

Б.М. Барбашов¹, А.Г. Зорин², В.Н. Первушин³, П. Флин⁴

АСТРОФИЗИКА В ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЕДИНИЦАХ
КАК КОНФОРМНАЯ ТЕОРИЯ
БЕЗ ПЛАНКОВСКИХ АБСОЛЮТОВ

Направлено в журнал «Теоретическая и математическая физика»

¹E-mail: barbash@thsun1.jinr.ru

²МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

³E-mail: pervush@thsun1.jinr.ru

⁴Свентокшиская академия, Институт физики, Кельце, Польша

1 Введение

В последние годы, начиная с 1998-го, были получены новые данные [5, 6] для больших значений красного смещения $z \sim 1$, $z = 1,7$. Эти данные отражают состояние «вещества», которое даёт основной вклад в космическую эволюцию на расстояниях, сравнимых с размером Вселенной, и свидетельствуют о том, что наша Вселенная заполнена, в основном, не массивной «пылью» далеких и потому невидимых галактик, а загадочным веществом совершенно другой природы, с другим уравнением состояния, названным *Квинтэссенцией* [7, 8]. Все эти данные принято интерпретировать во фридмановской космологии [1], основывающейся на общей теории относительности (ОТО), как свидетельства расширяющейся Вселенной [9], уравнения эволюции которой определяется в основном так называемым Λ -членом в действии Эйнштейна.

В работах [10–14] была предложена другая точка зрения на эволюцию Вселенной, без введения Λ -члена, согласно которой последние данные в современной астрофизике свидетельствуют скорее о конформной симметрии законов природы, их независимости от выбора единиц измерения, что означает эволюцию всех масс, включая массу Планка. Спектр фотонов, испущенных атомами на далеких звездах миллиарды лет тому назад, запоминает размеры атомов, которые определялись их массами в то далекое время, и этот спектр сравнивается со спектром таких же атомов на Земле, но с увеличенной массой. В результате наблюдается красное смещение спектральных линий атомов на звездах [11]. Чтобы получить эволюцию масс, вместо эволюции длин, достаточно отождествить измеряемые величины с конформными величинами: конформным временем, конформной плотностью, конформной температурой, бегущей массой Планка и другими. Такое отождествление означает выбор уравнений ОТО и СМ в конформно – инвариантной форме, независимой от единиц измерения.

В частности, оказалось, что в такой конформной теории в терминах конформных величин данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых и данные по нуклеосинтезу соответствуют одному и тому же предельно жесткому уравнению состояния [11]. Существуют начальные значения параметра Хаббла и масс, для которых конформно-инвариантные версии Стандартной Модели и общей теории относительности могут объяснить происхождение наблюдаемой материи космологическим рождением массивных векторных бозонов из вакуума в режиме

предельно жесткого уравнения состояния [13, 15].

В настоящей работе обсуждаются следствия конформно-инвариантной теории, уравнения движения которой не зависят от абсолютных масс, а планковская масса становится современным значением параметра эволюции.

В разделе 2 рассматривается конформно-инвариантная единая теория и обобщается решение Шварцшильда для эволюционирующей Вселенной. В разделе 3 обсуждается статус космической эволюции в рассматриваемой теории. В разделе 4 полученное решение применяется для описания эволюции галактик.

2 Единая конформная теория поля

2.1 Действие

Действие общей теории относительности (ОТО) и Стандартной Модели (СМ) можно написать в форме, не зависящей от выбора единиц измерения с дилатоном w вместо всех масс:

$$S_{\text{СТ}} = S_{\text{dilaton}}[w|e] + \int d^4x |e| w^2 \partial_\mu Q \partial^\mu Q - \quad (1)$$

$$+ \int d^4x |e| \frac{\lambda}{4} [|\Phi_{\text{Higgs}}|^2 - y_h^2 w^2]^2 + S_{\text{SM}}[\lambda = 0],$$

где роль действия ОТО играет действие Пенроуза—Черникова—Тагирова [16] для скалярного поля — дилатона w ,

$$S_{\text{dilaton}}[w|e] = \int d^4x \left[-|e| \frac{w^2 R(e)}{6} + w \partial_\mu (|e| \partial^\mu w) \right], \quad (2)$$

заданным в пространстве с интервалом

$$ds^2 = (e_{(\lambda)\mu} dx^\mu)^2 = (e_{(0)\mu} dx^\mu)^2 - (e_{(i)\mu} dx^\mu)^2, \quad (3)$$

$e_{(\lambda)\mu}$ — фоковские тетрады ($|e| = \det(e_{(\lambda_0)\mu})$). Хиггсовская масса M_{Higgs} в действии СМ $S_{\text{СМ}}$ с набором полей f , включая фермионные и векторные поля, заменяется дилатоном ($y_h w$), умноженным на константу $y_h \sim 10^{-17}$. Q — это скалярное поле с минимальным взаимодействием, которое можно интерпретировать как конформно-инвариантный угол смешивания двух

дилатонных скалярных полей $w_+ = w \operatorname{ch} Q$ и $w_- = w \operatorname{sh} Q$, заданных в двумерном пространстве с сигнатурой $(+, -)$ [12].

Теория (1) инвариантна относительно конформных преобразований, включающих масштабные преобразования всех полей $[w|F = e_{(\lambda)\mu}, Q, f]$:

$${}^{(n)}F_\Omega = {}^{(n)}F \cdot (\Omega)^n, \quad w_\Omega = \frac{w}{\Omega}, \quad (4)$$

где (n) — конформный вес поля F , а Ω — параметр преобразования.

2.2 Переменные

Принято считать [18], что действие ОТО и СМ возникает из действия (1) как следствие выбора физических переменных

$${}^{(n)}F_{\text{ОТО}} = {}^{(n)}F \cdot (w/\varphi_0)^n, \quad w_{\text{ОТО}}(x^0, x^i) = \varphi_0 = M_{\text{Planck}}(8\pi/3)^{1/2}. \quad (5)$$

Такой выбор переменных (5) устраняет из действия (1) лишнюю степень свободы w с отрицательной вероятностью, заменяя ее абсолютным параметром φ_0 , которого не было в исходной теории (1), но который дает повод ввести так называемую планковскую эпоху возникновения Вселенной и объяснить, как из этой эпохи возникла современная Вселенная [18]. Сама замена (5) интерпретируется как спонтанное нарушение масштабной инвариантности, в результате которой симметрия уравнений движения теории (1) относительно масштабных преобразований (4) становится симметрией физических переменных (5). Однородное приближение метрики

$$e_{(\text{ОТО})0\mu} dx^\mu = dt, \quad e_{(\text{ОТО})i\mu} dx^\mu = a(t) dx_i \quad (6)$$

в такой спонтанно-нарушенной теории для переменных (5) ведет к стандартным космологическим моделям, где начальные данные планковской эпохи интерпретируются как фундаментальные величины уравнений движения. При этом возникают проблемы космических начальных данных, горизонта, однородности, а также сингулярности и квантовой волновой функции Вселенной, которые пытаются решить на уровне однородного приближения инфляционным расширением пространства [9].

Существует мнение [17, 19], что все эти проблемы, включая появление планковской эпохи, могут быть следствием выбора дилатона (5) как абсолютного параметра φ_0 , который не содержится в уравнениях исходной

теории (1), (2). В этой связи следует отметить, что такая абсолютизация современного значения дилатона (5) в (2), которая приводит к действию ОТО и к предопределенности планковской эпохи, напоминает абсолютизацию современного положения Земли в механике Ньютона, которая ведет к системе Птолемея. Поэтому в работах [10, 11, 24] была предложена другая (коперниканская) интерпретация дилатона как динамической переменной

$$w(x^0, x^i) = \varphi(x^0). \quad (7)$$

Такой выбор переменных можно рассматривать как аналог калибровки Барбашова и Черникова [17, 23], предложенной ими для релятивистской струны. При этом однородный дилатон будет рассматриваться в точной теории как голдстоуновская мода спонтанного нарушения симметрии¹⁾ относительно масштабного преобразования (4).

В этом случае для однородных скалярных полей и АДМ-параметризации метрики [28]

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (N dx^0)^2 - \psi^4 \bar{g}_{ij} (dx^i + N^i dx^0) (dx^j + N^j dx^0), \quad (8)$$

$\det(\bar{g}) = 1$, действие (2), дополненное полем Q , принимает вид

$$\begin{aligned} S_{\text{dilaton}} = & \int d^4x \left(K(\bar{g}|\varphi) - P(\bar{g}|\varphi) + S(\bar{g}|\varphi) \right) \\ & + V_0 \int dx^0 \left[\varphi \partial_0 \left(\frac{\partial_0 \varphi}{N_0} \right) + \varphi^2 \frac{(\partial_0 Q)^2}{N_0} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $N_0(x^0) = (\int d^3x \psi^6 / N / V_0)^{-1}$ — усредненная функция хода времени, $V_0 = \int d^3x \psi^6$ — объем 3-мерного гиперпространства в системе отсчета, определенной вложением 3-мерного гиперпространства в 4-мерное многообразие [28]; кинетический $K(\bar{g}|\varphi)$, потенциальный $P(\bar{g}|\varphi)$ и «поверхностный» $S(\bar{g}|\varphi)$ члены записываются следующим образом

$$K(\bar{g}|\varphi) = \frac{\varphi^2 \psi^6}{N} \left[\frac{\bar{\pi}_{ij} \bar{\pi}^{ij}}{24} - 4\pi_\psi^2 \right], \quad (10)$$

¹⁾Следует отметить, что спонтанное нарушение симметрии (5) в теории (1) при устранении степеней свободы с отрицательной вероятностью в модели струны [17, 23] и неабелевой теории [21] показывает, что нарушение симметрии теории сопровождается появлением голдстоуновских мод, которые в принципе нельзя убрать никакими калибровочными преобразованиями без существенного изменения физического содержания теории. В неабелевой теории сильных взаимодействий такая голдстоуновская мода описывает вырождение начальных данных физических состояний [21].

$$\mathbf{P}(\bar{g}|\varphi) = \frac{\varphi^2 N \psi^2}{6} \left[{}^{(3)}R(\bar{g}_{ij}) + 8\psi^{-1} \bar{g}^{ij} \partial_i \partial_j \psi \right], \quad (11)$$

$$\mathbf{S}(\bar{g}|\varphi) = \frac{\varphi^2}{2} (\partial_0 - \partial_k N^k) \left(\frac{\psi^6 \pi_\psi}{N} \right) - \frac{\varphi^2}{3} \partial_i (\psi^2 \bar{g}^{ij} \partial_j N), \quad (12)$$

где

$$\bar{\pi}_{ij} = \left[(\partial_0 - N^l \partial_l) \bar{g}_{ij} - \bar{g}_{il} \partial_j N^l - \bar{g}_{jl} \partial_i N^l \right] + \frac{2}{3} \bar{g}_{ij} \partial_n N^n, \quad (13)$$

$$\pi_\psi = (\partial_0 - N^k \partial_k) \log \psi - \frac{1}{6} \partial_k N^k. \quad (14)$$

Действие теории (9) принадлежит к тому же виду, что и действие релятивистской частицы в СТО:

$$S_{\text{PARTICLE}} = -\frac{m}{2} \int_{x_1^0}^{x_2^0} dx^0 \left[\frac{1}{e} \frac{dX_\mu}{dx^0} \frac{dX^\mu}{dx^0} + e \right], \quad (15)$$

которое задается в пространстве переменных $[X_0|X_I]$, называемым пространством событий. Одна из этих переменных X_0 , с отрицательным вкладом в кинетическую энергию, интерпретируется как параметр эволюции, при этом канонический импульс, сопряженный параметру эволюции, отождествляется с наблюдаемой энергией [17].

Дилатон также можно рассматривать как однородный параметр эволюции φ в пространстве полевых переменных $[\varphi|F]$, где F все остальные поля теории. Система полей $[\varphi|F]$ представляет собой аналог пространства событий $[X_0, X_i]$ и, как было показано в работах [17, 19], введение такого полевого пространства позволяет решить проблемы энергии, времени, начальных данных, а также горизонта, однородности и сингулярности без дополнительных гипотез. В частности, если переменная φ играет роль параметра эволюции в пространстве полевых переменных $[\varphi|F]$, то ее канонический импульс

$$P_\varphi = -2\partial_0 \varphi \int d^3x \frac{\psi^6}{N} \equiv -2V_0 \frac{d\varphi}{d\eta} \quad (16)$$

является локализуемой энергией Вселенной [17], где

$$d\eta = N_0(x^0) dx^0 \quad (17)$$

есть инвариантный интервал для усредненной функции хода времени.

2.3 Уравнения

Вариацией действия (9), дополненного действием материи, можно получить уравнения для N и ψ в случае однородных скалярных полей [17]:

$$\frac{\psi^6}{\mathcal{N}} (\varphi'^2 - \varphi^2 Q'^2) = (\mathbf{K} + \mathbf{P}) + \varepsilon_0^0, \quad (18)$$

$$\frac{\psi^6}{\mathcal{N}} \left[3 (\varphi'^2 - \varphi^2 Q'^2) - (\varphi^2)'' \right] = (3\mathbf{K} - \mathbf{P} + 2\mathbf{S}) + \varepsilon_k^k, \quad (19)$$

где $\mathcal{N} = N/N_0$, $\varphi' = d\varphi/d\eta$, ε_0^0 и ε_k^k плотности энергии и давления для материи. Усреднение уравнений (18) и (19) по пространственному объему V_0 дает уравнения эволюции Вселенной

$$\varphi'^2 - \varphi^2 Q'^2 = \rho_{\text{local}}, \quad (20)$$

$$3 (\varphi'^2 - \varphi^2 Q'^2) - (\varphi^2)'' = 3p_{\text{local}} \quad (21)$$

которые определяют эволюцию массы Планка φ , а следовательно и всех масс, относительно конформного времени η , определенного как инвариантный интервал для усредненной функции хода времени формулой (17). Локальная плотность энергии ρ_{local} и давление p_{local} определяется усреднением по объему V_0 правых частей уравнений (18) и (19). Эти уравнения являются аналогом уравнений Фридмана, полученных в приближении однородности Вселенной.

Таким образом, центральным пунктом является идея рассмотрения космической эволюции как следствия существования голдстоуновской нулевой моды спонтанного нарушения масштабной инвариантности, а не как следствие однородного приближения.

Рассматриваемые уравнения движения дополняются калибровочными условиями, за которые выбраны предложенные Дираком условия поперечности и минимального вложения трехмерной гиперповерхности в четырехмерное многообразие [49]

$$\partial_i \bar{g}^{ij} = 0, \quad \pi_\psi = 0. \quad (22)$$

В низшем порядке теории возмущения условие поперечности в уравнениях движениях убирает явно несуществующие продольные компоненты, а минимальное вложение отделяет глобальные возмущения от локальных,

именно при этом условии «поверхностный» член S , определенный в (12), становится полной производной и не дает вклада в уравнение движения.

Уравнения (20) и (21) воспроизводятся в гамильтоновом формализме с действием

$$S = S_{\text{Global}} + S_{\text{Local}}, \quad (23)$$

в котором

$$S_{\text{Global}} = \int dx^0 \left[P_Q \partial_0 Q - P_\varphi \partial_0 \varphi + \frac{N_0}{4V_0^2 \varphi^2} (P_\varphi \varphi^2 - P_Q^2) \right], \quad (24)$$

$$S_{\text{Local}} = \int d^4x \left[\sum_F P_F \partial_0 F - NT_0 - N^i T^i + c_0 \chi^0 + c_i \chi^i \right], \quad (25)$$

$$NT_0 = K(\bar{g}, \varphi) + P(\bar{g}, \varphi) + \varepsilon_{00} - \frac{2\varphi^2}{3} \partial_i [N \partial_j (\bar{g}^{ij} \partial_i \psi^2)]. \quad (26)$$

T^i есть $(0, i)$ — компонента тензора-импульса,

$$\chi^0 = P_\psi, \quad \chi^i = \partial_i \bar{g}^{ij}, \quad (27)$$

а N , N^i , c_0 и c_i — играют роль множителей Лагранжа. Дивергенция в плотности гамильтониана введена, чтобы локальный гамильтониан на связях был бы равен полной дивергенции [26].

2.4 «Вакуумные» решения уравнений на фоне космической эволюции

Под вакуумными решениями уравнений будем понимать частные решения уравнений (18) и (19), когда правые и левые части уравнений по отдельности равны нулю. Такое приближение справедливо, когда можно пренебречь обратным влиянием материи на эволюцию Вселенной. В этом случае глобальное движение описывается уравнениями

$$\varphi'^2 - \varphi^2 Q'^2 = 0, \quad (\varphi^2)'' = 0 \quad (28)$$

со следующими решениями:

$$\varphi^2(\eta) = \varphi_I^2 [1 + 2H_I(\eta - \eta_I)], \quad (29)$$

$$Q' = \pm H = \pm \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{H_I}{1 + 2H_I(\eta - \eta_I)}, \quad (30)$$

где $\varphi_I = \varphi(\eta = \eta_I)$ — начальные данные, а $H_I = \varphi'_I/\varphi_I$ — конформный параметр Хаббла в момент времени $\eta = \eta_I$.

В рассматриваемом случае решение локальных «вакуумных» уравнений центрального гравитационного поля, которая обычно вычитается

$$\mathbf{P}(\bar{g}, \varphi) = 0, \quad \mathbf{S}(\bar{g}, \varphi) = 0 \quad (31)$$

обобщает²⁾ изотропную версию решения Шварцшильда, для которого метрика принимает следующую форму:

$$ds^2 = \mathcal{N}^2 d\eta^2 - \left[\psi^4 (dr + \sigma d\eta)^2 + (\psi^2 r)^2 (d\theta^2 + r^2 d\phi^2) \right], \quad (32)$$

где функция смещения

$$\mathcal{N} = \frac{2 - \psi}{\psi}, \quad (33)$$

а детерминант 3–мерной части метрики ψ определяются решением гармонического уравнения $\Delta\psi = 0$:

$$\psi(r, \eta) = 1 + \frac{r_g(\eta)}{4r} = 1 + \frac{2\alpha}{ra(\eta)m_0} \quad \left(\alpha = M_0 m_0 G \equiv M_0 m_0 \frac{3}{8\pi\varphi^2} \right) \quad (34)$$

с ньютоновским пределом, в котором все массы оказываются зависящими от времени, но константа Ньютона α от времени не зависит, так как определяется конформно-инвариантным отношением масс. Радиальная часть вектора сдвига

$$N^k = \frac{x^k}{r} \sigma \quad (35)$$

определяется условием минимального вложения (22) трехмерной гиперповерхности в четырехмерное многообразие, при этом $\pi_\psi = 0$ (14), и выражается через функцию $\sigma = \partial_\eta V / \partial_r V$, где

$$V(r, \eta) = \int_0^r d\bar{r} \bar{r}^2 \psi^6(\bar{r}, \eta). \quad (36)$$

Найденные решения будут использованы в следующих параграфах для описания эволюции Вселенной и движения пробной частицы в пространстве с метрикой (32).

²⁾Такое обобщение имеет место, если ненулевую кинетическую энергию $\mathbf{K}(\bar{g}, \varphi)$ можно трактовать как энергию самодействия, которая обычно вычитается.

2.5 Стандартная модель в режиме ранней Вселенной

Напомним, что в СМ массы частиц возникают благодаря механизму спонтанного нарушения симметрии с потенциалом для поля Хиггса вида $V(|\Phi|) = \frac{\lambda}{4} [|\Phi|^2 - M_{\text{Higgs}}^2]^2$, где $M_{\text{Higgs}} = y_h \varphi_0$ ($y_h \sim 10^{-17}$) — современное значение массы Хиггса. В терминах конформных величин ${}^{(n)}F_c = {}^{(n)}F(a)^n$ потенциал Хиггса принимает форму $V_c(|\Phi_c|) = \frac{\lambda}{4} [|\Phi_c|^2 - y_h^2 \varphi^2(\eta)]^2$ и ведет к массам элементарных частиц, которые определяются бегущей массой Планка (7). В частности, зависимость от времени массы $M_v a = y_v \varphi$ векторных бозонов W^\pm, Z^0 определяется эволюцией космологического фактора в режиме доминантности однородного скалярного поля Q (29) (называемое в литературе предельно жестким уравнением состояния [11]). В рамках конформных переменных (7) возникает следующая постановка задачи: исследовать квантовое рождение и эволюцию релятивистской Вселенной в пределе бесконечно малых масс $\varphi(\eta) \rightarrow 0$ и больших значений параметра Хаббла $H(\eta) \rightarrow \infty$.

В работе [13] были исследованы условия, при которых происхождение материи возможно объяснить космологическим рождением из вакуума первичных векторных бозонов, рожденных в момент времени $\sim 10^{-12}$ с, когда их масса становится порядка параметра Хаббла и приведены аргументы в пользу того, что число пар бозонов достаточно, чтобы продукты их распада давали всю наблюдаемую материю.

После распада бозонов их температура $(M_I^2 H_I)^{1/3} = (M_W^2 H_0)^{1/3} \simeq 2.7\text{K}$ появляется как интеграл космического движения Вселенной в результате рассеяния и перерассеяния частиц с ненулевыми импульсами и она наследуется реликтовым излучением. Вся последующая эволюция масс материи в постоянной холодной Вселенной повторяет известный сценарий горячей Вселенной, поскольку она определена конформно-инвариантным отношением масс и температуры m/T , а также корневой зависимостью (29) масштабного фактора $a = \varphi/\varphi_0$ от наблюдаемого конформного времени [12, 13].

В конформных переменных (7) планковская масса как «абсолютный» параметр уравнений движения становится современным значением полевой переменной³⁾ $\varphi(x^0)$. Это означает, что в конформной теории понятие

³⁾Переменные (5) возникают из (7) заменой ${}^{(n)}F = {}^{(n)}F_{(\text{OTO})}(\varphi/\varphi_0)^{-n}$. Это преобразование переводит переменную φ с начальными космическими данными $\varphi(\eta = 0) = \varphi_I = \varphi_0 H_I / M_I$, $H(\eta = 0) = H_I$ в ее современное значение $\varphi(\eta = \eta_0) = \varphi_0$, превращая,

планковской эпохи теряет смысл. Напомним, что существование планковской эпохи 10^{-43} с является центральной идеей инфляционной модели Вселенной [9].

Таким образом, переменные (5) и (7) дают два совершенно различных подхода к космологии с двумя различными постановками задачи о происхождении Вселенной и материи.

3 Конформная космология

3.1 Конформные величины как способ анализа астрофизических наблюдательных данных

В космологии конформное время $d\eta = dt/a(t)$ определяется как время фотона, который летит по геодезической на мировом конусе ($c = 1$):

$$(ds)^2 = (dt)^2 - a^2(t)(dr)^2 = 0, \quad (37)$$

где $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ — координатное расстояние, а t — мировое время Фрийдмана, входящее в интервал (6). Из (37) имеем $dt = a(t)dr$, отсюда можно найти связь между координатным расстоянием и конформным временем

$$r(\eta) = \int_t^{t_0} \frac{dt'}{a(t')} \equiv \eta_0 - \eta, \quad (38)$$

где η_0 — современное значение конформного времени, при котором принято: $a(\eta_0) = 1$; а η — время излучения фотона атомом на космическом объекте, находящемся на координатном расстоянии r от Земли. Отсюда следует, что η равно разности современного конформного времени η_0 и времени пролета фотона до Земли, которое совпадает с координатным расстоянием, из (38) имеем:

$$\eta = \eta_0 - r. \quad (39)$$

Космологический фактор в этом случае становится шкалой массы Планка:

$$M_{\text{Planck}} = \varphi_0 \sqrt{8\pi\hbar c/3} = 2.177 \times 10^{-8} \text{kg}, \quad (40)$$

тем самым, одно из ординарных (случайных) значений переменной φ в абсолютный параметр уравнений движения φ_0 , известный как абсолютная масса Планка.

вместо которой удобно ввести переменную, зависящую от конформного времени:

$$\varphi(\eta) = \varphi_0 \cdot \tilde{a}(\eta), \quad \tilde{a}(\eta) = a(t). \quad (41)$$

Массы элементарных частиц также становятся динамическими переменными

$$m(\eta) = m_0 \cdot \tilde{a}(\eta). \quad (42)$$

Масса (42) определяет спектр излучения атомов в момент времени η , ее изменение $m'/m = a'/a \sim 10^{-42} GeV$ значительно меньше энергии уровня атома для $\tilde{a}(\eta_0) = 1$ с квантовым числом k

$$E_k^0 = -\frac{m\alpha^2}{2k^2} \sim 10^{-8} GeV, \quad (43)$$

которое есть собственное значение стационарного уравнения Шредингера

$$\hat{\mathbf{E}}(p, x)\Psi^0 \equiv \left[\frac{\hat{p}^2}{2m_0} - \left(\frac{\alpha}{r} + E_k^0 \right) \right] \Psi^0 = 0. \quad (44)$$

Спектр атома водорода с массой, зависящей от времени, в любой другой момент $\eta = \eta_0 - r$ можно найти, решая квазистационарное уравнение Шредингера

$$\hat{\mathbf{E}}_c(p, x)\Psi \equiv \left[\frac{\hat{p}^2}{2m_0\tilde{a}(\eta)} - \left(\frac{\alpha}{r} + E_k(\eta) \right) \right] \Psi = 0, \quad (45)$$

решением которого является спектр

$$E_k(\eta) = \tilde{a}(\eta)E_k^0. \quad (46)$$

где E_k^0 — уровни атома с постоянной массой (43). Строгий вывод (46) основан на каноническом преобразовании к фридмановским переменным $(p, x) \rightarrow (P = p/a, X = xa)$, в результате которого нестационарное уравнение Шредингера с переменной массой $\hat{\mathbf{E}}_c(p, x)\Psi_c = -i\partial_\eta\Psi_c$ переходит в нестационарное уравнение Шредингера

$$\hat{\mathbf{E}}(P, X)\Psi = -i\partial_t\Psi - H(t)PX\Psi \quad (47)$$

с постоянной массой и дополнительным членом, исчезающим при $H \rightarrow 0$, $H(t)$ — параметр Хаббла.

Из (46) следует определение красного смещения $z(r)$:

$$z(r) + 1 = \frac{E_k(\eta_0)}{E_k(\eta_0 - r)} = \frac{1}{\tilde{a}(\eta_0 - r)} \quad (48)$$

спектральных линий атома на космическом объекте, находящемся на *координатном* расстоянии r от Земли, по сравнению со спектральными линиями земных атомов $E_k^0 = E_k(\eta_0)$ в момент детектирования космических фотонов η_0 (при условии $\tilde{a}(\eta_0) = 1$).

3.2 Модели эволюции Вселенной

Рассмотрим уравнение эволюции Вселенной (20)

$$\varphi_0^2 a'^2 = \rho_c(a), \quad (49)$$

где $a = \varphi/\varphi_0$, в плоском пространстве для Вселенной, заполненной однородной материей, с зависимостью конформной плотности ρ_c от масштаба $a(\eta)$ следующего вида:

$$\rho_c(a) = \rho_{\text{Rigid}} a^{-2} + \rho_{\text{Rad}} + \rho_{\text{M}} a + \rho_{\Lambda} a^4, \quad (50)$$

где $\rho_{\text{Rigid}} = Q'^2 a^2 \varphi_0^2 = \text{const}$ описывает изотропный вклад сверхжесткого уравнения состояния (29), для которого плотность равна давлению $\rho_{\text{Rigid}} = p_{\text{Rigid}}$, см. (20) и (21) (неизотропная версия этого состояния использовалась для описания ранней Вселенной, начиная с 1921 г. [29] по 1981 г. в работах [30–32]); ρ_{Rad} , ρ_{M} и ρ_{Λ} необходимы в стандартном подходе для описания радиационной эпохи первичного нуклеосинтеза, вклада барионной материи и вклада скалярного поля в инфляционную эпоху.

Можно найти решения уравнения (20) в терминах конформного времени η с начальными данными $a(\eta_0) = 1$, $a'(\eta_0) = H_0$:

$$\begin{aligned} a_{\text{Rigid}}(\eta) &= \sqrt{1 - 2H_0 r}, & a_{\text{Rad}}(\eta) &= 1 - H_0 r, \\ a_{\text{M}}(\eta) &= \left[1 - \frac{1}{2}H_0 r\right]^2, & a_{\Lambda}(\eta) &= \frac{1}{1 + H_0 r}, \end{aligned} \quad (51)$$

где $r = \eta_0 - \eta$. Подчеркнем, что в конформных переменных Λ -член уже не ведет к режиму инфляции.

В наблюдательной космологии плотность (20) выражается в терминах современного значения критической плотности ρ_{cr} и относительных плотностей Ω_{Rigid} , $\Omega_{\text{Radiation}}$, Ω_{M} , Ω_{Λ} , удовлетворяющих условию $\Omega_{\text{Rigid}} + \Omega_{\text{Radiation}} + \Omega_{\text{M}} + \Omega_{\Lambda} = 1$ [33], которое переписывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}\rho_c(a) &= \rho_{\text{Rigid}}a^{-2} + \rho_{\text{Rad}} + \rho_{\text{M}}a + \rho_{\Lambda}a^4 = \rho_{\text{cr}}\Omega(a) \\ \Omega(a) &= \rho_{\text{cr}} \left[\Omega_{\text{Rigid}}a^{-2} + \Omega_{\text{Radiation}} + \Omega_{\text{M}}a + \Omega_{\Lambda}a^4 \right].\end{aligned}\quad (52)$$

Учитывая эти соотношения, уравнение эволюции масштаба (20) на геодезической светового луча $dr/d\eta = -1$ после подстановки $a = 1/(1+z)$, и $\eta = \eta_0 - r$ можем представить в виде

$$\begin{aligned}\frac{1}{H_0} \frac{dz}{dr} &= (1+z)^2 \times \\ &\times \sqrt{\rho_{\text{cr}} \left[\Omega_{\text{Rigid}}(1+z)^2 + \Omega_{\text{Radiation}} + \Omega_{\text{M}}(1+z)^{-1} + \Omega_{\Lambda}(1+z)^{-4} \right]},\end{aligned}$$

где $H_0 = \sqrt{\rho_{\text{cr}}}/\varphi_0$. Решение этого уравнения

$$H_0 r(z) = \int_1^{1+z} \frac{dx}{\sqrt{\Omega_{\text{Rigid}}x^6 + \Omega_{\text{Radiation}}x^4 + \Omega_{\text{M}}x^3 + \Omega_{\Lambda}}}\quad (53)$$

определяет координатное расстояние как функцию красного смещения z , из которого следуют формулы (51) для каждого состояния. Соотношение (53) используют для определения уравнения состояния материи во Вселенной по данным астрофизических измерений красного смещения, в предположении плоского пространства. Формула (53) универсальна для всех эталонов измерения, но при этом определение фридмановского расстояния d (в случае абсолютного эталона) связано с конформным расстоянием (при использовании относительного эталона) соотношением

$$d(z) = a(z)(\eta_0 - \eta) = a(z)r(z), \quad a = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{1}{1+z},\quad (54)$$

которое следует из определения метрики (6) и формулы (39). Формула (54) является основой наблюдательной космологии (см., например, Нарликар [48]). Таким образом разные эталоны для одних и тех же данных по зависимости красного смещения от расстояния соответствуют разным уравнениям состояния материи во Вселенной.

Рассмотрим теперь какому состоянию материи соответствуют данные по Сверхновым для абсолютного и относительного эталонов.

3.3 Космологические данные по Сверхновым

В эволюционирующей Вселенной в сравнении со стационарным пространством (для абсолютного эталона) и стационарными массами (для относительного эталона) часть фотонов теряется за время их полета до Земли. Это происходит благодаря увеличению углового размера светового конуса испущенных фотонов (абсолютный эталон) или из-за уменьшения углового размера светового конуса поглощенных фотонов (относительный эталон), как это показано на рис. 1 для обоих случаев.

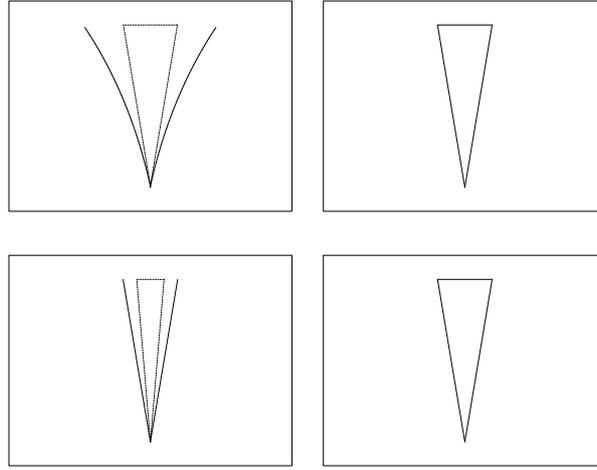


Рис. 1: Сравнение случая стационарной Вселенной (правые панели) со случаем эволюционирующей Вселенной для абсолютного эталона (левая верхняя панель) и со случаем эволюционирующей Вселенной для относительного эталона (левая нижняя панель).

Чтобы восстановить полную светимость для обоих эталонов, мы должны умножить координатное расстояние на фактор $(1+z)^2$ [11], поэтому наблюдательная космология использует расстояние светимости ℓ , которое определяется как измеряемое расстояние (d или r), умноженное на фактор $(1+z)^2$ для обоих эталонов. С учетом (54) имеем:

$$\ell_{\text{АБС. ЭТАЛОН}}(z) = (1+z)^2 d(z) = (1+z)r(z), \quad (55)$$

$$\ell_{\text{ОТН. ЭТАЛОН}}(z) = (1+z)^2 r(z). \quad (56)$$

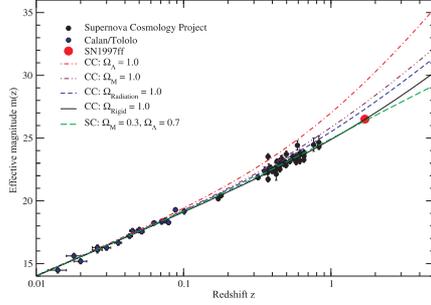


Рис. 2: Рисунок из [11] изображает диаграмму Хаббла для плоской модели Вселенной в стандартной космологии (SC) с абсолютным парижским метром (40) и в конформной космологии (CC) с относительным парижским метром (42). Точки включают 42 красных смещений Сверхновых [5] и самую дальнюю Сверхновую SN1997ff [6]. Лучшее согласие с этими данными требует космологической константы $\Omega_\Lambda = 0.7$ и холодной материи $\Omega_{\text{ColdDarkMatter}} = 0.3$ в случае стандартной космологии, в то время как, в случае конформной космологии эти данные совместимы с режимом нуклеосинтеза и преобладанием сверхжесткого состояния свободного скалярного поля $Q [z_{\text{cosmic}} + 1]^{-1}|_{(\text{Supernova})}(\eta) = \sqrt{1 + 2H_0(\eta - \eta_0)}$, $H_0\ell(z) = z + z^2/2$, $m(z) = 5 \log [H_0\ell(z)] + \mathcal{M}$ [12].

В литературе первый случай называется стандартной космологией (SC), второй — конформной космологией (CC). Итак, для абсолютного эталона мы имеем дополнительный фактор $(1 + z)$ благодаря расширению Вселенной, а соотношения (55) и (56) означают, что наблюдательные данные описываются разными режимами для разных эталонов измерений. На рис. 2 сравниваются результаты «стандартной» и «конформной» космологий для отношения между эффективной звездной величиной и красным смещением: $m(z) = 5 \log[H_0\ell(z)] + M$, где M — константа по последним данным для Сверхновых [5, 6]. Как видно из графика 2, в области $0 \leq z \leq 2$ наблюдательные данные, включающие последнюю точку (SN 1997ff) с $z = 1.7$ [6], не могут отличить стандартную космологию (абсолютный эталон) с режимом

$$\Omega_{\text{Rigid}} = 0, \quad \Omega_M \geq 0.15, \quad \Omega_\Lambda \leq 0.85 \quad (57)$$

от конформной космологии (относительный эталон) с режимом

$$\Omega_{\text{Rigid}} \geq 0.7, \quad \Omega_M \leq 0.3, \quad \Omega_\Lambda = 0. \quad (58)$$

Далее в случае относительного эталона измерений эволюция Сверхновых не противоречит уравнению состояния первичного нуклеосинтеза с зависимостью космологического фактора от наблюдаемого времени (в данном случае — конформного) в виде (29):

$$\tilde{a}(\eta) = [z + 1]^{-1}(\eta) = \sqrt{1 + 2H_0(\eta - \eta_0)} \quad (\Omega_{\text{Rigid}} = 1). \quad (59)$$

Из этого соотношения легко найти координатное расстояние $r = \eta_0 - \eta$ как функцию z :

$$H_0 r(z) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(1+z)^2} \right] = \frac{1}{(1+z)^2} \left(z + \frac{z^2}{2} \right), \quad (60)$$

откуда следует зависимость расстояния светимости (56) от красного смещения z :

$$\ell_{\text{отн. эталон}}(z) = (1+z)^2 r(z) = \frac{1}{H_0} \left[z + \frac{z^2}{2} \right]. \quad (61)$$

На рис. 2 функция (61), возникшая в результате решения уравнения состояния (20) первичного нуклеосинтеза, изображена черной сплошной линией. Следовательно астрофизические данные по Сверхновым и первичному нуклеосинтезу, пересчитанные в единицах относительного эталона, свидетельствуют о том, что вся эволюция Вселенной происходит в режиме доминантности предельно жесткого уравнения состояния (29), (59) с относительной плотностью

$$\rho_{\text{Rigid}}(\varphi) = \frac{\rho_{\text{cr}}}{a^2} = \frac{H_0^2 \varphi_0^2}{a^2} = \frac{H_0^2 \varphi_0^4}{\varphi^2}, \quad (62)$$

которая сингулярна при нулевом значении масштабного фактора. Если эта плотность доминирует в современную эпоху, то эта же плотность доминировала и в первичную эпоху ранней Вселенной, когда решение (59)

$$\varphi(\eta) = \varphi_I \sqrt{1 + 2H_I \eta} \quad (63)$$

выражается через начальные данные

$$\varphi_I = \varphi(\eta = 0), \quad H_I = \varphi'(0)/\varphi(0), \quad \rho_{\text{crI}} = H_I^2 \varphi_I^2. \quad (64)$$

Они связаны с современными значениями $\varphi_0 = \varphi(\eta_0)$, $H_0 = \varphi'(\eta_0)/\varphi(\eta_0)$, ρ_{cr} соотношениями

$$H_I^4 \varphi_I^2 = H_0^4 \varphi_0^2 = H_I^2 \rho_{\text{crI}}. \quad (65)$$

4 Космическая эволюция галактик

4.1 Движение пробной частицы

Все физические и астрофизические процессы во Вселенной, включая свободное движение галактик и их гравитационные взаимодействия, идут на фоне космической эволюции. Чтобы описать такого рода процессы мы рассмотрим движение пробной частицы в метрике Шварцшильда, найденной в разделе 2.4. Энергия частицы, которая движется по геодезической линии в пространстве с заданной метрикой может быть найдена, путем решения уравнения массовой поверхности. Приравнивая квадрат 4-импульса $p_\mu p^\mu$ к квадрату массы с учетом (32)

$$p^2 = g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = \mathcal{N}^{-2}(p_0 - \sigma p_r)^2 - \psi^{-4} p_r^2 - \psi^{-4} \frac{p_\theta^2}{r^2} = m^2, \quad (66)$$

найдем выражение для энергии p_0 :

$$p_0 = p_r \sigma \pm \mathcal{N} \sqrt{\psi^{-4} p_r^2 + \psi^{-4} \frac{p_\theta^2}{r^2} + m^2}, \quad (67)$$

с помощью которой можно записать действие для частицы, движущейся на плоскости:

$$S = \int_{\eta_I}^{\eta_0} d\eta [p_r r' + p_\theta \theta' - (p_0 - m)], \quad (68)$$

где p_0 определяется (67).

Рассмотрим нерелятивистский предел энергии (67) и действия (68), в котором все скорости считаются малыми (по сравнению со скоростью света $c = 1$), а $r_g/r \ll 1$. Оставляя $\psi = 1$ при малых импульсах и учитывая, что при $r_g/r \ll 1$ функция хода времени \mathcal{N} имеет следующее разложение:

$$\mathcal{N} \approx 1 - \frac{r_g}{2r}, \quad (69)$$

из действия (68) получаем ньютоновское приближение

$$p_0 \approx \pm \left[\left(1 - \frac{r_g}{2r}\right) m + \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} \right]. \quad (70)$$

Из условия положительности энергии $p_0 > 0$ в правой части равенства (70) выбираем положительный знак, в результате в нерелятивистском пределе имеем действие⁴⁾

$$S_{\text{classic}} = \int_{\eta_i}^{\eta_0} d\eta [p_r r' + p_\theta \theta' - E_{\text{classic}}], \quad (71)$$

где

$$E_{\text{classic}} = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} - \frac{r_g m}{2r}, \quad (72)$$

а $m = m(\eta)$ — масса пробного тела, которая зависит от времени (эволюции) и определяется в (42). Произведение $r_g m$ является конформным инвариантом и от времени не зависит. Для постоянной массы $m = m_0$ получаем классическое действие.

В случае движения частицы с постоянной массой по окружности ($r = r_0$) ньютоновская скорость $w = \sqrt{r_g/(2r_0)}$ совпадает с орбитальной $v = p_\theta/(m_0 r_0)$. Равенство $w = v$, является основой анализа наблюдательных данных о темной материи во Вселенной [43–46]. Чтобы установить область применимости теории Ньютона с постоянной массой и статус циркулярных траекторий, будем исследовать задачу Кеплера для переменных масс (42), зависимость от времени которых определяется астрофизическими данными по Сверхновым [11].

4.2 Задача Кеплера — Ньютона в конформной теории

Принимая во внимание зависимость координатного расстояния от времени (38) и космическую эволюцию в предельно жестком состоянии (51) можем сделать замену параметра эволюции $\eta \rightarrow a$:

$$a(\eta) = \sqrt{1 + H_0(\eta - \eta_0)}. \quad (73)$$

Тогда уравнения движения для ньютоновского действия (71) с учетом зависимости массы от конформного времени (42) и космической эволюции

⁴⁾Решение задачи о движении в гравитационном поле пробной частицы с учетом расширения галактики отличается от приведенной в монографии Пибблса (для сравнения см. [51], уравнения (7.4)–(7.12)).

(73) получаем следующее точное параметрическое решение $a(\tau)$ и $r(\tau)$ с параметром τ , см. например [47]:

$$a(\tau) = c_1 \frac{N_1(\tau)}{\tau^{2/3} N(\tau)}, \quad \frac{r(\tau)}{r_0} = c_2 \tau^{2/3} N(\tau), \quad (74)$$

где

$$N(\tau) = \alpha_1 U(\tau)^2 + \beta_1 U(\tau)V(\tau) + \gamma_1 V(\tau)^2, \quad (75)$$

$$N_1(\tau) = \left(\tau \frac{dN(\tau)}{d\tau} + \frac{2}{3} N(\tau) \right)^2 \pm 4\tau^2 N(\tau)^2 + \omega^2 \Delta, \quad (76)$$

$$\Delta = 4\alpha_1\gamma_1 - \beta_1^2 > 0, \quad c_1, c_2, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1 = \text{const}, \quad (77)$$

равные

$$c_1 = \left(\frac{3w_0^2}{4c_0^2} \right)^{1/3} \frac{c_0 v_0}{2w^2 |\omega| \Delta^{1/2}}, \quad c_2 = \left(\frac{4c_0^2}{3w_0^2} \right)^{1/3} \frac{v_0}{|\omega| \Delta^{1/2}}, \quad (78)$$

а

$$w_0^2 = \frac{r_g}{2r_0}, \quad v_0 = \frac{p\theta}{m_0 r_0}, \quad c_0 = H_0 r_0 \quad (79)$$

— ньютоновская, орбитальная и космическая скорости соответственно.

Для верхнего знака в (76)

$$U(\tau) = J_{1/3}(\tau), \quad V(\tau) = Y_{1/3}(\tau), \quad \omega = \frac{2}{\pi}, \quad (80)$$

где $J_{1/3}(\tau)$ и $Y_{1/3}(\tau)$ — функции Бесселя первого и второго рода, а для нижнего знака

$$U(\tau) = I_{1/3}(\tau), \quad V(\tau) = K_{1/3}(\tau), \quad \omega = -1, \quad (81)$$

здесь $I_{1/3}(\tau)$ и $K_{1/3}(\tau)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода.

Решение (74)–(81) включает в себя 5 независимых констант, которые можно найти из следующей алгебраической системы уравнений:

$$\frac{r}{r_0} \Big|_{\tau=\tau_0} = 1, \quad \frac{dr}{da} \Big|_{\tau=\tau_0} = 0, \quad a \Big|_{\tau=\tau_0} = 1,$$

$$\frac{9}{64} \left(\frac{c_2^2}{c_1} \right)^2 \omega^2 \Delta = \frac{v_0^2}{c_0^2}, \quad \frac{9}{128} \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^3 = \frac{w_0^2}{c_0^2}, \quad (82)$$

в области их разрешимости. Например, для $\tau_0 = 1$, $v_0^2 = 0.25$, $w_0^2 = 0.05$ и $c_0 = 1$ система имеет следующее решение: $c_1 = -0.48$, $c_2 = -0.32$, $\alpha_1 = -0.78$, $\beta_1 = 0$, $\gamma_1 = -0.48$, при этом соблюдается условие $\Delta > 0$.

Решение, соответствующее нижнему знаку в (76), ограничено в нуле и не ограничено на бесконечности из-за свойств функции $K_{1/3}(\tau)$. Решение, соответствующее верхнему знаку (76), на бесконечности ограничено и описывает движение по эллипсу, в этом случае при достаточно больших временах движение становится финитным и кеплеровским. Характер движения при малых временах можно рассматривать как установление периодического режима после некоторого начального возмущения.

Эти два типа решения соответствуют двум разным знакам энергии (72): положительная энергия соответствует свободному движению частицы, а отрицательная энергия – ее связанному «кеплеровскому» состоянию.

Из уравнений движения, следующих из (71) и определения энергии (72), можно найти скорость изменения энергии объекта:

$$\frac{dE_{\text{classic}}}{d\eta} = -H(\eta) \left[\frac{p_r^2 + p_\theta^2/r^2}{2m} \right], \quad (83)$$

где $H(\eta) = da/d\eta/a$ – параметр Хаббла. Из этой формулы следует, что производная от энергии всегда отрицательна и стремится к нулю, следовательно сама энергия будет асимптотически понижаться до отрицательного значения и причиной такого несохранения энергии является космическая эволюция масс.

Таким образом, точное решение задачи Кеплера с гамильтонианом (72) показывают, что космическая эволюция масс уменьшает энергию пробной частицы до отрицательного асимптотического значения. При условии $E = 0$, которое в частности имеет место при начальных данных $v_I^2 = 2w_I^2$, частица переходит в связанное состояние и ее траектория представляет собой эллипс. Описанный механизм захвата частицы можно применить к динамике звезд и галактик и этот механизм приводит к образованию галактик и формированию кластеров с анизотропным распределением хаббловских потоков в Местной группе подтверждается недавними наблюдениями Караченцева [56, 57].

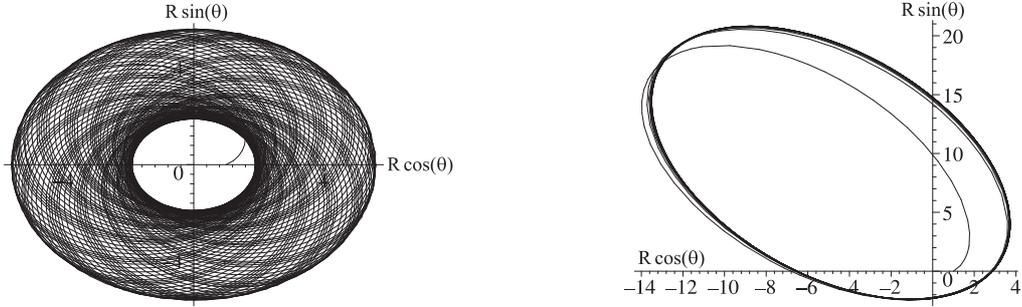


Рис. 3: Решение уравнений движения: слева для полного действия (68) в пространстве с обобщенной метрикой Шварцшильда (32), справа движение пробной частицы в том же пространстве, но в нерелятивистском пределе (71).

4.3 Свободное движение

Рассмотрим класс конформно–плоских метрик с интервалом

$$ds^2 = a^2(\eta) [d\eta^2 - dx_i^2] = g_{\mu\nu}^{(0)} dx^\mu dx^\nu, \quad (84)$$

где η — конформное время, x_1, x_2, x_3 — конформные координаты, а $a(\eta)$ — конформный масштабный фактор, временная зависимость которого определяется уравнением (49).

Квантовая полевая теория в такой метрике рассматривалась в [24, 34], где было показано, что в конформно–плоской метрике (84) одночастичная энергия $E = p_0$ определяется связью

$$p_\mu g_0^{\mu\nu} p_\nu - m^2(\eta) = 0, \quad (85)$$

откуда следует, что

$$p_0 = \sqrt{p^2 + m^2(\eta)} \simeq m(\eta) + \frac{p^2}{2m(\eta)}, \quad (86)$$

где $m(\eta) = m_0 a(\eta)$ — бегущая масса.

Поэтому квантовая теория поля в конформно–плоской метрике [24, 34] в нерелятивистском пределе приводит к классическому действию для ча-

СТИЦЫ

$$S_0 = \int_{\eta_I}^{\eta_0} d\eta [p_i x'_i - p_0 + m], \quad (87)$$

где $x'_i = dx^i/d\eta$, а p_0 — дано выражением (86).

Рассмотрим действие (87) для радиального движения в нерелятивистском пределе:

$$S_N = \int_{\eta_I}^{\eta_0} d\eta \frac{r'^2 m(\eta)}{2}, \quad (88)$$

здесь $r = \sqrt{x_i x^i}$ и $r' = dr/d\eta$. В этом случае уравнением движения является уравнение

$$[r'(\eta)m(\eta)]' = 0, \quad (89)$$

с начальным данным $r_I = r(\eta_I)$, $r'_I = p_I/m_0$ и $m_I = m(\eta_I)$, которое имеет следующее решение

$$r(\eta) = r_I + p_I \int_{\eta_I}^{\eta} \frac{d\bar{\eta}}{m(\bar{\eta})}. \quad (90)$$

Фридмановское время $dt = d\eta a(\eta)$ и абсолютная координата

$$R(t) = a(\eta)r(\eta) \quad (91)$$

определяются конформным преобразованием с масштабным фактором $a(\eta(t)) = a(t)$, который обычно кладут равным единице для современной эпохи $\eta = \eta_0$: $a(\eta_0) = 1$, масштабный фактор в начальный момент времени $\eta = \eta_I$ определяется z -фактором: $a(\eta_I) = a_I = 1/(1 + z_I)$, где $z(\eta_I) = z_I$. Поскольку фридмановские переменные привязаны к современной эпохе $\eta = \eta_0$, время η_I удобно заменить на η_0 . Тогда свободная координата $R(t) = a(\eta)r(\eta)$ задается выражением

$$R(t) = a(t) \left[r_0 + \frac{p_I}{m_0} \int_{t_I}^t \frac{d\bar{t}}{a^2(\bar{t})} \right]. \quad (92)$$

Абсолютная координата удовлетворяет уравнению движения

$$\ddot{R}(t) - (H^2 + \dot{H})R = 0, \quad (93)$$

где $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ — параметр Хаббла, оно следует из действия

$$S_N(t) = \int_{t_0}^t dt \frac{(\dot{R} - HR)^2 m_0}{2}. \quad (94)$$

Такое же действие можно получить геометрическим путем, используя определение измеряемого интервала в стандартной космологии $dl = a(t)dr = d[ra(t)] - r\dot{a}(t)dt = [\dot{R} - HR]dt$ и понятие абсолютной координаты $R(t) = r a(t)$ в пространстве–времени с метрикой Фридмана–Леметре–Робертсона–Уокера (ФЛРУ)

$$(ds^2) = (dt)^2 - \sum_0 a^2(t)(dx^i)^2. \quad (95)$$

Наблюдаемые координаты X^i расширяющейся Вселенной могут быть записаны как

$$X^i = a(t)x^i, \quad dX^i = a(t)dx^i + x^i da(t), \quad (96)$$

а вместо евклидовых дифференциалов dX^i используются ковариантные

$$a(t)dx^i = d[a(t)x^i] - x^i da(t) = dX^i - X^i \frac{da(t)}{a(t)}. \quad (97)$$

Интервал (95) в терминах этих переменных (96) становится равным

$$(ds^2) = (dt)^2 - \sum_0 \left(dX^i - H(t)X^i dt \right)^2, \quad (98)$$

где $H(t)$ опять параметр Хаббла. Все эти уравнения конформными преобразования можно свести к уравнениям (7.4)–(7.12) в известной книге Пиблса [51].

4.4 Граница применимости ньютоновского описания

В современных космологических исследованиях для анализа влияния темной материи используются характеристики ньютоновского движения в гравитационных полях кластеров или галактик [43–46], при этом возникает следующее несоответствие: ньютоновское движение галактик описывается в плоском пространстве–времени $(ds^2) = (dt)^2 - \sum_i (dx^i)^2$, а анализ наблюдательных данных проводится в терминах метрики ФЛРУ–метрики (95). Рассмотрим ньютоновское движение частицы в гравитационном поле в пространстве с ФЛРУ–метрикой, в котором за наблюдаемые координаты в расширяющейся Вселенной приняты координаты (96) и вместо дифференциалов евклидова пространства dX^i используются ковариантные дифференциалы ФЛРУ–пространства (97). В этом случае задача Кеплера определяется уравнением

$$\ddot{R}(t) - (H^2 + \dot{H})R + \frac{p_\theta^2}{m_0^2 R^3} - \frac{r_g}{2m_0 R^2} = 0. \quad (99)$$

Преобразованием (96) это уравнение сводится к уравнению уже решенному в параграфе 4.2 в терминах конформных переменных.

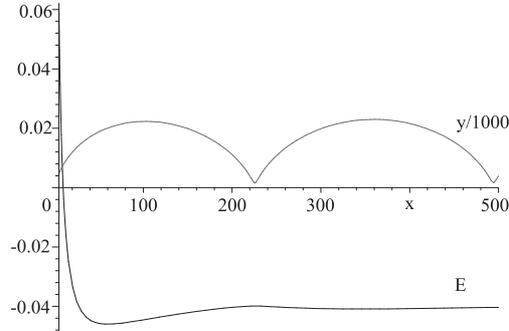


Рис. 4: На верхней части панели показано решение вариационных уравнений для действия (71) в безразмерных переменных $y(x) = R/R_I$ и $x = H_I(t - t_I)$ с граничными условиями $y(x = 0) = 1$ и $y'(x = 0) = 0$. Кривая на нижней части панели демонстрирует эволюцию полной энергии (72).

Закон сохранения энергии в плоском пространстве дает связь с началь-

ными данными v_{I0} , $R_I = R(t_I)$, $v_I^2 = w_I^2$ или

$$v_{I0}(R_I) = \sqrt{\frac{r_g}{2R_I}}, \quad (100)$$

где $r_g = 2\alpha/m_I \simeq 3 \times 10^5 M$ см — гравитационный радиус объекта, M — его масса, выраженная в массах Солнца. В рассматриваемом же нами случае ненулевых скоростей Хаббла $H \neq 0$: $H^2 + \dot{H} = -2H^2$, уравнение (99) на классе решений $R = R_I$, $\dot{R}_I = \ddot{R}_I = 0$ дает связь

$$v_I(R_I) = \sqrt{\frac{r_g}{2R_I} + 2(H_I R_I)^2}, \quad (101)$$

или $v_I = \sqrt{w_I^2 + 2c_I^2}$. Отсюда следует, что теория Ньютона не пригодна на больших радиальных расстояниях, когда удвоенный квадрат космической скорости становится больше, чем квадрат ньютоновской скорости $2c_I^2 \geq w_I^2$:

$$R_I \geq R_{\text{cr}} = \left(\frac{r_g}{2H_I^2} \right)^{1/3}. \quad (102)$$

Современное значение параметра Хаббла $H_0^{-1} \simeq 10^{28}$ см приводит к следующему значению этого критического расстояния (масса объекта M выражена в массах Солнца). Отсюда следует, что это критическое радиальное расстояние близко к размеру галактик и к галактическим кластерам, например, критический размер совпадает с размером скопления Coma ($M \simeq 10^{15}$) $R_{\text{size}} \sim 3 \cdot 10^{25}$ см [43].

Ротационная кривая циркулярной скорости (101) может быть рассмотрена в терминах отношения $\xi = R/(2R_{\text{size}})$

$$\frac{v_I}{\bar{v}} = \sqrt{\frac{1}{\xi} + (2\xi)^2 \gamma}, \quad (103)$$

где $\bar{v} = v_I(R_{\text{size}})\sqrt{2/(2+\gamma)}$ и $\gamma = (R_{\text{size}}/R_{\text{cr}})^3$ (см. рис. 5). Зависимость (103) при $\gamma = 0$ соответствует ньютоновскому случаю, а кривая при $\gamma \neq 0$ отклоняется от ньютоновской кривой. Такое поведение может рассматриваться как имитация гало темной материи за областью применения приближения Ньютона при $R \geq R_{\text{cr}}$ [44–46], поэтому обнаруженное в кривых вращения спиральных галактик нарушение вириальной теоремы, которое обычно трактуется как свидетельство существования в галактиках гало темной материи, может быть интерпретировано также как результат хаббловской эволюции.

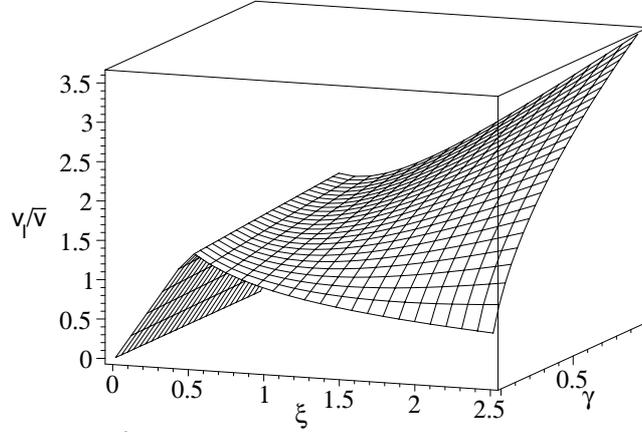


Рис. 5: Зависимость орбитальной скорости «частицы» v_I от ее радиуса, т.е. от расстояния до центра объекта, $\xi = R/(2R_{\text{size}})$, где R_{size} есть размер объекта, $\gamma = (R_{\text{size}}/R_{\text{cr}})^3$ и $R_{\text{cr}} = [r_g H^2]^{1/3} = 10^{20} M^{1/3}$ см — значение радиуса, для которого ньютоновская скорость совпадает с хаббловской, M — масса объекта в единицах солнечных масс. При $\gamma = 0$ точная ротационная кривая совпадает с кривой Ньютона. Для $\xi = 0.5$ и $\gamma = 1/8$, $R_{\text{size}} = R_{\text{cr}}/2$ довольно близко к размеру нашей галактики ($R_{\text{size}} = 10^{23}$ см, $M^{1/3} \leq 10^4$), и ротационная кривая с учетом хаббловской скорости может существенно уменьшить вклад темной материи. Размер больших скоплений ($R_{\text{size}} = 10^{25}$ см, $M \leq 10^5$) даже превышает область применимости ньютоновской теории $R_{\text{cr}} = 10^{20} M^{1/3}$ см, и в этом случае хаббловские скорости могут полностью воспроизвести вклад темной материи.

5 Заключение

Основной идеей настоящей работы является рассмотрение ОТО как масштабно-инвариантной теории дилатонного поля [11, 17], предложенной Пенроузом, Черниковым и Тагировым [16], где все массы определяются дилатонным полем, что означает отождествление конформных величин с наблюдаемыми в ОТО. Переход к конформным переменным и координатам рассматривается как переход к измеряемым величинам теории, а не как простая замена переменных. Поэтому постановка задачи в рамках конформных переменных отличается от постановки в абсолютных переменных.

Такой подход (в конформных переменных) находит обоснование в последних астрофизических данных, которые свидетельствуют в пользу конформной симметрии законов природы и их независимости от выбора единиц измерения и эволюции масс. В частности, в терминах конформных ве-

личин данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых и данные по нуклеосинтезу соответствуют одному и тому же предельно жесткому уравнению состояния [11], а также показано, что существуют начальные значения параметра Хаббла и масс, для которых конформно-инвариантные версии стандартной модели и общей теории относительности могут объяснить происхождение наблюдаемой материи космологическим рождением массивных векторных бозонов из вакуума в том же режиме предельно жесткого уравнения состояния [13, 15].

В конформных переменных возникает задача: исследовать эволюцию Вселенной как эволюцию масс. Эта задача, в частности, содержит проблему движения пробной частицы в центральном поле гравитирующей массы. Одним из результатов, следующим из решения задачи Кеплера–Ньютона в конформной теории, является доказательство того, что эволюция Вселенной может быть причиной образования галактик и их кластеров. Это показано на простом примере, когда уравнения движения совместимы с квантовой теорией поля в конформно-плоском пространстве и в нерелятивистском пределе совпадают с аналогичными уравнениями, используемыми в монографии Пиблса [51]. Космическая эволюция массы ведет к захвату галактик центральным полем и к классу эллипсоидальных траекторий [52–54]. Реальность таких траекторий подтверждается недавними наблюдениями И. Д. Караченцева [56, 57] анизотропии потоков хаббловских скоростей в Местной группе галактик. В конечном итоге хаос свободно движущихся частиц организуется космическим движением в конечные структуры материи, определяя даже квантование красных смещений, как было показано в [54, 55]. Таким образом в рамках этого подхода можно объяснить образование галактик и их кластеров, основываясь только на механизме эволюции Вселенной, и указать границы применимости стандартного ньютоновского приближения к эволюционирующей Вселенной.

Список литературы

- [1] A.A. Friedmann, *Z. für Phys*, **10**, 377 (1922); *Ibid*, **21**, 306 (1924); A.A. Фридман. *Мир как пространство и время*, Наука, Москва, 1965.
- [2] E. Hubble, *The realm of the Nebulae*. New Haven, Yale University Press, 1936; reprinted by Dover Publications, Inc., N.Y., 1969.

- [3] S. Weinberg, *First Three Minutes. A modern View of the Origin of the universe*, Basic Books, Inc., Publishers, New-York, 1977.
- [4] J. R. Bond et al. (MaxiBoom collaboration), CMB Analysis of Boomerang & Maxima & the Cosmic Parameters $\Omega_{\text{tot}}, \Omega_b h^2, \Omega_{\text{cdm}} h^2, \Omega_\Lambda, n_s$, in: Proc. IAU Symposium 201 (PASP), CITA-2000-65 (2000). [astro-ph/0011378].
- [5] A.G. Riess *et al.*, Astron. J. **116**, 1009 (1998); S. Perlmutter *et al.*, Astrophys. J. **517**, 565 (1999).
- [6] A.G. Riess *et al.*, Astrophys. J. **560**, 49 (2001); [astro-ph/0104455].
- [7] I. Zlatev, L. Wang and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **82**, 896 (1999); C. Wetterich, Nucl. Phys. B **302**, 668 (1988).
- [8] Д. Чернин, УФН **171** 11 (2001).
- [9] А.Д. Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология*, Наука, Москва, 1990.
- [10] M. Pawlowski, V. V. Papoyan, V. N. Pervushin, and V. I. Smirichinski, Phys. Lett. B **444**, 293 (1998).
- [11] D. Behnke, D.B. Blaschke, V.N. Pervushin, and D.V. Proskurin, Phys. Lett. B **530**, 20 (2002); [gr-qc/0102039]
- [12] V.N. Pervushin, D.V. Proskurin, and A. A. Gusev, Grav.& Cosmology, **8**, 181 (2002).
- [13] Д. Блашке и др., *Космологическое рождение векторных бозонов и микроволновое фоновое излучение*, Ядерная физика, 2004 (принято к публикации), [gr-qc/0103114], [hep-th/0206246]; V.N. Pervushin and D.V. Proskurin, Gravitation & Cosmology, **8**, 161 (2002); [gr-qc/0106006].
- [14] J.V. Narlikar, Space Sci. Rev. **50**, 523 (1989).
- [15] Н.-Р. Pavel and V.N. Pervushin, Int. J. Mod. Phys. A **14**, 2285 (1999).
- [16] R. Penrose, *Relativity, Groups and Topology*, Gordon and Breach, London 1964;
N. Chernikov and E. Tagirov, Ann. Inst. Henri Poincarè **9**, 109 (1968).

- [17] Б.М. Барбашов, В.Н. Первушин, Д.В. Проскурин, ТМФ **132**, 181 (2002).
- [18] R. Kallosh, L. Kofman, A. Linde and A. Van Proeyen, *Class. Quant. Grav.* **17** (2000) 4269.
- [19] M. Pawłowski, V. N. Pervushin, *Int. J. Mod. Phys.* **16**, 1715 (2001), [hep-th/0006116];
V. N. Pervushin and D. V. Proskurin, *Gravitation and Cosmology*, **7**, 89 (2001).
- [20] I.V. Polubarinov, *Phys. Particles and Nuclei*, **34** (2003) 738.
- [21] Nguyen Suan Han and V.N. Pervushin, *Mod. Phys. Lett.* **A2** 367 (1987);
V.N. Pervushin, *Dirac Variables in Gauge Theories, Lecture Notes in DAAD Summerschool on Dense Matter in Particle - and Astrophysics, JINR, Dubna, Russia, August 20 - 31, 2001*; [hep-th/0109218]; *Phys. Particles and Nuclei* **34** (2003), in print.
- [22] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **127**, 324 (1962).
- [23] Б.М. Барбашов, Н.А. Черников, *Классическая динамика релятивистской струны*, Препринт ОИЯИ Р2-7852, Дубна, 1974.
- [24] V. N. Pervushin and V. I. Smirichinski, *J. Phys. A: Math. Gen.* **32** (1999) 6191.
- [25] L. Faddeev, V. Popov, *Phys. Lett.*, **B25**, 29 (1967).
- [26] L.D. Faddeev, V.N. Popov, *Us.Fiz.Nauk*, 111 (1973) 427.
- [27] A.M. Polyakov, *Phys. Lett.* **160 B**, 207 (1981).
- [28] A.L. Zel'manov, *Doklady AN SSSR* **227**, 78 (1976); Vladimirov Yu.S. *Frame of references in theory of gravitation* (Moscow, Energoizdat, 1982), in Russian.
- [29] E. Kasner, *Am. J. Math* **43**, 217 (1921).
- [30] А.А. Гриб, С.Г. Мамаев, В.М. Мостепаненко, *Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях*, Атомиздат, Москва, 1980.

- [31] Я.Б. Зельдович, А.А. Старобинский, *ЖЭТФ* **61** (1971) 2161.
- [32] В.А. Белинский, Е. М. Лифшиц, И.М. Халатников, *УФН* **102**, 463 (1970); *ЖЭТФ* **60**, 1969 (1971).
- [33] N. A. Bahcall, J. P. Ostriker, S. Perlmutter and P. J. Steinhardt, *Science* **284**, 1481 (1999) [arXiv:astro-ph/9906463].
- [34] Э.А. Тагиров, Н.А. Черников, Препринт ОИЯИ Р2-3777, Дубна, 1968; К.А. Бронников, Е. А. Тагиров, Препринт ОИЯИ Р2-4151, Дубна, 1968; G. L. Parker, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 562 (1968); *Phys. Rev.* **183**, 1057 (1969); *Phys. Rev. D* **3**, 346 (1971); А.А. Гриб, С.Г. Мамаев, *ЯФ*, **10**, 1276 (1969); R. U. Sexl and H. K. Urbantke, *Phys. Rev.*, **179**, 1247 (1969). Я.Б. Зельдович, *Письма в ЖЭТФ* **12**, 443 (1970);
- [35] G. Gamow, *Phys. Rev.*, **70**, 572 (1946); *ibid*, **74**, 505 (1948).
- [36] J.A. Wheeler, *Batelle Reconte* 1967, Lectures in Mathematics and Physics, C. DeWitt and J.A. Wheeler, Benjamin, New York, 1968; B.C. DeWitt, *Phys. Rev.* **160**, 1113 (1967).
- [37] D. Blaschke *et. al.*, *Yad. Fiz.* (submitted); hep-th/0206246.
- [38] N.N. Bogoliubov, *J. Phys. USSR* **2**, 23 (1947).
- [39] J. Bernstein, *Kinetic theory in the expanding universe*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- [40] А.Д. Сахаров, *Письма в ЖЭТФ*, **5**, 24 (1967).
- [41] Л.Б. Окунь, *Лептоны и кварки*, Наука, Москва, 1981.
- [42] А. А. Gusev, V.N. Pervushin, S.I. Vinitsky, and A. G. Zorin, astro-ph/0301543.
- [43] L.E. Gurevich and A.D.Chernin, *Vvedenie v Kosmogoniuyu* (Introduction to cosmogony), Moscow, Nauka, 1978 (In Russian).
- [44] J. Einasto, E. Saar, and A. Kaasik, *Nature* **250**, 309 (1974).
- [45] J. Einasto, E. Saar, A. Kaasik, and A.D. Chernin, *Nature* **252**, 111 (1974).

- [46] J.R. Primack, Proceedings of 5th International UCLA Symposium on Sources and Detection of Dark Matter, Marina del Rey, February 2002, ed. D. Cline, astro-ph/0205391.
- [47] Poljanin A. D., Zaitsev V. F. Handbook for Non-Linear Ordinary Differential Equations — Moscow, Factorial, 1997.
- [48] J.V. Narlikar, Introduction to cosmology, Jones and Bartlett, Boston, 1983.
- [49] Dirac P A M 1958 *Proc.Roy.Soc. A* **246** 333;
Dirac P A M 1959 *Phys. Rev.* **114** 924.
- [50] Arnowitt R, Deser S and Misner C W 1959 *Phys. Rev.* **116** 1322;
Arnowitt R, Deser S and Misner C W 1960 *Phys. Rev.* **117** 1595;
Arnowitt R, Deser S and Misner C W 1961 *Phys. Rev.* **122** 997.
- [51] P.J.E. Peebles, “The Large — Scale Structure of the Universe”, Priceton Series in Physics (Priceton University Press, Priceton, New Jersey, 1980).
- [52] M. Biernacka, P. Flin, V. Pervushin, A. Zorin, Newtonian motion as origin of anisotropy of the local velocity field of galaxies, Particles and Nuclei, Letters. 2004. No.2[119]pp.64-71, astro-ph/0206114.
- [53] V.N. Pervushin, D.V. Proskurin, V.A. Zinchuk, A.G. Zorin, *Astrophysics in relative units as the theory of a conformal brane*, Proceedings of XXV International workshop on the fundamental problems of high energy physics and field theory, 25–28 June 2002, IHEP, Protvino, Russia, pp. 293–314; hep-th/0209070, v. 2.
- [54] K. Bajan, P. Flin, and V.Pervushin, In Proceedings of Joint International Conference “New Geometry of Nature”, vol. III, Kazan State University, Kazan, Russia, August 25– September 5, 2003, pp.9-11
- [55] K. Bajan, W. Godlowski, P. Flin, and V.Pervushin, In search for quasar redshift periodicity, Physics of Particles and Nuclei. 2004. No.2[35]pp.1-5.
- [56] I.D. Karachentsev, *Usp.Fiz.Nauk*, **171** (2001) 860.
- [57] I.D. Karachentsev, D.I. Makarov, *Astrofizika*, **44** (2001) 1.

Получено 28 декабря 2002 г.

Барбашов Б.М. и др.

P2-2002-295

Астрофизика в относительных единицах
как конформная теория без планковских абсолютных

Астрофизические данные рассматриваются в единой конформно-инвариантной теории, где все массы, включая массы Планка, заменяются дилатонным полем, так что лагранжиан теории не содержит ни одного размерного параметра. В рамках такой теории обобщается решение Шварцшильда для эволюционирующей Вселенной и находятся геодезические для пробной частицы, движущейся в пространстве с обобщенной метрикой Шварцшильда. Уравнения движения пробной частицы совместимы с теорией поля в конформно-плоском пространстве и в нерелятивистском пределе совпадают с аналогичными уравнениями, используемыми в известной монографии Пиблса. В результате находится граница применимости стандартного ньютоновского приближения к эволюционирующей Вселенной. Обсуждается влияние расширения Вселенной на движение пробного объекта в ней, показано, что космическая эволюция может являться причиной образования галактик и их кластеров.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Барбашов Б.М. и др.

P2-2002-295

Astrophysics in relative units as Conformal Theory
without Planck Absolutes

Astrophysical data are considered in the unified conformal-invariant theory where all masses including the Planck mass is replaced by a dilaton field, so that the Lagrangian of the theory does not contain dimensional parameters. Schwarzschild's solution is generalized for the expanding Universe in the framework of the theory. Geodesic lines for a test particle moving in the space with this generalized metric are found. Equations of motion of a test particle are consistent with the field theory in the conformal-flat space, and they coincide in the non relativistic limit with analogous equation in monograph by Peebles. As result the range of the validity of the convention Newtonian mechanics for the expanding Universe is determined. Influence of the expanding Universe on a test object is discussed, and it was shown that the cosmic evolution can be the origin of formation of galaxies and their clusters.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *М.И. Зарубина*
Макет *Н.А. Киселева*

Подписано в печать 10.02.2003
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 2,25. Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 415 экз. Заказ № 53759

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/