругового сегмента с высотой x , Φ - полный магнитный поток внутри тороидального соленоида, который определяется согласно (47); в конфигурации, изображенной на рис.2, $\Phi > 0$.

Подставляя в формулу (28) значения парциальных амплитуд (49)-(50), находим

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2 \int_0^{2b} \left(\frac{d\Phi(x)}{dx}\right)^2 (R+x) dx. \quad (52)$$

Легко видеть, что

$$\frac{d\Phi}{dx} = -\frac{\Phi}{\pi b^2} \frac{dS(x)}{dx} = -\frac{\Phi}{\pi b^2} l(x),$$

где

$$l(x) = 2\sqrt{b^2 - (b-x)^2} = 2\sqrt{2bx - x^2} \quad - \quad (53)$$

длина хорды кругового сегмента с высотой x . С учетом выражений (52) и (53) элементарное интегрирование приводит к результату

$$\sigma_{tr} = \frac{16}{3\pi k^2} \left(\frac{e\Phi}{\hbar c} \right)^2 \left(\frac{R}{b} + 1 \right). \quad (54)$$

В случае тонкого соленоида ($b \ll R$) формула для транспортного сечения принимает вид

$$\sigma_{tr} = \frac{16R}{3\pi k^2 b} \left(\frac{e\Phi}{\hbar c} \right)^2. \quad (55)$$

Следует подчеркнуть, что выражение (55) справедливо только при условии $R \gg b \gg 1/k = \lambda/2\pi$. Ситуация, когда $b \lesssim 1/k$, будет рассмотрена ниже (раздел 4в).

Мы видим, что транспортное сечение упругого рассеяния электронов на неэкранированном тороидальном соленоиде определяется той областью прицельных параметров ($R < \rho < R + 2b$), в которой траектории электронов пересекают магнитное поле внутри соленоида. Заметим, что с учетом (47) и (51) выражение (52) для транспортного сечения рассеяния можно переписать в виде

$$\sigma_{tr} = \pi \int_0^{2b} (R+x) \left(\frac{el(x)H}{pc} \right)^2 dx, \quad (56)$$

где $p = \hbar k$ - модуль импульса электрона, $l(x)$ - длина его пути в магнитном поле, которая определяется по формуле (53). Величина

$$\theta_0 = \frac{el(x)H}{pc} \quad (57)$$

имеет смысл классического угла отклонения заряженной частицы на прямолинейном пути $l(x)$ в результате действия силы Лоренца $\vec{F} = (e/c)[\vec{v}\vec{H}]$, перпендикулярной импульсу \vec{p} и магнитному полю \vec{H} ($\theta_0 = Fl(x)/pv$). Таким образом, соотношения (52), (54) и (55) имеют классический характер, и результат (33) для транспортного сечения упругого рассеяния в эйкональном приближении справедлив и при наличии магнитного поля.

Подчеркнем, что в отличие от транспортного сечения полное сечение упругого рассеяния электронов на тонком тороидальном соленоиде ($b \ll R$) определяется в основном траекториями, не пересекающими область локализации магнитного поля (прицельные параметры $\rho < R$; на пути электронов отличен от нуля только вектор-потенциал!). С

учетом соотношений (50) формула (41) приводит к результату, полученному ранее в работах [4,5] :

$$\sigma_{el} = |\eta_2|^2 \int d^2\vec{\rho} = 4\pi R^2 \sin^2\left(\frac{e\Phi}{2\hbar c}\right) \quad (58)$$

(см. формулу (4) с $S_2 = \pi R^2$).

б) Фраунтгоферовская дифракция на тороидальном соленоиде с "черным" экраном.

Как было показано в работах [4,5], в случае тороидального соленоида произвольной формы, закрытого "черным" экраном с отверстием, которое проектируется на "дыру" тороида, дифракционная картина зависит от магнитного потока Φ , хотя заряженные частицы не проникают внутрь соленоида, т.е. в область, в которой сосредоточено магнитное поле; при этом зависимость сечения упругого рассеяния от магнитного поля определяется размерами и формой отверстия. Полное сечение упругого рассеяния на экранированном тороидальном соленоиде дается формулой (3) (см. соотношение (14) статьи [5].

Найдем теперь транспортное сечение упругого рассеяния электронов на таком соленоиде, пользуясь соотношением (41). Согласно формулам (37) и (38), парциальные амплитуды $\eta(\vec{\rho})$ в рассматриваемом случае имеют вид

$$\eta(\vec{\rho}) = 1 - S^{(0)}(\vec{\rho}) \exp\left(i \frac{e}{\hbar c} \Phi(\vec{\rho})\right), \quad (59)$$

где, как и в формуле (49), $\Phi(\vec{\rho})$ - магнитный поток, охватываемый замкнутым контуром, составленным из прямолинейной траектории с прицельным параметром $\vec{\rho}$ и полуокружности с радиусом, стремящимся к бесконечности; прицельный параметр здесь является двумерным вектором, перпендикулярным начальному импульсу электрона $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. Легко видеть, что если прицельные параметры отвечают прямолинейным траекториям, проходящим вне экрана с внешней стороны, то

$$S^{(0)}(\vec{\rho}) = 1, \quad \Phi(\vec{\rho}) = 0, \quad \eta(\vec{\rho}) = \eta_1 = 0.$$

Если прицельные параметры соответствуют прямолинейным траекториям, проходящим через отверстие в экране, то

$$S^{(0)}(\vec{\rho}) = 1, \quad \Phi(\vec{\rho}) = \Phi, \quad \eta(\vec{\rho}) = \eta_2,$$

где η_2 дается третьей формулой (50). Так как значения η_1 и η_2 постоянны, то, согласно формуле (41), транспортное сечение упругого рассеяния электронов (и любых заряженных частиц) на экранированном соленоиде определяется только теми траекториями, которые пересекают кольцеобразный экран. В частности, в случае экрана, ориентированного перпендикулярно падающему пучку и имеющего форму кругового кольца с внутренним радиусом a и внешним радиусом d , имеем

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi}{k^2} \int_a^d \left| \frac{d\eta(\vec{\rho})}{d\vec{\rho}} \right|^2 \rho d\rho. \quad (60)$$

Здесь $\rho = |\vec{\rho}|$. Поскольку по условию задачи электроны не проникают внутрь расположенного за экраном тороидального соленоида, тем траекториям, которые при отсутствии экрана прошли бы через область, в которой сосредоточено магнитное поле, соответствуют значения $S^{(0)}(\vec{\rho}) = 0$, $\eta(\vec{\rho}) = 1$. Для траекторий, пересекающих экран в окрестности его внутренней границы,

$$\eta(\vec{\rho}) = 1 - S^{(0)}(\vec{\rho}) \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c}), \quad (61)$$

а для траекторий, пересекающих экран в окрестности его внешней границы,

$$\eta(\vec{\rho}) = 1 - S^{(0)}(\vec{\rho}). \quad (62)$$

причем внутри экрана $S^{(0)}(\vec{\rho}) = 0$, а вблизи его границ $1 > |S^{(0)}(\vec{\rho})| > 0$.

Мы видим, что величина

$$\left| \frac{d\eta(\vec{\rho})}{d\vec{\rho}} \right|^2 = \left| \frac{dS^{(0)}(\vec{\rho})}{d\vec{\rho}} \right|^2, \quad (63)$$

входящая в формулу (41) для транспортного сечения, не зависит от магнитного потока внутри соленоида. Таким образом, транспортное сечение упругого рассеяния электронов на тороидальном соленоиде, закрытом непроницаемым кольцеобразным экраном, в отличие от полного сечения рассеяния, не зависит от магнитного поля и совпадает с транспортным сечением дифракции на самом экране. Величина транспортного сечения, как уже говорилось в разделе 3, зависит от структуры переходного слоя и пропорциональна суммарной длине внешней и внутренней границ кольца (см. формулу (46)).

Заметим, что данный результат непосредственно следует из формулы (2), если учесть, что амплитуды дифракции на "черных" экранах

Σ_1 и Σ_2 имеют структуру

$$f_{\Sigma_1(\Sigma_2)} = \frac{ik}{2\pi} \int_{\Sigma_1(\Sigma_2)} d^2\vec{\rho} \eta_{1(2)}(\vec{\rho}) \exp(-i\vec{q}\vec{\rho}), \quad (64)$$

где парциальные амплитуды η_1 и η_2 равны единице внутри экранов и меняются от единицы до нуля при переходе через соответствующие границы. Действительно, в соответствии с формулой (2), транспортное сечение упругого рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде, закрытом экраном Σ_1 с отверстием Σ_2 , можно представить в виде

$$\sigma_{tr} = \sigma_{tr}^{(\Sigma_1)} + \sigma_{tr}^{(\Sigma_2)} + \sigma_{tr}^{(int)},$$

где $\sigma_{tr}^{(\Sigma_1)}$ и $\sigma_{tr}^{(\Sigma_2)}$ - транспортные сечения дифракции на сплошных экранах, а

$$\sigma_{tr}^{(int)} = 2Re \left[\exp(i\frac{e\Phi}{\hbar c}) \int f_{\Sigma_1}^*(\vec{q}) f_{\Sigma_2}(\vec{q}) \vec{q}^2 \frac{d^2\vec{q}}{2k^4} \right] - \quad (65)$$

интерференционный член. Легко видеть, что этот член обращается в нуль, поскольку (ср. с (41))

$$\int f_{\Sigma_1}^*(\vec{q}) f_{\Sigma_2}(\vec{q}) \vec{q}^2 \frac{d^2\vec{q}}{2k^4} = \frac{1}{2k^2} \int \frac{d\eta_1^*}{d\vec{\rho}} \frac{d\eta_2}{d\vec{\rho}} d^2\vec{\rho}, \quad (66)$$

а производные $d\eta_1/d\vec{\rho}$ и $d\eta_2/d\vec{\rho}$ по условию задачи отличны от нуля только вблизи границ соответствующих областей Σ_1 и Σ_2 , т.е. в перекрывающихся интервалах прицельных параметров. Таким образом, зависимость транспортного сечения от магнитного потока исчезает.

в) Унитарная модель дифракции на тороидальном соленоиде.

Выше мы считали, что область малых углов $\theta \ll 1$ дает основной вклад не только в полное сечение упругого рассеяния, но и в транспортное сечение. Это верно, если дебройлевская длина волны $\lambda = 2\pi/k$ мала по сравнению как с размерами мишени L , так и с шириной переходного слоя b , в котором меняются парциальные амплитуды. В случае очень резкой границы мишени, когда $L \gg \lambda \gg b$, результаты для полного сечения упругого рассеяния, полученные с помощью эйконального подхода, остаются в силе, но при вычислении транспортного сечения существенную роль играет уже область углов $\theta \sim 1$, в которой эйкональное приближение не применимо.

Чтобы учесть вклад больших углов рассеяния, рассмотрим, следуя работе [16], модель дифракции электронов на бесконечно тонком тороидальном соленоиде с магнитным потоком Φ , которая полностью воспроизводит результаты эйконального подхода для дифференциального сечения рассеяния в области малых углов и для полного сечения рассеяния, и вместе с тем строго удовлетворяет условию унитарности S-матрицы. В рамках такой модели амплитуда упругого рассеяния электронов на неэкранированном круговом тороиде с радиусом "дыры" $R \gg 1/k$ и магнитным полем в плоскости, перпендикулярной начальному импульсу, имеет вид

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \left[\sum_{l=0}^n (2l+1) P_l(\cos \theta) (1 - \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c})) \right], \quad (67)$$

где n - целая часть величины $kR \gg 1$ ($n = kR + O(1)$). Легко видеть, что амплитуда (67) удовлетворяет оптической теореме:

$$\sigma_{el} = \frac{4\pi}{k} \text{Im} f(0) = 2\pi \int_{-1}^1 |f(\theta)|^2 d(\cos \theta) = 2 \frac{\pi}{k^2} (n+1)^2 \left[1 - \cos\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \right], \quad (68)$$

т.е. $\sigma_{el} \approx 4\pi R^2 \sin^2(e\Phi/2\hbar c)$ (см. соотношение (4)).

Найдем теперь транспортное сечение, используя соотношение [16, 22]

$$\sum_{l=0}^n (2l+1) P_l(\cos \theta) = (n+1) \frac{P_n(\cos \theta) - P_{n+1}(\cos \theta)}{1 - \cos \theta}. \quad (69)$$

Легко видеть, что с учетом (67) и (69)

$$\begin{aligned} \sigma_{tr} &= 2\pi \int_{-1}^1 |f(\theta)|^2 (1 - \cos \theta) d(\cos \theta) = \\ &= \frac{\pi}{k^2} (n+1) \left(1 - \cos\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) \right) \int_{-1}^1 \sum_{l=0}^n P_l(x) [P^n(x) - P_{n+1}(x)] dx. \end{aligned} \quad (70)$$

После интегрирования получаем выражение [16]

$$\sigma_{tr} = \frac{4\pi}{k^2} (n+1) \sin^2\left(\frac{e\Phi}{2\hbar c}\right) \approx \frac{4\pi R}{k} \sin^2\left(\frac{e\Phi}{2\hbar c}\right), \quad (71)$$

которое существенно отличается от результата (55) для соленоида с конечной толщиной $b \ll R, b \gg 1/k$. Сравнение формул (55) и (71) показывает, что если $b \sim 1/k$ и $e\Phi/\hbar c \sim 1$, то при оценке

транспортного сечения параметр b в формуле (55) следует заменить на $\lambda/2\pi = 1/k$:

$$\sigma_{tr} \sim \frac{R}{k} \left(\frac{e\Phi}{\hbar c} \right)^2.$$

Пусть теперь тороидальный соленоид закрыт " черным", полностью поглощающим электроны экраном, имеющим форму кругового кольца с внешним радиусом a и внутренним радиусом d ($a > R, d < R$). Будем, как и прежде, считать, что плоскость экрана перпендикулярна начальному импульсу электронов $\vec{p} = \hbar \vec{k}$; при этом $ka \gg 1, kd \gg 1$. В рамках обсуждаемой унитарной модели амплитуда упругого рассеяния электронов на экранированном тороидальном соленоиде записывается в виде (ср. с формулой (2))

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^n (2l+1) P_l(\cos \theta) - \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^m (2l+1) P_l(\cos \theta) \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c}), \quad (72)$$

или

$$f(\theta) = f_{scr}(\theta) + \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^m P_l(\cos \theta) [1 - \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c})], \quad (73)$$

где

$$f_{scr}(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=m+1}^n (2l+1) P_l(\cos \theta) -$$

амплитуда дифракции на "черном" кольце [16]. Здесь n и m -целые части параметров ka и kd соответственно:

$$n = ka + O(1), \quad m = kd + O(1). \quad (74)$$

С учетом (72)-(74) находим проинтегрированное по углам сечение упругого рассеяния

$$\begin{aligned} \sigma_{el} &= 2\pi \int_{-1}^1 |f(\theta)|^2 d(\cos \theta) = \\ &= \frac{\pi}{k^2} (n+1)^2 + \frac{\pi}{k^2} (m+1)^2 - \frac{2\pi}{k^2} (m+1)^2 \cos\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) = \\ &= 4\pi d^2 \sin^2\left(\frac{e\Phi}{2\hbar c}\right) + \pi(a^2 - d^2). \end{aligned} \quad (75)$$

Подчеркнем, что выражение (75) полностью согласуется с формулой (3), полученной в работах [4,5] в рамках эйконального подхода (в данном случае $S_2 = \pi d^2, \Delta S = \pi(a^2 - d^2)$)².

²Амплитуда (72) удовлетворяет условию унитарности

$$\frac{4\pi}{k} \text{Im} f(0) = 2\pi a^2 - 2\pi d^2 \cos\left(\frac{e\Phi}{\hbar c}\right) = \sigma_{el} + \Delta S,$$

где σ_{el} определяется согласно (75), $\Delta S = \pi(a^2 - d^2)$ - сечение поглощения на "черном" кольце .

Определим теперь транспортное сечение упругого рассеяния электронов на экранированном тороидальном соленоиде. Учитывая соотношение (67), амплитуду упругого рассеяния (72) можно представить в виде

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \frac{P_n(\cos \theta) - P_{n+1}(\cos \theta)}{1 - \cos \theta} - \frac{i}{2k} \exp(i \frac{e\Phi}{\hbar c}) \frac{P_m(\cos \theta) - P_{m+1}(\cos \theta)}{1 - \cos \theta}, \quad (76)$$

где $n > m$, $n - m \gg 1$. Комбинируя в формуле для транспортного сечения

$$\sigma_{tr} = 2\pi \int_{-1}^1 |f(\theta)|^2 (1 - \cos \theta) d(\cos \theta)$$

эквивалентные выражения (62) и (76) для амплитуды $f(\theta)$, убеждаемся в том, что ввиду ортогональности полиномов Лежандра разного порядка интерференционный член, содержащий магнитный поток, после интегрирования по углам рассеяния исчезает. При этом

$$\sigma_{tr} = \frac{\pi(n+1)}{k^2} + \frac{\pi(m+1)}{k^2} = \frac{\pi}{k} (a + d). \quad (77)$$

Это выражение, очевидно, совпадает с транспортным сечением дифракции на "черном" кольце; действительно, амплитуда упругого рассеяния на таком кольце описывается формулами (72), (73) или (76) при значении $\Phi = 0$.

Таким образом, в обсуждаемой унитарной модели дифракции с резкими скачками парциальных амплитуд, так же как и в рамках эйконольного подхода, транспортное сечение упругого рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде, защищенном от их проникновения полностью поглощающим экраном, не зависит от магнитного поля внутри соленоида. Вклад в транспортное сечение от дифракции на отверстии в экране компенсируется вкладом в транспортное сечение интерференции амплитуд упругого рассеяния на отверстии и самом экране (см. формулу (73)).

5. Заключительные замечания

Изложенные выше результаты являются, на наш взгляд, принципиально важными для понимания эффекта Ааронова - Бома и имеют общий характер. В соответствии с теоремой Эренфеста для состояний рассеяния (см. соотношение (13)), зависимость транспортного сечения рассеяния от магнитного поля внутри соленоида может быть

обусловлена только прямым силовым воздействием магнитного поля на заряженные частицы, и конкретные расчеты подтверждают этот вывод. При рассеянии заряженных частиц на экранированном тороидальном соленоиде падающий пучок разделяется кольцеобразным экраном на две когерентные части, огибающие магнитный поток в соленоиде, интерференция между которыми приводит к зависимости дифференциального и интегрального сечений упругого рассеяния от магнитного поля внутри соленоида. Это - чисто квантовый эффект, связанный с волновыми свойствами микрочастиц. Но в транспортном сечении упругого рассеяния на экранированном соленоиде, пропорциональном, как и в классической теории, средней передаче продольного импульса рассеянной частице, зависимость от магнитного потока полностью исчезает. В то же время при отсутствии экрана транспортное сечение рассеяния заряженных частиц на соленоиде связано только с той частью пучка, которая проходит через область локализации магнитного поля.

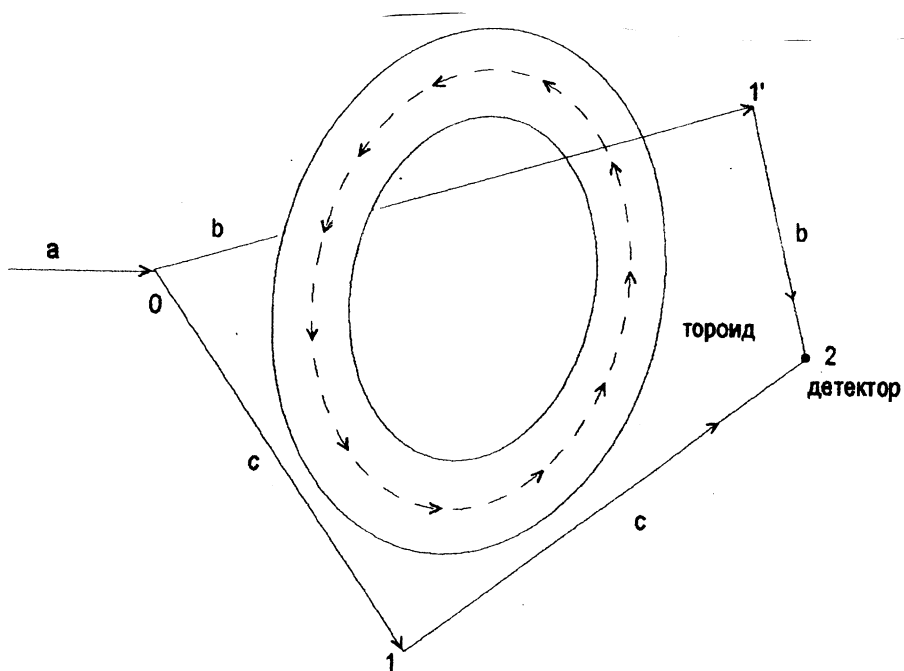


Рис.1. Схема интерференционного эксперимента.

Пучок частиц a с зарядом e расщепляется в точке 0 на два когерентных пучка b и c ; пучок b проходит через "дыру" тороидального соленоида с магнитным потоком Φ (траектория $0 \rightarrow 1' \rightarrow 2$), а пучок c огибает тороид с внешней стороны (траектория $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$). Оба пучка пересекаются и интерферируют в точке 2 . Разность фаз составляет $\delta = 2\pi(L_c - L_b)/\lambda + e\Phi/\hbar c$, где L_c - длина пути $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$, L_b - длина пути $0 \rightarrow 1' \rightarrow 2$, λ - дебройлевская длина волны заряженной частицы. Знак магнитного потока зависит от направления магнитного поля \vec{B} в соленоиде; в конфигурации, показанной на рисунке, величина $\Phi > 0$

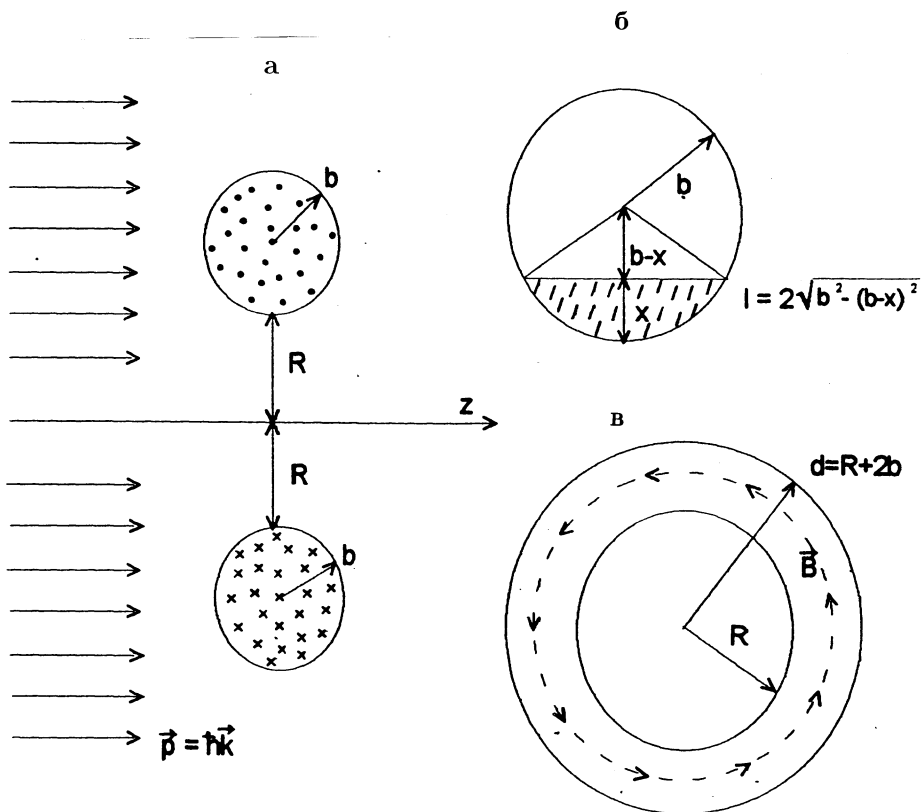


Рис.2 . Рассеяние электронов на тороидальном соленоиде.

а,б) Разрез кругового тороидального соленоида в плоскости, проходящей через ось симметрии z ; R - радиус "дыры" тороида, b - радиус витка, x - высота сегмента, отсекаемого прямыми, пересекающими область локализации магнитного поля и параллельными оси z . На тороидальный соленоид падает широкий пучок электронов с импульсом $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, параллельным оси симметрии тороида. Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка: в верхнем витке оно "выходит" из этой плоскости, в нижнем витке - "входит" в нее.

в) Разрез кругового тороидального соленоида в плоскости, перпендикулярной оси симметрии и проходящей через центр тороида

Литература

1. Y.Aharonov, D.Bohm, Phys.Rev. **115**, 485 (1959).
2. Y.Aharonov, D.Bohm, Phys.Rev. **123**, 1511 (1961).
3. Y.Aharonov, D.Bohm, Phys.Rev. **130**, 1625 (1963).
4. В.Л.Любошиц, Я.А.Сморodinский, Препринт ОИЯИ Р2 -11189, Дубна (1978).
5. В.Л.Любошиц, Я.А.Сморodinский, ЖЭТФ **75**, 40 (1978) (Sov. Phys. JETP **48**, 19 (1978)).
6. H.J.Lipkin, Phys.Rev. **D23**, 1466 (1981).
7. A.Tonomura et al., Phys.Rev.Lett. **48**, 1443 (1982).
8. A.Tonomura et al., Phys.Rev.Lett. **56**, 792 (1986) .
9. N.Osahabe et al., Phys.Rev. A **34**, 815 (1986).
10. M.Peshkin, A.Tonomura, The Aharonov - Bohm effect, Springer, Berlin (1989) .
11. G.N. Afanasjev, J.Phys. A **21**, 2095 (1988).
12. G.N.Afanasjev, V.M.Shilov, J.Phys. A **22**, 5195 (1989).
13. E.Gerjuoy, J.Math.Phys. **6**, 993 (1965).
14. R.A.Brown, Phys.Lett. A **115**, 78 (1986).
15. R.A.Brown, J.Phys. A **20**, 3309 (1987).
16. В.Л.Любошиц, Ядерная физика **55**, 1996 (1992).
17. М.И.Дьяконов, А.В.Хаецкий, ЖЭТФ **99**, 1066 (1991).
18. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, Нерелятивистская теория, Наука, Москва (1989); пп. 123, 126, 131.
19. Д.И.Блохинцев, Основы квантовой механики, Высшая школа, Москва (1961); пп. 32; 56.
20. А.И.Базь, Я.Б.Зельдович, А.М.Переломов, Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике, Наука, Москва (1971); гл. II, п. 4.
21. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, Наука, Москва (1988); п. 61.
22. И.С.Рыжик, И.М.Градштейн, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, ГИФМЛ, Москва (1963), с. 1040.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 марта 2000 года.

Любошиц В.В., Любошиц В.Л.
Транспортное сечение рассеяния и эффект Ааронова — Бома
на тороидальном соленоиде

P4-2000-48

Исследуется квантово-механический эффект Ааронова — Бома при дифракции заряженных частиц на тороидальном соленоиде, внутри которого сосредоточено магнитное поле. Интегральное и дифференциальное сечения упругого рассеяния зависят от магнитного потока внутри соленоида даже при наличии кольцеобразного «черного» экрана, не пропускающего заряженные частицы в область локализации магнитного поля. В эйкональном приближении и в рамках унитарной модели рассеяния с резким скачком парциальных амплитуд получены соотношения, описывающие транспортное сечение упругого рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде. Транспортное сечение рассеяния пропорционально средней передаче продольного импульса рассеянной частице и может быть выражено через оператор силы. Показано, что при отсутствии экрана транспортное сечение рассеяния на тороидальном соленоиде действительно определяется только той частью падающего пучка, которая пересекает внутреннюю область тороидального соленоида, где напряженность магнитного поля, а следовательно и сила Лоренца, не равны нулю. В то же время транспортное сечение рассеяния заряженных частиц на тороидальном соленоиде, закрытом кольцеобразным «черным» экраном, не зависит от магнитного потока внутри соленоида и совпадает с транспортным сечением дифракции на самом экране. При этом вклад от рассеяния на отверстии в экране, зависящий от магнитного потока, полностью компенсируется вкладом интерференции амплитуд рассеяния на отверстии и на «черном» экране.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2000

Перевод авторов

Lyuboshitz V.V., Lyuboshitz V.L.
Transport Cross-Section of Scattering
and Aharonov — Bohm Effect on a Toroidal Solenoid

P4-2000-48

The quantum-mechanical Aharonov — Bohm effect at the diffraction of charged particles on a toroidal solenoid, incorporating the magnetic field inside, is investigated. The integral and differential cross-sections of elastic scattering depend on the magnetic flux inside the solenoid even in the presence of a ring-like «black» screen, not allowing the charged particles to penetrate the region of the magnetic field localization. The relations, describing the transport cross-section of elastic scattering of charged particles on the toroidal solenoid, are derived in the eikonal approximation and in the frames of the unitary model of scattering with the sharp change of partial amplitudes. The transport cross-section of scattering is proportional to the average transfer of the longitudinal momentum to the scattered particle, and it can be expressed through the force operator. It is shown that in the absence of the screen the transport cross-section of scattering on the toroidal solenoid is really determined by that part of the incident beam only, which intersects the internal region of the toroidal solenoid, where the strength of the magnetic field and, thus, the Lorentz force are not equal to zero. Meantime, the transport cross-section of scattering on the toroidal solenoid, closed by the ring-like «black» screen, does not depend on the magnetic flux inside the solenoid, and it coincides with the transport cross-section of diffraction on the screen itself. In so doing, the contribution from the scattering on the hole in the screen, depending on the magnetic flux, is entirely compensated by the contribution from the interference of amplitudes of scattering on the hole and on the «black» screen.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies and at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2000

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 20.03.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,81
Тираж 360. Заказ 51924. Цена 2 р. 18 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области